

STECHEMESSER, Julia Marie  
Essen

## **Beweisen mit digitalen Werkzeugen – Beweisverlaufsmuster von Lehramtsstudierenden bei der Nutzung interaktiver Buchelemente**

### **Motivation und Forschungsfrage**

Die Entwicklung erster Argumentationen ist bereits in der frühen Schullaufbahn von großer Bedeutung und für Schüler\*innen zur Ausbildung von mathematischem Verständnis essenziell (Hanna et al., 2012). Demzufolge wird an der Hochschule das Ziel verfolgt, dass Lehramtsstudierende des Grundschullehramts – im Sinne einer Mathematik vom höheren Standpunkt aus (Klein, 2016/1908) – Argumentationen und auch wissenschaftliche Beweise kennen und konstruieren lernen. Der Einsatz digitaler Werkzeuge kann dieses Ziel unterstützen, was sich in der Geometrie besonders bei der Verwendung dynamischer Geometriesoftware zeigt (Campbell & Zelkowski, 2020). Um Erkenntnisse darüber zu gewinnen, wie Lehramtsstudierende unter Einsatz digitaler Werkzeuge geometrische Beweise führen, wurden in der dem Beitrag zugrundeliegenden Studie Moodle-basierte, interaktive Bücher entwickelt, die als Vorlesungsmaterialien beim Beweisen in der Geometrie eingesetzt werden. Um herauszufinden, wie unterschiedliche Studierende beim Beweisen mit interaktiven Büchern vorgehen, werden Fokusse auf die Analyse der Beweisprozesse der Studierenden und auf die Nutzung der im interaktiven Buch enthaltenen interaktiven Buchelemente gelegt. Dafür wird die folgende Forschungsfrage adressiert: *Welche Beweisverlaufsmuster zeigen sich bei der Nutzung einer interaktiven Buchseite, und wie hängen diese mit der Nutzung der interaktiven Buchelemente zusammen?*

### **Theoretische Grundlagen**

Zur Beantwortung der obigen Forschungsfrage wird als theoretische Rahmung der Themenkomplex der Beweisprozesse fokussiert (vgl. hierzu etwa Boero, 1999; Kirsten, 2021). Zur Beschreibung von Beweisprozessen wird das Beweisprozessmodell von Kirsten (2021) verwendet, das zur Analyse der Beweisprozesse von Lehramtsstudierenden entwickelt wurde. In diesem Modell wird davon ausgegangen, dass der Beweisprozess aus fünf Phasen besteht. Die erste Phase ist die *Verstehensphase*, bei der in Auseinandersetzung mit der Aufgabenstellung erste Zusammenhänge hergestellt werden. In der Phase des *Argumente Identifizierens* werden (aufbauend auf der Verstehensphase) Argumente entwickelt und daran anschließend beim *Strukturieren* in eine logische Reihenfolge gebracht (Kirsten, 2021). Zudem können auch Formalisierungsprozesse in der Phase des Strukturierens stattfinden. In

der *Formulierungsphase* wird der Beweis schließlich notiert und in der *Validierungsphase* bewertet (Kirsten, 2021).

## Elemente der interaktiven Buchseite

Interaktive Bücher können mit der Software H5P konzipiert werden und zeichnen sich dadurch aus, dass sie aus mehreren Buchseiten bestehen, die verschiedene interaktive Buchelemente beinhalten. Die hier genutzten interaktiven Bücher wurden u. a. für die Veranstaltung Elementare Geometrie des Lehramts Grundschule als Vorlesungsmaterialien eingesetzt. In dieser Studie wurde sich auf eine Buchseite zum Innenwinkelsummensatz im Dreieck fokussiert, auf der Studierende einen (oder mehrere) Beweis(e) für diesen Satz entwickeln sollen. Die Buchseite besteht u. a. aus drei GeoGebra Aufgaben, einem Textfeld zum Notieren von Argumentationen, sowie mehreren Videos, wobei das letzte Video der Buchseite als Auflösung fungiert, in dem der Beweis des Innenwinkelsummensatzes im Dreieck erläutert wird (s. Abb. 1).

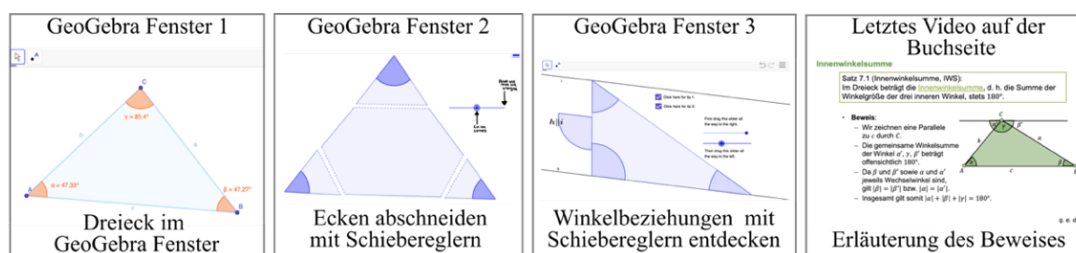


Abb. 1: Aufbau der interaktiven Buchseite zum Innenwinkelsummensatz im Dreieck

Bei der Entwicklung der Buchseite wurde darauf geachtet, dass die Aufgaben am Anfang der Buchseite offen gestellt sind, sodass die Studierenden erste Argumentationsansätze ohne Hilfestellungen oder Vorgaben entwickeln können (GeoGebra Fenster 1). Am Ende der Buchseite sind die Aufgaben weniger offen und zielen darauf ab, dass Winkelbeziehungen entdeckt werden, die zum Beweisen verwendet werden können (GeoGebra Fenster 3).

## Methoden

Für diese Studie wurden sieben Studierende im dritten Fachsemester des Lehramts Grundschule der Universität Duisburg-Essen bei der Bearbeitung von interaktiven Buchseiten videographiert und zum lauten Denken aufgefordert. Die Videos wurden anschließend transkribiert. Als Auswertungsmethode wurden die Beweisphasen von Kirsten als deduktive Kategorien angewendet (Mayring, 2015), um die Beweisprozesse zu strukturieren und um die Reihenfolge der Beweisphasen nachvollziehen zu können. Die Nutzung der Buchelemente wurde zudem als Phasen im Video kodiert, welche dann den Beweisprozessen gegenübergestellt wurden. Zur Analyse von Mustern

im Phasenverlauf wurden die Phasenverläufe abstrahiert, indem Verbindungen zwischen den einzelnen Phasen gezogen wurden (s. Abb. 2). Aus Platzgründen wurden Pausen oder Unterbrechungen nicht aufgenommen.

## Ergebnisse und Ausblick

Abbildung 2 zeigt die Beweisverlaufsmuster von drei der sieben Studierenden. Diese Phasenverläufe wurden zur Analyse ausgewählt, da sich auf den ersten Blick zeigt, dass sich die Verläufe hinsichtlich der Reihenfolge der Phasen deutlich voneinander unterscheiden und sich verschiedene Verlaufsmuster ergeben.

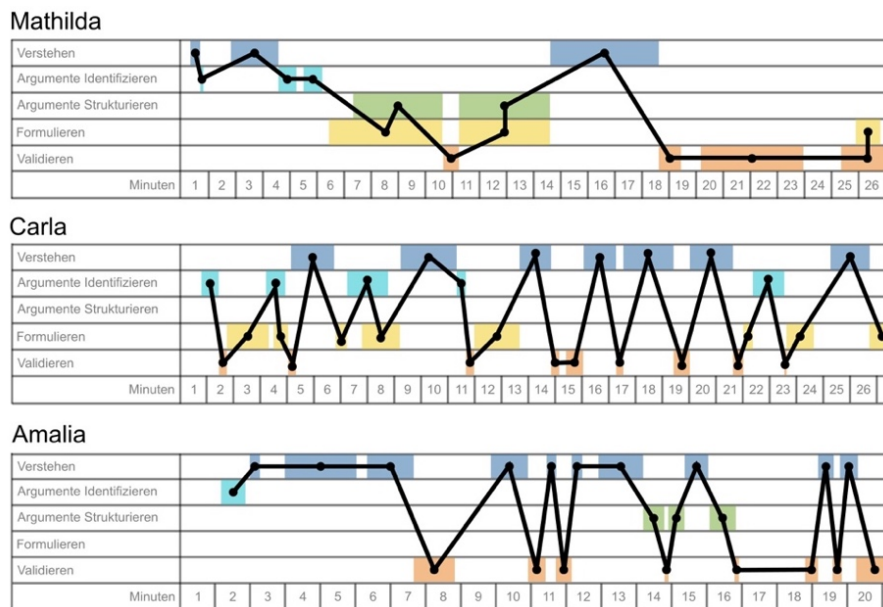


Abb. 2: Beweisprozessmuster bei der Bearbeitung der interaktiven Buchseite zur Innenwinkelsumme im Dreieck

Die individuellen Prozessverlaufsmuster von Amalia, Carla und Mathilda hängen mit der Anzahl der Beweise, die die Studierenden entwickelt haben, zusammen und gehen mit der Nutzung der Buchelemente einher. Dies wird im Folgenden genauer erläutert:

Bei Amalia konnte bei der Bearbeitung der Buchseite eine passive Zugangsweise identifiziert werden, die dazu führt, dass sie die auf der Buchseite gegebenen Impulse der GeoGebra Fenster analysiert, mit den geschlosseneren Aufgaben am Ende der Buchseite viel Zeit verbringt und das Auflösungsvideo am Ende nutzt, um den Beweis nachzuvollziehen. Dieses Nachvollziehen der interaktiven Buchelemente spiegelt sich in einem Wechsel von Verstehens- und Validierungsphasen wider, da Amalia versucht, die Inhalte der Buchseite zu verstehen und zu bewerten. Carlas Beweisverlaufsmuster zeichnet sich durch ein sprunghaftes Vorgehen aus, welches sich dadurch

erklären lässt, dass sie auf der Buchseite mehrere verschiedene Beweise entwickelt und bei jedem neuen Beweis mit einer Verstehensphase ansetzt. Damit einhergehend werden alle GeoGebra Fenster von Carla intensiv zur Beweiskonstruktion genutzt. Mathilda entwickelt zu Beginn der Buchseite einen wissenschaftlichen Beweis zum Innenwinkelsummensatz im Dreieck, was sich in einer intensiven Nutzung des ersten GeoGebra Fensters im Wechsel mit dem Textfeld und in einem linearen Beweisphasenverlauf widerspiegelt. Die restlichen Buchelemente der Buchseite werden von ihr größtenteils genutzt, um ihren selbst entwickelten Beweis zu validieren.

Mit Blick auf die Analysen der anderen vier Studierenden zeichnen sich ähnliche Muster wie bei Amalia, Carla und Mathilda ab. Insgesamt zeigt sich, dass die Bearbeitung der Buchseite zu verschiedenen Beweisverlaufsmustern führt, was darauf hindeuten kann, dass die interaktive Buchseite Studierenden Freiraum für individuelle Bearbeitungsweisen bietet. Zudem wird deutlich, dass Studierende je nach Beweisverlauf die Buchelemente unterschiedlich intensiv nutzen und die Buchelemente unterschiedlich wichtig für die Studierenden sind. Die individuelle Nutzung der Buchelemente und die damit einhergehenden individuellen Beweisverlaufsmuster lassen vermuten, dass es für die Vermittlung von Beweisen sinnvoll sein kann, verschiedene interaktive Buchelemente auf einer Buchseite anzubieten, da Studierenden so die Möglichkeit geboten wird, Buchelemente individuell wahrzunehmen und Beweise individuell zu konstruieren.

## Literatur

- Boero, P. (1999). *Argumentation and mathematical proof: A complex, productive, unavoidable relationship in mathematics and mathematics education*. International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof. <http://www.lettredelapreuve.org/OldPreuve/Newsletter/990708Theme/990708ThemeUK.html>
- Campbell, T. G. & Zelkowski, J. (2020). Technology as a Support for Proof and Argumentation: A Systematic Literature Review. *The International Journal for Technology in Mathematics Education*, 27(2), 113–124.
- Hanna, G., De Villiers, M., Arzarello, F., Dreyfus, T., Durand-Guerrier, V., Jahnke, H. N., Lin, F.-L., Selden, A., Tall, D. & Yevdokimov, O. (2012). ICMI Study 19: Proof and Proving in Mathematics Education: Discussion Document. In G. Hanna & M. De Villiers (Hrsg.), *Proof and Proving in Mathematics Education. The 19th ICMI Study* (S. 443–452). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-2129-6>
- Kirsten, K. (2021). *Beweisprozesse von Studierenden: Ergebnisse einer empirischen Untersuchung zu Prozessverläufen und phasenspezifischen Aktivitäten*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-32242-7>
- Klein, F. (2016/1908). *Elementary Mathematics from a Higher Standpoint*. Springer.
- Mayring, P. (2015). *Qualitative Inhaltsanalyse Grundlagen und Techniken* (12., überarbeitete Auflage). Beltz.