ZENDER, Joerg
Köln

Der Stärkste, der Schwächste oder der Durchschnitt? Was erklärt den Gruppenerfolg bei Mathtrails?

Das Arbeiten in Kleingruppen lohnt sich. So stellten Bertucci et al. (2010) fest, dass Schüler*innen in Kleingruppen bessere Ergebnisse erzielen als solche, die alleine arbeiten. Zu ähnlichen Ergebnissen kommen Laal & Ghodsi (2012) in ihrer Übersichtsstudie. Willis et al. (2002) konnten zeigen, dass die Kleingruppe eine der motivierensten Lernumgebungen darstellt, wenn es sich um eine kooperierende Gruppe handelt. Dabei steht immer wieder die Frage im Raum, wer macht die Arbeit? Wer profitiert? Mögliche Erklärungen wären beispielsweise: der beste macht die ganze Arbeit und der Rest lehnt sich zurück? Der Schwächste zieht die ganze Gruppe runter? Oder entsteht wirklich etwas gemeinsames, weil alle partizipieren?

Theoretischer Hintergrund

Schon Cohen (1994) hat Gelingensbedingungen für die Zusammenarbeit in Gruppen gefunden. Unter anderem, dass zu starke Instruktionen und eine zu starke Lehrer*innenrolle dem Problemlöseprozess innerhalb der Gruppe abträglich sind (ebd.), Kriterien, die auf die Durchführung eines Mathtrails mit MathCityMap gut passen (Gurjanow & Zender, 2023). Ein Mathtrail ist ein Wanderpfad entlang dessen Objekte liegen, an denen mathematische Probleme gelöst werden (Shoaf et al., 2004). MathCityMap ist ein System, mit dem man solche Mathtrails anlegen, verwalten und durchführen kann (Zender, 2019). Für Schüler*innen gibt es eine Karte, Aufgaben, Hilfetexte und eine Validierung der eingegebenen Lösungen. Das System unterstützt die weitgehend autonome Bearbeitung eines Mathtrails durch Schüler*innen.

Allgemein für den Mathematikunterricht konnte Mulryan (1994) durch Beobachtungen von Kleingruppen feststellen, dass die leistungsstarken Schüler*innen intensiver und länger an den Aufgaben arbeiten und mehr zur Lösung beitragen, die leistungsschwachen Schüler*innen hingegen mehr Fragen stellen. Die Hauptsorge aller Schüler*innen war, dass die Arbeit ungerecht aufgeteilt wird (ebd.). Ähnliche Ergebnisse berichten auch Koh & Hill (2009), die für die Online Zusammenarbeit von Gruppen feststellten, dass als zweitwichtigste Gelingensbedingung das *Teamwork* genannt wird (nach einem *Klaren Arbeitsauftrag*).

Hieraus leitet sich die Forschungsfrage ab: Was erklärt den Erfolg beim Absolvieren eines Mathtrails? Der beste einer Gruppe, der schlechteste oder der Durchschnitt aller Gruppenmitglieder?

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.
58. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
https://doi.org/10.37626/GA9783959873307.0

Methode

Für eine Studie kamen 323 Schüler*innen verschiedener 9ter Klassen aus dem Rhein-Main-Gebiet an die Goethe Universität und absolvierten zweimal einen Mathtrail. Von diesen Schüler*innen wurde im Vorfeld die allgemeine mathematische Leistung mittels eines leicht gekürzten VERA8 Tests erfasst, bei dem maximal 21 Punkte erreicht werden konnten (Zender, 2019). Diese Schüler*innen wurden in der Regel - unabhängig vom Vortestergebnis - in Dreiergruppen aufgeteilt und gingen mit einem vorbereiteten Smartphone mit der Software MathCityMap, Messwerkzeugen und einem Trailguide in Papierform los. Dabei wurden über die Smartphones verschiedene Daten erfasst, unter anderem auch die Anzahl richtig gelöster Aufgaben (ebd.).

Für die vorliegende Untersuchung wurden nur solche Gruppen von Schüler*innen einbezogen, bei denen für alle Gruppenmitglieder die Daten aus dem VERA8 Test vorlagen. Wenn aus einer Dreiergruppe die Daten von mindestens einem Gruppenmitglied fehlten, wurde die ganze Gruppe nicht mehr betrachtet. Weiterhin gab es zeitweise einen Ausfall der Smartphones, so dass von 25 Schüler*innen keine Daten aus dem Mathtrail vorliegen. Insgesamt bleiben an vollständigen Daten n=83 Gruppen übrig. Zusätzlich wurden diese Gruppen in zwei Untergruppen aufgeteilt, um die Forschungsfrage besser untersuchen zu können: Die leistungshomogenen Gruppen (zwischen dem besten und schlechtesten Test ist weniger als 20% Unterschied, n=41) und die leistungsheterogenen Gruppen (der Unterschied zwischen dem besten und dem schlechtesten Test beträgt 20% oder mehr, n=42).

Für diese Gruppen wurden jeweils der Maximale, der Minimale und der Durchschnittliche Punktewert aus dem VERA8 Test ermittelt. Weiterhin wurden die Anzahl der gelösten Aufgaben sowie die dafür erhaltenen Punkte erfasst. MathCityMap bewertet Aufgabenlösungen je nachdem wie dicht sie an der vorgegebenen Lösung liegen, also wie genau eine Gruppe gemessen und gerechnet hat. Für alle drei Merkmale, Max, Min, Mean und Ergebnis Punkte und Anzahl der Aufgaben, wird mithilfe des Pearson-Korrelationskoeffizient *r* das Zusammenhangsmaß bestimmt. Der Pearson-Korrelationskoeffizient kommt hier zur Anwendung, da die Skalen metrisch sind.

Ergebnisse

Betrachtet man den Zusammenhang zwischen den Testergebnissen und dem Abschneiden beim Mathtrail auf individueller Ebene, so ergibt sich ein Pearson's *r* von nur .222, eine schwache Korrelation. Diese könnte beispielsweise dadurch verfälscht sein, dass leistungsstarke Schüler*innen zu guten Trail Ergebnissen führen, die schwachen aus der Gruppe dann aber auch diese Punktzahl bekommen. Es lohnt sich ein Blick auf die möglichen Prädiktoren.

Über die Gesamtzahl der Gruppen betrachtet, liegen die Korrelationen bei allen drei vermuteten Prädiktoren eher niedrig (siehe Tabelle 1)

Prädiktor	Max	Mean	Min
Punkte	.271	.292	.270
Aufgaben	.229	.259	.252

Tabelle 1: Prädiktoren und Erfolg im Mathtrail mit Pearson's r über alle Gruppen.

Betrachtet man nun die leistungshomogenen und die -heterogenen Gruppen im Vergleich, so werden die Unterschiede auffällig: bei den homogenen Gruppen korrelieren die Werte stärker miteinander (siehe Tabellen 2 und 3).

Prädiktor	Max	Mean	Min
Punkte	.398	.380	.362
Aufgaben	.329	.323	.319

Tabelle 2: Prädiktoren und Erfolg im Mathtrail mit Pearson's r für homogene Gruppen.

Prädiktor	Max	Mean	Min
Punkte	.199	.203	.156
Aufgaben	.198	.190	.154

Tabelle 3: Prädiktoren und Erfolg im Mathtrail mit Pearson's r für heterogene Gruppen.

Zuletzt noch ein Vergleich der Gruppen: schnitten die heterogenen Gruppen im VERA8 Test leicht besser ab, erreichen die homogenen Gruppen im Schnitt leicht mehr Punkte und schaffen leicht mehr Aufgaben. Allerdings zeigt sich bei keinem der Merkmale eine Signifikanz (siehe Tabelle 4).

	VERA8	Punkte	Aufgaben
Homogen	12,5	452	5,8
Heterogen	12,9	423	5,4

Tabelle 4: Vergleich der beiden Gruppen, homogen und heterogen, Durchschnitte.

Diskussion

Bezugnehmend auf die Forschungsfrage liefert der Prädiktor "Mean" also der Durchschnittswert der Leistungen einen leicht besseren Zusammenhang als die anderen beiden (siehe Tabelle 1). Dies wird gestützt durch den Vergleich der Untergruppen. Die homogene Gruppe, bei der also alle Mitglieder nahe am Durchschnitt sind, löst nicht nur mehr Aufgaben und erzielt so mehr Punkte, der Zusammenhang zwischen allen Prädiktoren und der Leistung im Mathtrail ist deutlich ausgeprägter als bei den heterogenen Gruppen.

Eine mögliche Erklärung ist, dass Teams aus in etwa gleichstarken Mitgliedern besser zusammenarbeiten und damit insgesamt den Erfolg der Gruppe besser voranbringen als einzelne starke Mitglieder in heterogenen Gruppen. In den homogenen Gruppen ist die Arbeit potenziell gerechter verteilt, oder zumindest fühlt es sich für die Schüler*innen so an, was für die Motivation ganz entscheidend ist (vgl. Mulryan, 1994). Der Erfolg bei der Bearbeitung eines Mathtrails hängt anscheinend davon ab, wie gut die Gruppe zusammenarbeitet. Allerdings sind die Zahlen hier klein und liefern nur erste Hinweise. Bei der Zusammenstellung von Gruppen wäre eine Empfehlung an Lehrkräfte vor allem leistungshomogene Gruppen zusammen zu stellen.

Es wäre spannend zu untersuchen, in wie weit eine Selbstauskunft der Gruppenmitglieder, wie stark sie sich in die Gruppenarbeit eingebracht haben und wie sie die anderen wahrnehmen, mit dem Erfolg im Mathtrail zusammenhängt. Ebenso wäre eine Untersuchung spannend, die ähnliche Aufgaben wie aus dem Mathtrail als Modellierungsaufgaben auf dem Papier in Kleingruppen im Klassenkontext bearbeiten lässt, ob sich ähnliche Effekte einstellen.

Literatur

Bertucci, A., Conte, S., Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (2010). The impact of size of cooperative group on achievement, social support, and self-esteem. *The Journal of General Psychology: Experimental, Psychological, and Comparative Psychology*, 137(3), 256-272.

Cohen, E. G. (1994). Restructuring the classroom: Conditions for productive small groups. *Review of educational research*, 64(1), 1-35.

Gurjanow, I., & Zender, J. (2023). MathCityMap: Navigieren, Messen, Notieren - und Lernen? *Beiträge zum Mathematikunterricht 2022: 56. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 205.

Koh, M. H., & Hill, J. R. (2009). Student perceptions of groupwork in an online course: Benefits and challenges. *International Journal of E-Learning & Distance Education/Revue internationale du e-learning et la formation à distance*, 23(2), 69-92.

Laal, M., & Ghodsi, S. M. (2012). Benefits of collaborative learning. *Procedia-social and behavioral sciences,* 31, 486-490.

Lavy, S. (2017). Who benefits from group work in higher education? An attachment theory perspective. *Higher Education*, 73, 175-187.

Mulryan, C. M. (1994). Perceptions of intermediate students' cooperative small-group work in mathematics. *The Journal of Educational Research*, 87(5), 280-291.

Segura, C., Ferrando, I., & Albarracín, L. (2023). Does collaborative and experiential work influence the solution of real-context estimation problems? A study with prospective teachers. *The Journal of Mathematical Behavior*, 70, 101040.

Shoaf, M.-M., Pollak, H. O. & Schneider, J. (2004). *Math Trails*. COMAP.

Willis, S. C., Jones, A., Bundy, C., Burdett, K., Whitehouse, C. R., & O'neill, P. A. (2002). Small-group work and assessment in a PBL curriculum: a qualitative and quantitative evaluation of student perceptions of the process of working in small groups and its assessment. *Medical Teacher*, 24(5), 495-501.

Zender, J. (2019). *Mathtrails in der Sekundarstufe I: Der Einsatz von MathCityMap bei Zylinderproblemen in der neunten Klasse.* WTM-Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien.