

Inge SCHWANK, Osnabrück

Wenn Würfelspielen schwer fällt . . . zur Bedeutung von Ereignissen für das Rechnenlernen

– Vorstellung der Mathematischen Spielwelt ZARAO

1. Ausgangslage

Am Treffpunkt „Mathe-Magie“: Mathematische Frühförderung werden seit gut zehn Jahren Aktionen für Kinder zur Förderung und Forderung ihrer mathematischen Fähigkeiten durchgeführt. Regional am Bekanntesten ist die Zwergen-Mathe-Olympiade, die jährlich für die 3. Klassen der Grundschulen in Stadt und Landkreis Osnabrück angeboten wird (Knochenwefel 2001, Schwank 2008, 2012). In den letzten Jahren hinzugekommen ist ein verstärktes Engagement im Vorschulbereich. Im Spannungsverhältnis des Verhaltens von einerseits mathematisch interessierten und begabten Kindern und andererseits Kindern mit großen Schwierigkeiten beim Einstieg in die Welt des Operierens mit Zahlen konnten Ideen ausgeschärft und Mathematische Spielwelten entwickelt und erprobt werden, die Kinder im Aufbau geeigneter zahlbezogener Vorstellungen sowie bei der Entwicklung mathematisch-logischen Denkens unterstützen (Schwank 2010a,b, 2011a,b,c; Schmidt 2012; Brückel 2013).

2. Funktional-logisches versus prädikativ logisches Denken

Untersuchungen zur Bearbeitung von APM-Aufgaben (Raven 1965) und zum Umgang mit Dynamischen Labyrinthen (Cohors-Fresenborg 1976), die in Deutschland und Indonesien ihren Anfang nahmen, führten zur Unterscheidung zwischen funktional-logischem und prädikativ-logischem Denken (Schwank 2003, 2009). Ursprünglich war die Rede von funktionalen und prädikativen kognitiven Strukturen gewesen (Schwank 1996). Später zeigte sich, dass sich ein Defizit im funktional-logischen Denken nachteilig auf den Einstieg in das inhaltlich gehaltvolle Operieren mit Zahlen auswirken, eine besondere Befähigung zu diesem Denkstil dagegen zu besonders guten Leistungen führen kann (Schwank 2008). Dies war uns wichtige Veranlassung zur Entwicklung mehrerer Mathematischer Spielwelten, in denen Figuren als Handlungsträger eine prominente Rolle spielen (Schwank 2013).

3. Zahlenstrahl und Umgang mit der Zahl Null

In einer gegenstandsbezogenen Welt ist es schwierig, beim Vorwärtszählen die Zahl Null einzuführen (Schwank 2010c). Zunächst gibt es nichts z. B. auf dem Tisch, von was es nichts gibt, ist nicht zu sehen. Dann gibt es z. B.

einen Teller, dann zwei Teller, etc. Passend zu einer gegenstandsbezogenen Anknüpfung werden in Schulbüchern die Zahlen von Eins bis Zehn eingeführt und dazu die Elemente von vorgegebenen Mengen ausgezählt. Manchen Kindern fällt bei einem solchen Durchzählen die Unstimmigkeit auf, dass von eins zu zwei nur *einmal* weitergezählt wird und es dennoch schon *zwei* Dinge sind.

Ein damit einhergehendes Problem zeigt sich beim Verstehen des Zahlenstrahls (Abb. 1, 2). Werden Striche gezählt, ergibt sich eine andere Anzahl als wenn die Aktionen des Vorwärtzählens gezählt werden. Selbst bei Kindern, die an unserer Zwergen-Mathe-Olympiade teilnehmen, werden damit verbundene Probleme sichtbar (Abb. 3).



Abb. 1: „Zahlenstrahl“
Striche beginnend beim ersten Strich werden abgezählt.

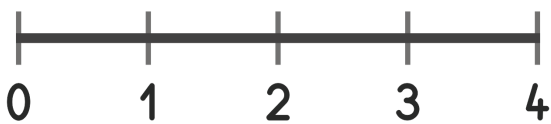


Abb. 2: „Zahlenstrahl“
Vorwärtsschritte beginnend bei Null, dem Start der Ereignisse, werden abgezählt.

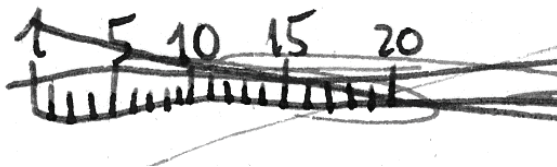


Abb. 3: Versuch der Benutzung eines Zahlenstrahls bei der Zwergen-Mathe-Olympiade für Drittklässler.

Im Vorschulbereich ist dieses Problem bekannt beim Würfelspielen. Einigen Kindern fällt es schwer, sich auf die Bewegungen der Hüpffiguren einzulassen, stattdessen zählen sie eine Anzahl an Feldern ab, die zur gewürfelten Augenzahl passt, dies gerne beginnend bei dem Feld auf dem ihre Hüpffigur aktuell steht. Im Anfangsunterricht gehört zu den bekannten Fehlern bei einfachen Additionsaufgaben, dass einige Kinder die Ausgangszahl mitzählen, also wirf z.B. $6+3$ zu 6, 7, 8 und damit ergibt sich $6+3=8$.

4. Mathematische Spielwelt ZARAO

ZARAO ist eine Mathematische Spielwelt (Abb. 4), in – der passend zur später zu erlernenden dezimalen Schreibweise von Zahlen – die Zahlen von Null bis Neun eingeführt werden. Dabei geht es eher um „Wie oft?“ statt um „Wie viele?“. Gezählt werden vorrangig die Hüpfbewegungen der Figuren. Manche Figuren bewegen sich auf den treppenförmig auf Seilen angeordneten Kugeln, andere Figuren bewegen sich auf dem davor liegenden

Weg. Dieser Weg enthält keine Markierungen, die zum Zählen Anlass geben könnten. Vielmehr gilt es sich an den Hüpfbewegungen und den dahinter liegenden Seilen / Kugeln zu orientieren. In einer Spielvariante kann ein Würfel benutzt werden, der mit der Hüpfrichtung nach oben / nach unten bzw. weiter weg vom Startplatz / näher zurück zum Startplatz und bestimmten Anzahlen, wie oft gehüpft werden soll, bemalt ist.

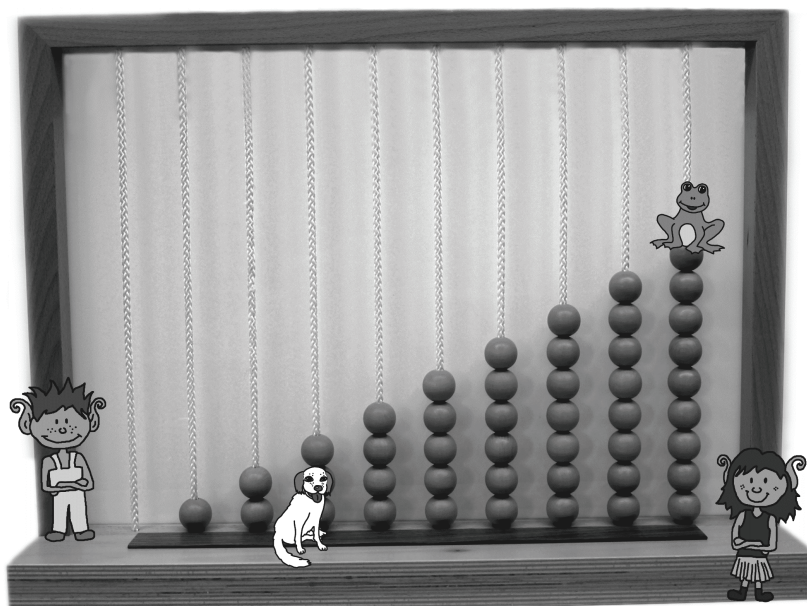


Abb. 4: Mathematische Spielwelt ZARAO. Die Kugeln sind von null bis neun Kugeln angeordnet. Der Frosch ist vom Startplatz aus neunmal gehüpft. Am Startplatz zu sein, bedeutet zunächst, noch keinen Hüpf gemacht zu haben. Der Hund ist auf dem Weg dreimal vorwärts gehüpft. Eine Frage könnte lauten, wie oft der Frosch zurück hüpfen muss, damit er dem Hund z.B. zuwinken oder zu ihm einen Ball direkt nach unten werfen kann. Die Trolle Hüppi und Hüppa sind derzeit Zuschauer, können sich aber auch mit Hüpfen am Spiel beteiligen.

Wichtig ist, dass den Kindern weniger eine *Objekt-Sicht* als vielmehr eine *Prozess-Sicht* nahegelegt wird. »+1«, »-1« sind Vorgänge. Insofern spielen die Hüpfbewegungen der Spielfiguren die zentrale Rolle. Ausgehend von diesen beiden Aktionen des Vorwärts- und Zurückhüpfens können weitere Additions- und Subtraktionsaufgaben angebahnt werden. Als ikonische Darstellung bietet sich der bekannte Zahlenstrahl an (Schwank in Arbeit).

Literatur

- Brückel, L. (2013): Förderung des arithmetischen Denkens von schulpflichtigen, aber nicht schulfähigen Kindern. Münster: WTM.
- Cohors-Fresenborg, E. (1976): Dynamische Labyrinth. Didaktik der Mathematik. 1-21.
- Knochenwefel, A. (): Zwergen-Mathe-Olympiade 2001. Umsetzung von Ideen zur mathematischen Frühförderung. Unveröffentlichte Staatsarbeit. Universität Osnabrück.
- Raven, J. C. (1965): Advanced progressive matrices. Sets I and II. London: Lewis.

- Schmidt, A. (2012): Initiierung eines aktionsgebundenen Zahlverständnisses – Eine empirische Studie mit 6-7-jährigen Vorschulkindern im Treffpunkt „Mathematische Frühförderung“ der Universität Osnabrück. Unveröffentlichte Master-Arbeit. Universität Osnabrück.
- Schwank, I. (in Arbeit): ZARAO – Mathematische Spielwelt zur Zahlraumorientierung. Förderung eines ereignisgebundenen Zahlverständnisses für Vorschulkinder mit Nutzung eines Weges als unbeschrifteten Zahlenstrahl. Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.
- Schwank, I. (in Arbeit): Mathematik von Anfang an richtig! Handreichungen für die Beschäftigung mit Erstarithmetik im Vorschulbereich. Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.
- Schwank, I. (2013): Einblicke in mathematische Spielwelten – Mathematisch-logisches Denken will erlernt werden. 英格博士教授：认识数学的游戏世界 – 数学的逻辑思维是可以学习的。(Deutsch-chinesischer Reader). Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.
- Schwank, I. (2012): Zwergen-Mathe-Olympiade 2001-2012. Aufgabenauswahl. Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.
- Schwank, I. (2011a): Mathematisches Grundverständnis: Denken will erlernt werden. In H. Keller (Hg.): Handbuch der Kleinkindforschung. 4. korrigierte, überarbeitete und erweiterte Auflage. 1154-1174. Bern: Huber.
- Schwank, I. (2011b): Erlebniswelt Zahlen – Erstunterricht mit der Rechenwendeltreppe. Arbeitsheft für Schülerinnen und Schüler. Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.
- Schwank, I. (2011c): Arithmetisches Denken pflegen. Beiträge zum Mathematikunterricht 2011. 795-798. Münster: WTM.
- Schwank, I. (2010a): Erlebniswelt Zahlen – Spielereien mit der Rechenwendeltreppe für Vorschulkinder. Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.
- Schwank, I. (2010b): Zahlentheater – Spiele mit Holzfiguren zur Vorbereitung der Schulschrift (mit Anwendung am Zahlenstrahl). Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.
- Schwank, I. (2010c): Vom Umgang mit dem Nichts als Zahl und anderen Ideen. In S. Kliemann (Hg.): Diagnostizieren und Fördern. 129-141. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Schwank, I. (2009): Mädchen und Jungen fördern – Kognitive Grundlagen kennen. kleiner – Magazin für die Grundschule. Nr. 23. Juli 2009. 3-5. Cornelsen.
- Schwank, I. (2008): Mathematiklernen: Die verkannte Bedeutung des sprachlosen Denkens. In S. Kliemann (Hg.): Diagnostizieren und Fördern in der Sekundarstufe I – Schülerkompetenzen erkennen, unterstützen und ausbauen. 174-185. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Schwank, I. (2003): Einführung in funktionales und prädikatives Denken. In I. Schwank: ZDM-Themenheft "Zur Kognitiven Mathematik", Zentralblatt für Didaktik der Mathematik. 35(3), 70-78.
- Schwank, I. (1996): Zur Konzeption prädikativer versus funktionaler kognitiver Strukturen und ihrer Anwendung. ZDM-Analysenheft "Deutsche psychologische Forschung in der Mathematikdidaktik". Zentralblatt für Didaktik der Mathematik. 6, 168-183.