Judit HARTKENS, Dortmund

# Reflexive Wissenskonstruktionsprozesse in argumentativ geprägten Unterrichtsgesprächen

Die Fähigkeit, über eigene und fremde mathematische Deutungen zu reflektieren, eröffnet Lernenden die Möglichkeit, neues mathematisches Wissen zu konstruieren (Nührenbörger, 2009; Schülke, 2013). Schülke (2013) arbeitet in ihrer Studie über reflexive Wissenskonstruktionsprozesse von Kindern zu Beginn der Grundschulzeit ein Konzept zur Initiierung und Rekonstruktion mathematischer Reflexion im Sinne eines Standpunktwechsels heraus, das Ausgangspunkt der folgenden Überlegungen ist.

## 1. Mathematische Reflexion als Standpunktwechsel

Schülke (2013, 52) definiert „'mathematische Reflexion' als eine kognitive Aktivität, ein Denkprozess im Sinne eines *Standpunkt- bzw. Perspektivwechsels*, auf dessen Grundlage Umdeutungsprozesse stattfinden." (Hervorhebungen i.O.). Sie beschreibt so Situationen, in denen ein Kind die mathematischen Deutungen einer anderen Person nachvollzieht und beschreibt. Aus epistemologischer Perspektive zeigt sich hier der spezifische Charakter *reflexiver* Umdeutungen. Denn diese zeichnen sich dadurch aus, dass in Folge eines Standpunktwechsels eine zuvor gedeutete mathematische Beziehung (weiter-)entwickelt wird. Im Anschluss an Steinbring (2005) stellen solche reflexiven Umdeutungsprozesse mathematische Wissenskonstruktionsprozesse dar.

Freudenthal (1983) weist auf einen weiteren Aspekt mathematischer Reflexion hin: Demnach handelt es sich bei der Reflexion zunächst um ein „Sichwiderspiegeln im anderen, um ihn zu durchschauen, zu erforschen" (Freudenthal, 1983, 491). Hierauf folgt dann „ein Reflektieren über sich selber" (ebd.). Dieser Prozess des Reflektierens ist eng mit dem mathematischen Begründen verknüpft: Einerseits eröffnet die Reflexion über mathematische Beziehungen das Potential, diese zu begründen, andererseits zeigt sich der reflexive Gedankenprozess erst im Zuge des Begründens (Abb. 1).

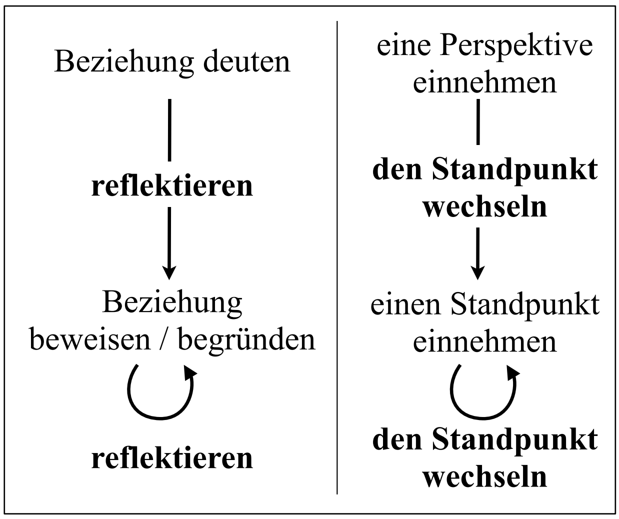


Abb. 1: Reflexion und Argumentieren/Deuten

In dem hier vorgestellten Forschungsprojekt soll herausgestellt werden, wie im Mathematikunterricht der Grundschule Gelegenheiten zum Reflektieren initiiert und von den Kindern genutzt werden und inwiefern Reflexionsprozesse im Zuge des Argumentierens herausgestellt werden können.

## 2. Design der Studie

In zwei aufeinanderfolgenden Schuljahren (3. und 4. Klasse) wurden jeweils drei Unterrichtsreihen durchgeführt, deren Gestaltung darauf ausgerichtet war, Standpunktwechsel anzuregen (vgl. Hartkens, 2011). Sowohl Klassengespräche als auch Arbeitsphasen wurden videografiert und ausschnittweise transkribiert.

Um erfolgte *Standpunktwechsel* zu rekonstruieren, werden die eingenommenen Perspektiven und Standpunkte analysiert und Zusammenhänge herausgearbeitet. Hierzu wird die epistemologisch orientierte Analyse (Steinbring, 2005) genutzt, mit deren Hilfe die *Perspektiven* in Form von Deutungen rekonstruiert werden können. Die entwickelten *Standpunkte* werden mit Hilfe der funktionalen Argumentationsanalyse (Schwarzkopf, 2000) als Argumente rekonstruiert.

## 3. Erste Ergebnisse

Die bisherigen Analysen haben gezeigt, dass sowohl in Arbeitsphasen als auch in Klassengesprächen Standpunktwechsel erfolgen. Diese Standpunktwechsel lassen sich in drei Kategorien einteilen (Abb. 2), deren Bezeichnung von Freudenthal (1983) übernommen wurde. Die Kategorien werden anhand von Beispielen verdeutlicht.

| anderer SP / Umgebung | fremder Standpunkt | eigener Standpunkt aus fremder Perspektive |
|---|---|---|
| gleich | Richtwechsel | Reziprokwechsel |
| unterschiedlich | Parallelwechsel | |

Abb. 2: Übersicht über Standpunktwechsel-Kategorien (SP: Standpunkt)

*Richt- und Reziprokwechsel*

Das erste Beispiel stammt aus einer Unterrichtsstunde über Zahlenstreifen (Abb. 3) (vgl. Steinbring, 1995). Die Partnerkinder Jochen und Jarik finden in Einzelarbeit Zahlenstreifen mit konstanter Additionszahl, deren Zielzahl nicht größer ist als 25. Dazu notieren sie Beobachtungen und begründen diese.

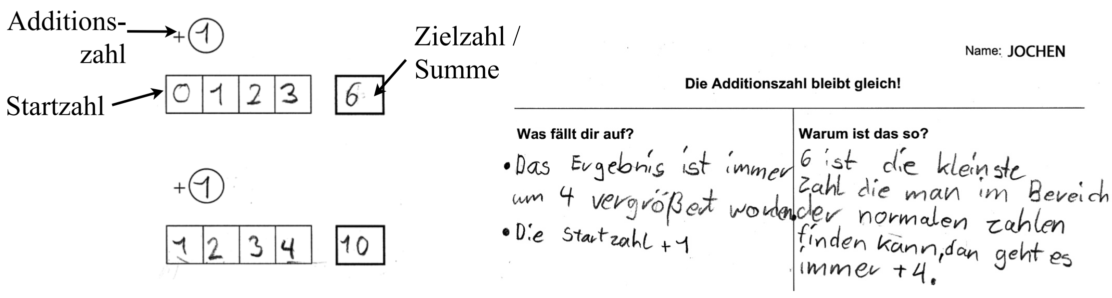


Abb. 3: Erläuterung „Zahlenstreifen“ / Jochens Arbeitsblätter (Ausschnitt)

Zu Beginn der Partnerarbeit entwickelt sich ein Gespräch über Jochens Begründung, welche Jarik als „unlogisch“ bezeichnet. Jochen führt daraufhin sein Argument, d.h. seinen *Standpunkt*, genauer aus: „Jetzt wird immer plus vier gerechnet. Jetzt wird die ehm mm mm Reihe fortgesetzt, weil es sind immer vier hier (*fährt über den oberen Zahlenstreifen*) also muss jedes jede in jedes Feld kommt wieder ein einer dazu (*zeigt nacheinander auf die Felder*).“ Anders als sein Partner deutet Jarik die Veränderung um eins in jedem Feld als begründungsbedürftig und interpretiert Jochens Argument entsprechend um: „Also du meinst das so, die ehm vier wird immer in plus also die plus vier wird in vier mal plus eins aufgeteilt?“ Aus dieser Äußerung ist zu erkennen, dass Jarik Jochens, für ihn *fremden Standpunkt* mit seiner eigenen Perspektive verbindet und so über die Beziehung zwischen zwei Zahlenstreifen reflektiert. Diese Art des Standpunktwechsels wird *Richtwechsel* genannt.

Für Jochen ergibt sich nun die Möglichkeit zu einem *Reziprokwechsel*. Er kann sich damit auseinandersetzen, wie Jarik ihn verstanden hat. Ob Jochen diese Reflexion tatsächlich gelingt, kann nicht geklärt werden, da er sehr knapp antwortet: „Ja sozusagen.“

*Parallelwechsel*

Bei den beiden bisher thematisierten Standpunktwechseln beziehen sich die verschiedenen Perspektiven und Standpunkte auf mathematische Zeichen in derselben *Umgebung*, da es sich um dieselben Zahlenstreifen handelt. Dies ist in der folgenden Szene nicht der Fall. Sie stammt aus einer Unterrichtsreihe, in der untersucht wird, wie Zahlen sich verändern, wenn in der Stellentafel Plättchen verschoben werden. Während einer Partnerarbeitsphase haben die beiden Schüler Jens und Jarik die Aufgabe, ein Zahlenpaar mit der Differenz 999 zu konstruieren (Abb. 4).

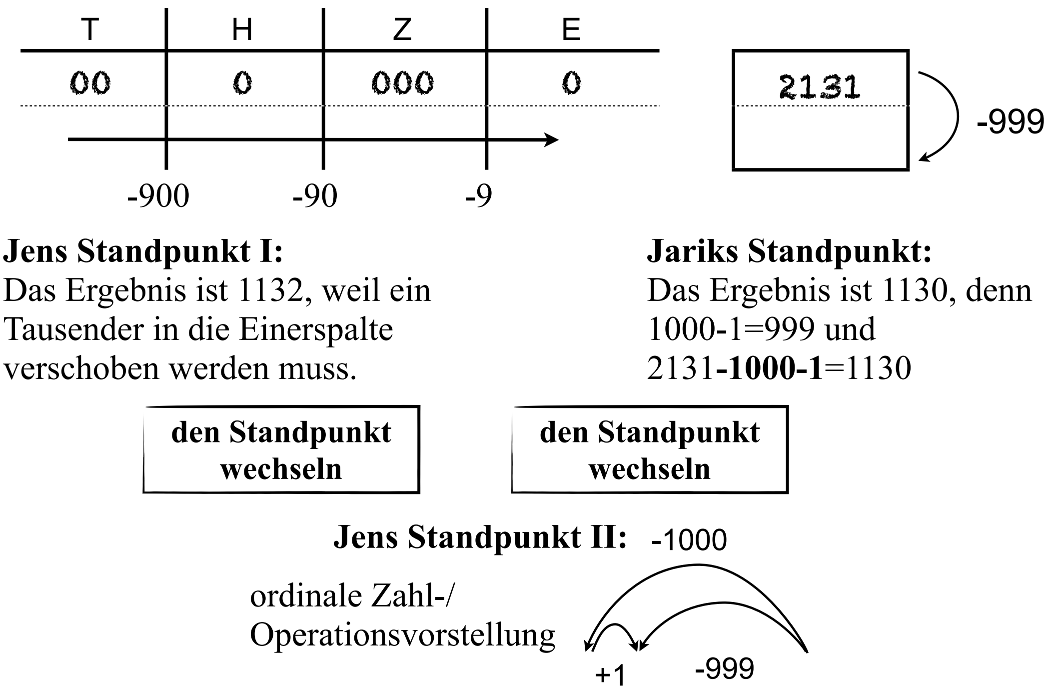


Abb. 4: Zahlenpaar mit Differenz -999: Standpunkte und Standpunktwechsel

Auslöser für die Reflexion ist hier eine Uneinigkeit über die zweite Zahl des Zahlenpaares, weil diese dazu führt, dass die Schüler unterschiedliche Standpunkte einbringen. Jens stützt sich auf die bisherigen Erkenntnisse über Beziehungen in der Stellentafel, während Jarik diese nicht beachtet, sondern versucht eine passende Rechnung aufzustellen. Die Schüler sind zunächst nicht in der Lage, ihre beiden Standpunkte, die in *parallelen Umgebungen* eingenommen werden, miteinander in Beziehung zu setzen, obwohl sie die Standpunkte des jeweils anderen nachvollziehen können. Sie kommen zur Lösung, als Jens einen weiteren Standpunkt einbringt. Diesen hat er im regulären Unterricht, d.h. in einer weiteren *parallelen Umgebung*, entwickelt. Er überlegt sich, wie er mit Hilfe einer ordinalen Operationsvorstellung die Rechnung -999 geschickt lösen würde: „Wir brauchen jetzt plus eins Jarik. Wir sind ja schon zu weit (*zeichnet einen Bogen von rechts nach links in die Luft*), wir haben ja schon zu viel abgezogen." Er vollzieht hier einen Standpunktwechsel, indem er sein Wissen über geschicktes Rechnen auf die Stellentafel bezieht. Auch Jarik kann diesen neuen Standpunkt auf seinen eigenen beziehen und so über die betrachtete Zahlbeziehung reflektieren. Er stimmt Jens zu und kann nun eine Beziehung zwischen den formalen Rechnungen und der Stellentafel herstellen: „Ja klar, da [*in der Einerspalte*] müssen wir plus eins."

## 4. Ausblick

In den beiden vorgestellten Gesprächen wird durch eine Irritation mathematische Reflexion ausgelöst. Diese entsteht in der ersten Szene durch die Ablehnung eines schriftlich formulierten Standpunktes und in der zweiten Szene durch die Uneinigkeit über ein (Rechen)Ergebnis. Die bisherigen Analysen zeigen jedoch, dass nicht jede Strittigkeit zu mathematischer Reflexion führt. Während durch die entwickelte Unterrichtsorganisation erreicht werden kann, dass Standpunkte anderer Kinder nachvollzogen werden, sind weitere Bedingungen erforderlich, damit die verschiedenen Standpunkte auch aufeinander bezogen und weiterentwickelt werden. Deshalb zielen die weiteren Analysen darauf ab, diese auslösenden Faktoren genauer zu beschreiben.

## Literatur


Freudenthal, H. (1983): Wie entwickelt sich reflexives Denken? In: Neue Sammlung, 23, 485-497.

Hartkens, J. (2011): Reflexion durch Gespräche. In: Grundschule, 11, 20-23.

Nührenbörger, M. (2009): Interaktive Konstruktion mathematischen Wissens. In: Journal für Mathematikdidaktik, 30(2), S. 147-172.

Schülke, C. (2013): Mathematische Reflexion in der Interaktion von Grundschulkindern. Münster: Waxmann.

Schwarzkopf, R. (2000): Argumentationsprozesse im Mathematikunterricht. Hildesheim, Berlin: Franzbecker.

Steinbring, H. (1995): Zahlen sind nicht nur zum Rechnen da! In G. N. Müller & E. C. Wittmann (Hrsg.): Mit Kindern rechnen. Frankfurt a. M.: AK Grundschule, 225-239.

Steinbring, H. (2005): The construction of new mathematical knowledge in classroom interaction - An epistemological perspective. New York: Springer.