

THOMAS, Charlott; WENDT, Maria & WUNSCH, Antonia
Potsdam, Dresden, Flensburg

MS 08 - Kombinatorik von Klassenstufe 1 bis 12

Die Kombinatorik beschäftigt sich mit der Analyse diskreter, endlicher Mengen oder Strukturen und befasst sich mit der Anordnung von Objekten innerhalb einer Menge nach bestimmten Regeln. Studien zeigen, dass bei Lernenden (Herzog et al., 2017) und Lehrkräften Schwierigkeiten beim Lösen kombinatorischer Aufgaben vorliegen (Annin & Lai, 2010). Hefendehl-Hebeker und Törner (1984) führen dies auf ein unzureichendes Verständnis der kombinatorischen Konzepte und Operationen zurück. Dieses fehlende Verständnis könnte langfristig zu einem nicht oder fehlerhaften Lösen kombinatorischer Fragestellungen führen. Jedoch spielt die Kombinatorik in verschiedenen Anwendungsbereichen eine wichtige Rolle (z. B. Naturwissenschaften und Wahrscheinlichkeiten) und kann allgemeine mathematische Fähigkeiten sowie reichhaltiges mathematisches Denken fördern (Lockwood et al., 2020). Spätestens seit der curricularen Verankerung 2004 durch die KMK sollten kombinatorischen Problemen und die Behandlung dieser im Unterricht und auch in der Forschung mehr Aufmerksamkeit zukommen.

In der Forschungsliteratur werden die Bereiche *Aufgaben*, *die Personen selbst* und *Unterricht* beschrieben, die das Lösen von kombinatorischen Aufgaben beeinflussen (z. B. Lamanna et al., 2022). Auf Aufgabenebene wurde gezeigt, dass die kombinatorische Figur (Permutation, Variation und Kombination), das kombinatorische Modell (Selektion, Distribution und Partition) (z. B. Lamanna et al., 2022) sowie die Art der zu kombinierenden Elemente (z. B. Fischbein & Gazit, 1988) Einfluss auf die Bearbeitung haben. Im Beitrag von Marlene Krüger und Birte Pöhler werden die (Kombinatorik-)Aufgaben in Schulbüchern der Klassenstufen eins bis zehn mittels qualitativer Inhaltsanalyse bzgl. der verschiedenen Darstellungsebenen untersucht.

Im Bereich der Personen selbst wurde gezeigt, dass ältere Lernende kombinatorische Aufgaben erfolgreicher lösen als jüngere, da sie meist strukturierter vorgehen (Piaget & Inhelder, 1975) und Vorwissen den Lösungsprozess beeinflusst (Fischbein & Gazit, 1988). Die Personenebene verknüpft Charlott Thomas und Birte Pöhler in einer quantitativen Studie im Sekundarbereich II. Diese zeigt, ob Lernende zu einer kombinatorischen Gleichung eine adäquate Rechengeschichte formulieren können und welchem kombinatorischen Modell diese entsprechen.

Auf Ebene des Unterrichts stellte sich heraus, dass Lehrkräfte ebenfalls Probleme haben, kombinatorische Aufgaben zu lösen (Annin & Lai, 2010),

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.

58. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
<https://doi.org/10.37626/GA9783959873307.0>

sodass deren Wissen das der Lernenden bedingt. Daran anknüpfend diskutiert Grit Kurtzmann einen Unterrichtsvorschlag für die Grundschule zur Einführung der Kombinatorik. Dieser soll fachliche Unsicherheiten der Lehrkräfte im Kombinatorikunterricht minimieren sowie eine spirallcurriculare Behandlung kombinatorischer Fragestellungen ermöglichen. Für den Kombinatorikunterricht in der Sekundarstufe erörtert Regula Krapf eine neue Idee der Beweisführung für die Summenformeln mit Binomialkoeffizienten. Diese Pfeiljagd im Pascal'schen Dreieck könnte Lernende durch die visuelle Herangehensweise befähigen Beweise zu entdecken und zu verstehen.

Die Beiträge im Minisymposium liefern einzelne Erkenntnisse, hinsichtlich der Einflussfaktoren Person und Aufgaben sowie Ideen für die Behandlung im Unterricht. Jedoch wird ebenso ein großes Forschungsdesiderat im Bereich der Kombinatorik über alle Schulstufen hinweg deutlich. Weitere Untersuchungen sind erforderlich, die den Einfluss von (Schul-)Materialien sowie personale Faktoren auf den Lernerfolg analysieren.

Vorträge im Minisymposium

Kurtzmann, G.: Ideen für eine Linienführung zur Behandlung kombinatorischer Probleme in der Primarstufe

Krüger, M., Pöhler, B.: Einbindung von Darstellungsebenen in Kombinatorikaufgaben - Eine Schulbuchanalyse

Krapf, R.: Pfeiljagd im Pascal'schen Dreieck - Summenformeln mit Binomialkoeffizienten visuell beweisen

Thomas, C., Pöhler, B.: Analyse von Rechengeschichten kombinatorischer Figuren

Literatur

Annin, S. A., & Lai, K. S. (2010). Common errors in counting problems. *The Mathematics Teacher*, 103(6), 402–409.

English, L. D. (1991). Young children's combinatoric strategies. *Educational Studies in Mathematics*, 22(5), 451–474.

Fischbein, E., & Gazit, A. (1988). The combinatorial solving capacity in children and adolescents. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 20(5), 193–198.

Hefendehl-Hebeker, L., & Törner, G. (1984). Über Schwierigkeiten bei der Behandlung der Kombinatorik. *Didaktik der Mathematik*, 12(4), 245–262.

Herzog, M., Ehlert, A., & Fritz, A. (2017). Kombinatorikaufgaben in der dritten Grundschulklasse. Darstellung, Abstraktionsgrad und Strategieeinsatz als Einflussfaktoren auf die Lösungsgüte. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 38(2), 263–289.

Lamanna, L., Gea, M. M., & Batanero, C. (2022). Do secondary school students' strategies in solving permutation and combination problems change with instruction? *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 22(3), 602–616.

Lockwood, E., Wasserman, N. H., & Tillema, E. S. (2020). A case for combinatorics: A research commentary. *The Journal of Mathematical Behavior*, 59, 100783.

Piaget, J., & Inhelder, B. (1975). *The origin of the idea of change in children*. Routledge.