

Kaiser, Julia T.  
Essen

## **Sprachsensible Hochschullehre in der Mathematik am Beispiel der Graphentheorie - Ein Vergleich zweier Aufgabentypen**

Das Verstehen und die zielgerichtete Verwendung der Fachsprache Mathematik ist für viele Studierende nicht nur zu Beginn des Studiums eine große Herausforderung. Während sprachsensibler Fachunterricht im Fach Mathematik in der Schule etabliert ist, gibt es bisher nur erste Überlegungen zu Übertragungen in die Hochschullehre (vgl. Kaiser 2022, Büchter & Kaiser 2024). Da sich insbesondere die Art der Begriffsbildung und Argumentation sowie die zugehörigen fachbezogenen Kommunikationsprozesse im Mathematikunterricht der Schule und in Mathematikvorlesungen unterscheiden, ist eine solche auch nicht direkt möglich. Des Weiteren zeichnet sich die Fachsprache Mathematik der Hochschule insbesondere durch aussagenlogische Bestandteile, einen hohen Anteil symbolischer Elemente, spezielle fachsprachliche Redewendungen sowie einen hohen Anteil Fachvokabular, eine schnelle Begriffsentwicklung und die präzise fachsprachliche Bedeutung der Begriffe aus (vgl. Büchter & Kaiser, 2024).

Dabei soll bei der in diesem Beitrag vorstellten Untersuchung der Fokus auf die drei letztgenannten Aspekte gelegt werden und es werden zwei Aufgabentypen im Hinblick auf die Produktion von reichhaltigen Sprachprodukten verglichen.

### **1. Theoretischer Hintergrund**

Obwohl fachliches und sprachliches Lernen eng miteinander verknüpft ist, gibt es bisher nur wenige Ideen die Hochschullehre im Fach Mathematik unter expliziter Berücksichtigung des sprachlichen Lernens zu gestalten. Dabei bietet es sich an, exemplarisch die Graphentheorie als Lehr- und Lerngegenstand zu betrachten, da hier ein Zugang zur Begriffs- und Theorieentwicklung ohne viel konzeptuelles und prozedurales Wissen möglich ist. Die Fachsprache Mathematik zeichnet sich hier durch viele Fachwörter sowie eine schnelle Begriffsentwicklung aus und dennoch ist ein präziser Umgang mit den Begriffen nötig: wie zum Beispiel bei der Unterscheidung zwischen (geschlossenem) Kantenzug, Weg und Kreis - jeweils ist zu beachten, ob Startknoten und Endknoten identisch sind und ob alle Kanten des Kantenzugs verschieden sind. Weiterhin steht in der Graphentheorie die eigentliche Argumentationsstruktur im Vordergrund, da insbesondere keine rechnerische Komplexität vorliegt.

Für die Gestaltung fachbezogener Lehr-Lern-Prozesse ist Interaktion und damit sprachliche Kommunikation erforderlich. Allerdings muss über die kommunikative Funktion von Sprache hinaus auch deren kognitive Funktion berücksichtigt werden, sodass es sich anbietet sprachliches und fachliches Lernen zu koppeln. Da die Fachsprache der Mathematik an der Universität aber nicht nur als ein weiteres Register der Erstsprache, sondern als eine Fremdsprache, die es zu erwerben bzw. zu erlernen gilt, angesehen werden kann, sind weitere Perspektiven aus der Sprachdidaktik zu Spracherwerbsprozessen relevant (vgl. Büchter & Kaiser, 2024). Damit ist ein Ziel in Lehrveranstaltungen "die Anregung fachsprachlicher Kommunikation in authentischen Situationen" (ebd., S. 16). Als eine solche authentische Situation ist die Bearbeitung und Verschriftlichung von Übungsaufgaben zu sehen. Die untenstehende Tabelle liefert Kriterien, mit deren Hilfe die hier betrachteten Eigenschaften der Fachsprache Mathematik bei der Erstellung von Übungsaufgaben berücksichtigt werden können.

<b>Eigenschaft der Fachsprache</b>	<b>Sprachliche Anforderung an eine sprachensible Übungsaufgabe</b>
Hoher Anteil Fachvokabular	Klärung der Fachsprache
Schnelle Begriffsentwicklung	Erprobung und Abgrenzung der Begriffe
Präzise fachsprachliche Bedeutung	Umgang mit den Begriffen

Dazu wurden bestehende Übungsaufgaben nach den Kriterien in obiger Tabelle angepasst. So wurde beispielsweise in Aufgabe 1 nicht nur gefordert alle einfachen Graphen mit vier Knoten zu zeichnen, sondern die Studierenden mussten zuerst zwei zueinander isomorphe Graphen angeben, die Isomorphie begründen und außerdem ihre Strategie beim Finden aller einfacher Graphen mit genau vier Knoten beschreiben, um zuerst die Begriffsklärung zu unterstützen und dann die implizit enthaltene Aufforderung nach einer geeigneten Strategie zu explizieren.

## **2. Forschungsfragen und Konkretisierung des Designs**

Um einerseits zu sehen, wie konkrete sprachensible Übungsaufgaben aussehen, inwiefern sich obige Kriterien in der Lehrpraxis bewähren und andererseits das Potential zweier Aufgabentypen miteinander zu vergleichen, lauten die hier betrachteten Forschungsfragen:

FF 1: Wie sehen potentiell sprachensible Übungsaufgaben konkret aus?

FF 2: Inwiefern wird in diesen reichhaltig kommuniziert?

FF 3: Lassen sich Situationen für lernförderliche Rückmeldungen erkennen?

FF 4: Vergleich zweier Aufgabentypen: Erzeugen Aufgabenstellungen mit kognitiven Konflikten oder eine offene Aufgabenstellung reichhaltigere Sprachprodukte?

Dabei bezeichnet "reichhaltig", dass Fachsprache verwendet wird, unterschiedliche Aspekte angesprochen und zwischen ihnen differenziert werden und auch die Argumentationsstruktur expliziert wird.

In der Vorlesung "Diskrete Mathematik" für Studierende des Grundschullehramts ist ein Thema eine Einführung in die Graphentheorie. Es werden Begriffe wie (einfacher/zusammenhängender/vollständiger) Graph, Knoten, Grad, (geschlossener) Kantenzug, Weg, (eulerscher) Kreis und Isomorphie eingeführt. Dabei orientiert sich die inhaltliche Gestaltung dieses Vorlesungsteils an den Lehrbüchern von Beutelspacher (2014) sowie Hußmann und Westphal (2007). Für den ersten Teil der Untersuchung, zur Beantwortung von FF1 - FF3, werden bereits vorliegende Übungsaufgaben zur Graphentheorie unter Berücksichtigung obiger Kriterien bearbeitet und die schriftlichen Übungsabgaben der Studierenden mit einer qualitativen Inhaltsanalyse ausgewertet. Um Hinweise darauf zu erhalten, ob das Aufbringen kognitiver Konflikte oder die Offenheit in einer Aufgabenstellung reichhaltigere Sprachprodukte produziert, wird ein problemorientiertes Interview mit drei Interviewgruppen bestehend aus je zwei Studierenden zu einer neu konzipierten Aufgabe geführt, die den Begriff "Graph" reflektiert. Der Begriff "Graph" wird gewählt, da er einerseits grundlegend für die Graphentheorie ist und andererseits Hußmann und Westphal (2007) kein Problem in der Doppeldeutigkeit des Begriffs sehen: "Dass mit dem Begriff Graph in der Schule häufig Funktionsgraphen gemeint sind, sollte kein Hindernis sein. Aus dem Kontext heraus sieht man stets, welche Art von Graph jeweils gemeint ist" (S.8). Dies könnte aber dennoch zu Verständnisproblemen seitens der Studierenden führen. Zwei Gruppen bearbeiten zuerst Variante A und eine Gruppe zuerst Variante B der folgenden Aufgabe, die exemplarisch zeigt, wie sprachensible Übungsaufgaben aussehen können:

VARIANTE A: Nehmen Sie Stellung zur Aussage von Anna: "Ein Graph besteht aus Punkten und Linien, manchmal sind die Punkte mit Linien verbunden." Nehmen Sie Stellung zur Aussage von Ben: "Quatsch. Einen Graphen muss man in ein Koordinatensystem zeichnen und er beschreibt immer wie x- und y-Werte zusammenhängen. Was sind denn deine x-Werte?"

VARIANTE B: Erklären Sie einer Kommilitonin, die nicht an den Vorlesungen zur Graphentheorie teilnehmen konnte, was Graphen im Sinne der Graphentheorie sind und was nicht. Verwenden Sie dabei erst Alltagssprache, dann auch Fachsprache.

Insbesondere ist Variante A nicht nur in Alltagssprache formuliert und fordert so dazu auf, dies zu bemerken und zu korrigieren bzw. Fachsprache zu verwenden, sondern spricht im Gegensatz zu Variante B eine mögliche Schwierigkeit, die Abgrenzung zum Graphen in der Analysis, auch direkt an.

### 3. Exemplarische Ergebnisse und Ausblick

Eine erste exemplarische Beantwortung von FF 1 liefern die erstellten Übungsaufgaben. Die qualitative Auswertung der Studierendenbearbeitung zu Aufgabe 1 ergab vor allem reichhaltige Sprachprodukte zu den Begriffen isomorph und einfacher Graph. Lernförderliches Feedback bot sich etwa bei Verwechslung von einfach und zusammenhängend bzw. vollständig an, diese wäre ohne die Beschreibung des Vorgehens wahrscheinlich nicht aufgefallen. Bezüglich FF 4 ist die Stichprobengröße zu klein um eindeutige Ergebnisse zu erhalten, allerdings scheint für die Studierenden Variante A zugänglicher. Aber auch in Variante B haben die Studierenden sofort das Bedürfnis, über die "Graphen der Analysis" zu sprechen: "Ich glaube, bei Graph denkt wahrscheinlich jeder ohne die Vorlesung erstmal an so Koordinaten. - Also ich habe zuerst an Koordinatensysteme und diese Parabeln gedacht." Zwar können die Studierenden aus dem Zusammenhang sehen, welcher Art von Graph gemeint ist, aber eine genauere Abgrenzung der Begriffe und die Frage nach Gemeinsamkeiten und Unterschieden bietet großes Diskussionspotential - so wird z.B. herausgearbeitet, dass ein Graph in der Analysis das Schaubild einer Funktion ist und in der Graphentheorie bei einem Graph zwischen zwei Knoten keine weiteren Knoten liegen.

Insgesamt lässt sich sagen, dass die theoriebasiert entwickelten sprachsensiblen Übungsaufgaben hilfreich sein können, um das fachliche und sprachliche Lernen gleichzeitig zu unterstützen, da die Aufgaben sowohl eine vertiefte Auseinandersetzung mit der Fachsprache einfordern als auch Sprachprodukte initiieren, die Anlass zu lernförderlichen Rückmeldungen geben.

### Literatur

- Beutelspacher, A., & Zschiegner, M.-A. (2014). *Diskrete Mathematik für Einsteiger: Bachelor und Lehramt* (5. Auflage). Springer Fachmedien Wiesbaden.
- Büchter, A. & Kaiser, J. T. (erscheint 2024). Zur schriftlichen Verwendung von Fachsprache durch Mathematik-Studierende in der Studieneingangsphase – eine theoretische und empirische Bestandsaufnahme. *mathematica didactica*.
- Hußmann, S. & Lutz-Westphal, B. (2007). *Kombinatorische Optimierung erleben*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner.
- Kaiser, J. T. (2023). Anregen von Sprechanschlüssen im Mathematikstudium mit Fokus auf die Studieneingangsphase. In Härterich, J., Kallweit, M., Rolka, K., & Skill, T. (Hrsg.). *Hanse-Kolloquium zur Hochschuldidaktik der Mathematik 2021: Beiträge zum gleichnamigen Online-Symposium am 12. November 2021 aus Bochum*. WTM.