

SCHUBERT, Melanie & LUDWIG, Matthias
Frankfurt a. M.

Wie gut sind die Stützpunktvorstellungen von Flächengrößen?

Theorie

Die Entwicklung von Größenvorstellungen ist komplex und vielschichtig. So gehören zu den Größenvorstellungen nach Frenzel und Grund (1991) das Erkennen und Unterscheiden von Größenarten sowie bezüglich spezieller Größen das Kennen von Repräsentanten von Standardgrößen, das Beherrschen von Umrechnungen von Größenangaben sowie das Besitzen von Fähigkeiten im Messen, Schätzen und Überschlagen. Nach Ruwisch (2021) spricht man von einer Stützpunktvorstellung, wenn von Repräsentanten ein inneres Bild der Größenausprägung vorliegt und Repräsentanten werden als Stützpunkte bezeichnet, wenn eine Vernetzung mit anderen Stützpunkten gegeben ist. Dabei sind die Stützpunkte der Kern des Größenverständnisses, wobei das Größenverständnis als Vernetzung der Bausteine der Größenvorstellung angesehen werden kann. Nach Frenzel und Grund (1991) geschieht das Erzeugen von Vorstellungen von Größen dadurch, dass im Bewusstsein der Lernenden adäquate Abbilder von Größen entstehen, diese im Gedächtnis gespeichert und je nach Bedarf immer wieder reproduziert werden. Die Abbilder können bei den Lernenden individuell unterschiedlich sein. Joram et al. (1998) sind der Meinung, dass persönliche Stützpunkte dazu beitragen, eine Mental Measurement Line aufzubauen, welche für einen Schätzvorgang einprägsam und aussagekräftig ist.

Dem Beitrag liegt folgende Forschungsfrage zugrunde: Wie gut sind aktuell die Stützpunktvorstellungen von Flächengrößen bei Schülerinnen und Schülern? Eine Literaturrecherche ergab, dass es derzeit viele Studien gibt, die sich mit Stützpunktvorstellungen bei Längen- und Volumenmaßen beschäftigen (vgl. Heid, 2017). Eine Studie über Stützpunktvorstellungen bei Flächengrößen liegt in der aktuellen Literatur jedoch nicht vor.

Methode

2022 wurde eine Studie von 936 Lernenden an hessischen Gymnasien und Realschulen durchgeführt. Mit der Aufgabe „Notiere für jede Flächeneinheit ein Beispiel. Was hat eine Fläche von 1 mm^2 ? Was hat eine Fläche von 1 cm^2 ? Was hat eine Fläche von 1 dm^2 ? Was hat eine Fläche von 1 m^2 ?“ wurden die Stützpunktvorstellungen erhoben. Die Auswahl dieser vier Standardflächeneinheiten erklärt sich durch die Betrachtung der Gesamtstudie, welches als Messinstrument ein dreigeteiltes Schätzheft hatte. Nach den Stütz-

punktvorstellungen sollten die Flächengrößen der Draufsicht von Alltagsgegenständen (z.B. 5€-Schein, CD) ohne Abbildung geschätzt werden. Im dritten Teil sollten die Flächengrößen der Draufsicht von Alltagsobjekten, nun in Originalgröße abgebildet, geschätzt und die Schätzung erklärt werden. Dabei waren rechteckige, kreisförmige und krummlinig begrenzte Objekte zu bearbeiten. Während dieses schriftlichen Tests hatten die Lernenden nur einen Stift und das Schätzheft zur Verfügung. Weitere Hilfsmittel (Lineal, Geodreieck ...) wurden nicht verwendet bzw. waren für die Lernenden nicht sichtbar. An der Studie nahmen aus der Schulform Gymnasium 201 Mädchen Klasse 10, 171 Jungen Klasse 10, 202 Mädchen Klasse 7 und 214 Jungen Klasse 7 teil. Aus der Schulform Realschule nahmen 43 Mädchen Klasse 10, 34 Jungen Klasse 10, 36 Mädchen Klasse 7 sowie 35 Jungen Klasse 7 teil. Im Weiteren wird der Fokus auf die Auswertung der Stützpunktvorstellung gelegt.

Ergebnisse

Nach Beendigung der Erhebung wurden bei allen genannten Stützpunkten (z.B. Pixibuch für 1 dm^2) die wahren Größen durch Recherche ermittelt und als richtig oder falsch gewertet. Als falsch gewertet wurde ein Stützpunkt, wenn seine Flächengröße nicht der Norm DIN 1333 entsprach oder zu allgemein/unkonkret war. Folgend werden die einzelnen Standardgrößen mit ihren am häufigsten genannten Beispielen aufgeführt, wobei jeweils die Flächengröße der Draufsicht auf das gewählte Beispiel betrachtet wird.

Die Auswertung der Stützpunktvorstellungen ergab:

	1 mm^2	1 cm^2	1 dm^2	1 m^2
Anzahl der Lernenden mit richtig gewertetem Stützpunkt	397	290	235	491
Anzahl der Lernenden mit falsch gewertetem Stützpunkt	402	571	540	350
Anzahl der Lernenden, die keinen Stützpunkt nannten	137	75	161	95

Tabelle 1: Übersicht über als richtig oder als falsch gewertete Stützpunkte.

Insgesamt wurden 158 verschiedene Beispiele für die Größe 1 mm^2 gewählt, von denen 114 als falsch und 44 als richtig gewertet wurden. Dabei trat eine Stiftmine/-spitze mit 89 Nennungen am häufigsten bei den als richtig gewerteten Stützpunkten auf. Das Reiskorn (wahre Größe ca. 4 mm^2) wurde mit 43 Nennungen am meisten falsch genannt.

Im Bereich des Quadratzentimeters nannten 11,43 % weniger einen als richtig gewerteten Stützpunkt als bei Quadratmillimeter. 150 verschiedene Beispiele wurden für Quadratzentimeter genannt, von welchen 97 als falsch und 53 als richtig gewertet wurden. Der am häufigsten als richtig gewertete Stützpunkt war mit 88 Nennungen der Fingernagel. Die mit Abstand am meisten genannte falsche Antwort war der Würfel (wahre Größe ca. 2,56 cm²) mit 129 Nennungen.

195 verschiedene Beispiele wurden für einen dm²-Stützpunkt genannt, so viele, wie in keiner anderen Standardflächeneinheit. Von diesen wurden 154 als falsch und 41 als richtig gewertet. Mit 58 Nennungen ist das Handy das am meisten als richtig gewertete Beispiel. Am häufigsten falsch genannt wurde das DIN-A5-Blatt (wahre Größe 3,108 dm²) mit 28 Nennungen.

Insgesamt wurden für einen Quadratmeter 136 verschiedene Beispiele genannt, davon 107 als falsch und 29 als richtig gewertet. Mit 211 Nennungen wurden der Schultisch bzw. Schreibtisch am meisten genannt, gefolgt von einem Flügel einer Tafel (148 Nennungen). Das am meisten angegebene als falsch gewertete Beispiel war die Fliese (Badezimmer oder an einer Wand) mit 33 Nennungen.

Ein detaillierter Blick, ob die Stützpunktvorstellung geschlechts- oder/und schulformabhängig ist, wird durch die nachstehende Analyse gezeigt. Als Verfahren wurde eine binomiale Regression gewählt (richtig gewerteter oder falsch gewerteter Stützpunkt). Als Auswertung wurde das allgemeine lineare Modell angewendet, da das allgemeine lineare Modell ein Verfahren der Varianzanalyse ist, in welchem die Berechnungen mit der Regression der kleinsten gemeinsamen Quadrate getätigt werden. Die Schätzer für die Daten werden über das Odds Ratio quantifiziert. Das Odds Ratio, auch Chancenverhältnis, ist eine statistische Maßzahl, mit welcher man etwas über die Stärke eines Zusammenhangs von zwei Merkmalen aussagen kann. In der vorliegenden Analyse werden die Zusammenhänge zwischen der Schulform (Realschule zu Gymnasium) und der Stützpunktvorstellung sowie zwischen dem Geschlecht (männlich zu weiblich) und der Stützpunktvorstellung berechnet.

Exemplarisch wird das Odds Ratio an der Schulform für 1 m² betrachtet.

Realschule + richtig gewertet: 42	Gymnasium + richtig gewertet: 446
Realschule + falsch gewertet: 106	Gymnasium + falsch gewertet: 342

Tabelle 2: Angabe der Anzahl der Lernenden mit als richtig bzw. als falsch gewertetem Stützpunkt für 1 m² mit Unterscheidung der Schulform.

Die Odds wären dann: real = 42/106 \approx 0,40 und gym = 446/342 \approx 1,3. Teilt

man 0,40 durch 1,30, so ergibt sich das Odds Ratio real/gym $\approx 0,31$. Dieser Wert ist weit entfernt von 1, welche den Nulleffekt beschreibt.

Werden nun das Geschlecht und die Interaktion Geschlecht-Schulform mitgeschätzt, so ergibt die Analyse nur bei Quadratmeter und Quadratmeter signifikante Effekte bezüglich der Schulform bzw. dass Lernende der Realschule im Vergleich zu Lernenden am Gymnasium eine schlechtere Stützpunktvorstellung haben. Hinsichtlich der anderen Standardgrößen und des Geschlechts können keine weiteren signifikanten Effekte gezeigt werden.

Diskussion

Der Unterricht an Realschulen sollte vermehrt die Stützpunktvorstellungen über einen Quadratmeter und -meter beinhalten, um die Unterschiede gegenüber einem Gymnasium zu minimieren. Schulformunabhängig betrachtend sollten alle Stützpunktvorstellungen häufiger in den Fokus gerückt werden, damit der Kern des Größenverständnisses gestärkt wird. Zwar ist die Stützpunktvorstellung für einen Quadratmeter am besten von den vier Standardflächeneinheiten ausgeprägt, jedoch mit knapp über 50 % alarmierend wenig, gefolgt vom Quadratmillimeter mit 42 %, vom Quadratmeter mit 31 % und vom Quadratdezimeter mit gar nur 25 %. Im Unterricht sollte daher jeder Lernende die Flächengröße seiner Stützpunkte selbst bestimmen und kontrollieren. Die Beschäftigung mit den Stützpunkten sollte nicht nur bei der Einführung von Flächengrößen thematisiert werden, sondern in Vernetzung mit Vergleichen, mit Messtätigkeiten, mit Umrechnungen und mit Schätzen in den Unterricht aller Jahrgangsstufen integriert werden. So wäre eine Stärkung der Stützpunktvorstellungen und somit ein besseres Größenverständnis vielleicht möglich.

Literatur

- Frenzel, L. & Grund, K.-H. (1991). Wie „groß“ sind Größen? *mathematik lehren*, 45, 15-24.
- Heid, L. M. (2017). *Das Schätzen von Längen und Fassungsvermögen: Eine Interviewstudie zu Strategien mit Kindern im 4. Schuljahr*. Springer-Verlag.
- Joram, Elana; Subrahmanyam, Kaveri; Gelman, Rochel (1998): Measurement Estimation: Learning to Map the Route from Number to Quantity and Back. *Review of Educational Research*, 68(4), 413-449.
- Ruwisch, S. (2021). Stützpunkte als Kern des Größenverständnisses und Grundlage des Schätzens. In K. Hein, C. Heil, S. Ruwisch, & S. Prediger (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2021: vom GDM-Monat 2021 der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM)*; (1.-25. März 2021) (S. 317-320). WTM - Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien.