

KNÖPPEL, Jenny & WITZKE, Ingo  
Siegen

## **„Das ist ne Hunderterplatte - nur so hoch“ - Ein Fallbeispiel zum Umgang mit dem Tausenderwürfel im Rahmen der Diagnose-Sprechstunde bei Rechenschwierigkeiten**

### **Einleitung und Motivation**

Im Rahmen dieses Beitrages wird ein kurzer Einblick in die Beschreibung mathematischer Wissensentwicklungsprozesse einer Schülerin mit besonderen Schwierigkeiten beim Mathematiklernen (kurz: Rechenschwierigkeiten) gegeben (Gaidoschik et al., 2021). Dazu wird zunächst das Konzept der subjektiven Erfahrungsbereiche (kurz: SEB) nach Heinrich Bauersfeld (1983) zusammenfassend erläutert. Anschließend wird exemplarisch ein Fallbeispiel vorgestellt, welches im Rahmen des Projektes „Diagnose-Sprechstunde bei Rechenschwierigkeiten“ entstanden ist (Knöppel & Pielsticker, 2023). Dabei wird unter anderem der Frage nachgegangen, wie Schüler\*innen mit Rechenschwierigkeiten ihr mathematisches Wissen über einen längeren Zeitraum (weiter-)entwickeln. In diesem Zusammenhang spielt u. a. der Umgang mit empirischen Objekten in empirischen Diagnose- und Fördersettings eine wichtige Rolle (Dilling, 2022; Pielsticker, 2020). Diesbezüglich werden bspw. Handlungen mit empirischen Objekten sowie Schüleraussagen und entsprechende Begriffe näher untersucht.

### **Das Konzept der subjektiven Erfahrungsbereiche**

Vor dem Hintergrund einer konstruktivistischen Lerntheorie beschreibt Bauersfeld (1983), dass u. a. das Wissen, die Handlungsmöglichkeiten sowie die Sprache von Lernenden im Mathematikunterricht in zunächst voneinander getrennte, subjektive Erfahrungsbereiche gegliedert sind. Die Elemente eines SEB sind bereichsspezifisch und kontextgebunden. Eine Verknüpfung von SEB wird erst über einen „dritten Bereich“ (ebd., S. 7) bzw. übergeordneten SEB möglich, welcher es den Lernenden ermöglicht, die Elemente der einzelnen SEB miteinander zu verknüpfen. Lernen lässt sich somit „als Erwerb neuer SEB [...] beschreiben“ (ebd., S. 2). Insbesondere für den Umgang mit empirischen Objekten im Mathematikunterricht (z. B. Arbeitsmittel) bedeutet dies, dass Handlungen, Sinnzuschreibungen und Wissen über diese Objekte kontextgebunden sind und z. B. nicht notwendigerweise unmittelbar mit einer symbolischen Darstellungsebene verknüpft werden können (z. B. die Zehnerstange des Dienes-Materials entspricht der Zahl 10) (Bauersfeld, 1983; Rathgeb-Schnierer et al., 2023; Stoffels, 2020).

## Fallbeispiel *Tausenderwürfel*

Die Schülerin Elisa (Name geändert) ist zum Zeitpunkt der vorliegenden Einheit im Juni 2023 neun Jahre alt und besucht die dritte Klasse. Im Rahmen der *Diagnose-Sprechstunde* wird Elisa seit November 2022 wöchentlich begleitet. Eine Einheit dauert in der Regel 30 Minuten.

In der vorliegenden Szene wird im Rahmen der *Diagnose-Sprechstunde* zum ersten Mal das Dienes-Material eingesetzt. Da die Interviewerin an den (Vor-)Erfahrungen der Schülerin im Umgang mit dem Material interessiert ist, geht es in den ersten Impulsfragen darum zu untersuchen, welche Erfahrungen die Schülerin gegebenenfalls bereits mit dem Material gemacht hat. Aus einem Interview mit der Lehrkraft geht hervor, dass das Material bereits im Unterricht eingesetzt wurde. Zudem scheint Elisa das Material aus einem Spiel zu kennen, welches sie zu Hause hat. In Tabelle 1 werden die Begriffe zusammenfassend dargestellt, die Elisa den entsprechenden Bestandteilen des Materials zuordnet. Für die empirischen Objekte *Einerwürfel*, *Zehnerstange* sowie *Hunderterplatte*, scheint Elisa jeweils einen entsprechenden SEB mit entsprechenden Begriffen zu haben. Im Rahmen dieses Beitrags wird jedoch keine Aussage darüber getroffen, inwiefern diese über einen übergeordneten SEB miteinander verknüpft sind.

Tabelle 1: Begriffe, die die Schülerin den empirischen Objekten zuordnet

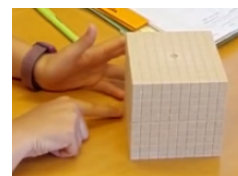
Empirisches Objekt	Beschreibung und Begriffe der Schülerin
Einerwürfel	Auf Nachfrage, was das für sie sei, meint sie „das sind Einer.“
Zehnerstange	„ey solche Zehnerstangen meine ich. ( <i>Bezug zu ihrem Spiel</i> )“
Hunderterplatte	Auf Nachfrage, ob Elisa so etwas ähnliches außer in ihrem Spiel schon einmal gesehen habe, meint sie: „ich hab auch so ne <u>Platte</u> mit <u>Hundert</u> – “
Tausenderwürfel	Auf Nachfrage, ob sie das schon einmal gesehen habe, meint sie: „so n riesen ( <u>Kloppe?</u> )' ne. .. ( <i>dreht ihn in der Hand hin und her, schaut zur I.</i> ) das sieht aus wie n Würfel. ( <i>lacht</i> )“

Im Verlauf der Einheit stellt sich heraus, dass Elisa u. a. Zählstrategien entwickelt hat, um mit Hilfe einer kleineren Einheit (z. B. *Zehnerstangen*) zu erklären, dass es sich bei der *Hunderterplatte* um eine „Platte mit Hundert“ (Tab. 1) handelt. Zudem behauptet die Schülerin von sich aus, dass sie noch keine bzw. kaum Erfahrungen mit dem *Tausenderwürfel* gemacht hat. Im Rahmen der Einheit wird dies u. a. daran deutlich, dass Elisa zu Beginn verschiedene Begriffe für den *Tausenderwürfel* verwendet und versucht, diesen mit ihr bekannten empirischen Objekten – in diesem Fall einem „Würfel“ (Tab. 1) zu vergleichen. Dies wird auch von der Lehrkraft im Rahmen eines Interviews bestätigt. Aus diesen Gründen wird der Umgang mit dem *Tausenderwürfel* im Folgenden näher betrachtet. Im weiteren Verlauf der

Einheit verwendet Elisa zunächst zweimal den Begriff „Riesen-Klopper“, um den Würfel zu beschreiben. In dem nachfolgenden Szenenausschnitt wird eine Situation dargestellt, in der die Schülerin Elisa dem empirischen Objekt *Tausenderwürfel* den Begriff „Hunderterplatte - nur so hoch“ zuweist (Tab. 2).

Tabelle 2: „Das ist ne Hunderterplatte - nur so hoch“ (E: Elisa; I: Interviewerin)

- 124 [0:07:42.0] E: [...] (*tippt auf einer Seite des Tausenderwürfel herum, dreht ihn zu sich*) warte mal eben - (*fängt unten links an zu zählen und zählt die untere Reihe*) (5Sek) (*als sie fertig gezählt hat*) ah - (*nun zählt sie von unten rechts nach oben rechts, nutzt dabei den Daumen*) (5Sek) (*als sie oben angekommen ist, schaut sie zu I*) das ist ne Hunderterplatte -
- 125 [0:08:03.4] I: wo.
- 126 [0:08:04.5] E: (*tippt auf die Fläche, die zu ihr zeigt*) die hier. (*fährt mit dem Finger am rechten Rand entlang*) hier am Rand. (*fährt an weiteren Rändern entlang*) sind hundert., hier. (*zieht den Würfel näher zu sich und beginnt, oben links zu zählen*)
- 127 [0:08:10.0] I: aha - wie kommst du jetzt darauf
- 128 [0:08:10.9] E: (*zählt laut vor, von oben links nach unten links von eins bis zehn*) [...] (*nun zählt sie von unten links nach unten rechts in Zehnerschritten weiter bis 50, startet wieder von vorne*) [...] zehn zwanzig dreißig vierzig fünfzig sechzig siebzig achtzig neunzig hundert. (*schaut zu I*)
- 129 [0:08:23.2] I: oh -
- 130 [0:08:23.9] E: (*dreht den Würfel und tippt nacheinander die äußeren Seitenflächen an*) und hier sind auch hundert hier hier und hier.
- 131 [0:08:26.0] I: mhm -
- 132 [0:08:27.5] E: (*zeigt auf den Tausenderwürfel*) das ist ne Hunderterplatte.
- 133 [0:08:29.9] I: das ist aber spannend.
- 134 [0:08:30.4] E: (*macht mit den Händen eine Bewegung nach oben*) nur so hoch.



Im Sinne des SEB-Konzeptes lassen sich im Rahmen dieser Szene verschiedene Aspekte beschreiben. In Turn 124 scheint Elisa etwas wiederzuerkennen. Dies äußert sich in den Bemerkungen „warte mal eben“ und „ah“. Mit Hilfe eines bekannten Zählverfahrens stellt sie fest, dass es sich bei einer Seite des Objektes um eine *Hunderterplatte* handelt (Turn 124-129). Darüber hinaus erkennt sie, dass es sich bei allen Objekten am Rand des Tausenderwürfels ebenfalls um *Hunderterplatten* handelt (Turn 130). Vermutlich ist in diesem Zusammenhang der SEB „Hunderterplatte“ aktiviert. Im Kontext dieses SEBs bezeichnet sie das Objekt *Tausenderwürfel* als „Hunderterplatte - nur so hoch“ (Turn 132-134). Dabei ist an dieser Stelle noch nicht klar, ob sie lediglich den Begriff verwendet, da sie den Begriff *Tausen-*

derwürfel noch nicht kennt, oder ob auch weitere Elemente des SEBs „Hunderterplatte“, wie z. B. Handlungsmöglichkeiten und Symbole (z. B. das Zahlwort oder Symbol 100) mit dem für die Schülerin „neuen“ Objekt *Tausenderwürfel* in Verbindung gebracht werden (Bauersfeld, 1983; Rathgeb-Schnierer et al., 2023). Dies gilt es im Sinne der zu Beginn gestellten Frage im weiteren Verlauf der darauffolgenden Einheiten zu untersuchen.

## Fazit und Ausblick

Weitere Szenen zum Umgang mit dem *Tausenderwürfel* sowie die (Weiter-)Entwicklung des Wissens über einen längeren Zeitraum werden im Rahmen des Dissertationsprojektes der Autorin ausgearbeitet. Da im Kontext der *Diagnose-Sprechstunde* die Möglichkeit besteht, Lernende über einen längeren Zeitraum zu begleiten und somit langfristig Daten im Bereich der Diagnostik und Förderung mathematischer Kompetenzen zu erheben, ist es ein Ziel, entsprechende mathematischen Wissensentwicklungsprozesse aus einer mathematikdidaktischen Perspektive u. a. mit Hilfe des SEB-Konzeptes zu beschreiben und zu analysieren.

## Literatur

- Bauersfeld, H. (1983). Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens. In H. Bauersfeld, H. Bussmann, G. Krummheuer, J. H. Lorenz & J. Voigt (Hrsg.), *Lernen und Lehren von Mathematik. Analysen zum Unterrichtshandeln II* (S. 1–56). Aulis Verlag Deubner.
- Dilling, F. (2022). *Begründungsprozesse im Kontext von (digitalen) Medien im Mathematikunterricht: Wissensentwicklung auf der Grundlage empirischer Settings*. Springer.
- Gaidoschik, M., Moser Opitz, E., Nührenbörger, M. & Rathgeb-Schnierer, E. (2021). Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen. Special Issue der *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 47(111S). <https://ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php/mgdm/issue/view/46>
- Knöppel, J. & Pielsticker, F. (2023). Projekt Diagnosesprechstunde bei besonderen Schwierigkeiten beim Mathematiklernen. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, (115), 29–33.
- Pielsticker, F. (2020). *Mathematische Wissensentwicklungsprozesse von Schülerinnen und Schülern: Fallstudien zu empirisch-orientiertem Mathematikunterricht mit 3D-Druck*. Springer.
- Rathgeb-Schnierer, E., Schuler, S. & Schütte, S. (2023). *Mathematikunterricht in der Grundschule: Lernangebote fachorientiert, kindorientiert und differenziert gestalten*. Springer.
- Stoffels, G. (2020). *(Re-)Konstruktion von Erfahrungsbereichen bei Übergängen von empirisch-gegenständlichen zu formal-abstrakten Auffassungen: Eine theoretische Grundlegung sowie Fallstudien zur historischen Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsrechnung und individueller Entwicklungen mathematischer Auffassungen von Lehramtsstudierenden beim Übergang Schule-Hochschule*. universi.