

Konventionsbrüche in Studierendenbeweisen

Beweisen zu lernen, gilt als eine der Hauptschwierigkeiten von Mathematikstudierenden. Insbesondere bei Studienbeginn können die mathematische Fachsprache und Notation (Moore, 1994), sowie der Umgang mit der akademischen Bildungssprache (Lew & Mejía-Ramos, 2015) den Studierenden Schwierigkeiten bereiten. Um die Studierenden besser unterstützen zu können, scheint es daher wichtig zu identifizieren, welche Merkmale bzw. welche Konventionsbrüche die Studierendenbeweise am Studienanfang (nicht) aufzeigen sollten.

Theoretischer Hintergrund

Schriftliche Beweisversuche gelten erst nach der Einschätzung einer mathematischen Community als akzeptierbare Beweise (Manin, 2012). Dabei wird der Beweisversuch anhand meist impliziter sozio-mathematischer Normen und Regeln eingeschätzt (Thurston, 1995), die sich je nach zugehörigem Situationskontext auch stark unterscheiden können (Lew & Mejía-Ramos, 2020). In Schreibleitfäden (z.B. Beutelspacher, 2009; Kümmerer, 2016; Vivaldi, 2014) werden einige mögliche Normen und Regeln insbesondere für Studierendenbeweise, also Beweise von Studierenden in Übungs- oder Klausuraufgaben, expliziert. Außerdem gibt es Studien, die Bewertungskriterien von Dozierenden für Studierendenbeweise analysieren. So fand Moore (2016) durch eine kleine Expertenbefragung ($N = 8$) u.a. Bewertungskriterien, die sich auf die Darstellung eines Beweises beziehen (Clarity), und Bewertungskriterien, die sich am sicheren Umgang mit der Fachsprache, aber auch der Bildungssprache, ausrichten (Fluency). Lew und Mejía-Ramos (2015) identifizierten mögliche Konventionsbrüche aus englischsprachigen Abgaben von Studierenden. Sie stellten fest, dass diese Konventionsbrüche von Dozierenden und Studierenden als unterschiedlich wichtig eingeschätzt werden (Lew & Mejía-Ramos, 2019). So wurden z.B. Konventionsbrüche im Bereich der Bildungssprache von Dozierenden als schwerwiegender bewertet als von Studierenden. Allerdings werden gerade solche bildungssprachlichen Konventionsbrüche in Korrekturen von Studierendenbeweisen auch nicht unbedingt negativ bewertet oder überhaupt kommentiert (Moore, 2016). Zusätzlich stellten Lew und Mejía-Ramos (2020) fest, dass Dozierende bei ihren Beweisen an der Tafel andere Bewertungskriterien anlegen als bei Studierendenbeweisen. In der bisherigen Literatur wurden somit bereits einige mögliche Konventionsbrüche für Studierendenbeweise identifiziert, wobei die verschiedenen Autoren betonen, dass die ermittelten Kategorien noch nicht ausreichend festgelegt sind. Auch könnten Unterschiede

zwischen englischsprachigen und deutschsprachigen Beweisen bestehen bzw. in der Häufigkeit, mit der diese Konventionsbrüche auftreten. Daher fokussieren wir für diesen Beitrag die folgende Forschungsfrage:

Welche sprachlichen und formalen Konventionsbrüche treten (wie häufig) in deutschsprachigen Studierendenbeweisen (Lineare Algebra, 2.Semester) auf?

Methode

Mithilfe einer qualitative Inhaltsanalyse nach Mayring (2022) wurden $N = 124$ Studierendenbeweise aus 34 Abgaben auf sprachliche Konventionsbrüche analysiert. Die Beweise wurden von Studierenden in Gruppen bis zu drei Personen in der vierten Woche der Vorlesung Lineare Algebra für Grund-, Mittel- und Realschullehramt (2. Semester) auf einem Übungsblatt freiwillig, mit der Aussicht auf einen Klausurbonus, abgegeben. Die analysierten Beweise stammen von einer Aufgabe aus dem Themenbereich reeller Matrizen mit vier voneinander unabhängigen Teilaufgaben.

Das zugehörige Kategoriensystem wurde zunächst deduktiv basierend auf bisherigen Studien (Lew & Mejía-Ramos, 2015, 2019, 2020; Moore, 2016), sowie deutschen und englischen Schreibleitfäden (Beutelspacher, 2009; Kümmerer 2016, Vivaldi, 2014) erstellt und induktiv überarbeitet. Als Überkategorien wurden die bei Moore (2016) identifizierten Kategorien der Clarity und Fluency genutzt. Einige der deduktiv ermittelten Kategorien wurden nach der Erprobung zusammengefasst. Zum Beispiel wurden in der Kategorie *Konventionsbruch in der Darstellung des Beweisaufbaus* die Kategorien *unvollständige Darstellung des Beweisaufbaus*, *fehlende logische Satzverbindungen*, *fehlende Voraussetzungen* (Lew & Mejía-Ramos, 2020) und *unvollständige Voraussetzungen* (Lew & Mejía-Ramos, 2019) zusammengefasst, da sich bei der Analyse der Studierendenbeweise ergab, dass sich diese Konventionsbrüche nur schwer unterscheiden lassen. Außerdem wurden Kategorien ergänzt, die bisher nicht in der Literatur identifiziert wurden, z. B. *unpassende Verwendung von Satzverbindungen*. Das finalisierte Kategoriensystem enthält 19 Unterkategorien im Bereich der Clarity (z.B. *Konventionsbruch in der Darstellung des Beweisaufbaus*) und 13 Unterkategorien im Bereich der Fluency (z.B. *Konventionsbruch in der Bildungssprache*). Über 50% der Studierendenbeweise wurden zweitkodierte. Das Kodiermanual wurde daraufhin noch einmal verfeinert und es wurde ein Konsensverfahren ausgeführt.

Ergebnisse

Wir konnten feststellen, dass zehn Kategorien von Konventionsbrüchen in mindestens 50% der 34 Abgaben auftreten.

Kategorie	C2	C8	C9	C18	C20	C21	F2	F3	F4	F5
Anzahl der Abgaben	19	34	18	20	30	20	34	23	30	19

Tabelle 1: identifizierte Konventionsbrüche in absoluten Häufigkeiten

Anmerkungen: C2-Mischung mathematischer Notation und Fließtext, C8- Konventionsbruch in der Darstellung des Beweisaufbaus, C9-Abkürzungen und mathematischer Slang, C18-Unpassende Verwendung des Konjunktivs, C20-Kein linearer Aufbau des Beweises, C21-Rein symbolische Darstellung, F2-Konventionsbruch in der Bildungssprache, F3- Bezeichnung nicht eingeführt, F4-inkorrekte Verwendung von Symbolen oder mathematischer Notation, F5-Unvollständige Sätze, Max = 34.

Einige der theoretisch ermittelten möglichen Konventionsbrüche traten dagegen nicht in den betrachteten Beweisen auf, z.B. *symbolsprachliche Ausdrücke, die den Lesefluss hemmen* (Lew & Mejía-Ramos, 2019, 2020; Beutelspacher, 2009; Kümmerer, 2016; Vivaldi, 2014).

Diskussion

Eine der Herausforderungen beim Konstruieren von Beweisen kann auf der sprachlichen Ebene liegen (Moore, 1994). In diesem Beitrag wurden daher sprachliche und formale Konventionsbrüche in Studierendenbeweisen identifiziert. Insgesamt wurden 32 Kategorien mit möglichen Konventionsbrüchen ermittelt. Alle Abgaben der Studierenden wiesen *Konventionsbrüche in der Bildungssprache* (F2) auf. Diese Häufung kann auch dadurch bedingt werden, dass Studierende Fehler in der Bildungssprache als wenig wichtig erachten (Lew & Mejía-Ramos, 2019), was auch daran liegen könnte, dass diese Fehler häufig von Dozierenden weder kommentiert noch bewertet werden (Moore, 2016) und auch bei Beweisen in Lehrveranstaltungen nicht unbedingt stark auf die richtige Rechtschreibung und Interpunktion geachtet wird (Lew & Mejía-Ramos, 2020). Ebenfalls sehr häufig traten *Konventionsbrüche in der Darstellung des Beweisaufbaus* (C8) und Konventionsbrüche beim *linearen Aufbau des Beweises* (C20) auf. Auch hier könnte dies darauf zurückzuführen sein, dass die Beweise in Lehrveranstaltungen nicht unbedingt als Modellbeweise angesehen werden können (Lew & Mejía-Ramos, 2020) und den Studierenden daher die nötigen sozio-mathematischen Normen des Beweisaufbaus noch nicht bewusst sind (Thurston, 1995).

Einige der deduktiv ermittelten Kategorien, wie z.B. *symbolsprachliche Ausdrücke, die den Lesefluss hemmen* (Lew & Mejía-Ramos, 2019, 2020; Beutelspacher, 2009; Kümmerer, 2016; Vivaldi, 2014) wurden dagegen nicht in den hier betrachteten Studierendenbeweisen identifiziert. Trotzdem werden

diese im Kategoriensystem beibehalten, da sie in anderen Beweisen oder mathematischen Themengebieten eher auftreten könnten (z.B. Existenzbeweise der Zahlentheorie).

Für unsere Studie wurde bisher erst eine recht kleine Stichprobe ausgewertet, bei der auch nicht ausgeschlossen werden kann, dass die Studierenden von anderen Lösungen abgeschrieben haben und so Fehler reproduziert wurden. Zusätzlich könnten sich in anderen Teilgebieten der Mathematik auch noch weitere Konventionsbrüche ergeben. Im weiteren Vorgehen soll ein Experteninterview durchgeführt werden, um festzustellen, welche der möglichen Konventionsbrüche von Dozierenden speziell in deutschsprachigen Studierendenbeweisen als besonders gravierend gewertet werden, bevor die nötigen Unterstützungsmaßnahmen entwickelt werden.

Literatur

- Beutelspacher, A. (2009). *Das ist o.B.d.A. trivial!* (9. Aufl.). Vieweg & Teubner. <https://doi.org/10.1007/978-3-8348-9599-8>
- Kümmerer, B. (2016). *Wie man mathematisch schreibt: Sprache – Stil – Formeln*. Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-01576-3>
- Lew, K. & Mejía-Ramos, J. P. (2015). Unconventional uses of mathematical language in undergraduate proof writing. In T. Fukawa-Connelly, N. Engelke Infante, K. Keene, M. Zandieh (Hrsg.), *Proceedings of the 18th Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education*, S. 201-215.
- Lew, K., & Mejía-Ramos, J. P. (2019). Linguistic conventions of mathematical proof writing at the undergraduate level. *Journal for research in mathematics education*, 50(2), 121–155. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.50.2.0121>
- Lew, K., & Mejía Ramos, J. P. (2020). Linguistic conventions of mathematical proof writing across pedagogical contexts. *Educational Studies in Mathematics*, 103(1), 43-62. <http://dx.doi.org/10.1007/s10649-019-09915-5>
- Manin, Yu. I. (2010): *A Course in Mathematical Logic for Mathematicians*. Springer-Verlag New York. <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0615-1>
- Mayring, P. (2022). *Qualitative Inhaltsanalyse: Grundlagen und Techniken* (13. Aufl.). Beltz.
- Moore, R. C. (1994). Making the transition to formal proof. *Educational Studies in mathematics*, 27(3), 249-266. <https://doi.org/10.1007/BF01273731>
- Moore, R. C. (2016). Mathematics professors' evaluation of students' proofs: A complex teaching practice. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 2, 246-278. <http://dx.doi.org/10.1007/s40753-016-0029-y>
- Thurston, W. P. (1995). On proof and progress in mathematics. *For the learning of mathematics*, 15(1), 29-37.
- Vivaldi, Franco (2014): *Mathematical Writing*. Springer London. <https://doi.org/10.1007/978-1-4471-6527-9>