

Katharina HOHN, München, Rita BORROMEO FERRI, Kassel

Mathematische Denkstile bei der Bearbeitung problemhaltiger Textaufgaben

Schüler können bei der Bearbeitung mathematischer Aufgaben und Probleme auf verschiedene Vorgehensweisen zurückgreifen. Dabei zeichnen sich Schüler durch unterschiedliche Präferenzen für verschiedene Vorgehensweisen aus. Diese lassen sich z.B. anhand mathematischer Denkstile beschreiben. Im Folgenden wird eine empirische Studie vorgestellt, welche die Präferenzen von Schülern für visuelle und analytische interne Vorstellungen bzw. externe Darstellungen bei der Bearbeitung problemhaltiger Textaufgaben untersucht. Darüber hinaus wird auf den Zusammenhang dieser Präferenzen mit dem Lösungserfolg bzw. -misserfolg eingegangen.

1. Theoretischer Hintergrund

Die erfolgreiche Bewältigung problemhaltiger Aufgaben durch den Einsatz adäquater Vorgehensweisen stellt ein allgemeines Lehr- und Lernziel im Mathematikunterricht dar. Mithilfe des Konzepts mathematischer Denkstile lassen sich dabei unterschiedliche Präferenzen für verschiedene Vorgehensweisen beschreiben. Unter einem mathematischen Denkstil wird „die von einem Individuum bevorzugte Art und Weise [verstanden], mathematische Sachverhalte und Zusammenhänge durch gewisse interne Vorstellungen und/oder externe Darstellungen zu repräsentieren und durch gewisse Vorgehensweisen zu verarbeiten“ (Borromeo Ferri, 2004, S. 168). Somit werden zwei grundlegende Komponenten unterschieden: 1) interne Vorstellungen und externe Darstellungen und 2) ganzheitliche bzw. zergliedernde Vorgehensweisen. In der vorliegenden Arbeit steht die erste Komponente im Mittelpunkt, wobei analytische und visuelle interne Vorstellungen bzw. externe Darstellungen differenziert werden. Eine ähnliche Unterteilung lässt sich auch bei Schnotz (2005) finden. Er unterscheidet depiktionale (abbildende) und deskriptionale (beschreibende) Repräsentationen, die sowohl intern vorgestellt als auch extern dargestellt werden können.

Um das Lösungsvorgehen von Schülern bzw. deren Denkstile zu explorieren, wurden Schüler verschiedener Klassenstufen gebeten, problemhaltige Textaufgaben selbstständig zu bearbeiten. Borromeo Ferri konnte das Konstrukt bereits qualitativ und mittlerweile auch quantitativ rekonstruieren. In der vorliegenden Arbeit wurde der individuelle Lösungsprozess als Modellierungsprozess im Sinne von z.B. Verschaffel, Greer und De Corte (2000) aufgefasst und die Komponenten der Denkstile wurden im Zusammenhang mit den Modellierungsphasen erfasst. Auf den Einsatz klassischer Model-

lierungsaufgaben wurde verzichtet, stattdessen wurden problemhaltige Textaufgaben eingesetzt, weil „einerseits ihre Lösungen eindeutig sind und weil andererseits der Stoff zwar komplex, aber trotzdem übersichtlich ist“ (Schneeberger, 2009, S. 20f.). Ein Beispiel für eine problemhaltige Textaufgabe ist folgendes: „Eine Schnecke in einem 20m tiefen Brunnen will nach oben auf die Wiese. Sie kriecht am Tag immer 5m hoch und rutscht nachts im Schlaf wieder 2m nach unten. Am wievielten Tag erreicht sie den Brunnenrand?“ (Rasch, 2008, S. 85).

Die folgende Studie geht zwei großen Fragen nach: 1) Welche Vorgehensweisen präferieren die Schüler bei der Bearbeitung der präsentierten Textaufgaben? Der Fokus liegt hier im Speziellen auf den visuellen und analytischen internen Vorstellungen bzw. externen Darstellungen. Darüber hinaus soll 2) untersucht werden, inwieweit verschiedene Präferenzen mit dem Lösungserfolg bzw. -misserfolg zusammenhängen.

2. Methode

Um die Denkstile von Schülern bei der Bearbeitung problemhaltiger Textaufgaben zu untersuchen, wurde zunächst eine Pilotstudie durchgeführt, in der das individuelle Lösungsvorgehen von 35 Grundschulern bei der Bearbeitung von fünf solcher Aufgaben videographiert wurde.

Den Schülern wurde jede Textaufgabe einmal durch die Versuchsleitung vorgelesen. Danach erhielten sie das Aufgabenblatt, um die Aufgabe eventuell nachlesen zu können und um ihr Lösungsvorgehen zu notieren bzw. zu skizzieren. Für die Aufgabenbearbeitung standen den Schülern verschiedene Arbeitsmaterialien zur Verfügung (verschiedenfarbige Stifte, Eimerwürfel und Zehnerstangen), über deren Verwendung sie jedoch frei entscheiden konnten. Auf jegliche Hilfestellungen vonseiten der Versuchsleitung wurde verzichtet. Die Schüler konnten sich für die Bearbeitung jeder Aufgabe so viel Zeit lassen wie sie benötigten. Im Anschluss an jede Aufgabenbearbeitung fand ein kurzes, halbstrukturiertes Interview statt, in dem detailliert nach dem Vorgehen bei der Aufgabenbearbeitung gefragt wurde, wodurch interne Prozesse und Vorstellungen der Schüler erfasst werden sollten (wenn auch retrospektiv und introspektiv). Die Pilotstudie diente zum einen der Überprüfung des Studiendesigns (z.B. Schwierigkeit der Aufgaben, Angemessenheit der Arbeitsmaterialien, etc.) und zum anderen wurde auf Basis des Videomaterials ein Kodiersystem entwickelt, das zur Auswertung der Videos aus der Haupterhebung eingesetzt werden sollte.

Das methodische Vorgehen in der Haupterhebung entsprach dem aus der Pilotstudie. An der Haupterhebung nahmen 147 Grundschüler aus 3. und 4. Klassen und 121 Gymnasiasten aus 6. und 9. Klassen teil. Alle Teilnehmer

wurden gebeten, dieselben fünf problemhaltigen Textaufgaben in identischen Settings individuell und ohne Hilfestellung zu bearbeiten. Das Lösungsvorgehen, samt anschließendem, retrospektivem Interview, wurde videographiert und anschließend von unabhängigen, geschulten Beobachtern anhand des selbstentwickelten Kodiersystems ausgewertet.

3. Ergebnisse

Allgemein kann gesagt werden, dass sowohl die Grundschüler als auch die Gymnasiasten große Schwierigkeiten bei der Aufgabenbearbeitung hatten. Zwar zeigte sich ein signifikant positiver Zusammenhang zwischen der Klassenstufe und der Anzahl richtig gelöster Aufgaben ($r = .60$, $p < .01$), jedoch fanden selbst die Gymnasiasten im Mittel lediglich $M = 2.04$ ($SD = 1.03$) von fünf möglichen, richtigen Lösungen. Aufgabenspezifische Betrachtungen bestätigten den Zusammenhang zwischen der Klassenstufe und dem Lösungserfolg bei vier von fünf Aufgaben. Die einzige Ausnahme bildet die bereits erwähnte Schneckenaufgabe; hier ließ sich kein signifikanter Unterschied zwischen den Klassenstufen finden. Dies könnte dafür sprechen, dass es problemhaltige Textaufgaben gibt, die ihren problemhaltigen Charakter auch für Schüler höherer Klassenstufen nicht verlieren.

Hinsichtlich der Unterscheidung zwischen internen Vorstellungen und externen Darstellungen zeigte sich über alle Aufgaben hinweg, dass die Grundschüler sehr stark interne Vorstellungen präferierten und z.B. Aufgaben durch Kopfrechnen lösten, während Gymnasiasten zu externen Darstellungen tendierten und z.B. ihre Vorgehensweisen meist vollständig auf dem Aufgabenblatt notierten. Letzteres könnte als Resultat schulischer Sozialisation erachtet werden. Jedoch konnte kein Zusammenhang zwischen den internen bzw. externen Vorgehensweisen und dem Lösungserfolg unter Berücksichtigung der Klassenstufe ausfindig gemacht werden.

Des Weiteren wurden analytische Vorstellungen bzw. Darstellungen ($M = 4.07$, $SD = .47$) den visuellen ($M = 1.61$, $SD = 1.07$) bei der Aufgabenbearbeitung über alle Schüler und alle Klassenstufen hinweg vorgezogen. Somit kam auch die Kombination der beiden Vorgehensweisen nur selten vor. Trotzdem erscheint gerade diese Kombination von analytischen und visuellen Vorstellungs- bzw. Darstellungsformen bedeutsam. So konnte die Datenauswertung zeigen, dass Schüler, die bei der Aufgabenbearbeitung eine Kombination aus analytischer und visueller Vorgehensweise präferierten, z.B. seltener gänzlich falsche Lösungen fanden: Unter Berücksichtigung der Klassenstufe zeigte sich eine signifikant negative Assoziation zwischen der kombinierten Verwendung von analytischer und visueller Vorgehensweise und dem Lösungsmisserfolg ($rp = -.13$, $p = .04$).

4. Fazit und Ausblick

Insgesamt kann gesagt werden, dass die Bearbeitung problemhaltiger Textaufgaben nach wie vor eine Herausforderung für Schüler verschiedener Klassenstufen darstellt. Selbst die Gymnasiasten hatten große Schwierigkeiten bei der Bearbeitung der Aufgaben. Ferner scheint es einerseits Aufgaben zu geben, die ihren Problemcharakter mit Zunahme der Klassenstufe eher verlieren, und andererseits solche Aufgaben, die auch für Schüler höherer Klassenstufen sehr anspruchsvoll bleiben. Über alle Schüler gab es des Weiteren eine sehr deutliche Präferenz für analytische Vorgehensweisen. Jedoch scheint gerade die zusätzliche Verwendung visueller Vorgehensweisen bedeutsam.

Generell ist über die Bedeutung mathematischer Denkstile bei der Bearbeitung (problemhaltiger) mathematischer Aufgaben relativ wenig bekannt. Somit sind vielfältige zukünftige Forschungsansätze denkbar. So könnten z.B. Denkstile in weiteren Schulformen und Altersstufen als den hier berücksichtigten betrachtet werden. Darüber hinaus wäre die längsschnittliche Erforschung von Denkstilen und im Besonderen ihre Veränderung bzw. Einflussfaktoren auf diese Veränderung ein spannendes Forschungsfeld. Ferner sollte die Rolle des mathematischen Denkstils der Lehrkraft im Unterricht bzw. dessen Einfluss auf den Lernerfolg von Schülern (mit wiederum ihren eigenen mathematischen Denkstilen) weiter erforscht werden.

Abschließend kann also gesagt werden, dass die erfolgreiche Bewältigung problemhaltiger Textaufgaben für Schüler verschiedener Klassenstufen weiterhin eine große Herausforderung darstellt und dass in diesem Zusammenhang die Berücksichtigung verschiedener mathematischer Denkstile auf Seiten der Schüler gerade auch für die Unterrichtspraxis einen vielversprechenden Ansatz darstellt.

Literatur

- Borromeo Ferri, R. (2004). *Mathematische Denkstile. Ergebnisse einer empirischen Studie*. Hildesheim: Franzbecker.
- Rasch, R. (2008). *42 Denk- und Sachaufgaben. Wie Kinder mathematische Aufgaben lösen und diskutieren*. Seelze: Kallmeyer.
- Schneeberger, M. (2009). *Verstehen und Lösen von mathematischen Textaufgaben im Dialog*. Münster: Waxmann.
- Schnotz, W. (2005). An Integrated Model of Text and Picture Comprehension. In R.E. Mayer (Hrg.), *Cambridge Handbook of Multimedia Learning* (S. 49-69). Cambridge: Cambridge University Press.
- Verschaffel, L., Greer, B. & De Corte, E. (2000). *Making Sense of Word Problems*. Lisse: Swets & Zeitlinger.