

ECKHARDT, Marie Sophie & PIELSTICKER, Felicitas
Siegen

Förderung mathematischer Denkstile durch KI? – Eine Fallstudie mit generativer KI

Nach Schwank (2003) existieren aufgrund von unterschiedlichen basalen Fähigkeiten menschlicher Kognition insbesondere zwei verschiedene mathematische Denkstile. Sie unterscheidet „[a] die Empfänglichkeit eines Gehirns für Gleichheiten [...], um Elemente in einen systematischen, strukturellen Zusammenhang zu bringen [...]; zum anderen [b] die Empfänglichkeit eines Gehirns für Unterschiedlichkeiten [...], um Elemente durch einen diese Unterschiedlichkeiten bewirkenden Konstruktionsprozess [...] auf die Reihe zu bringen, [...]“ (Schwank, 2003, S. 70). Während [a] als „prädikatives Denken“ bezeichnet wird, nennt Schwank [b] „funktionales Denken“. Sjuts (2002) untersuchte, wie sich Mathematikaufgaben so gestalten lassen, dass diese primär einen der Denkstile ansprechen. Aufgaben für funktional Denkende sollten demnach kontextuell eher dynamisch und aus einer "Handlungsperspektive" formuliert sein, während Aufgaben für prädikative Denkende eher statisch und aus einer Beobachterperspektive formuliert sein sollten (Sjuts, 2002). Wir untersuchen, inwiefern generative KI die Denkstile adressieren kann. Dazu wurden zwei „GPTs“ erstellt, welche Aufgaben generieren, die die prädikative oder die funktionale Denkweise ansprechen. Die GPTs lieferten Aufgaben, Rückmeldungen und bei Bedarf Hilfestellungen. In den Einzelinterviews mit 18 Schüler*innen verschiedenen Alters eines Gymnasiums aus NRW wurden zunächst die Denkstile diagnostiziert, anschließend mit beiden GPTs gearbeitet. Die Interviews wurden videografiert, transkribiert und mittels einer qualitativen Inhaltsanalyse ausgewertet. In den Interviews wird deutlich, dass die GPTs die Denkstile bei den Schüler*innen spezifisch ansprechen konnten. Die Forschung zu Denkstilen wird systematisch im Teilprojekt „Mathematische Denkstile im Blick“ in KI@school der Stiftung Bildungspakt Bayern mit Lehrkräften fortgeführt. Ziel ist es, die Lehrkräfte für die Denkstile zu sensibilisieren und sie bei der Berücksichtigung im Mathematikunterricht durch die Nutzung von KI zu unterstützen.

Literatur

- Schwank, I. (2003). Einführung in prädikatives und funktionales Denken. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 3, 70–78. <http://dx.doi.org/10.1007/s11858-003-0002-5>
- Schwank, I. (1996). Zur Konzeption prädikativer versus funktionaler kognitiver Strukturen und ihrer Anwendung. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 6, 168–183. https://mathedidaktik.uni-koeln.de/fileadmin/home/ischwank/literatur/zdm96_a.pdf
- Sjuts, J. (2002). Unterschiedliche mentale Konstruktionen beim Aufgabenlösen. *Journal für Mathematikdidaktik*, 23 (2), 106–128.

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.

Erkennen Sie das Muster?

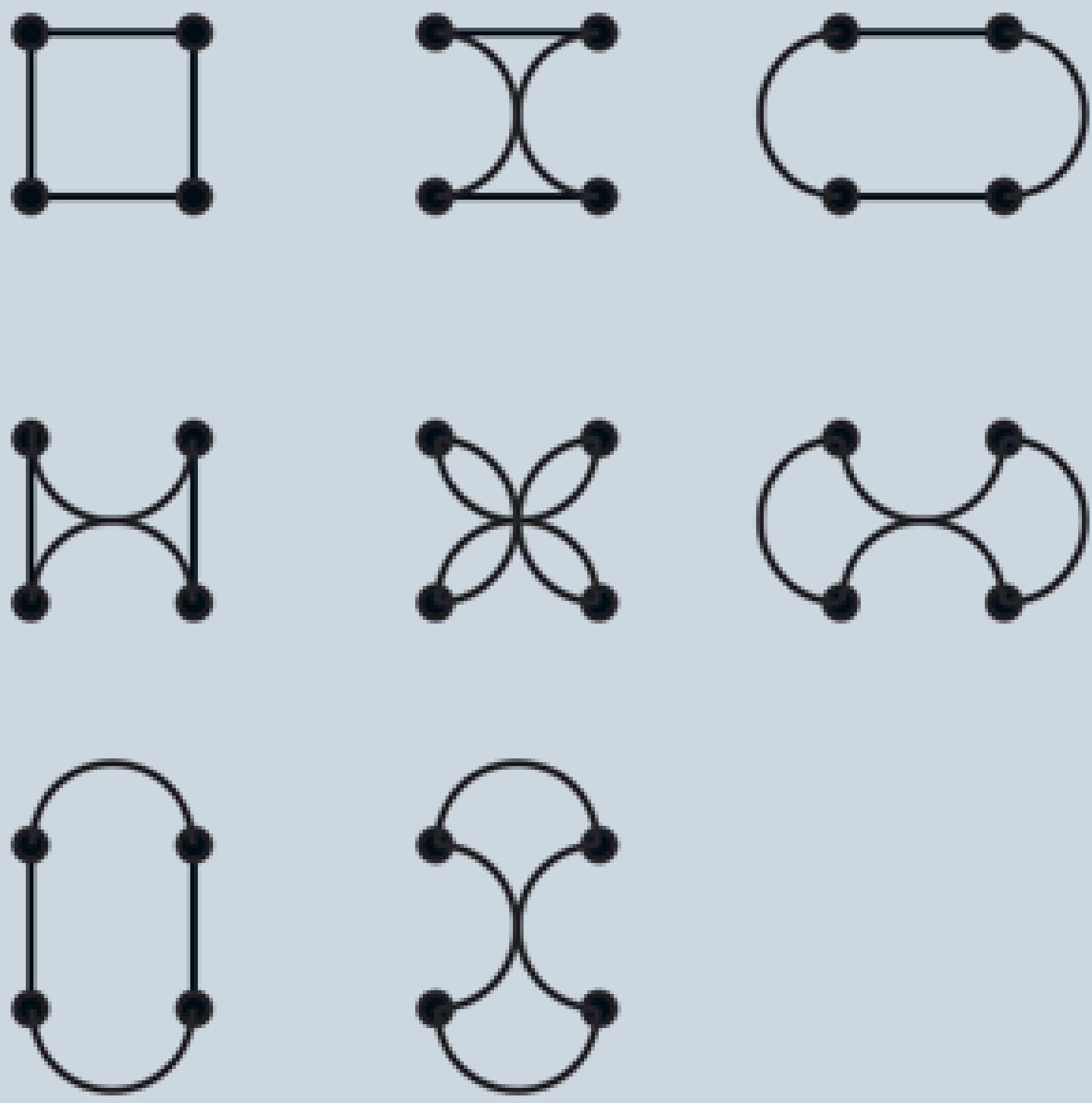


Abb.: Mustererkennungsaufgabe (Schwank, 2003)

Mathematische Denkstile

Nach Schwank (2003) existieren aufgrund von unterschiedlichen basalen Fähigkeiten menschlicher Kognition zwei verschiedene mathematische Denkstile:

- a) **Prädikatives Denken:** „Empfänglichkeit eines Gehirns für Gleichheiten [...], die in Gedanken genutzt werden können, um Elemente in einen systematischen, strukturellen Zusammenhang zu bringen [...].“ (Schwank, 2003, S. 70)
- b) **Funktionales Denken:** „Empfänglichkeit eines Gehirns für Unterschiedlichkeiten, die in Gedanken genutzt werden können, um Elemente durch einen [...] Konstruktionsprozess [...] auf die Reihe zu bringen, [...].“ (Schwank, 2003, S. 70)

Wie äußern sich die Denkstile in Mathematikaufgaben?

Auch innerhalb der Mathematik kommt der bevorzugte Denkstil beim Bearbeiten von Aufgaben, z. B. in der Wahrscheinlichkeitsrechnung, zum Tragen (Gallin, 2003). Daraus ergibt sich nach Schwank (2003, S. 75) eine „generelle methodische Anfrage an mathematikdidaktische Materialien bzw. Lernumgebungen“. Untersuchungen, wie sich Aufgaben gestalten lassen, sodass sie besonders eine der mathematischen Denkweisen ansprechen, gibt es von Sjuts (2002):

Prädikatives Denken	Funktionales Denken
<ul style="list-style-type: none"> • Beobachterperspektive • Eher statische Darstellungen • Nutzung von Mustern 	<ul style="list-style-type: none"> • Täterperspektive • Dynamische Szenarien

Umsetzung mit KI

In der Studie zur Förderung der Denkstile soll die KI für die Lernenden individuelle Aufgaben sowie sofortiges Feedback und interaktive Hilfestellungen generieren. Dafür wurde für jeden Denkstil je ein GPT trainiert, das die Denkstile spezifisch ansprechen soll.



Zum Funktionalen GPT

Forschungsfrage & Methodik

Inwiefern kann die Nutzung eines LLM am Beispiel von ChatGPT prädikatives und funktionales Denken von Lernenden aktivieren?



Zum Kategoriensystem

Design:

Qualitativer Forschungsansatz in Form einer Fallstudie

Teilnehmende:

Schüler:innen einer 8. und 11. Klasse eines Gymnasiums

Vorgehen in den Einzelinterviews:



Datenanalyse:

Die erhobenen Daten wurden mit einer qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring (2015) anhand eines deduktiv gebildeten und induktiv erweiterten Kategoriensystems ausgewertet, um den Einfluss der KI auf die Aktivierung der Denkstile zu untersuchen.

Diskussion und Fazit

- Die GPTs konnten die beiden Denkstile bereits gezielt aktivieren. Nach Schwank (1996) könnte damit eine Förderung der Denkstile erreicht werden.
- Es gibt leichte Tendenzen dafür, dass Lernende mit dem GPT erfolgreicher waren, das ihrem eigenen Denktyp entsprach, was im Einklang mit Schwank (2003) steht.

KI@School-Teilprojekt

„Mathematische Denkstile im Blick“

Das Teilprojekt „Mathematische Denkstile im Blick“ entstand durch die Präsentation unserer Forschungsergebnisse auf einer KI@School-Fachtagung und das hohe Interesse der Lehrkräfte. Ziel des Teilprojekts ist es, die Lehrkräfte für die Denkstile zu sensibilisieren und sie bei der stärkeren Berücksichtigung im Mathematikunterricht durch die Nutzung von KI zu unterstützen.

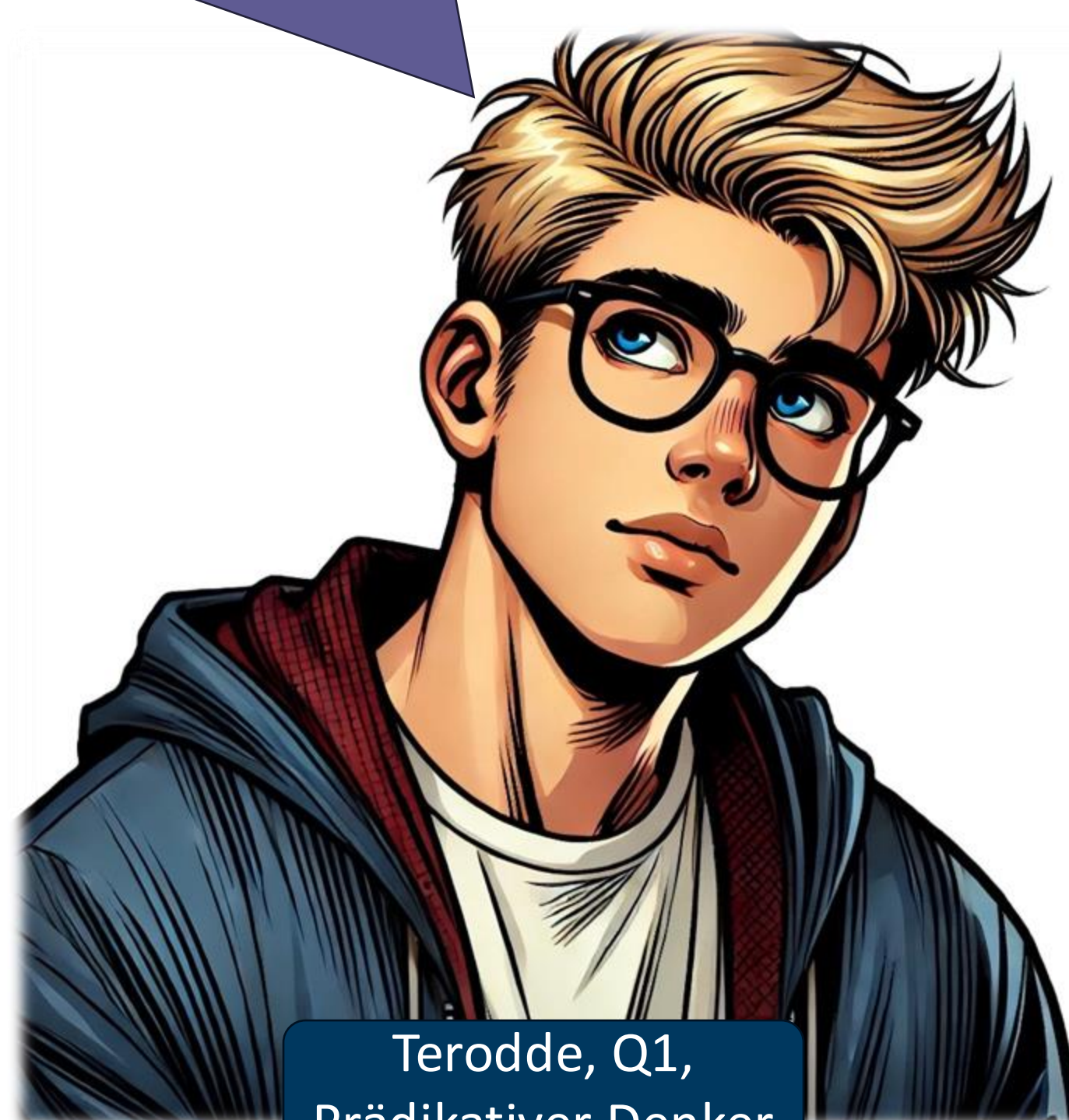


Zur Projektseite

Stell dir vor, du leitest eine Apfelplantage und musst etwa 30.000 Äpfel ernten. Du weißt, dass ein Erntehelfer durchschnittlich 350 Äpfel pro Stunde pflückt. Ein Erntehelfer erhält einen Stundenlohn von 8 €, zusätzlich gibt es für jeden Arbeiter Betriebskosten in Höhe von 20 €. Außerdem gibt es einen Schichtführer, der einen Stundenlohn von 15 € bekommt.

1. Wie viele Erntehelfer solltest du einstellen, damit die Gesamtkosten möglichst niedrig bleiben?
2. Wie lange dauert dann die gesamte Ernte?

„Ja, okay. Die Frage ist ja eigentlich, ist es moralisch ok, dann die 20 Stunden oder so arbeiten zu lassen?“



Terodde, Q1,
Prädikativer Denker

Also ich würde, glaube ich, mit beiden arbeiten. Weil das [p-GPT] ist halt eher so einer, der einem **leichtere Aufgaben** gibt, sozusagen **für Themen Einstiege**. So wenn man so gerade in das Thema, vor allem wenn Mathe reingekommen ist, dass man da vielleicht mal ein bisschen übt. Und bei dem anderen [f-GPT] so vor einer Arbeit so **richtig mal Leistung zu bekommen**, sodass man dann auch **richtig was** übt so. Für so **schwierige Aufgaben** oder so.



Marc, 8,
Prädikativer Denker

in Kooperation mit:



Literatur

- Gallin, P. (2003). Prädikatives und funktionales Denken in der Wahrscheinlichkeitsrechnung. - ZDM 2003 Vol. 35 (H.3), S. 110-119.
- Mayring, P. (2015). Qualitative Inhaltsanalyse – Grundlagen und Techniken. Beltz Verlag.
- Schwank, I. (2003). Einführung in prädikatives und funktionales Denken. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 3, 70–78. <https://subs.emis.de/journals/ZDM/zdm033a2.pdf>
- Schwank, I. (1996). Zur Konzeption prädikativer versus funktionaler kognitiver Strukturen und ihrer Anwendung. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 6, 168–183. https://mathedidaktik.uni-koeln.de/fileadmin/home/ischwank/literatur/zdm96_a.pdf
- Sjuts, J. (2002). Unterschiedliche mentale Konstruktionen beim Aufgabenlösen. *Journal für Mathematikdidaktik*, 23 (2), 106–128.

