BREUNIG, Anna & MEYER, Michael
Köln

Umdeuten und Neudeuten - Phänomene beim Darstellungswechsel in Begründungsprozessen

Argumentieren bzw. Begründen, verstanden als weniger eingeengte Form des Beweisens, sei in Anlehnung an Schwarzkopf (2001) aufgefasst als ein „zwischenmenschlicher Prozess […], der folgendermaßen gekennzeichnet wird: Zum einen wird öffentlich ein Begründungsbedarf angezeigt und zum anderen wird versucht, diesen Begründungsbedarf zu befriedigen" (S. 254f.). In der Studie werden nach Bruner (1974) die enaktive, ikonische und symbolische Darstellungsform je zur Unterstützung der Argumentationen eingesetzt und durch die verbale/narrative Darstellungsform ergänzt. Insbesondere die gezielte Verwendung von Darstellungen sowie der „Wechsel der Darstellungsformen erweist sich als der didaktische Schlüssel zum fachlichen Verstehen und ist ein Anlass zur fachlichen Kommunikation" (Leisen, 2005, S. 10). Da das Argumentieren einen wesentlichen Bestandteil dieser Prozesse darstellt, ist davon auszugehen, dass der Einsatz unterschiedlicher Darstellungsformen diese prozessbezogene Kompetenz produktiv anregen und fördern kann.

Unterschiedliche Anforderungen und Prozesse beim Darstellungswechsel – Das Phänomen vom Umdeuten und Neudeuten

Der Wechsel von Darstellungen bzw. deren Vernetzung wird oft als mathematisches Prinzip angesehen – als Zeichen eines besseren und tieferen Verständnisses und einer größeren Flexibilität (s. a. Prediger & Wessel, 2012; Duval, 2006). Duval (2006) unterscheidet zwischen „treatment and conversion" (S. 103) und damit zwischen Transformationen innerhalb und zwischen verschiedenen Registern bzw. Darstellungsformen. Bei der Verwendung verschiedener Darstellungen zur Bildung eines einzelnen mathematischen Arguments werden im Idealfall erste Ausarbeitungen von der einen in eine zweite Darstellung übertragen. Im Folgenden nennen wir dies ‚Umdeuten'. Die zweite Form der Darstellung kann Lernende jedoch auch ermutigen, neue Begründungsansätze zu gewinnen, erste zu erweitern oder einige der bisherigen Aspekte zu vernachlässigen. Dann kommen entsprechend neue Interpretationen hervor. Zur Unterscheidung wird dies als ‚Neudeuten' bezeichnet. Diese Unterscheidung lässt sich auch an den verschiedenen Arten der Abduktion veranschaulichen (u. a. Meyer, 2021): Für ein ‚Umdeuten', z. B. beim Wechsel von einer enaktiven zu einer ikonischen Darstellung, „liegt das benötigte Gesetz quasi auf der Hand" (ebd., S. 45) und das zuvor gefundene und dargestellte Gesetz wird auf eine andere Darstellung

In: P. Ebers, F. Rösken, B. Barzel, A. Büchter, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2024.
57. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
https://doi.org/10.37626/GA9783959872782.0

übertragen (es sei angemerkt, dass Gesetze hier keinen juristischen Charakter haben und z. B. auch falsch sein können). Dieser Vorgang kann als „überkodierte“ (ebd., S. 45) Abduktion bezeichnet werden. Wenn jedoch in der Situation entweder (1) das Gesetz erheblich geändert wurde, um es an die neue Darstellung anzupassen, oder (2), wenn das Gesetz beibehalten wird aber die (teilweise gegebene) neue Darstellung geändert wird, sprechen wir von einem ‚Neudeuten‘. Dies entspräche einer „kreative[n] Abduktion“ (ebd., S. 46), bei der neue Gesetze und damit neue Entdeckungen gemacht werden können (ebd., S. 46). Es ist wichtig zu betonen, dass hier davon ausgegangen wird, dass alle Begründungen oder Konklusionen auf logischen Schlussfolgerungen basieren, die ggf. auch implizit bleiben können und auch nicht unbedingt richtig bzw. wahr sein müssen. Aus diesen Perspektiven heraus ergibt sich folgende Forschungsfrage: Welche Um- und Neudeutungsprozesse lassen sich in Begründungsprozessen von Lernenden (der Klasse 5) unter Einfluss verschiedener Darstellungen rekonstruieren?

Design und Methodik

Den Lernenden wurden zur Unterstützung Karten mit Begründungsansätzen in unterschiedlichen Darstellungsformen vorgelegt und damit wurden gleichzeitig mehrere Darstellungswechsel initiiert. Das folgende Beispiel stammt aus einer Erhebung mit 29 Lernenden der 5. Jahrgangsstufe (10-11 Jahre) einer integrierten Gesamtschule mit heterogenen Leistungsniveaus. Es handelt sich im Folgenden lediglich um einzelne exemplarische Turns, die aus dem Gesamtzusammenhang herausgelöst werden, um einzelne Phänomene zu veranschaulichen. Die Daten wurden im Sinne der interpretativen Unterrichtsanalyse nach Voigt (1984) Turn-by-Turn analysiert und somit wurden Deutungshypothesen generiert.

Empirische Einblicke zu Um-/Neudeutungsprozessen beim Begründen

Die folgenden Auszüge zeigen Peggy in Bezug auf die Aufgabe: ‚Warum ist es beim Plusrechnen egal, ob ich 3 + 5 oder 5 + 3 rechne? Ist das bei anderen Zahlen auch egal? – Begründe.‘ Sie entscheidet sich zunächst den enaktiven Ansatz (eine Aufforderung, die Aufgabe mit Material nachzubauen/-legen) zur Hilfe zu nehmen und beginnt, mit kleinen farbigen Würfeln zu arbeiten: Sie legt drei blaue und fünf gelbe Würfel zunächst farblich getrennt hin und schiebt diese zusammen. Dann legt sie die Würfel wieder farblich getrennt, aber in getauschter Reihenfolge und schiebt alles erneut zusammen. Dabei komme ‚das Gleiche heraus‘. Sie könnte für ihre Begründung eines der folgenden Gesetze zugrunde gelegt haben: (1) Wenn ich zwei Mengen mit unterschiedlich gefärbten Elementen zusammenfüge, dann spielt die Reihenfolge der Elemente keine Rolle und das Ergebnis ist dasselbe. Oder etwas spezieller: (2) Wenn ich eine Menge mit gelben und eine mit blauen Elementen zusammenfüge, spielt die Reihenfolge der Elemente keine Rolle und das Ergebnis ist dasselbe. Oder: (3) Wenn ich zwei Mengen an Elementen zusammenfüge, spielt die Reihenfolge der Elemente keine Rolle und das Ergebnis ist dasselbe. Da die Schülerin die Gesetze nicht formuliert, wäre jedes der drei Gesetze möglich. Im Gegensatz zu diesem enaktiven Ansatz wird nun die Reaktion auf den ikonischen Begründungsansatz (Abb. 1) betrachtet.

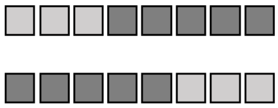

Abbildung 1: Vorgegebener ikonischer Begründungsansatz

Das erste und dritte Gesetz könnte ‚einfach' umgedeutet werden, insofern die Kästchen unterschiedliche Farben haben bzw. zwei verschiedene Mengen darstellen können und in unterschiedlicher Reihenfolge aneinandergereiht sind. Das dritte Gesetz könnte auch zum Zusammenfügen anderer Größen verwendet werden, z. B. beide Reihen von Kästchen (8+8). Bei dem zweiten Gesetz müsste Peggy hingegen ändern, dass dieses Gesetz auch für hell- und dunkelgraue Elemente gilt (Neudeuten des Gesetzes). Alternativ könnte sie das Bild farbig anpassen, um das zweite Gesetz zu nutzen (Neudeuten der Darstellung). Abhängig von dem zuvor implizit verwendeten Gesetz kann entweder ein ‚Umdeuten' (Gesetz 1 u. 3) oder ein ‚Neudeuten' (Gesetz 2) erforderlich sein, um die ikonische Darstellung im Sinne des bestehenden Arguments zu nutzen. Peggy reagiert wie folgt auf die ikonische Darstellung:

Peggy … ähm .. entweder man nimmt es so, man nimmt, (deutet auf die hellen, dann auf die dunklen Kästchen) die-, die helleren Zahlen plus oder die dunkleren Zahlen plus. ich nehme jetzt mal die helleren-, drei plus drei-, sind sechs. da ist auch dasselbe, wenn ich die vertausche (überkreuzt die Hände) .. ja da wäre es jetzt das gleiche, aber- … (bewegt die Handflächen übereinander hin und her) es wird das gleiche- selbe herauskommen.

Wir können ein ‚Neudeuten' der Gesetze eins und zwei rekonstruieren: Sie spricht von zwei Farben, fügt aber nur Elemente gleicher Farbe zusammen. Dass man die Reihenfolge der Kästchen ändern kann, ohne das Ergebnis zu ändern, ist allerdings immer noch gültig. Gesetz drei würde also umgedeutet werden. Somit kann das Bild als Teil der bestehenden Argumentation gesehen werden, auch wenn sie ihren enaktiv ausgearbeiteten Argumentationsansatz je nach verwendetem Gesetz nicht ‚einfach' auf das vorgegebene Bild überträgt. Dies wird auch deutlich, als sie selbst ein Bild malt (Abb. 2). Denn dazu sagt sie, dass man die Reihen ‚vertauschen' kann und dasselbe herauskommt, betrachtet aber explizit nur die hellen Kästchen und nicht die schwarzen bzw. die ‚in einer anderen Farbe'. Unabhängig davon, welches der drei Gesetze bei der Argumentation mit den Kästchen verwendet wurde, ändert sich der Umgang mit dem Bild. Dennoch gelingt es Peggy, den ikonischen Ansatz gezielt für ihre Argumentation zu nutzen, wenn auch auf vermeintlich nicht offensichtliche Weise.

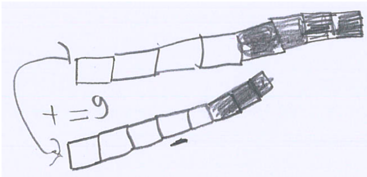

Abbildung 2: Ikonische Darstellung von Peggy

Fazit

Darstellungswechsel erfordern u. a. beim Begründen Prozesse des ‚Umdeutens' bzw. ‚Neudeutens'. Mehrere Rekonstruktionen zeigten, dass eine Änderung der Darstellung nicht immer zu einer ‚einfachen' Übertragung auf die neue Darstellung führt (Umdeuten), selbst wenn dies aus fachlicher Sicht beabsichtigt war. Um- und Neudeuten erfordern unterschiedliche kognitive Anforderungen beim Begründen, insbesondere in Bezug auf die Anwendung des Gesetzes. Entsprechend kann sich der Prozess des Darstellungswechsels durch individuelle Interpretationen schwierig gestalten. Wenn ein ‚Umdeuten' keinen Erfolg hat, ist eine Anpassung des Gesetzes oder der Darstellung erforderlich (Neudeuten). Die diagnostische Herausforderung für Lehrkräfte und Forschende besteht darin, dass sowohl das Gesetz als auch die Interpretation der Darstellung zumeist implizit bleiben. Die Veränderung der Darstellung (sowohl zwischen zwei als auch innerhalb einer Darstellungsform) ist daher ein Prozess, der viele Chancen und Potenziale, aber auch zahlreiche Hürden mit sich bringt.

Literatur

Bruner, J. S. (1974). *Entwurf einer Unterrichtstheorie*. Berlin: Berlin.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61*, 103-131.

Leisen, J. (2005). Wechsel der Darstellungsformen. *Der Fremdsprachliche Unterricht Englisch, 78*, 9−11.

Meyer, M. (2021): *Entdecken und Begründen im Mathematikunterricht. Von der Abduktion zum Argument*. 2. Auflage. Berlin: Springer.

Prediger, S.; & Wessel, L. (2012). Darstellungen vernetzen – Ansatz zur integrierten Entwicklung von Konzepten und Sprachmitteln. *Praxis der Mathematik in der Schule 54*(45), 29-34.

Schwarzkopf, R. (2001). Argumentationsanalysen im Unterricht der frühen Jahrgangsstufen. *Journal für Mathematikdidaktik 22*(3/4), 253–276.

Voigt, J. (1984). *Interaktionsmuster und Routinen im fragend-entwickelnden Mathematikunterricht*. Weinheim: Beltz.