Tobias WOLLENWEBER, Technische Universität Dortmund, DE

„Genauso wie 'ne Geheimschrift, die kann auch keiner lesen" – Kommazahlen im Kontext von Größen in der Grundschule

Am Ende der Grundschule sollen Schülerinnen und Schüler im Kontext von Größen u.a. in der Lage sein, „Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen" (KMK, 2004, 11) darzustellen. Dazu gehört auch die Kompetenz eine gegebene Größenangabe in eine andere Schreibweise sicher umzuwandeln. Gleichwohl weisen Peter-Koop und Nührenbörger (2011) darauf hin, dass sich für Kinder die Umrechnungsschritte und deren Unterscheidung innerhalb der verschiedenen Größenbereiche hierbei häufig als eine besondere Schwierigkeit erweisen. Eine dieser Schwierigkeiten ist in diesem Zusammenhang die Darstellung und Interpretation einer Größenangabe in Kommaschreibweise.

1. Größenbereichsspezifische Unterschiede

Aus stoffdidaktischer Sicht sind zwar alle Größenbereiche – mit Ausnahme der Zeit – im Sinne einer dekadischen (Ent-)Bündelung strukturiert, dennoch müssen Kinder beim Erlernen von Größenangaben und deren Beziehungen in den einzelnen Größenbereichen eine Vielzahl größenbereichsspezifischer Unterschiede verstehen lernen und im Zuge der verschiedenen Schreibweisen beachten. Die Abbildung 1 zeigt exemplarisch an den drei Größenbereichen Geldwerte, Längen und Gewichte, wie unterschiedlich – nicht nur im Rahmen des Mathematikunterrichts in der Grundschule, sondern auch im Alltag – dekadische Bündelungen zwischen den verschiedenen Maßeinheiten eines Größenbereichs vorgenommen werden.

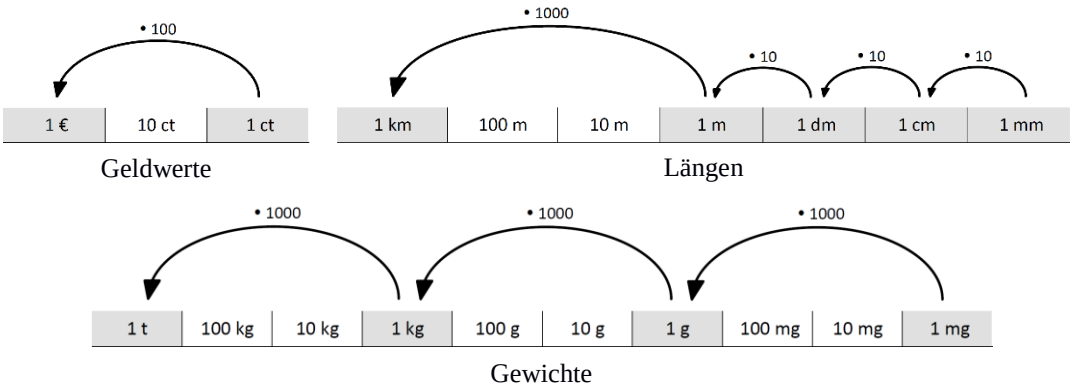

Abb. 1: Bündelungseinheiten in den Größenbereichen Geldwerte, Längen und Gewichte

Während physikalische Größenbereiche eine Vielzahl von Maßeinheiten beinhalten und sich durch fortgesetztes Bündeln und Entbündeln immer weiter

vergröbern oder verfeinern lassen, gibt es in der (bürgerlichen) Größe Geldwerte lediglich die Einheiten Euro und Cent (100 Cent = 1 Euro). Aber auch zwischen den verschiedenen physikalischen Größenbereichen treten mit Blick auf Bündelungen und der Benennung von Maßeinheiten Besonderheiten auf: Erwähnt sei vor allem die unterschiedliche Struktur der Benennung von benachbarten Maßeinheiten. Während bei Längen zwischen mm und m einzelne Untereinheiten mit cm und dm benannt werden, werden diese bei Gewichten mit Bezug auf die kleine Einheit mg gebündelt benannt: 10 mg, 100 mg. In vielen Schulbüchern der Grundschule wird aber auch die Bündelungsbeziehung zwischen m und cm (1 m = 100 cm) fokussiert, auf die „Zwischen-Einheit" Dezimeter wird aufgrund der geringeren Alltagsrelevanz häufig verzichtet.

2. Einführung von Kommazahlen in der Grundschule

Die genannten Unterschiede bzw. Bündelungsgewohnheiten in den jeweiligen Größenbereichen wirken sich nicht zuletzt auch auf die Einführung und Thematisierung von Kommazahlen in der Grundschule aus. Während beispielsweise bei Längen – je nach Maßeinheit – Bezüge zwischen einstelligen und zweistelligen Nachkommazahlen dargestellt werden (z.B. zwischen m und cm (2,25 m) oder zwischen cm und mm (2,5 cm)), werden bei Geldwerten stets zweistellige, bei Gewichten hingegen stets dreistellige Nachkommazahlen thematisiert (z.B. zwischen € und ct: 2,25 €; oder zwischen kg und g: 3,500 kg) (vgl. Franke & Ruwisch, 2010).

Mit der Kommaschreibweise greift die Grundschule frühzeitig einen mathematischen Inhalt auf, der in Gänze – also im Sinne eines rein strukturell-dekadischen (Stellenwert-)Verständnisses von *Dezimal*zahlen und letztlich ohne die Anbindung an Größen – erst Thema der frühen Sekundarstufe wird. Denn für ein solches Verständnis von Dezimalzahlen im Sinne einer vollinhaltlichen Zahlbereichserweiterung von $\mathbb{N}$ zu $\mathbb{Q}^+$ benötigen die Schülerinnen und Schüler spätestens mit Blick auf die Nachkommastellen schließlich auch Erfahrungen im Umgang mit Bruchzahlen (vgl. Steinbring, 1993; Wollenweber, 2016).

In der Grundschule hat sich für die Einführung von Kommazahlen im Kontext von Größen ein „didaktischer Umweg" etabliert, der das Komma als Trennmarke zwischen zwei Maßeinheiten eines Größenbereichs einführt. Um den Kindern den Umgang mit Kommazahlen zu erleichtern, wird also so getan, „als seien sie [die Kommazahlen, Anm. d. Verf.] natürliche Zahlen mit Kommaschreibweise" (Steinbring, 1993, 34). Dadurch können Vor- und Nachkommastellen von den Kindern wie natürliche Zahlen gelesen werden, ohne dass diese aufeinander bezogen werden müssen. Diese Reduzierung

führt aber auch dazu, dass die Bildungsregeln der Vor- und Nachkomma*zahlen* unterschiedlich gesetzt werden. Während die Zahlen vor dem Komma beispielsweise stellengerecht nach links vergrößert werden können, besitzen die Nachkomma*zahlen* eine – mit Bezug auf die gewählte Grundeinheit – spezifische, vermeintlich unveränderliche Anzahl an Stellen.

Ein Indiz, dass dieser Zugang problematisch für Kinder sein kann, liefern u.a. verschiedene Forschungsergebnisse aus der Sekundarstufe I: Demnach verfügen viele Lernende vor, aber z.T. auch noch nach Behandlung der Dezimalzahlen im Unterricht über eine sog. *Komma-Trennt*-Vorstellung. Eine Zahl wie 3,14 ist für solche Kinder dann größer als 3,2, weil aus Sicht der natürlichen Zahlen gilt: 14 > 2 (vgl. Heckmann, 2006; Padberg, 2009). Und auch bei der Interpretation von (Zwischen-)Nullen haben Schülerinnen und Schüler häufig Probleme, indem z.B. davon ausgegangen wird, dass Zahlen wie 1,04 und 1,4 gleichwertig sind, der „0“ in der ersten Zahl also von diesen Kindern keine stellenwertbelegende Funktion zugesprochen wird (vgl. Heckmann, 2006; Steinle & Stacey, 1998).

3. Forschungsprojekt

Aus mathematikdidaktischer Perspektive der Primarstufe stellen sich folglich vor allem zwei Fragen:

- Wie können Kommazahlen im Kontext von Größen bereits in der Grundschule thematisiert werden, „ohne das sachlich etwas Falsches gelehrt wird, was später mit der vollinhaltlichen Erfassung in Widerspruch geraten müßte“ (Oehl, 1962, 125)?
- Welches Kommazahlverständnis im Kontext von Größen besitzen Grundschulkinder und inwiefern können sie dieses im Diskurs miteinander verändern und weiterentwickeln?

Ziel des Forschungsprojektes ist es u.a. aus einer eher diagnostischen Perspektive die (verschiedenen) Vorstellungen in der Grundschule in den jeweiligen Größenbereichen herauszuarbeiten. Dazu wurden im Rahmen des (qualitativen) Forschungsprojektes fünf produktive Aufgabenstellungen im Kontext der Größen Geldwerte, Längen und Gewichte entwickelt, mit deren Hilfe Dritt- und Viertklässler in Partnerinterviews die Bedeutung von Kommazahlen erkunden und diese explizit miteinander vergleichen sollten.

Die bisherigen Analysen zeigen dabei deutlich auf, dass die Vorstellungen und Begründungsmuster der Kinder in Relation zu den unterschiedlichen Größenbereichen sehr vielfältig sind: Mehrere der interviewten Kinder verfügen über eine *Komma-Trennt*-Vorstellung. Gleichwohl ist der Umgang mit und die Deutung von Kommazahlen in den verschiedenen Größenbereichen

selbst bei einer auf den ersten Blick gleichen Vorstellung vom Komma als Trennmarke sehr unterschiedlich ausdifferenziert. Drei Beispiele sollen dies abschließend illustrieren:

Beispiel 1: Umbündelung der Nachkomma*zahl* in die gegebene Grundeinheit

Der Schüler bündelt 3,100m additiv um zu ‚insgesamt' 4m: *„Weil hundert Zentimeter sind ein Meter plus dreihundert Zentimeter sind vier Meter."*

Beispiel 2: Verschiebung des Kommas in Relation zur Anzahl der Nachkommastellen

Der Schüler verschiebt das Komma in 3,100m um eine Position nach hinten und erhält 31,00m: „*Hinterm Komma dürfen ja eigentlich nur zwei Zahlen stehen und wenn da drei stehen, dann muss man das Komma einen nach hinten machen, damit da nur zwei stehen."*

Beispiel 3: Optionale Ergänzung von einstelligen Nachkommazahlen durch (eine) Endstellennull(en)

Der Schüler äußert sich zur Preisangabe 1,9 €: „*Es ist einfach nur Preise anders aufschreiben, wie keiner sie lesen kann. Genauso wie 'ne Geheimschrift, die kann auch keiner lesen (...) man muss halt überlegen: Ist es dann auch wirklich ein Euro Neun oder könnte da noch 'ne Null hinter?"*

Literatur

Franke, M., & Ruwisch, S. (2010). *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule*. Heidelberg: Spektrum.

Heckmann, K. (2006). *Zum Dezimalbruchverständnis von Schülerinnen und Schülern. Theoretische Analyse und empirische Befunde*. Berlin: Logos Verlag.

KMK (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich.* München: Luchterhand.

Oehl, W. (1962). *Der Rechenunterricht in der Grundschule*. Hannover: Schroedel.

Padberg, F. (2009). *Didaktik der Bruchrechnung*. Berlin: Springer Spektrum.

Peter-Koop, A., & Nührenbörger, M. (2011). Größen und Messen. In G. Walther, M. v.d. Heuvel-Panhuizen, D. Granzer, & O. Köller (Hrsg.), *Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret* (89-117). Berlin: Cornelsen.

Steinle, V., & Stacey, K. (1998). *The incidence of misconceptions of decimal notation amongst students in Grades 5 to 10.* In C. Kanes et al. (Hrsg.), Teaching mathematics in new times. Proceedings. Vol. 2. (548-555). Brisbane (Australien): MERGA.

Steinbring, H. (1993). *„Kann man ein Meter auch mit Komma schreiben?". Konkrete Erfahrungen und theoretisches Denken im Mathematikunterricht der Grundschule*. Mathematica didactica, 16 (2), 30-55.

Wollenweber, T. (2016). Dezimalzahlen im Kontext von Größen im Mathematikunterrichts der Grundschule. In A. S. Steinweg (Hrsg.), *Inklusiver Mathematikunterricht*. Tagungsband des AK Grundschule in der GDM 2016 (85-88). Bamberg: UBP.