

Modale Analyse zur Optimierung des EMV-Verhaltens von Kfz-Komponenten

Von der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik
der Technischen Universität Dortmund genehmigte

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

**Doktor der Ingenieurwissenschaften
(Dr.-Ing.)**

von

M.Sc. Jan Benz

Dortmund, 2025

Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. Stephan Frei

Korreferent: Prof. Dr.-Ing. David Pommerenke

Tag der mündlichen Prüfung: 19.02.2025

Benz, Jan: Modale Analyse zur Optimierung des EMV-Verhaltens von Kfz-Komponenten
Genehmigte Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades Doktor der
Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.) der Fakultät für Elektrotechnik und
Informationstechnik der Technischen Universität Dortmund.

Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. Stephan Frei

Korreferent: Prof. Dr.-Ing. David Pommerenke

Ort und Tag der mündlichen Prüfung: Dortmund, 19.02.2025

Kurzfassung

Zur Einhaltung der Störaussendung und Störfestigkeit in der elektromagnetischen Verträglichkeit (EMV) ist das Resonanzverhalten der elektronischen Komponenten in ihrer Messumgebung oft entscheidend. Die vorliegende Arbeit stellt eine Methodik zur Untersuchung des Resonanzverhaltens in der EMV vor. Basierend auf einem modalen Ansatz zur Darstellung des elektrischen Systemverhaltens wird ein Verfahren zur Analyse und Optimierung der Resonanzen entwickelt. Dafür wird das System zunächst mittels eines Netzwerkmodells beschrieben. Die Geometrien des CAD-Modells (Computer-Aided Design) werden dabei durch eine bekannte Methode zur Extraktion äquivalenter elektrischer Ersatzmodelle erfasst. Zur direkten Berechnung der Resonanzeigenschaften wie Frequenz, Güte und Amplitude wird das System in seine Eigenmoden zerlegt und gezeigt, dass sich das Systemverhalten in der Nähe der Resonanz durch eine einzige Mode beschreiben lässt. Über die Mode und den zugehörigen Eigenwert wird ein Zusammenhang zwischen der in den Induktivitäten und Kapazitäten gespeicherten Energie sowie der Verlustleistung der Widerstände und den Resonanzeigenschaften (Frequenz und Dämpfung) hergeleitet. Dadurch lässt sich der Einfluss jedes Bauteils auf Frequenz und Dämpfung der Resonanzen quantifizieren und der Resonanzkreis beschreiben. Aufbauend auf der modalen Systemapproximation wird eine Sensitivitätsanalyse zur effizienten Berechnung der Sensitivität der Resonanzeigenschaften wie Frequenz, Güte und Amplitude bezüglich sämtlicher Bauteile vorgestellt. Durch die Kombination mit einer bereits bekannten 3D-Sensitivitätsanalyse können außerdem Änderungen in der Geometrie und im Layout der Komponente abgeleitet werden, die zu einem optimierten Resonanzverhalten führen. Beispielhaft wird die entwickelte modale Analyse- und Optimierungsmethode an Produkten bzw. Entwicklungsmustern in ausgewählten Mess- und Prüfverfahren vorgestellt. Im Fokus stehen die Untersuchung der Resonanzen der leitungsgeführten Emissionen eines elektrischen Kompressors sowie die Betrachtung der Störfestigkeit im Stromeinspeiseverfahren eines Drucksensors.

Abstract

The resonance behavior of a Device under Test (DUT) is often crucial for ensuring compliance with emission and immunity standards in Electromagnetic Compatibility (EMC). This thesis presents a methodology for investigating the resonance behavior of electrical DUTs in the field of EMC. Based on a modal approach to represent the electrical system behavior, a procedure for analyzing and optimizing resonances is developed. Initially, the system is described using a network model, with the geometries of the CAD model captured using a method for extracting equivalent physical circuit models. A modal approach is then employed to analyze and optimize the resonances. To directly calculate resonance properties such as frequency, quality factor, and amplitude, the system is decomposed into its eigenmodes, showing that the system behavior near resonance can be described by a single mode. A relationship between the energy stored in the inductors and capacitors and the power dissipated by the resistors and the resonance properties (frequency and damping) is derived through the mode and its associated eigenvalue. This enables a quantification of the influence of each element on the frequency and damping of the resonances, as well as identification of the resonant circuit. Based on the modal system approximation, a sensitivity analysis is introduced to efficiently calculate the sensitivities of the resonance properties (frequency, quality, and amplitude) with respect to each circuit element. Combining this with an already-known 3D sensitivity analysis allows for determining resonance optimization measures in the geometry and the layout of the DUT. The developed modal analysis and optimization method is exemplarily applied to products or development samples in standardized test procedures. Specifically, the resonances of the conducted emissions test of an electric compressor and the immunity of a pressure sensor are investigated.

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	iii
Abstract	v
Abkürzungen und Symbole	ix
1 Einführung	1
1.1 Einleitung	1
1.2 Stand der Technik	4
1.3 Ziele der Arbeit	8
2 Theoretische Grundlagen	11
2.1 Elektrische und elektromagnetische Systeme	11
2.1.1 Elektrische Schaltungstheorie	11
2.1.2 Extraktion äquivalenter Ersatzschaltbilder	15
2.1.3 Sensitivitätsanalyse elektrischer Schaltungen	17
2.1.4 Sensitivitätsanalyse elektromagnetischer Systeme	20
2.2 Systemtheorie	23
2.2.1 Systembeschreibung in der Zustandsraumdarstellung	23
2.2.2 Elektrische Schaltungen in der Zustandsraumdarstellung	24
2.2.3 Übertragungsfunktionen und deren Pol - und Nullstellen	27
2.2.4 Sensitivitätsanalyse von Eigenwerten und Eigenvektoren	29
3 Resonanzanalyse mittels Eigenmoden	33
3.1 Modale Resonanzbeschreibung	33
3.2 Modale Resonanzanalyse	36
3.2.1 Resonanzgüte	37
3.2.2 Resonanzfrequenz	40
3.2.3 Resonanzkreis	44
3.2.4 Vorgehen zur Resonanzanalyse	45

3.3	Beispiele	47
3.3.1	Modell eines IC-Pins	47
3.3.2	Spannungsregler mit CAD-Modell	57
4	Resonanzoptimierung mithilfe der Sensitivitätsanalyse	65
4.1	Sensitivität der Resonanzeigenschaften	65
4.2	Sensitivitätsanalyse auf Basis der modalen Analyse	69
4.2.1	Resonanzfrequenz	71
4.2.2	Resonanzgüte	72
4.2.3	Resonanzamplitude	72
4.3	3D-Sensitivitätsanalyse auf Basis der modalen Analyse	76
4.4	Beispiele	77
4.4.1	Modell eines IC-Pins	77
4.4.2	Spannungsregler mit CAD-Modell	79
5	Anwendung auf Kfz-Komponenten	83
5.1	Analyse nicht-resonanter Effekte	83
5.2	Leitungsgebundene Emissionen eines elektrischen Kompressors	90
5.2.1	Messaufbau	90
5.2.2	Systemsimulation	92
5.2.3	Resonanzanalyse	94
5.2.4	Resonanzoptimierung	96
5.3	Störfestigkeit eines Sensors im Stromeinspeiseverfahren	97
5.3.1	Systemsimulation	97
5.3.2	Resonanzanalyse	99
5.3.3	Resonanzoptimierung	102
6	Zusammenfassung	105
	Veröffentlichungen und betreute Abschlussarbeiten	119
	Anhang	121
A	Grundlagen	122
A.1	Elektrische Schaltungselemente	122
B	Grundlagen der EMV-Prüfverfahren	124
B.1	Störemissionen	124
B.2	Störfestigkeit	126

Abkürzungen und Symbole

Akronyme

Abkürzung	Beschreibung
3D	Dreidimensional
AC	Wechselstrom, engl.: <i>Alternating Current</i>
ADC	Analog-Digital-Wandler, engl.: <i>Analog-Digital-Converter</i>
ASIC	anwendungsspezifische integrierte Schaltung, engl.: <i>Application-Specific Integrated Circuit</i>
BCI	Stromeinspeisung, engl.: <i>Bulk Current Injection</i>
BNN	Bordnetznachbildung
CAD	rechnerunterstütztes Konstruieren, engl.: <i>Computer-Aided Design</i>
CE	leitungsgebundene Emissionen, engl.: <i>Conducted Emissions</i>
CISPR	Internationales Sonderkomitee für Funkstörungen, engl.: <i>Comité international spécial des perturbations radioélectriques</i>
CM	Gleichtakt, engl.: <i>Common Mode</i>
DC	Gleichstrom, engl.: <i>Direct Current</i> ,
DM	Gegentakt, engl.: <i>Differential Mode</i>
DPI	Störleistungseinkopplung, engl.: <i>Direct Power Injection</i>
DUT	Prüfling, engl.: <i>Device Under Testing</i>

Abkürzung	Beschreibung
EMV	Elektromagnetische Verträglichkeit
ESB	Ersatzschaltbild
ESL	äquivalente Serieninduktivität, engl.: <i>Equivalent Series Inductor</i>
ESR	äquivalenter Serienwiderstand, engl.: <i>Equivalent Series Resistor</i>
FEM	Finite-Elemente-Methode
IC	integrierte Schaltung, engl.: <i>Integrated Circuit</i>
ISO	Internationale Organisation für Normung, engl.: <i>International Organization for Standardization</i>
Kfz	Kraftfahrzeug
LSB	Geringwertigstes Bit, engl.: <i>Least Significant Bit</i>
LTI	linear-zeitinvariant, engl.: <i>Linear Time Invariant</i>
MEMS	mikroelektromechanisches System, engl.: <i>Microelectromechanical Systems</i>
PCB	Leiterplatte, engl.: <i>Printed Circuit Board</i>
PEEC	engl.: <i>Partial Equivalent Electrical Circuit</i>
PHREEC	engl.: <i>Physical Reduced Equivalent Electrical Circuit</i>
RIA	engl.: <i>Radiated Immunity Antenna</i>

Mathematische Bezeichnungen und Schreibweisen

Symbol	Beschreibung
\mathbb{R}	Menge der reellen Zahlen
\mathbb{C}	Menge der komplexen Zahlen
j	imaginäre Einheit
e	eulersche Zahl
\mathbf{A}, \mathbf{a}	Matrix
\mathbf{A}, \mathbf{a}	Vektor
\mathbf{a}_i	i -ter Vektor einer Matrix \mathbf{A}
a_{ij}	Element der i -ten Zeile der j -ten Spalte einer Matrix \mathbf{A}
a_i	i -tes Element eines Vektors \mathbf{a}
$\bar{\mathbf{a}}$	konjugiert komplexer Vektor
\mathbf{A}^T	Transponierte der Matrix \mathbf{A}
\mathbf{A}^{-1}	Inverse der Matrix \mathbf{A}
\mathbf{A}^H	Adjungierte der Matrix \mathbf{A}
$\partial a / \partial t$	partielle Ableitung von a nach t
da / dt	Ableitung von a nach t
\mathcal{T}	Transformationsoperator
$\operatorname{Re}(z)$	Realteil der komplexen Zahl z
$\operatorname{Im}(z)$	Imaginärteil der komplexen Zahl z
\mathbf{I}	Einheitsmatrix
\mathcal{L}	Laplace-Transformation
$f()$	Funktion
$\mathbf{\Gamma}$	Hilfsmatrix
$ a $	Betrag von a

Formelzeichen

Symbol	Beschreibung
A	Systemmatrix der Zustandsraumdarstellung
A_I	Inzidenzmatrix
A_s	Inzidenzmatrix der Quellen
A_C	Inzidenzmatrix der Kapazitäten
A_G	Inzidenzmatrix der Leitwerte
A_L	Inzidenzmatrix der Induktivitäten
B	Bandbreite
B_S	Schleifenmatrix
B	Eingangsmatrix der Zustandsraumdarstellung
c	Summationskonstante
C	Kapazität
C_D	Diffusionskapazität
C_x	Gegentaktfilterkapazität
C_y	Gleichtaktfilterkapazität
C	Kapazitätsmatrix
C	Ausgangsmatrix der Zustandsraumdarstellung
\tilde{C}	Schaltungsmatrix der Kapazitäten
D	Durchgangsmatrix der Zustandsraumdarstellung
E	Eigenvektormatrix
\tilde{E}	Inverse der Eigenvektormatrix
f	Frequenz
f_r	Resonanzfrequenz
G	elektrischer Leitwert
G	Matrix der Leitwerte
\tilde{G}	Schaltungsmatrix der Leitwerte
H	Transfermatrix

Symbol	Beschreibung
I	elektrische Stromstärke
\mathbf{I}	Vektor der Kantenströme
\mathbf{I}_L	Vektor der Ströme in den Induktivitäten
\mathbf{I}_R	Vektor der Ströme in den Widerständen
\mathbf{I}_C	Vektor der Ströme in den Kapazitäten
\mathbf{I}_s	Vektor der Quellenströme
$\tilde{\mathbf{I}}_s$	Vektor der Knotenströme
k	Koppelfaktor
L	Induktivität
\mathbf{L}	Induktivitätsmatrix
$\tilde{\mathbf{L}}$	Schaltungsmatrix der Induktivitäten
M	Gegeninduktivität
p	Sensitivitätsparameter
p_k	konstruktiver Sensitivitätsparameter
P_V	Verlustleistung
Q	Güte
q	Zielgröße
R	Widerstand
R_B	Bulk-Widerstand
r_D	differentieller Widerstand
\mathbf{R}	Widerstandsmatrix
s	komplexe Frequenz
s_0	Nullstelle
s_p	Polstelle
S	S-Parameter
\mathbf{s}_E	Sensitivität der Eigenvektormatrix
\mathbf{s}_Λ	Sensitivität der Eigenwerte
s_q	Sensitivität der Zielgröße q
\hat{s}_q	vollständig normierte Sensitivität der Zielgröße q

Symbol	Beschreibung
s_R	Sensitivität der Widerstandsmatrix R
s_L	Sensitivität der Induktivitätsmatrix L
s_C	Sensitivität der Kapazitätsmatrix C
s_G	Sensitivität der Leitwertsmatrix G
s_{ω_r}	Sensitivität der Resonanzkreisfrequenz
\hat{s}_{ω_r}	vollständig normierte Sensitivität der Resonanzkreisfrequenz
s_Q	Sensitivität der Güte
\hat{s}_Q	vollständig normierte Sensitivität der Güte
s_ζ	Sensitivität des Dämpfungsfaktors
\hat{s}_ζ	vollständig normierte Sensitivität des Dämpfungsfaktors
s_A	Sensitivität der Resonanzamplitude
\hat{s}_A	vollständig normierte Sensitivität der Resonanzamplitude
t	Zeit
\mathbf{u}	Vektor der Eingangssignale
U	elektrische Spannung
\mathbf{U}	Vektor der Kantenspannungen
\mathbf{U}_N	Vektor der Knotenspannungen
\mathbf{U}_L	Vektor der Spannungen entlang der Induktivitäten
\mathbf{U}_R	Vektor der Spannungen entlang der Widerstände
\mathbf{U}_C	Vektor der Spannungen entlang der Kapazitäten
\mathbf{U}_s	Vektor der Spannungen entlang der Quellen
W_L	elektrische Energie der Induktivitäten
W_M	elektrische Energie der Gegeninduktivität
W_C	elektrische Energie der Kapazitäten
W_Q	elektrische Blindenergie
$W_{\text{gew.}}$	gewichtete Energie
w_C	genormte Energie der Kapazitäten
w_L	genormte Energie der Induktivitäten
\mathbf{x}	Zustandsvektor

Symbol	Beschreibung
\mathbf{y}	Ausgangsvektor
\mathbf{Y}	Admittanzmatrix
z	Netzwerkelement
\mathbf{Z}	Impedanzmatrix
Z_I	Impedanz einer realen Stromquelle
Z_U	Impedanz einer realen Spannungsquelle
α	Realteil eines Eigenwerts
β	Imaginärteil eines Eigenwerts
ζ	Dämpfungsfaktor
Λ	Matrix der Eigenwerte
λ	Eigenwert
λ	adjungierte Lösung
ω	Kreisfrequenz
ω_0	natürliche Kreisfrequenz
ω_d	gedämpfte Kreisfrequenz
ω_r	Resonanzkreisfrequenz

1 Einführung

1.1 Einleitung

Durch das autonome Fahren halten vermehrt sicherheitskritische und hochfrequente Sensor- und Kommunikationssysteme Einzug in das Fahrzeug. Aufgrund der zeitgleichen Elektrifizierung des Antriebsstrangs kommt es zur Koexistenz von Leistungselektronik mit hoher Energiedichte und sensibler Mess- bzw. Kommunikationselektronik, was zu einer erhöhten Wahrscheinlichkeit von elektromagnetischen Störeinflüssen führt.

Um die elektromagnetische Verträglichkeit (EMV) von elektronischen Komponenten im Fahrzeug zu gewährleisten, müssen diese die Grenzwerte in den EMV-Prüfverfahren gemäß nationaler und internationaler EMV-Normen erfüllen [1, S. 465 ff.]. Viele Prüfverfahren untersuchen die Störfestigkeit oder Störaussendung im Frequenzbereich und erfordern häufig die Einhaltung von Grenzwerten über einen großen Frequenzbereich hinweg.

Resonanzen, die auftreten, wenn ein System angeregt wird und die Anregungsfrequenz nahe der Eigenfrequenz des Systems liegt, stellen erhöhte Amplituden der Systemgrößen (wie z. B. Spannungen und Ströme einer Schaltung) in diesem Frequenzbereich dar [2, S. 433]. Diese Resonanzen beeinflussen das Störaussendungs- und Störfestigkeitsverhalten einer elektronischen Komponente erheblich.

In Abb. 1.1 wird beispielsweise die erhöhten leitungsgebundene Emissionen eines elektrischen Kompressors bei ca. 25 MHz gezeigt. Das periodische Schalten der Leistungshalbleiter im Wechselrichter führt zur Anregung einer Resonanz auf der Leiterplatte des Kompressors. Als Konsequenz werden vorgegebene Grenzwerte überschritten, wie durch einen fiktiven, jedoch plausiblen Grenzwert in der Abbildung verdeutlicht wird.

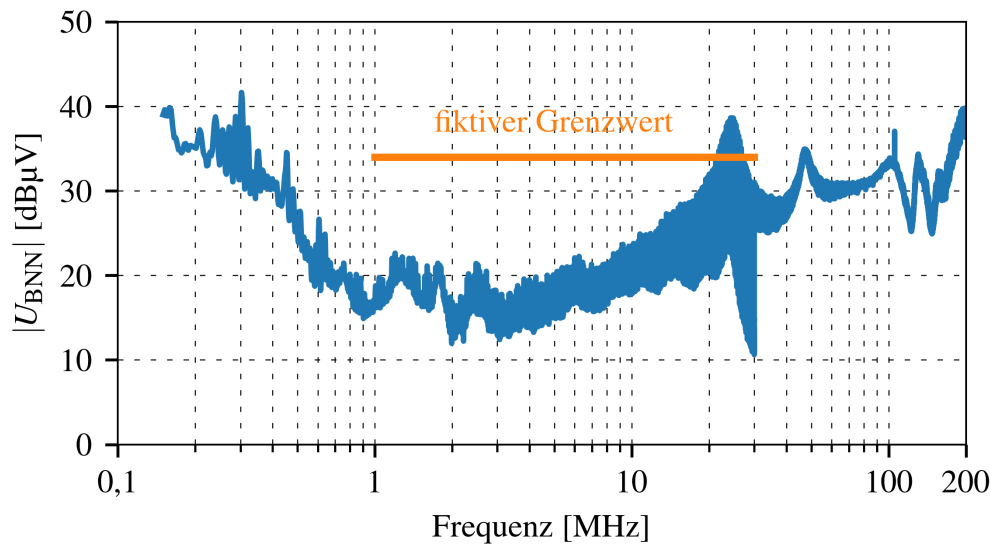


Abbildung 1.1: Leitungsgebundene Emissionen eines elektrischen Kompressors im Frequenzbereich von 100 kHz bis 200 MHz im Vergleich zu einem fiktiven Grenzwert

Als weiteres Beispiel wird in Abb. 1.2 die reduzierte leitungsgebundene Störfestigkeit einer anwendungsspezifischen integrierten Schaltung (ASIC, engl.: Application-Specific Integrated Circuit) im Verfahren der direkten Störleistungseinkopplung (DPI, engl.: Direct-Power-Injection) bei Einkopplung an der Versorgungsspannung dargestellt. Diese von außen eingekoppelte Störleistung führt zu einer Anregung der Resonanz in den Strukturen auf der Leiterplatte sowie im ASIC. Anstatt des geforderten Sollwerts von 30 dBm Vorwärtsleistung ist die fehlerfreie Funktion der integrierten Schaltung im Frequenzbereich der Resonanz nur bis ca. 25 dBm gegeben.

Das Verständnis bzw. die Beschreibung sowie die gezielte Beeinflussung der Resonanzen stellen somit einen zentralen Punkt in der EMV-gerechten Auslegung einer elektrischen Komponente dar. Eine gezielte Veränderung des Resonanzverhaltens kann zu einem optimierten EMV-Verhalten der Komponente führen, wobei für die Optimierung der Resonanzen in der EMV die folgenden Modifikationen interessant sind [3]:

- Verschieben der Resonanzfrequenz
- Verändern der Resonanzbreite bzw. der Resonanzgüte
- Verringern der Resonanzamplitude

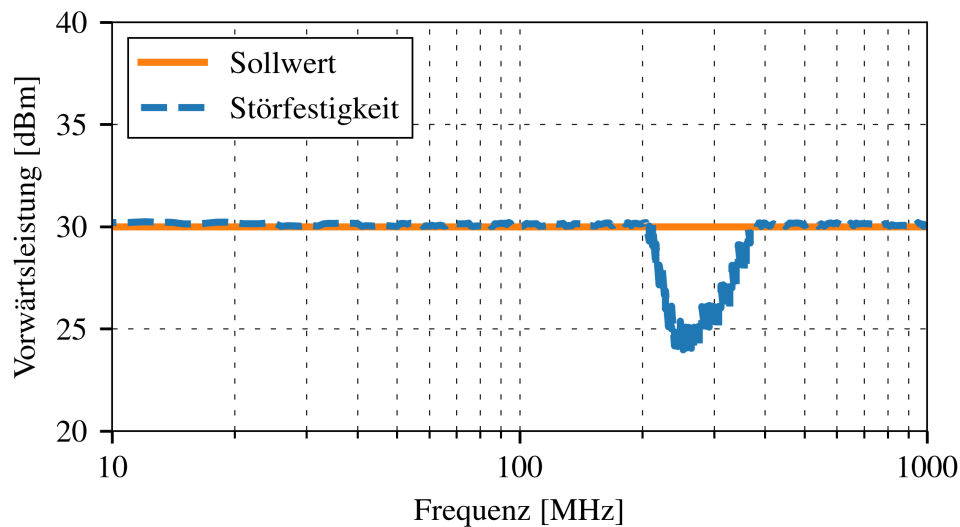


Abbildung 1.2: Störfestigkeit einer integrierten Schaltung im DPI-Prüfverfahren im Frequenzbereich von 10 MHz bis 1 GHz im Vergleich zum Sollwert

In der Messtechnik gibt es eine Vielzahl von Methoden zur Detektion von Resonanzen in elektronischen Komponenten. So werden in [4] die Resonanzfrequenzen durch das Bestimmen der Polstellen des Systems mithilfe der Zeitantwort beim Anlegen eines breitbandigen Pulses identifiziert.

Das in [5] beschriebene Messverfahren nutzt hingegen zwei Nahfeldsonden, um Leiterplatten automatisiert abzutasten und die resonanten Strukturen über die Feldverteilung bei Resonanzen sichtbar zu machen. In [6] wird dafür eine kombinierte elektrische und magnetische Sonde entwickelt, die es ermöglicht, eine Resonanz über eine Sonde anzuregen und gleichzeitig die Reaktion des untersuchten Systems mit der anderen Sonde zu messen. Wenn eine Resonanz angeregt wird, ist die Reaktion besonders stark ausgeprägt.

Jedoch können experimentelle Methoden im Entwicklungsprozess erst angewandt werden, wenn erste Muster verfügbar sind. Bei der Untersuchung von sehr kleinen Systemen wie integrierten Schaltungen (IC, engl.: Integrated Circuit) oder Sensoren stoßen diese experimentellen Methoden ebenfalls an ihre Grenzen.

Um die Analysen in frühen Entwicklungsstadien durchführen und Methoden zur Optimierung der Resonanzen einsetzen zu können, sind modellbasierte Ansätze notwendig. Das Modell der elektronischen Komponente im EMV-Prüfverfahren kann dabei durch ein Schaltungsmodell der funktionalen Elemente in Kombination mit einem CAD-Modell (engl.: Computer-Aided Design) der Geometrien, wie bspw. Leiterbahnen oder Gehäuse, modelliert werden.

In der EMV können Resonanzen oft effizient im Frequenzbereich analysiert werden, indem die Systeme durch passive, lineare, zeitinvariante Systeme (LTI-Systeme) mit Widerständen, Kapazitäten und Induktivitäten (sog. RLC-Netzwerken) approximiert werden. In [7] werden beispielsweise die Resonanzen (bis ca. 30 MHz) der leitungsgebundenen Emissionen eines Gleichspannungswandlers durch eine geringe Anzahl an diskreten und parasitären Schaltungselementen wiedergegeben. Ein ähnlicher Ansatz wird in [8] für die Resonanzen (bis 30 MHz) der Emissionen eines getakteten Netzteils verwendet, wobei ein Modell mit ca. 25 Netzwerkelementen untersucht wird. Ähnliche Herangehensweisen finden sich auch in [9] für die Untersuchung von Resonanzen in EMV-Filtern.

Um den Einfluss der CAD-Struktur auf die Resonanzen in solchen Systemen zu betrachten, können Parasitenextraktionsverfahren eingesetzt werden. Diese Verfahren ermöglichen es, die Struktur mithilfe von parasitären RLC-Netzwerken zu modellieren. In [10] und [11] wird dazu eine Methode zur numerischen Impedanzberechnung vorgestellt, mit der passive lineare Ersatzschaltbilder (zwischen benutzerdefinierten Punkten im CAD-Modell) aus komplexen CAD-Modellen extrahiert werden können.

Wie in dieser Arbeit gezeigt wird, ermöglichen diese Methoden die Beschreibung, Analyse und Optimierung von Resonanzen in komplexen elektronischen Komponenten mithilfe von Ersatzschaltbildern.

1.2 Stand der Technik

In der Literatur werden verschiedene Ansätze zur modellbasierten Analyse von Resonanzen verfolgt, die im Folgenden hinsichtlich ihrer Eignung zur Analyse und Optimierung von Resonanzen in der EMV-gerechten Entwicklung elektronischer Komponenten in Kraftfahrzeugen (Kfz) betrachtet werden.

Analytische Resonanzanalyse

Für einfache Ersatzschaltbilder, wie sie beispielsweise in [7] und [8] verwendet wurden, können Resonanzen noch symbolisch von Hand analysiert werden. In [12] werden theoretische Untersuchungen an einem einfachen Schwingkreis mit insgesamt sieben Netzwerkelementen, einschließlich Parasiten, durchgeführt. Das Ziel ist es, die Bedingungen für Resonanz und die Abschätzung der Resonanzamplitude zu untersuchen, indem die normierten Impedanzen der Schaltung analysiert werden.

Durch diese Analyse können Rückschlüsse auf die an der Resonanz beteiligten Elemente gezogen werden.

Die eigentliche Herausforderung besteht jedoch in der Modellbildung. Das Modell muss einerseits kompakt genug sein, um eine solche analytische oder manuelle Betrachtung zu ermöglichen, andererseits müssen alle relevanten parasitären und diskreten Elemente für die Resonanz im Modell enthalten sein. Die Verwendung von Parasitenextraktionsmethoden führt bei den zu untersuchenden Komponenten in dieser Arbeit zu umfangreichen Ersatzschaltbildern, was eine solche Betrachtung aufwendig macht.

Pol-Nullstellen-Analyse

Eine einfache und bekannte Methode zur Analyse von Resonanzen in einem System ist die Untersuchung des Frequenzgangs der relevanten Systemgröße im Bode-Diagramm [13, S. 247 ff.]. Resonanzen können anhand von lokalen Maxima im Frequenzgang der Amplitude (auch Resonanzüberhöhung genannt [13, S. 256]) identifiziert werden.

Die Berechnung der Sensitivitäten der Resonanzgüte oder Resonanzfrequenz über Netzwerksensitivitäten nach [14, S. 171 ff.] ist jedoch nur indirekt über die Analyse des Frequenzgangs möglich und hängt somit stark von der Auflösung des Frequenzgangs ab. Zudem ist die Resonanzamplitude eine Funktion der Frequenz, und wie in Kapitel 4 gezeigt wird, führen Verfahren wie die frequenzabhängige Sensitivitätsanalyse nach [14, S. 171 ff.] zu Problemen bei der Bestimmung der Sensitivität der Resonanzamplitude.

Eine Möglichkeit, diese Probleme zu umgehen, besteht darin, die Polstellen des Systems bzw. das System an seinen Polstellen zu analysieren. Mithilfe der Polstellen können Resonanzfrequenz und Güte direkt bestimmt und mittels Sensitivitätsanalyse untersucht werden [14, S. 156 ff.]. So verwendet beispielsweise [15] die Sensitivitäten der Polstellen eines elektrischen Netzwerks, um die Resonanzfrequenzen des Systems zu verschieben.

Die Polstellen können unter anderem auch für einen messtechnisch bestimmten Frequenzgang durch Anpassung an rationale Funktionen über das Vector-Fitting-Verfahren in [16] bestimmt werden. Die Polstellen liefern jedoch keine direkte Beschreibung der Resonanz oder der Elemente, die an der Resonanz beteiligt sind.

Modenresonanzanalyse

Um die Resonanzamplitude und die an der Resonanz beteiligten Elemente des Systems zu analysieren, geht das Verfahren in [17] davon aus, dass eine Systemresonanz vorliegt, wenn die betrachteten Spannungen der Knotenpotentialanalyse im Frequenzbereich ein Maximum erreichen. Diese Maxima treten bei den Frequenzen auf, bei denen die Determinante der Admittanzmatrix, die im Nenner der Knotenpotentialanalyse verwendet wird, ein Minimum erreicht. Es wird gezeigt, dass ein solches Minimum auftritt, wenn ein Eigenwert der Admittanzmatrix minimal wird. Das Verhalten des Systems bei jeder Resonanz wird dann durch die Eigenmode mit dem minimalen Eigenwert und dem zugehörigen Eigenvektor beschrieben [17].

Die Betrachtung des Eigenvektors ermöglicht eine Aussage darüber, welche Knoten des Netzwerks an der Resonanz des Systems beteiligt sind. Eine Sensitivitätsanalyse der Resonanzamplitude erfolgt durch die Untersuchung des Einflusses der Admittanzen auf den Eigenwert [18]. Das Verfahren wird in verschiedenen Bereichen angewendet, einschließlich der Analyse von Resonanzen in harmonisch angeregten Stromversorgungsnetzen. Eine weitere Anwendung dieses Verfahrens wird in der Arbeit von [19] für die Untersuchung von Windenergieparks beschrieben.

Ein Vorteil des Ansatzes besteht darin, dass Admittanzen direkt berücksichtigt werden können, ohne dass sie zuvor durch Netzwerkmodelle dargestellt werden müssen [20]. Dadurch können beispielsweise auch Admittanzmatrizen betrachtet werden, die messtechnisch oder aus Feldmodellen bestimmt wurden. Allerdings muss die Frequenz, bei der ein Eigenwert der Admittanzmatrix minimal wird, über den Frequenzgang des Eigenwertes bestimmt werden. Dazu ist es notwendig, die Admittanzmatrix für alle im Frequenzgang betrachteten Frequenzpunkte in ihre Eigenwerte und Eigenvektoren zu zerlegen.

Dadurch können im Gegensatz zur Beschreibung über die Polstellen die Resonanzfrequenz und die Resonanzgüte mit diesem Verfahren nur indirekt über den Frequenzgang der Eigenwerte der Admittanzmatrix erhalten werden [20].

Methode der charakteristischen Moden

Ein ähnlicher Ansatz zur Untersuchung und Optimierung von Resonanzen findet sich auch außerhalb der EMV im Bereich der Antennenentwicklung. Im Gegensatz zur EMV ist es in der Antennenentwicklung unter anderem das Ziel, möglichst resonante leitende Strukturen zu entwickeln und diese optimal anzuregen [21]. Die Theorie der charakteristischen Moden wurde erstmals in [22] zur Diagonalisierung von Streumatrizen ausgearbeitet und später in [23] und [24] für Antennen weiterentwickelt.

Im Gegensatz zur beschriebenen Modenresonanzanalyse diagonalisiert die Methode der charakteristischen Moden die Impedanzmatrix, die mithilfe der Momentenmethode [25, S. 184 ff.] aus den leitfähigen Elementen der CAD-Strukturen gewonnen wird. Es wird angenommen, dass eine Resonanz vorliegt, wenn einer der Eigenwerte der Impedanzmatrix null wird. Die dazugehörigen Eigenvektoren, auch als charakteristische Moden bezeichnet, beschreiben die relative Stromverteilung auf der Oberfläche der leitfähigen Strukturen. Sie können dazu genutzt werden, um die optimale Position der Antenneneinspeisung zu finden, die eine maximale Anregung der Mode ermöglicht, die wiederum für eine spezifische Resonanz und das Abstrahlverhalten verantwortlich ist.

Die Frequenz, bei welcher der Eigenwert der Mode null wird, sowie ihr Abstrahlverhalten müssen allerdings ähnlich wie in [17] aus dem Frequenzgang der Eigenwerte und Eigenvektoren bestimmt werden [26].

Modalanalyse

Da Resonanzen auftreten, wenn ein System angeregt wird und die Anregungsfrequenz nahe einer Eigenfrequenz des Systems liegt [2, S. 433], können Resonanzen mithilfe der Eigenmoden und Eigenfrequenzen des Systems untersucht werden. Diese ergeben sich aus dem Differentialgleichungssystem als Eigenvektoren bzw. Eigenwerte und beschreiben im Gegensatz zu den Verfahren der Modenresonanzanalyse bzw. der Methode der charakteristischen Moden die freien Schwingungen des Systems [27, S. 19]. Über die Eigenwerte lässt sich die Güte und Frequenz dieser Schwingung bestimmen.

Die Eigenmoden und Eigenfrequenzen eines Systems sind unabhängig von der Anregung, jedoch lässt sich das Systemverhalten und damit auch die Resonanzamplitude als Linearkombination der Eigenmoden darstellen [28, S. 709 ff.]. Die Modalanalyse ist ein etabliertes Verfahren in der Mechanik [29, S. 106 ff.]. Ein ähnlicher Ansatz wird auch für elektromagnetische Felder in [30] beschrieben.

In der Hochfrequenztechnik und Optik wird diese modale Darstellung häufig erreicht, indem die Eigenmoden und Eigenwerte der assemblierten Finite-Elemente-Matrix der E-Feld-Darstellung der Maxwell-Gleichungen berechnet werden, wie in [31] gezeigt wird. Dort wird beispielsweise das Resonanzverhalten von Hohlraumresonatoren analysiert. Durch die Eigenmoden können potenzielle Resonanzen identifiziert und analysiert werden. In [32] wird die Resonanz eines Chipgehäuses mithilfe dieser Eigenmoden untersucht.

Neben der Resonanzfrequenz und Güte ermöglichen die Eigenmoden auch Rückschlüsse auf die an der Resonanz beteiligten Strukturen durch die Feldverteilung im CAD-Modell. Dies wird in [32] genutzt, um das Gehäuse so zu modifizieren, dass im betrachteten Frequenzbereich keine Resonanzen mehr auftreten.

Durch die Anwendung der modalen Analyse auf die beschriebenen Netzwerkmodelle besteht das Potenzial, die auftretenden Resonanzen zu beschreiben und die maßgeblich an der Resonanz beteiligten Elemente (Kapazitäten, Induktivitäten und Widerstände) zu bestimmen. Gleichzeitig können Sensitivitätsanalysen zur Optimierung der Resonanzeigenschaften wie Resonanzamplitude, Resonanzfrequenz und Resonanzgüte angewendet werden. Dadurch kann eine umfassende Analyse und Optimierung von Resonanzen ermöglicht werden, um die EMV-gerechte Entwicklung von elektronischen Komponenten für Kraftfahrzeuge zu unterstützen.

1.3 Ziele der Arbeit

Die Analyse und Optimierung der Resonanzen in der EMV-Entwicklung sieht sich mit den folgenden Fragestellungen konfrontiert:

1. Welche Resonanzen werden in der zu untersuchenden Schaltung angeregt und bei welcher Frequenz treten diese auf?
2. Welche Elemente der Schaltung sind maßgeblich am Resonanzeffekt beteiligt und wie kann der Beitrag jedes Elements zur Resonanz quantifiziert werden?
3. Welche Elemente der Schaltung können die Resonanzamplitude wesentlich beeinflussen und wie kann dieser Einfluss bestimmt werden?
4. Wie können die Resonanzfrequenz und Güte verändert werden und welche Elemente der Schaltung haben den größten Einfluss auf diese Eigenschaften?

Die im vorherigen Abschnitt vorgestellten modellbasierten Ansätze zur Untersuchung von Resonanzen in der Elektrotechnik sind entweder auf kleine Schaltungen beschränkt, ermöglichen keine direkte Quantifizierung der Beiträge der Elemente zur Resonanz oder bieten keine geeignete Berechnungs- und Optimierungsmethode für die Resonanzeigenschaften.

Symbolische Berechnungen der Resonanzeigenschaften können nur auf kleine Systeme angewendet werden, während die Pol-Nullstellen-Analyse keine Quantifizierung des Beitrags der Elemente zur Resonanz ermöglicht. Die Methode der Modenresonanzanalyse und der charakteristischen Moden ermöglichen es hingegen nicht, den Einfluss der Modellparameter auf die Resonanzeigenschaften wie Resonanzfrequenz und Güte zu bestimmen.

Die Untersuchung der Schwingungen des Systems der EMV-Simulationsmodelle in Bezug auf seine Eigenmoden, auch bekannt als modale Analyse oder Modalanalyse [29], stellt den vielversprechendsten Ansatz dar, um alle genannten Fragestellungen zu beantworten. Dafür muss die modale Analysemethode auf Simulationsmodelle angewendet werden, die aus einem Schaltungsmodell der funktionalen Elemente und einem CAD-Modell der Geometrien bestehen.

In der Literatur finden sich keine Anwendungen, in denen die modale Analyse genutzt wurde, um das Resonanzverhalten von elektronischen Komponenten mithilfe der genannten Klasse von EMV-Simulationsmodellen zu analysieren. Darüber hinaus fehlen Verfahren zur gezielten Anpassung der Modellparameter, um die Resonanzeigenschaften und somit das EMV-Verhalten zu verbessern.

In dieser Arbeit soll daher die modale Methode zur Analyse und Optimierung von Resonanzen im EMV-Verhalten von Kfz-Prüflingen betrachtet werden. Als Grundlage dafür wird angenommen, dass sich das Resonanzverhalten der Systeme ausschließlich durch ein lineares und zeitinvariantes (LTI, engl.: Linear Time-Invariant) System beschreiben lässt, das aus Widerständen, Induktivitäten, Kapazitäten sowie Strom- und Spannungsquellen besteht. Diese Systeme werden dabei im Frequenzbereich untersucht. Die Ziele der Arbeit sind daher wie folgt:

1. Entwicklung einer Methode, um das Resonanzverhalten von elektronischen Komponenten in EMV-Mess- und Prüfumgebungen auf Basis der modalen Analyse zu untersuchen und zu beschreiben, wobei die Beiträge der Modellelemente zur Resonanz quantifiziert und der Resonanzkreis beschrieben werden sollen. Das entwickelte Verfahren muss auch für große Systeme, inkl. der Einbindung von CAD-Modellen, anwendbar sein.
2. Sensitivitätsanalysen sollen genutzt werden, um den Einfluss einer Änderung sowohl im Schaltungsmodell als auch im CAD-Modell auf die Resonanzeigenschaften wie Frequenz, Güte und Amplitude zu quantifizieren. Anhand dieser Sensitivitäten können dann Maßnahmen zur Optimierung abgeleitet werden, um das EMV-Verhalten elektronischer Komponenten zu verbessern.

3. Analyse und Optimierung des Resonanzverhaltens von Kfz-Prüflingen in EMV-Prüfverfahren, die durch ein Schaltungsmodell der funktionalen Elemente und ein CAD-Modell der Geometrien modelliert werden, am Beispiel der Störfestigkeit von Sensoren und der Störaussendung von Leistungselektronik.

Die Arbeit ist wie folgt gegliedert. In Kapitel 2 (S. 11 ff.) werden zunächst die Grundlagen der Schaltungstheorie zur Modellierung elektrischer LTI-Systeme sowie die Einbeziehung von CAD-Modellen in solche Systeme mithilfe bekannter Parasitenextraktionsverfahren erläutert. Zudem werden numerische Verfahren zur Sensitivitätsanalyse elektrischer und elektromagnetischer Systeme diskutiert. Es wird beschrieben, wie das LTI-System im Frequenzbereich in der Zustandsraumdarstellung aufgestellt und bezüglich seiner Eigenmoden dargestellt und analysiert werden kann.

Diese modale Darstellung wird zur Analyse von Resonanzen in Kapitel 3 (S. 33 ff.) betrachtet. Dabei wird der Zusammenhang zwischen den Eigenmoden des Systems und den Resonanzen untersucht und eine neuartige Methode zur Identifizierung der an der Resonanz beteiligten Elemente entwickelt. Diese Methode erlaubt es, die Elemente hinsichtlich ihres Beitrags zur Resonanzfrequenz und Güte zu quantifizieren. Die Methode wird anschließend anhand von Beispielen unterschiedlicher Komplexität diskutiert und validiert.

Die darauf aufbauende Sensitivitätsanalyse wird in Kapitel 4 (S. 65 ff.) für die modale Analyse erweitert, so dass sie auf Frequenz, Güte und insbesondere die Amplitude der Resonanzen angewendet werden kann. Es wird zudem demonstriert, dass die erweiterte modale Sensitivitätsanalyse in Verbindung mit der bekannten 3D-Sensitivitätsanalyse des CAD-Modells verwendet werden kann, um den Einfluss von Geometrie- oder Layoutänderungen auf Frequenz, Güte und Amplitude der Resonanz zu untersuchen. Die Anwendung und Vorteile der modalen Sensitivitätsanalysen werden erneut anhand von Beispielen diskutiert.

Kapitel 5 behandelt die Anwendung des modalen Analyse- und Optimierungsverfahrens auf das Resonanzverhalten ausgewählter EMV-Prüflinge. Dabei werden die leitungsgeführten Emissionen am Beispiel eines elektrischen Kompressors sowie die Störfestigkeit am Beispiel eines Drucksensors untersucht.

Eine Zusammenfassung schließt die Arbeit in Kapitel 6 (S. 105 ff.) ab.

2 Theoretische Grundlagen

Das folgende Kapitel ist in zwei Abschnitte gegliedert.

Zunächst werden die benötigten Grundlagen elektrischer und elektromagnetischer Systeme zusammengefasst. Des Weiteren werden Extraktionsverfahren zur Erstellung äquivalenter Ersatzschaltbilder sowie bekannte Sensitivitätsverfahren zur Analyse dieser Systeme beschrieben.

Der zweite Teil befasst sich mit der Theorie elektrischer Schaltungen in der Zustandsraumdarstellung und zeigt Darstellungen bzw. Methoden zur Analyse dieser Systeme auf.

2.1 Elektrische und elektromagnetische Systeme

2.1.1 Elektrische Schaltungstheorie

Die zugrundeliegenden Gesetze der elektrischen Schaltungsanalyse sind die Kirchhoffschen Gesetze [14, S. 28]. Das erste Kirchhoffsche Gesetz besagt, dass für jeden Knotenpunkt k eines elektrischen Netzwerks die Summe der n zu- und abfließenden Kantenströme I_k

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0 \quad (2.1.1)$$

gilt.

Nach dem zweiten Kirchhoffschen Gesetz gilt für die Summe der n Kanten-
spannungen U_k eines Umlaufs einer Masche zu allen Zeitpunkten

$$\sum_{k=1}^n U_k = 0. \quad (2.1.2)$$

Elektrische Schaltungen in der Graphentheorie

Sind die Knoten und Kanten des elektrischen Netzwerks bekannt, können das 1. Kirchhoffsche Gesetz aus Gl. (2.1.1) mithilfe der Graphentheorie durch die Inzidenzmatrix \mathbf{A}_I in der Form

$$\mathbf{A}_I \cdot \mathbf{I} = 0 \quad (2.1.3)$$

und das 2. Kirchhoffsche Gesetz aus Gl. (2.1.2) durch die Schleifenmatrix \mathbf{B}_S gemäß

$$\mathbf{B}_S \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (2.1.4)$$

beschrieben werden [14, S. 75 ff.]. Hierbei stellt \mathbf{I} den Vektor der Kantenströme und \mathbf{U} den Vektor der Kantenspannungen dar.

Im Rahmen dieser Arbeit werden Schaltungen untersucht, die aus Widerständen, Induktivitäten, Kapazitäten sowie Strom- und Spannungsquellen bestehen. Die Ströme, die durch diese Netzwerkelemente fließen, ergeben sich gemäß [14, S. 88]

$$\mathbf{I}_G = \mathbf{G}\mathbf{U}_G, \quad \mathbf{I}_L = \frac{1}{s}\mathbf{L}^{-1}\mathbf{U}_L \quad \text{und} \quad \mathbf{I}_C = s\mathbf{C}\mathbf{U}_C. \quad (2.1.5)$$

Dabei geben \mathbf{I}_G und \mathbf{U}_G die Ströme und Spannungen der Leitwerte an, \mathbf{I}_L und \mathbf{U}_L die Ströme und Spannungen der Induktivitäten, und \mathbf{I}_C und \mathbf{U}_C die Ströme und Spannungen der Kapazitäten, wobei s die komplexe Frequenz ist. Die Matrizen \mathbf{G} und \mathbf{C} sind diagonal und repräsentieren die Leitwerts- und Kapazitätsmatrix. Die Induktivitätsmatrix \mathbf{L} ist symmetrisch. Die Diagonalelemente der Induktivitätsmatrix beschreiben die Eigeninduktivität, während die Einträge auf den Nebendiagonalen die Gegeninduktivitäten darstellen. Die Kantenspannungen in \mathbf{U} ergeben sich aus den Knotenspannungen \mathbf{U}_N und der Inzidenzmatrix \mathbf{A}_I gemäß [14, S. 90]

$$\mathbf{U} = \mathbf{A}_I^T \mathbf{U}_N. \quad (2.1.6)$$

Die oben genannte Beziehung kann wie folgt interpretiert werden: Jedem Knoten wird ein nodales Potential U_N zugeordnet, und der Spannungsabfall U entlang einer Kante zwischen zwei Knoten entspricht der Potentialdifferenz zwischen diesen Knoten. Für den Spannungsabfall an den Netzwerkelementen erhält man

$$\mathbf{U}_G = \mathbf{A}_G^T \mathbf{U}_N, \quad \mathbf{U}_L = \mathbf{A}_L^T \mathbf{U}_N \quad \text{und} \quad \mathbf{U}_C = \mathbf{A}_C^T \mathbf{U}_N. \quad (2.1.7)$$

Dabei steht \mathbf{A}_G für die Inzidenzmatrix der Leitwerte, \mathbf{A}_L für die Inzidenzmatrix der Induktivitäten und \mathbf{A}_C für die Inzidenzmatrix der Kapazitäten.

Mit Gl. (2.1.3) und den Zusammenhängen in Gl. (2.1.5) sowie Gl. (2.1.7) erhält man

$$\mathbf{A}_I \cdot \mathbf{I} = \mathbf{A}_G \mathbf{I}_G + \mathbf{A}_L \mathbf{I}_L + \mathbf{A}_C \mathbf{I}_C + \mathbf{A}_s \mathbf{I}_s = 0 \quad (2.1.8)$$

bzw.

$$-\mathbf{A}_s \mathbf{I}_s = \left[\mathbf{A}_G \mathbf{G} \mathbf{A}_G^T + \frac{1}{s} \mathbf{A}_L \mathbf{L}^{-1} \mathbf{A}_L^T + s \mathbf{A}_C \mathbf{C} \mathbf{A}_C^T \right] \mathbf{U}_N, \quad (2.1.9)$$

wobei \mathbf{I}_s die Ströme der externen Quellen und \mathbf{A}_s die Inzidenzmatrix der Stromquellen angibt. Die Matrizen \mathbf{G} , \mathbf{C} und \mathbf{L} lassen sich nun in der Darstellung als Schaltungsmatrizen gemäß

$$\tilde{\mathbf{G}} = \mathbf{A}_G \mathbf{G} \mathbf{A}_G^T, \quad \tilde{\mathbf{L}}^{-1} = \mathbf{A}_L \mathbf{L}^{-1} \mathbf{A}_L^T \text{ und } \tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{A}_C \mathbf{C} \mathbf{A}_C^T \quad (2.1.10)$$

angeben, wobei $\tilde{\mathbf{G}}$ die Schaltungsmatrix der Leitwerte, $\tilde{\mathbf{L}}$ die Schaltungsmatrix der Induktivitäten und $\tilde{\mathbf{C}}$ die Schaltungsmatrix der Kapazitäten ist. Für die Ströme der externen Quellen \mathbf{I}_s kann der Vektor der Knotenströme $\tilde{\mathbf{I}}_s = -\mathbf{A}_s \cdot \mathbf{I}_s$ eingeführt werden [14, S. 91].

Über die Graphentheorie kann die Knotenpotentialanalyse [14, S. 29]

$$\mathbf{Y}_N \cdot \mathbf{U}_N = \tilde{\mathbf{I}}_s \quad (2.1.11)$$

in folgende Matrix-Darstellung gebracht werden:

$$\left[\tilde{\mathbf{G}} + \frac{1}{s} \tilde{\mathbf{L}}^{-1} + s \tilde{\mathbf{C}} \right] \mathbf{U}_N = \tilde{\mathbf{I}}_s. \quad (2.1.12)$$

Die Matrix $\mathbf{Y}_N(s) = \left[\tilde{\mathbf{G}} + \frac{1}{s} \tilde{\mathbf{L}}^{-1} + s \tilde{\mathbf{C}} \right]$ ist die Knotenadmittanzmatrix der Schaltung [14, S. 91].

Modifizierte Knotenpotentialanalyse

Die modifizierte Knotenpotentialanalyse wurde entwickelt, um spannungsdefinierte Komponenten in der Knotenpotentialanalyse darzustellen, wie zum Beispiel ideale oder spannungsgesteuerte Spannungsquellen [14, S. 110].

Die zugrunde liegende Idee besteht darin, die Elemente in zwei Gruppen aufzuteilen. Eine Gruppe besteht aus Elementen mit einer Admittanzbeschreibung gemäß Gl. (2.1.12), die weiterhin durch ihre Knotenspannungen beschrieben werden. Die andere Gruppe besteht aus Elementen, die diese Beschreibung nicht haben und daher über zusätzliche Kantenströme abgebildet werden.

Um die Gleichungen der Knotenpotentialanalyse später in die Zustandsraumdarstellung transformieren zu können, muss das System hinsichtlich seiner Energiespeicher beschrieben werden [13, S. 33]. Für elektrische Schaltungen werden die Energiespeicher über Induktivitäten und deren Ströme sowie über Kapazitäten und deren Spannungen beschrieben. Eine solche Darstellung kann mithilfe der modifizierten Knotenpotentialanalyse erreicht werden [14, S. 112]. Dafür müssen die Induktivitäten bzgl. ihrer Kantenströme beschrieben werden. Aus Gl. (2.1.8) - Gl. (2.1.10) folgt

$$\left[\tilde{\mathbf{G}} + s\tilde{\mathbf{C}} \right] \mathbf{U}_N + \mathbf{A}_L \mathbf{I}_L = \tilde{\mathbf{I}}_s. \quad (2.1.13)$$

Für Systeme ohne Spannungsquelle ergibt sich aus Gl. (2.1.5) und Gl. (2.1.7):

$$\mathbf{U}_L = \mathbf{A}_L^\top \mathbf{U}_N = s\mathbf{L}\mathbf{I}_L \implies \mathbf{A}_L^\top \mathbf{U}_N - s\mathbf{L}\mathbf{I}_L = \mathbf{0}. \quad (2.1.14)$$

Wird die Gl. (2.1.12) nun in der modifizierten Knotenpotentialanalyse dargestellt, ergibt sich

$$\begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{G}} + s\tilde{\mathbf{C}} & \mathbf{A}_L \\ \mathbf{A}_L^\top & -s\mathbf{L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U}_N \\ \mathbf{I}_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{I}}_s \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad (2.1.15)$$

wobei die Kantenströme und die Inzidenzmatrix der Induktivitäten durch \mathbf{I}_L und \mathbf{A}_L angegeben sind.

Widerstände, die in Serie mit Induktivitäten liegen, können zu einer komplexen Größe mit Realteil und Imaginärteil kombiniert werden und werden mithilfe des Induktivitätsstroms \mathbf{I}_L beschrieben. Die Matrix $\tilde{\mathbf{G}}$ enthält dann nur noch die Leitwerte der Widerstände, die nicht in Serie mit einer Induktivität liegen. Man erhält

$$\begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{G}} + s\tilde{\mathbf{C}} & \mathbf{A}_L \\ \mathbf{A}_L^\top & -(\mathbf{R} + s\mathbf{L}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U}_N \\ \mathbf{I}_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{I}}_s \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}. \quad (2.1.16)$$

Für die zusätzlich eingeführte Widerstandsmatrix \mathbf{R} der Serienwiderstände und deren Ströme \mathbf{I}_R gilt

$$\mathbf{I}_R = \mathbf{I}_L = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U}_R. \quad (2.1.17)$$

Die maximale Gesamtverlustleistung P_V sowie die Summe der maximal gespeicherten elektrischen und magnetischen Energie der Kapazitäten und Induktivitäten W_C und W_L sind in späteren Kapiteln von Bedeutung und werden daher im Folgenden aufgeführt.

Die Summe der maximalen Verlustleistung P_V berechnet sich zu

$$P_V = \sum_{j=1}^{n_G} G_j |U_{G_j}|^2 + \sum_{j=1}^{n_R} R_j |I_{R_j}|^2 = \mathbf{U}_N^T \tilde{\mathbf{G}} \bar{\mathbf{U}}_N + \mathbf{I}_L^T \mathbf{R} \bar{\mathbf{I}}_L, \quad (2.1.18)$$

und ergibt sich aus der Summe der maximalen Verlustleistung aller (n_G und n_R) Parallel- und Serienwiderstände (G_j und R_j) aufgrund ihrer Spannung U_{G_j} bzw. ihres Stroms I_{R_j} .

Für die Summe der maximal gespeicherten elektrischen Energie erhält man

$$W_C = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_C} C_j |U_{C_j}|^2 = \frac{1}{2} \mathbf{U}_N^T \tilde{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{U}}_N, \quad (2.1.19)$$

und diese ergibt sich aus der Summe der maximal gespeicherten Energien aller n_C Kapazitäten C_j aufgrund ihrer Spannung U_{C_j} .

Für die Summe der maximal gespeicherten magnetischen Energie erhält man [33, S. 22]

$$W_L = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_L} L_j |I_{L_j}|^2 + \frac{1}{2} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{n_L} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{n_L} M_{jk} I_{L_j} \bar{I}_{L_k} = \frac{1}{2} \mathbf{I}_L^T \mathbf{L} \bar{\mathbf{I}}_L, \quad (2.1.20)$$

und diese ergibt sich aus der Summe der maximal gespeicherten Energien aller n_L Induktivitäten L_j aufgrund ihrer Ströme I_{L_j} sowie den induktiven Kopplungen M_{jk} . Die maximale gesamte in den Elementen gespeicherte Energie beträgt $W_Q = W_C + W_L$.

2.1.2 Extraktion äquivalenter Ersatzschaltbilder

Um die Effekte von leitenden und nichtleitenden Geometrien wie bspw. Metall- oder Plastikgehäusen, dem Layout von Leiterplatten und Kühlkörpern in den beschriebenen elektrischen Schaltungen abzubilden, können Verfahren zur Extraktion äquivalenter Ersatzschaltbilder verwendet werden.

Dabei dienen CAD-Daten der Geometrien zusammen mit ihren Materialeigenschaften wie Leitfähigkeit, Permeabilität und Permittivität als Eingangsdaten. Die Lösung besteht aus einer passiven elektrischen Schaltung, die Induktivitäten und ihre Verkopplungen, Kapazitäten und Widerstände umfasst.

Im Folgenden werden das PEEC- und das PHREEC-Verfahren zur Extraktion äquivalenter elektrischer Ersatzschaltbilder kurz vorgestellt.

PEEC-Verfahren

Das Partial-Element-Equivalent-Circuit-(PEEC)-Verfahren aus [34], [35] und [36] kann sowohl im Darwin-Modell [37], [38] als auch für die vollständigen Maxwell-Gleichungen formuliert werden.

Viele Anwendungen im Bereich der Elektrotechnik kommen ohne Wellenausbreitungseffekte aus. Die Darwin-Näherung des Maxwellschen Gleichungssystems vernachlässigt die rotationsbedingten Anteile des Verschiebungsstroms [39]. Sie stellt damit ein Gleichungssystem zur Verfügung, das induktive und kapazitive Effekte wiedergibt, aber keine Wellenausbreitung beinhaltet.

Die Modellgeometrie wird durch ein rechtwinkliges Gitter diskretisiert, und anschließend werden für jedes Element die partiellen Induktivitäten, Kapazitäten und Widerstände berechnet, wodurch die extrahierten parasitären Netzwerkelemente keine einzelnen Strukturen des Modells repräsentieren [11, S. 2].

Zudem kann ein rechtwinkliges Gitter in der Darstellung komplexer Geometrien, wie sie in industriellen Anwendungen vorkommen, unpraktisch sein. Aufgrund der Diskretisierung und der Zuordnung der Induktivitäten, Kapazitäten und Widerstände zu jedem Element entstehen teilweise große Ersatzschaltbilder [40, S. 71].

PHREEC-Verfahren

Das Physical-Reduced-Electrical-Equivalent-Circuit-(PHREEC)-Verfahren aus [10] und [11] ist ein Verfahren zur Extraktion parasitärer Ersatzschaltbilder auf Basis der Maxwell-Gleichungen.

Während das PEEC-Verfahren auf der integralen Form der Maxwell-Gleichungen basiert und daher eine rechtwinklige Diskretisierung der Geometrie erfordert, wendet das PHREEC-Verfahren die Finite-Elemente-Methode (FEM) auf die differentielle Form der Maxwell-Gleichungen an. Dadurch ist dieses Verfahren im Hinblick auf die räumliche Diskretisierung und die Behandlung inhomogener Materialparameter flexibler als die PEEC-Methode [10].

Darüber hinaus ermöglicht die Methode die Extraktion von Induktivitäten, Kapazitäten und Widerständen zwischen benutzerdefinierten Knoten in der 3D-Geometrie, wodurch die Anzahl der Netzwerkelemente in den extrahierten Ersatzschaltbildern wesentlich reduziert wird [40, S. 122 f.].

Die analytischen Herleitungen des feldtheoretischen Modells sowie weiterführende Informationen zur Implementierung auf Basis der Finite-Elemente-Methode sind in [10] und [11] zu finden.

2.1.3 Sensitivitätsanalyse elektrischer Schaltungen

Sensitivitätsanalysen stellen ein etabliertes und effektives Werkzeug dar, um ein System zu analysieren. Über die Gradienten der Sensitivitätsanalyse können zudem Optimierungen des Systems abgeleitet werden [14, S. 152].

Die Veränderung des Vektors \mathbf{x} bezüglich einer Veränderung der Matrix \mathbf{A} oder des Vektors \mathbf{b} (z. B. durch Variation des Parameters p) eines linearen Systems

$$\mathbf{A}(p)\mathbf{x}(p) = \mathbf{b}(p) \quad (2.1.21)$$

wird als Sensitivitätsanalyse linearer Systeme bezeichnet [41, S. 1 ff.]. Das Verhältnis zwischen der Veränderung des Vektors \mathbf{x} und der Veränderung des Parameters p gibt dabei die Sensitivität des Systems bezüglich p an.

Differenzenquotient

Eine Möglichkeit, die Sensitivität einer Systemgröße q (bspw. Knotenspannung oder Kantenstrom aus \mathbf{x}) bzgl. einer Veränderung der Netzwerkelemente $z \in \{\mathbf{R}, \mathbf{L}, \mathbf{C}, \mathbf{G}\}$ zu bestimmen, ist die Näherung mittels des Differenzenquotienten [42, S. 2 ff.]. Um die Ableitung mittels des Differenzenquotienten zu approximieren, kann die Steigung der Funktion q durch die Gleichung

$$\frac{dq}{dz} \approx \frac{q(z + \Delta z) - q(z)}{\Delta z} \quad (2.1.22)$$

berechnet werden.

Die Systemgröße q steht im Allgemeinen in Abhängigkeit von den Netzwerkelementen (siehe Gl. (2.1.12)):

$$q = q(\mathbf{R}, \mathbf{L}, \mathbf{C}, \mathbf{G}). \quad (2.1.23)$$

Die Berechnung der Sensitivitäten s_q solcher elektrischer Schaltungen mittels des Differenzenquotienten ergibt sich zu

$$s_q(R_i) := \frac{dq}{dR_i} \approx \frac{\Delta q}{\Delta R_i} = \frac{q(\mathbf{R}|_{R_i=R_i+\Delta R_i}, \mathbf{L}, \mathbf{C}, \mathbf{G}) - q(\mathbf{R}, \mathbf{L}, \mathbf{C}, \mathbf{G})}{\Delta R_i}, \quad (2.1.24a)$$

$$s_q(L_i) := \frac{dq}{dL_i} \approx \frac{\Delta q}{\Delta L_i} = \frac{q(\mathbf{R}, \mathbf{L}|_{L_i=L_i+\Delta L_i}, \mathbf{C}, \mathbf{G}) - q(\mathbf{R}, \mathbf{L}, \mathbf{C}, \mathbf{G})}{\Delta L_i}, \quad (2.1.24b)$$

$$s_q(C_i) := \frac{dq}{dC_i} \approx \frac{\Delta q}{\Delta C_i} = \frac{q(\mathbf{R}, \mathbf{L}, \mathbf{C}|_{C_i=C_i+\Delta C_i}, \mathbf{G}) - q(\mathbf{R}, \mathbf{L}, \mathbf{C}, \mathbf{G})}{\Delta C_i}, \quad (2.1.24c)$$

$$s_q(G_i) := \frac{dq}{dG_i} \approx \frac{\Delta q}{\Delta G_i} = \frac{q(\mathbf{R}, \mathbf{L}, \mathbf{C}, \mathbf{G}|_{G_i=G_i+\Delta G_i}) - q(\mathbf{R}, \mathbf{L}, \mathbf{C}, \mathbf{G})}{\Delta G_i}. \quad (2.1.24d)$$

Die Schrittweite Δz muss für jede Systemgröße q und jeden Parameter optimiert werden, um Sensitivitäten mit ausreichender Präzision zu erhalten [43]. Daher ist eine Sensitivitätsanalyse mittels des Differenzenquotienten oft aufwendig oder ungenau [14, S. 172], wodurch eine Sensitivitätsanalyse, insbesondere für große Netzwerkschaltungen, nicht praktikabel ist.

Adjungierte Methode

Um diese Probleme zu umgehen, wird die adjungierte Methode aus [44] und [45] vorgestellt. Das Verfahren ist ausführlich in [14, S. 172] beschrieben, wobei sich die Beschreibung im Folgenden an [46] orientiert. Das Verfahren ist deutlich effizienter, da die Gleichungssysteme lediglich einmal pro zu untersuchender Systemgröße q gelöst werden müssen [46, S. 40]. Damit das adjungierte Verfahren angewandt werden kann, wird ein lineares Gleichungssystem benötigt.

Für die Netzwerkschaltung bietet sich hier die Darstellung in der Knotenpotentialanalyse gemäß Gl. (2.1.12) an:

$$\mathbf{Y} \cdot \mathbf{U}_N = \tilde{\mathbf{I}}_s. \quad (2.1.25)$$

Zunächst wird die Zielgröße q als Funktion in Abhängigkeit der Knotenspannungen \mathbf{U}_N aufgestellt durch

$$q = f(\mathbf{U}_N). \quad (2.1.26)$$

Die Sensitivität s_q der Zielgröße q bzgl. des Netzwerkelements z kann über die Kettenregel gemäß

$$s_q(z) := \frac{dq}{dz} = \frac{\partial f}{\partial z} + \left(\frac{\partial f(\mathbf{U}_N)}{\partial \mathbf{U}_N} \right)^H \frac{d\mathbf{U}_N}{dz} = \left(\frac{\partial f(\mathbf{U}_N)}{\partial \mathbf{U}_N} \right)^H \frac{d\mathbf{U}_N}{dz} \quad (2.1.27)$$

angegeben werden. Durch Anwendung der Produktregel kann die Ableitung von Gl. (2.1.25) bestimmt werden zu [45]

$$\frac{d\tilde{\mathbf{I}}_s}{dz} = \frac{d\mathbf{Y}}{dz} \mathbf{U}_N + \mathbf{Y} \frac{d\mathbf{U}_N}{dz}. \quad (2.1.28)$$

Durch Kombination von Gl. (2.1.27) und Gl. (2.1.28) ergibt sich

$$s_q(z) = \left(\frac{\partial f(\mathbf{U}_N)}{\partial \mathbf{U}_N} \right)^H \left[\mathbf{Y}^{-1} \left(\frac{d\tilde{\mathbf{I}}_s}{dz} - \frac{d\mathbf{Y}}{dz} \mathbf{U}_N \right) \right]. \quad (2.1.29)$$

Unter der Voraussetzung, dass die Stromquellen unabhängig von den Impedanzen z sind und somit Gl. (2.1.28) gleich null ist, folgt

$$s_q(z) = - \left(\frac{\partial f(\mathbf{U}_N)}{\partial \mathbf{U}_N} \right)^H \mathbf{Y}^{-1} \frac{d\mathbf{Y}}{dz} \mathbf{U}_N. \quad (2.1.30)$$

In der Theorie kann die Sensitivität der Netzwerkelemente bzgl. q an dieser Stelle bereits berechnet werden. Allerdings ist die explizite Berechnung der Inversen \mathbf{Y}^{-1} numerisch aufwendig und wenig stabil. Aus diesem Grund wird das adjungierte Problem

$$\mathbf{Y}^H \boldsymbol{\lambda} = \frac{\partial f(\mathbf{U}_N)}{\partial \mathbf{U}_N} \quad (2.1.31)$$

mit der adjungierten Lösung $\boldsymbol{\lambda}$ verwendet [45]. Damit können die Sensitivitäten gemäß

$$s_q(z) = -\boldsymbol{\lambda}^H \cdot \frac{d\mathbf{Y}}{dz} \mathbf{U}_N \quad (2.1.32)$$

bestimmt werden. Hierbei müssen die Lösungen \mathbf{U}_N sowie die adjungierten Lösungen $\boldsymbol{\lambda}$ nur einmal berechnet werden. Lediglich die Ableitung $d\mathbf{Y}/dz$ muss für jeden Parameter durchgeführt werden.

Da jedoch nur sehr wenige Einträge der Matrix \mathbf{Y} eine Abhängigkeit vom Parameter z besitzen, kann diese Ableitung effizient symbolisch bestimmt werden. Wird beispielsweise die Ableitung der \mathbf{Y} -Matrix bzgl. der Kapazität C_i bestimmt, hängen nach Gl. (2.1.10) und Gl. (2.1.12) nur wenige Knoten von C_i ab.

Numerisch müssen dabei nur die Knotenpotentiale \mathbf{U}_N der Knotenpotentialanalyse berechnet werden. Zur Lösung der Knotenpotentialanalyse existieren zahlreiche Löser (bspw. in LTSpice [47]), wodurch eine präzise Berechnung einfach möglich ist.

Die Ableitung dq/dz wird im Folgenden als AC-Sensitivität (engl.: Alternating Current) bezeichnet, wobei diese häufig als vollständig genormte Sensitivität $\hat{s}_q(z)$ verwendet wird:

$$\hat{s}_q(z) := \frac{dq}{dz} \frac{z}{q} = s_q(z) \frac{z}{q}. \quad (2.1.33)$$

2.1.4 Sensitivitätsanalyse elektromagnetischer Systeme

Für die Bestimmung der Sensitivität einer Zielgröße des Modells bezüglich einer Änderung des CAD-Modells eignet sich das Verfahren aus [46], [48] und [49], welches in [50] hinsichtlich Stabilität und Genauigkeit verbessert wurde. Diese können in gradientenbasierten Verfahren zur Optimierung der Zielgröße durch Anpassung des CAD-Modells, wie beispielsweise Änderungen an Leiterbahnen oder der Gehäusegeometrie, Anwendung finden.

Bei der Sensitivitätsanalyse eines CAD-Modells soll die Sensitivität einer Zielgröße q (z. B. Spannung oder Strom) in Bezug auf eine konstruktive Parametervariation p_k bestimmt werden. Der Parameter p_k gibt dabei einen Parameter des CAD-Modells an. In der vorgestellten konstruktiven Sensitivitätsanalyse stellt dieser entweder die Verschiebung der Oberfläche des Gitters in Richtung der Normalen oder die Verschiebung eines Netzknotens des Gitters in Richtung einer der drei kartesischen Dimensionen dar. Es sind jedoch auch andere konstruktive Parameter wie Materialeigenschaften denkbar.

Durch Anwendung der Kettenregel ergibt sich die Sensitivität der Zielgröße [46, S. 53 ff.]

$$s_q(p_k) := \frac{dq}{dp_k} = \sum_{n_z} \left(\frac{dq}{dz} \cdot \frac{dz}{dp_k} \right), \quad (2.1.34)$$

wobei n_z die Anzahl der Netzwerkelemente $z \in \{\mathbf{R}, \mathbf{L}, \mathbf{C}, \mathbf{G}\}$ angibt. Die Berechnung der Sensitivität der elektrischen Schaltung $s_q(z) = dq/dz$ wurde bereits im vorherigen Kapitel vorgestellt. Im Folgenden müssen die Sensitivitäten der Netzwerkelemente z in Bezug auf eine Änderung des konstruktiven Parameters p_k bestimmt werden. Die Beschreibung folgt den Ausführungen in [46, S. 39 ff.].

Differenzenquotient

Auch für die konstruktiven Sensitivitäten kann die Methode des Differenzenquotient angewendet werden. Analog zum Ansatz der Sensitivitätsanalyse elektrischer Schaltungen wird nun mittels des Differenzenquotienten die Ableitung der extrahierten Netzwerkelemente nach der konstruktiven Veränderung um den Geometrieparameter Δp_k berechnet [46, S. 39 ff.].

Im Folgenden werden die Sensitivitäten der Widerstände s_R , der Induktivitäten s_L , der Kapazitäten s_C und der Leitwerte s_G aufgeführt:

$$s_R(p_k) := \frac{d\mathbf{R}}{dp_k} \approx \frac{\Delta \mathbf{R}}{\Delta p_k} = \frac{\mathbf{R}_{p_k + \Delta p_k} - \mathbf{R}_{p_k}}{\Delta p_k}, \quad (2.1.35a)$$

$$\mathbf{s}_L(p_k) := \frac{d\mathbf{L}}{dp_k} \approx \frac{\Delta\mathbf{L}}{\Delta p_k} = \frac{\mathbf{L}_{p_k+\Delta p_k} - \mathbf{L}_{p_k}}{\Delta p_k}, \quad (2.1.35b)$$

$$\mathbf{s}_C(p_k) := \frac{d\mathbf{C}}{dp_k} \approx \frac{\Delta\mathbf{C}}{\Delta p_k} = \frac{\mathbf{C}_{p_k+\Delta p_k} - \mathbf{C}_{p_k}}{\Delta p_k}, \quad (2.1.35c)$$

$$\mathbf{s}_G(p_k) := \frac{d\mathbf{G}}{dp_k} \approx \frac{\Delta\mathbf{G}}{\Delta p_k} = \frac{\mathbf{G}_{p_k+\Delta p_k} - \mathbf{G}_{p_k}}{\Delta p_k}. \quad (2.1.35d)$$

Bezüglich der Schrittweite und Genauigkeit ergeben sich dieselben Probleme wie bei der Sensitivitätsberechnung elektrischer Schaltungen. Hinzu kommt, dass aufgrund der hohen Anzahl möglicher Variationen der Geometrieparameter der Rechenaufwand selbst für einfache Modelle zu groß ist und daher in der Praxis nicht anwendbar ist [43].

Adjungierte Methode

Aus diesem Grund soll auch hier ein adjungiertes Verfahren zur Berechnung der Sensitivitäten aus [46], [49] und [51] vorgestellt werden. Die Extraktion der Netzwerkelemente im PHREEC-Verfahren basiert laut [46, S. 40] auf der Feldlösung eines Gleichungssystems der bekannten Form:

$$\mathbf{A}(p_k)\mathbf{x}(p_k) = \mathbf{b}(p_k). \quad (2.1.36)$$

Eine Impedanz z wird dabei als Funktion

$$z = f(\mathbf{x}) \quad (2.1.37)$$

des Lösungsvektors \mathbf{x} angegeben. Mit der Ableitung der Impedanz z bzgl. des Geometrieparameters p_i kann gemäß

$$s_z(p_k) := \frac{dz}{dp_k} = \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial p_k} + \left(\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right)^H \frac{d\mathbf{x}}{dp_k} = \left(\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right)^H \frac{d\mathbf{x}}{dp_k} \quad (2.1.38)$$

die Sensitivität s_z angegeben werden. Die Ableitung von Gl. (2.1.36) ergibt

$$\mathbf{A} \frac{d\mathbf{x}}{dp_k} = \left(\frac{d\mathbf{b}}{dp_k} - \frac{d\mathbf{A}}{dp_k} \mathbf{x} \right). \quad (2.1.39)$$

Mit Gl. (2.1.38) und Gl. (2.1.39) kann nun die Sensitivität ohne Berechnung von $d\mathbf{x}/dp_k$ durch

$$s_z(p_k) = \left(\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right)^H \left[\mathbf{A}^{-1} \left(\frac{d\mathbf{b}}{dp_k} - \frac{d\mathbf{A}}{dp_k} \mathbf{x} \right) \right] \quad (2.1.40)$$

bestimmt werden. Erneut könnte die Inverse \mathbf{A}^{-1} direkt bestimmt werden. Die adjungierte Lösung lautet hier

$$\mathbf{A}^H \boldsymbol{\lambda} = \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}. \quad (2.1.41)$$

Es ergibt sich die Ableitung bzw. Sensitivität

$$s_z(p_k) = \boldsymbol{\lambda}^H \left[\frac{d\mathbf{b}}{dp_k} - \frac{d\mathbf{A}}{dp_k} \mathbf{x} \right]. \quad (2.1.42)$$

Die adjungierte Lösung $\boldsymbol{\lambda}$ muss lediglich einmal berechnet werden und kann für jede Geometrievariation p_k wiederverwendet werden. Dadurch ergibt sich eine schnelle und effiziente Methode zur Berechnung der Sensitivität der Impedanzen bezüglich einer großen Anzahl an Geometrieparametern.

Der in dieser Arbeit verwendete Algorithmus zur Berechnung der resistiven und induktiven Sensitivitäten mithilfe der adjungierten Methode auf Basis der Finite-Elemente-Parasitenextraktion ist im Detail in [50] beschrieben.

Sensitivität der Zielgröße

Für die Sensitivität der Zielgröße q bzgl. des Geometrieparameters p_k ergibt sich

$$\begin{aligned} s_q(p_k) &= \sum_{n_z} \left(\frac{dq}{dz} \cdot \frac{dz}{dp_k} \right) \\ &= \sum_{n_z} \underbrace{\left(\frac{\partial q}{\partial z} - \boldsymbol{\lambda}^H \frac{d\mathbf{Y}}{dz} \mathbf{U}_N \right)}_{\frac{dq}{dz} \text{ nach Gl. (2.1.32)}} \cdot \underbrace{\boldsymbol{\lambda}^H \left[\frac{d\mathbf{b}}{dp_k} - \frac{d\mathbf{A}}{dp_k} \mathbf{x} \right]}_{\frac{dz}{dp_k} \text{ nach Gl. (2.1.42)}}. \end{aligned} \quad (2.1.43)$$

Im Rahmen dieser Arbeit geben die Geometrieparameter p_k die Verschiebung der Oberflächen des FEM-Gitters in Richtung deren Normalen an. Die Berechnung der Sensitivitäten gemäß Gl. (2.1.43) wird für alle Geometrieparameter wiederholt und bezüglich der Fläche der Gitterelemente normiert.

Anschließend werden die Oberflächen je nach Vorzeichen und Größe der Sensitivität farblich gekennzeichnet. Das Ergebnis ist eine 3D-Visualisierung der Sensitivitäten einer Systemgröße bezüglich einer Geometrieänderung. Dieses Verfahren wird in dieser Arbeit auch als 3D-Sensitivitätsanalyse bezeichnet.

2.2 Systemtheorie

2.2.1 Systembeschreibung in der Zustandsraumdarstellung

Ein LTI-System ist ein System, das unter den Bedingungen der Linearität und Zeitinvarianz Ausgangssignale $y_i(t)$ aus Eingangssignalen $u_i(t)$ erzeugt.

Viele physikalische Systeme erfüllen die Eigenschaften eines LTI-Systems oder lassen sich im Fall von nichtlinearen Systemen für kleine Signalamplituden linearisieren [13, S. 7]. Diese Systeme können mit gewöhnlichen linearen Differentialgleichungen n -ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten beschrieben werden. Solche Differentialgleichungen höherer Ordnung lassen sich immer in Differentialgleichungssysteme erster Ordnung umformen. Eine häufig gewählte Darstellungsform ist die sog. Zustandsraumdarstellung in der Form [13, S. 32 ff.]

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), \quad (2.2.1a)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t). \quad (2.2.1b)$$

Hierbei bezeichnet $\mathbf{x}(t)$ den Zustandsvektor, $\dot{\mathbf{x}}(t)$ die Ableitung des Zustandsvektors, \mathbf{A} die Systemmatrix, \mathbf{B} die Eingangsmatrix, \mathbf{C} die Ausgangsmatrix, \mathbf{D} die Durchgangsmatrix, $\mathbf{u}(t)$ die Eingangssignale (Anregung) und $\mathbf{y}(t)$ die Ausgangssignale. Die Matrixdifferentialgleichung in Gl. (2.2.1) wird als Zustandsgleichung bezeichnet, während es sich bei der algebraischen Gleichung um die Ausgangsgleichung handelt [13, S. 33].

Für zeitkontinuierliche Systeme und unter der Voraussetzung der Anfangsbedingungen $\mathbf{x}(0) = \mathbf{0}$ kann die Zustandsraumdarstellung mithilfe der Laplace-Transformation im Frequenzbereich zu

$$s\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \quad (2.2.2a)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} \quad (2.2.2b)$$

angegeben werden. Der Zustandsvektor \mathbf{x} muss nun in Abhängigkeit von s bestimmt werden.

2.2.2 Elektrische Schaltungen in der Zustandsraumdarstellung

Die allgemeine Beschreibung elektrischer Schaltungen gemäß Gl. (2.1.15) aus Abschnitt 2.1.1 soll nun in die Zustandsraumdarstellung der Form in Gl. (2.2.2) überführt werden.

Um eine Zustandsraumdarstellung zu erhalten, müssen sowohl die Schaltungsmatrix der Kapazitäten $\tilde{\mathbf{C}}$ als auch die Induktivitätsmatrix \mathbf{L} invertierbar sein. Eine invertierbare Induktivitätsmatrix \mathbf{L} liegt vor, wenn alle Gegeninduktivitäten physikalisch sind und deren Kopplungsfaktoren $k < 1$ erfüllen.

Für $\tilde{\mathbf{C}}$ ist die Invertierbarkeit erfüllt, wenn jeder Knoten des Netzwerks eine kapazitive Anbindung besitzt und somit die Determinante der Matrix ungleich null ist. Falls dies nicht für alle Knoten der Fall ist, können an diesen Knoten kleine Kapazitäten zum Referenzknoten hinzugefügt werden. Die Größe der Werte muss dabei so gewählt werden, dass diese zusätzlichen Kapazitäten einen vernachlässigbaren Einfluss auf das Modell im untersuchten Frequenzbereich haben.

In der Form

$$\left[\begin{array}{c} s \left(\underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{C}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{L} \end{pmatrix}}_{\mathbf{W}} + \underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{G}} & \mathbf{A}_L \\ \mathbf{A}_L^T & -\mathbf{R} \end{pmatrix}}_{\mathbf{V}} \right) \end{array} \right] \underbrace{\begin{pmatrix} U_N \\ I_L \end{pmatrix}}_x = \underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{I}}_s \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}}_u \quad (2.2.3)$$

lässt sich die Knotenpotentialanalyse unter den genannten Voraussetzungen nun in eine Zustandsraumdarstellung der Form aus Gl. (2.2.2) mit der Systemmatrix $\mathbf{A} = -\mathbf{W}^{-1}\mathbf{V}$ und der Eingangsmatrix $\mathbf{B} = \mathbf{W}^{-1}$ mit

$$\mathbf{B} = \mathbf{W}^{-1}\mathbf{I} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{C}}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{L}^{-1} \end{pmatrix}, \mathbf{A} = -\mathbf{W}^{-1}\mathbf{V} = \begin{pmatrix} -\tilde{\mathbf{C}}^{-1}\tilde{\mathbf{G}} & \tilde{\mathbf{C}}^{-1}\mathbf{A}_L \\ -\mathbf{L}^{-1}\mathbf{A}_L^T & -\mathbf{L}^{-1}\mathbf{R} \end{pmatrix}, \quad (2.2.4)$$

überführen. Der Zustandsvektor x besteht aus den Knotenspannungen U_N und den Strömen durch die Induktivitäten I_L . Da Spannungsquellen in äquivalente Stromquellen transformiert werden, besteht der Anregungsvektor u nur aus den Stromquellen $\tilde{\mathbf{I}}_s$.

In Gl. (2.2.4) wird ersichtlich, weshalb die Matrizen $\tilde{\mathbf{C}}$ und \mathbf{L} invertierbar sein müssen.

Modale Zustandsraumdarstellung

Unter der Voraussetzung, dass die Matrix \mathbf{A} nur einfache Eigenwerte besitzt, kann die Systemmatrix \mathbf{A} in eine Diagonalmatrix

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{E}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda_n \end{pmatrix} \quad (2.2.5)$$

überführt werden [13, S. 36]. Das ist der einfachste und am häufigsten auftretende Fall [52, S. 25 f.] und wird im Rahmen dieser Arbeit angenommen.

Die Diagonalelemente λ_i entsprechen den Eigenwerten und die Eigenvektormatrix \mathbf{E} besteht aus den Eigenvektoren der Systemmatrix \mathbf{A} mit

$$\mathbf{E} = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_n]. \quad (2.2.6)$$

Um alle Eigenwerte und Eigenvektoren zu bestimmen, muss dazu das gewöhnliche Eigenwertproblem

$$(\mathbf{A} - s\mathbf{I})\mathbf{e} = 0 \quad \forall \mathbf{e} \neq 0 \quad (2.2.7)$$

gelöst werden [52, S. 7].

Die Systemmatrix \mathbf{A} ist reell und nicht symmetrisch. Daher fällt das Eigenwertproblem in Gl. (2.2.7) für elektrische Netzwerkschaltungen in der Zustandsraumdarstellung in die Kategorie der nicht-hermiteschen Eigenwertprobleme [52]. Nicht-hermitesche Eigenwertprobleme lassen sich mit dem QR-Algorithmus lösen [52, S. 157]. Im Gegensatz zu einer hermiteschen Matrix sind die Eigenwerte und Eigenvektoren entweder reell oder treten als konjugiert komplexe Paare auf [52, S. 23 f.].

Die Eigenvektoren beschreiben das Verhältnis der Ströme und Spannungen der freien Schwingungen im Netzwerk, während die Eigenwerte die Frequenz und Dämpfung dieser Schwingungen im System angeben [27, S. 19]. Die Eigenwerte enthalten somit die Eigenfrequenzen, während die Eigenvektoren den Eigenmoden des Systems entsprechen.

Die Zustandsgrößen \mathbf{x} gemäß Gl. (2.2.2) können für jeden Wert von s mithilfe von Gl. (2.2.5) gemäß

$$\mathbf{x} = \mathbf{E}(s\mathbf{I} - \mathbf{\Lambda})^{-1}\mathbf{E}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{u} \quad (2.2.8)$$

bestimmt werden.

Da \mathbf{A} eine Diagonalmatrix ist, kann das Gleichungssystem in Gl. (2.2.8) mit $\mathbf{E}^{-1} = \tilde{\mathbf{E}}$ und $\mathbf{B}\mathbf{u} = \mathbf{b}$ nun als Summe [53]

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^N \frac{\tilde{\mathbf{e}}_i^T \mathbf{b}}{s - \lambda_i} \mathbf{e}_i \quad (2.2.9)$$

dargestellt werden. Hierbei stehen \mathbf{e}_i für den i -ten Eigenvektor aus Gl. (2.2.6), λ_i für den i -ten Eigenwert aus Gl. (2.2.5) und $\tilde{\mathbf{e}}_i$ für den i -ten Vektor aus der Inversen der Eigenvektormatrix $\tilde{\mathbf{E}}$. Der Parameter N gibt die Anzahl der Eigenvektoren in \mathbf{E} bzw. der Eigenwerten in \mathbf{A} an. Für die Ausgangsgrößen, die durch die Ausgangsmatrix \mathbf{C} beschrieben werden, gilt [28, S. 720]

$$\mathbf{y} = \sum_{i=1}^N \frac{\tilde{\mathbf{e}}_i^T \mathbf{b}}{s - \lambda_i} \mathbf{C}\mathbf{e}_i. \quad (2.2.10)$$

Im weiteren Verlauf der Arbeit wird angenommen, dass sich die Ausgangsgrößen \mathbf{y} direkt aus den Zustandsgrößen \mathbf{x} bestimmen lassen. Daher werden nachfolgend lediglich die Zustandsgrößen in Gl. (2.2.9) betrachtet.

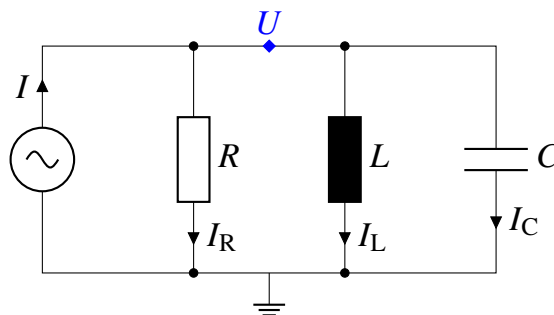


Abbildung 2.1: Minimaler gedämpfter Parallelschwingkreis mit Stromquelle

Als Beispiel wird der gedämpfte Parallelschwingkreis in Abb. 2.1 betrachtet. Die Systemmatrix und die Eigenwerte bestimmen sich nach dem beschriebenen Verfahren zu

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{RC} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{pmatrix} \implies \det \begin{pmatrix} -\frac{1}{RC} - s & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & -s \end{pmatrix} = 0. \quad (2.2.11)$$

Über das Eigenwertproblem aus Gl. (2.2.7) bestimmen sich die Eigenwerte zu

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2CR} \pm j\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{4C^2R^2}}. \quad (2.2.12)$$

2.2.3 Übertragungsfunktionen und deren Pol - und Nullstellen

Übertragungsfunktionen oder auch Systemfunktionen beschreiben die Beziehung zwischen den Ein- und Ausgangsgrößen eines Netzwerks [13, S. 52]. Für die Zustandsraumdarstellung in Gl. (2.2.2) kann die Transfermatrix $\mathbf{H}(s)$ der Eingangssignale $\mathbf{u}(s)$ und den Ausgangssignalen $\mathbf{y}(s)$ angegeben werden durch die Gleichung [13, S. 126]

$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{H}(s)\mathbf{u}(s) = \underbrace{(\mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D})}_{\mathbf{H}(s)} \mathbf{u}(s). \quad (2.2.13)$$

Unter der Annahme, dass die Eingangssignale keinen direkten Einfluss auf die Ausgangssignale haben, folgt

$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{H}(s)\mathbf{u}(s) = \underbrace{\mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}}_{\mathbf{H}(s)} \mathbf{u}(s). \quad (2.2.14)$$

Durch Ausmultiplizieren und Faktorisieren des Zählers und Nenners kann weiterhin die Pol-Nullstellen-Darstellung

$$H(s) = k \frac{\prod_i^m (s - s_{0,i})}{\prod_i^n (s - s_{p,i})} \quad (2.2.15)$$

mit den m Nullstellen $s_{0,i}$ und den n Polstellen $s_{p,i}$ sowie der Konstanten k bestimmt werden. Wenn stattdessen in Gl. (2.2.13) die Systemmatrix \mathbf{A} mit Gl. (2.2.5) erneut in ihre Eigenwerte und Eigenvektoren zerlegt wird, folgt

$$\mathbf{y}(s) = \underbrace{\mathbf{C}\mathbf{E}(s\mathbf{I} - \mathbf{\Lambda})^{-1}\mathbf{E}^{-1}\mathbf{B}}_{\mathbf{H}(s)} \mathbf{u}(s). \quad (2.2.16)$$

Es ist ersichtlich, dass die Polstellen der Übertragungsfunktionen gleichzeitig die Eigenwerte der Systemmatrix \mathbf{A} sind. Der Frequenzgang [13, S. 247]

$$H(j\omega) = H(s)|_{s=j\omega} \quad (2.2.17)$$

einer Übertragungsfunktion kann mithilfe des Bode-Diagramms graphisch dargestellt werden. Das Bode-Diagramm lässt sich schnell und näherungsweise aus den Pol- und Nullstellen erstellen [13, S. 247].

Für komplexe Polstellenpaare $\lambda = -\alpha \pm j\beta$, bei denen der Realteil α im Vergleich zum Imaginärteil klein ist, kann es zu einer Resonanz im Frequenzgang der Amplitude

$|H(j\omega)|$ kommen. Die Resonanzkreisfrequenz ω_r hängt dabei näherungsweise nur vom Imaginärteil β ab, und es gilt [13, S. 260]

$$\omega_r \approx \beta. \quad (2.2.18)$$

Komplexe Polstellen treten dabei immer als konjugiert komplexe Paare auf [14, S. 23]. Konjugiert komplexe Polstellen lassen sich mithilfe der Güte Q und der natürlichen Frequenz ω_0 zu

$$(s - \lambda_i)(s - \bar{\lambda}_i) = s^2 - (\lambda_i + \bar{\lambda}_i)s + \lambda_i\bar{\lambda}_i = s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2 = 0 \quad (2.2.19)$$

bzw.

$$s_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm j\omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \quad (2.2.20)$$

angeben [14, S. 154 ff.]. Der Imaginärteil wird dabei oft als gedämpfte Kreisfrequenz ω_d bezeichnet und kann wie folgt berechnet werden [54, S. 118]:

$$\omega_d = \omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}. \quad (2.2.21)$$

Die Bandbreite der Resonanz wird durch die Breite der Resonanzkurve bei 3 dB unterhalb des Maximums der Resonanzüberhöhung definiert. Das Verhältnis von Bandbreite B und natürlicher Kreisfrequenz ω_0 gibt die Güte Q

$$Q = \frac{\omega_0}{B} \quad (2.2.22)$$

der Resonanz an [13, S. 260]. Außerdem gilt nach [55, S. 156]

$$Q = \omega \cdot \frac{\text{gespeicherte Energie}}{\text{Verlustleistung}}. \quad (2.2.23)$$

Wird die Güte Q über den Dämpfungsfaktor ζ wiedergegeben durch

$$Q = \frac{1}{2\zeta} \quad (2.2.24)$$

erhält man für die konjugiert komplexen Polstellen dann [56, S. 104 ff.]

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_0 \pm j\omega_0\sqrt{1 - \zeta^2}. \quad (2.2.25)$$

2.2.4 Sensitivitätsanalyse von Eigenwerten und Eigenvektoren

In den vorangegangenen Abschnitten wurde das Systemverhalten linearer elektrischer Schaltungen hinsichtlich ihrer Eigenwerte und Eigenvektoren dargestellt. Soll auf diese Darstellung eine adjungierte Sensitivitätsanalyse analog zu Abschnitt 2.1.3 angewandt werden, müssen die Sensitivitäten der Eigenwerte und Eigenvektoren bestimmt werden. Die Betrachtungen basieren dabei auf den Beschreibungen in [57], [58] und [59].

Als Ausgangspunkt dient das gewöhnliche Eigenwertproblem in Abhängigkeit des Parameters p :

$$\mathbf{A}(p)\mathbf{E}(p) - \mathbf{E}(p)\mathbf{\Lambda}(p) = \mathbf{0}. \quad (2.2.26)$$

Von Interesse ist hier die Berechnung der Sensitivitäten der Eigenwerte $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ und der Eigenvektormatrix $\mathbf{E} = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_n]$.

Wird die Ableitung von Gl. (2.2.26) bzgl. des Parameters p berechnet, gilt durch Anwendung der Produktregel

$$\begin{aligned} \frac{d}{dp}(\mathbf{A}(p)\mathbf{E}(p) - \mathbf{E}(p)\mathbf{\Lambda}(p)) &= 0, \\ \implies \frac{d\mathbf{A}}{dp}\mathbf{E} - \mathbf{E}\frac{d\mathbf{\Lambda}}{dp} &= -\mathbf{A}\frac{d\mathbf{E}}{dp} + \frac{d\mathbf{E}}{dp}\mathbf{\Lambda}. \end{aligned} \quad (2.2.27)$$

Unter der Voraussetzung, dass die Inverse \mathbf{E}^{-1} existiert, erhält man durch Multiplikation mit \mathbf{E}^{-1} die Gleichung

$$\mathbf{E}^{-1}\frac{d\mathbf{A}}{dp}\mathbf{E} - \frac{d\mathbf{\Lambda}}{dp} = -\mathbf{E}^{-1}\mathbf{A}\frac{d\mathbf{E}}{dp} + \mathbf{E}^{-1}\frac{d\mathbf{E}}{dp}\mathbf{\Lambda}. \quad (2.2.28)$$

Wenn die Eigenvektoren linear unabhängig sind, bilden diese eine Basis. Die Sensitivitäten \mathbf{s}_E der Eigenvektormatrix nach dem Parameter p lassen sich somit bezüglich dieser Basis gemäß

$$\mathbf{s}_E(p) := \frac{d\mathbf{E}}{dp} = \mathbf{E}\mathbf{\Gamma} \quad (2.2.29)$$

darstellen, wobei $\mathbf{\Gamma}$ eine noch zu bestimmende Hilfsmatrix ist [59].

Die Sensitivität der Eigenvektormatrix $d\mathbf{E}/dp$ kann somit aus dem Produkt der Eigenvektormatrix \mathbf{E} und der noch zu bestimmenden Matrix $\mathbf{\Gamma}$ berechnet werden.

Setzt man den Zusammenhang aus Gl. (2.2.29) in Gl. (2.2.28) ein, folgt

$$\mathbf{E}^{-1} \frac{d\mathbf{A}}{dp} \mathbf{E} - \underbrace{\mathbf{E}^{-1} \mathbf{E}}_{\mathbf{I}} \frac{d\mathbf{\Lambda}}{dp} = - \underbrace{\mathbf{E}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{E} \mathbf{\Gamma}}_{\mathbf{\Lambda}} + \underbrace{\mathbf{E}^{-1} \mathbf{E} \mathbf{\Gamma} \mathbf{\Lambda}}_{\mathbf{I}}. \quad (2.2.30)$$

Für die Eigenwertematrix $\mathbf{\Lambda}$ und die Matrix $\mathbf{\Gamma}$ gilt $\text{diag}(\mathbf{\Lambda} \mathbf{\Gamma}) = \text{diag}(\mathbf{\Gamma} \mathbf{\Lambda})$. Mit $\tilde{\mathbf{E}} = \mathbf{E}^{-1}$ folgt aus Gl. (2.2.30) für die Sensitivitäten $\mathbf{s}_{\mathbf{\Lambda}}$ der Eigenwerte:

$$\mathbf{s}_{\mathbf{\Lambda}}(p) := \frac{d\mathbf{\Lambda}}{dp} = \tilde{\mathbf{E}}^{\top} \frac{d\mathbf{A}}{dp} \mathbf{E}. \quad (2.2.31)$$

Um die Sensitivitäten der Eigenvektoren gemäß Gl. (2.2.29) zu berechnen, muss zunächst die Matrix $\mathbf{\Gamma}$ bestimmt werden. Dafür wird ausgenutzt, dass die Eigenvektoren verschiedener Eigenwerte eine Basis in $\mathbb{C}^{n \times n}$ bilden. Somit gilt:

$$\mathbf{E}^{-1} \frac{d\mathbf{A}}{dp} \mathbf{E} - \frac{d\mathbf{\Lambda}}{dp} = -\mathbf{\Lambda} \mathbf{\Gamma} + \mathbf{\Gamma} \mathbf{\Lambda}. \quad (2.2.32)$$

Die Einträge der Nebendiagonalen der Matrix $\mathbf{\Gamma}$ können dabei wie folgt bestimmt werden:

$$\begin{aligned} (-\mathbf{\Lambda} \mathbf{\Gamma} + \mathbf{\Gamma} \mathbf{\Lambda})_{ij} &= -\lambda_i \gamma_{ij} + \gamma_{ij} \lambda_j = \gamma_{ij} (\lambda_j - \lambda_i), \\ \implies \gamma_{ij} &= \frac{\tilde{\mathbf{e}}_i^{\top} \frac{d\mathbf{A}}{dp} \mathbf{e}_j}{\lambda_j - \lambda_i} \text{ für } i \neq j. \end{aligned} \quad (2.2.33)$$

Die Elemente der Hauptdiagonalen der Matrix $\mathbf{\Gamma}$ müssen auf andere Weise bestimmt werden. Dabei wird ausgenutzt, dass die Eigenvektoren \mathbf{e}_i bis auf einen Skalierungsfaktor eindeutig sind. Die Sensitivitäten werden daher für die normierten Eigenvektoren bestimmt, wobei die Normalisierung der Eigenvektoren \mathbf{e}_i nun so gewählt wird, dass für jeden Eigenvektor das gleiche Element des Eigenvektors gleich eins ist. Damit ist die Sensitivität dieses Elements gleich 0, und es gilt gemäß Gl. (2.2.29) [59]

$$0 = e_{kk} \gamma_{kk} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n e_{km} \gamma_{mk} \implies \gamma_{kk} = -\frac{1}{e_{kk}} \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n e_{km} \gamma_{mk}. \quad (2.2.34)$$

Wird die obige Rechnung für alle Eigenvektoren wiederholt, können die Elemente der Hauptdiagonalen $\mathbf{\Gamma}$ berechnet werden.

Für die Berechnung der Sensitivitäten der Eigenvektoren und Eigenwerte müssen folgende Berechnungen zusätzlich durchgeführt werden:

1. Die Eigenvektormatrix $\mathbf{E} = [\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_n]$ und die Eigenwertmatrix $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ müssen mit einem geeigneten numerischen Löser bestimmt werden.
2. Die Ableitung $d\mathbf{A}/dp$ muss für jeden Parameter p bestimmt werden. Da jedoch nur wenige Einträge in der Systemmatrix \mathbf{A} eine Abhängigkeit vom Parameter p besitzen, kann diese Ableitung oft symbolisch bestimmt werden.

Zusammenfassend gilt für die Sensitivitäten der Eigenwerte und Eigenvektoren:

- **Sensitivität der Eigenwerte:** Die Sensitivität der Eigenwerte λ_i eines gewöhnlichen Eigenwertproblems gemäß Gl. (2.2.26) bzgl. des Systemparameters p bestimmt sich zu [59]

$$\mathbf{s}_{\Lambda}(p) := \frac{d\mathbf{\Lambda}}{dp} = \tilde{\mathbf{E}}^{\top} \frac{d\mathbf{A}}{dp} \mathbf{E}. \quad (2.2.35)$$

- **Sensitivität der Eigenvektoren:** Die Sensitivitäten der Eigenvektoren \mathbf{E} bestimmt sich zu [59]

$$\mathbf{s}_{\mathbf{E}} := \frac{d\mathbf{E}}{dp} = \mathbf{E}\mathbf{\Gamma}. \quad (2.2.36)$$

Die Einträge $\gamma_{k\ell}$ und γ_{kk} der benötigten Matrix $\mathbf{\Gamma}$ kann dabei wie folgt bestimmt werden:

$$\gamma_{k\ell} = \frac{\tilde{\mathbf{e}}_k^{\top} \frac{d\mathbf{A}}{dp} \mathbf{e}_{\ell}}{\lambda_{\ell} - \lambda_k} \text{ für } k \neq \ell,$$

$$\gamma_{kk} = -\frac{1}{e_{kk}} \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n e_{km} \gamma_{mk}.$$

3 Resonanzanalyse mittels Eigenmoden

Im folgenden Kapitel wird mithilfe der modalen Analyse und den Grundlagen aus Kapitel 2 eine Methode zur Analyse von Resonanzen in elektrischen Schaltungen entwickelt.

Über die Eigenmoden und Eigenfrequenzen des Systems wird hierfür ein Zusammenhang zwischen Resonanzfrequenz sowie der Resonanzgüte und einer Energie- und Leistungsbetrachtung der Schaltungselemente hergestellt. Dadurch lässt sich der Einfluss jedes Elements auf die Resonanzfrequenz und deren Dämpfung quantifizieren.

Der Resonanzkreis wird anschließend beschrieben, indem die Kanten der Netzwerkschaltung mit den betragsmäßig größten Strömen berücksichtigt werden. Die dafür nötigen Informationen können direkt aus den Eigenvektoren und Eigenwerten bestimmt werden.

3.1 Modale Resonanzbeschreibung

Im vorangegangenen Abschnitt wurde eine allgemeine Systembeschreibung passiver elektrischer Netzwerkschaltungen hinsichtlich der Eigenmoden des Systems auf Basis der Zustandsraumdarstellung aufgestellt.

Im Folgenden wird nun das Resonanzverhalten der Systemgrößen betrachtet. Für den weiteren Verlauf der Arbeit soll angenommen werden, dass das zu untersuchende System stets unterschiedliche Eigenwerte besitzt bzw. die Matrix \mathbf{A} sich stets diagonalisieren lässt.

Gemäß Gl. (2.2.9) lässt sich der Frequenzgang der Zustandsgrößen $\mathbf{x}(j\omega)$ als Linearkombination

$$\mathbf{x}(j\omega) = \sum_{i=1}^N \frac{\tilde{\mathbf{e}}_i^\top \mathbf{b}}{j\omega - \lambda_i} \mathbf{e}_i \quad (3.1.1)$$

aller Eigenmoden \mathbf{e}_i und zugehörigen Eigenwerten λ_i beschreiben.

Gehört zur i -ten Eigenmode der reale Eigenwert $\lambda_i = -\alpha_i$, gilt für den Beitrag der i -ten Mode zu den Zustandsgrößen [53]

$$\frac{\tilde{\mathbf{e}}_i^\top \mathbf{b}}{j\omega - \lambda_i} \mathbf{e}_i = \frac{\tilde{\mathbf{e}}_i^\top \mathbf{b}}{j\omega + \alpha_i} \mathbf{e}_i. \quad (3.1.2)$$

Das Maximum für den Beitrag der i -ten Mode zu einer Zustandsgröße x_k

$$\left| \frac{\tilde{\mathbf{e}}_i^\top \mathbf{b}}{\alpha_i} e_{i,k} \right| \quad (3.1.3)$$

tritt für $\omega = 0$ auf.

Ist der i -te Eigenwert konjugiert komplex, müssen die konjugiert komplexen Eigenwerte und Eigenmoden berücksichtigt werden [53]. Der Beitrag der i -ten Mode zu den Zustandsgrößen berechnet sich zu

$$\frac{\tilde{\mathbf{e}}_i^\top \mathbf{b}}{j\omega - \lambda_i} \mathbf{e}_i + \frac{\overline{\tilde{\mathbf{e}}_i^\top \mathbf{b}}}{j\omega - \overline{\lambda_i}} \overline{\mathbf{e}_i}. \quad (3.1.4)$$

Weiter gilt nach Gl. (2.2.18), dass bei konjugiert komplexen Eigenwerten das Maximum bei

$$\omega \approx \beta_i \quad (3.1.5)$$

auftritt. Der Nenner des ersten Terms in Gl. (3.1.4) wird in der Nähe dieses Maximums im Vergleich zum zweiten Term sehr klein. Für die Amplitude des Beitrags der i -ten konjugiert komplexen Mode zur Zustandsgröße x_k kann daher angenähert werden:

$$\left| \frac{\tilde{\mathbf{e}}_i^\top \mathbf{b}}{j\omega - \lambda_i} e_{i,k} + \frac{\overline{\tilde{\mathbf{e}}_i^\top \mathbf{b}}}{j\omega - \overline{\lambda_i}} e_{i,k} \right| \approx \left| \frac{\tilde{\mathbf{e}}_i^\top \mathbf{b}}{j\omega - \lambda_i} e_{i,k} \right| \quad \forall \omega \text{ in der Nähe von } \beta_i. \quad (3.1.6)$$

Für das Maximum dieses Beitrags erhält man somit

$$\left| \frac{\tilde{\mathbf{e}}_i^\top \mathbf{b}}{\alpha_i} e_{i,k} \right| \quad (3.1.7)$$

bzw. mit Gl. (2.2.25)

$$\left| \frac{\tilde{\mathbf{e}}_i^T \mathbf{b}}{\zeta_i \omega_{0,i}} e_{i,k} \right|. \quad (3.1.8)$$

Betrachtet man nun erneut den Frequenzgang der Zustandsgrößen, so können diese mehrere Resonanzen aufweisen. Gemäß Gl. (3.1.1) lässt sich in vielen Fällen die Resonanz durch eine einzige Mode mit konjugiert komplexem Eigenwert approximieren.

Die Amplitude der Zustandsgrößen ist dabei weiterhin eine Linearkombination aller Moden. Wenn jedoch eine Resonanz im Frequenzgang der Amplitude der Zustandsgrößen erkennbar ist, dominiert in vielen Fällen eine einzige Mode das Resonanzverhalten in diesem Frequenzbereich.

Das ist jedoch nicht der Fall, wenn mehrere Eigenwerte in der komplexen Ebene nahe beieinander liegen und die zugehörigen Moden zudem einen signifikanten Beitrag zur Amplitude der betrachteten Zustandsgröße leisten. Im Rahmen der Arbeit wird gezeigt, dass diese Fälle selten sind und sich die Zustandsgröße x_k durch die zur Resonanz assoziierte Eigenmode und eine Summationskonstante c_k aller weiteren Eigenmoden approximiert wird durch

$$\begin{aligned} x_k(j\omega) &= \sum_{\ell=1}^N \frac{\tilde{\mathbf{e}}_\ell^T \mathbf{b}}{j\omega - \lambda_\ell} e_{\ell,k} = \frac{\tilde{\mathbf{e}}_i^T \mathbf{b}}{j\omega - \lambda_i} e_{i,k} + \sum_{\substack{\ell=1 \\ \ell \neq i}}^N \frac{\tilde{\mathbf{e}}_\ell^T \mathbf{b}}{j\omega - \lambda_\ell} e_{\ell,k} \\ &\approx \frac{\tilde{\mathbf{e}}_i^T \mathbf{b}}{j\omega - \lambda_i} e_{i,k} + c_k. \quad \forall \omega \text{ in der Nähe der } i\text{-ten Resonanz.} \end{aligned} \quad (3.1.9)$$

Zudem gilt für die Resonanzamplitude

$$|x_k| = \left| \frac{\tilde{\mathbf{e}}_i^T \mathbf{b}}{\zeta_i \omega_{0,i}} e_{i,k} + c_k \right|. \quad (3.1.10)$$

Der Idee in [17] folgend, ist es für viele Resonanzuntersuchungen somit interessant, die Eigenmode mit dem Maximum des Beitrags

$$\left| \frac{\tilde{\mathbf{e}}_i^T \mathbf{b}}{\zeta_i \omega_{0,i}} e_{i,k} \right| \quad (3.1.11)$$

zur Zustandsgröße zu untersuchen, da sie für die Resonanz verantwortlich ist und das Verhalten der Amplitude im Resonanzbereich dominiert. Da im Folgenden immer nur eine konjugiert komplexe Mode betrachtet wird, wird der Index für die i -te Mode aus Darstellungsgründen vernachlässigt.

Betrachtet man erneut Abb. 2.1, erhält man für die Approximation der Resonanzkreisfrequenz

$$\omega_r \approx \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{4C^2R^2}} \quad (3.1.12)$$

während sich für die Resonanzkreisfrequenz analytisch

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (3.1.13)$$

ergibt. Man erkennt, dass die approximierte Resonanzkreisfrequenz nur dann mit der analytisch bestimmten Resonanzkreisfrequenz übereinstimmt, falls die Güte der Resonanz, in diesem Fall durch den Parallelwiderstand bestimmt, sehr groß ist.

Die Approximation der Resonanz einer Zustandsgröße x_k über eine konjugiert komplexe Mode ermöglicht eine approximierte, aber direkte Berechnung der Resonanzeigenschaften:

1. Die Resonanzkreisfrequenz ω_r ist gegeben durch $\omega_0\sqrt{1-\zeta^2}$.
2. Der Dämpfungsfaktor ζ und damit die Güte $Q = 1/(2\zeta)$ der Resonanz können bestimmt werden.
3. Die Resonanzamplitude der Zustandsgröße x_k ist gegeben durch

$$|x_k| = \left| \frac{\tilde{\mathbf{e}}^T \mathbf{b}}{\zeta \omega_0} e_k + c_k \right|,$$

wobei

$$\left| \frac{\tilde{\mathbf{e}}_i^T \mathbf{b}}{\zeta \omega_0} e_k \right|$$

dem Beitrag der dominierenden Mode zur Resonanzamplitude entspricht.

3.2 Modale Resonanzanalyse

Da für die gewählte Approximation der Resonanzen des Systems, wie im vorangehenden Abschnitt gezeigt wurde, lediglich Eigenmoden mit konjugiert komplexen Eigenwerten verantwortlich sind, werden nun nur solche Moden betrachtet. Es wird gezeigt, dass über die Eigenwerte und Eigenvektoren Rückschlüsse auf den Beitrag der einzelnen Schaltungselemente zur Resonanzfrequenz und Resonanzgüte gezogen werden können.

Zunächst wird eine Verbindung zwischen der Dämpfung einer konjugiert komplexen Mode und der Verlustbetrachtung der resistiven Schaltungselemente hergeleitet. Anschließend werden über eine Energiebetrachtung die Beiträge der reaktiven Elemente zur Resonanzkreisfrequenz ω_r abgeleitet. Dadurch können die Schaltungselemente des Resonanzkreises identifiziert und deren Einfluss auf das Resonanzverhalten quantifiziert werden.

Um den kompletten Resonanzkreis zu beschreiben, wird zudem die relative Stromverteilung der Resonanz betrachtet. Die dafür benötigten Informationen können über die Ströme im Netzwerk, die durch Eigenvektoren beschrieben sind, ermittelt werden.

3.2.1 Resistive Elemente

Zur Quantifizierung der resonanzdämpfenden Elemente soll zunächst der Dämpfungsfaktor ζ der Mode genauer betrachtet werden. Dazu wird in diesem Abschnitt der Zusammenhang zwischen Güte bzw. Dämpfungsfaktor und Verlustleistung der Serien- und Parallelwiderstände aufgrund der Zustandsgrößen des zur Mode gehörenden Eigenvektors hergestellt.

Die Eigenwerte und Eigenvektoren, die zur Approximation des Resonanzverhaltens in der Zustandsraumdarstellung in Gl. (3.1.9) benötigt werden, erfüllen

$$\left[s \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{C}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{L} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{G}} & \mathbf{A}_L \\ \mathbf{A}_L^\top & -\mathbf{R} \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} U_N \\ I_L \end{pmatrix} = \mathbf{0}. \quad (3.2.1)$$

Da konjugiert komplexe Moden betrachtet werden, gilt für diese Mode somit

$$\left[\lambda \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{C}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{L} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{G}} & \mathbf{A}_L \\ \mathbf{A}_L^\top & -\mathbf{R} \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} U_N \\ I_L \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (3.2.2)$$

bzw.

$$\lambda \tilde{\mathbf{C}} U_N + \tilde{\mathbf{G}} U_N + \mathbf{A}_L I_L = \mathbf{0}, \quad (3.2.3)$$

$$-\lambda \mathbf{L} I_L + \mathbf{A}_L^\top U_N - \mathbf{R} I_L = \mathbf{0}. \quad (3.2.4)$$

Und für den dazugehörige konjugierte komplexe Eigenwert und Eigenvektor gilt

$$\left[\bar{\lambda} \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{C}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{L} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{G}} & \mathbf{A}_L \\ \mathbf{A}_L^\top & -\mathbf{R} \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{U}}_N \\ \bar{\mathbf{I}}_L \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (3.2.5)$$

bzw.

$$\bar{\lambda} \tilde{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{U}}_N + \tilde{\mathbf{G}} \bar{\mathbf{U}}_N + \mathbf{A}_L \bar{\mathbf{I}}_L = \mathbf{0}, \quad (3.2.6)$$

$$-\bar{\lambda} \mathbf{L} \bar{\mathbf{I}}_L + \mathbf{A}_L^\top \bar{\mathbf{U}}_N - \mathbf{R} \bar{\mathbf{I}}_L = \mathbf{0}. \quad (3.2.7)$$

Durch Multiplikation von Gl. (3.2.3) und Gl. (3.2.4) mit $\bar{\mathbf{U}}_N^\top$ und $\bar{\mathbf{I}}_L^\top$ sowie von Gl. (3.2.6) und Gl. (3.2.7) mit \mathbf{U}_N^\top und \mathbf{I}_L^\top folgt das Gleichungssystem:

$$\lambda \bar{\mathbf{U}}_N^\top \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{U}_N + \bar{\mathbf{U}}_N^\top \tilde{\mathbf{G}} \mathbf{U}_N + \bar{\mathbf{U}}_N^\top \mathbf{A}_L \mathbf{I}_L = 0, \quad (3.2.8)$$

$$-\lambda \bar{\mathbf{I}}_L^\top \mathbf{L} \mathbf{I}_L + \bar{\mathbf{I}}_L^\top \mathbf{A}_L^\top \mathbf{U}_N - \bar{\mathbf{I}}_L^\top \mathbf{R} \mathbf{I}_L = 0, \quad (3.2.9)$$

$$\bar{\lambda} \mathbf{U}_N^\top \tilde{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{U}}_N + \mathbf{U}_N^\top \tilde{\mathbf{G}} \bar{\mathbf{U}}_N + \mathbf{U}_N^\top \mathbf{A}_L \bar{\mathbf{I}}_L = 0, \quad (3.2.10)$$

$$-\bar{\lambda} \mathbf{I}_L^\top \mathbf{L} \bar{\mathbf{I}}_L + \mathbf{I}_L^\top \mathbf{A}_L^\top \bar{\mathbf{U}}_N - \mathbf{I}_L^\top \mathbf{R} \bar{\mathbf{I}}_L = 0. \quad (3.2.11)$$

Nachfolgend wird gezeigt, dass die folgenden Zusammenhänge gültig sind:

$$\mathbf{U}_N^\top \mathbf{A}_L \bar{\mathbf{I}}_L = (\mathbf{U}_N^\top \mathbf{A}_L \bar{\mathbf{I}}_L) = \bar{\mathbf{I}}_L^\top \mathbf{A}_L^\top \mathbf{U}_N, \quad (3.2.12)$$

$$\bar{\mathbf{I}}_L^\top \mathbf{A}_L^\top \bar{\mathbf{U}}_N = (\bar{\mathbf{I}}_L^\top \mathbf{A}_L^\top \bar{\mathbf{U}}_N) = \bar{\mathbf{U}}_N^\top \mathbf{A}_L \mathbf{I}_L, \quad (3.2.13)$$

$$\mathbf{U}_N^\top \tilde{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{U}}_N = (\mathbf{U}_N^\top \tilde{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{U}}_N) = \bar{\mathbf{U}}_N^\top \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{U}_N, \quad (3.2.14)$$

$$\bar{\mathbf{U}}_N^\top \tilde{\mathbf{G}} \mathbf{U}_N = (\bar{\mathbf{U}}_N^\top \tilde{\mathbf{G}} \mathbf{U}_N) = \mathbf{U}_N^\top \tilde{\mathbf{G}} \bar{\mathbf{U}}_N, \quad (3.2.15)$$

$$\bar{\mathbf{I}}_L^\top \mathbf{R} \mathbf{I}_L = (\bar{\mathbf{I}}_L^\top \mathbf{R} \mathbf{I}_L) = \mathbf{I}_L^\top \mathbf{R} \bar{\mathbf{I}}_L. \quad (3.2.16)$$

Die obigen Gleichungen werden am Beispiel $\mathbf{U}_N^\top \mathbf{A}_L \bar{\mathbf{I}}_L$ hergeleitet. Da $\mathbf{U}_N^\top \mathbf{A}_L \bar{\mathbf{I}}_L$ ein Skalar ergibt, ist das Ergebnis gleich der Transponierten. Für die Transponierte des Produkts einer Matrix \mathbf{A} und einer Matrix \mathbf{B} gilt $(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})^\top = \mathbf{B}^\top \cdot \mathbf{A}^\top$ und es folgt $\bar{\mathbf{I}}_L^\top \mathbf{A}_L \mathbf{U}_N$. Für die weiteren Beziehungen in Gl. (3.2.13) - Gl. (3.2.16) ist das Vorgehen analog, wobei $\tilde{\mathbf{G}}$, $\tilde{\mathbf{C}}$ und \mathbf{R} symmetrische Matrizen sind [60, S. 106] und zudem $\tilde{\mathbf{G}} = \tilde{\mathbf{G}}^\top$, $\tilde{\mathbf{C}} = \tilde{\mathbf{C}}^\top$ und $\mathbf{R} = \mathbf{R}^\top$ gilt.

Die Terme $I_L^T \bar{\mathbf{R}} I_L$ und $U_N^T \tilde{\mathbf{G}} \bar{U}_N$ beschreiben gemäß Gl. (3.2.21) und Gl. (3.2.22) die maximale Gesamtverlustleistung der Mode in den Parallel- und Serienwiderständen. Damit führt eine Addition von Gl. (3.2.8) und Gl. (3.2.10) auf

$$\begin{aligned} \lambda \bar{U}_N^T \tilde{\mathbf{C}} U_N + \bar{U}_N^T \tilde{\mathbf{G}} U_N + \bar{U}_N^T \mathbf{A}_L I_L + \lambda U_N^T \tilde{\mathbf{C}} \bar{U}_N + U_N^T \tilde{\mathbf{G}} \bar{U}_N + U_N^T \mathbf{A}_L \bar{I}_L &= 0, \\ (\lambda + \bar{\lambda}) U_N^T \tilde{\mathbf{C}} \bar{U}_N + U_N^T \mathbf{A}_L \bar{I}_L + \bar{U}_N^T \mathbf{A}_L I_L + 2U_N^T \tilde{\mathbf{G}} \bar{U}_N &= 0. \end{aligned} \quad (3.2.17)$$

Durch die analoge Verwendung der Beziehungen in Gl. (3.2.9) und Gl. (3.2.11) kann die Gl. (3.2.17) erweitert werden zu

$$(\lambda + \bar{\lambda}) U_N^T \tilde{\mathbf{C}} \bar{U}_N + (\lambda + \bar{\lambda}) I_L^T \bar{\mathbf{L}} I_L = -2 (U_N^T \tilde{\mathbf{G}} \bar{U}_N + I_L^T \bar{\mathbf{R}} I_L). \quad (3.2.18)$$

Mit $U_N^T \tilde{\mathbf{C}} \bar{U}_N = I_L^T \bar{\mathbf{L}} I_L$ (wird in Gl. (3.2.25) hergeleitet) und den komplexen Eigenwerten $s/\bar{s} = \lambda/\bar{\lambda} = -\zeta\omega_0 \pm j\omega_0\sqrt{1-\zeta^2}$ nach Gl. (2.2.25), kann die Gleichung Gl. (3.2.18) weiter vereinfacht werden zu

$$2\zeta\omega_0 U_N^T \tilde{\mathbf{C}} \bar{U}_N = U_N^T \tilde{\mathbf{G}} \bar{U}_N + I_L^T \bar{\mathbf{R}} I_L. \quad (3.2.19)$$

Wird dieser Zusammenhang in die obige Gleichung eingesetzt, erhält man

$$Q \stackrel{\text{Gl. (2.2.24)}}{=} \frac{1}{2\zeta} = \omega_0 \frac{\overbrace{\frac{1}{2} U_N^T \tilde{\mathbf{C}} \bar{U}_N + \frac{1}{2} I_L^T \bar{\mathbf{L}} I_L}^{\text{gespeicherte Energie}}}{\underbrace{U_N^T \tilde{\mathbf{G}} \bar{U}_N + I_L^T \bar{\mathbf{R}} I_L}_{\text{Verlustleistung}}} = \omega_0 \frac{W_C + W_L}{P_V}. \quad (3.2.20)$$

Dabei steht W_C für die Summe der maximal in den Kapazitäten gespeicherten Energie, W_L für die Summe der maximal in den Induktivitäten gespeicherten Energie und P_V für die Summe der maximalen Verlustleistung der Widerstände. Vergleicht man dieses Ergebnis der Resonanzgüte Q in Gl. (2.2.23), stellt Gl. (3.2.20) eine auf Eigenvektoren und Eigenwerten basierende Gleichung für die Güte der Mode dar.

Der Beitrag der jeweiligen resistiven Elemente zur Gesamtverlustleistung P_V berechnet sich nach Gl. (2.1.18) für die Serienwiderstände durch

$$P_{R_j} = R_j |I_{R_j}|^2. \quad (3.2.21)$$

Für die Parallelwiderstände gilt

$$P_{G_j} = G_j |U_{G_j}|^2. \quad (3.2.22)$$

Die Zustandsgrößen I_{R_j} und U_{G_j} ergeben sich direkt aus den Eigenvektoren. Um die Verlustleistungen der einzelnen Elemente vergleichbar zu machen, werden diese bzgl. der Gesamtverlustleistung normiert, gemäß

$$p_{G_j} = \frac{P_{G_j}}{P_V} \text{ bzw. } p_{R_j} = \frac{P_{R_j}}{P_V}. \quad (3.2.23)$$

Somit lässt sich der prozentuale Beitrag der resistiven Elemente zur Gesamtverlustleistung der Mode bestimmen. Dadurch können die resistiven Elemente hinsichtlich ihres Beitrags zur Güte/Dämpfung der Resonanz sortiert und die dominierenden Elemente bestimmt werden. Je höher der Anteil des Widerstands an der Gesamtverlustleistung ist, desto stärker bestimmt dieser Widerstand die Güte der konjugiert komplexen Mode.

3.2.2 Resonanzfrequenz

Im Weiteren wird nun eine Beziehung zwischen der Frequenz, bei der der Beitrag der konjugiert komplexen Mode zum Systemverhalten maximal wird, und den induktiven und kapazitiven Elementen der Netzwerkschaltung hergestellt. Es wird gezeigt, dass durch eine Energiebetrachtung der Induktivitäten und Kapazitäten die Beiträge jedes Elements zur Resonanzfrequenz bestimmt werden können.

Zunächst folgt durch Gleichsetzen von Gl. (3.2.8) und Gl. (3.2.10)

$$\lambda \bar{U}_N^T \tilde{C} U_N + \bar{U}_N^T \tilde{G} U_N + \bar{U}_N^T \mathbf{A}_L I_L = \bar{\lambda} U_N^T \tilde{C} \bar{U}_N + U_N^T \tilde{G} \bar{U}_N + U_N^T \mathbf{A}_L \bar{I}_L, \quad (3.2.24a)$$

$$(\lambda - \bar{\lambda}) U_N^T \tilde{C} \bar{U}_N = U_N^T \mathbf{A}_L \bar{I}_L - \bar{U}_N^T \mathbf{A}_L I_L. \quad (3.2.24b)$$

Unter Verwendung von Gl. (3.2.9) und Gl. (3.2.11) gilt mit Gl. (3.2.24)

$$(\lambda - \bar{\lambda}) U_N^T \tilde{C} \bar{U}_N = (\lambda - \bar{\lambda}) I_L^T \mathbf{L} \bar{I}_L \quad (3.2.25a)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} U_N^T \tilde{C} \bar{U}_N = \frac{1}{2} I_L^T \mathbf{L} \bar{I}_L. \quad (3.2.25b)$$

Für jede konjugiert komplexe Mode gilt somit, dass die Summe der maximal gespeicherten Energie in den Kapazitäten gleich der Summe der maximal gespeicherten

Energie in den Induktivitäten ist. Für die Summe der Energie der n_C Kapazitäten gilt nach Gl. (2.1.19)

$$W_C = \frac{1}{2} \mathbf{U}_N^T \tilde{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{U}}_N = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_C} C_j |U_{C_j}|^2. \quad (3.2.26)$$

Für die Summe der Energie der n_L Induktivitäten nach Gl. (2.1.20) erhält man mit der Gegeninduktivität M_{jk} nach Gl. (A.3)

$$W_L = \frac{1}{2} \mathbf{I}_L^T \mathbf{L} \bar{\mathbf{I}}_L = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_L} L_j |I_{L_j}|^2 + \frac{1}{2} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{n_L} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{n_L} M_{jk} I_j I_k. \quad (3.2.27)$$

Die Größen n_L und n_C geben die Anzahl der Kapazitäten und Induktivitäten an, mit den Kapazitätsspannungen $U_{C_j} \in \mathbf{U}_N$ und den Strömen der Induktivitäten $I_{L_j} \in \mathbf{I}_L$.

Unter Verwendung von Gl. (3.2.8) und Gl. (3.2.9) ergibt sich nun

$$\lambda \bar{\mathbf{U}}_N^T \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{U}_N + \bar{\mathbf{U}}_N^T \tilde{\mathbf{G}} \mathbf{U}_N + \bar{\mathbf{U}}_N^T \mathbf{A}_L \mathbf{I}_L = -\lambda \bar{\mathbf{I}}_L^T \mathbf{L} \mathbf{I}_L + \bar{\mathbf{I}}_L^T \mathbf{A}_L^T \mathbf{U}_N - \bar{\mathbf{I}}_L^T \mathbf{R} \mathbf{I}_L. \quad (3.2.28)$$

Die obige Gleichung kann umgeformt werden zu

$$\lambda (\bar{\mathbf{U}}_N^T \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{U}_N + \bar{\mathbf{I}}_L^T \mathbf{L} \mathbf{I}_L) + \underbrace{\bar{\mathbf{U}}_N^T \tilde{\mathbf{G}} \mathbf{U}_N + \bar{\mathbf{I}}_L^T \mathbf{R} \mathbf{I}_L}_{P_V} = \bar{\mathbf{I}}_L^T \mathbf{A}_L^T \mathbf{U}_N - \bar{\mathbf{U}}_N^T \mathbf{A}_L \mathbf{I}_L, \quad (3.2.29a)$$

$$= \overline{\bar{\mathbf{U}}_N^T \mathbf{A}_L \mathbf{I}_L} - \bar{\mathbf{U}}_N^T \mathbf{A}_L \mathbf{I}_L, \quad (3.2.29b)$$

$$= j2 \operatorname{Im}(\bar{\mathbf{U}}_N^T \mathbf{A}_L \mathbf{I}_L). \quad (3.2.29c)$$

Mit den bekannten Zusammenhängen aus der in Gl. (3.2.19) beschriebenen Verlustbetrachtung sowie der Form von λ nach Gl. (2.2.25) folgt

$$\omega_r \approx \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} = \frac{\operatorname{Im}(\bar{\mathbf{U}}_N^T \mathbf{A}_L \mathbf{I}_L)}{\frac{1}{2} \mathbf{U}_N^T \tilde{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{U}}_N + \frac{1}{2} \mathbf{I}_L^T \mathbf{L} \bar{\mathbf{I}}_L} = \frac{\operatorname{Im}(\bar{\mathbf{U}}_N^T \mathbf{A}_L \mathbf{I}_L)}{W_C + W_L}. \quad (3.2.30)$$

Man erhält somit einen Zusammenhang zwischen der Resonanzfrequenz ω_r und den Energien der reaktiven Bauteilelemente. Die Einzelterme aus Gl. (3.2.26) mit

$$W_{C_j} = \frac{1}{2} C_j |U_{C_j}|^2 \quad (3.2.31)$$

können direkt aus den Eigenvektoren bestimmt werden. Um die Energien der Einzel-

elemente vergleichbar zu machen, werden diese bzgl. der Gesamtenergie gemäß

$$w_{C_j} = \frac{W_{C_j}}{W_C + W_L} \quad (3.2.32)$$

normiert.

Die Berechnung und Gewichtung der Energien der Induktivitäten ist nur direkt möglich, wenn keine wechselseitige Verkopplung der Induktivitäten vorliegt. Ist das der Fall, können die Einzeltermine aus Gl. (3.2.27) mit

$$W_{L_j} = \frac{1}{2} L_j |I_{L_j}|^2 \quad (3.2.33)$$

direkt aus den Eigenvektoren bestimmt werden. Um die Energien der Einzelemente vergleichbar zu machen, werden diese bzgl. der maximalen Gesamtenergie normiert gemäß

$$w_{L_j} = \frac{W_{L_j}}{W_C + W_L}. \quad (3.2.34)$$

Wenn nun aber beispielsweise zwei stark verkoppelte Induktivitäten $L_1 = L_2$ mit $k \approx 1$ existieren und die Ströme durch die Induktivitäten $I_1 = -I_2$ sind, ist die Gesamtenergie der verkoppelten Induktivitäten nach Gl. (3.2.27) nahe null, während die Energien der Eigeninduktivitäten und der Gegeninduktivität betragsmäßig groß sind.

Weder die Induktivitäten L_1 und L_2 noch der Koppelfaktor k_{12} tragen zur Resonanz bei, da die Energie der verkoppelten Induktivitäten keinen Beitrag zur Gesamtenergie liefert. Die gespeicherte Energie der Gegeninduktivitäten muss daher geeignet auf die verkoppelten Eigeninduktivitäten aufgeteilt werden. Da die Gesamtenergie aller verkoppelten Induktivitäten nie negativ wird, werden die Energien der Gegenkopplungen anteilig den beteiligten Induktivitäten zugeordnet.

Für die Energieberechnung der Induktivität bei Verkopplung wird daher eine Berechnungsvorschrift unter Einbeziehung der Energie in den Eigeninduktivitäten sowie dem Koppelfaktor vorgeschlagen, welche zum einen eine sinnvolle Interpretation der Energien im Hinblick auf die Resonanzanalyse zulässt und zum anderen zu keinen negativen Energien in den Eigeninduktivitäten nach Verteilung der Energie in den Gegeninduktivitäten führt.

Dafür werden die folgenden Schritte durchgeführt:

1. Zunächst wird die Energie W_{L_j} aufgrund der Eigeninduktivität bestimmt:

$$W_{L_j} = \frac{1}{2} L_j |I_{L_j}|^2. \quad (3.2.35)$$

2. Anschließend werden die Energien $W_{M_{jk}}$ in den einzelnen Gegeninduktivitäten bestimmt gemäß

$$W_{M_{jk}} = \frac{1}{2} M_{jk} \cdot \overline{I_{L_j}} \cdot I_{L_k} + \frac{1}{2} M_{kj} \cdot \overline{I_{L_k}} \cdot I_{L_j}. \quad (3.2.36)$$

3. Für die Summe aller verkoppelten Energien W_{M_j} der j -ten Induktivität ergibt sich

$$W_{M_j} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{n_L} W_{M_{jk}}. \quad (3.2.37)$$

4. Die Summe aller Eigeninduktivitäten wird gewichtet mit dem Betrag des Koppelfaktors k_{jk} zur j -ten Induktivität jeder Induktivität. Man erhält

$$W_{\text{gew.,}j} = W_{L_j} + |k_{jk}| \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{n_L} W_{L_k} \quad (3.2.38)$$

für die gewichtete Energie $W_{\text{gew.,}j}$.

5. Schließlich erfolgt die Verteilung der Energien der Gegeninduktivitäten auf die Eigeninduktivitäten. Man erhält die korrigierte Energie

$$W_{L_j, \text{korr.}} = W_{L_j} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{n_L} \frac{W_{\text{gew.,}j} \cdot W_{M_{jk}}}{W_{M_j}}. \quad (3.2.39)$$

Die Energien der Eigeninduktivitäten können nun analog zu den Kapazitäten bzgl. der Gesamtenergie gemäß

$$w_{L_j} = \frac{W_{L_j, \text{korr.}}}{W_C + W_L} \quad (3.2.40)$$

normiert werden. Da gemäß Gl. (3.2.25) $W_C = W_L$ gilt, können auch die Induktivitäten und Kapazitäten miteinander verglichen werden. Somit kann der Beitrag jedes Elements zur Resonanzfrequenz der Systemgröße prozentual bewertet werden.

3.2.3 Resonanzkreis

In den vorangegangenen Schritten wurde eine Methodik zur Bestimmung des Beitrags der dämpfenden und resonanten Elemente an der Resonanz auf Basis einer modalen Energiebetrachtung vorgestellt.

Um den Resonanzkreis vollständig zu beschreiben, muss nun die Verbindung zwischen den Elementen hergestellt werden. Das bedeutet, es müssen auch solche Kanten bestimmt werden, die zwar selbst keinen Einfluss auf die Resonanzgüte oder Resonanzfrequenz haben, aber benötigt werden, um den Resonanzkreis zu schließen. Besonders in komplexen Strukturen ist es schwierig, diesen Resonanzkreis ausfindig zu machen. Im Folgenden werden zwei Ansätze vorgestellt:

Energiefluss

Um den Resonanzkreis zu beschreiben, muss bestimmt werden, über welche Kanten des elektrischen Netzwerks die berechnete Energie der beteiligten Elemente ausgetauscht wird. In [61] und [62] wird der Poynting-Vektor verwendet, der die Richtung und Dichte des Energietransports in der Elektrodynamik angibt, um den Energiefluss und damit den Koppelpfad zu visualisieren. Äquivalent lässt sich auf Netzwerkebene die Leistung mit den Kantenströmen und den Knotenspannungen berechnen. Um den Energiefluss zu bestimmen, müssen dabei für jede Kante zwei Leistungen (an den beiden Knoten) berechnet werden. Die Differenz der Leistung gibt die Leistung des auf der Kante befindlichen Elements an.

Stromfluss

Bei einer elektrischen Resonanz findet ein Ladungsaustausch durch Ströme zwischen den Bauteilen statt. So können beispielsweise manche Elemente nur den Strom der Resonanz tragen und selbst nicht maßgeblich zur Resonanz beitragen. Besonders in komplexen Systemen reicht die Betrachtung der an der Resonanz maßgeblich beteiligten Elemente nicht aus, um den Resonanzkreis und somit die Resonanz vollständig zu beschreiben. Vorteilhaft ist, dass für schwach gedämpfte Resonanzen der Winkel zwischen den betragsmäßig größten Strömen der Mode zudem nahezu 0° bzw. 180° ist, wodurch den Strömen jeder Kante eine Richtung zugeordnet werden kann.

Der Resonanzkreis kann somit identifiziert werden, wenn die Kanten der Netzwerkschaltung mit den betragsmäßig größten Strömen sowie deren Richtung berücksichtigt werden. Die Ströme der Induktivitäten bzw. Serienwiderstände sind dabei bereits in den

Eigenvektoren enthalten. Die fehlenden Ströme der Kapazitäten und Parallelwiderstände können aus den Knotenpotentialen sowie der Kapazitäts- bzw. Widerstandsmatrix berechnet werden.

An dieser Stelle sind weitere Untersuchungen erforderlich, um zu bestimmen, welches Verfahren vorteilhafter ist. Da sich die Ströme direkt aus den Eigenvektoren berechnen lassen und nur einen Wert pro Kante des Netzwerks liefern, werden diese im Folgenden zur Beschreibung des Resonanzkreises verwendet. Es wird gezeigt, dass dieser Ansatz zur Beschreibung des Resonanzkreises geeignet ist.

3.2.4 Vorgehen zur Resonanzanalyse

Der Ablaufplan zur Analyse der Resonanz aus einem Modell mit und ohne CAD-Modell ist in Abb. 3.1 zusammengefasst dargestellt.

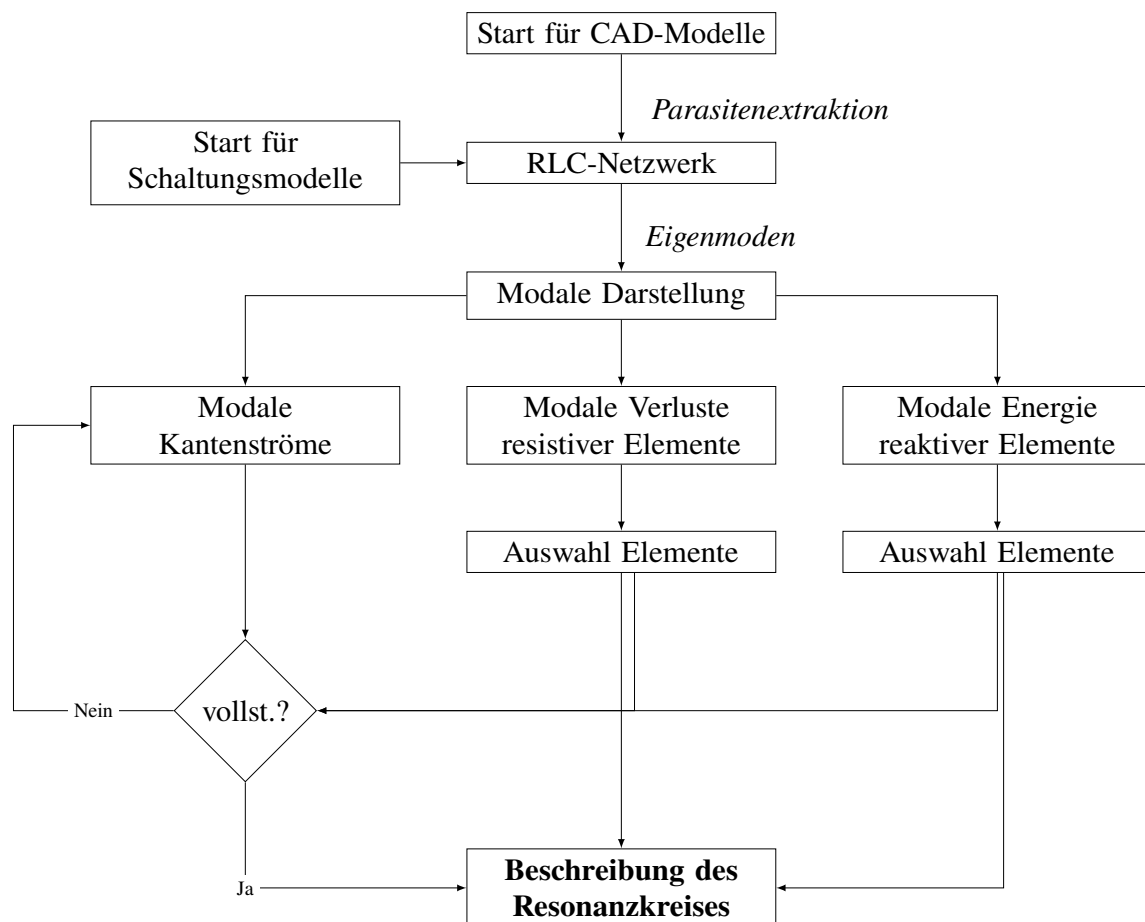


Abbildung 3.1: Vorgehen zur Resonanzanalyse und Beschreibung des Resonanzkreises

Dabei müssen die folgenden Schritte durchgeführt werden:

1. *Optional*: Die Strukturen sowie die Materialparameter (Leitfähigkeit, Permeabilität und Permittivität) werden in einem CAD-Modell abgebildet. Über eine Parasitenextraktionsmethode (hier verwendet: PHREEC-Methode aus [10]) wird das CAD-Modell durch ein physikalisches, elektrisches RLC-Ersatzschaltbild abgebildet.
2. Das RLC-Netzwerk wird aufgestellt. Falls das RLC-Netzwerk durch ein Parasitenextraktionsverfahren erstellt wurde, werden in diesem Schritt die diskreten Bauelemente wie bspw. die Filterschaltungen oder die Abschlussimpedanzen der integrierten Schaltungen dem Schaltungsmodell hinzugefügt.
3. Mithilfe der Zustandsraumdarstellung werden die Eigenmoden und die zugehörigen Eigenwerte der Schaltung bestimmt und das System in der modalen Darstellung abgebildet. Über den Frequenzgang (oder Resonanzfrequenz und Güte) der Moden kann die zur Resonanz assoziierte Mode bestimmt werden.
4. Durch Berechnung der Verlustleistung wird der Beitrag jedes Widerstandes zur Gesamtdämpfung errechnet und die dominanten Elemente werden extrahiert. Dies kann beispielsweise anhand eines benutzerdefinierten Schwellwerts des Anteils an der Verlustleistung geschehen.
5. Durch Berechnung der gespeicherten Energie der Kapazitäten und Induktivitäten wird der Beitrag jeder Kapazität und jeder Induktivität an der Resonanz errechnet und die dominanten Elemente werden extrahiert. Dies kann beispielsweise anhand eines benutzerdefinierten Schwellwerts des Anteils an der Gesamtenergie geschehen.
6. Der Graph zur Beschreibung des Resonanzkreises wird anhand der relativen Stromverteilung im Netzwerk, die durch die Mode beschrieben wird, erstellt. Startpunkt sind die Kanten der zuvor ausgewählten dominanten Elemente. Dabei werden so lange Kanten (absteigend nach dem Betrag des Stromes der Mode) ausgewählt, bis die zuvor als dominant ausgewählten Elemente in geschlossenen Schleifen in einem reduzierten Ersatzschaltbild erfasst wurden.

Die Extraktion der Ersatzschaltbilder und die Berechnung der später verwendeten Sensitivitäten lagen in Form von Python-Code vor. Dabei wurde der direkte Löser Pardiso aus der Intel Math Kernel Library [63] verwendet, um die linearen Gleichungssysteme zu invertieren und eine Lösung zu erhalten. CST Studio [64] wird verwendet, um aus dem 3D-CAD-Modell ein tetraedrisches Gitter mit den dazugehörigen Materialeigenschaften zu erzeugen.

3.3 Beispiele

Die modale Analyseverfahren wird sowohl auf ein einfaches Schaltungsmodell eines IC-Pins mit 12 Elementen als auch auf die Resonanzanalyse eines einfachen Spannungsregler-ICs auf einer bestückten Platine angewendet.

3.3.1 Modell eines IC-Pins

Als ein einfach zu visualisierendes Beispiel soll die nachfolgende Schaltung in Abb. 3.2 untersucht werden. Die Schaltung lässt sich wie folgt interpretieren:

- Die Schaltung wird mit einem Strom von 1 A angeregt. Der Innenwiderstand R_s der Quelle beträgt $50\ \Omega$. Ähnliche Anregungen sind beispielsweise in der Störfestigkeit beim DPI-Verfahren oder beim Stromeinspeiseverfahren (BCI, engl.: Bulk Current Injection) zu finden.
- Eine elektrische Leiterstruktur, bestehend aus den Elementen C_{L_1} , R_{L_1} und L_{L_1} , verbindet die Anregung über die Filterkapazität mit dem IC-Pin. Die Spannung an diesem Pin ist U_{IC} . Der Eingangswiderstand des IC-Pins wird mit $100\ \Omega$ angenommen.
- Ein 10 nF Filterkondensator wird durch die Elemente C_1 , L_1 und R_1 abgebildet, wobei L_1 die äquivalente Serieninduktivität (ESL, engl.: Equivalent Series Inductance) und R_1 den äquivalenten Serienwiderstand (ESR, engl.: Equivalent Series Resistance) repräsentiert.
- Die Verbindung zwischen dem Filterkondensator und dem IC-Pin wird mit C_{L_2} , R_{L_2} und L_{L_2} abgebildet. Der IC-Pin selbst wird durch die Kapazität C_{IC} und den Parallelwiderstand R_{IC} modelliert.

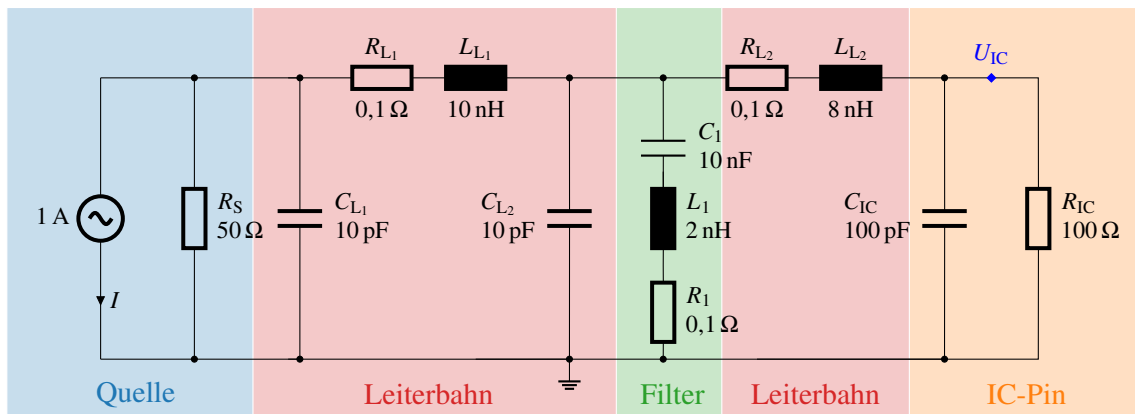


Abbildung 3.2: Untersuchtes Schaltungsmodell eines IC-Pins

In diesem Beispiel soll als Zustandsgröße x_k die Spannung U_{IC} am IC-Pin betrachtet und bezüglich Resonanzen untersucht werden. Wenn der Frequenzgang der Spannungsamplitude berechnet wird, ergibt sich der in Abb. 3.3 dargestellte Verlauf.

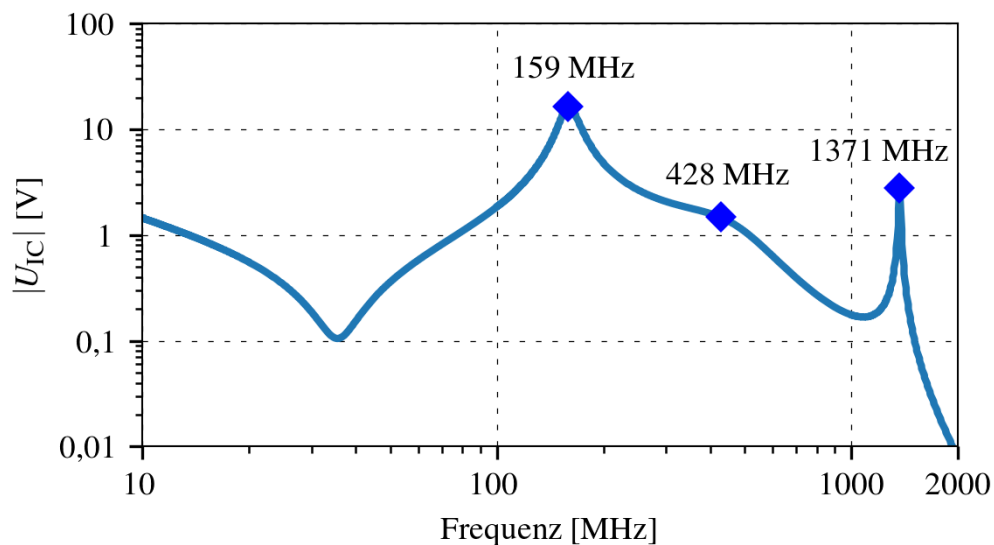


Abbildung 3.3: Frequenzgang der Spannungsamplitude am Knoten U_{IC} von 10 MHz bis 2 GHz. Im betrachteten Frequenzbereich sind die markierten Resonanzen sichtbar

Die Resonanzfrequenz f_r , die Bandbreite B und die Güte Q der drei in Abb. 3.3 sichtbaren Resonanzen lassen sich näherungsweise aus dem Frequenzgang in Abb. 3.3 ablesen und sind in Tab. 3.1 gelistet. Da die Resonanz bei 428 MHz stark gedämpft ist, können Bandbreite und Güte nicht einfach anhand der Abbildung bestimmt werden.

Eigenschaft	Symbol	1. Resonanz	2. Resonanz	3. Resonanz
Resonanzfrequenz	f_r	159,9 MHz	428 MHz	1370,9 MHz
Bandbreite	B	21 MHz	...	13 MHz
Güte	Q	7,6	...	106

Tabelle 3.1: Aus Abb. 3.3 abgelesene Eigenschaften der Resonanzen von U_{IC}

Modale Analyse

Die Netzwerkschaltung wird nun in der Zustandsraumdarstellung nach Gl. (2.2.2) aufgestellt. Es ergeben sich die zur Berechnung der Systemmatrizen \mathbf{A} und Eingangsmatrix \mathbf{B} nötigen Matrizen $\tilde{\mathbf{C}}$, \mathbf{L} , \mathbf{A}_L , $\tilde{\mathbf{G}}$ und \mathbf{R} zu

$$\tilde{\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 0,1 \text{ n} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10,01 \text{ n} & -10 \text{ n} & 0 \\ 0 & -10 \text{ n} & 10 \text{ n} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \text{ p} \end{pmatrix} \text{F}, \quad \mathbf{L} = \begin{pmatrix} 8 \text{ n} & 0 & 0 \\ 0 & 2 \text{ n} & 0 \\ 0 & 0 & 10 \text{ n} \end{pmatrix} \text{H} \quad (3.3.1)$$

$$\mathbf{A}_L = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{G}} = \begin{pmatrix} 0,01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,02 \end{pmatrix} \text{S}, \quad \mathbf{R} = \begin{pmatrix} 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 \end{pmatrix} \Omega \quad (3.3.2)$$

Wird das Eigenwertproblem aus Gl. (2.2.7) mithilfe des QR-Verfahrens (mit Matlab [65]) gelöst, ergeben sich alle Eigenwerte der Beispielschaltung in Abb. 3.2. Die Eigenwerte sind alle unterschiedlich, und somit sind die Eigenvektoren linear unabhängig. Die Eigenmoden können daher entkoppelt betrachtet werden.

Mode	Eigenwert λ	Mode	Eigenwert λ
1	$2\pi(-1 \cdot 10^7 \pm j1,6 \cdot 10^8)s^{-1}$	3	$2\pi(-6,5 \cdot 10^6 \pm j1,4 \cdot 10^9)s^{-1}$
2	$2\pi(-1,6 \cdot 10^8 \pm j4,4 \cdot 10^8)s^{-1}$	4	$-2,95 \cdot 10^6 s^{-1}$

Tabelle 3.2: Eigenwerte der Beispielschaltung

Die Tab. 3.2 zeigt drei konjugiert komplexe Eigenwertpaare sowie einen reellen Eigenwert. Gemäß den Beschreibungen in Kapitel 2.2 besitzt die Beispielschaltung somit drei potenzielle Resonanzstellen. Dies deckt sich mit der manuellen Analyse aus Abb. 3.3, bei der drei Resonanzstellen bestimmt werden konnten.

Der Amplitudengang der Modenbeiträge zur Zustandsgröße U_{IC} ist gemäß Gl. (3.1.4) für konjugiert komplexe Moden und gemäß Gl. (3.1.2) für reale Moden in Abb. 3.4 dargestellt. In Abb. 3.4 wird ersichtlich, dass die Amplitude des Beitrags zur Zustandsgröße U_{IC} einer Mode das Resonanzverhalten dominiert. Daher kann die Resonanzamplitude der Zustandsgröße durch den Beitrag der zur Resonanz assoziierten Mode approximiert werden. Bei stark gedämpften Resonanzen, wie der 450 MHz Resonanz, wird die Resonanzamplitude jedoch nicht ausschließlich durch eine Mode bestimmt.

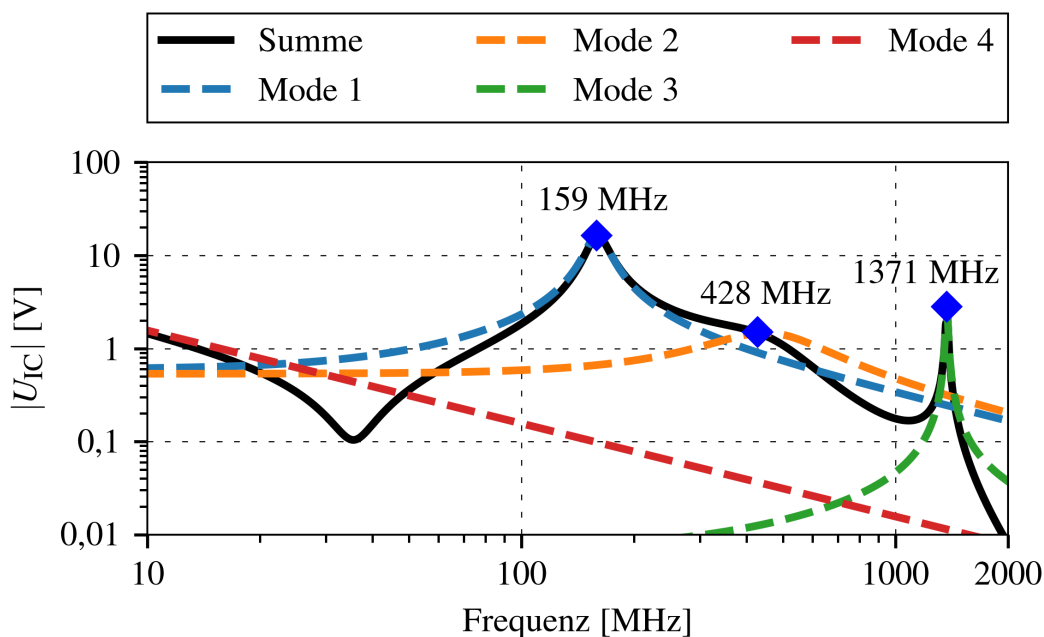


Abbildung 3.4: Amplitudengang der einzelnen Modenbeiträge zur Spannungsamplitude U_{IC} im Frequenzbereich von 10 MHz–2000 MHz

Aus den Eigenwerten lassen sich gemäß Gl. (2.2.25) die natürliche Frequenz ω_0 , die gedämpfte Eigenfrequenz ω_d gemäß Gl. (2.2.21), die Bandbreite B und der Dämpfungsfaktor ζ bzw. die Güte Q mithilfe von Gl. (2.2.22), Gl. (2.2.24) und Gl. (2.2.25) bestimmen. Diese Eigenschaften der drei Moden, die das Verhalten der drei Resonanzen dominieren, sind in Tab. 3.3 dargestellt.

Eigenschaft	Symbol	Resonanz 1	Resonanz 2	Resonanz 3
natürliche Frequenz	$\frac{1}{2\pi}\omega_0$	159,4 MHz	464,3 MHz	1371 MHz
gedämpfte Frequenz	$\frac{1}{2\pi}\omega_d$	159,7 MHz	437,3 MHz	1371 MHz
Bandbreite	B	20 MHz	310 MHz	13 MHz
Dämpfungsfaktor	ζ	0,064	0,336	0,0047
Güte	Q	7,9	1,49	106

Tabelle 3.3: Berechnete Eigenschaften der Resonanzen auf Basis der Eigenwerte

Es ist erkennbar, dass für die schwach gedämpften Moden 1 & 3 die natürliche Frequenz ähnlich der gedämpften Frequenz ist und nahe der in Abb. 3.3 sichtbaren Resonanz der Spannung U_{IC} liegt. Nur für die stark gedämpfte Mode 2 mit einer Güte von 1,49 sind größere Unterschiede zwischen der natürlichen Frequenz und der gedämpften Resonanzfrequenz zu erkennen. Die aus Abb. 3.3 abgelesene Resonanzfrequenz (428 MHz) liegt jedoch auch hier nahe der gedämpften Frequenz (437,3 MHz).

Damit lässt sich schlussfolgern, dass die vorgestellte Methodik besonders für schwach gedämpfte Resonanzen präzise Ergebnisse liefert. Da jedoch insbesondere Resonanzen mit hoher Güte zu einer hohen Störaussendung bzw. reduzierter Störfestigkeit führen, ist diese Einschränkung im Umfeld der EMV akzeptabel.

Im Anschluss werden die Resonanzen der drei resonanten Moden mithilfe der vorgestellten modalen Analyse untersucht. Dabei werden die Elemente identifiziert, die den größten Einfluss auf die Resonanzfrequenz und die Resonanzgüte haben. Anschließend wird für jede Resonanz der Resonanzkreis bestimmt, indem die relative Stromverteilung im Netzwerk betrachtet wird, die durch die mit der Resonanz assoziierte Mode beschrieben wird.

Modale Resonanzanalyse

Zunächst werden die induktiven und kapazitiven Elemente hinsichtlich ihres Beitrags zur Resonanzfrequenz betrachtet. Dafür werden die Energien basierend auf den Eigenvektoren gemäß Gl. (2.1.19) und Gl. (2.1.20) berechnet und anschließend gemäß Gl. (3.2.32) und Gl. (3.2.40) normiert. Die Tab. 3.4 und die Abb. 3.5 zeigen die resultierende Verteilung der elektromagnetischen Energie in den Blindelementen der Netzwerkschaltung basierend auf den Eigenvektoren der Moden.

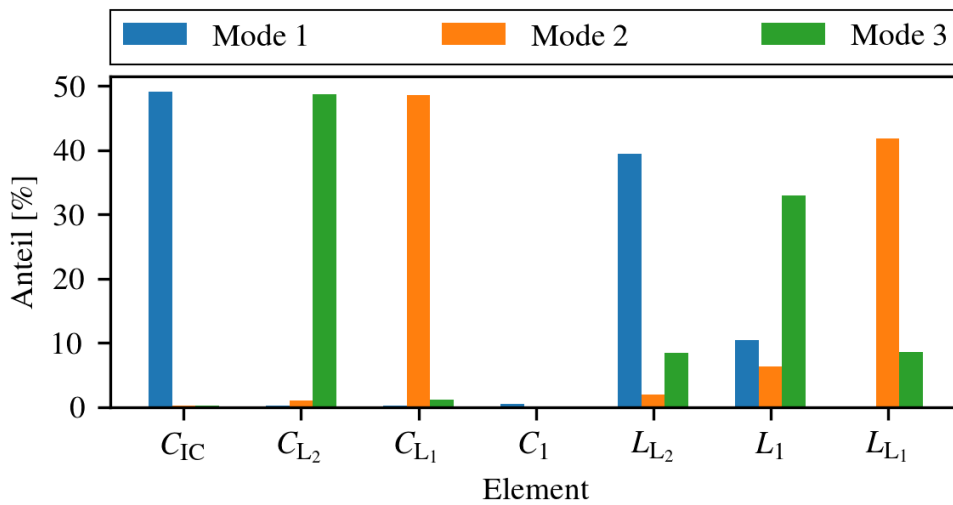


Abbildung 3.5: Prozentuale Verteilung der elektromagnetischen Energie der Moden aus Abb. 3.4 auf die Induktivitäten und Kapazitäten des Systems

Um den Beitrag der resistiven Elemente zur Resonanzgüte zu bewerten, werden die Verluste der Parallel- und Serienwiderstände basierend auf den Eigenvektoren gemäß Gl. (3.2.22) und Gl. (3.2.21) berechnet und anschließend gemäß Gl. (3.2.23) normiert. Die Tab. 3.5 und die Abb. 3.6 zeigen die Verluste der Moden in den resistiven Netzwerkelementen basierend auf den Eigenvektoren der Moden.

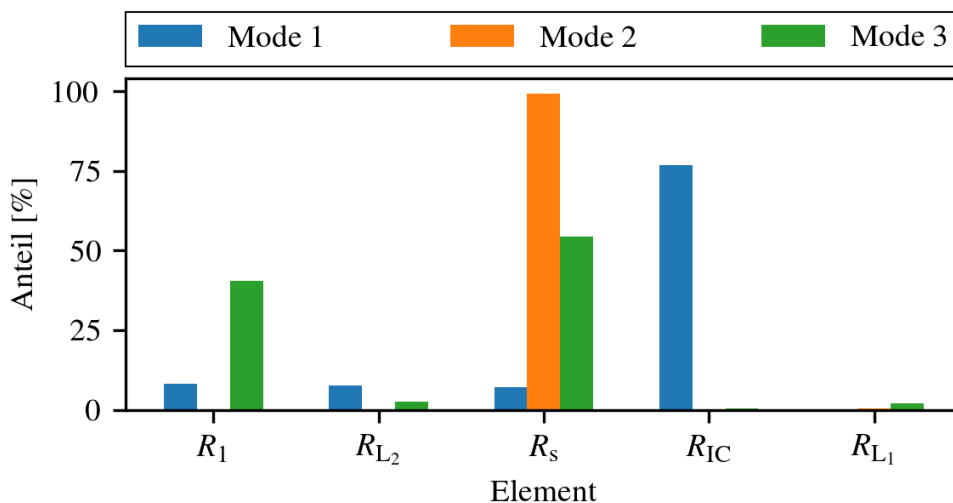


Abbildung 3.6: Prozentuale Verteilung der Verluste der Moden aus Abb. 3.4 auf die Widerstände des Systems

Element	Wert	Mode 1	Mode 2	Mode 3
C_{IC}	100 pF	49,1 %	0,3 %	0,2 %
C_{L_2}	10 pF	0,2 %	1,0 %	48,73 %
C_{L_1}	10 pF	0,2 %	48,6 %	1,1 %
C_1	10 nF	0,5 %	<0,1 %	<0,1 %
L_{L_2}	8 nH	39,4 %	2,0 %	8,5 %
L_1	2 nH	10,5 %	6,3 %	32,9 %
L_{L_1}	10 nH	0,1 %	41,8 %	8,6 %

Tabelle 3.4: Prozentuale Verteilung der elektromagnetischen Energie der Moden aus Abb. 3.4 auf die Induktivitäten und Kapazitäten des Systems

Element	Wert	Mode 1	Mode 2	Mode 3
R_1	0,1 Ω	8,22 %	0,32 %	40,46 %
R_{L_2}	0,1 Ω	7,71 %	<0,01 %	2,61 %
R_s	50 Ω	7,20 %	99,20 %	54,44 %
R_{IC}	100 Ω	76,85 %	<0,01 %	0,35 %
R_{L_1}	0,1 Ω	0,17 %	0,43 %	2,12 %

Tabelle 3.5: Prozentuale Verteilung der Verluste der Moden aus Abb. 3.4 auf die Widerstände des Systems

Unter Verwendung der Energie- und Verlustbetrachtung sowie der relativen Stromverteilung im Netzwerk, die durch die Mode beschrieben wird, werden nun die Resonanzkreise der drei Resonanzen aus dem Beispiel in Abb. 3.2 identifiziert und dargestellt. Die Dicke der Pfeile entlang der Kanten ist proportional zur Stromamplitude der Mode entlang dieser Kante dargestellt. Ausgegraute Elemente haben keinen oder einen sehr geringen Einfluss auf die Resonanz. Der Anteil der grünen Farbe der Elemente ist dabei proportional zum Anteil der Energie gemäß Tab. 3.4. Der Beitrag der resistiven Elemente zur Resonanzgüte gemäß Tab. 3.5 wird proportional durch den Anteil der roten Farbe der Elemente dargestellt.

Da das Verfahren die Eigenmoden des Systems betrachtet, die unabhängig von der externen Anregung sind, wird in den folgenden Darstellungen der Resonanzkreise auf die Darstellung der externen Quellen verzichtet.

1. Resonanz

Abb. 3.7 zeigt den Resonanzkreis, der auf der ersten Mode der untersuchten Schaltung basiert.

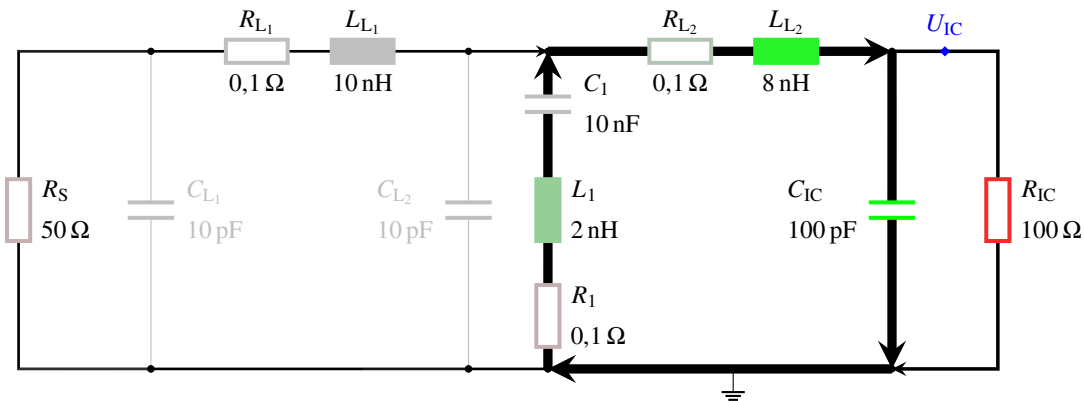


Abbildung 3.7: Visualisierung des Resonanzkreises bei 159 MHz

Die folgenden Aussagen lassen sich treffen:

- Die erste Resonanz, dominiert durch die erste Mode, schwingt mit ca. 159 MHz und wird weitgehend durch die Eingangskapazität C_{IC} des IC und die Leitungsinduktivität L_{L_2} verursacht. An diesem einfachen Beispiel führt die Berechnung der Resonanzfrequenz anhand des idealen LC-Schwingkreises auf

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{C_{IC}(L_1 + L_{L_2})}} = 159,2 \text{ MHz.} \quad (3.3.3)$$

Da laut Tab. 3.4 etwa 95 % der Gesamtenergie in C_{IC} und $L_1 + L_{L_2}$ aufgeteilt ist, ist die berechnete Resonanzfrequenz recht präzise.

- Die Resonanz wird durch den Widerstand R_{IC} des ICs gedämpft.
- Der Resonanzkreis schließt sich über die Filterkapazität C_1 .

Man erkennt, dass die Induktivitäten L_1 und L_{L_2} im Resonanzkreis in Serie liegen und nach Gl. (3.3.3) der Beitrag von L_{L_2} an der ungedämpften Resonanzfrequenz viermal höher ist als der Beitrag von L_1 . Dies stimmt mit der Energiebetrachtung in Tab. 3.4 überein, bei der für L_{L_2} einen Anteil von etwa 40 % und für L_1 einen Anteil von etwa 10 % an der Resonanz bei 159 MHz bestimmt wird. Die Berechnung in Gl. (3.3.3) sowie die Energiebetrachtung in Tab. 3.4 zeigen, dass die Kapazität C_1 den kapazitiven Anteil der Resonanz bestimmt.

2. Resonanz

Die Abb. 3.8 zeigt den Resonanzkreis, der auf der zweiten Mode der untersuchten Schaltung basiert.

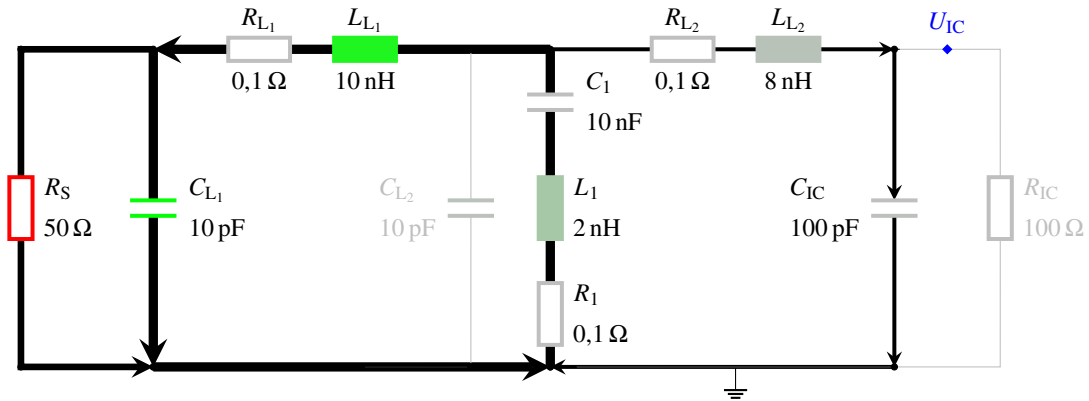


Abbildung 3.8: Visualisierung des Resonanzkreis bei 437 MHz

Die folgenden Aussagen lassen sich treffen:

- Die zweite Resonanz, beschrieben durch die zweite Mode, schwingt mit ca. 437 MHz und wird verursacht durch die Induktivitäten L_{L_1} und L_1 sowie der Kapazität C_{L_1} . An diesem einfachen Beispiel führt die Berechnung der Resonanzfrequenz anhand des idealen LC-Schwingkreises auf

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{C_{L_1}(L_1 + L_{L_1})}} = 459 \text{ MHz.} \quad (3.3.4)$$

Aufgrund der hohen Dämpfung der Resonanz wird die Abweichung zur berechneten ungedämpften Resonanzfrequenz größer.

- Die Dämpfung der Resonanz findet dabei hauptsächlich im Quellwiderstand R_S statt.
- Der Resonanzkreis schließt sich über die Filterkapazität C_1 .

Man erkennt, dass die Induktivitäten L_1 und L_{L_1} im Resonanzkreis in Serie liegen und nach Gl. (3.3.4) der Beitrag von L_{L_1} an der ungedämpften Resonanzfrequenz fünfmal höher ist als der Beitrag von L_1 . Die Energiebetrachtung in Tab. 3.4 zeigt jedoch, dass der Einfluss von L_{L_1} aufgrund der hohen Dämpfung mit einem Anteil von ca. 42 % etwa 6-7 mal höher ist als der Einfluss von L_1 mit einem Anteil von ca. 6 %. Die Berechnung in Gl. (3.3.4) sowie die Energiebetrachtung in Tab. 3.4 zeigen, dass die Kapazität C_{L_1} den kapazitiven Anteil der Resonanz bestimmt.

3. Resonanz

Abb. 3.9 zeigt den Resonanzkreis, der auf der dritten Mode der untersuchten Schaltung basiert.

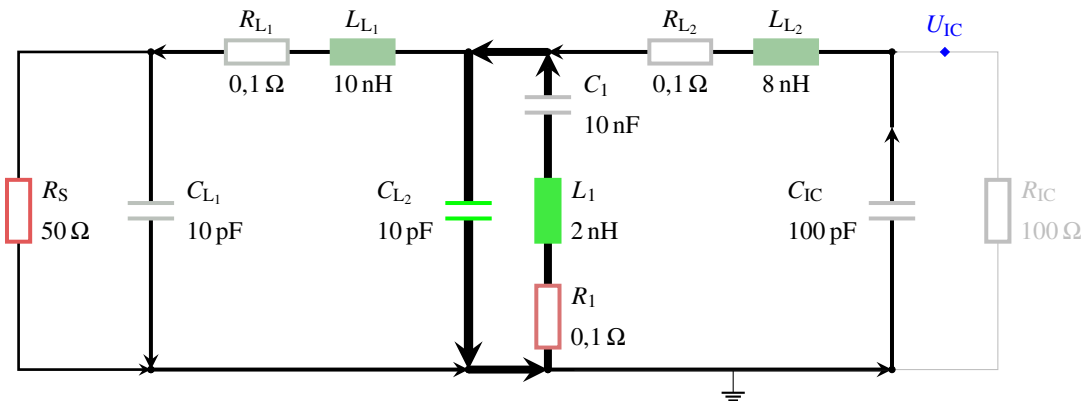


Abbildung 3.9: Visualisierung des Resonanzkreis bei 1371 MHz

Die folgenden Aussagen lassen sich treffen:

- Die dritte Resonanz, beschrieben durch die dritte Mode, schwingt mit ca. 1371 MHz und wird verursacht durch die Kapazität C_{L_2} der Leitung und der äquivalenten Serieninduktivität L_1 der Kapazität C_1 . An diesem einfachen Beispiel führt die Berechnung der Resonanzfrequenz anhand des idealen LC-Schwingkreises auf

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{C_{L_2}L_1}} = 1125 \text{ MHz.} \quad (3.3.5)$$

Dies führt zu einer leicht abweichenden Resonanzfrequenz, da die Induktivitäten L_{L_2} und L_{L_1} laut Tab. 3.4 einen signifikanten Anteil von ca. 17 % an der Resonanz haben.

- Die Dämpfung wird dabei durch den ESR R_1 des Kondensators C_1 verursacht.
- Der Resonanzkreis schließt sich über die Filterkapazität C_1 .

Die Betrachtung des einfachen Modells und der Vergleich zur Bestimmung der Resonanzfrequenz über die Näherung eines idealen LC-Schwingkreises zeigen, dass sich durch die Energie- und Leistungsbetrachtung der Schaltungselemente der Beitrag der Elemente zur Resonanz der assoziierten Mode quantifizieren lässt.

Darüber hinaus ermöglicht die relative Stromverteilung im Netzwerk, die durch den Eigenvektor beschrieben wird, eine verständliche Interpretation und Visualisierung des Resonanzkreises.

Das Verfahren kann auf sehr große Schaltungen erweitert werden, die insbesondere bei der Verwendung von Parasitenextraktionsverfahren zur Abbildung von CAD-Modellen auftreten.

3.3.2 Spannungsregler mit CAD-Modell

Im Folgenden soll eine Platine (PCB, engl.: Printed Circuit Board) mit einem Spannungsregler-IC¹ (Abb. 3.11) hinsichtlich ihres Resonanzverhaltens bei einer externen Anregung untersucht werden. Hierfür wird angenommen, dass sich das Resonanzverhalten des Systems im Frequenzbereich von 1 MHz–1000 MHz ausschließlich durch lineare Bauteile beschreiben lässt.

Auf der Oberseite der Platine befindet sich der Spannungsregler NCV4949A², inkl. externer Beschaltung. Die Unterseite wird als Massefläche verwendet. Der Regler stellt bei variabler Eingangsspannung im Bereich von 5 V–28 V eine konstante 5 V Ausgangsspannung mit bis zu 100 mA zur Verfügung. Sowohl die Eingangs- als auch die Ausgangsspannung werden über eine 10 μ F Kapazität stabilisiert und sind mit SMA-Buchsen verbunden. Als Last dient ein 200 Ω Widerstand am 5 V Ausgang.

Die Platine des Spannungsreglers ist in Abb. 3.11a und der Schaltplan in Abb. 3.10 dargestellt.

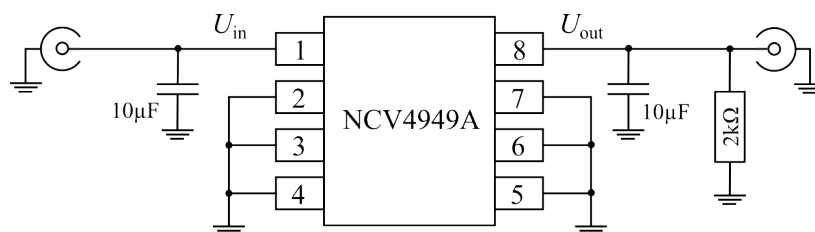
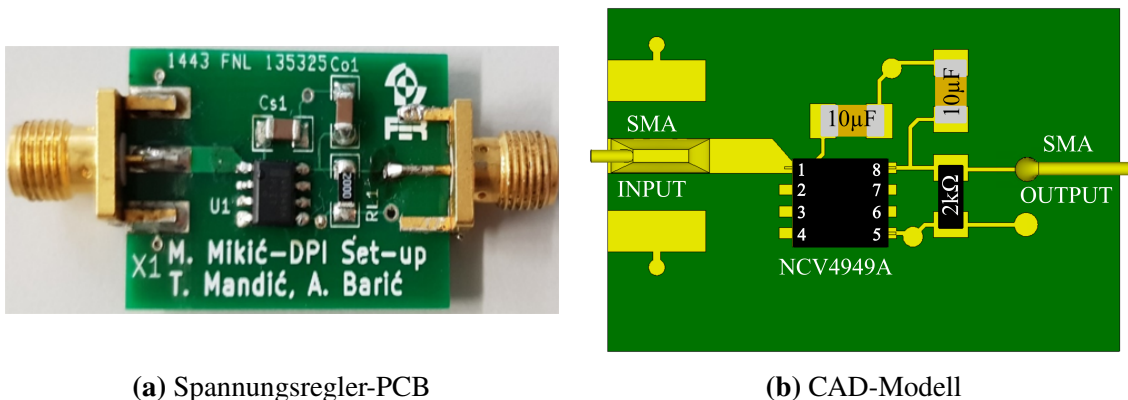


Abbildung 3.10: Schaltplan des Spannungsreglers auf der untersuchten Platine aus Abb. 3.11a

Zur Modellerstellung wird ein CAD-Modell der Leiterplatte, eine stark vereinfachte Modellierung der koaxialen Anschlüsse und des IC-Gehäuses (siehe Abb. 3.11b) in der Software CST Studio Suite [64] erstellt. Die diskreten Bauelemente wie der Lastwiderstand und externe Kapazitäten werden mit ihrem nominalen Wert sowie dem aus dem Datenblatt [66] bestimmten Serienwiderstand und der Serieninduktivität dem erzeugten Modell hinzugefügt.

¹Die Platine wurde von der Universität Zagreb vom Prof. Dr. Adrijan Baric im Rahmen der Masterarbeit von Juraj Grabovac bereitgestellt und untersucht.

²Der NCV4949A ist ein integrierter 5 V-Spannungsregler der Firma ON Semiconductor. Dieser ist für die Versorgung von Mikrocontroller/Mikroprozessor gesteuerten Systemen, insbesondere in Automotive-Anwendungen vorgesehen.



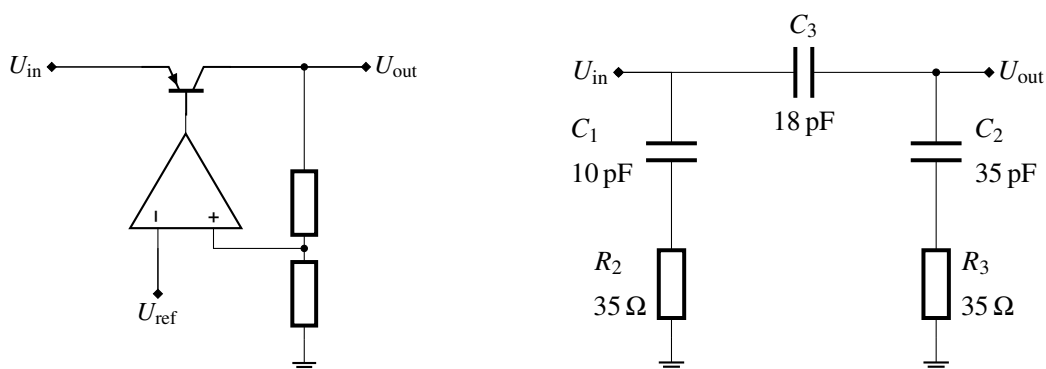
(a) Spannungsregler-PCB

(b) CAD-Modell

Abbildung 3.11: PCB und CAD-Modell des Spannungsregler aus Abb. 3.10

Zuletzt muss ein geeignetes Modell für den Regler selbst gefunden werden, das aus Widerständen, Induktivitäten und Kapazitäten besteht. Die vereinfachte, funktionale Beschaltung ist in Abb. 3.12a dargestellt. Durch den Transistor entsteht zwischen Kollektor und Emitter die parasitäre Kapazität C_3 . Die Kapazitäten C_1 und C_2 setzen sich beispielsweise aus parasitären Kapazitäten der ESD-Schutzstrukturen, Layoutparasiten und Eingangsfiltern zusammen.

Das Modell des ICs wird messtechnisch bestimmt. Hierzu werden die S-Parameter mithilfe eines Bias-Ts und einer 2-Port-Netzwerkanalysator-Messung ermittelt und der Einfluss des PCBs simulativ de-embedded [67]. Das messtechnisch bestimmte Modell des Spannungsreglers wird schließlich durch das RLC-Ersatzschaltbild in Abb. 3.12b approximiert.



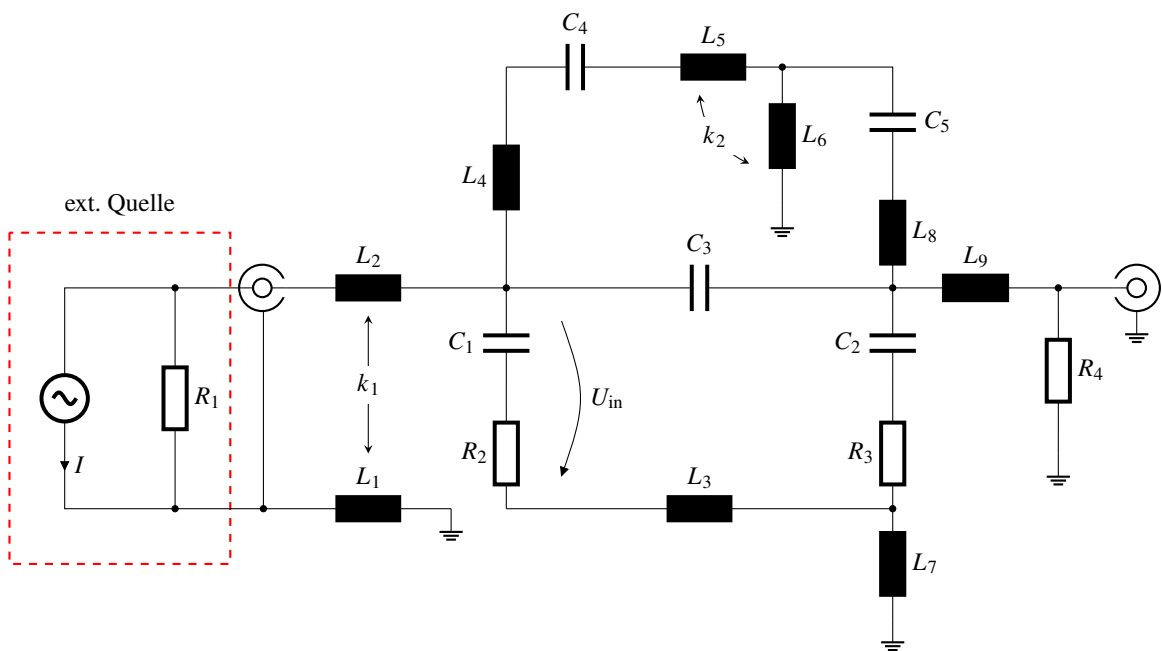
(a) Vereinfacht dargestellte interne funktionale Schaltung

(b) Im Arbeitspunkt approximiertes RLC Netzwerk für den IC

Abbildung 3.12: Funktionales Ersatzschaltbild und im Arbeitspunkt approximiertes RLC Netzwerk des Spannungsreglers aus Abb. 3.10

Um den Spannungsregler mit der vorgestellten modalen Methode zu analysieren, werden im nächsten Schritt die parasitären Elemente des CAD-Modells mithilfe der Parasitenextraktionsmethode aus Abschnitt 2.1.2 extrahiert. Dafür werden 13 Knoten in der gezeigten Struktur in Abb. 3.11b gesetzt. Knoten werden dabei gesetzt, wenn an dieser Stelle diskrete Elemente in die Simulation eingebunden werden müssen oder Zielgrößen (Ströme oder Spannungen) an diesen Stellen betrachtet werden sollen. Wie zuvor dem CAD-Modell werden dem extrahierten RLC-Modell die diskreten Bauelemente sowie das RLC-Ersatzschaltbild des Reglers hinzugefügt.

Abb. 3.14 veranschaulicht den Frequenzgang der Spannungsamplitude am Eingang des ICs bei Anregung (mit $I = 150\text{ mA}$). Sowohl im CAD-Simulationsmodell als auch im Ersatzschaltbild ist eine signifikante Resonanz zwischen 300 MHz–400 MHz sichtbar. Um das Verfahren im Folgenden besser zu visualisieren, wird das Ersatzschaltbild in diesem Fall händisch weiter vereinfacht. Das resultierende Schaltungsmodell ist in Abb. 3.13 dargestellt.



$L_1 = 5,6\text{ nH}$	$L_2 = 4,6\text{ nH}$	$L_3 = 1,3\text{ nH}$	$L_4 = 1,5\text{ nH}$	$L_5 = 3,1\text{ nH}$	$L_6 = 3,7\text{ nH}$	$L_7 = 1,1\text{ nH}$
$L_8 = 2,6\text{ nH}$	$L_9 = 2,6\text{ nH}$	$R_1 = 50\ \Omega$	$R_2 = 35\ \Omega$	$R_3 = 35\ \Omega$	$R_4 = 2000\ \Omega$	$C_1 = 10\text{ pF}$
$C_2 = 35\text{ pF}$	$C_3 = 18\text{ pF}$	$C_4 = 10\ \mu\text{F}$	$C_5 = 10\ \mu\text{F}$	$k_1 = 0,5$	$k_2 = -0,6$	

Abbildung 3.13: Schaltungsmodell des Spannungsreglers inkl. PCB aus Abb. 3.11

Messtechnisch lässt sich die Resonanz mittels einer S-Parametermessung verifizieren. Dazu wird der Transmissionsparameter zwischen dem Konnektor auf der Seite

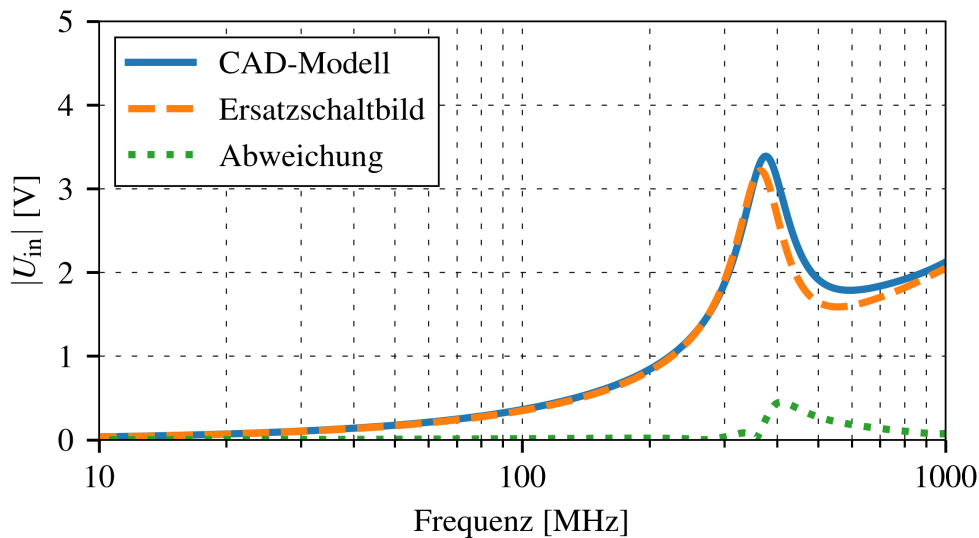


Abbildung 3.14: Simulierter Frequenzgang der betrachteten Spannung U_{in} (vgl. Abb. 3.13) von 10 MHz–1000 MHz

der Spannungsversorgung des Spannungsreglers und einer Nahfeldsonde mithilfe des Netzwerkanalysators bestimmt. Wenn eine Resonanz vorliegt, erreicht der Transmissionsparameter S_{12} ebenfalls ein Maximum. Abb. 3.15 zeigt das Resonanzverhalten des Spannungsreglers im Bereich von 300 MHz, das äquivalent zur Simulation ist. Diese Resonanz soll im Folgenden mit der beschriebenen modalen Methodik analysiert werden.

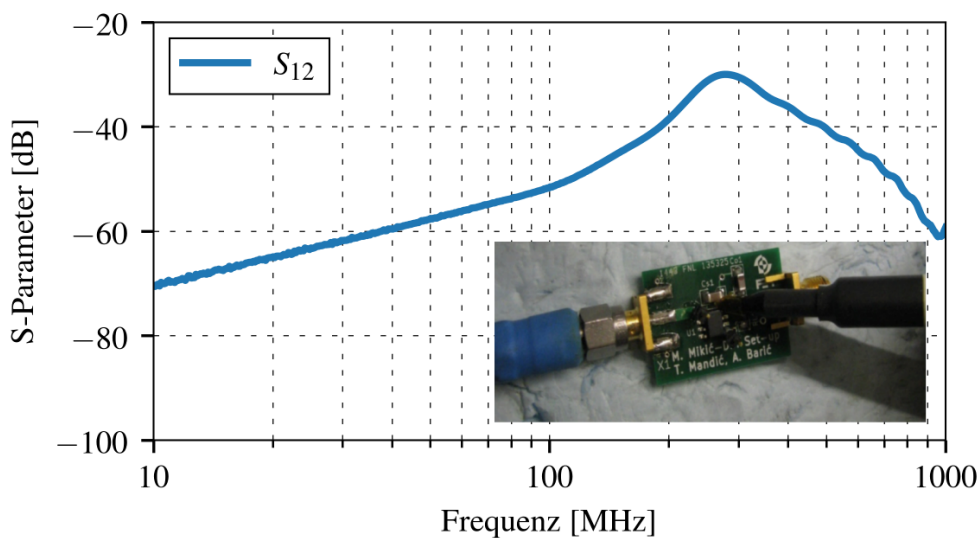


Abbildung 3.15: S-Parameter der Nahfeldmessung im Frequenzbereich von 10 MHz–1000 MHz

Resonanzanalyse

Das System wird zunächst gemäß Gl. (3.1.1) in seine Eigenmoden zerlegt. Nach Gl. (3.1.9) wird das Verhalten an jeder Resonanz durch lediglich eine Mode dominiert. Dies ist exemplarisch in Abbildung 3.16 dargestellt.

Für die betrachtete Resonanz ist die Mode mit der natürlichen Kreisfrequenz von $\omega_0 = 421$ MHz und dem Dämpfungsfaktor $\zeta = 0,16$ bzw. der Güte $Q = 3,1$ dominierend. In orange ist $|U_{in}|$ allein aufgrund dieser Mode dargestellt. Es ist erkennbar, dass die Resonanz bei ≈ 400 MHz der differentiellen Spannung der Mode folgt und sich im Bereich der Resonanzfrequenz nur durch einen Offset unterscheidet. Die Resonanzüberhöhung lässt sich somit durch diese Mode beschreiben.

Der Offset wird durch die Spannung $|U_{in,Mode} + c|$ visualisiert und ist maßgeblich bedingt durch den Beitrag einer weiteren Mode.

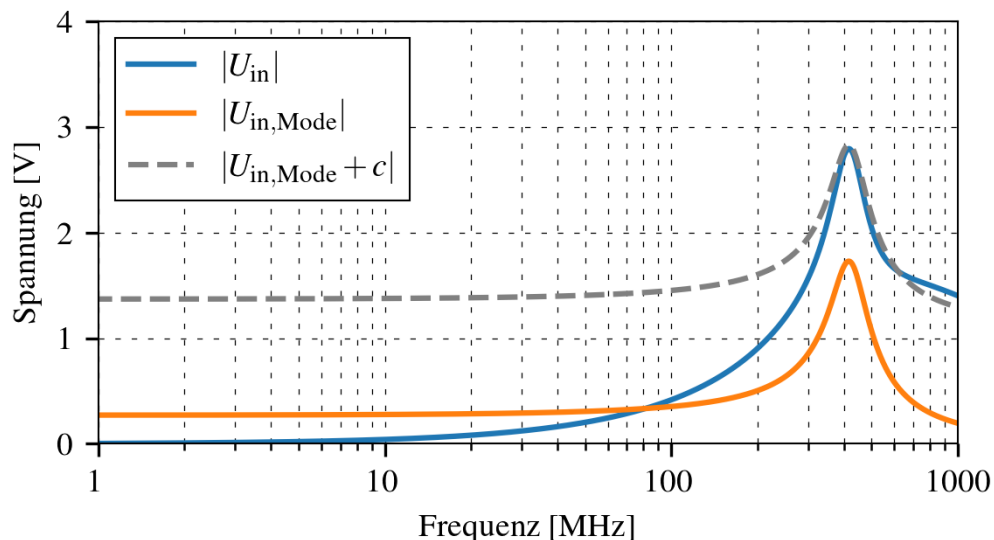


Abbildung 3.16: Amplitudengang der Eingangsspannung U_{in} , der Eingangsspannung aufgrund der zur Resonanz assoziierten Mode $U_{in,Mode}$ mit und ohne Offset c

Anschließend wird über den Eigenwert und Eigenvektor dieser Moden die in Abschnitt 3.2.2 beschriebene modale Energie- und Leistungsbetrachtung der einzelnen Bauteile durchgeführt. Die Ergebnisse dieser modalen Energie- und Leistungsbetrachtung sind in Tab. 3.6 und Abb. 3.17 aufgeführt.

In Kombination mit den Strömen der Mode sind die Ergebnisse in Abb. 3.18 visualisiert. Die Dicke der Pfeile entlang der Kanten ist erneut proportional zur Stromamplitude der Mode entlang dieser Kante dargestellt. Ausgegraute Elemente haben keinen oder einen sehr geringen Einfluss auf die Resonanz. Der Anteil der

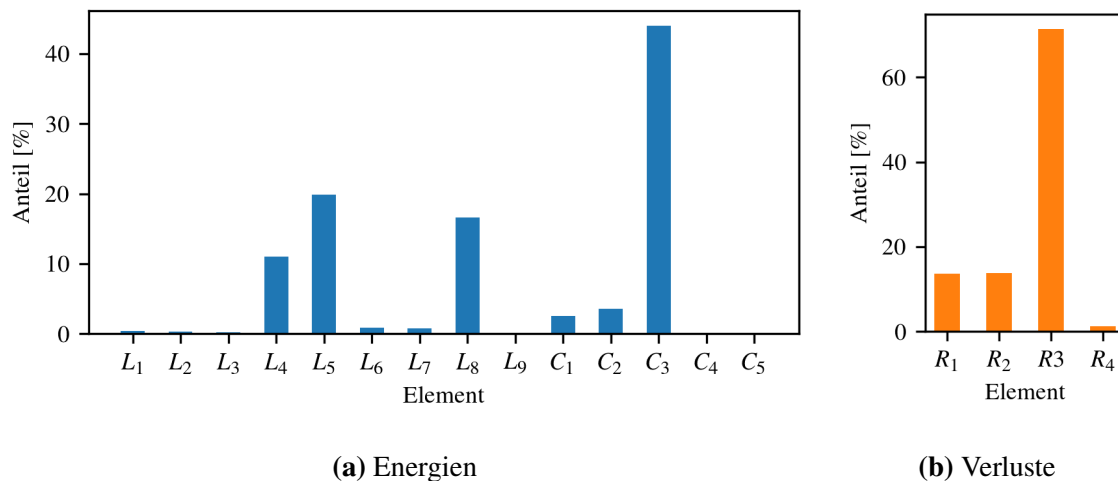


Abbildung 3.17: Prozentuale Verteilung der Energie und Verluste der Mode auf die Induktivitäten, Kapazitäten und Widerstände des Systems aus Abb. 3.13

Element	w_L	Element	w_C	Element	p_R bzw. p_G
$L_1 = 5,6 \text{ nH}$	0,4 %	$C_1 = 10 \text{ pF}$	2,5 %	$R_1 = 50 \Omega$	13,6 %
$L_2 = 4,6 \text{ nH}$	0,3 %	$C_2 = 35 \text{ pF}$	3,6 %	$R_2 = 35 \Omega$	13,8 %
$L_3 = 1,3 \text{ nH}$	0,2 %	$C_3 = 18 \text{ pF}$	44,0 %	$R_3 = 35 \Omega$	71,4 %
$L_4 = 1,5 \text{ nH}$	11,0 %	$C_4 = 10 \mu\text{F}$	<0,1 %	$R_4 = 2 \text{ k}\Omega$	1,2 %
$L_5 = 3,1 \text{ nH}$	19,9 %	$C_5 = 10 \mu\text{F}$	<0,1 %		
$L_6 = 3,7 \text{ nH}$	0,9 %				
$L_7 = 1,1 \text{ nH}$	0,8 %				
$L_8 = 2,6 \text{ nH}$	16,6 %				
$L_9 = 1,5 \text{ nH}$	<0,1 %				

Tabelle 3.6: Prozentuale Verteilung der Energie und Verluste der Mode auf die Induktivitäten, Kapazitäten und Widerstände des Systems aus Abb. 3.13

grünen Farbe der Elemente ist erneut proportional zum Anteil der Energie gemäß Tab. 3.6. Der Beitrag der resistiven Elemente zur Resonanzgüte gemäß Tab. 3.6 wird proportional durch den Anteil der roten Farbe der Elemente dargestellt.

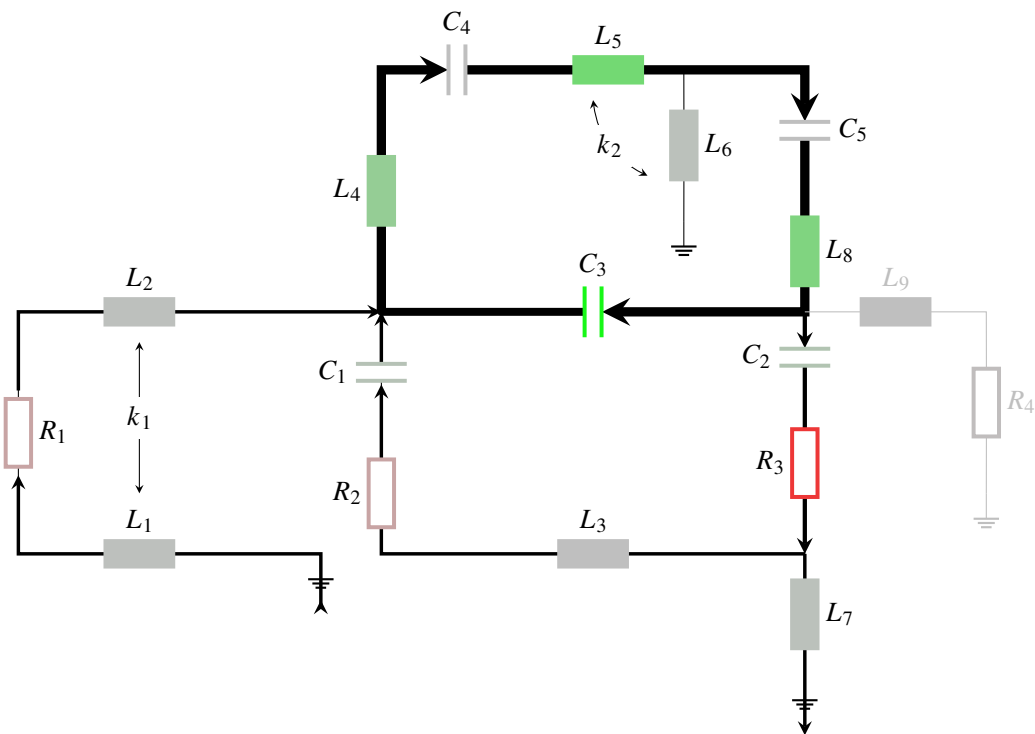


Abbildung 3.18: Visualisierung der modalen Resonanzanalyse für die Resonanz bei ca. 400 MHz

Da erneut nur der Resonanzkreis visualisiert wird, kann auf die Darstellung der externen Quellen verzichtet werden.

Somit lässt sich die Resonanz wie folgt beschreiben: Ursache der Resonanz sind die Induktivitäten L_5 , L_8 und L_4 zusammen mit der Kapazität C_3 . Trotz kleiner Ströme ist die Dämpfung der Resonanz maßgeblich durch den Widerstand R_3 bestimmt. Der Resonanzkreis bildet sich dabei über die zwei externen Bauteile C_4 und C_5 aus, die selbst jedoch keinen Einfluss auf die Resonanzfrequenz und den Gütefaktor haben.

4 Resonanzoptimierung mithilfe der Sensitivitätsanalyse

Mit der Methode in Kap. 3 ist es möglich, Resonanzen in großen RLC-Schaltungen zu analysieren. Um die Eigenschaften der kritischen Resonanzen im Entwicklungsprozess gezielt zu modifizieren, wird im Folgenden eine modale Sensitivitätsanalyse etabliert, die die Sensitivitäten der Resonanzeigenschaften (Frequenz, Güte und Amplitude) bestimmt.

Zunächst werden die Nachteile des Verfahrens aus Abschnitt 2.1.3 anhand eines einfachen Schwingkreises diskutiert, bevor die modale Sensitivitätsanalyse, basierend auf Abschnitt 2.2.4, für die beschriebene modale Analyse angewendet wird.

4.1 Sensitivität der Resonanzeigenschaften

Zuerst wird die bekannte AC-Sensitivitätsanalyse aus Abschnitt 2.1.3 zur Untersuchung der Resonanzamplitude eines simplen Schwingkreises betrachtet und deren Nachteile bei der Untersuchung von Resonanzen aufgezeigt. Der Schwingkreis in Abb. 4.1 besteht aus einer Parallelschaltung eines Widerstands mit $R = 50 \Omega$, einer Induktivität $L = 10 \text{ nH}$ und einer Kapazität von $C = 10 \text{ nF}$. Die Stromquelle I regt das System mit 1 A an. Betrachtet wird die Knotenspannung U .

Für das in Abb. 4.1 dargestellte Beispiel kann die Resonanzfrequenz der Spannungsamplitude U noch recht einfach analytisch bestimmt werden, nämlich zu $1/(2\pi\sqrt{LC}) = 15,91 \text{ MHz}$. Die Resonanzüberhöhung hängt dabei lediglich vom Widerstand R und der Stromstärke I der Stromquelle ab und kann gemäß

$$U(j\omega) = \frac{j\omega LR}{R - \omega^2 RLC + j\omega L} \cdot I \xrightarrow{\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}} U = R \cdot I \quad (4.1.1)$$

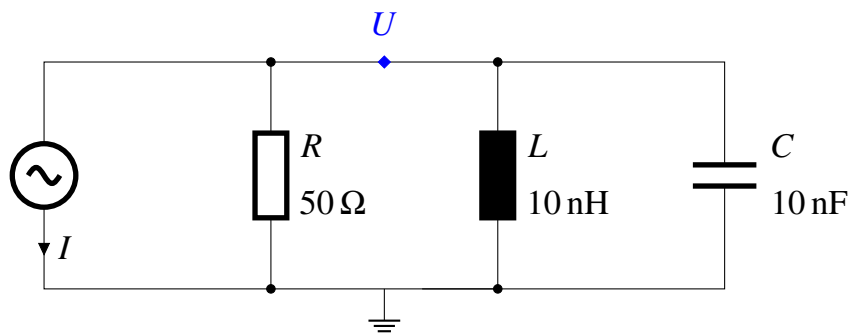


Abbildung 4.1: Gedämpfter Parallelschwingkreis mit Stromquelle

bestimmt werden. Die Amplitude der Spannung U erreicht an der Resonanzstelle $U(j/\sqrt{LC}) = I \cdot R = 1 \text{ A} \cdot 50 \Omega = 50 \text{ V}$.

Sensitivitätsanalyse der Resonanzamplitude

Wählt man als Zielgröße q die Resonanzamplitude

$$q = \left| U(j/\sqrt{LC}) \right| \quad (4.1.2)$$

erhält man für die vollständig normierten Sensitivitäten der Resonanzamplitude \hat{s}_q analytisch daher:

$$\hat{s}_q(R) = \frac{dq}{dR} \frac{R}{q} = 1, \quad (4.1.3a)$$

$$\hat{s}_q(C) = \frac{dq}{dC} \frac{C}{q} = 0, \quad (4.1.3b)$$

$$\hat{s}_q(L) = \frac{dq}{dL} \frac{L}{q} = 0. \quad (4.1.3c)$$

Wie zu erwarten sind die Sensitivitäten der Spannungsamplitude bzgl. der Kapazität und der Induktivität an der Resonanzstelle null, da die Amplitude der Resonanz lediglich vom Widerstand R abhängig ist. Werden die Sensitivitäten nun über das adjungierte Verfahren aus Abschnitt 2.1.3 bestimmt, muss die Kreisfrequenz ω , für welche die Sensitivität berechnet werden soll, angegeben werden.

Werden die Sensitivitäten in Abhängigkeit von der Frequenz betrachtet, erhält man den Frequenzgang der Sensitivitäten, wie in Abb. 4.2 bzw. Abb. 4.3 dargestellt. Die Sensitivitäten der Spannungsamplitude bzgl. der Induktivität und der Kapazität weisen im Bereich der Resonanzfrequenz eine hohe Steigung auf. Zudem sind die Sensitivitäten der Blindelemente bei geringer Abweichung von der Resonanzfrequenz

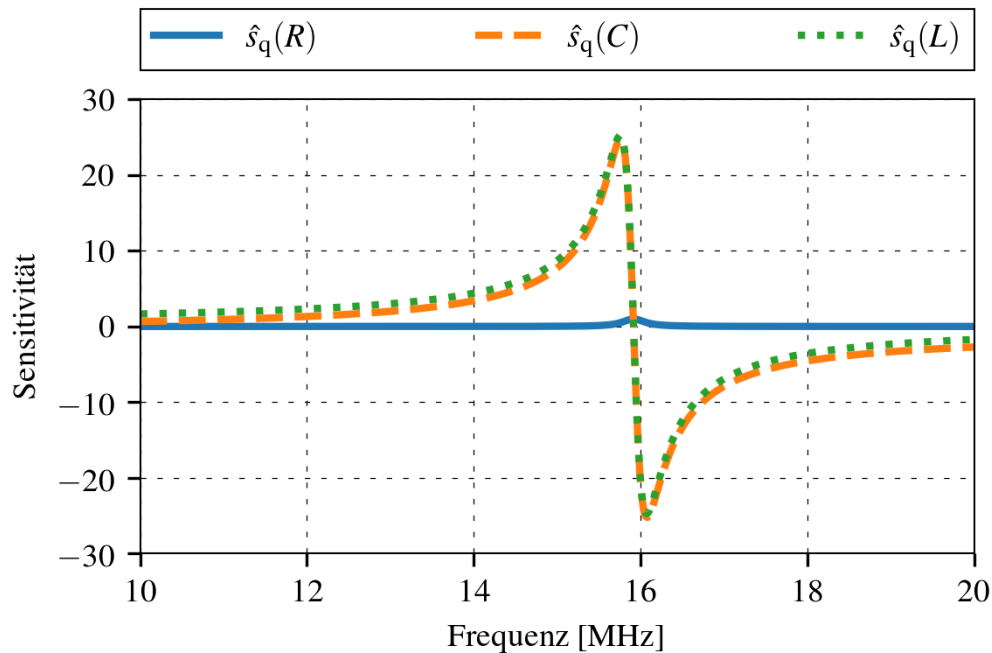


Abbildung 4.2: Normierte Sensitivität der Spannungsamplitude von U bzgl. einer Änderung der Schaltungselemente im Frequenzbereich von 10 MHz–20 MHz

höher als die Sensitivität des Widerstands. Da die Resonanzfrequenz nicht immer analytisch angegeben werden kann, wird diese nur approximiert. Durch eine Abweichung der gewählten Frequenz um ein Tausendstel von der zuvor analytisch bestimmten Resonanzfrequenz soll betrachtet werden, wie sich eine Abweichung in der Frequenz von der eigentlichen Resonanzfrequenz auf die Sensitivitäten auswirkt.

Es ergeben sich für

$$q = |U(j\omega)| \quad \text{mit} \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}(1 + 1\text{‰}) \quad (4.1.4)$$

die Sensitivitäten nach Gl. (2.1.33) zu

$$\hat{s}_q(R) = \frac{dq}{dR} \frac{R}{q} = 0,99, \quad (4.1.5a)$$

$$\hat{s}_q(C) = \frac{dq}{dC} \frac{C}{q} = -4,95, \quad (4.1.5b)$$

$$\hat{s}_q(L) = \frac{dq}{dL} \frac{L}{q} = -4,94. \quad (4.1.5c)$$

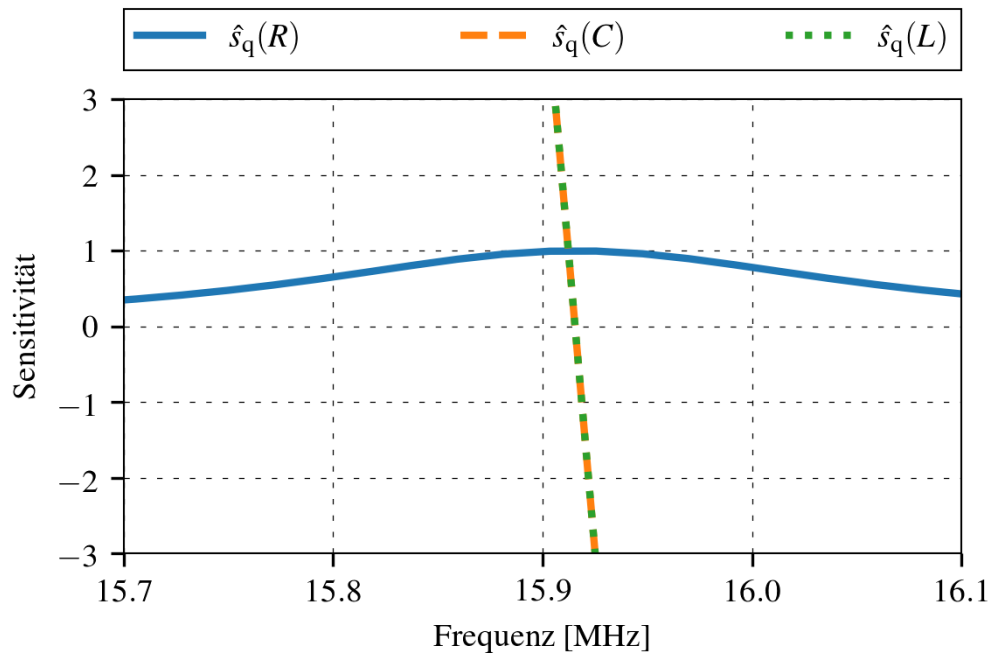


Abbildung 4.3: Frequenzgang der normierten Sensitivität der Spannung U bzgl. einer Änderung der Schaltungselemente im Frequenzbereich der Resonanzfrequenz

Betrachtet man also die Sensitivität bei leicht geringerer bzw. höherer Frequenz, sind die Sensitivitäten der Resonanzamplitude bzgl. der Kapazität und Induktivität betragsmäßig größer als die bzgl. des Widerstands. Da die Sensitivität eine Funktion der Frequenz ist, ist dieser Ansatz für die Sensitivitätsanalyse der Resonanzamplitude ungeeignet.

Um die korrekten Sensitivitäten mit dem AC-Sensitivitätsverfahren zu erhalten, muss die Sensitivität für den exakten Wert der Resonanzfrequenz mit hoher Genauigkeit bestimmt werden.

4.2 Sensitivitätsanalyse auf Basis der modalen Analyse

In Abschnitt 3.1 wurde gezeigt, dass die Beschreibung der Resonanz einer Zustandsgröße x_k (Spannung oder Strom) über eine assoziierte konjugiert komplexe Mode eine approximierte, aber direkte Berechnung der folgenden Resonanzeigenschaften ermöglicht:

1. Die Resonanzkreisfrequenz ω_r ist gegeben durch $\omega_0\sqrt{1 - \zeta^2}$.
2. Der Dämpfungsfaktor ζ und damit die Güte $Q = 1/(2\zeta)$ der Resonanz können bestimmt werden.
3. Die Resonanzamplitude der Zustandsgröße x_k ist gegeben durch

$$|x_k| = \left| \frac{\tilde{\mathbf{e}}^T \mathbf{b}}{\zeta \omega_0} e_k + c_k \right|,$$

wobei

$$\left| \frac{\tilde{\mathbf{e}}_i^T \mathbf{b}}{\zeta \omega_0} e_k \right|$$

dem Beitrag der dominierenden Mode zur Resonanzamplitude entspricht.

Neben den Sensitivitäten der Resonanzamplitude können somit über die Eigenwerte auch die Sensitivitäten der Güte und der Resonanzfrequenz bestimmt werden [14, S. 191]. Dafür müssen unter anderem die Ableitungen der Eigenwerte und Eigenvektoren bzgl. der Netzwerkelemente bestimmt werden.

Ein Ansatz zur Berechnung der Sensitivitäten der Eigenmoden und Eigenvektoren mittels der Methode des Differenzenquotienten verursacht die gleichen numerischen Probleme wie in der Sensitivitätsanalyse nach Abschnitt 2.1.3 beschrieben. Daher ist es bevorzugt, ein Verfahren zu verwenden, bei dem die Eigenwerte und Eigenvektoren nur einmal mit hoher Präzision berechnet werden müssen.

Aus diesem Grund wird die Theorie aus Abschnitt 2.2.4 genutzt, um ein Sensitivitätsverfahren auf modaler Ebene zu entwickeln.

Als Ausgangspunkt dient die Zustandsraumdarstellung der elektrischen Schaltung gemäß Gl. (2.2.2) mit den Matrizen \mathbf{A} und \mathbf{B}

$$\mathbf{B} = \mathbf{W}^{-1}\mathbf{I} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{C}}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{L}^{-1} \end{pmatrix}, \mathbf{A} = -\mathbf{W}^{-1}\mathbf{V} = \begin{pmatrix} -\tilde{\mathbf{C}}^{-1}\tilde{\mathbf{G}} & \tilde{\mathbf{C}}^{-1}\mathbf{A}_L \\ -\mathbf{L}^{-1}\mathbf{A}_L^\top & -\mathbf{L}^{-1}\mathbf{R} \end{pmatrix}. \quad (4.2.1)$$

Die später benötigten Ableitungen der Systemmatrix \mathbf{A} und der Eingangsmatrix \mathbf{B} nach den (R_i, L_i, G_i, C_i) -Elementen der Netzwerkschaltung können wie folgt berechnet werden:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{A}}{dC_i} &= \begin{pmatrix} -\frac{d\tilde{\mathbf{C}}^{-1}}{dC_i}\tilde{\mathbf{G}} & \frac{d\tilde{\mathbf{C}}^{-1}}{dC_i}\mathbf{A}_L \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \frac{d\mathbf{B}}{dC_i} = \begin{pmatrix} \frac{d\tilde{\mathbf{C}}^{-1}}{dC_i} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \\ \frac{d\mathbf{A}}{dL_i} &= \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\frac{d\mathbf{L}^{-1}}{dL_i}\mathbf{A}_L^\top & -\frac{d\mathbf{L}^{-1}}{dL_i}\mathbf{R} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \frac{d\mathbf{B}}{dL_i} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\frac{d\mathbf{L}^{-1}}{dL_i} \end{pmatrix}, \\ \frac{d\mathbf{A}}{dG_i} &= \begin{pmatrix} -\tilde{\mathbf{C}}^{-1}\frac{d\tilde{\mathbf{G}}}{dG_i} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \frac{d\mathbf{B}}{dG_i} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \\ \frac{d\mathbf{A}}{dR_i} &= \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{L}^{-1}\frac{d\mathbf{R}}{dR_i} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \frac{d\mathbf{B}}{dR_i} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.2.2)$$

Die Ableitung einer inversen Matrix \mathbf{A}^{-1} nach x kann gemäß [68, S. 8] zu

$$\frac{d\mathbf{A}^{-1}}{dx} = -\mathbf{A}^{-1}\frac{d\mathbf{A}}{dx}\mathbf{A}^{-1} \quad (4.2.3)$$

bestimmt werden.

Die Ableitung der inversen Kapazitäts- und Induktivitätsmatrix kann damit gemäß

$$\frac{d\mathbf{L}^{-1}}{dL_i} = -\mathbf{L}^{-1} \frac{d\mathbf{L}}{dL_i} \mathbf{L}^{-1}, \quad (4.2.4a)$$

$$\frac{d\tilde{\mathbf{C}}^{-1}}{dC_i} = -\tilde{\mathbf{C}}^{-1} \frac{d\tilde{\mathbf{C}}}{dC_i} \tilde{\mathbf{C}}^{-1} \text{ und} \quad (4.2.4b)$$

$$\frac{d\mathbf{L}^{-1}}{dk_i} = -\mathbf{L}^{-1} \frac{d\mathbf{L}}{dk_i} \mathbf{L}^{-1} \quad (4.2.4c)$$

bestimmt werden. Die Ableitungen $d\mathbf{C}/dC_i$, $d\mathbf{L}/dL_i$, $d\mathbf{R}/dR_i$ und $d\mathbf{G}/dG_i$ können symbolisch bestimmt werden, da nur wenige Einträge der Matrizen Abhängigkeiten bzgl. der einzelnen Parameter besitzen.

4.2.1 Resonanzfrequenz

Die Resonanzfrequenz bzw. Resonanzkreisfrequenz kann gemäß Gl. (2.2.18) zu $\omega_r \approx \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}$ angenähert werden. Wenn die Sensitivitätsberechnung der Eigenwerte aus Kapitel 2.2.4 angewendet wird, ergibt sich die Sensitivität s_{ω_r} der Resonanzkreisfrequenz bzgl. eines Netzwerkelements z zu

$$s_{\omega_r}(z) := \frac{d\omega_r}{dz} \stackrel{\text{Gl. (2.2.18)}}{=} \frac{d\omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}}{dz} \quad (4.2.5a)$$

$$\stackrel{\text{Gl. (2.2.25)}}{=} \frac{d \operatorname{Im}(\lambda)}{dz} \stackrel{\text{Gl. (2.2.35)}}{=} \operatorname{Im} \left(\tilde{\mathbf{e}}^T \frac{d\mathbf{A}}{dz} \mathbf{e} \right). \quad (4.2.5b)$$

Hierbei bezeichnet \mathbf{A} die Systemmatrix, λ den mit der Resonanz assoziierten Eigenwert und \mathbf{e} den Eigenvektor. Im Rahmen dieser Arbeit wird zudem die vollständig normierte Sensitivität der Resonanzkreisfrequenz

$$\hat{s}_{\omega_r}(z) := \frac{d\omega_r}{dz} \frac{z}{\omega_r} \quad (4.2.6)$$

verwendet.

Für die Sensitivitätsberechnung selbst müssen lediglich die Eigenvektoren und Eigenwerte numerisch bestimmt werden. Man erhält eine Beschreibung der Sensitivität der Resonanzfrequenz bzgl. der Änderungen der Schaltungselemente.

4.2.2 Resonanzgüte

Die Sensitivität der Güte s_Q bzgl. eines Netzwerkelements z mit

$$s_Q(z) := \frac{dQ}{dz} \stackrel{\text{Gl. (2.2.24)}}{=} \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{2\zeta} \right) = -\frac{1}{2\zeta^2} \frac{d\zeta}{dz} \quad (4.2.7)$$

kann direkt aus der Ableitung des Eigenwerts bestimmt werden [14, S. 191]. Unter Anwendung der Kettenregel folgt für die Sensitivität des Dämpfungsfaktors s_ζ

$$s_\zeta(z) := \frac{d\zeta}{dz} = \frac{d}{dz} \left(\frac{-\text{Re}(\lambda)}{\omega_0} \right) = -\frac{d\text{Re}(\lambda)}{dz} \frac{1}{\omega_0} + \frac{\text{Re}(\lambda)}{\omega_0^2} \frac{d\omega_0}{dz}. \quad (4.2.8)$$

Die Sensitivität der Resonanzgüte lässt sich somit aus der Ableitung des Realteils des Eigenwerts und der Ableitung der natürlichen Frequenz ω_0 mit

$$\frac{d\omega_0}{dz} = \frac{d}{dz} (|\lambda|) = \frac{d}{dz} \left(\sqrt{\text{Re}(\lambda)^2 + \text{Im}(\lambda)^2} \right) \quad (4.2.9a)$$

$$= \frac{\text{Re}(\lambda) \frac{d\text{Re}(\lambda)}{dz} + \text{Im}(\lambda) \frac{d\text{Im}(\lambda)}{dz}}{\sqrt{\text{Re}(\lambda)^2 + \text{Im}(\lambda)^2}} \quad (4.2.9b)$$

bestimmen [14, S. 191]. Diese Gleichungen ermöglichen eine Beschreibung der Sensitivität der Resonanzgüte beliebiger Systemgrößen bezüglich einer Änderung der Netzwerkelemente z .

Verwendet wird im Rahmen dieser Arbeit zudem die vollständig normierte Sensitivität der Güte

$$\hat{s}_Q(z) := \frac{dQ}{dz} \frac{z}{Q} \quad (4.2.10)$$

bzw. die vollständig normierte Sensitivität des Dämpfungsfaktors

$$\hat{s}_\zeta(z) := \frac{d\zeta}{dz} \frac{z}{\zeta}. \quad (4.2.11)$$

4.2.3 Resonanzamplitude

In [20] und in Abschnitt 3.1 wurde gezeigt, dass die Resonanzamplitude maßgeblich durch den Beitrag einer Mode bestimmt wird. Darüber hinaus kann gemäß [20] eine Sensitivitätsanalyse der Amplitude dieser dominierenden Mode gezielt eingesetzt werden, um die Resonanzamplitude von x_k zu beeinflussen.

Im Folgenden wird daher die Sensitivität der Amplitude s_A des Beitrags der zur Resonanz assoziierten Mode zu der Zustandsgröße x_k bzgl. eines Netzwerkelements z berechnet, wobei die Ableitung der Summationskonstante c_k , welche die Beiträge der anderen Moden zusammenfasst, vernachlässigt wird. Die Resonanzamplitude der Zustandsgröße x_k kann nach Abschnitt 3.1 durch

$$|x_k| = \left| \frac{\tilde{\mathbf{e}}^T \mathbf{b}}{\zeta \omega_0} e_k + c_k \right| \quad (4.2.12)$$

angegeben werden. Die Sensitivität der Amplitude bestimmt sich über den Betrag gemäß

$$s_A(z) := \frac{d|x_k|}{dz} = \frac{\operatorname{Re}(x_k) \cdot \operatorname{Re}\left(\frac{dx_k}{dz}\right) + \operatorname{Im}(x_k) \cdot \operatorname{Im}\left(\frac{dx_k}{dz}\right)}{|x_k|}. \quad (4.2.13)$$

Die Ableitung von x_k ergibt sich dann unter Anwendung der Produktregel

$$\begin{aligned} \frac{dx_k}{dz} &= \frac{d}{dz} \left(\frac{\tilde{\mathbf{e}}^T \mathbf{b}}{\zeta \omega_0} e_k \right) = \frac{d\tilde{\mathbf{e}}^T}{dz} \frac{\mathbf{b}}{\zeta \omega_0} e_k + \frac{\tilde{\mathbf{e}}^T}{\zeta \omega_0} \frac{d\mathbf{b}}{dz} e_k \\ &\quad - \frac{\tilde{\mathbf{e}}^T \mathbf{b}}{(\zeta \omega_0)^2} \frac{d(\zeta \omega_0)}{dz} e_k + \frac{\tilde{\mathbf{e}}^T \mathbf{b}}{\zeta \omega_0} \frac{de_k}{dz}. \end{aligned} \quad (4.2.14)$$

Die Einzelterme der Gleichung berechnen sich gemäß

$$\frac{d(\zeta \omega_0)}{dz} = -\frac{d \operatorname{Re}(\lambda)}{dz} = -\operatorname{Re} \left(\tilde{\mathbf{e}}^T \frac{d\mathbf{A}}{dz} \mathbf{e} \right), \quad (4.2.15a)$$

$$\frac{\tilde{\mathbf{e}}^T}{dz} \xrightarrow{\tilde{\mathbf{e}}^T \in \tilde{\mathbf{E}}} \frac{\tilde{\mathbf{E}}}{dz} = \frac{d\mathbf{E}^{-1}}{dz} \stackrel{\text{Gl. (4.2.3)}}{=} -\mathbf{E}^{-1} \frac{d\mathbf{E}}{dz} \mathbf{E}^{-1} \stackrel{\text{Gl. (2.2.29)}}{=} -\mathbf{E}^{-1} \mathbf{E} \mathbf{\Gamma} \mathbf{E}^{-1}, \quad (4.2.15b)$$

$$\frac{d\mathbf{e}}{dz} \xrightarrow{\mathbf{e} \in \mathbf{E}} \frac{d\mathbf{E}}{dp} \stackrel{\text{Gl. (2.2.29)}}{=} \mathbf{E} \mathbf{\Gamma}, \quad (4.2.15c)$$

$$\frac{d\mathbf{b}}{dz} = \frac{d(\mathbf{B}\mathbf{u})}{dz} \stackrel{\frac{du}{dz}=0}{=} \frac{d\mathbf{B}}{dz} \mathbf{u}. \quad (4.2.15d)$$

Und für die vollständig normierte Sensitivität \hat{s}_A der Amplitude ergibt sich

$$\hat{s}_A(z) := \frac{d|x_k|}{dz} \frac{z}{|x_k|}. \quad (4.2.16)$$

Vergleich zur AC-Sensitivitätsanalyse

Zur Validierung wird das modale Sensitivitätsverfahren anhand der Parallelschaltung aus Abb. 4.1 diskutiert. Dabei werden die Sensitivitäten der Resonanzamplitude der Knotenspannung U bzgl. einer Änderung des Widerstands R , der Kapazität C und der Induktivität L untersucht. Mit Gl. (4.2.14) ergeben sich die vollständig normierten Sensitivitäten

$$\hat{s}_A(R) = 1, \quad \hat{s}_A(C) = -5 \cdot 10^{-5} \text{ und } \hat{s}_A(L) = +5 \cdot 10^{-5}. \quad (4.2.17)$$

Damit erreicht das Verfahren trotz Näherungen eine hohe Genauigkeit, ohne dass die Resonanzfrequenz präzise bestimmt werden muss.

Im Gegensatz zur adjungierten AC-Sensitivitätsanalyse, bei der lediglich die Sensitivitäten der Knotenpotentiale berechnet werden können, erlaubt die modale Sensitivitätsanalyse die Betrachtung weiterer Eigenschaften wie Güte und Resonanzfrequenz. Da die Resonanzfrequenz über den Imaginärteil des Eigenwerts approximiert wird, kann auch die Sensitivität der Resonanzfrequenz bzgl. einer Änderung der Parameter nach Gl. (4.2.5) berechnet werden. Für das Beispiel ergeben sich die (bzgl. der Parameter R , C und L) vollständig normierten Sensitivitäten

$$\hat{s}_{\omega_r}(R) = -4 \cdot 10^{-22}, \quad \hat{s}_{\omega_r}(C) = -0,52 \text{ und } \hat{s}_{\omega_r}(L) = -0,52. \quad (4.2.18)$$

Analytisch erhält man

$$\hat{s}_{\omega_r}(R) = 0, \quad \hat{s}_{\omega_r}(C) = -0,5 \text{ und } \hat{s}_{\omega_r}(L) = -0,5. \quad (4.2.19)$$

Die Sensitivitätsanalyse zeigt das erwartete Ergebnis mit einem hohen Einfluss der Induktivität und Kapazität auf die Resonanzfrequenz und faktisch keinen Einfluss des Widerstands. Die Unterschiede lassen sich dadurch erklären, dass für die modale Analyse die Resonanzkreisfrequenz durch

$$\omega_r \approx \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{4C^2R^2}} \quad (4.2.20)$$

approximiert wurde, während sich analytisch

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (4.2.21)$$

ergibt.

Weiter können die vollständig normierten Sensitivitäten des Gütefaktors \hat{s}_Q nach Gl. (4.2.8) bestimmt werden zu

$$\hat{s}_Q(R) = 1, \quad \hat{s}_Q(C) = 0,5 \quad \text{und} \quad \hat{s}_Q(L) = -0,5. \quad (4.2.22)$$

Hier zeigt sich neben dem erwarteten Einfluss des Widerstands auf die Güte auch ein signifikanter Einfluss der Blindelemente.

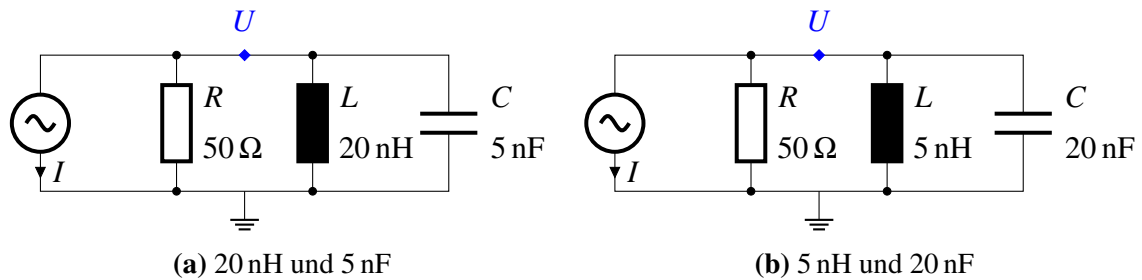


Abbildung 4.4: Veränderter Resonanzkreis mit konstanter Amplitude und Resonanzfrequenz

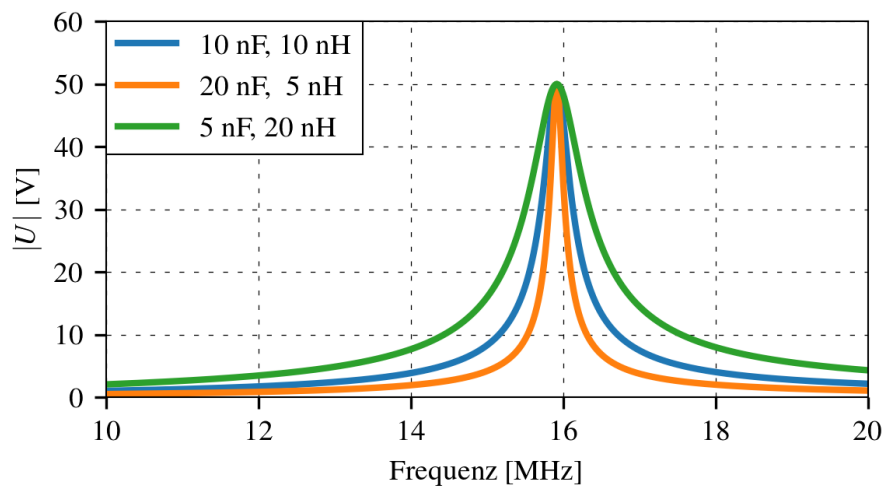


Abbildung 4.5: Frequenzgang der Spannungsamplitude U in der Nähe der Resonanz bei Variation der Induktivität und Kapazität

Dies lässt sich wie folgt veranschaulichen: Wenn die Induktivität (10 nH) und die Kapazität (10 nF) auf 20 nH bzw. 5 nF geändert werden, bzw. die Induktivität auf 5 nH und die Kapazität auf 20 nF geändert werden, kann der Frequenzgang der Spannungsamplitude von U wie in Abb. 4.5 dargestellt werden. Gemäß Gl. (4.2.22) führt eine erhöhte Induktivität zu einem erhöhten Dämpfungsfaktor bzw. einer größeren Bandbreite, während eine erhöhte Kapazität zu einem reduzierten Dämpfungsfaktor bzw. einer kleineren Bandbreite führt. Dies ist in Abb. 4.5 zu erkennen.

4.3 3D-Sensitivitätsanalyse auf Basis der modalen Analyse

Um eine Aussage über die Sensitivität der Resonanzeigenschaften bzgl. einer Änderung der Geometrien in einem CAD-Modell zu treffen, können die zuvor bestimmten Sensitivitäten der modalen Analyse mit den konstruktiven Sensitivitäten aus Abschnitt 2.1.4 verknüpft werden.

Die Berechnung der konstruktiven Sensitivitäten lag in Form von Python-Code vor. Dabei wurde der direkte Löser Pardiso aus der Intel Math Kernel Library [63] verwendet, um die linearen Gleichungssysteme zu invertieren und eine Lösung zu erhalten.

Anstelle der AC-Sensitivitäten werden nun die modalen Netzwerksensitivitäten verwendet. Im Rahmen dieser Arbeit geben die Geometrieparameter p_k die Verschiebung der Oberflächen des FEM-Gitters in Richtung deren Normalen an.

Mit Gl. (4.2.13) erhält man die Sensitivität der Amplitude des Beitrags der Mode auf die Resonanzamplitude des k -ten Eintrags des Zustandsvektors

$$s_A(p_k) := \frac{d|x_k|}{dp_k} = \sum_{n_z} \left(\frac{d|x_k|}{dz} \cdot \frac{dz}{dp_k} \right) \quad (4.3.1)$$

bzgl. einer Änderung der Parameters p_k des CAD-Modells, wobei n_z die Anzahl der Netzwerkelemente $z \in \{\mathbf{R}, \mathbf{L}, \mathbf{C}, \mathbf{G}\}$ angibt.

Für die Sensitivität der Resonanzfrequenz s_{ω_r} ergibt sich bzgl. einer Änderung der Parameters p_k des CAD-Modells mit Gl. (4.2.9a)

$$s_{\omega_r}(p_k) := \frac{d\omega_r}{dp_k} = \sum_{n_z} \left(\frac{d\omega_r}{dz} \cdot \frac{dz}{dp_k} \right). \quad (4.3.2)$$

Für die Sensitivität der Güte s_Q und des Dämpfungsfaktors s_ζ ergibt sich bzgl. einer Änderung des Parameters p_k des CAD-Modells mit Gl. (4.2.8)

$$s_Q(p_k) := \frac{dQ}{dp_k} = \sum_{n_z} \left(\frac{dQ}{dz} \cdot \frac{dz}{dp_k} \right) \quad (4.3.3)$$

und

$$s_\zeta(p_k) := \frac{d\zeta}{dp_k} = \sum_{n_z} \left(\frac{d\zeta}{dz} \cdot \frac{dz}{dp_k} \right). \quad (4.3.4)$$

Die Ergebnisse können anschließend im CAD-Modell erneut visualisiert werden. Dabei werden die Oberflächenelemente des CAD-Modells entsprechend der Vorzeichen und Größe der Sensitivität farblich gekennzeichnet. Das Ergebnis ist eine 3D-Visualisierung, die die Sensitivitäten der Resonanzamplitude, Resonanzfrequenz oder Resonanzgüte in Bezug auf eine Geometrieänderung darstellt.

4.4 Beispiele

Die modale Sensitivitätsanalyse wird im Folgenden an den bereits in Kapitel 3 untersuchten Beispielen diskutiert.

4.4.1 Modell eines IC-Pins

Zunächst wird die Sensitivität der zuvor analysierten Resonanzen der Schaltung in Abb. 3.2 auf eine Änderung der Schaltungselemente untersucht.

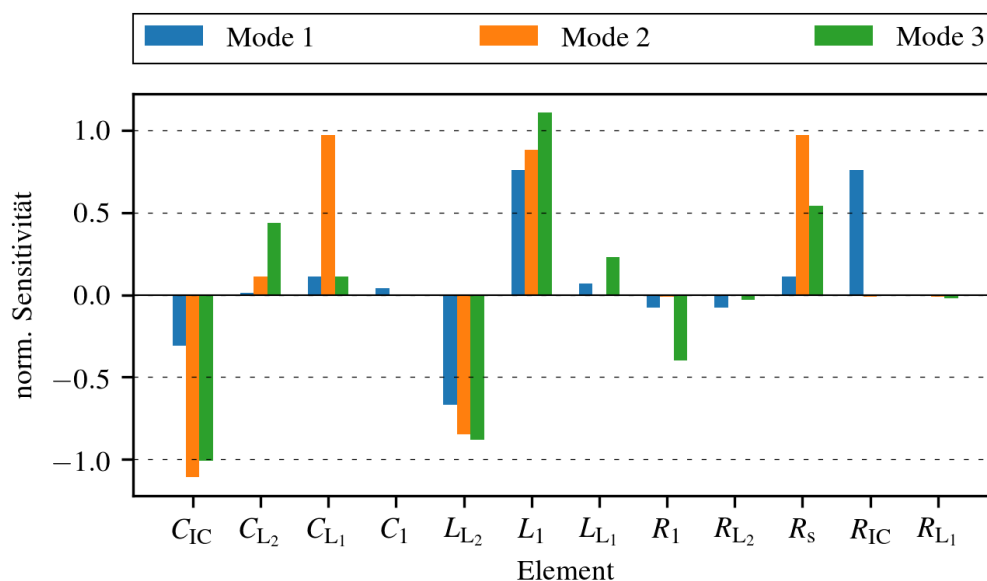


Abbildung 4.6: Nach Gl. (4.2.13) vollständig normierte Sensitivität des Beitrags der Moden zu den Resonanzamplituden der Spannung U_{IC} bzgl. einer Änderung der Schaltungselemente

Dazu wird die Sensitivität des Beitrags der dominierenden Moden für die drei identifizierten Resonanzen bzgl. einer Änderung der Schaltungselemente berechnet. Anschließend werden diese Sensitivitäten vollständig normiert, das heißt, sie werden

Element	Wert	Sensitivität	Sensitivität	Sensitivität
		Mode 1	Mode 2	Mode 3
C_{IC}	100 pF	-0,31	-1,11	-1,01
C_{L_2}	10 pF	0,01	0,11	0,44
C_{L_1}	10 pF	0,11	0,97	0,11
C_1	10 nF	0,04	0	0
L_{L_2}	8 nH	-0,67	-0,85	-0,88
L_1	2 nH	0,76	0,88	1,11
L_{L_1}	10 nH	0,07	0	0,23
R_1	0,1 Ω	-0,08	-0,01	-0,40
R_{L_2}	0,1 Ω	-0,08	0	-0,03
R_s	50 Ω	0,11	0,97	0,54
R_{IC}	100 Ω	0,76	-0,01	0
R_{L_1}	0,1 Ω	0	-0,01	-0,02

Tabelle 4.1: Nach Gl. (4.2.13) vollständig normierte Sensitivität des Beitrags der Moden zu den Resonanzamplituden von U_{IC} bzgl. einer Änderung der Schaltungselemente

bezüglich der Werte der Elemente (Kapazitätswert, Induktivitätswert oder Widerstandswert) und der Spannungsamplitude gemäß Gl. (4.2.13) skaliert. Die Ergebnisse sind in Abb. 4.6 dargestellt und in Tab. 4.1 aufgelistet. Die Werte wurden auf zwei Nachkommastellen gerundet.

Vergleicht man die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse mit der Betrachtung der Verluste in Tab. 3.5, ergibt sich ein einheitliches Bild für die Widerstände. Der Widerstand R_{IC} war zu etwa 77 % für die Dämpfung der ersten Resonanz (bei 159 MHz) verantwortlich, hatte jedoch nahezu keinen Einfluss auf die Dämpfung der zweiten und dritten Resonanz (bei 437 MHz und 1371 MHz).

Aus diesem Grund ergibt sich auch für die Sensitivität der Resonanzamplitude bezüglich einer Änderung dieses Widerstands nur für die erste Resonanz ein signifikanter Wert. Ein ähnliches Bild ergibt sich für R_s und R_1 , welche die Dämpfung der zweiten und dritten Resonanz maßgeblich bestimmen.

Betrachtet man jedoch beispielsweise die Induktivität L_1 , erkennt man aus Tab. 3.4, dass diese lediglich für die dritte Resonanz einen signifikanten Anteil an der Resonanz

hat. Jedoch ist für alle Resonanzen die Sensitivität der Resonanzamplituden bzgl. einer Änderung von L_1 hoch.

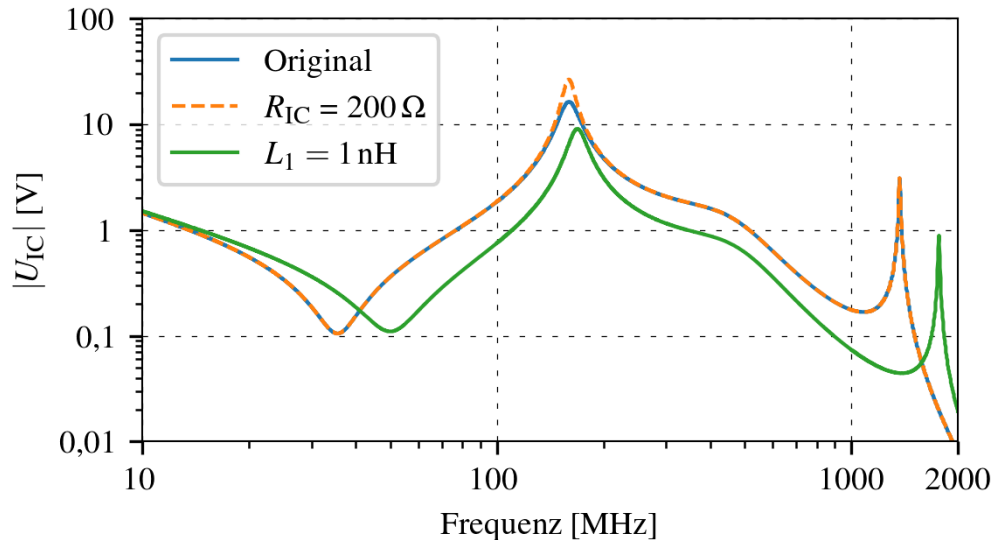


Abbildung 4.7: Frequenzgang der Spannungsamplitude am Knoten U_{IC} von 10 MHz bis 2 GHz mit originalen Werten sowie $R_{IC} = 200 \Omega$ und $L_1 = 1 \text{ nH}$

Die Änderung der Resonanzamplituden mit $R_{IC} = 200 \Omega$ bzw. $L_1 = 1 \text{ nH}$ ist in Abb. 4.7 dargestellt. Wie berechnet wurde, hat der Widerstand R_{IC} nur Einfluss auf die Amplitude der ersten Resonanz. Die Induktivität L_1 hat zwar gemäß Tab. 3.4 Einfluss auf die Resonanzfrequenzen, zeigt aber, wie in der Sensitivitätsanalyse berechnet, einen starken Einfluss auf alle drei Resonanzamplituden.

Hier wird deutlich, dass die Energie- und Leistungsbetrachtung der modalen Analyse den aktuellen Zustand der Schaltung beschreibt, während die modale Sensitivitätsanalyse den Einfluss einer Änderung der Schaltung quantifiziert.

4.4.2 Spannungsregler mit CAD-Modell

Um zu zeigen, wie die 3D-Sensitivitätsanalyse auf Basis der modalen Analyse genutzt werden kann, um den Einfluss einer Layoutänderung auf die Resonanzfrequenz, Resonanzamplitude und Resonanzdämpfung zu betrachten, wird im Folgenden erneut der Spannungsregler aus Abschnitt 3.3.2 betrachtet. Dazu werden zunächst die Sensitivitäten der Resonanzkreisfrequenz, Resonanzamplitude und Resonanzdämpfung bzgl. einer Änderung der Schaltungselemente in Abb. 3.13 nach Abschnitt 4.2.1, Abschnitt 4.2.3 und Abschnitt 4.2.2 bestimmt.

Anschließend werden diese gemäß Abschnitt 2.1.4 mit den konstruktiven Sensitivitäten des CAD-Modells verknüpft, um die 3D-Sensitivitäten zu bestimmen. Da die konstruktiven Sensitivitäten den Einfluss einer Verschiebung (in m) der Oberflächen des FEM-Gitters in Richtung deren Normalen angeben und zudem die Sensitivitäten bezüglich der Fläche der Gitterelemente (in m^2) normiert werden, beschreibt die 3D-Sensitivität eine Änderung der Zielgröße pro m^3 .

Das Ergebnis lässt sich im CAD-Modell visualisieren. Je höher die Sättigung der roten und blauen Farbe in den jeweiligen Abbildungen ist, desto höher ist die Sensitivität des Oberflächenelements bzgl. einer Verschiebung des Elements entlang seiner Normalen. Rot visualisiert dabei eine positive Sensitivität, während Blau eine negative Sensitivität darstellt.

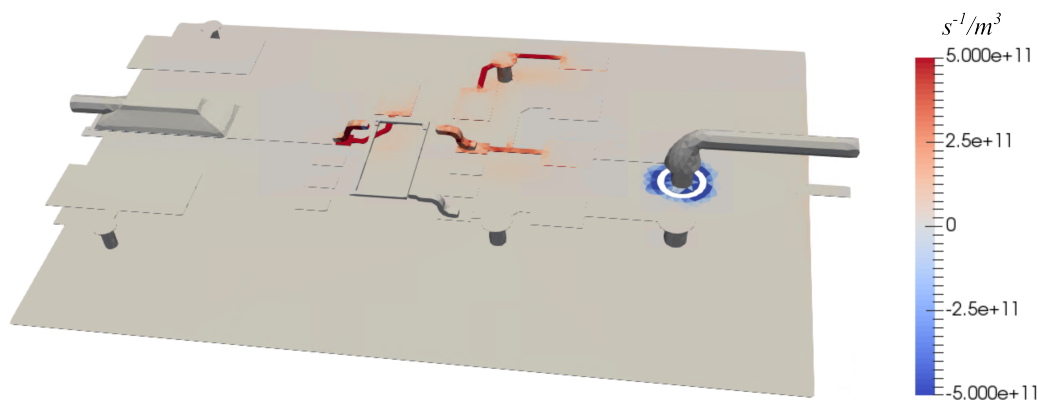


Abbildung 4.8: 3D-Sensitivität der Resonanzkreisfrequenz bzgl. einer Veränderung des CAD-Modells des Spannungsreglers

Betrachtet man die Ergebnisse der 3D-Sensitivitätsanalyse, erhält man für die Sensitivität der Resonanzkreisfrequenz nach Gl. (4.3.2) die in Abb. 4.8 dargestellte Visualisierung der 3D-Sensitivitäten. Die rot eingefärbten Leiterbahnstrukturen veranschaulichen eine positive Sensitivität bei Verschiebung des Elements entlang seiner Normalen und zeigen, dass eine Verbreiterung der Leiterbahnen zu einer erhöhten Resonanzfrequenz führen würde, da die Induktivität durch die Verbreiterung reduziert wird. Man erkennt, dass die sensitiven Strukturen den extrahierten Induktivitäten entsprechen, welche nach Abb. 3.18 maßgeblich an der Resonanz beteiligt sind und somit die Resonanzfrequenz beeinflussen.

Betrachtet man dagegen die 3D-Sensitivitäten der Dämpfung der Resonanz, ergibt sich ein gegensätzliches Bild. Um die Dämpfung zu erhöhen, müssen die Serienwiderstände steigen und somit die Querschnitte der Leiterbahnen reduziert werden. Dies ist in den blau gefärbten Bereichen der 3D-Sensitivitätsanalyse durch eine negative

Sensitivität bei Verschiebung des Elements entlang seiner Normalen in Abb. 4.9 ersichtlich.

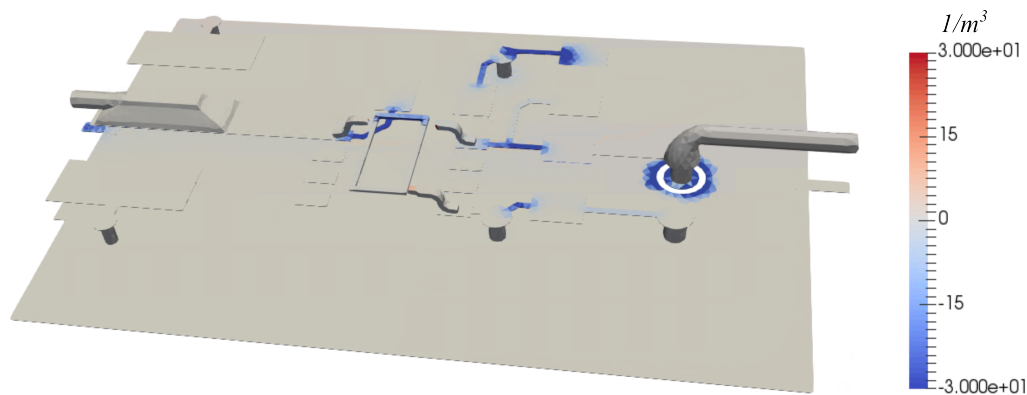


Abbildung 4.9: 3D-Sensitivität der Resonanzdämpfung bzgl. einer Veränderung des CAD-Modells des Spannungsreglers

Zuletzt sind die Ergebnisse der 3D-Sensitivitätsanalyse bzgl. der Resonanzamplitude nach Gl. (4.3.1) in Abb. 4.10 dargestellt. Die Sensitivitäten zeigen, dass die blau gefärbten Abschnitte verbreitert werden müssen bzw. deren Induktivität reduziert werden muss, um die Resonanzamplitude zu reduzieren. Die rot gefärbten Abschnitte hingegen müssen in der Breite reduziert werden, um die Induktivität zu erhöhen und eine reduzierte Resonanzamplitude zu erzielen.

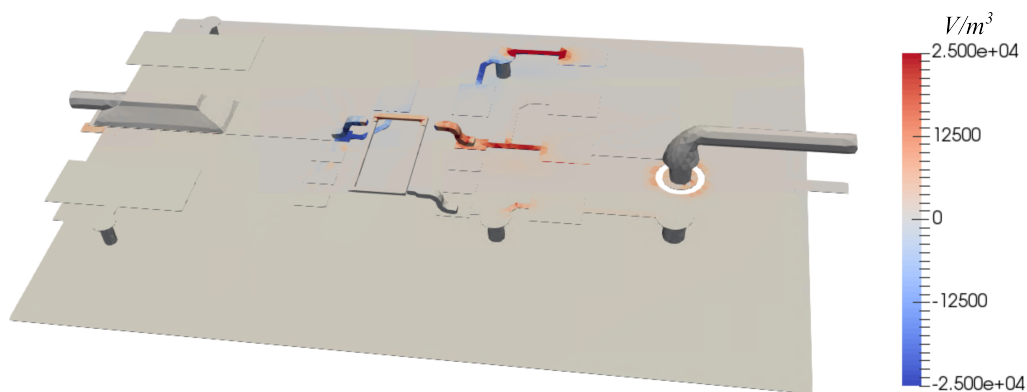


Abbildung 4.10: 3D-Sensitivität der Resonanzamplitude bzgl. einer Veränderung des CAD-Modells des Spannungsreglers

Zur Validierung der Sensitivitätsanalyse sollen die Ergebnisse aus Abb. 4.10 durch Veränderung der entsprechenden Geometrien und erneutem Berechnen der Resonanzamplitude im CAD-Modell bestätigt werden. Abb. 4.11b zeigt die verbreiterte Leitungsstruktur, welche gemäß Abb. 4.10 zu einer Reduktion der Resonanzamplitude führen sollte. Obwohl sich die Dämpfung der Resonanz nach Abb. 4.9 ebenfalls

reduziert, ist der Einfluss auf die Dämpfung gering, da die Dämpfung gemäß Tab. 3.6 durch die diskreten IC-internen Widerstände definiert ist. Darüber hinaus ist nach Abb. 4.8 eine leichte Erhöhung der Resonanzfrequenz zu erwarten.

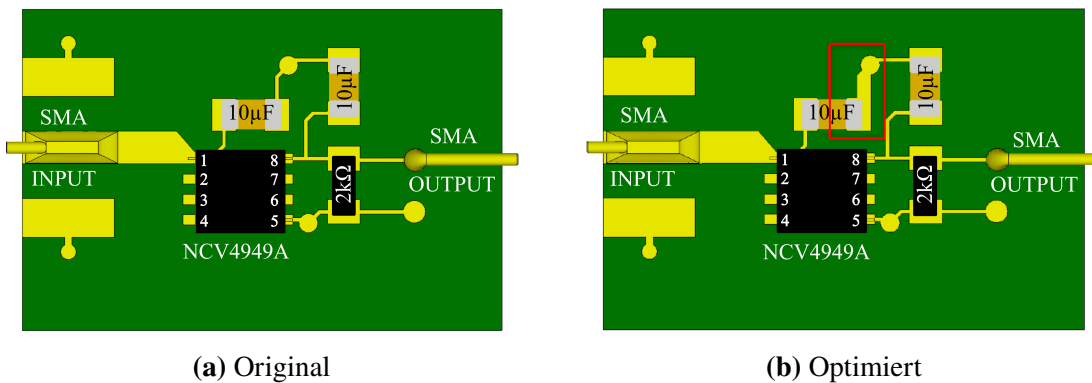


Abbildung 4.11: Originales und angepasstes CAD-Modell der Platine des Spannungsreglers (vgl. Abb. 3.11a)

Abb. 4.12 zeigt die resultierende Spannung am IC-Eingang nach der Neuberechnung des Modells im Vergleich zum originalen Modell. Die Resonanzamplitude reduziert sich durch die Änderung im Layout um etwa 0,5 V. Weiterhin erhöht sich die Resonanzfrequenz kaum sichtbar um ca. 1 MHz.

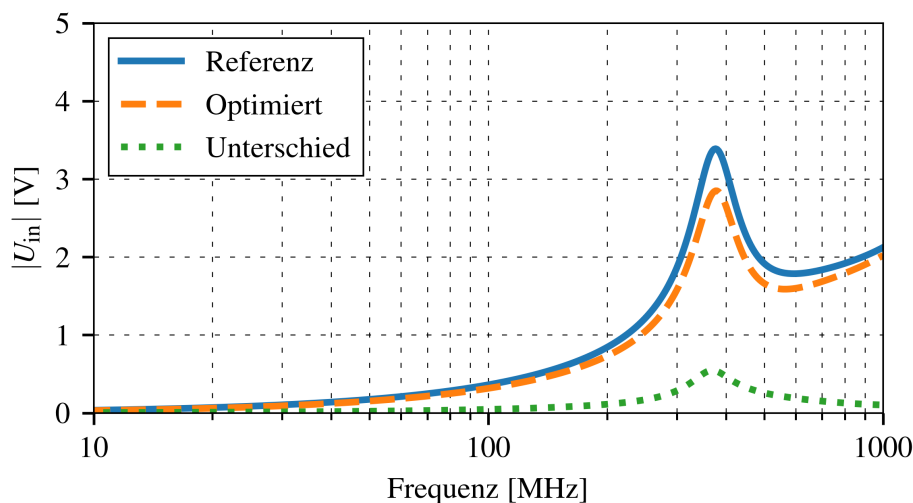


Abbildung 4.12: Spannung am IC-Eingang im originalen und Resonanzamplitudenoptimierten Modell

Das Ergebnis verdeutlicht, wie die vorgestellte Methodik durch gezielte Optimierung der Geometrie, wie beispielsweise des Layouts, das Resonanzverhalten der elektronischen Komponenten beeinflussen kann.

5 Anwendung auf Kfz-Komponenten

In diesem Kapitel wird das zuvor beschriebene modale Verfahren zur Analyse und Optimierung des EMV-Verhaltens auf Kfz-Komponenten angewendet.

Um die Unterschiede zwischen den bekannten Verfahren zur Analyse nicht-resonanter Effekte und der entwickelten modalen Methode aufzuzeigen, werden zunächst die bekannten Verfahren aus Abschnitt 2.1.3 und Abschnitt 2.1.4 auf einen Kfz-Drucksensor angewandt.

Anschließend erfolgt die Anwendung der entwickelten modalen Methode aus Kapitel 3 und Kapitel 4 zur Analyse und Optimierung von Resonanzen in elektronischen Kfz-Komponenten. Dabei wird untersucht, wie die modale Methode in den großen Modellen komplexer Komponenten eingesetzt werden kann, um die maßgeblich an der Resonanz beteiligten Elemente zu bestimmen.

Zudem wird die modale Sensitivitätsanalyse angewandt, um zu untersuchen, wie sich das Resonanzverhalten durch Modifikation der Komponenten mithilfe der Sensitivitäten optimieren lässt. Sowohl die leitungsgebundenen Emissionen eines elektrischen Kompressors als auch die leitungsgebundene Störfestigkeit eines Drucksensors werden dabei betrachtet.

5.1 Analyse nicht-resonanter Effekte

Für die Störfestigkeitsprüfung von Sensoren kommen unter anderem das BCI-Verfahren (beschrieben in Abschnitt B.2) sowie das Radiated Immunity Antenna (RIA)-Verfahren zum Einsatz. Zunächst wird am Beispiel der Störfestigkeit eines Drucksensors im BCI-Verfahren nach ISO 11452-4 [69] gezeigt, wie sich die bekannte Sensitivitätsanalyse nach Abschnitt 2.1.3 und Abschnitt 2.1.4 zur Beschreibung und Analyse nicht-resonanter Effekte verwenden lässt.

Der untersuchte Niederdrucksensor ist über eine 5V-Spannungsversorgung, Masse und eine digitale serielle Schnittstelle mit dem Steuergerät verbunden. Der Sensor befindet sich in einem Plastikgehäuse und besteht aus einem mikroelektromechanischen System (MEMS, engl.: Micro-Electro-Mechanical System), das eine Wheatstone-Bücke und eine Temperaturdiode beinhaltet, sowie einem ASIC. Zusätzlich enthält er eine externe Filterbeschaltung aus Ferriten und Kapazitäten sowie einen Heißleiter. Zwischen ASIC und MEMS gibt es eine Leiterbahn zur Versorgung der Wheatstone-Bücke, zwei Leiterbahnen für die differentielle Spannung des Drucksignals, eine Leiterbahn für die Temperaturdiode sowie eine Masseleitung. Der abstrahierte Schaltplan ist in Abb. 5.1 dargestellt.

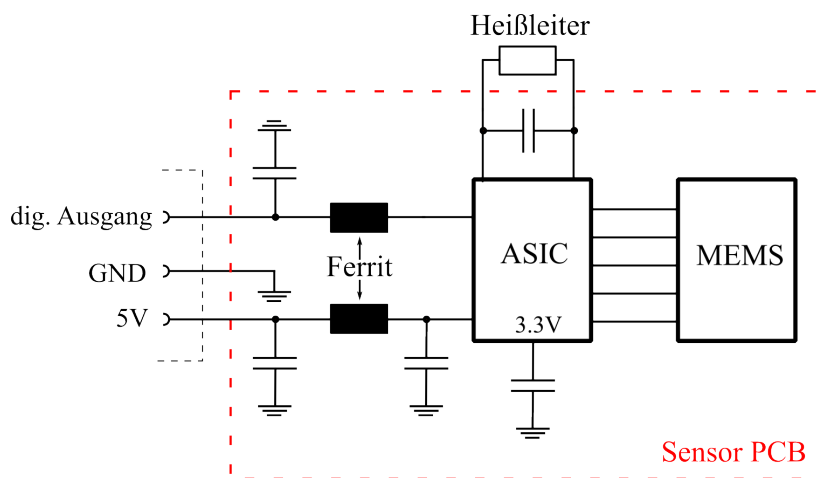
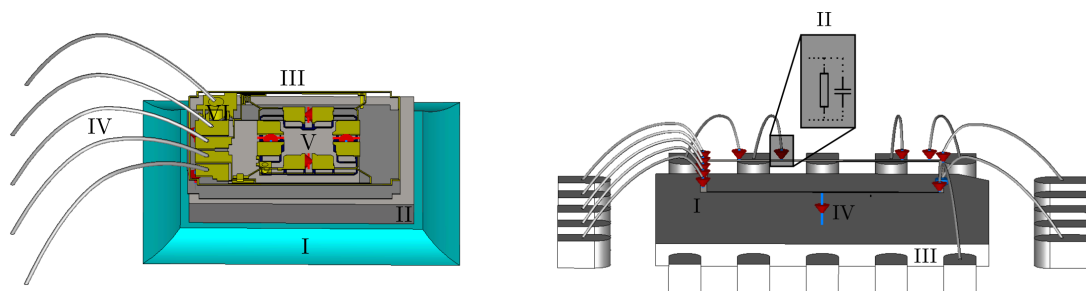


Abbildung 5.1: Schaltplan des analysierten Drucksensors

Um die Abweichung im Drucksignal in der BCI-Prüfung zu simulieren, wird ein Modell des BCI-Setups (siehe Anhang B.2), das Sensormodell und die Simulation der "Least Significant Bits"(LSB) gemäß [70] verwendet. Für das Sensormodell werden dazu die Geometrien der Leiterplatte, des Steckers und des Gehäuses in einem CAD-Modell dargestellt. Das Modell umfasst auch Teile des MEMS und ASIC (z. B. Bonds, Pads, exposed Pad und Masse-Ring), wie in Abb. 5.2a und Abb. 5.2b gezeigt.

Mit dem Parasitenextraktionsverfahren aus Kapitel 2.1.2 wird das CAD-Modell in ein äquivalentes elektrisches Netzwerk umgewandelt, das die parasitären Eigenschaften der elektromagnetischen Felder des Modells abbildet.

Dieses Netzwerk wird zusammen mit den diskreten Bauelementen (Ferrite und Kapazitäten) in einer Netzwerkschaltung kombiniert. Die internen Impedanzen des ASIC werden durch die Abschlussimpedanzen der Pins mithilfe von äquivalenten RC-Netzwerken beschrieben. Die internen Spannungsregler werden ebenfalls in ihren Arbeitspunkten durch RC-Netzwerke modelliert, wie in [71] gezeigt.



(a) CAD-Modell des MEMS mit (I) Klebstoff, (II) Substrat, (III) funktionale Schicht, (IV) Bonds, (V) Wheatstone-Brücke und (VI) Temperaturdiode

(b) CAD-Modell des ASICs mit (I) Masse-Ring, (II) RC-Terminierung, (III) exposed Pad und (IV) interne Massekapazität

Abbildung 5.2: Verwendete CAD-Modelle des MEMS und ASIC des Drucksensors in Abb. 5.1

In Abbildung 5.3 ist das Schaltungsmodell des MEMS-Elements dargestellt. Es enthält nicht nur die Piezowiderstände $R_1 - R_4$ der Wheatstone-Brücke, sondern auch ihre internen parasitären Kapazitäten $C_1 - C_4$. Die differentielle Spannung an den Anschlüssen + und – ist proportional zum gemessenen Druck.

Das Kleinsignalverhalten der Temperaturdiode wird ebenfalls berücksichtigt. Dadurch kann die Temperaturdiode mit dem differentiellen Widerstand r_D , der Diffusionskapazität C_D und dem Bulk-Widerstand R_B der dotierten Schichten beschrieben werden [72, S. 22 ff.].

Nach [70] ist die Höhe der Störung aufgrund der Einkopplung im BCI-Verfahren am Analog-Digital-Wandler (ADC, engl.: Analog-Digital-Converter) proportional zur Abweichung des gemessenen Drucksignals aufgrund dieser Störung. Daher wird mithilfe dieses Modells die differentielle Spannung des Drucksignals am ADC in CST Studio [64] simuliert.

Um die Schaltungssimulation mit Messungen zu vergleichen, wird die simulierte Abweichung der Spannung am ADC mithilfe der funktionalen Eigenschaften des Sensors in LSB umgewandelt, wie in [70] gezeigt. Das LSB gibt an, welche kleinste Abweichung der Sensor auflösen kann. Wenn der Sensor beispielsweise eine Auflösung von 0,1 kPa hat und eine Abweichung von 100 LSB gemessen wird, entspricht dies einer Abweichung von 10 kPa.

Aufgrund der diskreten Abtastfrequenz des ADC tritt die maximale Abweichung bei schmalbandigen Vielfachen der Abtastfrequenz auf. In [70] wird eine Frequenzmodulation vorgestellt, um die maximale Abweichung zuverlässig zu messen. Dabei werden die Parameter der Frequenzmodulation (Modulationsfrequenz, Schrittweite, Messdauer usw.) an die Eigenschaften des Sensors (Abtastfrequenz, Samplingrate

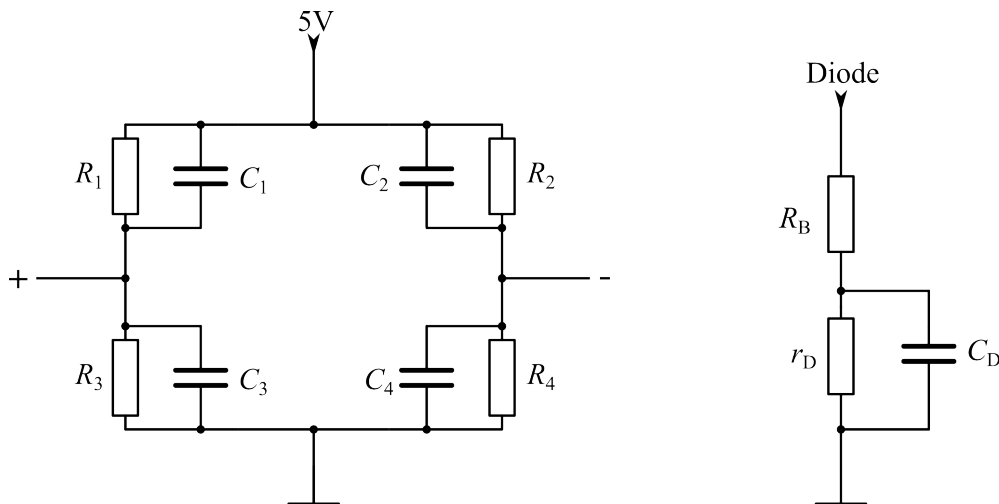


Abbildung 5.3: Schaltungsmodell der Wheatstone-Brücke und der Temperaturdiode für das CAD-Modell in Abb. 5.2

usw.) angepasst, um ausreichend Messdaten innerhalb der schmalbandigen Vielfachen der Abtastfrequenz zu erhalten und gleichzeitig eine vertretbare Messdauer zu ermöglichen.

Anhand von Beispielen wird in [70] gezeigt, dass durch die vorgeschlagene Frequenzmodulation eine Vergleichbarkeit von Messung und Simulation erreicht wird, wie in Abb. 5.4 dargestellt.

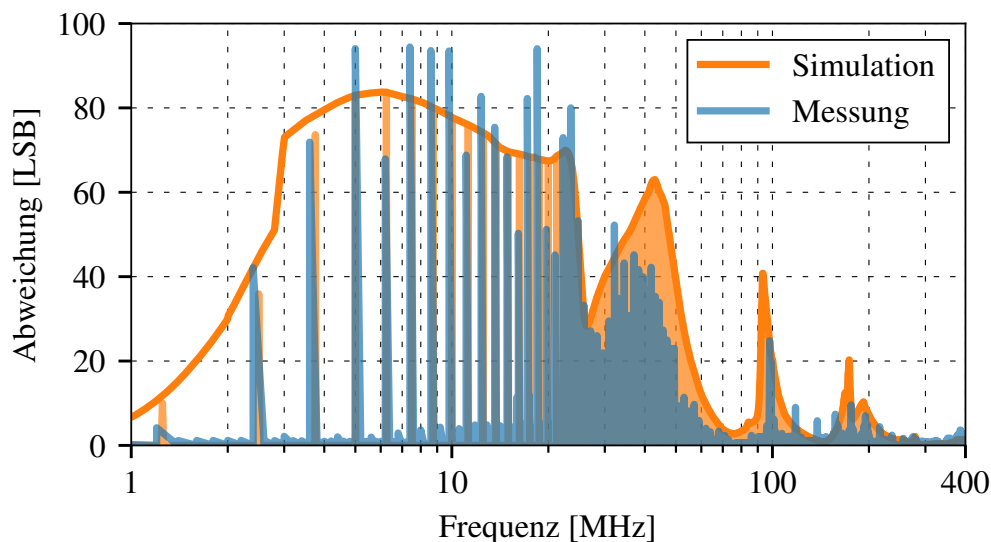


Abbildung 5.4: Vergleich zwischen gemessener und simulierter Abweichung des Sensorsignals in LSB im 300 mA Closed-Loop BCI-Test [70]

Die Ergebnisse eines 300 mA Closed-Loop BCI-Tests des Sensors in Abbildung 5.4 zeigen eine hohe Übereinstimmung zwischen Messungen und Simulation. Es ist jedoch eine deutliche Abweichung des Drucksignals (in LSB) vom gemessenen Druck ohne Störeinkopplung erkennbar. Diese hohe Übereinstimmung ermöglicht nun die Analyse des Modells hinsichtlich des Kopplungspfades.

Hierzu werden die relevanten Elemente zur korrekten Vorhersage der Abweichung des Sensorsignals mithilfe der Netzwerksensitivitätsanalyse aus Abschnitt 2.1.3 bei 10 MHz, wie in [73] gezeigt, bestimmt. Die Frequenz von 10 MHz wird gewählt, um die Sensitivitäten außerhalb einer Resonanz zu bestimmen. Da die Sensitivitätsanalyse aus Abschnitt 2.1.3 ein RLC-Modell mit Strom- und Spannungsquellen benötigt, wird die BCI-Einkopplung nach [69] nun durch eine konstante CM-Stromquelle zwischen Stecker und Tisch dargestellt, wobei ein großer Teil des Stroms über die Sensormasse zum Tisch fließt.

Anschließend wird die Sensitivität der differentiellen Spannung U_{diff} am ADC bzgl. einer Änderung sämtlicher Netzwerkelemente berechnet. Abb. 5.5 zeigt die relevanten Schaltungselemente. Es werden nur Elemente dargestellt, die mindestens 5 % der Sensitivität des sensitivsten Elements aufweisen.

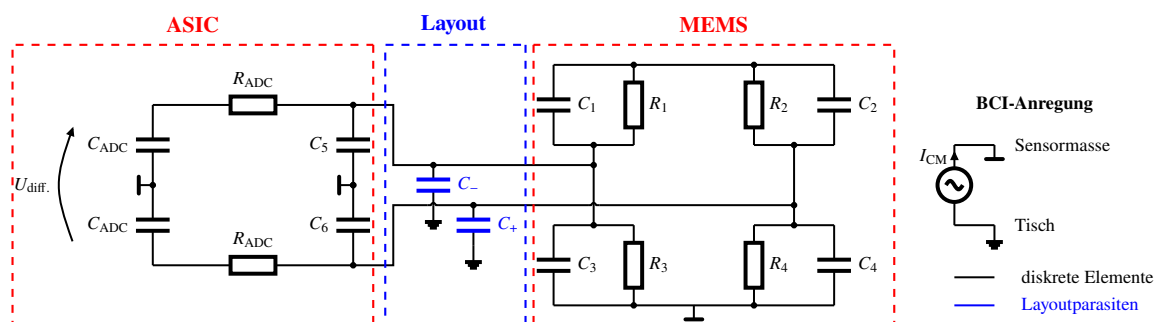


Abbildung 5.5: Die durch die Sensitivitätsanalyse identifizierten relevanten Schaltungselemente des Drucksensors sind: $R_1 - R_4$ Wheatstone-Brückenwiderstände, $C_1 - C_4$ parasitäre MEMS-Kapazitäten, C_+ und C_- Kapazitäten zwischen MEMS und ASIC und dem Tisch, C_5 und C_6 Eingangskapazitäten; R_{ADC} und C_{ADC} sind Widerstände und Kapazitäten des ADC.

Danach werden diese Netzwerksensitivitäten mit den konstruktiven Sensitivitäten gemäß Abschnitt 2.1.4 verknüpft. Dadurch ist es möglich, die Änderung der Spannung U_{diff} in Bezug auf eine Modifizierung der Geometrie (wie z. B. einer Änderung der Leiterbahnen) zu bewerten. Abb. 5.6 zeigt die Ergebnisse der 3D-Sensitivitätsanalyse als farbcodierte Karte.

Auf der Oberseite befinden sich das MEMS und die vier Bonddrähte für die Masse, die Versorgung und das differentielle Drucksignal, wobei sich die Leiterbahnen

des differentiellen Drucksignals in der Mitte befinden und über das Layout zu den differentiellen ASIC-Eingängen des ADC auf der Unterseite geführt sind. Gemäß Abschnitt 2.1.4 zeigt die blaue Farbe an, dass eine Vergrößerung der Oberfläche die differentielle Spannung reduziert, während rote Oberflächenelemente kleiner werden müssen. Eine Vergrößerung der Oberfläche bedeutet eine Erhöhung der parasitären Kapazität zum Tisch, während eine Verkleinerung eine Reduzierung bedeutet.

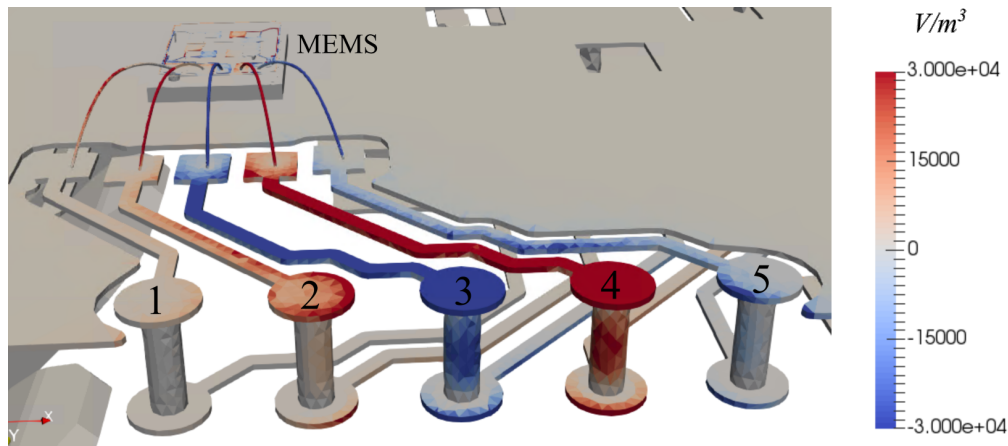


Abbildung 5.6: Visualisierung der 3D-Sensitivitätsanalyse für 10 MHz der Layoutstruktur zwischen MEMS und ASIC

Das differentielle Spannungssignal U_{diff} ist das Ergebnis der Umwandlung des eingepprägten Gleichtaktsignals in ein Gegentaktsignal. Die Sensitivitätsanalyse zeigt, dass eine Optimierung der parasitären Kapazitäten C_- und C_+ zu einer Reduzierung dieser Umwandlung führt.

Auf Basis der 3D-Sensitivitätsanalyse des Sensors in Abb. 5.6 werden nun kleine Änderungen am Layout des Sensors vorgenommen:

- In (I) wird die Fläche der rot markierten Leiterbahn 4 um ca. 1 mm^2 vergrößert.
- In (II) wird die Fläche der blau markierten Leiterbahn 3 um weniger als ca. 1 mm^2 vergrößert.

Die Änderungen des zugehörigen Modells sind in Abb. 5.7 veranschaulicht und verdeutlichen dabei die Geringfügigkeit der Layoutänderungen. In Abb. 5.8 sind die Abweichungen des Sensorsignals in BCI-Messungen für die verschiedenen Layoutanpassungen dargestellt. Durch Veränderung des Layouts an der korrekten Stelle konnte eine Verbesserung der Störfestigkeit (in Form einer Reduktion der LSB) um den Faktor 4 erreicht werden.

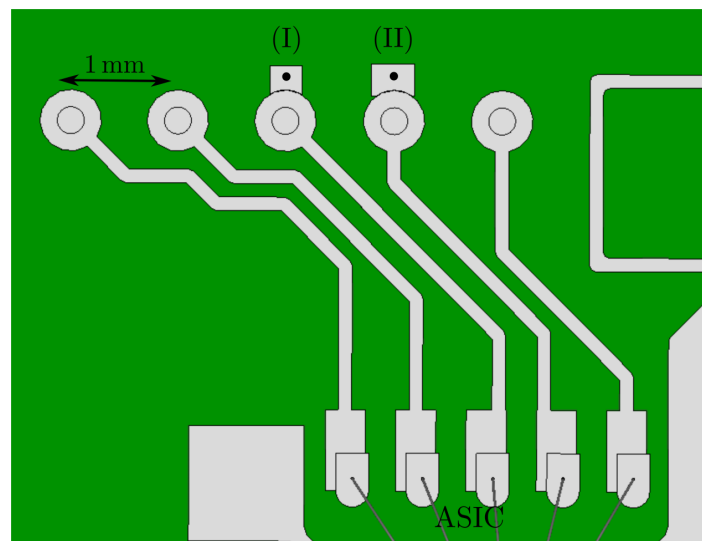


Abbildung 5.7: Im CAD-Modell hinzugefügte Flächen zu den Leiterbahnen: (I) optimiertes Layout (II) verschlechtertes Layout

Wird dagegen die Fläche der rot markierten Leiterbahn erhöht, verstärkt sich die Asymmetrie und das Störfestigkeitsverhalten des Sensors verschlechtert sich um einen Faktor 4, wie die Messung (blaue Kurve) in Abb. 5.8 veranschaulicht.

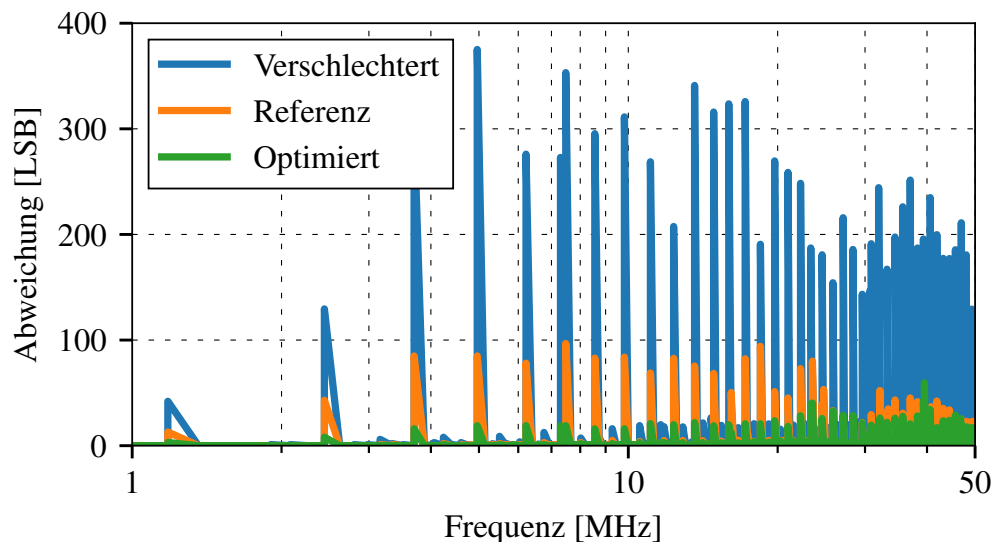


Abbildung 5.8: Abweichung des Sensorsignals in LSB aufgrund Störungen im BCI-Test für verschiedene Layout-Konfigurationen

Das Potenzial für eine signifikante Verbesserung wird erkannt und quantifiziert durch die Verwendung der Sensitivitätsanalyse. Diese Verbesserung kann durch eine geringfügige Layout-Änderung realisiert werden, ohne dass ein diskretes Filterelement oder

eine weitere Vergrößerung des Sensors erforderlich ist. Die AC-Sensitivitätsanalyse eignet sich in diesem Beispiel, da die Gleichtaktstörung aufgrund der Einkopplung im BCI-Verfahren am ADC breitbandig auftritt.

Wie im einfachen Beispiel in Abschnitt 4.1 gezeigt wurde, kann das Verfahren jedoch nicht ohne weiteres für Resonanzen angewandt werden. Die folgenden Beispiele zeigen schmalbandige Resonanzen, die entweder das Emissions- oder Störfestigkeitsverhalten der Komponente negativ beeinflussen. Aus diesem Grund wird im Folgenden die modale Methode betrachtet.

5.2 Leitungsgebundene Emissionen eines elektrischen Kompressors

Die Störemissionen elektronischer Komponenten sind unter anderem in der Leistungselektronik relevant [1, S. 1], da das Schalten hoher Spannungen und Ströme zu hohen Emissionen führt. Durch den mehrlagigen Aufbau, die verschiedenen Massekonzepte sowie den oft mehrstufigen Filteraufbau können komplexe Resonanzen sowohl im funktionalen Aufbau als auch im Filterdesign/Massekonzept leistungselektronischer Komponenten entstehen. Diese zu analysieren, zu verstehen und bestenfalls zu optimieren, stellt einen zentralen Punkt in der EMV-Entwicklung der Leistungselektronik dar.

Als Beispiel für die Verwendung der modalen Analyse zur Untersuchung von Resonanzen wird im Folgenden ein Entwicklungsmuster eines elektrischen Kompressors untersucht.

5.2.1 Messaufbau

Zunächst wird die Messung der Emissionen betrachtet und die zu untersuchenden kritischen Resonanzen ausgewählt. Der untersuchte elektronische Kompressor besteht aus einem 3-Phasen-Wechselrichter mit einer Schaltfrequenz von 16 kHz, der einen bürstenlosen 48 V-Gleichstrommotor versorgt. Die Elektronik der Ansteuerung wird direkt über zusätzliche 12 V-Bordnetznachbildungen (BNN) versorgt.

In Abb. 5.9a ist die Aufteilung der Leiterplatte zu erkennen, bestehend aus der Ansteuerung/Logik, der Leistungselektronik mit dem Wechselrichter und dem vorgeschalteten mehrstufigen EMV-Filter. Viele der Filterelemente sind auf der Rückseite der Leiterplatte bestückt und daher nicht sichtbar.

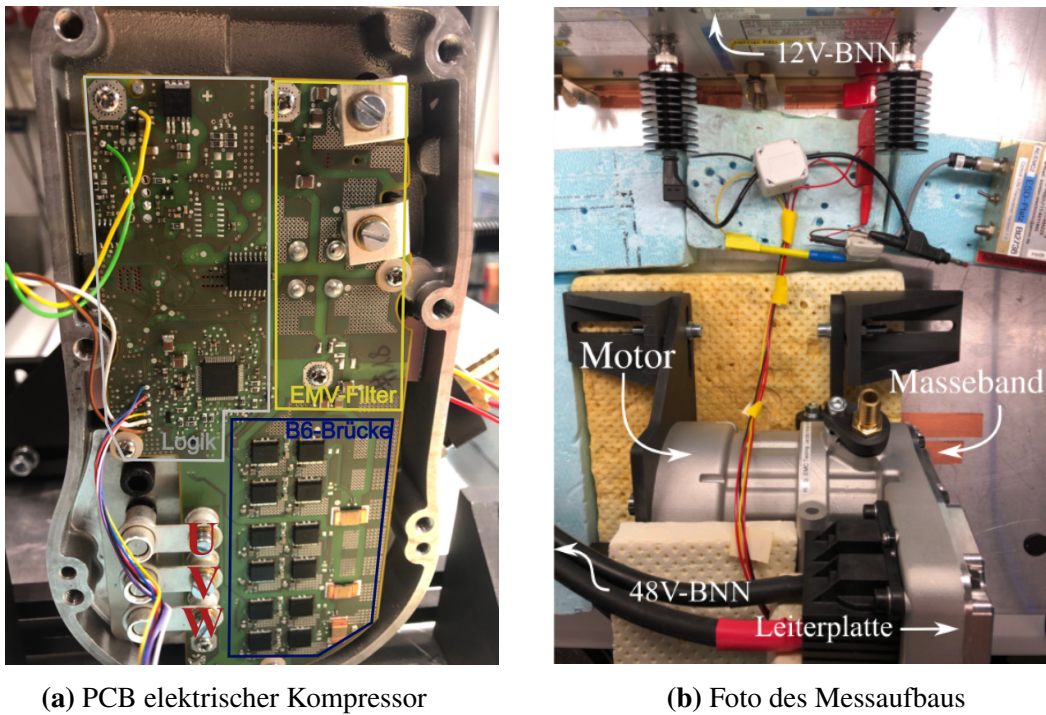


Abbildung 5.9: Aufbau des elektrischen Kompressors und Foto des Messaufbaus

Die EMV-Filter der 48 V-Versorgung bestehen aus Gegentaktinduktivitäten sowie Gegentakt- und Gleichtaktkapazitäten (C_x und C_y) vor und nach den Induktivitäten. Bei der 12 V-Versorgung besteht der EMV-Filter lediglich aus C_x - und C_y -Kapazitäten. Zusätzlich werden die Massen der beiden Systeme mittels zweier diskreter Kapazitäten hochfrequenztechnisch verbunden. Der Aufbau des elektrischen Kompressors ist schematisch in Abb. 5.10 dargestellt.

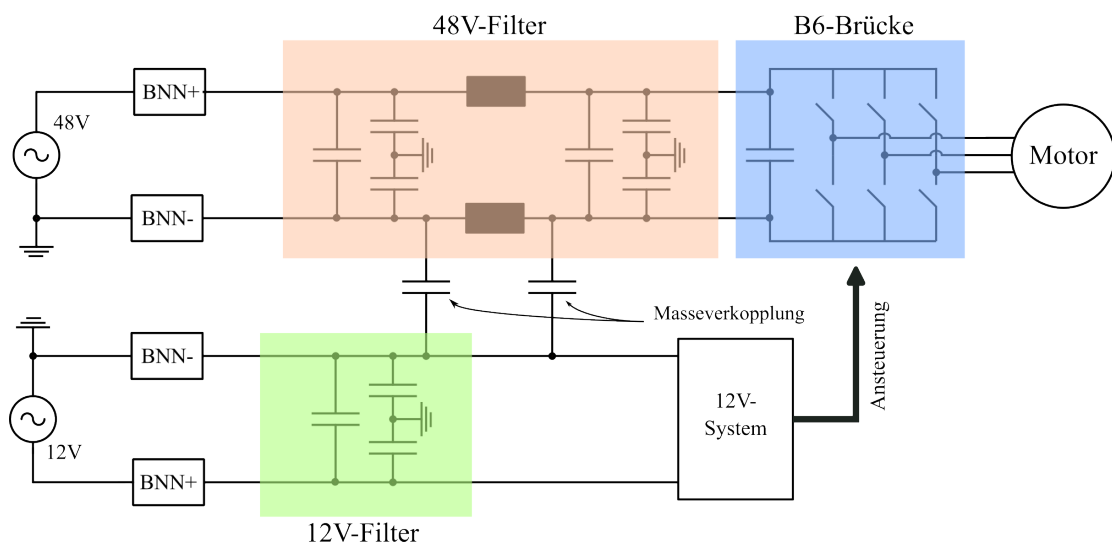


Abbildung 5.10: Schematischer Aufbau des elektrischen Kompressors aus Abb. 5.9a

Der Prüfaufbau sowie das Verfahren zur Messung der leitungsgebundenen Emissionen von leistungselektronischen Komponenten sind im Anhang B.1 beschrieben. Es werden die leitungsgeführten Emissionen im Frequenzbereich von 0,1 MHz–200 MHz an den 48 V-BNNs (48 V-BNN+ und 48 V-BNN-) mit einem Mittelwert-Detektor gemäß CISPR25 [74] betrachtet. Die Ergebnisse an der 48 V-BNN+ sind in Abb. 5.11 dargestellt.

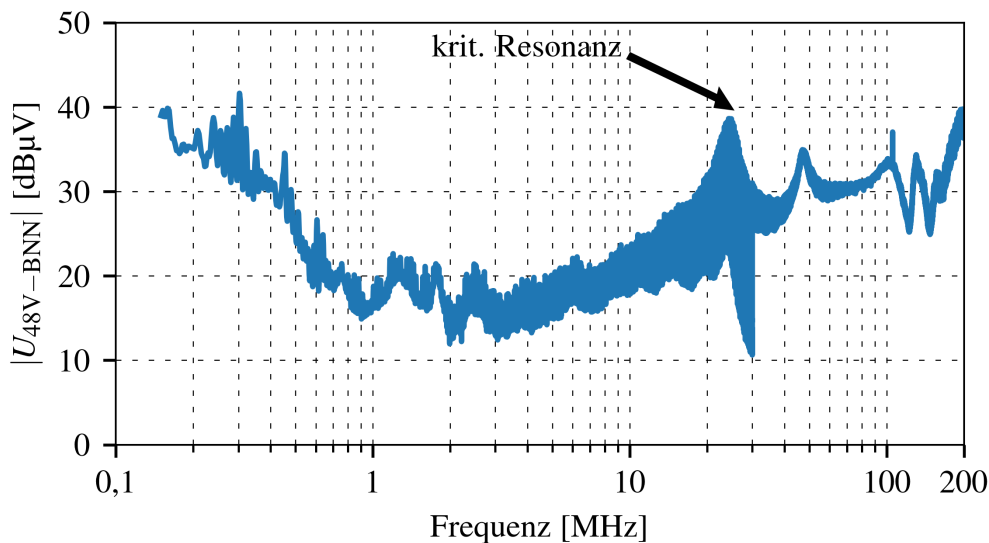


Abbildung 5.11: Nach Abb. 5.9b gemessene leitungsgeführte Emissionen des elektrischen Kompressors aus Abb. 5.10 im Frequenzbereich 0,1 MHz–200 MHz

Die Resonanz bei ca. 25 MHz führt zu einer stark erhöhten Störaussendung und soll daher im Folgenden mit der modalen Analyse untersucht und anschließend optimiert werden.

5.2.2 Systemsimulation

Die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellte modale Analyse aus Kapitel 3 und Kapitel 4 zur Untersuchung und Optimierung von Resonanzen setzt eine lineare Schaltungsbeschreibung im Frequenzbereich voraus. Im Folgenden wird daher die Systemsimulation beschrieben, die anschließend verwendet wird, um mittels der modalen Analyse die als kritisch eingestufte Resonanz bei ca. 25 MHz zu analysieren.

Das Gehäuse sowie die Platine des Kompressors lassen sich im CAD-Modell abbilden und mit dem Parasitenextraktionsverfahren aus Abschnitt 2.1.2 durch Netzwerkelemente im betrachteten Frequenzbereich beschreiben. Das CAD-Modell ist in

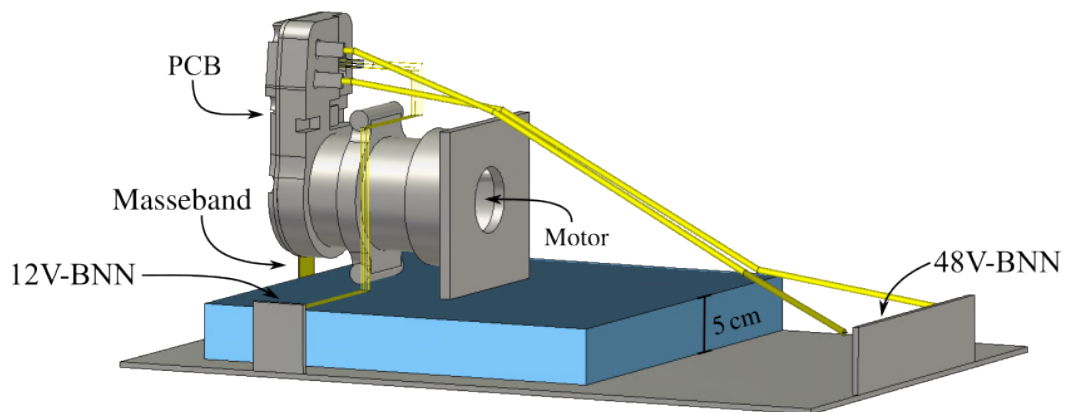


Abbildung 5.12: CAD-Modell des untersuchten Kompressors in CST Studio Suite [64]

Abb. 5.12 veranschaulicht. Diskrete Elemente wie Zwischenkreiskapazitäten, Filterelemente usw. werden durch ihre nominalen Werte sowie ESL und ESR beschrieben. Die ICs werden durch die Eingangsimpedanz (RLC-Netzwerke) der Pins abgebildet. Die BNN wird durch das Netzwerk in Abb. B.2 modelliert. Der Motor wird über Impedanzmessungen an ein Ersatzschaltbild angepasst und nicht mittels des CAD-Modells abgebildet.

Da sich die Methode auf die Untersuchung von linearen, zeitinvarianten (LTI)-Systemen beschränkt, die aus Widerständen, Kapazitäten sowie Induktivitäten und deren Verkopplungen bestehen, muss schließlich eine geeignete Beschreibung der nichtlinearen Bauteile (in diesem Fall Dioden und Transistoren) im Frequenzbereich gewählt werden. Insbesondere muss eine Beschreibung des Schaltverhaltens der Transistoren gefunden werden, da diese einen wesentlichen Beitrag zur Störaussendung leisten und die Resonanz anregen.

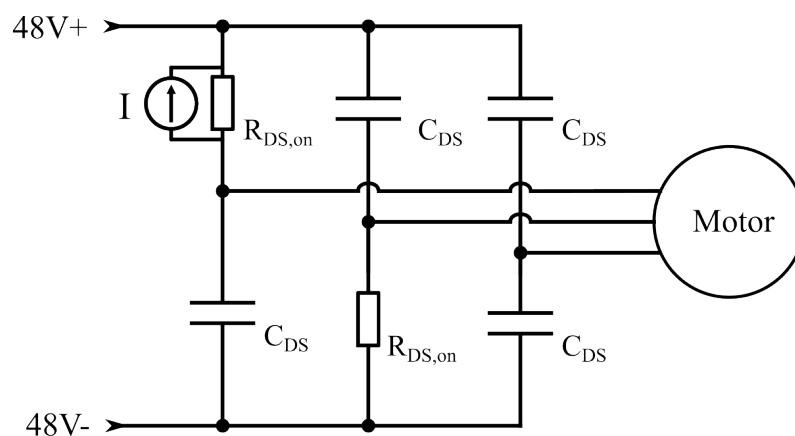


Abbildung 5.13: Aufbau des Modells der B6-Brücke aus Abb. 5.10 zur quantitativen Simulation der Emissionen durch Abbildung eines konkreten Schaltzustands

In diesem Beispiel wird ein konkreter Schaltzustand der Brücke nachgebildet. Dazu wird ein Zustand gewählt, bei dem alle Schalter entweder geschlossen oder geöffnet sind und aktuell kein Schaltvorgang stattfindet. In [75] wird gezeigt, dass zur Simulation der leitungsgebundenen Emissionen eines Abwärtswandlers im Frequenzbereich geöffnete Schalter durch ihre Drain-Source-Kapazitäten C_{DS} und geschlossene Schalter durch ihren Serienwiderstand $R_{DS,on}$ inklusive äquivalenter Quellen abgebildet werden können.

Für das Modell des elektrischen Kompressors werden daher alle geschlossenen Schalter durch ihre Serienwiderstände und alle geöffneten Schalter durch ihre Drain-Source-Kapazitäten abgebildet, wie in Abb. 5.13 dargestellt. Anschließend wird eine Spannungsquelle in Serie zu einem geschlossenen Schalter eingebracht und mit dem Serienwiderstand des Schalters in eine äquivalente, konstante Stromquelle umgewandelt. Dadurch ist zwar keine quantitative Simulation der Störaussendung möglich, jedoch lassen sich die kritischen Resonanzen im Frequenzgang der Spannungsamplitude an den BNN ausfindig machen.

Das endgültige Netzwerkmodell umfasst 207 Netzwerkknoten und 8345 Schaltungselemente, darunter Widerstände, Induktivitäten und deren Verkopplungen sowie Kapazitäten.

5.2.3 Resonanzanalyse

Um die Resonanz bei ca. 25 MHz zu untersuchen, werden alle Eigenmoden des Systems bestimmt. Dazu wird das Eigenwertproblem aus Gl. (2.2.7) mithilfe des QR-Verfahrens in Matlab [65] gelöst. Da nach Gl. (3.1.9) das Verhalten an jeder Resonanz durch lediglich eine Mode dominiert wird, kann die für die Resonanz verantwortliche Mode anhand ihres Eigenwerts ermittelt werden. Gemäß Gl. (3.1.5) kann die Resonanz bei ca. 25 MHz der Mode mit $\frac{1}{2\pi}\omega_0\sqrt{1-\zeta^2} = 26,9$ MHz zugeordnet werden.

Anschließend erfolgt eine Betrachtung der Energie der Kapazitäten und Induktivitäten basierend auf dem Eigenvektor der identifizierten Mode gemäß dem Verfahren in Kapitel 3.

In Abb. 5.14 sind die Ergebnisse der modalen Energiebetrachtung dargestellt. Dabei sind nur die Elemente aufgeführt, die einen Anteil von mind. 5 % an der maximalen Gesamtenergie gemäß Gl. (2.1.19) und Gl. (2.1.20) haben. Es ist jedoch zu beachten, dass ein großer Teil der Energie auf viele kleine partielle Induktivitäten verteilt ist, die aus Darstellungsgründen nicht in der Tabelle aufgeführt sind.

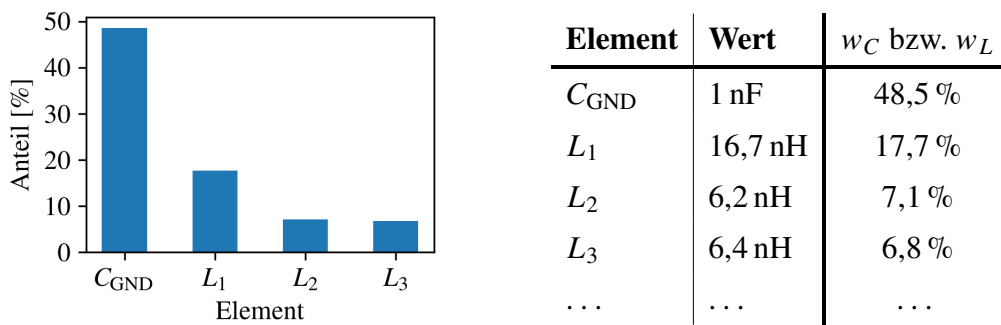


Abbildung 5.14: Prozentuale Verteilung der elektromagnetischen Energie der zur Resonanz mit ca. 25 MHz assoziierten Mode auf die Induktivitäten und Kapazitäten des Systems

Durch die beschriebene Methode kann nun ermittelt werden (vgl. Abb. 5.14), dass die 25 MHz Resonanz maßgeblich durch die Kapazität C_{GND} , welche die isolierte Massen des 12 Volt-Systems und des 48 Volt-Systems verbindet und den parasitären Induktivitäten der Filterkapazitäten (C_x und C_y Kapazitäten) der beiden Systeme bestimmt ist. In Abb. 5.15 ist der relevante Bereich der Schaltung des Kompressors markiert.

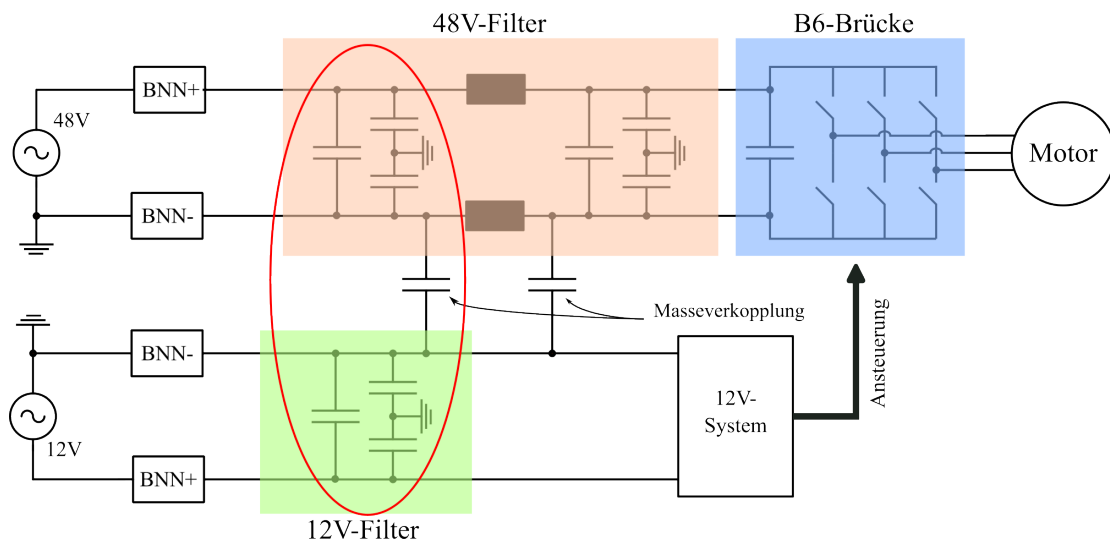


Abbildung 5.15: Für die Resonanz bei ca. 25 MHz verantwortlicher Bereich (rote Markierung) im Schaltplan des Kompressors aus Abb. 5.9a

Über die Betrachtung der relativen Stromverteilung im Netzwerk, die durch die Mode charakterisiert wird, kann der Resonanzkreis beschrieben werden. Der Resonanzkreis ist vereinfacht in Abb. 5.16 visualisiert, wobei parasitäre Elemente (primär parasitäre Induktivitäten) zur besseren Übersichtlichkeit nicht dargestellt werden. Da zudem

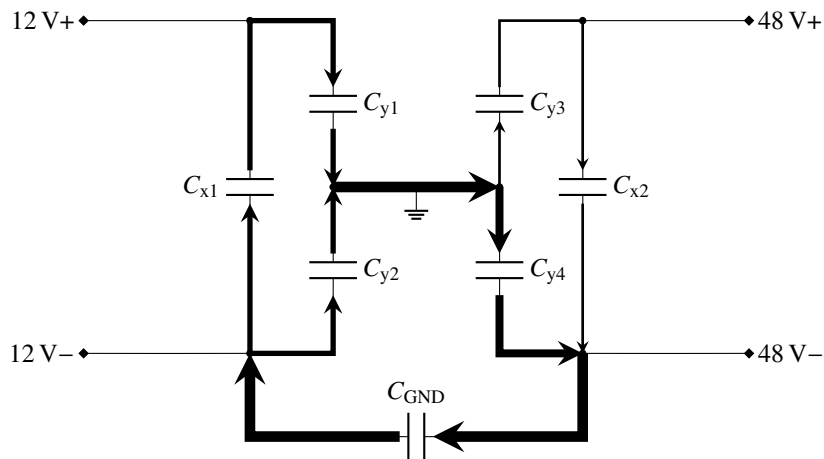


Abbildung 5.16: Visualisierung des Resonanzkreises für die Resonanz bei ca. 25 MHz (vgl. Abb. 5.15)

nur der Resonanzkreis visualisiert wird, kann auf die Darstellung der externen Quellen verzichtet werden. Es ist erkennbar, dass sich der Resonanzkreis über die Filterkapazitäten schließt, die jedoch keinen signifikanten Beitrag zur Resonanz leisten. Eine Änderung der Kapazität C_{GND} hat somit nach Abb. 5.14 sowie Abb. 5.16 den größten Einfluss auf die Resonanzfrequenz.

5.2.4 Resonanzoptimierung

Basierend auf den Erkenntnissen im vorherigen Kapitel wird das Massekonzept überarbeitet. Dafür wird die kapazitive Verbindung zwischen der Masse des 12 V-Systems und der Masse des 48 V-Systems durch Entfernen der Kapazität C_{GND} , welche aus funktionalen Gründen nicht benötigt wird, unterbrochen. Dadurch wird die Kapazität des Resonanzkreises reduziert, sodass nur eine geringe parasitäre Kapazität verbleibt.

Nachdem die Verbindung entfernt und die Störemissionen erneut gemessen wurden, ergibt sich das in Abb. 5.17 dargestellte Störspektrum. Es ist zu erkennen, dass die untersuchte Resonanz bei 25 MHz durch die Maßnahme im betrachteten Frequenzbereich nicht mehr sichtbar ist. Das restliche Emissionsverhalten bleibt unverändert.

Die Maßnahme zur Optimierung des Resonanzverhaltens durch Entfernen der Kapazität C_{GND} des Kompressors ist letztendlich einfach umzusetzen. Es ist jedoch wichtig zu betonen, dass das verwendete Schaltungsmodell aus 8345 Elementen besteht. Die manuelle Beschreibung des Resonanzkreises bzw. der maßgeblich an der Resonanz beteiligten Elemente in solch großen Netzwerken ist daher sehr zeitaufwendig, was es schwierig macht, diese Maßnahme überhaupt zu identifizieren.

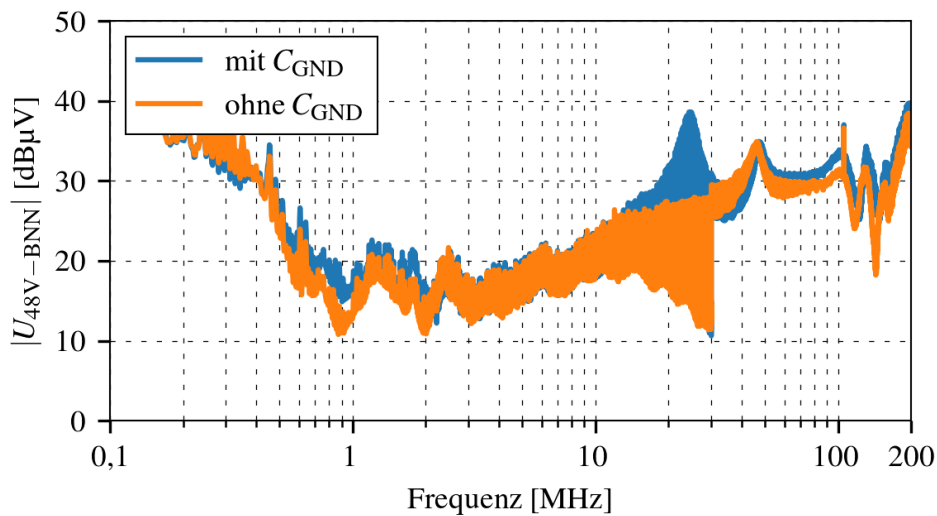


Abbildung 5.17: Leitungsgebundene Emissionen des Kompressors vor und nach der Optimierung des Massekonzepts durch Entfernen der Kapazität C_{GND}

5.3 Störfestigkeit eines Sensors im Stromspeisungsverfahren

Die Störfestigkeit vieler Sensoren ist eine Herausforderung, da sie geringe Spannungen und Ströme zur Messung physikalischer Größen verwenden. Aufgrund des kompakten Aufbaus und des hohen Kostendrucks beschränken sich die möglichen EMV-Maßnahmen meist auf die Optimierung des Layouts oder eine Anpassung der integrierten Schaltung. Die Änderung der Applikationsbeschaltung, wie im Fall des elektrischen Kompressors, ist in der Regel aus funktionalen Gründen in der Sensorik nicht möglich.

Aus diesem Grund soll hier die modale 3D-Sensitivitätsanalyse gemäß Abschnitt 4.3 zur Layoutoptimierung und Reduzierung von Resonanzamplituden angewendet werden. Das beschriebene modale Verfahren wird anhand eines Mitteldrucksensors für Automobilanwendungen diskutiert.

5.3.1 Systemsimulation

Der untersuchte Drucksensor ist dem Sensor in Abschnitt 5.1 sehr ähnlich aufgebaut. Aus diesem Grund wird derselbe Modellierungsansatz, der in Abschnitt 5.1 beschrieben wurde, zur Simulation der Abweichung des Drucksignals in der BCI-Prüfung verwendet.

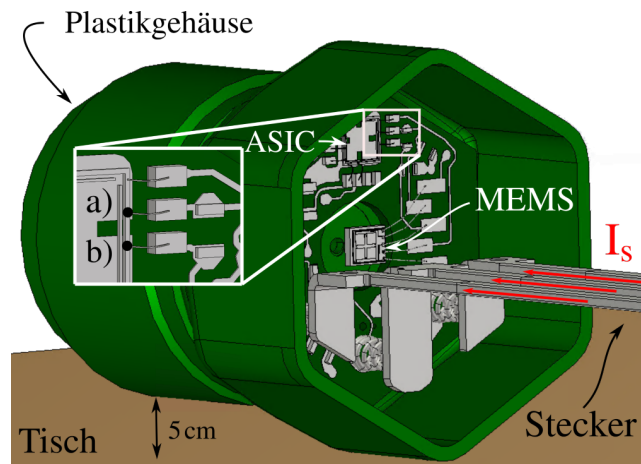


Abbildung 5.18: CAD Modell des untersuchten Mitteldrucksensors im BCI-Prüfverfahren

Das verwendete CAD-Modell des Sensors ist in Abb. 5.18 dargestellt. Gemäß dem Verfahren nach [70] werden der MEMS und der ASIC erneut als kombiniertes Modell beschrieben. Dabei werden die Layoutstrukturen auf dem Halbleiter im CAD-Modell abgebildet, während die funktionale Schaltung im Halbleiter durch äquivalente RC-Netzwerke modelliert wird. Die internen Impedanzen des ASIC werden durch die Abschlussimpedanzen der Pins mithilfe von äquivalenten RC-Netzwerken beschrieben. Für das MEMS mit der Wheatstone-Brücke und der Temperaturdiode wird erneut das Schaltungsmodell aus Abb. 5.3 verwendet.

Sowohl im BCI- als auch im RIA-Verfahren wird ein hoher Gleichtaktstrom in den Kabelbaum des Sensors eingekoppelt. Aus diesem Grund wird im verwendeten Modell über den Stecker in Abb. 5.18 ein konstanter Gleichtaktstrom über den betrachteten Frequenzbereich eingepreßt.

In [70] wurde die Störfestigkeit solcher Drucksensoren sowohl simulativ als auch messtechnisch untersucht. Es konnte gezeigt werden, dass bereits geringfügige differentielle Störspannungen im Bereich zwischen ASIC und MEMS zu erheblichen Abweichungen der Messwerte führen. Daher soll das Resonanzverhalten für die differentielle Spannung

$$U_{ASIC} = U_a - U_b \quad (5.3.1)$$

(zwischen den Punkten a) und b) in Abb. 5.18) an den Eingangssignalpins des ASICs bei einer Gleichaktanregung I_s am Stecker (siehe Abb. 5.18) untersucht und mithilfe der modalen Sensitivitätsanalyse optimiert werden. Die Ergebnisse der Simulation sind als Frequenzgang der Spannung U_{ASIC} in Abb. 5.26 als Referenzlayout dargestellt. Dabei lassen sich hohe Spannungsamplituden für die Resonanzen bei 709 MHz, 1180 MHz und 1470 MHz erkennen.

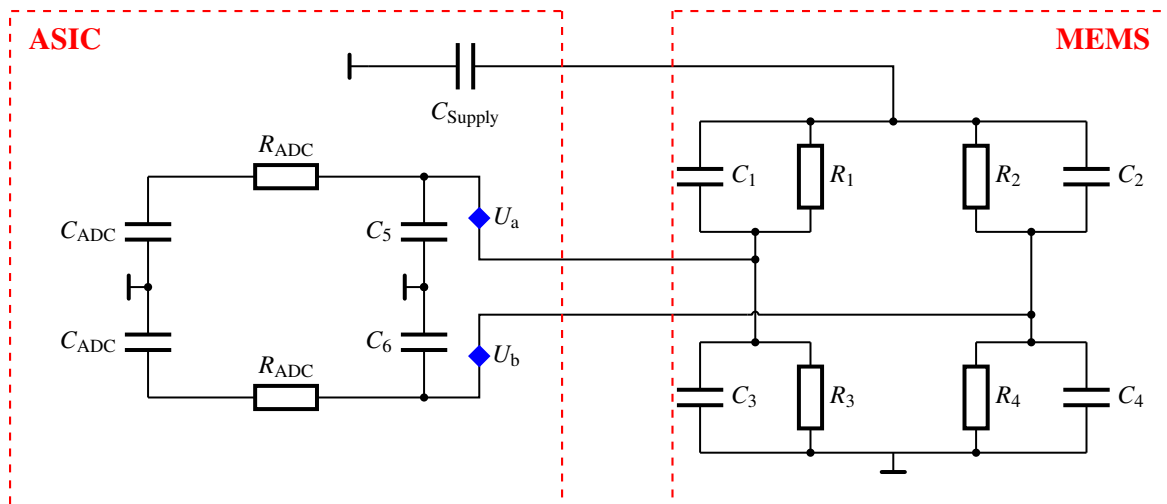


Abbildung 5.19: Vereinfachtes Modell der Wheatstone-Brücke des MEMS und den Eingangskapazitäten des ASICs des Drucksensors aus Abb. 5.18

Die diskreten Elemente des Teils des Modells, der zur späteren Beschreibung der Resonanzen der differentiellen Spannung des Drucksignals notwendig ist, sind vereinfacht in Abb. 5.19 dargestellt. Dieser Teil besteht aus den Abschlussimpedanzen des ASICs sowie den Schaltungen der Wheatstone-Brücke und der Temperaturdiode im MEMS.

Dabei sind $R_1 - R_4$ die Widerstände der Wheatstone-Brücke, $C_1 - C_4$ die Kapazitäten des MEMS, C_5 und C_6 die Eingangskapazitäten des ASICs, C_{Supply} die interne Kapazität des ASICs für die Versorgungsspannung und R_{ADC} und C_{ADC} die Widerstände und Kapazitäten des ADCs.

Im nächsten Schritt wird das CAD-Modell mithilfe des Parasitenextraktionsverfahrens durch Netzwerkelemente im betrachteten Frequenzbereich beschrieben und durch diskrete Schaltungskomponenten ergänzt. Das resultierende Schaltungsmodell besteht dabei aus insgesamt 476 Elementen.

5.3.2 Resonanzanalyse

Beispielhaft werden die Resonanzen bei 709 MHz und 1180 MHz analysiert. Dazu wird das Schaltungsmodell gemäß Gl. (3.1.1) bezüglich seiner Eigenmoden dargestellt. Es ergeben sich dabei 11 konjugiert komplexe Eigenwerte und damit 11 potentielle Resonanzen, wobei nicht alle im Frequenzgang der Spannung U_{ASIC} im Bereich von 1 MHz bis 2 GHz sichtbar sind.

Die für die Resonanz verantwortlichen Moden können anhand ihres Eigenwerts ermittelt werden. So kann nach Gl. (3.1.5) die Resonanz bei 709 MHz der Mode mit

$$\frac{1}{2\pi} \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} = 700 \text{ MHz}$$

und die Resonanz bei 1180 MHz der Mode mit

$$\frac{1}{2\pi} \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} = 1148 \text{ MHz}$$

zugeordnet werden.

Anschließend werden die Energien der Kapazitäten und Induktivitäten aufgrund des Eigenvektors der Mode betrachtet. Die Ergebnisse sind in Abb. 5.20 dargestellt. Dabei sind erneut nur die Elemente mit einem Anteil von mind. 5 % gemäß Gl. (2.1.19) und Gl. (2.1.20) aufgelistet. Da zudem nur der Resonanzkreis visualisiert wird, wird auf die Darstellung der externen Quellen verzichtet.

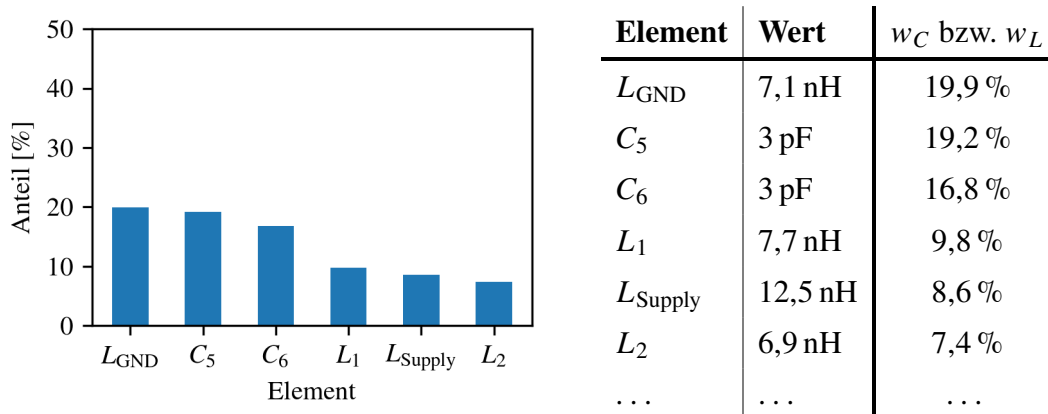


Abbildung 5.20: Prozentuale Verteilung der elektromagnetischen Energie der zur 709 MHz Resonanz assoziierten Mode auf die Induktivitäten und Kapazitäten des Systems

Zusammen mit den betragsmäßig größten Strömen kann die Resonanz in Abb. 5.21 beschrieben werden, wobei lediglich die relevantesten Elemente dargestellt sind. Dabei sind $R_1 - R_4$ die Widerstände der Wheatstone-Brücke des MEMS aus Abb. 5.19, $C_1 - C_4$ die Kapazitäten dieser Wheatstone-Brücke, C_5 und C_6 die Eingangskapazitäten des ASIC, C_{Supply} die interne Kapazität des ASIC für die Versorgungsspannung und L_1, L_2, L_{Supply} und L_{GND} die parasitären Induktivitäten der Leiterbahnen und Bonds zwischen MEMS und ASIC.

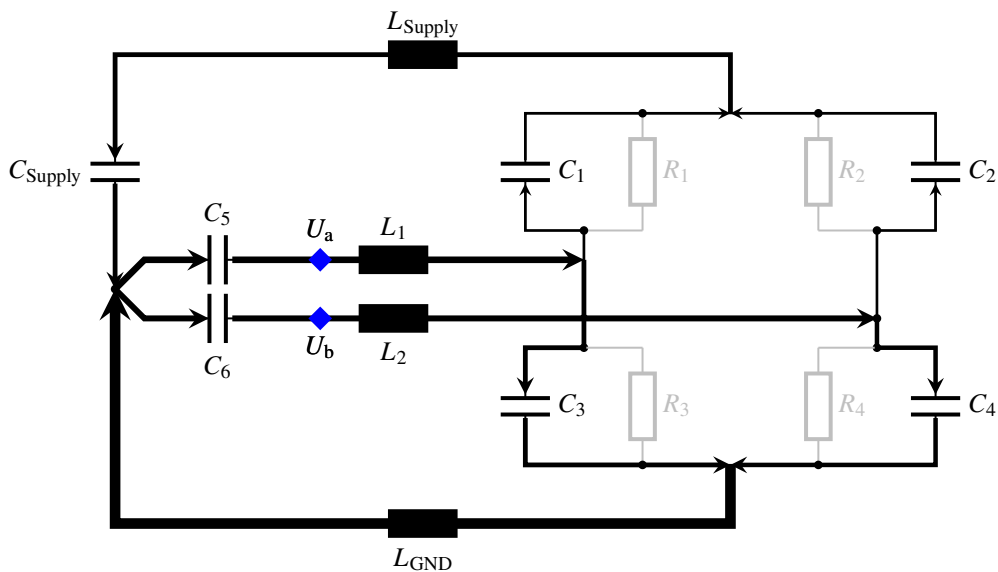
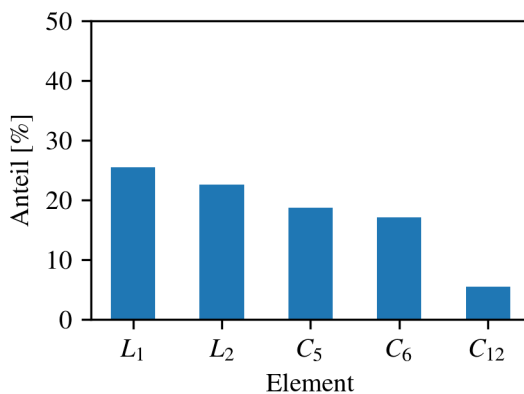


Abbildung 5.21: Visualisierung des Resonanzkreises für die Resonanz bei 709 MHz

Man erkennt, dass die Resonanz durch die Induktivitäten der Leiterbahnen zwischen ASIC und MEMS sowie durch die Eingangskapazitäten am ASIC verursacht wird. Der Resonanzkreis schließt sich über die Kapazitäten im MEMS. Außerdem wird deutlich, dass es sich aus Sicht des differentiellen Signals $U_{ASIC} = U_a - U_b$ um eine CM-Resonanz handelt. Lediglich kleine Unsymmetrien, wie zum Beispiel unterschiedliche Leitungsinduktivitäten $L_1 = 7,7 \text{ nH}$ und $L_2 = 6,9 \text{ nH}$, führen zu einem etwa 10 % höheren Strom durch die Kapazität C_6 und somit zu einer differentiellen Spannung an U_{ASIC} .



Element	Wert	w_C bzw. w_L
L_1	7,7 nH	25,5 %
L_2	6,9 nH	22,6 %
C_5	3 pF	18,7 %
C_6	3 pF	17,1 %
C_{12}	0,23 pF	5,5 %
...

Abbildung 5.22: Prozentuale Verteilung der elektromagnetischen Energie der zur 1180 MHz Resonanz assoziierten Mode auf die Induktivitäten und Kapazitäten des Systems

Für die zweite Resonanz bei 1180 MHz ergeben sich bei der Energiebetrachtung der zugehörigen Mode die in Abb. 5.22 dargestellten Ergebnisse. Zusammen mit den betragsmäßig größten Strömen kann die Resonanz in Abb. 5.23 visualisiert werden.

Erneut sind die Induktivitäten der Leiterbahnen des differentiellen Signals sowie die Eingangskapazitäten am ASIC relevant. Im Gegensatz zur Resonanz bei 708 MHz handelt es sich bzgl. U_{ASIC} um eine differentielle Resonanz.

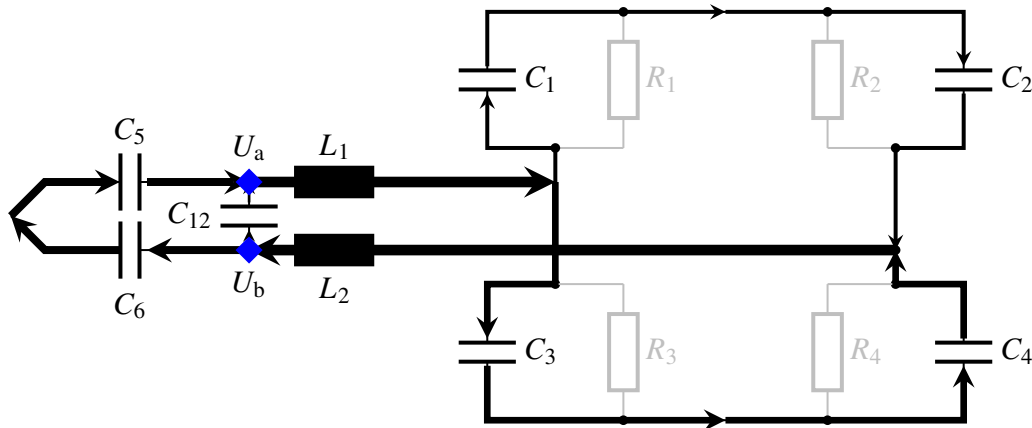


Abbildung 5.23: Visualisierung des Resonanzkreises der Resonanz bei 709 MHz

5.3.3 Resonanzoptimierung

Zur Optimierung soll in diesem Beispiel die Geometrie des Sensors auf Basis einer modalen 3D-Sensitivitätsanalyse geändert werden. Dabei soll erneut die Sensitivität bzgl. der Resonanzamplitude zur Optimierung bzw. Reduktion der Amplitude betrachtet werden. Dafür wird zunächst die Sensitivität der Resonanzamplitude der differentiellen ASIC-Spannung aus U_{ASIC} gemäß Gl. (4.2.13) für die betrachteten Moden berechnet. Anschließend werden diese Sensitivitäten mit den konstruktiven Sensitivitäten des Modells nach Abschnitt 2.1.4 kombiniert, um eine 3D-Sensitivitätsanalyse der Resonanzamplitude von U_{ASIC} bzgl. einer Geometrieänderung zu erhalten.

In Abb. 5.24 ist die 3D-Sensitivitätsanalyse der Resonanzamplitude des Sensorbereichs aus Abb. 5.18 dargestellt, bestehend aus ASIC, MEMS und PCB. Die 3D-Sensitivitätsanalyse zeigt eine hohe Sensitivität der Resonanzamplitude bei 709 MHz bezüglich einer Geometrieänderung im Bereich der Bonds des differentiellen Drucksignals, wie durch die starke Farbsättigung deutlich wird. Anhand der Farbverteilung lässt sich ableiten, dass die Induktivität des blau eingefärbten Bonds (zweiter Bond von links) reduziert und die Induktivität des roten Bonds (mittlerer Bond) erhöht werden muss, um die Resonanzamplitude zu reduzieren und somit die Störfestigkeit

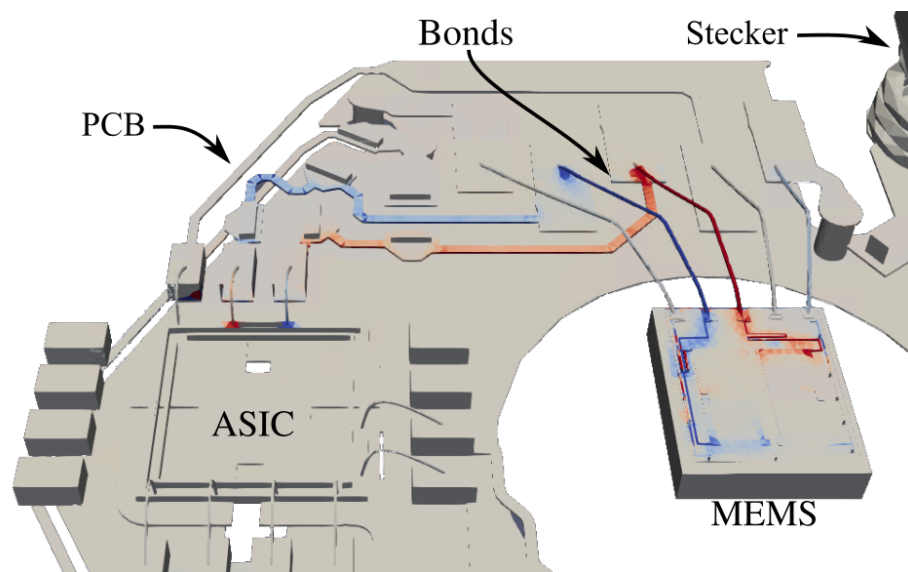


Abbildung 5.24: Visualisierung der 3D-Sensitivitätsanalyse der Resonanzamplitude für die Resonanz bei ca. 709 MHz des Sensors in Abb. 5.18

zu verbessern. Ein ähnliches Bild ergibt sich für die beiden anderen Resonanzen bei 1180 MHz und 1470 MHz.

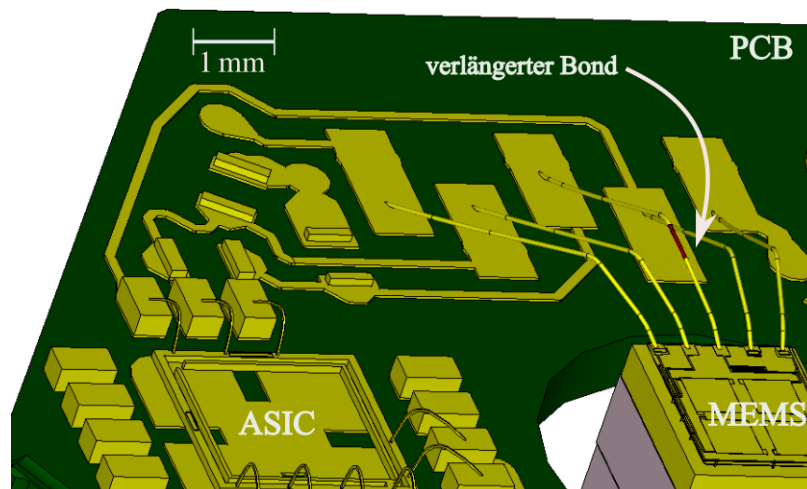


Abbildung 5.25: Optimiertes Layout des Sensors durch Verlängerung des Bonds auf Basis der 3D-Sensitivitätsanalyse

Abb. 5.25 zeigt die Veränderung im Bereich der Bonds. Der in Abb. 5.24 rot eingefärbte Bond wurde um 0,5 mm verlängert. Schließlich wird die Spannung U_{ASIC} neu berechnet und mit dem ursprünglichen Layout in Abb. 5.26 verglichen. Es ist zu erkennen, dass die kleine Änderung des Layouts die Amplituden der untersuchten Resonanzen stark beeinflusst. Während sich die Frequenzen der Resonanzen nur geringfügig ändern, sind die Amplituden deutlich reduziert.

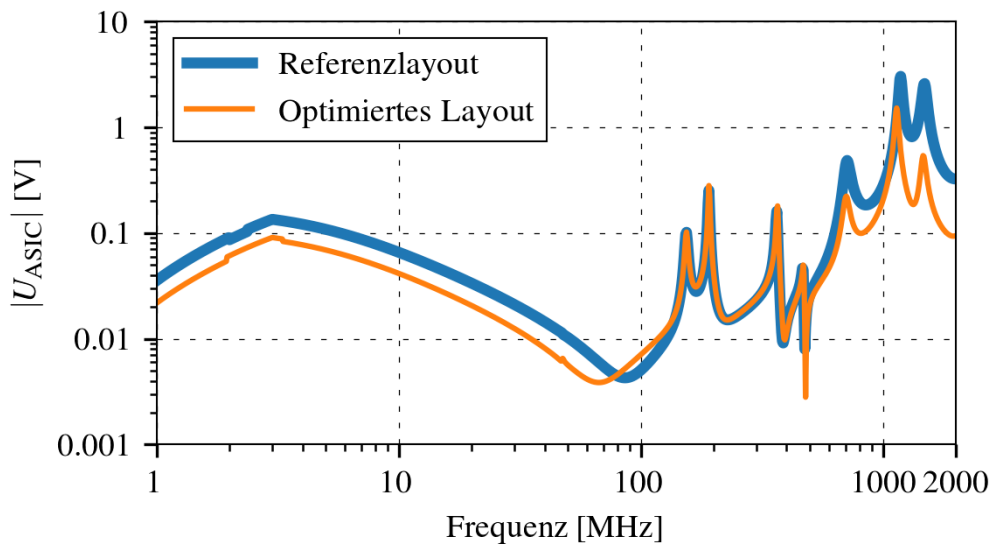


Abbildung 5.26: Simulierter Frequenzgang der Spannungsamplitude U_{ASIC} vor und nach der Layoutoptimierung des Sensors auf Basis der Sensitivitäten

Die Änderung lässt sich so interpretieren, dass durch die Verlängerung des Bonds die differentielle Verbindung zwischen MEMS und ASIC symmetrischer wird und dadurch weniger Gleichtakt-Gegentakt-Wandlung stattfindet.

Dieser Effekt wirkt sich auf alle drei Resonanzen aus, sodass durch eine einzige Veränderung die Resonanzamplitude aller drei Resonanzen reduziert werden kann. Dadurch wird die Gesamtimmunität des Sensors verbessert.

Durch die Veränderung einer einzelnen Bonddrahtlänge um $500\ \mu\text{m}$ wurde eine Reduktion der Resonanzamplitude von mindestens 6 dB bei der 1180 MHz-Resonanz bis zu 18 dB bei der 1470 MHz-Resonanz erreicht.

6 Zusammenfassung

Das elektrische Resonanzverhalten von elektronischen Komponenten spielt eine entscheidende Rolle in der elektromagnetischen Verträglichkeit (EMV). Resonanzen sind Amplitudenmaxima im Frequenzgang der Systemgrößen und führen oft zu erhöhten Störemissionen oder zu reduzierter Störfestigkeit. Durch simulationsgestützte Analysen und Optimierungen ist es möglich, kritische Resonanzeffekte frühzeitig zu erkennen, zu analysieren und geeignete Gegenmaßnahmen im EMV-Design zu entwickeln. Die Analyse und Optimierung der Resonanzen in der EMV befasst sich mit den folgenden Themen:

- Identifikation der in der zu untersuchenden Schaltung angeregten Resonanzen sowie der Frequenzen, bei denen diese auftreten.
- Bestimmung der maßgeblichen Schaltungselemente, die am Resonanzeffekt beteiligt sind, sowie Quantifizierung des Beitrags jedes Elements zur Resonanz.
- Ermittlung der Schaltungselemente, die die Resonanzamplitude, Resonanzfrequenz und Resonanzgüte wesentlich beeinflussen können.

Die in der Literatur beschriebenen Methoden zur Analyse von Resonanzen in passiven Strukturen werden entweder nur auf Schaltungen mit wenigen Elementen angewandt, quantifizieren nicht die an der Resonanz beteiligten Elemente oder es fehlt an einem geeigneten Verfahren, um die Sensitivität der Resonanzeigenschaften (Amplitude, Güte und Frequenz) bzgl. einer Änderung der Schaltungselemente oder der Geometrie des CAD-Modells zu untersuchen.

In dieser Arbeit wird ein Verfahren zur Resonanzanalyse entwickelt, das auch auf Schaltungen mit mehreren hundert oder tausend Elementen angewendet werden kann, wie sie beispielsweise in der Modellierung von Kfz-Komponenten in der EMV vorkommen, und gleichzeitig diejenigen Elemente bestimmt, die maßgeblich am Resonanzeffekt beteiligt sind. Zudem wird die Anwendung geeigneter Sensitivitätsanalysen untersucht, um die Resonanzeigenschaften zu optimieren. Die Arbeit

beschränkt sich dabei auf die Untersuchung von LTI-Systemen, die aus passiven Elementen wie Widerständen, Induktivitäten und Kapazitäten bestehen. Um den Einfluss geometrischer Strukturen (wie z. B. Leiterplatten, Gehäuse, Kühlkörper usw.) dennoch zu berücksichtigen, werden im Rahmen dieser Arbeit CAD-Modelle mithilfe bekannter Parasitenextraktionsverfahren einbezogen. Diese Verfahren ermöglichen die numerisch effiziente Erzeugung eines physikalischen elektrischen Ersatzschaltbildes aus den geometrischen Daten.

Auch wenn das Verfahren der in Kapitel 1 beschriebenen Modenresonanzanalyse in [17] auf große Schaltungen erweitert werden kann, ist es nicht möglich, alle Resonanzeigenschaften durch Sensitivitätsanalysen zu untersuchen und somit das Resonanzverhalten gezielt zu modifizieren oder zu optimieren. Zur Analyse und Optimierung des Resonanzverhaltens wird in dieser Arbeit daher die Eigenmodenanalyse bzw. modale Analyse untersucht. Dabei wird das LTI-System im Frequenzbereich in der Zustandsraumdarstellung aufgestellt und bezüglich seiner Eigenmoden dargestellt. Es wird dabei gezeigt, unter welchen Voraussetzungen diese Darstellung möglich ist und wann das Verhalten der Zustandsgrößen in der Nähe der Resonanzen durch eine einzige konjugiert komplexe Mode dominiert wird. Das Ergebnis dieser Untersuchung zeigt, dass die Approximation für kritische Resonanzen mit hoher Güte in der EMV in vielen Fällen möglich ist. Solange keine Überlagerung mehrerer Resonanzen vorliegt, tragen alle anderen Moden lediglich zu einem konstanten Offset der Zustandsgrößen bei, während im Amplitudengang der Zustandsgrößen das lokale Maximum der Resonanz durch den Beitrag einer einzigen konjugiert komplexen Mode beschrieben werden kann. Daraus wird abgeleitet, dass die Betrachtung dieser dominierenden Mode nicht nur zur Beschreibung der Resonanz genutzt werden kann, sondern auch gezielte Optimierungen ermöglicht.

Diese Betrachtung führt zu einer neuartigen Methode zur Identifizierung der an der Resonanz beteiligten Elemente, indem die dominierende Mode untersucht wird. Über die Systemgleichungen lässt sich ein Zusammenhang zwischen der Energie- bzw. Verlustbetrachtung der Schaltungselemente aufgrund der Mode und der Resonanzfrequenz bzw. Güte der Resonanz herstellen. Eine geeignete Normierung ermöglicht die Quantifizierung der Elemente hinsichtlich ihres Beitrags zur Resonanzfrequenz und Güte. Dadurch ist es möglich, auch in umfangreichen Schaltungen die relevanten Elemente zu identifizieren, die für die Beschreibung der auftretenden Resonanzen erforderlich sind.

Zusätzlich zur Identifizierung der dominierenden Elemente ist auch die Beschreibung des Resonanzkreises von Bedeutung. In einem elektrischen Schwingkreis findet

ein Ladungsaustausch durch Ströme statt. Die Ergebnisse zeigen, dass der Resonanzkreis beschrieben werden kann, indem die Kanten der Netzwerkschaltung mit den größten relativen Strömen, die durch die betrachtete Mode beschrieben sind, berücksichtigt werden. Die erforderlichen Informationen lassen sich direkt aus den Eigenvektoren und Eigenwerten ableiten. In Kombination mit der Energiebetrachtung ist es mit dieser Methode möglich, die spezifischen Elemente einer Resonanz auch in komplexen Schaltungen zu identifizieren und die Resonanz anhand der Stromverteilung zu beschreiben.

Die vorgeschlagene Analyseverfahren wird zunächst an einem einfachen Schaltungsmodell mit 12 Elementen für einen IC-Pin angewendet, um die sichtbaren Resonanzen im Frequenzgang der untersuchten Spannungsamplitude zu analysieren. Die mittels der Energiebetrachtung identifizierten Elemente weisen eine hohe Übereinstimmung mit den Elementen auf, die durch symbolische Berechnungen der Schaltung eines idealen LC-Schwingkreises bestimmt werden.

Darüber hinaus wird demonstriert, wie sich die Methode in komplexeren Modellen, einschließlich CAD-Strukturen, anwenden lässt. Dazu wird die modale Analyse zur Resonanzanalyse eines einfachen Spannungsregler-ICs auf einer bestückten Platine unter externer Anregung verwendet. Das sichtbare Resonanzverhalten in den Messungen wird durch geeignete RLC-Ersatzschaltbilder im Modell nachgebildet und validiert. Durch die Betrachtung der Energien und Verluste der mit der Resonanz assoziierten Moden lassen sich erneut die relevanten Elemente zur Beschreibung der Resonanz identifizieren und der Resonanzkreis wird anhand der durch die Mode beschriebenen Ströme im Netzwerk bestimmt und visualisiert.

Nachdem im ersten Teil eine Methode zur Analyse von Resonanzen mittels Eigenmoden entwickelt wurde, konzentriert sich der zweite Teil auf die Optimierung dieser Resonanzen, insbesondere auf die Quantifizierung der Elemente, die deren Amplitude, Frequenz und Güte beeinflussen. Hierfür wird das bekannte Verfahren der adjungierten Sensitivitätsanalyse ausgewählt und an die modale Analyse angepasst, wobei anstelle der AC-Sensitivitäten nun die modalen Netzwerksensitivitäten zum Einsatz kommen. Im Gegensatz zur herkömmlichen AC-Sensitivitätsanalyse ermöglicht die modale Sensitivitätsanalyse nicht nur die Anwendung auf Systemgrößen wie Strom und Spannung, sondern auch durch die beschriebene Approximation der Amplitude über eine Eigenmode auf Frequenz, Güte und insbesondere die Amplitude der Resonanzen. Dadurch wird es möglich, Güte, Frequenz und Amplitude explizit zu berechnen und numerische Analyse- und Optimierungsmethoden anzuwenden. Die Ergebnisse der modalen Sensitivitätsanalyse der Resonanzamplituden des einfachen

Schaltungsmodells eines IC-Pins sowie die darauf basierenden gezielten Änderungen zeigen, dass die modale Sensitivitätsanalyse effektiv zur Optimierung von Frequenz, Güte und Amplitude der Resonanz genutzt werden kann.

Die Kombination der modalen Sensitivitätsanalyse mit der konstruktiven Sensitivitätsanalyse des CAD-Modells ermöglicht es, den Einfluss von Geometrie- oder Layoutänderungen auf Frequenz, Güte und Amplitude der Resonanz zu betrachten. Die 3D-Sensitivitäten der Resonanzfrequenz, Resonanzgüte und Resonanzamplitude in Bezug auf eine Änderung des CAD-Modells des Spannungsregler-ICs auf einer bestückten Platine erlauben eine gezielte Optimierung dieser Resonanzeigenschaften. Die darauf basierenden Anpassungen im Modell verdeutlichen, wie die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse konkret genutzt werden können, um das Layout der Platine hinsichtlich der Resonanzamplitude gezielt zu optimieren.

Die Anwendung der Methode zur Analyse des Resonanzverhaltens ausgewählter elektronischer Kfz-Komponenten in EMV-Prüfverfahren wird erläutert. Um das Vorgehen bei der Analyse und Optimierung resonanter und nicht-resonanter Effekte zu vergleichen, werden zunächst die bekannten Analyse- und Optimierungsverfahren für nicht-resonante Effekte genutzt, um die Störfestigkeit eines Drucksensors durch minimale Layoutanpassungen zu verbessern.

Darüber hinaus wird das Resonanzverhalten der leitungsgebundenen Emissionen eines elektrischen Kompressors mithilfe der vorgestellten modalen Methode untersucht. Das Modell umfasst mehrere tausend Elemente und bildet die Komponenten der Leiterplatte über diskrete Elemente ab. Der Motor wird durch ein Ersatzschaltbild repräsentiert, und die Leiterplatte, das Gehäuse und die Kabel werden mithilfe eines Parasitenextraktionsverfahrens berücksichtigt. Die Transistoren werden je nach Schaltzustand entweder durch ihre Drain-Source-Kapazitäten oder durch ihren Serienwiderstand inklusive äquivalenter Quellen zur Modellierung der Störungen abgebildet. Zur Analyse der Resonanz mit der höchsten Spannungsamplitude an der BNN wird die modale Analyse eingesetzt. Durch die Energiebetrachtung werden die dominierenden Elemente der Resonanz identifiziert, und die Resonanz als Schwingung der Kapazität, die zwei isolierte Masseflächen verbindet, und den parasitären Induktivitäten der Filterkapazitäten beschrieben. Eine Änderung, bei der die Kapazität zwischen den Masseflächen entfernt wird, führt zu einer Reduzierung der Emissionen. Dies verdeutlicht, wie die modale Analyse auch in umfangreichen Schaltungen angewendet werden kann, um Resonanzen gezielt zu analysieren und Modifikationen an der Schaltung abzuleiten, um das EMV-Verhalten zu optimieren.

Im Anwendungsbeispiel zur Störfestigkeit wird ein Drucksensor im BCI-Verfahren untersucht. Es wird ein Modell entwickelt, das sowohl die diskrete funktionale Beschaltung des Sensors als auch die Geometrien als CAD-Modell enthält, um die Resonanzen im Frequenzgang der differentiellen Spannung am Eingang des Sensors zu analysieren. Dabei werden die kritischen Resonanzen identifiziert, die potenziell die Störfestigkeit des Sensors beeinträchtigen. Zur Analyse der Resonanzen wird das CAD-Modell zunächst mithilfe der Parasitenextraktionsmethode in ein Schaltungsmodell überführt. Anschließend wird das Modell mit der modalen Methode analysiert, um die dominanten Elemente der Resonanzen zu identifizieren und die Resonanzkreise zu beschreiben. Um den Einfluss dieser kritischen Resonanzen zu minimieren, erfolgt eine Sensitivitätsanalyse der Resonanzamplituden in Bezug auf geometrische Änderungen des CAD-Modells. Basierend auf diesen Erkenntnissen wurde die Bondgeometrie angepasst, was, wie vorhergesagt, zu einer Reduktion der Resonanzamplituden führt und sich positiv auf die Störfestigkeit auswirkt.

Die in dieser Arbeit vorgestellte modale Analyse bietet eine effektive Methode zur Analyse von Resonanzen, selbst in großen Schaltungsmodellen mit Tausenden von Elementen. Durch die Kombination der modalen Analyse mit einer Sensitivitätsanalyse lassen sich Maßnahmen ableiten, um das Resonanzverhalten von Kfz-Komponenten zu optimieren. Das Verfahren ist daher in allen Phasen der EMV-Produktentwicklung zur Untersuchung und Auslegung des Resonanzverhaltens elektronischer Komponenten einsetzbar.

Es ist jedoch zu beachten, dass sich diese Methode auf die Untersuchung von linearen, zeitinvarianten (LTI)-Systemen beschränkt, die aus Widerständen, Kapazitäten sowie Induktivitäten und deren Verkopplungen bestehen. Für viele Anwendungsbereiche der EMV ist dieser Ansatz jedoch ausreichend. Insbesondere sind nichtlineare Schaltungsmodelle nicht untersuchbar. Auch frequenzabhängige Netzwerkelemente, wie sie beispielsweise durch den Skin- und Proximity-Effekt auftreten, sind in der vorgestellten Methode nicht direkt über entsprechende frequenzabhängige Induktivitäten und Widerstände abbildbar. Durch Verfahren wie das Vector-Fitting [16] lässt sich jedoch ein frequenzabhängiges Verhalten in den Schaltungen durch RLC-Netzwerke approximieren. Dabei geht jedoch die Interpretierbarkeit der Bedeutung der Schaltungselemente verloren. Diese Effekte spielen insbesondere bei hohen Frequenzen eine Rolle und beeinflussen das Resonanzverhalten von Schaltungen. Trotz dieser Einschränkungen sind die in dieser Arbeit erstellten Schaltungsmodelle in der Lage, die Resonanzen der analysierten elektronischen Kfz-Komponenten ausreichend darzustellen.

Literaturverzeichnis

- [1] A. J. Schwab und W. Kürner, *Elektromagnetische Verträglichkeit*. Springer Berlin Heidelberg, 2011.
- [2] D. Halliday, R. Resnick und J. Walker, *Fundamentals of Physics*. John Wiley & Sons, 2013.
- [3] A. Djordjevic und Z. Maricevic, „Internal EMC Problems Caused by Parasitic Resonances,” in IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, Bd. 1, 2000, S. 329–334.
- [4] S. Braining, S. Dickmann und M. Kreitlow, „Estimating Parasitic Resonances by Analysis of the Late Time Response,” in 2017 International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC EUROPE, 2017, S. 1–6.
- [5] G. Muchaidze, H. Wei, J. Min, S. Peng, J. Drewniak und D. Pommerenke, „Automated Near-Field Scanning to Identify Resonances,” in 2008 International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC Europe, 2008, S. 1–5.
- [6] J. Xiao, D. Liu, D. Pommerenke, W. Huang, P. Shao, X. Li, J. Min und G. Muchaidze, „Near Field Probe for Detecting Resonances in EMC Application,” in 2010 Asia-Pacific International Symposium on Electromagnetic Compatibility, 2010, S. 243–246.
- [7] P. Hillenbrand, M. Böttcher, S. Tenbohlen und J. Hansen, „Frequency Domain EMI-Simulation and Resonance Analysis of a DCDC-Converter,” in 2016 International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC EUROPE, 2016, S. 176–181.
- [8] A. Hassan, S. Schulze, M. Al-Hamid und R. Vick, „Prediction of the Resonance Effect of the Common Mode Noise of SMPS,” in 10th International Symposium on Electromagnetic Compatibility, 2011, S. 707–711.

- [9] C. M. Lundmark, S. K. Ronnberg, M. Wahlberg, E. O. A. Larsson und M. H. J. Bollen, „EMC Filter Common Mode Resonance,” in 2009 IEEE Bucharest PowerTech, 2009, S. 1–6.
- [10] J. Stysch, A. Klaedtke und H. De Gersem, „Broadband Finite-Element Impedance Computation for Parasitic Extraction,” *Electrical Engineering*, S. 855–867, 2022.
- [11] J. Stysch, „Stable Broadband Finite Element Parasitic Extraction and Sensitivity Analysis,” Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 2022.
- [12] M. Bertocco und A. Sona, „Analysis and Mitigation of EMC Effects of Electric Resonances in Circuits,” in 2018 International Symposium on Electromagnetic Compatibility (EMC EUROPE), 2018, S. 930–934.
- [13] B. Girod, R. Rabenstein und A. K. E. Stenger, *Einführung in die Systemtheorie: Signale und Systeme in der Elektrotechnik und Informationstechnik*. Vieweg+Teubner Verlag, 2007.
- [14] J. Vlach und K. Singhal, *Computer Methods for Circuit Analysis and Design*. Springer Netherlands, 1983.
- [15] S. Varricchio, N. Martins und L. Lima, „A Newton-Raphson Method Based on Eigenvalue Sensitivities to Improve Harmonic Voltage Performance,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, Bd. 18, Nr. 1, S. 334–342, 2003.
- [16] B. Gustavsen und A. Semlyen, „Rational Approximation of Frequency Domain Responses by Vector Fitting,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, Bd. 14, Nr. 3, S. 1052–1061, 1999.
- [17] W. Xu, Z. Huang, Y. Cui und H. Wang, „Harmonic Resonance Mode Analysis,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, Bd. 20, Nr. 2, S. 1182–1190, 2005.
- [18] Y. Cui und X. Wang, „Modal Frequency Sensitivity for Power System Harmonic Resonance Analysis,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, Bd. 27, Nr. 2, S. 1010–1017, 2012.
- [19] K. N. M. Hasan, K. Rauma, P. Rodriguez, J. Ignacio Candela, R. S. Muñoz-Aguilar und A. Luna, „An Overview of Harmonic Analysis and Resonances of Large Wind Power Plants,” in IECON 2011 - 37th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, 2011, S. 2467–2474.

- [20] Z. Huang, Y. Cui und W. Xu, „Application of Modal Sensitivity for Power System Harmonic Resonance Analysis,” *IEEE Transactions on Power Systems*, Bd. 22, Nr. 1, S. 222–231, 2007.
- [21] M. Cabedo-Fabres, E. Antonino-Daviu, A. Valero-Nogueira und M. F. Battaller, „The Theory of Characteristic Modes Revisited: A Contribution to the Design of Antennas for Modern Applications,” *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, Bd. 49, Nr. 5, S. 52–68, 2007.
- [22] R. Garbacz und R. Turpin, „A Generalized Expansion for Radiated and Scattered Fields,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Bd. 19, Nr. 3, S. 348–358, 1971.
- [23] R. Harrington und J. Mautz, „Computation of Characteristic Modes for Conducting Bodies,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Bd. 19, Nr. 5, S. 629–639, 1971.
- [24] R. Harrington und J. Mautz, „Theory of Characteristic Modes for Conducting Bodies,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Bd. 19, Nr. 5, S. 622–628, 1971.
- [25] D. B. Davidson, *Computational Elektromagnetics for RF and Microwave Engineering*. Cambridge University Press, 2005.
- [26] M. Cabedo-Fabres, A. Valero-Nogueira, J. Herranz-Herruzo und M. Ferrando-Battaller, „A Discussion on the Characteristic Mode Theory Limitations and Its Improvement for the Effective Modeling of Antennas and Arrays,” in *IEEE Antennas and Propagation Society Symposium, 2004.*, Bd. 1, 2004, S. 121–124.
- [27] K. Magnus, K. Popp und W. Sextro, *Schwingungen: Grundlagen – Modelle – Beispiele*. Springer Fachmedien Wiesbaden, 2016.
- [28] P. Kundur, N. Balu und M. Lauby, *Power System Stability and Control*, Serie EPRI power system engineering series. McGraw-Hill Education, 1994.
- [29] Z. Fu und J. He, *Modal Analysis*. Elsevier Science, 2001.
- [30] Q. I. Dai, Y. H. Lo, W. C. Chew, Y. G. Liu und L. J. Jiang, „Generalized Modal Expansion and Reduced Modal Representation of 3-D Electromagnetic Fields,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Bd. 62, Nr. 2, S. 783–793, 2014.

- [31] V. Pham-Xuan, W. Ackermann und H. De Gersem, „Highly Parallelized Contour Integral Method for Computing Resonant Modes of Lossy Cavities,” *IEEE Transactions on Magnetics*, Bd. 56, Nr. 1, S. 1–4, 2020.
- [32] X.-M. Yu, Z.-T. Yang und L.-J. Liu, „Research on Resonance Reduction Method of CQFN Ceramic Package,” in 2022 23rd International Conference on Electronic Packaging Technology (ICEPT), 2022, S. 1–4.
- [33] O. Wing, *Classical Circuit Theory*. Springer New York, 2008.
- [34] H. Heeb und A. E. Ruehli, „Three-Dimensional Interconnect Analysis Using Partial Element Equivalent Circuits,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, Bd. 39, Nr. 11, S. 974–982, 1992.
- [35] A. E. Ruehli und H. Heeb, „Circuit Models for Three-Dimensional Geometries Including Dielectrics,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Bd. 40, Nr. 7, S. 1507–1516, 1992.
- [36] A. E. Ruehli, „Equivalent Circuit Models for Three-Dimensional Multiconductor Systems,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Bd. 22, Nr. 3, S. 216–221, 1974.
- [37] P. Ciarlet und J. Zou, „Finite Element Convergence for the Darwin Model to Maxwell’s Equations,” *ESAIM Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, Bd. 31, S. 213–250, 1997.
- [38] P. Degond und P.-A. Raviart, „An Analysis of the Darwin Model of Approximation to Maxwell’s Equations,” *Forum mathematicum*, Bd. 4, Nr. 1, S. 13–44, 1992.
- [39] M. Clemens, F. Kasolis, M.-L. Henkel, B. Kähne und M. Günther, „A Two-Step Darwin Model Time-Domain Formulation for Quasi-Static Electromagnetic Field Calculations,” *IEEE Transactions on Magnetics*, Bd. 57, Nr. 6, S. 1–4, 2021.
- [40] F. Traub, „Automated Construction of Equivalent Electrical Circuit Models for Electromagnetic Components and Systems,” Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 2014.
- [41] A. Deif, *Sensitivity Analysis in Linear Systems*. Springer-Verlag, 1986.

- [42] G. Boole, *A Treatise on the Calculus of Finite Differences*. Macmillan, 1872.
- [43] J. Peter und R. P. Dwight, „Numerical Sensitivity Analysis for Aerodynamic Optimization: A Survey of Approaches and Applications,” *Computers & Fluids*, S. 1–19, 2009.
- [44] S. Director und R. Rohrer, „The Generalized Adjoint Network and Network Sensitivities,” *IEEE Transactions on Circuit Theory*, Bd. 16, Nr. 3, S. 318–323, 1969.
- [45] N. K. Nikolova, J. W. Bandler und M. H. Bakr, „Adjoint Techniques for Sensitivity Analysis in High-Frequency Structure CAD,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Bd. 52, Nr. 1, S. 403–419, 2004.
- [46] S. Schuhmacher, „Sensitivitätsanalyse mittels adjungierter Verfahren für äquivalente Ersatzschaltbilder extrahiert aus 3D Feldmodellen,” Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 2018.
- [47] Linear Technology, „LTSpice XVII,” Natick, Massachusetts, United States, 2018. [Online]. Verfügbar: <https://www.analog.com/en/design-center/design-tools-and-calculators/ltpice-simulator.html>
- [48] S. Schuhmacher, C. Potratz, A. Klaedtke und H. De Gersem, „Sensitivity of Lumped Parameters to Geometry Changes in Finite Element Models,” in *Scientific Computing in Electrical Engineering*. Springer International Publishing, 2018, S. 35–42.
- [49] S. Schuhmacher, A. Klaedtke, C. Keller, W. Ackermann und H. De Gersem, „Adjoint Technique for Sensitivity Analysis of Coupling Factors According to Geometric Variations,” *IEEE Transactions on Magnetics*, Bd. 54, Nr. 3, S. 1–4, 2018.
- [50] J. Stysch, A. Klaedtke, H. De Gersem und H. Aichele, „Efficient Sensitivity Analysis of Lumped Elements with Respect to Finite-Element Geometry Changes,” *International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields*, Bd. 36, Nr. 3, S. e3012, 2023.
- [51] S. Schuhmacher, A. Klaedtke, C. Keller, W. Ackermann und H. De Gersem, „Optimizing the Inductance Cancellation Behavior in an EMI Filter Design with the Help of a Sensitivity Analysis,” in *2017 International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC EUROPE*, 2017, S. 1–6.

- [52] Z. Bai, J. Demmel, J. Dongarra, A. Ruhe und H. van der Vorst, *Templates for the Solution of Algebraic Eigenvalue Problems: A Practical Guide*. SIAM, 2000.
- [53] C. Desoer, „Modes in Linear Circuits,” *IRE Transactions on Circuit Theory*, Bd. 7, Nr. 3, S. 211–223, 1960.
- [54] H. Unbehauen, *Regelungstechnik I: Klassische Verfahren zur Analyse und Synthese linearer kontinuierlicher Regelsysteme*. Vieweg+Teubner Verlag, 2013.
- [55] M. Hufschmid, *Grundlagen der Elektrotechnik: Einführung für Studierende der Ingenieur- und Naturwissenschaften*. Springer Fachmedien Wiesbaden, 2021.
- [56] M. E. Van Valkenburg, *Network Analysis*. Prentice-Hall, 1974.
- [57] R. B. Nelson, „Simplified Calculation of Eigenvector Derivatives,” *AIAA Journal*, Bd. 14, Nr. 9, S. 1201–1205, 1976.
- [58] C. S. Rudisill und Y.-Y. Chu, „Numerical Methods for Evaluating the Derivatives of Eigenvalues and Eigenvectors,” *AIAA Journal*, Bd. 13, Nr. 6, S. 834–837, 1975.
- [59] N. P. Van der Aa, H. G. ter Morsche und R. R. M. Mattheij, „Computation of Eigenvalue and Eigenvector Derivatives for a General Complex-Valued Eigensystem,” *Electronic Journal of Linear Algebra*, Bd. 16, 2007.
- [60] C. R. Paul, *Analysis of Multiconductor Transmission Lines*. John Wiley & Sons, 2008.
- [61] H. Li, V. Khilkevich und D. Pommerenke, „Identification and Visualization of Coupling Paths—Part I: Energy Parcel and Its Trajectory,” *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, Bd. 56, Nr. 3, S. 622–629, 2014.
- [62] H. Li, V. Khilkevich und D. Pommerenke, „Identification and Visualization of Coupling Paths—Part II: Practical Application,” *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, Bd. 56, Nr. 3, S. 630–637, 2014.
- [63] Wikipedia, „Math Kernel Library,” 2024. [Online]. Verfügbar: https://en.wikipedia.org/wiki/Math_Kernel_Library
- [64] Dassault Systèmes, „CST Studio Suite 2020,” Vélizy-Villacoublay, France, 2020. [Online]. Verfügbar: <https://www.3ds.com/de/produkte-und-services/simulia/produkte/cst-studio-suite/>

- [65] The MathWorks Inc., „MATLAB R2018b,” Natick, Massachusetts, United States, 2018. [Online]. Verfügbar: <https://www.mathworks.com>
- [66] NCV4949A: Voltage Regulator - LowDropout, Reset, Sense 100 mA, 5.0 V, ON Semiconductor, 2019, Rev. 4. [Online]. Verfügbar: <https://www.onsemi.cn/download/data-sheet/pdf/ncv4949a-d.pdf>
- [67] H. Cho und D. E. Burk, „A Three-Step Method for the De-Embedding of High-Frequency S-Parameter Measurements,” *IEEE Transactions on Electron Devices*, Bd. 38, Nr. 6, S. 1371–1375, 1991.
- [68] K. Petersen und M. Pedersen, „The Matrix Cookbook,” Technical University of Denmark, 2008.
- [69] ISO 11452-4: Road Vehicles – Component Test Methods for Electrical Disturbances from Narrowband Radiated Electromagnetic Energy Part 4: Harness Excitation Methods, ISO Std., 2011.
- [70] J. Benz, J. Hansen und S. Frei, „Simulation and Measurement of Narrowband Susceptibilities of Digital Automotive Sensors,” in 2019 International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC EUROPE, 2019, S. 1088–1093.
- [71] P. S. Croveti und F. L. Fiori, „A Linear Voltage Regulator Model for EMC Analysis,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, Bd. 22, Nr. 6, S. 2282–2292, 2007.
- [72] E. G. Ulrich Tietze, Christoph Schenk, *Electronic Circuits: Handbook for Design and Application*, 2. Aufl. Springer, 2008.
- [73] J. Benz, J. Stysch, A. Klaedtke und J. Hansen, „Generation and EMC Optimization of Compact Equivalent Electrical Circuits of Industrial Electronics,” *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, S. 1811–1819, 2023.
- [74] CISPR 25 Ed. 4.0: Vehicles, Boats and Internal Combustion Engines - Radio Disturbance Characteristics - Limits and Methods of Measurement for the Protection of On-Board Receivers, IEC Std., 2016.
- [75] S. Vienot, A. Videt, N. Idir, L. Kone, S. Weiss und F. Lafon, „Frequency-Domain Simulation of Power Electronic Systems Based on Multi-Topology Equivalent Sources Modelling Method,” in 2020 22nd European Conference on Power Electronics and Applications (EPE'20 ECCE Europe), 2020, S. 1–10.

- [76] J. Benz, J. Hansen und S. Frei, „Eigenmode Based Optimization of Sensors,” in 2020 International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC EUROPE, 2020, S. 1–6.
- [77] H. Kindler und K. D. Haim, *Grundzusammenhänge der Elektrotechnik: Ladungen - Felder - Netzwerke*. Vieweg+Teubner Verlag, 2006.
- [78] P. Hillenbrand, „Simulation der Störemissionen von Traktionsinvertern im Komponententest nach CISPR 25,” Dissertation, Universität Stuttgart, 2017.
- [79] B. Gustavsen und A. Semlyen, „A Robust Approach for System Identification in the Frequency Domain,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, Bd. 19, Nr. 3, S. 1167–1173, 2004.
- [80] P. S. Croveti und F. Fiori, „A Critical Assessment of the Closed-Loop Bulk Current Injection Immunity Test Performed in Compliance With ISO 11452-4,” *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Bd. 60, Nr. 4, S. 1291–1297, 2011.
- [81] F. Grassi, C. Rostamzadeh, D. Bellan, G. Spadacini und S. A. Pignari, „Assessment of the Bulk Current Injection Test Procedure Based on the Substitution Method,” in 2013 Asia-Pacific Symposium on Electromagnetic Compatibility (APEMC), 2013, S. 1–4.
- [82] F. Grassi, C. Rostamzadeh, P. Kolbe, G. Spadacini und S. A. Pignari, „Assessing Linearity of Injection Probes Used in BCI Test Setups for Automotive Applications,” in 2013 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, 2013, S. 128–133.
- [83] S. Miropolsky, A. Sapadinsky und S. Frei, „A Generalized Accurate Modelling Method for Automotive Bulk Current Injection (BCI) Test Setups up to 1 GHz,” in 2013 9th International Workshop on Electromagnetic Compatibility of Integrated Circuits (EMC Compo), 2013, S. 63–68.
- [84] M. Gonser, „EMV-Systemsimulation mit realen Kabelbäumen von Mess- und Prüfverfahren für Kfz-Komponenten,” Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg, 2011.
- [85] Y. Kondo, M. Izumichi und O. Wada, „Simulation of Bulk Current Injection Test for Automotive Components Using Electromagnetic Analysis,” *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, Bd. 60, Nr. 4, S. 866–874, 2018.

Veröffentlichungen und betreute Abschlussarbeiten

Veröffentlichungen

1. J. Benz, J. Hansen und S. Frei,: “Simulation and Measurement of Narrow-band Susceptibilities of Digital Automotive Sensors,“ in 2019 International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC EUROPE, 2019.
2. J. Benz, A. Klaedtke, J. Hansen und S. Frei, Analysis of Immunity Failures and Optimization Measures in Automotive Sensors,“ in 2019 International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC EUROPE, 2019.
3. J. Benz und J. Hansen, „Störfestigkeitsanalyse von Automobilsensoren durch Projektion der Anregung auf Eigenmoden,“ in Fachkongress EMV, Köln, 2020.
4. J. Benz, J. Hansen und S. Frei, „Eigenmode-based Optimization of Sensors,“ in 2020 International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC EUROPE, 2020.
5. J. Benz, J. Hansen und S. Frei, „Resonanzanalyse und Resonanzidentifikation mittels Eigenmoden,“ in Fachkongress EMV, Köln, 2022.
6. J. Benz, J. Stysch, A. Klaedtke und J. Hansen, „Generation and EMC Optimization of Compact Equivalent Electrical Circuits of Industrial Electronics,“ in *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, Bd. 65, Nr. 6, S. 1811-1819, 2023

Betreute Abschlussarbeiten

1. W. Schulz: Mode Conversion within Loadboxes at Sensor Immunity Tests, Technische Universität Dortmund, Masterarbeit, 2018.
2. J. Grabovac: Combination of Measurement and Simulation of Sensor Immunity Procedures in Electromagnetic Compatibility, University of Zagreb, Masterarbeit, 2020.

Anhang

A Grundlagen

A.1 Elektrische Schaltungselemente

Widerstand

Der Strom durch einen Widerstand ist proportional zur anliegenden Spannung. Für ideale Widerstände ist dieser Proportionalitätsfaktor unabhängig von der Frequenz und Stromstärke. In einem Widerstand wird elektrische Energie in thermische Energie umgewandelt. Die thermische Leistung ist proportional zum Widerstand R und steigt mit dem Quadrat des Stroms an.

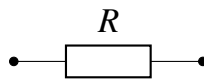


Abbildung A.1: Schaltzeichen für einen Widerstand

Die Leistung P_V sowie der Zusammenhang zwischen Strom und Spannung ergeben sich zu

$$P_V = R \cdot I^2 \quad \text{und} \quad U = R \cdot I. \quad (\text{A.1})$$

Widerstände zählen damit zu den passiven, linearen Elementen und werden in elektrischen Schaltungen gemäß Abb. A.1 dargestellt.

Induktivität

Induktivitäten speichern elektrische Energie im magnetischen Feld. Die gespeicherte Energie ist proportional zum Quadrat des Stroms und linear proportional zum Wert der Induktivität L .

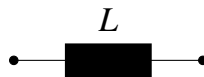


Abbildung A.2: Schaltzeichen für eine Induktivität

Der Zusammenhang zwischen Strom und Spannung im Zeit- und Frequenzbereich ergibt sich aus

$$U = L \cdot \frac{dI}{dt} \stackrel{\mathcal{L}}{\Rightarrow} U = sLI, \quad (\text{A.2})$$

wobei \mathcal{L} die Laplace-Transformation, s die komplexe Frequenz darstellt und t die Zeit ist.

Induktivitäten zählen damit zu den passiven, linearen Elementen und werden in elektrischen Schaltungen gemäß Abb. A.2 dargestellt. Wenn zwei oder mehr Induktivitäten durch einen gemeinsamen magnetischen Fluss miteinander verbunden sind, lässt sich diese induktive Kopplung über die Gegeninduktivität beschreiben. Die Gegeninduktivität M_{ij} zweier Induktivitäten L_i und L_j berechnet sich über den Koppelfaktor k_{ij} zu [77, S. 209 ff.]

$$M_{ij} = M_{ji} = k_{ij}\sqrt{L_i L_j}. \quad (\text{A.3})$$

Die Gesamtenergie W_L zweier gekoppelter Induktivitäten L_i und L_j bestimmt sich somit zu [33, S. 22]

$$W_L = \frac{1}{2}L_i I_i^2 + \frac{1}{2}L_j I_j^2 + M_{ij} I_i I_j. \quad (\text{A.4})$$

Kapazität

Kapazitäten speichern elektrische Energie im elektrischen Feld. Die gespeicherte Energie ist proportional zum Quadrat der Spannung und linear proportional zum Wert der Kapazität C .

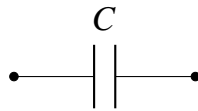


Abbildung A.3: Schaltzeichen für eine Kapazität

Die Energie W_C sowie der Zusammenhang zwischen Strom und Spannung im Zeit- und Frequenzbereich ergeben sich zu

$$W_C = \frac{1}{2}C \cdot U^2 \quad \text{und} \quad I = C \cdot \frac{dU}{dt} \xrightarrow{\mathcal{L}} I = sCU. \quad (\text{A.5})$$

Kapazitäten zählen damit zu den passiven, linearen Elementen und werden in elektrischen Schaltungen gemäß Abb. A.3 dargestellt.

Strom- und Spannungsquellen

Strom- und Spannungsquellen stellen die Anregung des elektrischen Systems dar. Die Abbildungen A.4 und A.5 zeigen die Darstellung einer idealen und einer realen Strom- bzw. Spannungsquelle in elektrischen Schaltungen. Reale Strom- und Spannungsquellen können immer durch die Gleichungen [14, S. 17]

$$U = Z_I \cdot I \quad \text{und} \quad I = \frac{U}{Z_U} \quad (\text{A.6})$$

ineinander überführt werden, wobei Z_U die Impedanz der realen Spannungsquelle und Z_I die Impedanz der realen Stromquelle angibt.

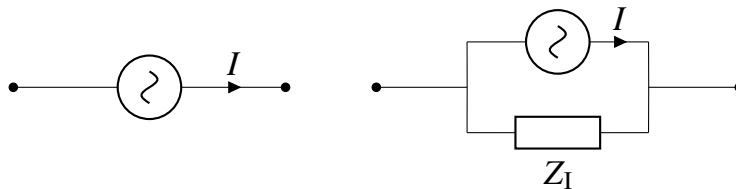


Abbildung A.4: Schaltzeichen für eine ideale Stromquelle (links) und eine reale Stromquelle (rechts)

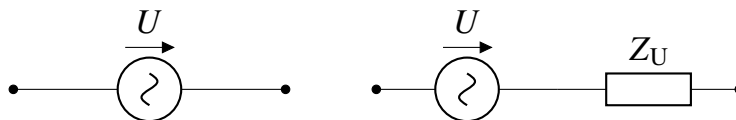


Abbildung A.5: Schaltzeichen für eine ideale Spannungsquelle (links) und eine reale Spannungsquelle (rechts)

B Grundlagen der EMV-Prüfverfahren

B.1 Störemissionen

Die Prüfverfahren zur Messung der Störemissionen in Kfz-Komponenten sind in der Norm CISPR 25 [74] beschrieben. Diese Norm unterscheidet zwischen der Messung von leitungsgebundenen und abgestrahlten Störemissionen. Im Rahmen dieser Arbeit werden die leitungsgebundenen Messverfahren betrachtet. Das Prüfverfahren sowie der verwendete Simulationsansatz für Leistungselektronikkomponenten werden in diesem Kapitel beschrieben.

Messung von leitungsgebundenen Emissionen von leistungselektronischen Komponenten

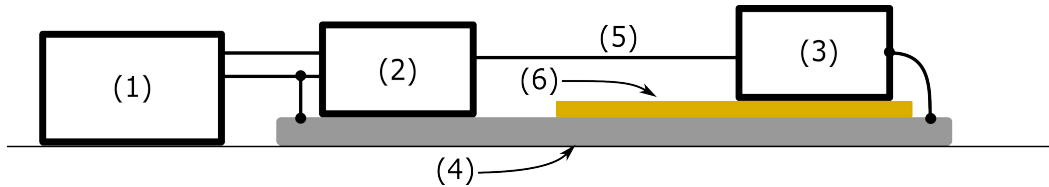


Abbildung B.1: Testaufbau zur Bestimmung leitungsgebundener Emissionen nach [74].
 (1) Spannungsversorgung (2) BNN (3) Prüfling (4) leitfähiger Tisch
 (5) Kabelbaum (6) Styrodur

Ein normkonformer Testaufbau für die Messung der leitungsgebundenen Emissionen gemäß [74] ist schematisch in Abb. B.1 dargestellt. Der Prüfling wird dabei in einem Abstand von 5 cm zu einem leitfähigen Tisch (auf Styrodur) platziert und über ein Masseband mit dem Tisch verbunden.

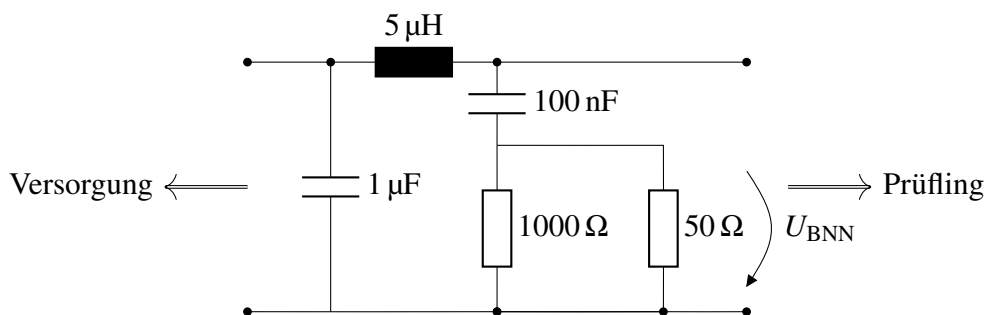


Abbildung B.2: Funktionales Ersatzschaltbild der verwendeten BNN

Die Bewertung der Emissionen erfolgt am 50 Ω-Widerstand der Bordnetznachbildung gemäß Abb. B.2 unter Verwendung eines Average-(Peak- oder Quasi-Peak)-Detektors [74].

Simulationsansatz für Leistungselektronik-Komponenten

Für die Simulation einer leitungsgebundenen Emissionsmessung von leistungselektronischen Komponenten gibt es eine Vielzahl verschiedener Ansätze in der Literatur [7]. Die meisten Ansätze lassen sich in zwei Gruppen unterteilen: Zeitbereichsansätze und Frequenzbereichsansätze [78, S. 4 ff.].

Zeitbereichsverfahren decken potenzielle EMV-Probleme genauer ab als Frequenzbereichsverfahren, da sie die Fähigkeit haben, zeitvariante und nichtlineare Elemente zu modellieren. Allerdings können aufgrund der kurzen Zeitschrittweite, die für die

Simulation von Emissionen oberhalb von 100 MHz benötigt wird, nur wenige Parasiten des Prüflings in das transiente Simulationsmodell einbezogen werden [78, S. 55].

Um die parasitären Effekte des Prüflings vollständig zu erfassen, kann ein Makro-/Black-Box-Modell der Geometrie verwendet werden [79]. Allerdings sind Makromodelle in vielen Fällen unphysikalisch [78, S. 53 ff.], was eine Ursachenanalyse oder eine gezielte Optimierung erschwert. Zudem muss sichergestellt werden, dass die Modelle passiv sind und der DC-Arbeitspunkt (engl.: Direct-Current) korrekt abgebildet wird [78, S. 53 ff.].

Mit der in Kapitel 2.1.2 beschriebenen Parasitenextraktionsmethode können passive, physikalische Ersatzschaltbilder mit definierter DC-Impedanz erstellt werden. Eine darauf aufbauende Sensitivitätsanalyse im Frequenzbereich ermöglicht die Bestimmung sensibler Parasiten und somit die automatische Reduktion der benötigten Netzwerkelemente auf ein Minimum. Durch die reduzierte Anzahl der benötigten Parasiten können diese in eine transiente Simulation einbezogen werden, wodurch eine akzeptable Simulationszeit und eine genaue Vorhersage der leitungsgeführten Emissionen erreicht werden.

Darüber hinaus ermöglichen die physikalischen Beziehungen der Schaltungselemente zur 3D-Geometrie (z. B. Layout und Gehäuse) des Prüflings weiteres Optimierungspotenzial mittels einer 3D-Sensitivitätsanalyse.

B.2 Störfestigkeit

Zur Prüfung der leitungsgebundenen Störfestigkeit eines Prüflings wird unter anderem das Stromeinspeiseverfahren angewandt.

Das Stromeinspeiseverfahren

Das BCI-Prüfverfahren wird in der ISO-11452-4 [69] beschrieben. Bei diesem Verfahren wird mittels einer Stromzange ein Gleichtaktstrom induktiv in den Kabelbaum der elektronischen Komponente eingepreßt. Es gibt zwei verschiedene Verfahren, nämlich das Open-Loop- und das Closed-Loop-Verfahren.

Beim Open-Loop-Verfahren wird eine zuvor definierte Vorwärtsleistung an der Einspeisenzange eingepreßt. Beim Closed-Loop-Verfahren wird der Gleichtaktstrom mit einer weiteren Stromzange erfasst und die Vorwärtsleistung an der Einspeisenzange so geregelt, dass der gewünschte Gleichtaktstrom an der Messzange anliegt oder die maximale Vorwärtsleistung erreicht ist.

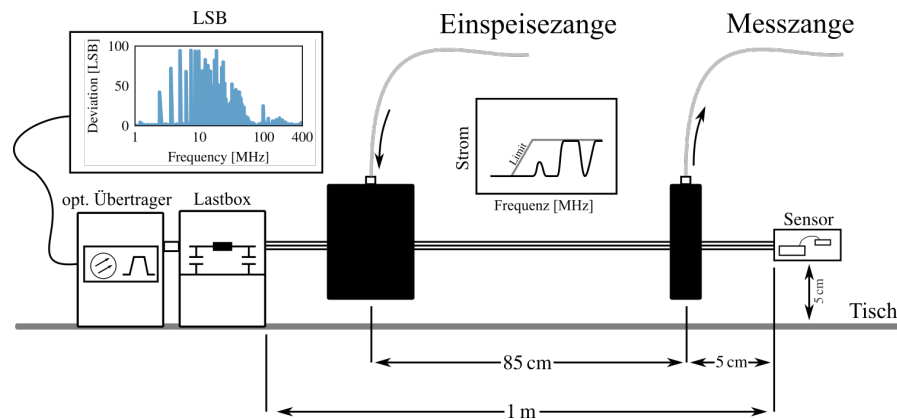


Abbildung B.3: BCI Closed-Loop-Messaufbau in der Störfestigkeitsprüfung eines Sensors mit digitaler Ausgabe

Bei hohen Impedanzen zwischen dem Prüfling und dem leitenden Tisch, beispielsweise aufgrund von Plastikgehäusen, können sehr hohe Leistungen auftreten. Um dies zu vermeiden, wird die Leistung begrenzt, was dazu führen kann, dass der Sollstrom nicht bei jeder Frequenz erreicht wird [80], [81], [82]. Der Prüfling muss auf einem nicht leitenden Material in einem Abstand von (50 ± 5) mm über der Masseplatte platziert sein.

Beim Open-Loop-Verfahren wird eine zuvor definierte Vorwärtsleistung an der Einspeisezange eingepreßt. Beim Closed-Loop-Verfahren wird der Gleichtaktstrom mit einer weiteren Stromzange erfasst und die Vorwärtsleistung an der Einspeisezange so geregelt, dass der gewünschte Gleichtaktstrom an der Messzange anliegt oder die maximale Vorwärtsleistung erreicht ist. Bei hohen Impedanzen zwischen dem Prüfling und dem leitenden Tisch, beispielsweise aufgrund von Plastikgehäusen, können sehr hohe Leistungen auftreten. Um dies zu vermeiden, wird die Leistung begrenzt, was dazu führen kann, dass der Sollstrom nicht bei jeder Frequenz erreicht wird [80], [81], [82]. Der Prüfling muss auf einem nicht leitenden Material in einem Abstand von (50 ± 5) mm über der Masseplatte platziert sein.

Die Permittivität des nicht leitenden Materials (meist Styrodur) sowie die vorgeschriebene Länge des Kabelbaums im Bereich von 1000 mm–1200 mm beeinflussen dabei erheblich auftretende Kabelbaumresonanzen und somit auch das Testergebnis. Der Kabelbaum wird ebenfalls meist auf Styrodur im Abstand von (50 ± 5) mm auf der Masseplatte verlegt und mittels einer Lastbox/Steuergeräte-Nachbildung terminiert. Diese ahmt dabei die passiven Effekte des jeweiligen Steuergeräts nach. Die Einspeisezange wird (900 ± 10) mm und die Messzange (50 ± 10) mm vom Prüfling entfernt angebracht. Der Prüfaufbau des Closed-Loop-Verfahrens für Sensoren in der Absorberkammer ist in Abb. B.3 dargestellt.

Simulation der Störfestigkeit von Sensoren im Stromeinspeiseverfahren

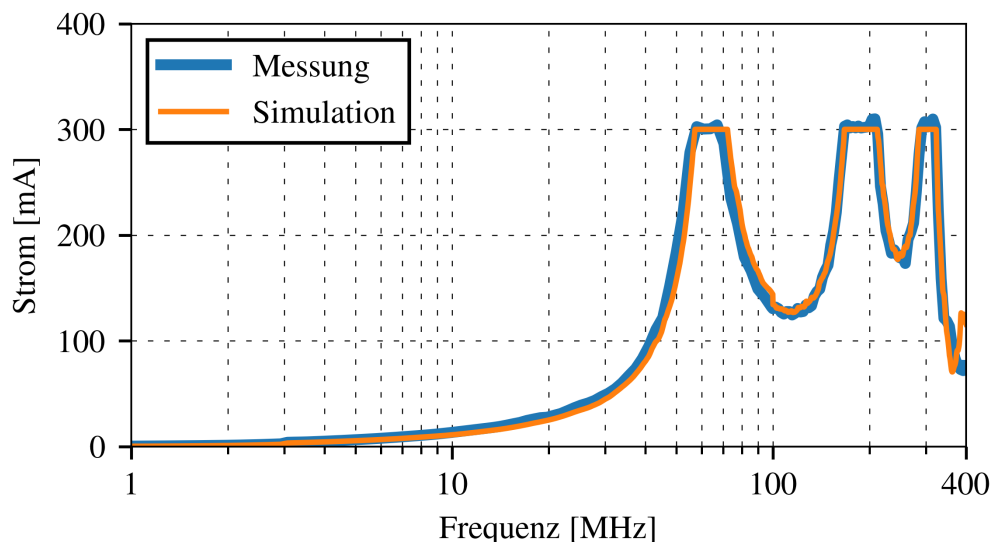


Abbildung B.4: Simulierter und gemessener Frequenzgang der Stromamplitude an der Messzange für einen 300 mA Closed-Loop BCI-Test eines Drucksensors

Der BCI-Aufbau besteht aus einer Einspeise- und einer Messzange, einem Kabelbaum, einer Steuergeräte-Emulation (hier als Loadbox bezeichnet), einer BNN und dem Prüfling (hier: Kfz-Sensor) [69].

Die Modelle der Einspeisezange und der Messzange werden mit dem in [83] gezeigten Verfahren durch Messen der Zangen in einem definierten Aufbau und anschließendem De-Embedding des Aufbaus generiert. Mit Hilfe von Modenwandlern, die in [84, S. 150 ff.] vorgestellt werden, können universelle, kabelbaumunabhängige Zangenmodelle erstellt werden. Die Methode basiert auf der Idee, den Kabelbaum in Gleichtakt- und Gegentaktadern zu modellieren. Hierbei wird ein gemessenes Zangenmodell verwendet, das ausschließlich auf einer Ader basiert und in die Gleichtaktader integriert wird. Das Zangenmodell muss eine Länge von null aufweisen. Um dies zu realisieren, werden die Leitungen im Modell berücksichtigt und entsprechend herausgerechnet [84, S. 151].

Der Kabelbaum wird mit CST Cable Studio [64] modelliert. Die verwendeten Bordnetznachbildungen weisen bis 108 MHz eine Eingangsimpedanz von 50Ω auf. Für höhere Frequenzen zeigt sich ein komplexes Resonanzverhalten, verursacht durch parasitäre Effekte. Das in [85] verwendete Verfahren nutzt die S-Parameter-Messung und ein De-Embedding der Messvorrichtung, um BNN-Modelle bis zu 1 GHz zu generieren.

Alle Komponenten werden schließlich in CST Studio Suite [64] simuliert, um die Genauigkeit des Verfahrens zu validieren. Hierfür wird der gemessene und simulierte Strom an der Messzange betrachtet. Als Beispiel dient ein 1 m langer Kabelbaum mit einem Sollstromprofil von 300 mA. Die Abb. B.4 zeigt den gemessenen und simulierten Frequenzgang der Stromamplitude von 1 MHz–400 MHz. Die Ergebnisse sind linear dargestellt und belegen die hohe Genauigkeit des Simulationsmodells.