STYLIANOU, Dorothee Cosima & EICHLER, Andreas
Kassel

Messen von Kreativität bei Problemlöser*innen im Rahmen der Matheforscher*innen der Universität Kassel

Schüler*innen arbeiten an einem offenen mathematischen Problem, das wir im Folgenden Erkundung nennen. Die Schüler*innen, die sich an einem Projekt für besonders interessierter Schüler*innen an der Universität Kassel (den Matheforscher*innen) beteiligen, bieten ihre individuellen, plausiblen Lösungen an. Obwohl viele Lösungen für sich gelungen sind, erscheinen einige wenige Lösungen noch kreativer. Doch wie und mit welchen Kategorien misst man Kreativität? In dem Projekt der Matheforscher*innen haben wir die Dokumente der Schüler*innen bezogen auf Kreativität untersucht, unter der mit Leikin und Elgrably (2022) eine auf Schüler*innen bezogene Flexibilität und Originalität verstehen, und die wir in unserem Projekt versuchen, mittels der Verwendung von Heurismen, geistiger Beweglichkeit, Metakognition und Erklärgewalt zu messen. In diesem Beitrag gehen wir zunächst auf Erkundungen als offene Problemstellungen sowie auf die Begriffe Heurismen, geistige Beweglichkeit, Metakognition und Erklärgewalt ein und geben anschließend einen Einblick in die Kodierung von Lösungen der Matheforscher*innen zu den Erkundungen.

Mathematische Erkundungen

Wir orientieren uns bei der Erstellung und dem Finden der Grundideen einer Erkundung an Rotts (2013, S. 32) Definition eines Problems: „Eine Aufgabe ist für ihren Bearbeiter (genau) dann eine (mathematische) Problemaufgabe, wenn bei ihrer Bearbeitung ein Prozess des Problemlösens stattfindet (im Gegensatz zu einem Routineprozess)." Mathematische Erkundungen sind Problemaufgaben, die zudem auf ein allgemeines mathematisches Phänomen abzielen, zugänglich und offen sein sollen. Zugänglich in dem Sinne, dass die Matheforscher*innen leicht einen Zugang zu dem Problem finden können, offen in dem Sinne, dass „das Problem [...] erst einmal konkretisiert werden [muss], Lösungswege [...] nicht auf der Hand [liegen], das Ergebnis [...] zunächst unbekannt [ist]" (Büchter & Leuders, 2016, S. 89). Noch präziser handelt es sich bei den Mathematischen Erkundungen um Aufgaben mit einem „ergebnisoffenen Ansatz" (Büchter und Leuders, 2016, S. 135).

Heurismen, geistige Beweglichkeit, divergentes Denken

Heurismen gelten nach Bruder (2003) als die Werkzeuge für problemlösende Menschen. Rott (2013, S. 81) formuliert: „Ein Heurismus ist eine Methode oder ein (kognitives) Werkzeug, die bzw. das bei der Bearbeitung eines

In: P. Ebers, F. Rösken, B. Barzel, A. Büchter, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2024.
57. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
https://doi.org/10.37626/GA9783959872782.0

Problems behilflich ist. Diese Hilfe bezieht sich auf die Analyse des Ausgangszustands des Problems oder auf dessen Transformation, indem die Repräsentationsform des Problems gewechselt wird oder die Suche nach einer Lösung.“ Geistige Beweglichkeit erscheint nach Bruder und Collet (2011, S. 33) beim Problemlösen in fünf Formen: Reduktion, Reversibilität, Aspektbeachtung, Aspektwechsel und Transferierung. Diese lassen sich auch im divergenten Denken wiederfinden, was nach Gnas et al (2023, S. 78) „als mehrgleisiges, offenes, unsystematisches oder spielerisches Denken“ definiert wird. Ihnen zufolge ist „divergentes Denken [...] ein wichtiger Teilbereich von Kreativität“ und zeichnet sich durch Ideenflüssigkeit, Ideenflexibilität, Originalität, Nützlichkeit, Problemsensitivität und Elaboration aus.

Erklärgewalt

Die Erklärgewalt hängt unmittelbar mit der geistigen Beweglichkeit zusammen: „Intuitive, also ungeschulte gute Problemlöser können [...] meist nicht bewusst auf diese Beweglichkeitsqualitäten zugreifen [...] [und] daher [...] auch oft nicht erklären, wie sie das Problem eigentlich gelöst haben.“ Ist man weder ein geistig beweglicher, noch ein intuitiver Problemlöser, so kann man aber nach Rott (2013, S. 68) dennoch ein Problemlöser sein, „denn das Beherrschen von Heurismen kann mangelnde geistige Beweglichkeit (zumindest teilweise) kompensieren“. Liegen formulierte Begründungen (Erklärungen) vor, werden Fachsprache, Genauigkeit in den Formulierungen, Nutzen, Einführung und (eindeutige) Festlegung von Variablen und mathematischen Symbolen als wesentliche Merkmale von Erklärgewalt verstanden.

Metakognition und Selbstregulation

Flavell (1976, S. 232) definierte Metakognition als "one’s knowledge concerning one’s own cognitive processes and products or anything related to them". Zum Wissen wird als zweite Komponente von Metakognition die Selbstregulation beim Einsatz das Wissen gezählt (Deseote & De Craene, 2019). Metakognition wird als einer der wichtigen Faktoren mathematischer Performanz verstanden (Othani & Hisasaka, 2018). Neben Selbstauskünften ist das online-assessment, bei dem kategorienbezogen metakognitive Aktivitäten von Problemlöser*innen dokumentiert werden, eine mögliche Art der Messung von Metakognition (Veenman & Cleef, 2019).

Methode

Die analysierten Dokumente stammen von neun Schüler*innen der Sekundarstufe I, die an dem Projekt der Matheforscher*innen ab dem Frühjahr 2021 teilgenommen und potentiell 16 Erkundungen gelöst haben.

Die Dokumente werden nach den Beobachtungskategorien inhaltsanalytisch kodiert (Kuckartz, 2016). Deduktiv werden Heurismen in der Aufteilung von

Bruder und Collet (2011) nach heuristischen Hilfsmitteln, heuristischen Strategien und heuristischen Prinzipien kodiert. Entsprechend deduktiv wird geistige Beweglichkeit nach den vier Formen Reduktion, Reversibilität, Aspektbeachtung, Aspektwechsel von Bruder und Collet (2011) kodiert. Divergentes Denken nach Gnas et al (2023) wird ausschließlich induktiv kodiert. Induktiv ist bei der ersten Analyse der Dokumente zudem die Beobachtungskategorie "Erklärgewalt" festgelegt worden, die über die genannten Kategorien hinaus weiterhin induktiv aufgefüllt wird. Eine bestehende Subkategorie ist hier beispielsweise "Festlegung von Variablen/ eindeutige Festlegung von Variablen". Metakognition wird nach Veenman und Cleef (2019, S. 696) insbesondere zu den elaborierteren Regulationsstrategien, "(11) monitoring the ongoing process, (12) checking the answer, (13) drawing a conclusion (recapitulating), (14) evaluating the answer against the problem statement, and (15) relating to earlier problems solved (reflection)" kodiert.

Ergebnisse

Wir betrachten einen Ausschnitt einer Lösung zu einem Parkettierungsproblem durch (nicht)-reguläre geometrische Figuren:

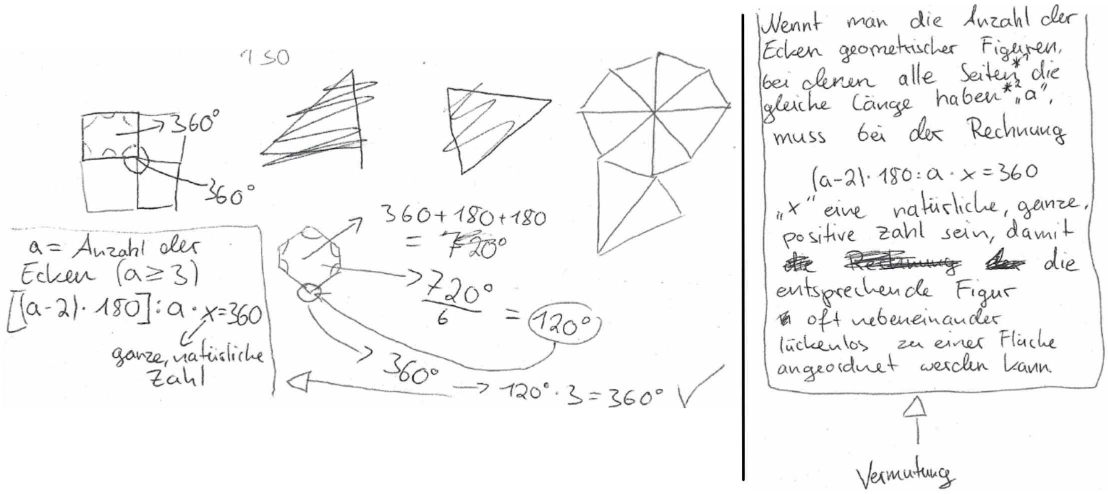

Abb. 1: Ausschnitt Entdeckungsprozesses (links) mit Erkenntnis (rechts)

Die hier genutzten Heurismen sind die informative Figur (Skizze), (bereits zuvor) systematisches Ausprobieren, eine erste Erkenntnis (360° beim Zusammentreffen der Quadrate in der Parkettierung) und die Übertragung (rückwärtsarbeitend von der Erkenntnis der 360° ausgehend) auf 6-Ecke. Es treten vier der fünf Formen geistiger Beweglichkeit (Reduktion, Reversibilität, Aspektbeachtung, Aspektwechsel) nach Bruder & Collet (2011, S. 33) auf. Bzgl. des divergenten Denkens gibt es keine originelle Idee (nach Gnas et al (2023, S. 79), aber die Kriterien der Nützlichkeit und der Problemsensitivität werden im Rahmen der ersten Aufgabe der Erkundung erfüllt, genauso wie das von uns ergänzte Kriterium der „Ideenschnelligkeit". Die schnelle Verallgemeinerung, die direkt in einer hier mathematisch korrekt notierten Gleichung (mit der Bedingung für die Möglichkeit einer Parkettierung) und der mathematisch korrekt formulierten Erkenntnis (Abb. 1 rechts) beinhaltet die folgenden Kategorien bzgl. Erklärgewalt: Dokumentation, Formulierung einer Vermutung, Verwendung von Fachsprache, Genauigkeit in den Formulierungen (vollständiger mathematischer Satz), eindeutige Einführung und Festlegung von Variablen, Konsistenz, Verallgemeinerung (aus Beispielen heraus), Vollständigkeit und Schlüssigkeit der Erklärung (Entdeckung). Metakognitiv ist an diesem Ausschnitt (11) monitoring the ongoing process, (12) checking the answer, (13) drawing a conclusion (recapitulating) nach Veenman und Cleef (2019, S. 696) zu erkennen.

Im nächsten Schritt und im Vortrag ist vorgesehen weitere Erarbeitungen der Matheforscher*innen zu untersuchen und mit bereits analysierten Dokumenten zu vergleichen.

Literaturverzeichnis

Bruder, R. (2003). *Methoden und Techniken des Problemlösenlernens*. https://www.researchgate.net/publication/238112956_Methoden_und_Techniken_des_Problemlosen-lernens

Bruder, R. & Collet, C. (2011). *Problemlösen lernen im Mathematikunterricht*. Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor.

Büchter, A. & Leuders, T. (2016). *Mathematikaufgaben selbst entwickeln*. Cornelsen.

Desoete, A., De Craene, B. (2019). Metacognition and mathematics education: an overview. *ZDM Mathematics Education* 51, 565–575. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01060-w

Flavell, J. H. (1976). Metacognitive aspects of problem-solving. In L. B. Resnick (Hrsg.), *The nature of intelligence* (pp. 231–236). Erlbaum.

Gnas, J. & Mack, E. & Matthes, J. & Preckel, J. (2023). *Intelligenz, Kreativität und Hochbegabung*. UTB Brill Schöningh. https://doi.org/ 10.36198/9783838560649

Holzäpfel, L. & Lacher, M. & Leuders, T. & Rott, B. (2018). *Problemlösen lehren lernen - Wege zum mathematischen Denken*. Kallmeyer in Verbindung mit Klett.

Kuckartz, U. (2016). *Qualitative Inhaltsanalyse*. Methoden, Praxis, Computerunterstützung.

Ohtani, K. & Hisasaka, T. (2018). Beyond intelligence: a meta-analytic review of the relationship among metacognition, intelligence, and academic performance. *Metacognition and Learning*. 13. 1-34. https://doi.org/10.1007/s11409-018-9183-8.

Rott, B. (2015). *Mathematisches Problemlösen - Ergebnisse einer empirischen Studie.* WTM-Verlag für wissenschatliche Texte und Medien, Münster.

Veenman, M.V.J., van Cleef, D. (2019): Measuring metacognitive skills for mathematics: students' self-reports versus on-line assessment methods. *ZDM Mathematics Education 51*, 691–701. https://doi.org/10.1007/s11858-018-1006-5.