

Sind die Elemente der Stellenwerttafel Ziffern oder Das IQB als Herrscherin über die Stellenwerttafel

Für den IQB-Ländervergleich 2011 (Stanat u.a. 2012¹) sind die verwendeten Aufgaben einer wissenschaftlichen Diskussion nicht zugänglich, aber es wurden fünf Beispielaufgaben publiziert. Hier werden einige grundsätzliche Probleme anhand der Aufgabe aus dem Bereich „Muster und Strukturen“ diskutiert:

Du willst die Zahl 365 mit Plättchen in der Stellenwerttafel darstellen. Wie viele Plättchen brauchst du?

Es ist eine leere Stellenwerttafel angegeben und die Antwortalternativen

3 Plättchen, 14 Plättchen, 68 Plättchen oder 365 Plättchen.²

Als richtige Antwort wird „14 Plättchen“ gewertet, gemeint ist damit, dass man die Zahl 365 als 3 Hunderter, 6 Zehner und 5 Einer darstellen kann. Dies ist korrekt. Alle anderen Antworten werden aber als „falsch“ gewertet, obwohl weitere zwei Lösungen richtig sind: Die Zahl 365 lässt sich ebenso darstellen

- als 3 Hunderter und 65 Einer (also mit 68 Plättchen, davon 3 in der Hunderterspalte und 65 in der Einerspalte der Stellenwerttafel)
- und als 365 Einer (also mit 365 Plättchen in der Einerspalte der Stellenwerttafel).

In einem Mathematikunterricht, der Wert legt auf Stellenwertverständnis, werden die vom IQB als falsch bewerteten Antworten nicht nur geduldet, sondern sie werden sogar explizit herausgefordert. Die Schüler sollen verstehen, dass 365 nicht nur als 3 Hunderter, 6 Zehner und 5 Einer angesehen werden kann, sondern auch als 2 Hunderter, 16 Zehner und 5 Einer oder als 1 Hunderter, 26 Zehner und 5 Einer usw. – ebenso aber auch in jenen Formen, die vom IQB als falsch bewertet werden. Man spricht dabei von nichtkanonischen Darstellungsweisen. Die nichtkanonischen Schreibweisen helfen den Schülern nicht nur beim flexiblen Rechnen und beim Verständnis der schriftlichen Rechenverfahren – dort ist es sogar unabdingbar, dass man nichtkanonisch denken kann. Bei einem rein ziffrigen Ausfüllen der Stellenwerttafel wird kein Verständnis des

¹ Das Literaturverzeichnis findet sich in der Datei zu diesem Text, die abgelegt ist unter:

<http://lama.uni-paderborn.de/personen/prof-dr-meyerhoefer.html>

² Aufgabe und Lösung vgl. unter dem Stichwort „Muster und Strukturen“ bei „Aufgaben“ bzw. „Lösungen“: <https://www.iqb.hu-berlin.de/laendervergleich/LV2011/Beispielaufgaben> (Zugriff 24.12.2012)

Stellenwertprinzips gesichert. Man überträgt einfach die Ziffern in die Stellenwerttafel, ohne zu verstehen, dass die einzelnen Stellenwerte mit Bündeln unterschiedlicher Bündelungsstufe belegt sind. Die Kontrastierung mit nichtkanonischen Darstellungen ist ein wirksames Mittel, dies zu thematisieren. Die Konfrontation der Schüler mit nichtkanonischen Schreibweisen ist deshalb auch ein effektives Mittel um herauszufinden, ob sie verstehen, welche Mengen hinter den von ihnen verwendeten Begriffen stehen. So wird im Jenaer Rechentest (JRT) zum Beispiel gefragt:

Du hast 23 Einer. Wie viele Zehner kannst du daraus bilden?

Wie viele Einer sind in drei Zehnern gebündelt?

Wie viele Zehner sind in drei Hundertern gebündelt?

Nur mit solchen (und anderen) Fragen entwickelt und überprüft man Stellenwertverständnis. Das IQB zieht nun aber eine seltsam anmutende Grenze, es *verbietet* nämlich, solche Fragen innerhalb der Stellenwerttafel zu stellen. Das heißt aber, dass das IQB entweder jede verstehensorientierte Frage zum Stellenwertsystem im Unterricht verbieten möchte, oder aber es will eine strikte Trennung zwischen der Stellenwerttafel und allen anderen Darstellungsmitteln für Zahlen (außer den Zahlen selbst natürlich). Beides sind problematische Ansätze.

Was das IQB damit auch torpediert, ist eine unterrichtliche Debatte darüber, warum wir eigentlich unsere Zahlen ausschließlich mit Ziffern darstellen. Es wäre schließlich problemlos möglich, die durch die Zahl 365 dargestellte Menge auch durch die Zahldarstellungen $3|6|5 = 2|16|5 = 2|15|15 = 2|14|25$ usw. oder $3.6.5 = 2.16.5 = 2.15.15 = 2.14.25$ usw. darzustellen. Nur wenn im Unterricht mit nichtkanonischen Zahldarstellungen gearbeitet wird, wird es diskutierbar, dass es enorm vorteilhaft ist, eine eindeutige Zahldarstellung zu nutzen und dass mit der arabischen Notationsweise als „365“ eine eindeutige und leicht dechiffrierbare Darstellung für die Zahl erfunden worden ist.

Schüler, die einen verständnisorientierten Mathematikunterricht genossen haben und deshalb 68 Plättchen oder 365 Plättchen oder aber alle drei richtigen Antworten ankreuzen, erhalten vom IQB bei dieser Aufgabe keinen Punkt. Umgekehrt erhebt das IQB mit seinen Aufgaben den Anspruch, dass ein guter Unterricht ein Unterricht ist, der im IQB-Test zu vielen Testpunkten führt. Will ein Lehrer in diesen Tests gut abschneiden, so ist er gezwungen, der Denkweise des IQB zu folgen. Das heißt hier aber, statt eines verständnisorientierten Unterrichts einen verengten Unterricht zu halten, in dem Stellenwerttafeln nach einem schematischen Muster

ausgefüllt werden – eine Fähigkeit, die in dieser Form kaum einen Nutzen hat. In einer

Stellungnahme des IQB

zu dieser Argumentation³ vermerken Richter, Reiss, Stanat und Pant:

„In der Stellenwerttafel wird eine Dezimalzahl durch Einer, Zehner, Hunderter usw. dargestellt, wobei die Ziffern der einzelnen Dezimalstellen z.B. in Form von Plättchen in das jeweilige Feld (bezeichnet mit E, Z, H usw.) übertragen werden.

In der vorliegenden Aufgabe soll die Zahl 365 mit Plättchen in eine Stellenwerttafel eingetragen werden.

Folgt man dem Prinzip der Stellenwerttafel, legt man 5 Einer, 6 Zehner und 3 Hunderter, benötigt also insgesamt $5+6+3=14$ Plättchen.“

Bei den oben dargestellten Lösungen

„vernachlässigt Meyerhöfer jedoch, dass die Zahl in einer Stellenwerttafel dargestellt werden soll. Die Stellenwerttafel bedingt, dass im Ergebnis die reguläre Dezimaldarstellung einer Zahl ablesbar sein soll, also nicht mehr als 9 Plättchen für jede Dezimalstelle verwendet werden. Übersteigt die Zahl der Plättchen den Wert 9, so muss ein Plättchen bei der nächstgrößeren Einheit ergänzt werden, denn die Elemente der Stellenwerttafel sind Ziffern, und nicht wie von Meyerhöfer angenommen, Zahlen. Bei korrekter Anwendung der Stellenwerttafel werden deshalb genau 14 Plättchen benötigt.

Ginge es bei der vorliegenden Aufgabe nicht um die Verwendung der Stellenwerttafel, sondern um unterschiedliche Formen der additiven Zerlegung der Zahl 365 in Einer, Zehner und Hunderter, so können verschiedene Antworten bei dieser Aufgabe als richtig bewertet werden. Das ist hier aber nicht der Fall. Die Aufgabe ist keineswegs fehlerhaft, sondern sie bildet vielmehr ein wichtiges Lernziel des Mathematikunterrichts in der Grundschule und einen bedeutsamen Bildungsstandard ab.“

Zwei didaktische Positionen, obrigkeitliche Bearbeitung

Offensichtlich bestehen zur Art der Nutzung der Stellenwerttafel zwei gegensätzliche Positionen. Das IQB vertritt die Auffassung, dass in der

³ Dirk Richter, Kristina Reiss, Petra Stanat & Hans Anand Pant: Stellungnahme zur Pressemitteilung der Universität Paderborn zur Beispielaufgabe „Stellenwerttafel“ des IQB-Ländervergleichs 2011 in der Primarstufe. (vgl. Website IQB: <http://www.iqb.hu-berlin.de/laendervergleich/LV2011/Bericht>, Zugriff 24.12.2012)

Stellenwerttafel ausschließlich Ziffern eingetragen werden dürfen, dass die Stellenwerttafel also ausschließlich kanonisch genutzt werden darf. Ich vertrete hingegen die Position, dass es sogar *unabdingbar* ist, nichtkanonische Eintragungen vorzunehmen. Ich verweise zur Stützung dieser Position etwa auf Resnick (1983), Ross (1986) oder Gerster/Schultz (2004). Auch in Padbergs „Didaktik der Arithmetik“ sind laut der Position des IQB z.B. die Seiten 225, 227, 237, 238, 239, 259, 263 mit fehlerhaften bzw. unerlaubten Stellenwerttafel-Nutzungen versehen.

Nun bewegt es sich innerhalb wissenschaftlicher Normalität, dass es in einer Frage verschiedene Positionen gibt. Das IQB hätte die Aufgabe, nur Aufgaben zu verwenden, die verschiedenen didaktischen Positionen Raum lassen. Ein Problem ergibt sich dann, wenn das IQB selbst didaktische Position bezieht und den Konflikt strukturell in Diskriminierung auflöst. Schließlich treffen die IQB-Vergleiche Setzungen auf mehreren Systemebenen. Wer viele richtige Kreuze erzeugt, wird als guter Schüler, Lehrer, Schule, Bundesland dargestellt. Wer aber verstehensorientiert unterrichtet, fordert von seinen Schülern Stellenwertdarstellungen, die in der hermetischen, technisch orientierten Position, die das IQB verfolgt, als falsch geahndet werden. Das stellt eine obrigkeitliche Bearbeitung des didaktischen Konflikts dar. Man kann dies als Missbrauch der Position des IQB als Standardisierungsinstanz deuten, wahrscheinlicher erscheint mir aber, dass das Problem innerhalb von standardisierten Tests unauflösbar ist: Wenn das IQB alle didaktischen Konfliktfelder umschiffen wollte, dann könnte es Teile des Curriculums nicht mehr abtesten.

Als mögliche Lösung des Problems erscheint eine Veröffentlichung der didaktischen Positionen, die vom IQB als richtig anerkannt werden – das wäre vergleichbar z.B. mit der DDR-Variante der Problembearbeitung, die ich „transparente Hermetik“ nennen würde. In den Bildungsstandards Mathematik für den Primarbereich findet sich aber sowohl im Textteil als auch in der Stellenwert-Aufgabe auf den Seiten 13 f. keinerlei Hinweis darauf, dass die technisch orientierte Deutung der Stellenwerttafel durchzusetzen ist. Im Übrigen möchte ich darauf hinweisen, dass die transparente Hermetik, also die offen obrigkeitliche Darstellung der didaktischen Positionen, die das IQB durchzusetzen wünscht, den Systembeteiligten zwar deutlich machen würde, an welchem Maßstab sie gemessen werden. Man müsste dann aber einige Jahre mit den Vergleichsarbeiten aussetzen, denn die Systembeteiligten bräuchten einige Zeit, um die IQB-Vorgaben umzusetzen.