

SCHADL, Constanze & HOTH, Jessica
Jena, Frankfurt

Größenvorstellungen zu Längen - Analyse eines Kompetenzstufenmodells

Viele Alltagssituationen erfordern einen kompetenten Umgang mit Längen. Während der Corona-Pandemie musste beispielsweise ein Mindestabstand von 1,5 m eingehalten werden, sodass diese Länge möglichst genau zu schätzen war. Hierfür werden Größenvorstellungen zu Längen relevant. Trotz der prominenten Rolle des Konstrukts 'Größenvorstellung' sowohl für die Bewältigung von Alltagssituationen als auch in der deutschsprachigen Mathematikdidaktik gibt es kaum aktuelle empirische Befunde darüber, wie sich diese Vorstellungen im Grundschulalter entwickeln und welches Wissen bzw. welche Fähigkeiten hierbei relevant werden. Mithilfe eines Kompetenzstufenmodells sollen hierzu erste Hinweise gefunden und Niveaus beschrieben werden, die für Kinder in der dritten und vierten Klassenstufe auf ihrem Weg zur Entwicklung von Größenvorstellungen im Bereich Längen identifiziert werden können.

Theoretische Grundlagen

Ein Ziel des Mathematikunterrichts der Primarstufe ist, dass die Kinder am Ende der vierten Klasse über einen "sinnstiftenden mathematischen Umgang mit Größen basierend auf tragfähigen Größenvorstellungen" verfügen (KMK, 2022, S. 15). Dies umfasst laut der Bildungsstandards unter anderem, dass die Kinder (a) über Größenvorstellungen verfügen und (b) das Grundprinzip des Messens verstehen (ibid.). In der mathematikdidaktischen Theorie und Forschung scheint es keine einheitliche Konzeptualisierung des Konstrukts 'Größenvorstellung' zu geben. Häufig werden das Vergleichen, Messen und Schätzen von Längen als relevant konzeptualisiert (Tan-Sisman & Aksu, 2011), ebenso wie das Wissen über Repräsentanten (Franke & Ruwisch, 2010) und das Umrechnen von Größenangaben (Grund, 1992). Empirische Hinweise auf die Entwicklung dieser Vorstellungen im Bereich Länge geben die Learning Trajectories von Clements et al. (2017), die verschiedene Niveaus in der Lernentwicklung von US-amerikanischen Kindern zwischen dem Kindergarten und Klassenstufe 5 spezifizieren. Die unterschiedlichen Niveaus enthalten ebenfalls Informationen zum Vergleichen, Messen, Schätzen und Umrechnen von Längen sowie zum Kennen von Repräsentanten. In ihrem Modell ist das direkte Vergleichen von Längen Niveau 1, Niveau 2 entwickelt sich parallel zu dem ersten und ist durch das indirekte Vergleichen von einer oder mehreren Längen charakterisiert. Ab Niveau 3 können

Kinder Lineale verwenden (nicht immer erfolgreich), auf Niveau 4 eine Einheit mehrfach verwenden, um damit die Länge eines Objektes auszumessen, und erfolgreicher ein Lineal verwenden. Auf Niveau 5 können die Kinder auch mit einem zerbrochenen Lineal messen und die Zusammenhänge zwischen verschiedenen Standardeinheiten beschreiben und nutzen. Auf diesem Niveau können die Kinder darüber hinaus zu angemessenen Schätzungen kommen, während sie auf Niveau 6 in der Lage sind, auf Schätzstrategien zurückzugreifen und verschiedene mentale Operationen im Schätzprozess durchzuführen. Auch die Ausbildung von Wissen über Repräsentanten wird auf diesem Niveau genannt. Es werden noch zwei weitere Niveaus spezifiziert, die im Wesentlichen Wissen und Fähigkeiten zum Umgang mit Flächeninhalten und zusammengesetzten Größen für die höheren Jahrgangsstufen außerhalb der Grundschule konkretisieren (ibid.). Aus der Beschreibung der Learning Trajectory wird deutlich, dass sich die verschiedenen Komponenten der Längenvorstellungen jeweils über mehrere Niveaus erstrecken und intensivieren (z.B. das Messen entwickelt sich über Niveau 3 bis 5 und beschreibt mit aufsteigendem Niveau einen kompetenteren Umgang), aber sich auch in der Interaktion miteinander entwickeln (das Messen entwickelt sich beispielsweise anschließend an das direkte und indirekte Vergleichen von Längen). In diesem Beitrag soll für den nationalen Kontext geprüft werden, ob sich die in der Testkonstruktion angenommenen schwierigkeitsgenerierenden Merkmale auch empirisch als schwierigkeitsgenerierende Charakteristika identifizieren lassen. Dadurch sollen Erkenntnisse zu verschiedenen Anforderungsniveaus von Längenvorstellungen gewonnen werden.

Methodik

Die Querschnittsstudie wurde mit $N = 277$ (47.3% Mädchen; 50.8% Jungen; 1.8% divers) Kindern der Klassenstufen 3 und 4 im Klassenverband durchgeführt. Das Testinstrument umfasste 71 Items, von denen 14 das Kennen von Repräsentanten, 17 das Messen von Längen, 20 das Schätzen von Längen, 11 das Vergleichen und 9 das Umwandeln von Längen erforderten. Das Kennen von Repräsentanten erforderte es, Objekte zu gegebenen Längen zu benennen, Längen zu gegebenen Objekten zu bestimmen oder Objekte mit ihrer Länge anzugeben. Messen erforderte es, Längen mit einem standardisierten oder zerbrochenen Lineal zu messen oder auch Längen zu zeichnen. Schätzen erforderte das Schätzen von (nicht) ikonisch repräsentierten Längen, das Zeichnen von Längen ohne Messinstrument oder auch das Schätzen des längeren von zwei ikonisch repräsentierten Gegenständen, die jedoch nicht in ihrer tatsächlichen Länge abgebildet waren. Vergleichen erforderte zwei oder drei ikonisch repräsentierte Längen auf (nicht-)kariertem Hinter-

grund oder zwei symbolisch repräsentierte Längen zu vergleichen. Ein weiterer Testteil erforderte das Umwandeln von Längeneinheiten, beispielsweise von der größeren zur kleineren Einheit und umgekehrt. Die interne Konsistenz des Instruments lag bei .83 (WLE-Reliabilität). Die Daten wurden mithilfe des dichotomen Raschmodells (Rasch, 1960) analysiert, wobei die Anforderungsniveaus mithilfe der Bookmark-Methode generiert wurden.

Ergebnisse

Abbildung 1 zeigt die Verteilung der Kinder über 6 Anforderungsniveaus mit illustrierenden Items zu den jeweiligen Niveaus. Niveau 1 beschreibt ein elementares Wissen und Fähigkeiten in einfachen Situationen mit Längen, die auf die Aktivitäten des Messens, Schätzens und Vergleichens beschränkt bleiben. Beispielsweise beschränkt sich das Messen auf diesem Niveau auf Längen kleiner 5cm und das Vergleichen bezieht sich auf Längen, die sich in ihrer Einheit unterscheiden. Niveau 2 beschreibt dieses Wissen und Fähigkeiten in anspruchsvolleren Situationen, welche zum Beispiel weniger stark vorstrukturierte Elemente umfassen. Niveau 3 beschreibt fortgeschrittenes Wissen und Fähigkeiten in verschiedenen Situationen und Aktivitäten (Repräsentanten kennen, Messen, Schätzen, Vergleichen). Bezogen auf die Aktivitäten der Vorstufe sind die Anforderungen insofern fortgeschrittener, als dass sie sich beispielsweise auf Aktivitäten wie den Umgang mit Dezimalzahlen beziehen, die auf den Vorstufen noch nicht erforderlich waren. Weiterhin taucht das Kennen von Repräsentanten erstmalig auf Niveau 3 auf. Niveau 4 beschreibt dieses Wissen und Fähigkeiten in anspruchsvolleren Situationen, die beispielsweise mehrere Schritte im Lösungsprozess als auf Niveau 3 erfordern. Niveau 5 beschreibt ein komplexes Wissen und Fähigkeiten von Größenvorstellungen in verschiedenen Situationen und Aktivitäten (Repräsentanten kennen, Messen, Schätzen, Umwandeln). Beispielsweise sind auf diesem Niveau ikonisch repräsentierte Längen zu messen, welche sich auf Dezimalzahlen beziehen. Niveau 6 beschreibt dieses Wissen bezogen auf die Aktivitäten Repräsentanten kennen, Messen und Umwandeln in anspruchsvolleren Situationen.

Diskussion

Das Kompetenzstufenmodell unterscheidet sich von der beschriebenen Learning Trajectory einerseits aufgrund der querschnittlichen Datengrundlage und andererseits aufgrund der Items, die entlang verschiedener Schwierigkeitsgenerierender Merkmale entwickelt wurden. Entsprechend kommen die fünf Komponenten auf mehreren Niveaus im Modell vor und können zusätzliche Informationen zu den komponenteninternen sowie -übergreifenden Zusammenhängen liefern. In weiteren Forschungsbemühungen sollen die Befunde mit einem größeren Sample ergänzt und repliziert werden. Langfristig

betrachtet soll das Kompetenzstufenmodell als Basis für die Messung von Lernverläufen im Kontext von Längenvorstellungen dienen.

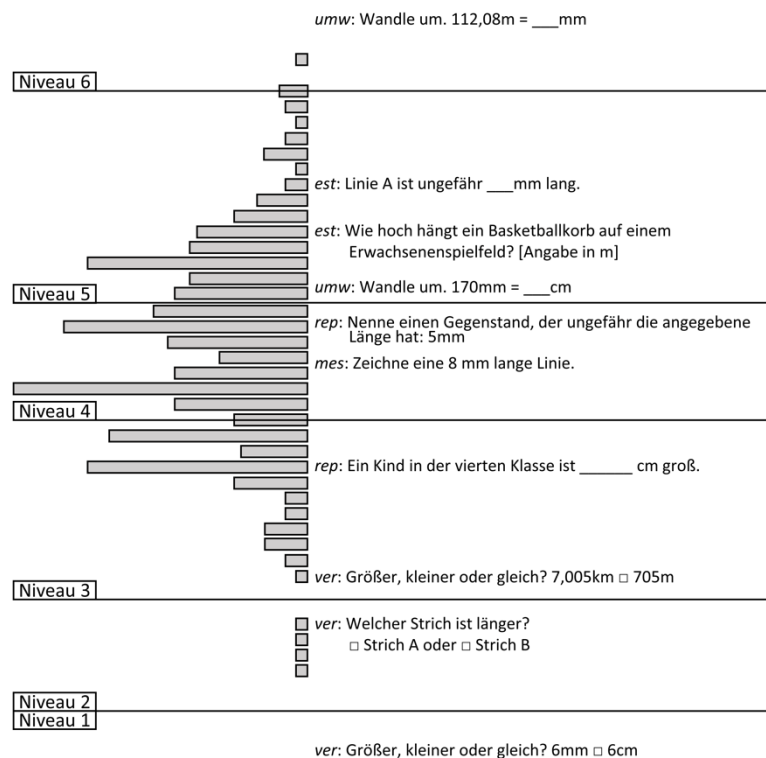


Abb. 1: Verteilung der Kinder über die Anforderungsniveaus mit illustrierendem Aufgabenmaterial. Rep = Repräsentanten kennen, mes = Messen, est = Schätzen, ver = Vergleichen, umw = Umwandeln.

Literatur

- Clements, D. H., Barrett, J. E., Sarama, J. et al. (2017). Length: A summary report. In: National Council of Teachers of Mathematics (Hrsg.). *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph, 2017, Vol. 16, Children's Measurement: A Longitudinal Study of Children's Knowledge and Learning of Length, Area, and Volume* (2017), S. 25-68.
- Franke, M., & Ruwisch, S. (2010). *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule*. Heidelberg: Spektrum.
- Grund, K. H. (1992). Größenvorstellungen - eine wesentliche Voraussetzung beim Anwenden von Mathematik. *Grundschule, 24*(12), 42-44.
- KMK. (2022). *Bildungsstandards für das Fach Mathematik im Primarbereich*. https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-Primarbereich-Mathe.pdf
- Rasch, G. (1960). *Probabilistic models for some intelligence and attainment tests*. The Danish Institute for Educational Research.
- Tan-Sisman, G., & Aksu, M. (2012). The length measurement in the Turkish mathematics curriculum: Its potential to contribute to students' learning. *International Journal of Science and Mathematics Education, 10*, 363-385. <https://doi.org/10.1007/s10763-011-9304-1>