

FISCHER, Michael; BRACKE, Martin; HARTMANN, Stefanie & KUNTZE, Sebastian
Graz, Koblenz, Ludwigsburg, Ludwigsburg

Zur Offenheit von Modellierungsaufgaben

Mathematisches Modellieren ist in vielen Ländern weltweit ein verpflichtender Bestandteil der Mathematiklehrpläne von der Primarstufe bis zur Sekundarstufe (Borromeo Ferri et al., 2023; Kaiser et al., 2023). Authentizität, Alltagsnähe und Offenheit gelten als grundlegende Kriterien für qualitativ hochwertige Modellierungsaufgaben (Maaß, 2010). Die Bewältigung komplexer Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht erfordert häufig, dass Lehrkräfte Unterrichtssituationen anhand verschiedener Kriterien analysieren. Besonders das Handeln der Lehrkräfte in Bezug auf die individuellen Modellierungswege der Schüler*innen kann deren Lernerfolg im Modellieren entscheidend beeinflussen (Schukajlow et al., 2023). So können Lehrkräfte die aktive Beteiligung der Lernenden an ihren eigenen Modellierungsprozessen fördern und gleichzeitig deren kritische Reflexion dieser Vorgehensweisen stärken. Die Förderung einer aktiven Beteiligung von Schüler*innen am mathematischen Modellieren erfordert insbesondere, dass die mathematische Vorgehensweise der Lernenden in den Fokus der analysierenden Lehrkräfte rückt, die Unterrichtssituationen gezielt beobachten (Hartmann et al., 2023). Trotz der zentralen Bedeutung dieses Ansatzes für das Modellierenlernen mangelt es bislang an umfassenden empirischen Erkenntnissen zum „Noticing“ angehender Lehrkräfte im Hinblick auf die Anforderungen einer solchen Unterrichtsanalyse. Vor diesem Hintergrund untersucht die Studie von Fischer et al. (2025) die Wahrnehmung und Bewertung von Situationen, die in Unterrichts-Cartoon-Vignetten dargestellt werden. Diese Vignetten illustrieren suboptimales Verhalten von Lehrkräften, das von mehr als 200 Lehramtsstudierenden dreier deutschsprachiger Universitäten analysiert wurde. Ziel der hier vorgestellten Ergebnisse ist es unter anderem, herauszufinden, welche Annahmen angehende Mathematiklehrkräfte hinsichtlich der Offenheit von Modellierungsaufgaben haben. Daraus werden Implikationen für die Unterstützung in der Lehramtsausbildung abgeleitet.

Theoretischer Hintergrund, Offenheit von Modellierungsaufgaben

Modellierungsaufgaben greifen Realitätskontexte auf und sind offen in dem Sinne, dass sie mehrere Lösungswege zulassen sowie Annahmen getroffen werden müssen. Sie fokussieren sich auf authentische und praktisch durchführbare Fragestellungen (Maaß, 2010). Aufgrund ihrer Offenheit ermöglichen sie differenzierte Lösungswege auf verschiedenen Komplexitätsniveaus (Borromeo Ferri et al., 2023). In welchem Maß eine Aufgabe Differenzierung erlaubt, hängt dabei eng mit ihrem Grad an Offenheit zusammen

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.

(Maaß, 2010). Eine Aufgabe kann jedoch in verschiedener Hinsicht offen sein; es genügt nicht, sie schlicht als „offen“ oder „mit mehreren Lösungsmöglichkeiten ausgestattet“ zu bezeichnen. In Yeo (2017, S. 187) werden fünf Variablen (Ziel, Methode, Komplexität, Antwort und Erweiterung) identifiziert, die jeweils geschlossen oder offen gestaltet werden können. Untersuchungen von Schukajlow et al. (2023) zeigen, dass Lernende häufig Probleme damit haben, die Offenheit einer Aufgabenstellung zu erkennen und zu verstehen, dass die Verwendung numerischer Annahmen erforderlich sein kann. Dies stellt eine Barriere beim Lösen offener Modellierungsaufgaben dar, die jedoch durch gezielte Hinweise von Lehrkräften überwunden werden kann (Schukajlow et al., 2023). Die Anforderung, mehrere Lösungsansätze zu entwickeln, fördert nachweislich die Weiterentwicklung der prozeduralen Metakognition und stärkt die Fähigkeiten zum selbstregulierten Lernen, wie von den Beteiligten berichtet (Krug & Schukajlow, 2020). Vor- und Nachteile verschiedener Mathematisierungen sind auch ein zentrales Thema aktueller mathematischer Beiträge (Fischer, 2022; Ruzika et al., 2017). Im Kontext der Mathematikdidaktik ist das Konstruieren mehrerer Lösungswege ein wesentlicher Bestandteil des Mathematikunterrichts (Borromeo Ferri et al., 2023), da es zugleich die Reflexion darüber fördert, ob alternative Vorgehensweisen denkbar sind, ob Lösungsprozesse auch anders hätten verlaufen können oder sogar, ob das zugrundeliegende Modell selbst in Frage gestellt werden sollte (Kaiser et al., 2023). Die Offenheit von (Modellierungs-)Aufgaben hat daher viel Potential für den Unterricht. Es wurde jedoch häufig empirisch festgestellt, dass Lehrkräfte überwiegend direkte Hilfestellung geben und dabei ihre eigene Lösungsstrategie bevorzugen (Kaiser et al., 2023). Ob ähnliches Verhalten auch bei der Analyse von Vignetten auftritt, wurde bisher unzureichend erforscht (Hartmann et al., 2023).

Methodik und Resultate

Zur Untersuchung des Noticing im Zusammenhang mit der suboptimalen Nutzung von Lerngelegenheiten bei Modellierungsaufgaben wurde von Hartmann et al. (2023) im Projekt `coreflect@maths` eine vignettenbasierte Studie durchgeführt, die zwei Unterrichtssituationen untersuchte. Diese Aufgaben zeichnen sich durch methodische Offenheit aus, da sie keine vorgegebenen Modelle oder Methoden verwenden (Schukajlow et al., 2023; Yeo, 2017). In einer der Vignetten wird eine Aufgabe mit hohen Modellierungsanforderungen vorgestellt (Kuntze & Zöttl, 2008). Eine Lehrkraft nähert sich einer Schülerinnengruppe, die auf Basis von Volumenüberlegungen einen Modellierungsansatz entwickelt hat (Abbildung 1, links). Nach unspezifischem positivem Feedback äußert die Lehrkraft Zweifel an der Genauigkeit des Ansatzes und schlägt stattdessen einen alternativen, gewichtsorientierten

Lösungsweg vor. Diese Reaktion wird als suboptimal bewertet, da sie die Schülerinnen dazu auffordert, ihren eigenen Modellierungsansatz aufzugeben und einem Standardlösungsweg zu folgen. Der ursprüngliche Datensatz wurde an zwei weiteren deutschsprachigen Universitäten auf $N = 209$ Teilnehmer:innen erweitert. Die Resultate wurden anhand des Kategoriensystems von Hartmann et al. (2023) doppelcodiert. Relevante Fälle wurden identifiziert, wenn Teilnehmende das Aufdrängen eines Lösungswegs durch die Lehrkraft in mindestens einer Vignette als positiv bewerteten. Dies ergab $N = 59$ Datensätze (Abbildung 1, rechts), die in einem Bottom-up-Verfahren erneut analysiert wurden, um induktive Kategorien zu entwickeln (Mayring & Fenzl, 2019).

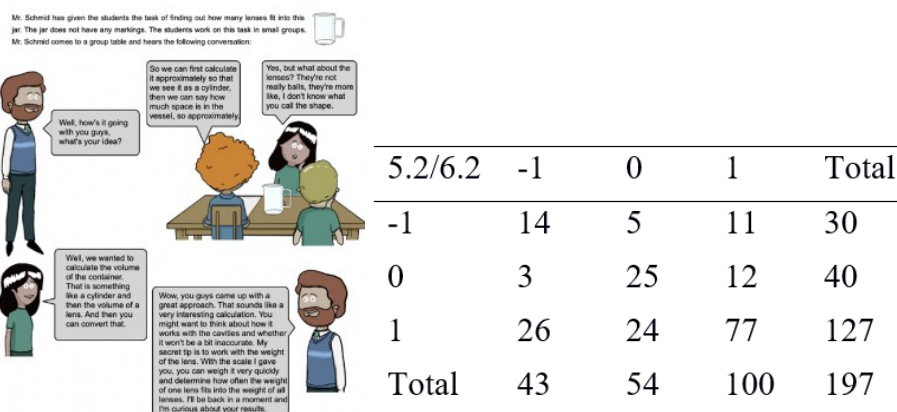


Abb. 1: Links: Eingesetzte Vignette 5 aus dem Projekt coreflect@maths. Rechts: Von den 207 Teilnehmenden bearbeiten 197 beide Vignetten; davon bewerteten 59 Teilnehmende die Handlungen des Lehrers mindestens einmal positiv, kodiert mit -1.

Insgesamt äußerten sich 53 Teilnehmende zur „Dimension des Lösungsraums“. Dabei stellten sie beispielsweise fest, dass der Vorschlag der Lehrkraft eine alternative oder bevorzugte Lösung darstellt (z.B. „konkret ihr Lösungsansatz“, [MI06HA]). Innerhalb dieser Gruppe ordneten 44 Teilnehmende den Lösungsraum explizit, etwa indem sie den Vorschlag der Lehrkraft als „einzig“, „korrekt“ oder „besser“ bewerteten, eine unterbewusste Überzeugung im Kontext von Modellierungsaufgaben (Fischer et al., 2025).

Diskussion

Während Vor- und Nachteile verschiedener methodischer Ansätze ein zentrales Thema mathematischer Forschung darstellen (Fischer, 2022; Ruzika et al., 2017), ist das Konstruieren mehrerer Lösungen im Mathematikunterricht ebenso ein wesentliches Lehr-Lern-Element (Borromeo Ferri et al., 2023). Diese Praxis fördert unter anderem die Reflexion darüber, ob alternative Vorgehensweisen möglich sind, ob Lösungen auch anders hätten entwickelt werden können oder ob das zugrunde liegende Modell selbst zu hinterfragen

wäre. Für die praktische Ausbildung angehender Lehrkräfte bedeuten die vorgestellten Befunde daher, dass neben dem Wissen über Modellierungskreisläufe ein vertieftes Verständnis für die Charakteristika von Modellierungsaufgaben erforderlich ist. Insbesondere ihre methodische Offenheit sowie die positiven Effekte, die aus der Förderung vielfältiger Lösungsansätze resultieren, sollten stärker in den Fokus rücken.

Literatur

- Borromeo Ferri, R., Kaiser, G., & Paquet, M. (2023). Meeting the Challenge of Heterogeneity Through the Self-Differentiation Potential of Mathematical Modeling Problems. In R. Leikin (Ed.), *Mathematical Challenges For All* (pp. 409–429). Springer International Publishing.
- Fischer, M. (2022). *Applications of interacting particle systems in life- and social-sciences across scales*. <https://theses.univie.ac.at/detail/64811>
- Fischer, M., Bracke, M., Hartmann, S., & Kuntze, S. (2025). Teachers' tacit assumptions in their analysis of non-optimal modelling support: A vignette-based study. In C. Cornejo et al. (Hrsg.), *Proceedings of the 48th conference of the international group for the psychology of mathematics education*. PME.
- Hartmann, S., Krummenauer, J., & Kuntze, S. (2023). Mathematics teachers' analysis of modelling situations in the classroom: A vignette-based study. *Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13)*, 14.
- Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R., & Greefrath, G. (2023). Mathematisches Modellieren. In R. Bruder, A. Büchter, H. Gasteiger, B. Schmidt-Thieme, & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 399–428). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-662-66604-3_13
- Krug, A., & Schukajlow, S. (2020). Entwicklung prozeduraler Metakognition und des selbstregulierten Lernens durch den Einsatz multipler Lösungen zu Modellierungsaufgaben. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 41(2), 423–458.
- Kuntze, S., & Zöttl, L. (2008). Überzeugungen von Lehramtsstudierenden zum Lernpotential von Aufgaben mit Modellierungsgehalt. *mathematica didactica*, 31, 46–70.
- Maaß, K. (2010). Classification Scheme for Modelling Tasks. *Journal Für Mathematik-Didaktik*, 31(2), 285–311. <https://doi.org/10.1007/s13138-010-0010-2>
- Mayring, P., & Fenzl, T. (2019). Qualitative Inhaltsanalyse. In N. Baur & J. Blasius (Hrsg.), *Handbuch Methoden der empirischen Sozialforschung* (S. 633–648). Springer Fachmedien. https://doi.org/10.1007/978-3-658-21308-4_42
- Ruzika, S., Siller, H.-S., & Bracke, M. (2017). Evakuierungsszenarien in Modellierungswochen – ein interessantes und spannendes Thema für den Mathematikunterricht. In H. Humenberger & M. Bracke (Hrsg.), *Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht 3: ISTRON-Schriftenreihe* (S. 181–190). Springer Fachmedien.
- Schukajlow, S., Krawitz, J., Kanefke, J., Blum, W., & Rakoczy, K. (2023). Open modelling problems: Cognitive barriers and instructional prompts. *Educational Studies in Mathematics*, 114(3), 417–438. <https://doi.org/10.1007/s10649-023-10265-6>
- Yeo, J. B. W. (2017). Development of a Framework to Characterise the Openness of Mathematical Tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(1), 175–191. <https://doi.org/10.1007/s10763-015-9675-9>