

VOLKE, Lena
Dresden

Schulbuchdarstellungen im Spannungsfeld individueller Interpretationen: Wie Lernende grafische Darstellungen zur Addition und Subtraktion interpretieren

Vor über 40 Jahren untersuchten Schipper und Hülshoff (1984) die Interpretation mathematischer Darstellungen durch Grundschul Kinder mit dem Fokus auf „richtige“ und „falsche“ Deutungen. Die vorliegende Studie greift diesen Ansatz auf und verschiebt deren Fokus: Statt der Eindeutigkeit von Darstellungen steht ihre potenzielle Mehrdeutigkeit im Mittelpunkt. Die systematische Replikation der Studie untersucht, welche verschiedenen Interpretationen Erstklässlerinnen und Erstklässler zu grafischen Darstellungen der Addition und Subtraktion entwickeln und wie diese mit mathematischen Grundvorstellungen zusammenhängen. Sie liefert damit nicht nur einen aktuellen Einblick in die Interpretationsfähigkeiten der Kinder, sondern auch eine Erweiterung der damaligen Ergebnisse.

Dass Deutungen vorgegebener grafischer Darstellungen für jeden Lernenden individuell erfolgen und die Lernenden eigene Strukturierungen vornehmen, die sich von intendierten Deutungen auch unterscheiden können, zeigte bereits Söbbeke (2005) in ihren Untersuchungen. Damit in Zusammenhang steht der „act of interpretation“ (Goldin & Kaput, 1996, S. 399), der die Beziehung zweier Darstellungen zueinander beeinflusst, die nicht spezifisch festgelegt ist und somit mehrdeutig erscheinen kann. Dieser Umstand begründet die Herangehensweise, mathematische Darstellungen selbst als mehrdeutig zu begreifen und zu nutzen (Söbbeke, 2005). Gleichzeitig wird vom Verstehen eines mathematischen Inhalts ausgegangen, wenn durch die Aktivierung einer Grundvorstellung die Bearbeitung einer Aufgabenstellung auf unterschiedlichen Darstellungsebenen möglich ist (Wartha & Schulz, 2019). Die Vernetzung verschiedener Darstellungsebenen gelingt also, wenn zum jeweiligen mathematischen Inhalt Grundvorstellungen aufgebaut wurden (Wartha & Schulz, 2019).

Der vorliegende Beitrag nimmt diese Grundvorstellungen in den Blick und fokussiert insbesondere die Addition und Subtraktion. Neben der Entwicklung von Grundvorstellungen ist für den Aufbau eines Operationsverständnisses außerdem das Durchdringen des Teil-Ganzes-Konzepts grundlegend. Entscheidend dabei ist die Einsicht, dass dieselbe Menge in unterschiedliche Teilmengen zerlegt und aus diesen auch wieder zusammengefügt werden kann. Die verwendeten Zahlen repräsentieren dabei einerseits die Mengen und moderieren andererseits auch deren Zusammenspiel (Scherer & Moser

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.

Opitz, 2010). Diese grundlegende Einsicht in das Teil-Ganzes-Konzept und die damit verbundenen Operationen sollte sich in grafischen Darstellungen widerspiegeln. Daher stellt sich die Frage, wie Schulbuchdarstellungen diese Konzepte grafisch umsetzen und wie Lernende sie tatsächlich in eine „passende“ Operation übersetzen.

Daraus ergibt sich u.a. folgende Forschungsfrage:

- Welche Deutungsmöglichkeiten notieren Kinder der ersten Jahrgangsstufe zu grafischen Darstellungen der Addition und Subtraktion aus deutschen Mathematikschulbüchern?

Methodisches Vorgehen

Zur Beantwortung der Forschungsfrage wurde eine systematische Replikationsstudie zur Originalstudie von Schipper & Hülshoff (1984) durchgeführt, die eine teilstandardisierte, schriftliche Befragung von Erstklässlerinnen und Erstklässlern (n=199) im Frühjahr 2024 umfasste. Als Erhebungsinstrument kam ein teilstandardisierter Paper-Pencil-Test mit 17 Items zum Einsatz. Die Items setzten sich aus unterschiedlichen grafischen Darstellungen aus Mathematikschulbüchern zusammen. Bei der Auswahl der genutzten Darstellungen wurde darauf geachtet, dass sie in ihren Strukturen, die die Anordnung der einzelnen Elemente determinierten, den Darstellungen der Originalstudie ähneln. In Abbildung 1 ist beispielhaft eine Gegenüberstellung der Originalgrafik bei Schipper & Hülshoff (1984) mit der ähnlichen, aktuellen Schulbuchdarstellung zu sehen, die im Paper-Pencil-Test als Item D03 Verwendung fand. Die gewählten Grafiken sollten außerdem alle Grundvorstellungen zu Addition und Subtraktion abbilden, wobei deren mögliche Mehrdeutigkeit unterschiedliche Interpretationen durch die Schülerinnen und Schüler berücksichtigt wurde.

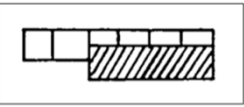
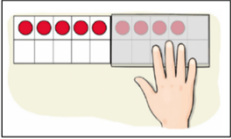
Item	Darstellung bei Schipper & Hülshoff (1984)	verwendete Darstellung im Paper-Pencil-Test	repräsentierte Grundvorstellung (Rechenoperation & natürliche Zahl)
D03		 Das Zahlenbuch 1 (2022), S. 84	Wegnehmen (Subtraktion, dynamisch) Vereinigen (Addition, statisch) Kardinal- & Ordinalzahl

Abb. 1: Gegenüberstellung der Darstellung aus Schipper & Hülshoff (1984) und der verwendeten Darstellung aus dem Paper-Pencil-Test (Item D03)

Um auch die Grundvorstellungen des Vergleichens und Ergänzens repräsentieren zu können, die in der ursprünglichen Studie keine Verwendung fanden, wurden zwei weitere grafische Darstellungen hinzugefügt. Aus der Bedeutung der Entwicklung eines Teil-Ganzes-Verständnisses im Anfangsunterricht ergab sich außerdem die Relevanz von Finger-Darstellungen (Hasemann & Gasteiger, 2020), sodass eine solche Darstellung ebenfalls als Item dem Fragebogen hinzugefügt wurde.

Auch im Arbeitsauftrag an die Kinder zeigten sich Variationen in der systematischen Replikationsstudie. Während die Kinder in der Originalstudie „die passende Rechenaufgabe“ (Schipper & Hülshoff, 1984, S. 55) notieren sollten, ging es in der Replikation darum, eine oder mehrere ihrer Ansicht nach passende Rechenaufgaben zum jeweiligen „Bild“ zu verschriftlichen.

Einblick in erste Ergebnisse

Es zeigte sich, dass die Lernenden zu den einzelnen Items jeweils zwischen 165 und 252 Rechenaufgaben (im Folgenden „Antworten“) fanden, die aufgrund von Dopplungen zu 13 bis 50 verschiedenen Interpretationen pro grafischer Darstellung zusammengefasst werden konnten. Die untenstehende Abbildung 2 illustriert beispielhaft an den häufigsten Interpretationen zu Item D03 aus Abbildung 1, wie unterschiedlich die Schülerinnen und Schüler die arithmetische Darstellung deuteten.

Code	Interpretation	absolute Häufigkeit der Interpretationen	relative Häufigkeit der Interpretationen bzgl. aller Antworten zu Item D03
I1	$5 + 4 = 9$	73	32,0 %
I2	$9 - 4 = 5$	72	31,6 %
I3	$5 - 4 = 1$	21	9,2 %
I4	$4 + 5 = 9$	10	4,4 %
I5	$9 - 5 = 4$	8	3,5 %
I6	$5 + 5 = 10$	8	3,5 %
I7	$10 - 5 = 5$	3	1,3 %
I8	$5 + 0 = 5$	3	1,3 %
I9	$5 - 4 = 5$	2	0,9 %
I10	$5 - 5 = 0$	2	0,9 %
I11	$8 - 4 = 5$	2	0,9 %
I12	$3 + 2 = 5$	2	0,9 %

Abb. 2: Übersicht häufigster Interpretationen zum Item D03

Zu Item D03 wurden insgesamt 228 Antworten gefunden, die sich in 34 Interpretationen unterscheiden ließen, von denen wiederum die in Abbildung 2 visualisierten zwölf Deutungen am häufigsten notiert wurden. Die Interpretationen I1 und I2 dominierten hier mit jeweils über 30 %. Alle Interpretationen, die zu den 17 Items gefunden wurden, ließen sich weiterhin hinsichtlich der durch sie repräsentierten Rechenoperation untersuchen. Daraus ging hervor, dass insgesamt 13 der 17 Items additiv interpretiert wurden, während bei den übrigen vier Darstellungen eine subtraktive Deutung vorherrschte. Dazu zählte auch Item D03 mit einem Anteil an Subtraktionsgleichungen von 52,94 %.

Während sich zur ähnlichen Darstellung bei Schipper & Hülshoff (1984, S. 56) 47% der Schülerinnen und Schüler an einer Lösung versuchten und lediglich 8 % die „richtige“ Lösung notierten, zeigen die hier präsentierten Ergebnisse, was sich hinter diesen Prozentzahlen verbergen kann: Eine Variation unterschiedlichster Strukturierungen der Kinder und damit ein Spannungsfeld individueller Interpretationen.

Zusammenfassung & Ausblick

Die Erkenntnisse der vorliegenden Studie können die Ergebnisse von Schipper & Hülshoff (1984) insofern erweitern, als dass sie nicht ausschließlich auf ein Richtig oder Falsch im Sinne einer grafischen Darstellung als Lernstoff fokussieren, sondern vor allem die Betrachtungsweise des mehrperspektivischen Deutens in den Vordergrund rücken und dessen Bedeutung für den Mathematikunterricht illustrieren. Diese besteht zunächst darin, dass die Schülerinnen und Schüler von sich aus vielperspektivisch Deuten und umfasst außerdem, dass über die mehrperspektivischen Deutungen aktiv kommuniziert werden muss, um ein tragfähiges Teil-Ganzes-Verständnis aufzubauen sowie die Entwicklung von Grundvorstellungen zu sichern.

Literatur

- Goldin, G. & Kaput, J. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. In L. P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. A. Goldin & B. Greer (Hrsg.), *Theories of Mathematical Learning* (S. 397-430). Routledge.
- Hasemann, K. & Gasteiger, H. (2020). *Anfangsunterricht Mathematik* (4. Aufl.). Springer.
- Schipper, W. & Hülshoff A. (1984). Wie anschaulich sind Veranschaulichungshilfen? *Grundschule* 16(4), 54-56.
- Scherer, P. & Moser Opitz, E. (2010). *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe*. Springer.
- Söbbeke, E. (2005). *Zur visuellen Strukturierungsfähigkeit von Grundschulkindern*. Franzbecker.
- Wartha, S. & Schulz, A. (2019). *Rechenprobleme vorbeugen* (6. Aufl.). Cornelsen.