VOGEL, Denis; KASTEN, Hendrik & VOGEL, Markus
Heidelberg

Von Anfang an vernetzt: Mathematik lernen mit MaMpf

Motivation

Eine wesentliche Aufgabe von Mathematikstudierenden besteht darin, die dargebotenen abstrakten Inhalte und Strukturen zu erfassen, mit vorhandenem Wissen zu vernetzen und sich eigenständig neues mathematisches Wissen anzueignen. Die hierarchische Anordnung mathematischer Begriffe ist dabei ein charakteristisches Merkmal. Es gilt jedoch, zwischen der deduktiven logischen Struktur der Sachebene und der Ebene der Vorstellungen zu unterscheiden (Tall & Vinner, 1981). Um tragfähige Vorstellungen (Vogel & Wittmann, 2010) mathematischer Begrifflichkeiten sowie eigenständige mathematische Arbeitsweisen als prozedurales Wissen (Anderson, 2001) zu entwickeln, müssen diese Ebenen im Vorlesungsbetrieb getrennt betrachtet werden. Die Herausforderung besteht darin, die deduktive Welt mathematischen Wissens Studierenden so zugänglich zu machen, dass sie Gelegenheiten für eigenes mathematisches Handeln und individuelle Lernwege erhalten. Hierfür bedarf es adaptiv gestalteter mathematischer Entdeckungsräume, die individuelle Anknüpfungspunkte und Unterstützung im eigenaktiven Lernprozess bieten. Eine bloße Stoffdarbietung, bei der Mathematik als fertiges Produkt vermittelt wird (Freudenthal, 1973), wird diesem Anspruch nicht gerecht. Ohne kognitive Aktivierung (Kunter & Trautwein, 2013) verbleibt den Lernenden nur eine rezeptive Rolle.

Theoretischer Hintergrund

Digitale Hypermediasysteme sind aufgrund ihrer nichtlinearen Struktur und technischen Möglichkeiten besonders geeignet, Gelegenheiten zum eigenständigen Entdecken von Mathematik zu bieten und eine Verbindung zwischen mathematischer Sachebene und persönlicher Vorstellungswelt zu schaffen. Ein Mehrwert solcher Systeme ist jedoch nicht automatisch gegeben, sondern hängt von der Gestaltung (characteristics of the provided representations) und den individuellen Dispositionen der Nutzenden (learner characteristics; Ott et al., 2018) ab.

Clark und Mayer (2011) geben grundlegende Designprinzipien für multimediale Lernumgebungen vor, die auf der Cognitive Theory of Multimedia Learning (CTML) von Mayer (2005) basieren. Diese Prinzipien zielen darauf ab, die Kohärenzbildung der Lernenden zu unterstützen, welche essenziell für den Erfolg im Umgang mit multiplen Repräsentationssystemen ist (Seufert, 2003). Kohärenzbildung bezieht sich sowohl auf die

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.
58. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
https://doi.org/10.37626/GA9783959873307.0

Informationskodierung als auch auf die semantische Ebene, indem multiple Zugänge zu mathematischen Theorien geschaffen werden.

Empirische Studien zeigen, dass Designrichtlinien allein nicht ausreichen, um Kohärenzbildung und Lernerfolg zu garantieren (Gerjets et al., 2009). Orientierung im nichtlinearen Informationsraum eines Hypermediasystems kann jedoch durch konzeptuelle Organisation in Concept-Maps und semantische Stützen effektiv gefördert werden (Schnotz & Heiß, 2009). Adaptive Gestaltung im Sinne individueller Lerndispositionen der Nutzenden, basierend auf Ergebnissen zur Wechselwirkung von Steuerungsmöglichkeiten und Strukturierungsgraden, ist hierbei zentral (Ruttun & Macredie, 2012).

Die Mathematik-Medienplattform MaMpf

Die Heidelberger Mathematik-Medienplattform MaMpf folgt konsequent den Prinzipien einer delinearisierten Stoffdarbietung und nutzt multimediale Unterstützungsmöglichkeiten für adaptives Lernen und Vorstellungsaufbau. Seit ihrer Einführung 2017 durch Denis Vogel wurde MaMpf in Zusammenarbeit des Autorenteams zu einem umfassenden Hypermediasystem ausgebaut und erforscht.

Ein Kernfeature von MaMpf ist der integrierte Hypermediaplayer und -editor, der die Darstellung mathematischer Argumentationsketten in Definitionen, Sätzen und Beweisen innerhalb von Videos wie etwa Vorlesungsaufzeichnungen ermöglicht. Zudem bietet die Plattform zeit- bzw. seitengenaue Referenzen auf Videos und Manuskripte, wodurch Querverbindungen innerhalb und zwischen Vorlesungen geschaffen werden. Alle Medien in MaMpf sind mit Schlagworten versehen, die miteinander verlinkt sind. Aus diesen Informationen generiert MaMpf dynamisch Hyper-Mind-Maps, die eine zusätzliche semantische Navigationsebene bieten. Diese Vernetzungsstruktur ermöglicht es, mathematische Inhalte aus unterschiedlichen Perspektiven zu erkunden und Zusammenhänge eigenständig zu erschließen, was die Kohärenzbildung im Sinne Seuferts (2003) und den Lernfortschritt unterstützt.

Besondere Funktionen von MaMpf

- **Hypermediasystem:** Das in MaMpf verwendete Datenbanksystem ermöglicht Dozierenden, auf einfache Weise mathematische Begriffe und Aussagen, Videos und Manuskripte zu markieren und sowohl innerhalb einer Vorlesung als auch vorlesungsübergreifend Verknüpfungen zwischen diesen anzulegen. Dadurch kann ein durch Experten strukturiertes Netz von sinnvollen semantischen Pfaden generiert werden. Die Benutzeroberfläche von MaMpf ist auf die Navigation innerhalb eines solchen Netzes unter gleichzeitiger Berücksichtigung organisatorischer Strukturen ausgelegt. Ergänzend lassen sich in MaMpf aus den gespeicherten Daten dynamisch Visualisierungen extrahieren: So lässt sich etwa jedem mathematischen Begriff eine Hyper-Mind-Map verwandter Begriffe zuordnen und ermöglicht so eine graphische Navigation zwischen diesen.

- **Eigens entwickelter Videoplayer:** MaMpf ermöglicht in Vorlesungsaufzeichnungen, die kleinteilige Gliederung mathematischer Argumentationsketten in Definitionen, Sätzen und Beweisen in einem klickbaren Inhaltsverzeichnis abzubilden. Darüber hinaus können zeit- bzw. seitengenaue Referenzen auf beliebige Videos bzw. Manuskripte aus der Datenbank realisiert werden. Insbesondere können Verständnishilfen durch die Dozierenden genau dort platziert werden, wo sie aus Expertensicht am ehesten hilfreich sind.
- **Interaktives Quizsystem:** Das in MaMpf integrierte Quizsystem unterstützt die Nutzenden beim selbständigen Lernen. Quizzes können dabei auch nichtlinear angelegt werden, so dass MaMpf auf die Nutzendenantworten gezielt reagieren kann. Insbesondere können Quizzes auf diese Weise auch die Form eines angeleiteten Beweises annehmen.
- **Annotation-Tool:** Nutzende können Videos mit Anmerkungen versehen, die sich dort an die Zeitleiste anheften lassen und auch mit Dozierenden geteilt werden können. Ein solches selbstgesteuertes Anreicherungstool fördert die aktive Auseinandersetzung mit dem Lernstoff und trägt zur Kohärenzbildung zwischen dem persönlichen „concept image“ und den formalen Inhalten bei.

MaMpf berücksichtigt die besonderen Anforderungen der Mathematikausbildung; Nachhaltigkeit und Offenheit sind dabei zentrale Aspekte. Neben hochwertigen Veranstaltungsvideos sind etwa 3000 Quizfragen, 3000 Schlagworte und 200 Worked Examples verfügbar. Die Plattform ist offen zugänglich, und der Quellcode steht unter der freien MIT-Lizenz auf GitHub bereit. Dies fördert Transparenz und die Nutzung von MaMpf-Ideen in anderen Open-Source-Projekten. Nutzer*innen können sich unabhängig von Zugehörigkeiten zu Institutionen auf der Plattform registrieren. Dies ist eine bewusste Entscheidung, die verhindert, dass Diskontinuitäten beim Übergang zwischen verschiedenen Ausbildungsabschnitte entstehen. Folglich sind auf MaMpf neben den Studierenden auch viele interessierte Schüler*innen, Lehrer*innen und Referendar*innen registriert. Diese Offenheit und Flexibilität machen MaMpf zu einer idealen Plattform für die nachhaltige Speicherung und Verfügbarkeit mathematischer Inhalte.

Produktiver Einsatz von MaMpf in der Lehre

MaMpf wird in Heidelberg mit aktuell etwa 3600 aktiven Nutzenden in allen Studienphasen in Lehrveranstaltungen der Mathematik eingesetzt und bietet Studierenden sowie Lehrenden zahlreiche innovative Möglichkeiten, den Lernprozess effizient zu gestalten: Dozierende nutzen das Hypermediasystem, um Inhalte sinnvoll zu vernetzen und expertengenerierte semantische Lernpfade anzulegen, die individuell wählbare Adaptionsmöglichkeiten für Studierende schaffen. Studierende profitieren zudem vom Quizsystem, das die Möglichkeit bietet, Stoff selbständig und angepasst an den persönlichen Lernfortschritt zu vertiefen. Bei einer universitätsweiten qualitativen Lehrformatebefragung im Jahr 2020 erhielt MaMpf im Vergleich zu anderen Plattformen durchweg positive Bewertungen. Besondere Erwähnung fanden der strukturierte Aufbau der Plattform und die konsequente Vernetzung.

Literatur

Anderson, J. R. (2001). *Kognitive Psychologie*. Spektrum Akademischer Verlag.

Clark, R. C. & Mayer, R. E. (2011). *E-Learning and the science of instruction: Proven guidelines for consumers and designers of multimedia learning* (3. Aufl.). Pfeiffer.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematik als pädagogische Aufgabe*. Klett.

Gerjets, P., Scheiter, K., Opfermann, M., Hesse, F. & Eysink, T. (2009). Learning with hypermedia: The influence of representational formats and different levels of learner control on performance and learning behavior. *Computers in Human Behavior*, *25*(2), 360–370.

Kunter, M. & Trautwein, U. (2013). *Psychologie des Unterrichts*. UTB.

Mayer, R. E. (2005). *The Cambridge handbook of multimedia learning*. Cambridge University Press.

Ott, N., Brünken, R., Vogel, M. & Malone, S. (2018). Multiple symbolic representations: The combination of formula and text supports problem solving in the mathematical field of propositional logic. *Learning and Instruction*, *58*, 88–105.

Ruttun, R. D. & Macredie, R. D. (2012). The effects of individual differences and visual instructional aids on disorientation, learning performance and attitudes in a Hypermedia Learning System. *Computers in Human Behavior*, *28*(6), 2182–2198.

Schnotz, W. & Heiß, A. (2009). Semantic scaffolds in hypermedia learning environments. *Computers in Human Behavior*, *25*(2), 371–380.

Seufert, T. (2003). Supporting coherence formation in learning from multiple representations. *Learning and Instruction*, *13*, 227–237.

Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics with particular reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in Mathematics*, *12*, 151–169.

Vogel, M. & Wittmann, G. (2010). Mit Darstellungen arbeiten – tragfähige Vorstellungen entwickeln. *PM – Praxis der Mathematik in der Schule*, *52*(32), 1–8 .