Ist die Hebelwirkung der Grund für Asymmetrie in ARCH- und GARCH-Modellen?*

Olaf Schoffer
Fachbereich Statistik, Universität Dortmund

September 2000

Zusammenfassung

Moderne Varianten von ARCH- und GARCH-Modellen für Kapitalmarktdaten (z.B. EGARCH, GJR-GARCH, A-PARCH) berücksichtigen außer den zweiten Momenten auch die Beziehung zwischen ersten und zweiten Momenten (Asymmetrie). Eine Erklärung dieser Asymmetrie ist die Hebelwirkungshypothese. Die Hebelwirkung (leverage effect) ist jedoch nur für bestimmte Arten von Kapitalmarktdaten relevant und damit als Erklärung der Asymmetrie heranziehbar. Diese Arbeit weist empirisch nach, daß asymmetrische GARCH-Modelle in der Tat vor allem für Aktienrenditen und weniger für Änderungsraten von Wechselkursen den Erklärungsgehalt erhöhen.

*Diese Arbeit entstand im Rahmen des Graduiertenkollegs „Angewandte Statistik" am Fachbereich Statistik der Universität Dortmund und mit Unterstützung des Sonderforschungsbereiches „Komplexitätsreduktion in multivariaten Datenstrukturen" (SFB 475) der Deutschen Forschungsgesellschaft (DFG).

1 Asymmetrische GARCH-Modelle und die Hebelwirkungshypothese

Kapitalmarktdaten, insbesondere Renditen von Aktienkursen und Änderungsraten von Wechselkursen, haben häufig die Eigenschaft, daß ihre bedingte Volatilität über die Zeit schwankt. Eine Möglichkeit zur Beschreibung dieser zeitvariablen bedingten Volatilitäten sind die von Engle (1982) und Bollerslev (1986) eingeführten ARCH- und GARCH-Modelle.

Da festgestellt wurde, daß diese Modelle nicht alle Eigenschaften der Kapitalmarktrenditen hinreichend beschreiben können („Asymmetrie", „langes Gedächtnis", etc.), wurde und wird nach sinnvollen Erweiterungen gesucht. So schlug Nelson (1991) beispielsweise das EGARCH-Modell vor.

Eine wichtige Eigenschaft dieses Modells ist die Asymmetrie der mit diesem Prozeß erzeugten Volatilitäten. Diese Asymmetrie wird z.B. für Aktienkursrenditen durch die Erkenntnis begründet, daß Renditen negativ mit den bedingten Volatilitäten korrelieren (Black, 1976), die Volatilität also bei „schlechten Nachrichten" wächst.

Dieser Effekt wird gemäß der Hebelwirkungshypothese („leverage hypothesis") darauf zurückgeführt, daß „schlechte Nachrichten", die einen Kursverfall zur Folge haben, den Eigenkapitalanteil einer Firma verringern. Da dadurch ein geringerer Teil am Gesamtkapital das gesamte Risiko der Firma trägt, erhöht sich die bedingte Volatilität (Campbell, et al., 1997, S. 497).

Diese Hypothese erscheint für Renditen von Aktien sowie von Aktienkursindizes hinreichend plausibel. Für Renditen von Wechselkursen und Edelmetallpreisen sowie erste Differenzen von Zinsreihen ist ein solcher Mechanismus jedoch nicht anwendbar. Demnach ist es ein Indiz für die Plausibilität der Hebelwirkungshypothese, wenn man für derartige Daten keine Asymmetrie nachweisen kann, für Aktienkursrenditen aber eine solche findet. Die (A-)Symmetrieeigenschaft der Kapitalmarktdaten wird in der Folge mittels asymmetrischer GARCH-Modelle untersucht.

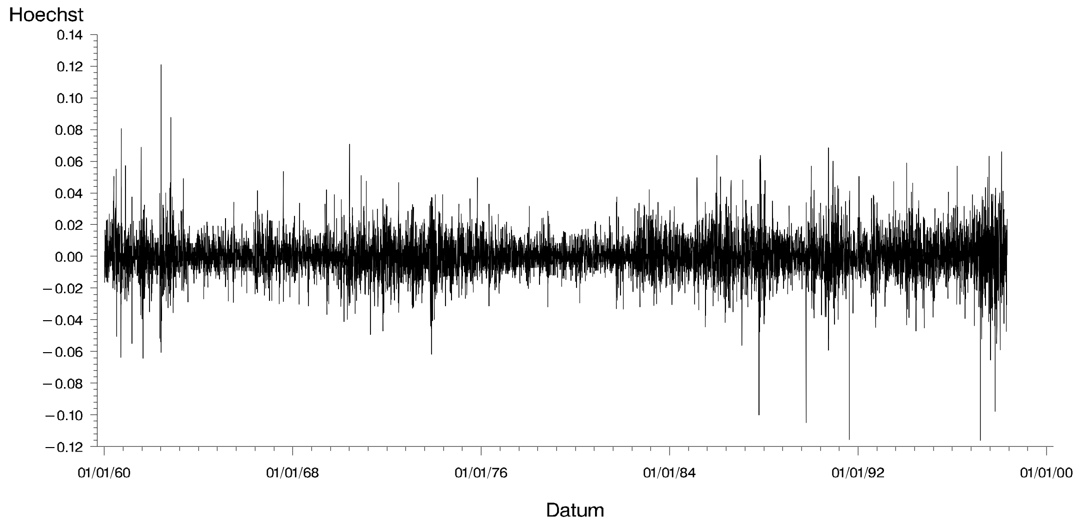

Abbildung 1: Zeitverlauf der Renditen für die Hoechst-Aktie

In Abbildung 1 erkennt man, daß das Verhalten der Renditen tatsächlich nicht symmetrisch ist. So gibt es vor allem in der zweiten Hälfte des betrachteten Zeitraumes größere Ausschläge im Negativen als im Positiven.

Außer dem oben erwähnten EGARCH-Modell gibt es noch weitere Möglichkeiten, Asymmetrie in bedingt heteroskedastischen Modellen zu beschreiben. Dazu zählen beispielsweise der von Ding, Granger und Engle (1993) vorgeschlagene A-PARCH(p, q, δ)-Ansatz, der statt der Modellierung des zweiten Momentes die Modellierung fraktionaler Momente gestattet sowie das von Glosten, Jagannathan und Runkle (1993) vorgeschlagene GJR-GARCH. In diesen Modellen gibt es einen „leverage term" zur Beschreibung der Hebelwirkung. ARCH- und GARCH-Modelle ergeben sich daraus jeweils als Spezialfälle.

Die drei erwähnten Varianten von ARCH und GARCH sind die in der Literatur am häufigsten verwendeten asymmetrischen GARCH-Modelle. Um das Verständnis zu erleichtern, wird nachfolgend kurz die Notation für diese Ansätze eingeführt. Es gelte:

$$\forall\, t \in \mathbb{Z}: \qquad y_t = \varepsilon_t \cdot \sigma_t, \qquad \varepsilon_t \overset{u.i.v.}{\sim} \mathcal{P}_{0,1}, \tag{1}$$

wobei $\mathcal{P}_{0,1}$ eine beliebige Verteilung mit $E(\varepsilon_t) = 0$ und $\mathrm{Var}(\varepsilon) = 1$ darstellt.

Unter Berücksichtigung von Nichtnegativitätsrestriktionen ist (y_t) ein stochastischer Prozeß, der durch die Gleichungen (2), (3) oder (4) definiert wird.

Gleichung für A-PARCH(p, q) (Ding, et al., 1993):

$$\sigma_t^\delta = \alpha_0 + \sum_{j=1}^{q} \alpha_j \left(|y_{t-j}| - \eta_j y_{t-j}\right)^\delta + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^\delta\ . \tag{2}$$

Gleichung für EGARCH(p, q) (Nelson, 1991):

$$\ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \sum_{j=1}^{q} \alpha_j \left(\varepsilon_{t-j} + \gamma\left[|\varepsilon_{t-j}| - E(|\varepsilon_{t-j}|)\right]\right) + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \ln(\sigma_{t-j}^2). \tag{3}$$

Gleichung für GJR-GARCH(p,q) (Glosten, et al., 1993):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{j=1}^{q} \left(\alpha_j + \eta_j \mathbf{I}_{(-\infty,0)}(y_{t-j})\right) y_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^2, \tag{4}$$

wobei $\mathbf{I}_{(-\infty,0)}(x) = \left\{\begin{smallmatrix} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{smallmatrix}\right.$.

Andere asymmetrische GARCH-Modelle, die jedoch hier nicht weiter betrachtet werden, sind: Q-GARCH (Sentana, 1995), LSTGARCH (Hagerud, 1997), TGARCH (Zakoïan, 1994) und VS-GARCH (Fornari, Mele, 1997).

2 Kriterien zur Modellbeurteilung

Die Parameter für die Modelle (2), (3) und (4) werden mittels der Maximum-Likelihood-Methode geschätzt. Als bedingte Verteilung wird dabei für alle Modelle die standardisierte t_n-Verteilung verwendet. Die zu maximierende Log-Likelihood-Funktion ergibt sich damit zu:

$$\ell(\theta) = \ln(L(\theta)) = \sum_{t=1}^{T} \ln \left(\frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \cdot \frac{\left(1 + \frac{y_t^2}{\sigma_t^2(n-2)}\right)^{-\frac{n+1}{2}}}{\sqrt{\pi \sigma_t^2 (n-2)}} \right), \tag{5}$$

wobei $\Gamma(.)$ die Gamma-Funktion und n die Zahl der Freiheitsgrade der t-Verteilung darstellt.

Die Vorteile dieser Verteilungsannahme gegenüber der Normalverteilungsannahme werden beispielsweise in Bollerslev (1987) und Teräsvirta (1996) für das GARCH-Modell diskutiert. Ähnliche Resultate lassen sich auch für die hier betrachteten Verallgemeinerungen des GARCH-Ansatzes ableiten, wie z.B. für das A-PARCH-Modell in Paolella (1998).

Maximiert wird die Log-Likelihood-Funktion mittels des Berndt-Hall-Hall-Hausman-Algorithmus (Berndt, et al., 1974).

Zum Vergleich verschiedener Modelle anhand derselben Daten werden oft Informationskriterien verwendet. Eines davon ist das Schwarz-Bayes-Informationskriterium (Schwarz, 1978), das auf der Likelihood-Funktion $L(\theta)$ basiert:

$$SBC = -2\ln(L(\hat{\theta})) + \ln(T)k\,. \tag{6}$$

T ist hierbei die Anzahl der in die Likelihood-Funktion eingegangenen Beobachtungen, $\hat{\theta}$ der geschätzte Parametervektor und k die Länge des Parametervektors.

Häufig wird zur Charakterisierung von Modellen auch das Akaike-Informationskriterium (Judge, et al., 1985) angewendet. Damit ergaben sich keine wesentlich veränderten Ergebnisse, so daß in der folgenden Darstellung nur das Schwarz-Bayes-Kriterium verwendet wird.

Ein weiteres Kriterium für die Plausibilität eines Modells läßt sich mittels t-Test für die einzelnen Parameter konstruieren. So ist die Verwendung eines asymmetrischen GARCH-Modells fraglich, wenn der Asymmetrie-Parameter laut t-Test nicht signifikant von Null verschieden ist. Dabei stellt sich allerdings das Problem der sinnvollen Wahl des Signifikanzniveaus. Darauf wird genauer in Kapitel 4 eingegangen.

Unter der Nullhypothese $H_0 : \theta_i = 0$ und bestimmten Regularitätsbedingungen (Lehmann, Casella, 1998, S. 449) ist die Testgröße des t-Tests

$$T_{\theta_i} = \frac{\hat{\theta}_i}{S_{\hat{\theta}_i}} \quad \forall\, i \in \{1, ..., k\} \tag{7}$$

asymptotisch standardnormalverteilt. Dabei ist $\hat{\theta}_i$ die i-te Komponente des mittels Maximum-Likelihood-Methode geschätzten Parametervektors $\hat{\theta}$ der Länge k und $S_{\hat{\theta}_i}$ die geschätzte Standardabweichung von $\hat{\theta}_i$.

Demnach wird H_0 zum Niveau α abgelehnt, falls $|T_{\theta_i}| > u_{1-\frac{\alpha}{2}}$.

3 Datenbeschreibung

Als Rendite wird im folgenden die zeitstetige Rendite zum Zeitpunkt t

$$R_t = \ln\left(\frac{K_t}{K_{t-1}}\right) \qquad \forall\, t \in \mathbb{Z}, \tag{8}$$

wobei K_t den Wert der betreffenden Reihe zum Zeitpunkt t angibt, bezeichnet. Änderungsraten von Wechselkursen zum Zeitpunkt t werden hier ebenfalls mit Hilfe der Formel (8) berechnet. Die erste Differenz zum Zeitpunkt t errechnet sich als

$$D_t = K_t - K_{t-1} \quad \forall\, t \in \mathbb{Z}. \tag{9}$$

In der folgenden Analyse soll untersucht werden, für welche Arten von Kapitalmarktdaten Asymmetrie mittels GARCH-Modellen nachgewiesen werden kann. Dabei werden Renditen des DAX, verschiedener deutscher Aktienkurse, von Wechselkursen und Edelmetallpreisen sowie erste Differenzen von Zinssätzen der Deutschen Bundesbank betrachtet. Nach der Hebelwirkungshypothese sollte dabei nur für die Aktienkurse sowie Aktienkursindizes Asymmetrie auftreten. In den nachfolgenden Tabellen werden die verwendeten Daten näher beschrieben.

Tabelle 1: Kürzel und Beschreibung der untersuchten Aktienkursdaten (tägliche Daten)

DAX	Rendite des Deutschen Aktienindex DAX (05.01.1960 bis 29.09.1995)
BAS	Rendite von BASF (05.01.1960 bis 29.09.1995)
DAI	Rendite von Daimler (05.01.1960 bis 29.09.1995)
RWE	Rendite von RWE (05.01.1960 bis 29.09.1995)
SIE	Rendite von Siemens (05.01.1960 bis 29.09.1995)

Tabelle 2: Kürzel und Beschreibung der untersuchten Wechselkursdaten (tägliche Daten)

GBPDEM	Änderungsrate des Wechselkurses Britisches Pfund - Deutsche Mark (07.04.1988 bis 11.01.1994)
GBPUSD	Änderungsrate des Wechselkurses Britisches Pfund - US Dollar (03.08.1982 bis 31.12.1998)
JPYUSD	Änderungsrate des Wechselkurses Japanischer Yen - US Dollar (12.04.1988 bis 10.01.1994)
SFRDEM	Änderungsrate des Wechselkurses Schweizer Franken - Deutsche Mark (04.01.1978 bis 31.12.1998)
USDDEM	Änderungsrate des Wechselkurses US Dollar - Deutsche Mark (04.01.1978 bis 31.12.1998)

Tabelle 3: Kürzel und Beschreibung der untersuchten Gold- und Silberpreise (tägliche Daten)

XAU.X	Rendite des S&P Gold & Silver Index (01.09.1988 bis 22.08.2000)
S.LME	Rendite des Silberpreises an der LME (06.08.1999 bis 31.07.2000)

Tabelle 4: Kürzel und Beschreibung der untersuchten Zinssätze der Deutschen Bundesbank (wöchentliche Daten)

Zins1	1. Differenz des Ein-Monats-Zinssatzes (17.07.1970 bis 30.06.1995)
Zins6	1. Differenz des Sechs-Monats-Zinssatzes (17.07.1970 bis 30.06.1995)
ZinsLang	1. Differenz des Langfrist-Zinssatzes (17.07.1970 bis 30.06.1995)

Die verwendeten Kursdaten des Deutschen Aktienindex und der vier im Deutschen Aktienindex enthaltenen Aktien wurden von der Karlsruher Kapitalmarktdatenbank zur Verfügung gestellt, die Wechselkursdaten von der Bonner Finanzmarktdatenbank[1], die Edelmetallpreisdaten von S&P Comstock bzw. der London Metal Exchange (LME) und die Zinsreihen von der Deutschen Bundesbank.

[1]Bonner Finanzmarktdatenbank: Statistische Abteilung der Universität Bonn, Adenauerallee 24-26, 53113 Bonn, http://sonder.finasto.uni-bonn.de .

4 Untersuchung der Asymmetrie mittels GARCH-Modellen

Die vorliegenden Daten sollen in der folgenden Analyse auf Asymmetrie in den bedingten Volatilitäten untersucht werden. Dazu wird zunächst beispielhaft ein A-PARCH(1,1)-Modell mit Leverage-Parameter (auch: Asymmetrieparameter) an die in Kapitel 3 beschriebenen Reihen angepaßt. Insbesondere wird der Leverage-Parameter η_1 aus Formel (2) mittels t-Test daraufhin untersucht, ob er sich zum 5%-Signifikanzniveau von Null unterscheidet. Die Ergebnisse für die vorliegenden Daten sind in der folgenden Tabelle vertafelt.

Tabelle 5: Werte für die t-Statistik („T") und zugehörige P-Werte („$P(T < |t|)$") des Leverage-Parameters im A-PARCH(1,1)-Modell für verschiedene Aktienkursrenditen und Änderungsraten von Wechselkursen sowie Informationskriterien („SBC") für Anpassungen mit und ohne Leverage-Parameter (kleinster Wert **fett**)

Bezeichnung	T	$P(T < \|t\|)$	SBC (mit η_1)	SBC (ohne η_1)
DAX	-6.265	$<$ 0.0001	**-59011.0**	-58973.8
BAS	-3.944	$<$ 0.0001	**-55759.2**	-55751.6
DAI	-5.804	$<$ 0.0001	**-53069.9**	-53048.5
RWE	-3.243	0.0006	**-56802.0**	-56801.0
SIE	-4.630	$<$ 0.0001	**-56886.7**	-56873.0
GBPDEM	-2.350	0.0094	-29848.5	**-29850.8**
GBPUSD	-2.474	0.0067	-9760.7	**-9761.9**
JPYUSD	0.853	0.1970	-10345.6	**-10352.1**
SFRDEM	2.306	0.0106	-44842.1	**-44844.8**
USDDEM	0.037	0.4853	-36117.3	**-36125.8**
XAU.X	0.194	0.4231	-14754.7	**-14762.7**
S.LME	0.742	0.2294	-1507.5	**-1507.8**
Zins1	-1.254	0.1051	-1085.7	**-1090.7**
Zins6	2.326	0.0101	**-1788.5**	-1786.4
ZinsLang	2.996	0.0014	**-3018.7**	-3018.6

In der zweiten und dritten Spalte von Tabelle 5 sind die Werte für die Teststatistik sowie die P-Werte des t-Tests für den Parameter η_1 vertafelt. Zum Signifikanzniveau von 5% sind gemäß dem t-Test alle hier betrachteten Aktienkursdaten als asymmetrisch anzusehen. Dies entspricht der Hebelwirkungshypothese. Jedoch läßt sich bezüglich des Leverage-Parameters auch für einige Wechselkurse und Zinsreihen Asymmetrie nachweisen (d.h. $P(T < |t|) \leq 0.05$). Dies würde der Annahme widersprechen, daß die Asymmetrie in den Kapitalmarktreihen durch die beschriebene Hebelwirkung verursacht wird. Andererseits ist es aber fraglich, ob ein t-Test mit einem Signifikanzniveau von 5% ein geeignetes Mittel zur Entscheidung über Symmetrie oder Asymmetrie darstellt.

Betrachtet man weiter den Wert der t-Statistik T als deskriptives Maß für Asymmetrie in den vorliegenden Daten, so fällt auf, daß die Werte für die Aktienkurse alle betragsmäßig größer sind als für die anderen Reihen. Das deutet darauf hin, daß es dennoch in Bezug auf die (A-)Symmetrieeigenschaft einen Unterschied zwischen den Arten von Kapitalmarktdaten gibt. Da es aber nicht zulässig ist, das Signifikanzniveau so anzupassen, daß die Hypothese nur für Aktienkurse abgelehnt werden kann, erscheint es sinnvoller mittels des Informationsriteriums *SBC* zu untersuchen, ob für die jeweils vorliegenden Daten eine Modellierung mit oder ohne Asymmetrieparameter günstiger ist.

Zunächst wird anhand des bereits oben betrachteten A-PARCH(1,1)-Ansatzes untersucht, ob die jeweiligen Daten besser durch ein Modell beschrieben werden können, bei dem $\eta_1 = 0$ fest sei (d.h. „ohne Leverage-Parameter"), als durch das zugehörige asymmetrische Modell. Die Werte des *SBC* für die beiden Modellvarianten sind in Tabelle 5 in der vierten und fünften Spalte abgetragen. Im Gegensatz zu der Entscheidung des t-Tests zum Niveau von 5% wird für die Wechselkurs- und Edelmetallpreisdaten von dem Informationskriterium das symmetrische Modell vorgezogen. Für die Aktienkursdaten bleibt die Entscheidung für die Asymmetrie bestehen. Allerdings läßt sich für die Zinsreihen auch hier keine eindeutige Entscheidung finden. Demnach würde das *SBC* die Hebelwirkungshypothese für alle Daten außer den Zinsreihen bestätigen.

Aus diesen Ergebnissen läßt sich schlußfolgern, daß ein t-Test für den Asymmetrieparameter mit Signifikanzniveau von 5%, wie bereits vermutet, nur bedingt geeignet ist, über das Vorliegen von Asymmetrie zu entscheiden. Aus diesem Grund wird in der weiteren Untersuchung nur noch das Informationskriterium verwendet.

Bisher wurde nur anhand des A-PARCH(1,1)-Modells die Plausibilität der Hebelwirkungshypothese untersucht. Da dieses Modell sicher nicht für alle Daten der optimale Ansatz ist, könnten die bisher gefundenen Ergebnisse auch ein Artefakt der Fehlspezifikation des Modells sein. Somit ist es notwendig, weitere Modelle sowie höhere Modellordnungen in der Untersuchung zu berücksichtigen.

Dazu werden an alle Reihen die „GARCH-Varianten" A-PARCH, EGARCH und GJR-GARCH jeweils mit den Modellordnungen $(p, q) \in \{(1,1); (1,2); (2,1); (2,2); (1,3)\}$ sowohl mit als auch ohne Asymmetrieparameter angepaßt und die zugehörigen Werte für das *SBC* bestimmt. Höhere Modellordnungen als die beschriebenen werden hier nicht betrachtet, da GARCH-Prozesse niedriger Ordnungen die meisten Finanzzeitreihen bereits hinreichend beschreiben (Bera, Higgins, 1993). Die flexibleren Varianten der GARCH-Modelle aus Kapitel 1 sind daher erst recht geeignet, die Daten auch mittels geringer Modellordnungen zu beschreiben.

In der folgenden Tabelle sind die Informationskriterien für die mittels *SBC* selektierten Modelle abgetragen. Selektiert wurde dabei jeweils das Modell, welches unter allen betrachteten den kleinsten Wert für das Informationskriterium *SBC* besitzt.

Tabelle 6: Mittels SBC anhand der vorliegenden Daten selektierte Modelle und Wert für SBC

Bezeichnung	selektiertes Modell	SBC
DAX	A-PARCH(1,1) **mit** Asymmetrieparameter	-59011.0
BAS	EGARCH(1,2) **mit** Asymmetrieparameter	-55766.6
DAI	A-PARCH(2,1) **mit** Asymmetrieparameter	-53074.1
RWE	A-PARCH(1,3) **mit** Asymmetrieparameter	56829.5
SIE	A-PARCH(1,1) **mit** Asymmetrieparameter	-56886.7
GBPDEM	EGARCH(2,1) **ohne** Asymmetrieparameter	-29890.5
GBPUSD	EGARCH(2,1) **ohne** Asymmetrieparameter	-9777.0
JPYUSD	GJR-GARCH(1,1) **ohne** Asymmetrieparameter	-10357.6
SFRDEM	EGARCH(2,1) **ohne** Asymmetrieparameter	-44908.1
USDDEM	EGARCH(1,2) **ohne** Asymmetrieparameter	-36140.1
XAU.X	GJR-GARCH(1,1) **ohne** Asymmetrieparameter	-14768.2
S.LME	GJR-GARCH(1,1) *mit* Asymmetrieparameter	-1527.4
Zins1	GJR-GARCH(1,3) **ohne** Asymmetrieparameter	-1090.9
Zins6	A-PARCH(1,3) **ohne** Asymmetrieparameter	-1802.0
ZinsLang	A-PARCH(1,3) *mit* Asymmetrieparameter	-3019.4

Die in Tabelle 6 dargestellten Resultate bestätigen größtenteils die Schlußfolgerungen, die bereits anhand des A-PARCH(1,1)-Modells getroffen wurden. So werden für alle Aktienkursdaten asymmetrische Modelle selektiert, während für die betrachteten Wechselkursdaten symmetrische Modelle bevorzugt werden. Für die Edelmetallpreisdaten sowie die Zinsreihen kann hier keine eindeutige Entscheidung über das Vorliegen von Symmetrie oder Asymmetrie getroffen werden.

Dabei sollte man aber berücksichtigen, daß für diese Daten teilweise nur eine geringe Anzahl von Beobachtungen zur Verfügung steht. Insbesondere besitzt die Reihe S.LME nur ca. 300 Beobachtungen und die Zinsreihen ca. 1400 Beobachtungen. Teräsvirta (1996) hat mittels Simulation nachgewiesen, daß bei bedingter t-Verteilung ein zugrundeliegender GARCH-Prozeß erst für relativ große Stichproben korrekt identifiziert werden kann. Die Resultate für diese Reihen haben daher nur geringe Aussagekraft. Für die übrigen Daten entsprechen die Untersuchungsergebnisse aber den Erwartungen nach der Hebelwirkungshypothese.

Somit kann die Plausibilität der von Black (1976) aufgestellten Hebelwirkungshypothese für genügend lange Reihen bestätigt werden. Die Ergebnisse für die kürzeren Zins- und Silberpreisreihen stehen dagegen nicht immer im Einklang mit der Hypothese. Sie sollten aber auf Grund der oben erwähnten Tatsachen nur mit großer Vorsicht berücksichtigt werden. Die Bestätigung der Hypothese über die Hebelwirkung zeigt sich übrigens auch im „direkten Vergleich“ der asymmetrischen Modelle mit ihren jeweiligen symmetrischen Partnern mittels SBC , der aus Gründen der Übersichtlichkeit hier nicht aufgeführt wird.

5 Schlußfolgerung

Bei der Modellierung von Kapitalmarktdaten wird mitunter auf asymmetrische GARCH-Modelle wie A-PARCH, EGARCH oder GJR-GARCH zurückgegriffen. Nach der Hebelwirkungshypothese ist die Beschreibung mittels asymmetrischer Modelle jedoch nicht für alle Arten von Kapitalmarktdaten sinnvoll. Mittels des Informationskriteriums *SBC* konnte nachgewiesen werden, daß entsprechend der erwähnten Hypothese Aktienkursrenditen besser mit asymmetrischen Modellen beschrieben werden, Änderungsraten von Wechselkursen sind dagegen besser mit symmetrischen Modellen zu erfassen. Die Ergebnisse stützen damit die Hebelwirkungshypothese. Für andere hier untersuchte Arten von Kapitalmarktdaten konnte keine solche eindeutige Schlußfolgerung gezogen werden. Das liegt vermutlich daran, daß für die betrachteten Reihen nicht genügend Beobachtungen zu einer hinreichend zuverlässigen Modellierung zur Verfügung standen.

Insgesamt läßt sich folgern, daß die von Black (1976) beschriebene Hebelwirkung als Ursache für die Asymmetrie in den bedingten Volatilitäten von GARCH-Modellen nicht auszuschließen ist. Dieser Tatsache sollte bei einer Modellauswahl (symmetrischer/ asymmetrischer Ansatz) Rechnung getragen werden.

6 Literaturverzeichnis

[1] **Bera, A., Higgins, M.L.** (1993): „On ARCH Models: Properties, Estimation and Testing“, *Journal of Economic Surveys* 7, S. 305-366.

[2] **Berndt, E., Hall, B., Hall, R., Hausman, J.** (1974): „Estimation and Inference in Nonlinear Structural Models“, *Annals of Economic and Social Measurement* 3, S. 653-665.

[3] **Black, F.** (1976): „Studies of Stock Market Volatility Changes“, *1976 Proceedings of the American Statistical Association, Business and Economic Statistics Section*, 177-181.

[4] **Bollerslev, T.** (1986): „Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity“, *Journal of Econometrics* 31, 307-327.

[5] **Bollerslev, T.** (1987): „A Conditionally Heteroscedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return“, *Review of Economics and Statistics* 69, S. 542-547.

[6] **Campbell, J.Y., Lo, A.W., MacKinlay, A.C.** (1997): *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton (University Press).

[7] **Ding, Z., Granger, C.W.J., Engle, R.F.** (1993): „A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model", *Journal of Empirical Finance* 1, 83-106.

[8] **Engle, R.F.** (1982): „Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation", *Econometrica* 50, 987-1008.

[9] **Fornari, F., Mele, A.** (1996): „Modeling the Changing Asymmetry of Conditional Variances ", *Economic Letters* 50, 197-203.

[10] **Glosten, L.R., Jagannathan, R., Runkle, D.E.** (1993): „On the Relation between Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks", *Journal of Finance* 48, 1779-1801.

[11] **Hagerud, G.E.** (1996): „A Smooth Transition ARCH Model for Asset Returns", Working Paper No. 162, Stockholm School of Economics.

[12] **Judge, G.G., Griffiths, W.E., Hill, R.C., Lütkepohl, H., Lee, T.C.** (1985): *The Theory and Practice of Econometrics* (2. Aufl.), New York (Wiley).

[13] **Lehmann, E.L., Casella, G.** (1998): *Theory of Point Estimation* (2. Aufl.), New York (Springer).

[14] **Nelson, D.B.** (1991): „Conditional Heteroscedasticity in Asset Returns: a new Approach", *Econometrica* 59, 347-370.

[15] **Paolella, M.S.** (1998): *Tail Estimation and Conditional Modeling of Heteroskedastic Time-Series*, Berlin (Pro Business).

[16] **Schwarz, G.** (1978): „Estimating the Dimension of a Model", *Annals of Statistics* 6, 461-464.

[17] **Sentana, E.** (1995): „Quadratic ARCH Models", *Review of Economic Studies* 62, 639-661.

[18] **Teräsvirta, T.** (1996): „Two Stylized Facts and the GARCH(1,1) Model", Working paper no. 96, Stockholm School of Economics.

[19] **Zakoïan, J.-M.** (1994): „Threshold Heteroscedastic Models", *Journal of Economic Dynamics and Control* 18, 931-955.