Heinz STEINBRING, Essen

Mathematische Interaktion aus Sicht der interpretativen Forschung – Fallstudien als Basis theoretischen Wissens

Prolog Schüler als ‚triviale Maschinen'?

„Ich habe erheblichen Widerstand bei Pädagogen geerntet, als ich ihnen erklärte, dass sie ihre Schüler wie triviale Maschinen erziehen wollen, wenn diese auf bestimmte Fragen richtige Antworten geben müssen. Wenn die Antwort falsch ist, ist sie falsch, wenn sie richtig ist, ist sie richtig … In diesem System ist nicht vorgesehen, dass der Schüler … die Frage infrage stellt oder kreative Auswege sucht, also die mathematischen Formeln auf ihre Ästhetik hin betrachtet, …" (Luhmann 2002a, S. 98/99).

„[Mein] Arbeitsinteresse [gilt] inhaltsspezifischen Analysen der Konstitution (mathematischer) Bedeutung zwischen Lehrer und Schülern … dies erfordert die Rekonstruktion der Bedingungen ihres Zustandekommens … in der sozialen Interaktion. Mathematiklernen oder -lehren … erscheint … nicht als die Vermittlung eines … unwandelbaren Stoffes, sondern als ein … soziales Aushandeln von Bedeutungen und als Konstruktion von gemeinsam ‚geltendem Wissen'…" (Bauersfeld 1982, S. 1/2).

1. Mathematische Interaktionen: Wie realisiert sich Verstehen in der Kommunikation?

„Die interpretative Forschung versucht die Unterrichtswirklichkeit und die mathematischen Themen in ihr aus der ‚Binnenperspektive der Handelnden' zu verstehen …" (Maier & Voigt 1991, S. 8). Wie laufen interaktive Prozesse in dieser Wirklichkeit ab? Wie realisiert sich in ihr unter den Beteiligten ‚Verstehen'? Ist es zweckmäßig, Verstehen in der Unterrichtsinteraktion wie das Verstehen bei trivialen Maschinen zu erklären: „In Reaktion auf einen präzisen Input den korrekten Output produzieren" ?

„ …weder die Individuen noch das Interaktionssystem des Unterrichts sind Trivialmaschinen, die, wenn man den richtigen Input eingibt, die gewünschten Resultate liefern" (Luhmann 2002b, S. 157). Bauersfeld betont, dass Unterricht eine vielfältige Kultur ist: „ … der wahrscheinlich größere Teil des im Unterricht Gelernten [wird] indirekt gelernt, d.h. beiläufig und vorbewusst mitgelernt …. In diesem Sinne wirkt Unterricht wie eine Kultur: Deren Mitglieder bilden durch Anpassung einen typischen ‚Habitus' (Bourdieu) aus, der ein konfliktarmes und zugleich angemessenes Handeln in dieser Kultur formiert und möglich macht" (Bauersfeld 2000, S. 124/125)."

Wesentliche Dimensionen der mathematischen Unterrichtskultur sind ‚Kommunikation / Interaktion' und ‚Mathematik'. Damit sind zwei Probleme verbunden: ‚Kommunikation' funktioniert nicht simpel als eindeutiges Fachgespräch und ‚mathematisches Wissen' ist nicht konkret mit den Sinnen greifbar.

„Die Pädagogik wird es kaum zugeben können, dass psychische Prozesse und soziale Prozesse völlig getrennt operieren. Aber das Bewusstsein der Individuen kann mit eigenen Operationen andere Individuen nicht erreichen. … wenn Kommunikation zustande kommen soll, muss ein ganz anderes, ebenfalls geschlossenes, ebenfalls autopoietisches System in Tätigkeit treten, nämlich ein soziales System, das Kommunikationen durch Kommunikationen reproduziert und nichts weiter tut als das" (Luhmann 1996, S. 279).

„ … Diese beiden Systemarten sind jedoch in einem besonders engen Verhältnis miteinander verbunden und bilden wechselweise eine ‚Portion notwendiger Umwelt': Ohne Teilnahme von Bewusstseinssystemen gibt es keine Kommunikation, und ohne Teilnahme an Kommunikation gibt es keine Entwicklung des Bewusstseins" (Baraldi, Corsi & Esposito 1997, S. 86). Nach Luhmann werden von den Teilnehmern im kommunikativen System wechselweise durch Mitteilungen (oder Handlungen) ‚Bezeichnende' gegeben, die auf Informationen oder ‚Bezeichnete' verweisen. Der Mitteilende kann nur ein ‚Bezeichnendes' beitragen, aber das vom Mitteilenden intendierte ‚Bezeichnete' – das erst zu einem verstandenen ‚Zeichen' führen kann, bleibt offen und relativ vage, und es kann nur vom Mitteilungsempfänger hergestellt werden durch Artikulation eines neuen ‚Bezeichnenden'. Der Empfänger kann das mögliche ‚Bezeichnete' nicht einfach strikt dem Sprecher zuordnen, sondern er hat es selbst herzustellen in der sich entwickelnden sozialen Kommunikation.

In seinem Buch ‚Die Ursprünge der menschlichen Kommunikation' (2009) identifiziert Tomasello notwendige Bedingungen für das Zustandekommen von Verstehen in der menschlichen Kommunikation. Die menschliche Sprache „ … gründet auf einer nicht-sprachlichen Infrastruktur des intentionalen Verstehens und auf einem gemeinsamen begrifflichen Hintergrund … Wenn wir menschliche Kommunikation verstehen wollen, können wir … nicht mit der Sprache beginnen. Als Ausgangspunkt müssen uns vielmehr nicht-konventionalisierte, unkodierte Kommunikation und andere Formen der geistigen Abstimmung dienen …. Hervorragende Kandidaten für diese Rolle sind die natürlichen Gesten des Menschen wie das Zeigen und das Gebärdenspiel" (Tomasello 2009, S. 69/70).

Wesentliche Grundelemente für die Realisierung von Verstehen in der Kommunikation sind somit ein ‚gemeinsamer begrifflicher Hintergrund / eine gemeinsame Handlungspraxis‘ und ‚Zeige- sowie Symbolgesten‘.

Die Realisierung von Verstehen in der Kommunikation ist somit weder direkt möglich noch von einer auf andere Personen übertragbar; jeder Teilnehmer muss sein eigenes Verstehen herstellen (z.B. Luhmann). Und: kommunikatives Verstehen setzt einen gemeinsamen begrifflichen Hintergrund und eine gemeinsame Handlungspraxis voraus (z.B. Tomasello).

In der Konsequenz ist zu beachten, dass für die Herstellung von wechselweisem Verstehen in Interaktionsprozessen ‚nicht-trivialer Maschinen‘ jeder Beteiligte die auftretenden Mitteilungen in seinen (individuellen) rationalen Konnex (‚Netzwerk‘) gemeinsamer begrifflicher Auffassungen und einer übergreifenden Handlungspraxis sinnvoll einzuordnen versucht.

Beispiel (Fromm & Spiegel 1996, S. 109): ‚Annika rechnet 60:4‘ (Kl. 3)

7	A:	Ich hab‘ erst 8 durch 4 gerechnet, das waren 12,
8		und dann hab‘ ich die Reste davon, das war bei jedem 2,
9		und dann hab‘ - und das waren dann wieder 12,
11	I:	Also, ich muss jetzt gleich mal Dich unterbrechen.
12		Du hast nämlich gesagt, 8 durch 4 ist 12.
14	A:	Äh, ich meine 8 durch 60.
15	I:	8 durch 60 - geht das?

Aus Sicht ‚trivialer Maschinen‘ produziert Annika keinen korrekten Output: $8 : 4 = 12$ ist falsch und $8 : 60$ ist (hier) eine falsche Rechnung. Aus Sicht ‚nicht-trivialer Maschinen‘ ermöglicht die interpretative Analyse der weiteren Äußerungen Annikas eine Rekonstruktion ihres Verstehens in ihrem rationalen Konnex begrifflicher Auffassungen und Handlungen, dieser bleibt der Leiterin im Interview unzugänglich.

Annika könnte so überlegt haben: „10 passt 6 mal in 60 [$60 = 6 \cdot 10$]“, „8 steckt in 10 (mit Rest 2) [$10 = 8+2$]“ und $8 : 4 = 12$ lässt sich deuten als „4 steckt 2 mal in 8 also 12 mal in 60“. Zudem schätzt Annika mit Hilfe von $60 = 6 \cdot 10$ ab, wie oft 8 in 60 passt.

Das ‚doppelte Verstehensproblem‘ der interpretativen Forschung:

• Das wechselseitige Verstehen der Teilnehmerinnen in mathematischen Interaktionen ist nicht direkt möglich, sondern erfordert die Einordnung auftretender kommunikativer Mitteilungen in einen aktiv herzustellenden rationalen Konnex von begrifflichen Vorstellungen und einer gemeinsamen Handlungspraxis.

• Die interpretative mathematische Forschung kann Verstehensvorgänge in realen mathematischen Interaktionen nicht durch bloßes Beobachten direkt aufklären, sondern muss (dokumentierte)mathematische Interaktionen mit Hilfe von Forschungsmethoden in einen theoretisch fundierten, rationalen Konnex von wissenschaftlichen Begriffen und Modellen einordnen und so objektiv nachvollziehbare Deutungen rekonstruieren.

2. Mathematische Interaktionen: Latent wirkende Sinnzusammenhänge und Muster in der Unterrichtskommunikation

Die Forschungsgruppe Bauersfeld verstand die ‚Interpretative Unterrichtsforschung' als Korrektiv zu einem ‚Mathematikunterricht als Vermittlung eines unwandelbaren Stoffes'.

„ … die ‚Alltagswende' … mit ihrer Kritik an der ‚Feiertagsdidaktik' … beinhaltete die Forderung, den Merkmalen des alltäglichen Unterrichts eine größere Bedeutung als zuvor zuzuweisen. Man sah in ethnographischen Unterrichtsbeobachtungen und in interpretativen Studien ein Korrektiv für Unterrichtskonzeptionen, die am didaktischen Schreibtisch entstehen … man war von den Wirkungen der Reformen … desillusioniert und wollte die überraschende Stabilität des Unterrichtsalltags, seine Eigenbewegungen und seine Traditionen besser verstehen" (Voigt 1996, S. 384).

Die interaktionistische Forschung nimmt zwei (zuvor wenig berücksichtigte) Perspektiven wesentlich in den Blick:

• Eine individual-psychologische Perspektive, welche die Autonomie des Lerners und seine kognitive Entwicklung betont.
• Eine kollektivistische Perspektive, welche Mathematik lernen als die Sozialisation des Kindes in eine gegebene Unterrichtskultur versteht (siehe Voigt 1994, S.78).

Erinnert sei hier an zwei fundamentale Konzepte im Rahmen der ‚individual-psychologischen Perspektive': ‚Subjektiver Erfahrungsbereich' (Bauersfeld 1983) und ‚Rahmung' (z.B Krummheuer 1984). In einem subjektiven Erfahrungsbereich ist Wissen fest an interaktiv bedeutsame Handlungen mit Dingen in einem individuellen Erfahrungskontext gebunden. „Die Lernenden (die ›Subjekte‹) machen in einem bestimmten Bereich Erfahrungen, z.B. indem sie Handlungen ausführen. In der sozialen Interaktion mit anderen … bekommen diese Handlungen für die Lernenden einen Sinn, sie erkennen, welche Bedeutung diese Handlungen haben. … diese Bedeutungen [sind] eng mit dem Veranschaulichungsmittel, dem Material und den Einstiegsbeispielen verbunden" (Hasemann 2003, S.50).

Ein Subjekt nimmt in einer sozialen Situation eine ‚Rahmung' als einen Sinngebungshorizont unmittelbar ein; es handelt sich um die individuelle Sichtweise einer Person, unter der sie eine Situation spontan deutet. Rahmungen werden selten bewusst eingenommen, sie werden meist aufgrund von bereits durchlebten und als ähnlich empfundenen Situationen durch die Interaktion aktiviert (z.B. Krummheuer 1984).

Es handelt sich hier um zwei Beispiele für theoretische Konzepte der interpretativen Forschung, in denen ‚Verstehen in der mathematischen Interaktion' letztlich als Konstruktion und Einordnung in einen (individuellen) rationalen Konnex gesehen wird und nicht als ein ‚korrekter Output zu einem präzisen Input'.

Im Rahmen der ‚kollektivistische Perspektive' gewinnen ‚Muster in der mathematischen Unterrichtsinteraktion' eine besondere Aufmerksamkeit. Die unterrichtliche Interaktion ist zu komplex, um sie insgesamt als Wechselwirkung von Variablen erschöpfend zu modellieren. Aber: „… das vermeintliche Chaos des Unterrichts … [kann sich]als relativ wohlgeordnetes Geschehen entpuppen. Hier wird Ordnung im Unterricht nicht verstanden als ein kontrolliertes Netz intervenierender Variablen, … sondern als eine Hervorbringung der Handelnden im Unterrichtsprozess. Die verdeckten Regularitäten, die Interaktionsmuster und Routinen erlauben den Beteiligten, sich geordnet zu verhalten…" (Voigt 1984, S. 46).

Das ‚Trichtermuster' in Form der „Handlungsverengung durch Antworterwartung" (Bauersfeld 1978) zeigt beispielhaft, wie sich kommunikative Charakteristika im kleinschrittig fragend-entwickelnden Mathematikunterricht wechselweise herausbilden (siehe Bauersfeld 1978).

Ohne Muster und Routinen könnten alltägliche, soziale Situationen nicht bewältigt werden, sie sind unverzichtbar! Für ein bedeutungsvolles Schüler-Verstehen von Mathematik wirkt ein extremes (Trichter-) Muster jedoch häufig kontraproduktiv. „Der Lehrer … stellt eine Frage, obwohl er die Antwort schon weiß. Das ist im sozialen Alltag unüblich und, wenn es herauskommt, peinlich. In der Schule ist dies ein Standardverfahren der Kontrolle der Trivialisierung" (Luhmann 2002b, S. 78).

Es stellt große Anforderungen, sich in der Interaktion einem Muster wie dem Trichtermuster so ohne weiteres zu entziehen. „Was geschieht …, wenn nichttriviale Systeme … der Trivialisierung ausgesetzt sind? Sie stellen sich durch Selbstsozialisation darauf ein. … sie lernen damit umzugehen. Sie bauen eine Reflexionsschleife ein, die ihnen Bedingungen verdeutlicht, unter denen es empfehlenswert ist, sich wie ein triviales System zu verhalten" (Luhmann 2002b, S. 57).

‚Das Schülerverstehen von Mathematik' wird durch Interaktionsmuster (eventuell) auf das Hersagen der richtigen Antwort verengt und trivialisiert. Das Verstehen (von Kommunikationsmechanismen) durch die interpretativen Forscher vollzieht sich durch Konstruktion und Einordnung ihrer Beobachtungen in einen wissenschaftlichen, rationalen Konnex.

3. Mathematische Interaktionen: Epistemologische Umbrüche in der mathematischen Wissensentwicklung

Jahnke und Otte (1981, S. 77) konstatieren, dass Mathematik ‚theoretisches Wissen' ist und daraus Konsequenzen für die Mathematikdidaktik als Wissenschaft folgen: „… das didaktische Problem im tieferen Sinne, d.h. dass man es ‚wissenschaftlich bearbeiten' muss, wird durch die Tatsache konstituiert, dass Begriffe ‚Beziehungen' widerspiegeln und keine ‚Dinge'".

Eine fundamentale Anforderung für das Mathematiklernen der Schüler und Schülerinnen besteht darin, semiotische Repräsentationen, Veranschaulichungen und Zeichen als Träger mathematischer ‚Beziehungen und Strukturen' zu verstehen. Zugleich steht die interpretative mathematische Forschung vor der Aufgabe das Verstehen von ‚unsichtbarem' mathematischen Wissen in der Interaktion theoriebasiert und konsistent zu rekonstruieren.

Mathematisches Wissen ist letztlich ‚unsichtbares' Wissen: „ ... es gibt einen fundamentalen Unterschied zwischen mathematischem Wissen und Wissen in anderen Wissenschaften … Wir haben keinen sinnlich wahrnehmbaren oder instrumentellen Zugang zu den mathematischen Untersuchungsobjekten … Der einzige Weg zu ihnen einen Zugang zu gewinnen ist, Zeichen, Worte oder Symbole, Ausdrücke oder Zeichnungen zu gebrauchen … Aber zugleich dürfen die mathematischen Objekte nicht mit den benutzten semiotischen Repräsentationen verwechselt werden. Diese widerstreitende Anforderung macht einen besonderen Aspekt mathematischen Wissens aus" (Duval 2000, S. 61).

Z.B. benötigt der arithmetische Begriff der Zahl 3 zur Codierung (z.B. 3) ein semiotisches Zeichen, das auf die ‚mathematische Drei' verweist, sie aber genau sowenig tatsächlich ist wie ihre Verkörperungen im Material.

Der Wechsel und die Spannung zwischen einer dinglich-konkreten und einer symbolisch-relationalen Deutung des mathematischen Wissen führt zu einem epistemologischen Grundproblem des Mathematiklernens: Der gemeinsame begriffliche Hintergrund und die gemeinsame Handlungspraxis – die eine Basis für Verstehen sind – unterliegen unerwarteten Umbrüchen und fundamentalen Änderungen in der mathematischen Wissensentwicklung! Was zu einem Zeitpunkt eine ‚selbstverständliche' Verstehensgrundlage war, kann später durch einen Wechsel zu neuen wesentlichen Strukturen und Beziehungen im Wissen nichtig werden und das Verstehen unmöglich machen.

Beispiele aus der elementaren Mathematik zu epistemologischen Umbrüchen sind etwa die ‚Null'. Für Schüler bedeutet die Null zunächst soviel wie Nichts. Später wechselt der Verstehenshintergrund: Die Null erhält eine symbolisch-relationale Bedeutung im Dezimalsystem: „0 ist ein Zeichen für die Abwesenheit eines Zeichens" (Rotman 1987). Die ‚negativen Zahlen' mit ihren Schwierigkeiten in der Geschichte und im Unterricht stellen ein weiteres Beispiel dar. Gibt es negative Zahlen? Wenn ja, auf welche Art und Weise gibt es sie? Als quasi-konkrete Schulden, oder als neue Beziehungen auf der Zahlengeraden z.B.? „… [man] blieb … einem ‚konkreten Standpunkt' verhaftet, d.h. man versuchte, den Zahlen und ihren Rechenoperationen irgendwie einen ‚konkreten Sinn' zu verleihen" (Hefendehl-Hebeker 1989, S.7).

Das interaktive Lernen von Mathematik kann als diskursives Wechselspiel von Vergegenständlichung und Strukturbildung gesehen werden. Diese Entwicklung kann bei Materialien, wie Plättchen, im Sinne von Dingen und realen Eigenschaften beginnen. Sie führt dann zu Beziehungen und Strukturen zwischen Dingen, z.B. Mustern von Plättchen. Teilstrukturen werden schließlich zu theoretischen Objekten, zwischen denen dann neue Beziehungen und Strukturen entstehen können. „… der theoretische Begriff … begnügt sich nicht damit, die Welt der Gegenstände zu überschauen …" (Cassirer 1990, S. 333). Auch wenn Beziehungen den Kern mathematischen Wissens ausmachen, so sind konkrete, gegenständliche Repräsentationen reiner Beziehungen unvermeidbar. Cassirer spricht von einer „… halb-mythischen Hypostase reiner Funktions- und Beziehungsbegriffe…" (Cassirer 1987, S. 76).

4. Mathematische Interaktionen: Die Rekonstruktion von Fällen mathematischer Interaktion als didaktische Theoriebildung

Interaktionsmuster und Routinen spielen sich im alltäglichen Mathematikunterricht ein, um Verstehen in der Unterrichtskommunikation zu ermöglichen. Epistemologische Umbrüche im ‚unsichtbaren' mathematischen Wissen können die Auflösung des gemeinsamen Begriffshintergrundes bewirken, worauf ein neuer, tragfähiger Verstehenshintergrund durch mathematische Verallgemeinerung und Strukturbildung entwickelt werden muss.

„… [die] Analyse … der Konstitution (mathematischer) Bedeutung zwischen Lehrer und Schülern … erfordert die Rekonstruktion der Bedingungen ihres Zustandekommens …" (Bauersfeld 1982, S. 1/2). Diese Rekonstruktion erfolgt in der Ausarbeitung eines wissenschaftlichen Konnexes bzw. eines ‚theoretischen Konstrukts' in der interpretativen Forschung.

Zum didaktischen Forschungsthema ‚Mathematische Reflexion in der Interaktion von Grundschulkindern' hat Schülke (2013) in einer Studie ein solches theoretisches, mathematisches Konstrukt ausgearbeitet, welches die Bedingungen – unter interaktiver wir epistemologischer Perspektive – charakterisiert, unter denen in der Grundschule mathematische Reflexionsprozesse erfolgen können. Es handelt sich um Partnerinterviews mit je zwei Kindern einer jahrgangsgemischten Schuleingangsstufe, die wechselweise mathematische Deutungen zu Fragen aus produktiven Lernumgebungen reflektieren.

Insbesondere haben die Form der Kommunikation und die Epistemologie des infrage stehenden mathematischen Wissens zentrale Bedeutung für das theoretische Konstrukt. Die Kommunikation erfolgt im Rahmen von Partnerinterviews mit zwei Kindern in Form eines Wechsel-Gesprächs über Deutungen des je anderen Kindes. Die mathematische Reflexion wird als Konstruktion von neuen Beziehungen konzeptualisiert.

Weitere Beispiele für wissenschaftliche Studien, in denen theoretische Konstrukte der interpretativen Forschung ausgearbeitet wurden, sind zu finden in Fetzer (2007), Rezat (2009), Schacht (2011) und Söbbeke (2005).

Fallstudien der mathematikdidaktischen interpretativen Forschung sind nicht einfach detaillierte deskriptive Beschreibungen realer Interaktionsverläufe, sondern dienen durch Ausarbeitung theoretischer Konstrukte in grundlegender Weise der mathematikdidaktischen Theorieentwicklung.

In Anlehnung an das Zitat von Jahnke & Otte könnte man analog sagen: „… das Problem der interpretativen mathematikdidaktischen Forschung im tieferen Sinne, d.h. dass man es wissenschaftlich bearbeiten muss, wird durch die Tatsache konstituiert, dass mathematische Interaktionen keine direkt durchschaubaren realen Geschehnisse sind, sondern von spezifischen Bedingungen des kommunikativen Verstehens und von auftretenden epistemologischen Brüchen im mathematischen Wissen beeinflusst werden".

Literatur

Die vollständige Literaturliste kann beim Autor angefordert werden.