

SALLE, Alexander; JETSES, Tomma; JESKE, Benedikt & LANGENHAGEN, Sarah
Osnabrück

Das Grundvorstellungskonzept an der Hochschule - Einblicke in eine Interviewstudie mit Hochschulprofessor:innen

Grundvorstellungen prägen die Planung und Durchführung von Mathematikunterricht. Sie können als Klassen fachlich korrekter, inhaltlicher Deutungen mathematischer Begriffe beschrieben werden (Greefrath et al., 2016; Salle & Clüver, 2021; vom Hofe, 1995). Zum Beispiel wurde zum Ableitungsbegriff die Grundvorstellung der lokalen Änderungsrate formuliert, die die Deutungen der Ableitung als z. B. Momentgeschwindigkeit, Grenzsteuersatz oder Umfang eines Kreises (für den Fall, dass die abhängige Größe den Flächeninhalt eines Kreises angibt) umfasst (z. B. Büchter & Henn, 2010; Greefrath et al., 2016).

Dadurch, dass normativ formulierte Grundvorstellungen in den Unterricht eingebunden werden, werden drei zentrale Ziele verfolgt: Schülerinnen und Schüler sollen mathematische Begriffe mit Alltagserfahrungen verknüpfen, flexibel mit ihnen operieren und sie in Modellierungszusammenhängen anwenden können (Greefrath et al., 2016; vom Hofe, 1995).

Diese Ziele stehen im Einklang mit zentralen Zielen des schulischen Mathematikunterrichts wie der Verständnis-, Kompetenz- und Anwendungsorientierung (z. B. Fischer et al., 2009; Rach, 2014). Ein Mathematik-Fachstudium hingegen, das Schülerinnen und Schüler möglicherweise später durchlaufen werden, wirft einen anderen Blick auf die Ziele und den Charakter mathematischer Lehr-Lern-Prozesse. Ein grundlegender Unterschied zu schulischen Lehr-Lern-Prozessen zeigt sich beispielsweise darin, dass realitätsnahe Anwendungskontexte an Bedeutung verlieren und innermathematische Kontexte in den Vordergrund rücken (z. B. Fischer et al., 2009; Rach, 2014; Rach und Heinze, 2017). Auch werden mathematische Begriffe seltener an alltagsnahe Vorerfahrungen der Studierenden oder graphische Darstellungen angeknüpft und dafür eher deduktiv auf Basis von Axiomen und Sätzen eingeführt, wobei auch eine entsprechende Symbolik verwendet wird (z. B. Rach, 2014; Wilzek, 2021).

In diesem Spannungsfeld, das gekennzeichnet ist durch Unterschiede zwischen Lehr-Lern-Prozessen an der Schule und an der Universität sowie der ursprünglichen Fokussierung des Grundvorstellungskonzeptes auf schulische Lehr-Lern-Prozesse, werden zunehmend auch Grundvorstellungen für mathematische Begriffe formuliert, die selten im Mathematikunterricht und dafür vorrangig an der Hochschule thematisiert werden. Als Beispiel können

Grundvorstellungen zum Grenzwert (Greefrath et al., 2016) oder zum Vektorraum (Fischer, 2005) angeführt werden. Die zu diesen Begriffen formulierten Grundvorstellungen basieren verstärkt auf inhaltlichen Deutungen, die die Begriffe mit weiteren mathematischen Begriffen oder Darstellungen und seltener mit alltagsnahen Erfahrungskontexten verknüpfen (es handelt sich in diesem Fall eher um sekundäre Grundvorstellungen) (s. a. vom Hofe & Blum, 2016).

Es ist bislang kaum untersucht worden, ob – und falls ja, wie – normativ formulierte Grundvorstellungen und allgemeiner zentrale Überlegungen aus dem Grundvorstellungskonzept aus Sicht von Hochschulprofessorinnen und -professoren tatsächlich Berücksichtigung im Rahmen von universitären Lehrveranstaltungen finden oder finden sollten. Antworten auf diese Fragen könnten klären, welches Potential das Grundvorstellungskonzept für die Hochschullehre birgt. Auch könnte aufbauend auf den Antworten erörtert werden, wie das Grundvorstellungskonzept ggf. angepasst oder erweitert werden müsste, um die Hochschullehre substantiell zu bereichern.

Um diese Fragen zu beantworten, wird eine Interviewstudie durchgeführt, an der bislang 13 Hochschulprofessorinnen und -professoren von drei deutschen Universitäten teilgenommen haben. Die Teilnahme aller Professorinnen und Professoren erfolgte auf freiwilliger Basis. Die interviewten Personen forschen und lehren in verschiedenen Fachgebieten der Mathematik: (Angewandte) Analysis, (Angewandte) Algebra, Diskrete Mathematik, Numerik, Topologie & Geometrie, Stochastik, Finanz- oder Versicherungsmathematik.

Das Interview war in zwei Blöcke gegliedert: Der erste Block umfasste offene Fragen zum Aufbau, zur Zielsetzung, zur Planung und zur Durchführung der gehaltenen Lehrveranstaltungen. Im zweiten Block wurde das Grundvorstellungskonzept vorgestellt. Die Interviewten wurden unter anderem gebeten, einzuschätzen, welche Rolle die drei zentralen Charakteristika (1. Inhaltliche Deutung mathematischer Objekte und Sachverhalte sowie Sinnkonstituierung, 2. Mentales Operieren und 3. Anwenden mathematischer Begriffe) jeweils in ihrer eigenen Hochschullehre spielen.

In diesem Beitrag gehen wir auf eine erste Auswertung des ersten Blocks ein, die sich durch ein mehrschrittiges Vorgehen auszeichnet. Für die Auswertung wird auf die qualitative Inhaltsanalyse nach Mayring (2022) zurückgegriffen, wobei die Kategorienbildung ausgehend von den Interviewtranskripten induktiv erfolgt. Der Fokus bei der Codierung der Interviews liegt auf den Aussagen, die sich auf die inhaltliche Planung und Durchführung der Lehrveranstaltungen durch die Hochschulprofessorinnen und -professoren

beziehen. Ein Schwerpunkt ist dabei insbesondere das Verständnis der mathematischen Inhalte durch die Studierenden.

Ausgehend von einem ersten Interview wurde durch mehrere Auswertende jeweils unabhängig voneinander ein erstes vorläufiges Kategoriensystem entwickelt (vgl. Kuckartz & Rädiker, 2022). Die entwickelten Kategoriensysteme wurden anschließend abgeglichen, hinsichtlich Unterschieden und Überschneidungen diskutiert und in ein gemeinsames Kategoriensystem überführt. Aus Basis dessen werden aktuell weitere Interviews codiert, um das Kategoriensystem zunächst weiterzuentwickeln und langfristig die Daten zu strukturieren.

Das aktuelle Kategoriensystem beinhaltet Kategorien, die sich in Bezug auf das Verständnis mathematischer Inhalte auf die Planung und Durchführung von universitären Lehrveranstaltungen beziehen. Im Auswertungsprozess hat sich gezeigt, dass die Hochschulprofessorinnen und -professoren dabei unter anderem darauf Wert legen, mathematische Inhalte durch bildliche Darstellungen zu veranschaulichen, woraus sich die Kategorie „Vermittlung bildlicher Darstellungen“ ergeben hat. Diesbezüglich gehen mehrere Dozierende auf Grenzen dieser bildlichen Darstellungen ein, wie das folgende Zitat zeigt:

„Bilderchen sind eigentlich ein Muss. Bloß muss man definitiv immer sagen, dass das unter Umständen nicht der ganzen Wahrheit entspricht. Und [...] dass man zur Not ganz schnell davon Abstand gewinnen sollte und den Geist wieder frei machen sollte und sich überlegen: "Was ist eigentlich die wirkliche Definition? Was ist das wirkliche Konzept?“

Weiterhin thematisieren die Dozierenden häufig die Verknüpfung theoretischer Inhalte mit praktischen Anwendungen, was insbesondere vor dem Hintergrund der Überlegungen zum Grundvorstellungskonzept interessant erscheint. Zudem wird mehrfach die Verknüpfung verschiedener mathematischer Teilgebiete oder die Verknüpfung zu anderen Disziplinen angesprochen. Diese Beobachtungen wurden in den zwei Subkategorien „Verknüpfung verschiedener (Teil-)Disziplinen“ und „Verknüpfung von Theorie und Praxis“ eingeordnet, die unter der Oberkategorie „Relevanz verdeutlichen“ subsumiert wurden. Exemplarisch sei an dieser Stelle auf folgende Aussage eines Dozierenden verwiesen:

„Zum Beispiel Wahrscheinlichkeitstheorie. [...] Da werden irgendwie plötzlich Sigma-Algebren eingeführt mit Grundraum für Zufallsexperimente. Zufällige Ereignisse, die eintreten können und so weiter und so fort. Da ist es zum Beispiel schon wirklich wichtig, dass man da die Brücke zu dem, was man so kennt, schlägt. "Was ist jetzt so ein Zufallsexperiment? Muss da wirklich Zufall dahinterstecken?". Und da braucht man glaube ich auch wirklich gute Beispiele, damit das nachher nicht bloß so ein trockenes ausgedörrtes Theoriegerüst ist. Um wirklich den Bezug zu dem herzustellen, was man eigentlich in der Praxis macht [...] Das wird nachher da und da wichtig, damit

die Leute merken: "Ja das hat jetzt Relevanz." Und wenn das halt auch so Sachen sind zum Beispiel in der Physik wird das relevant. So etwas nehme ich zumindest immer gerne in die die Skripte mit auf.“

Basierend auf dem finalen Kategoriensystem sollen durch weitere Auswertungen Ergebnisse hinsichtlich der (möglichen) Berücksichtigung des Grundvorstellungskonzeptes in Lehrveranstaltungen herausgearbeitet werden, um perspektivisch das Potential für die Universitätslehre zu bestimmen.

Literatur

- Büchter, A., & Henn, H. W. (2010). *Elementare Analysis: Von der Anschauung zur Theorie*. Spektrum Akademischer Verlag. <https://doi.org/10.1007/978-3-8274-2680-2>
- Fischer, A. (2005). *Vorstellungen zur linearen Algebra: Konstruktionsprozesse und -ergebnisse von Studierenden*. Dissertation, Universität Dortmund.
- Fischer, A., Heinze, A., & Wagner, D. (2009). Mathematiklernen in der Schule – Mathematiklernen an der Hochschule: die Schwierigkeiten von Lernenden beim Übergang ins Studium. In A. Heinze & M. Grüßing (Hrsg.), *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium. Kontinuität und Kohärenz als Herausforderung für den Mathematikunterricht* (S. 245–264). Waxmann.
- Greefrath, G., Oldenburg, R., Siller, H.-S., Ulm, V., & Weigand, H.-G. (2016). *Didaktik der Analysis: Aspekte und Grundvorstellungen zentraler Begriffe*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-48877-5>
- Kuckartz, U., & Rädiker, S. (2022). *Qualitative Inhaltsanalyse. Methoden, Praxis, Computerunterstützung: Grundlagentexte Methoden* (5. Aufl.). Beltz Juventa.
- Mayring, P. (2022). *Qualitative Inhaltsanalyse: Grundlagen und Techniken* (13., überarbeitete Auflage). Beltz.
- Rach, S. (2014). *Charakteristika von Lehr Lern Prozessen im Mathematikstudium: Bedingungsfaktoren für den Studienerfolg im ersten Semester*. Waxmann.
- Rach, S., & Heinze, A. (2017). The Transition from School to University in Mathematics: Which Influence Do School-Related Variables Have?. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15, 1343–1363.. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9744-8>
- Salle, A., & Clüver, T. (2021). Herleitung von Grundvorstellungen als normative Leitlinien Beschreibung eines theoriebasierten Verfahrensrahmens. *Journal für Mathematik Didaktik*, 42, 553–580. <https://doi.org/10.1007/s13138-021-00184-5>
- vom Hofe, R. (1995). *Grundvorstellungen mathematischer Inhalte*. Spektrum.
- vom Hofe, R., & Blum, W. (2016). “Grundvorstellungen” as a category of subject-matter didactics. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 37(S1), 225–254. <https://doi.org/10.1007/s13138-016-0107-3>
- Wilzek, W. (2021). *Zum Potenzial von Anschauung in der mathematischen Hochschullehre. Eine Untersuchung am Beispiel interaktiver dynamischer Visualisierungen in der Analysis*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-35361-2>