

Lösungsverhalten von Grundschüler*innen in Abhängigkeit von der subjektiv eingeschätzten Aufgabenschwierigkeit

Beim Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben sind verschiedene Herangehensweisen möglich. So kann die Aufgabe $46 - 19$ beispielsweise durch das sukzessive Zerlegen und Abziehen des Subtrahenden oder das Nutzen einer Hilfsaufgabe gelöst werden. Mit der Hilfsaufgabe wird das Vereinfachen der Aufgabe durch regelgerechtes Verändern intendiert. So kann $46 - 19$ durch Ableiten von der Aufgabe $46 - 20$ oder durch das gleichsinnige Verändern zu $47 - 20$ gelöst werden. Verschiedene Studien zeigen, dass Grundschüler*innen kaum Hilfsaufgaben nutzen, selbst wenn die Aufgabenstruktur dies anbietet (Benz, 2007; Gaidoschik, 2010; Selter, 2000). In diesem Beitrag wird der Frage nachgegangen, ob die Lösungswege und Lösungsrichtigkeit von Grundschüler*innen bei Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 100 je nach subjektiv eingeschätzter Aufgabenschwierigkeit variieren.

Theoretischer und empirischer Hintergrund

Zur Betrachtung und Beschreibung des Lösungswegs gibt es verschiedene Ansätze, in denen jeweils unterschiedliche Begrifflichkeiten verwendet und voneinander abgegrenzt werden. So werden in vielen Studien die unterschiedlichen Herangehensweisen beim halbschriftlichen Rechnen in sogenannte *Hauptstrategien* unterteilt. Benz (2007) unterscheidet im Wesentlichen zwischen dem stellenweisen Rechnen, dem schrittweisem Rechnen, der Mischform aus den beiden vorher genannten und dem Ableiten (dies sind "alle Strategien [...], die operative Beziehungen nutzen" (a.a.O., S. 51)).

Neben dem Begriff der *Strategie* findet sich in der Literatur auch der Begriff der *strategischen Werkzeuge*. "Charakteristisch für diese strategischen Werkzeuge ist ihre Aufgabenunabhängigkeit sowie die Kombinierbarkeit mehrerer strategischer Werkzeuge beim Lösen einer Aufgabe" (Rathgeb-Schnierer, 2006, S. 56). Strategische Werkzeuge sind mentale Hilfsmittel zum regelgerechten Verändern von Aufgaben, die nicht direkt durch den Rückgriff auf Basisfakten gelöst werden können. Ziel ist es, die Aufgaben durch Veränderung auf bereits bekannte beziehungsweise leichter zu lösende Aufgaben zurückzuführen und damit zu vereinfachen. Zwei grundlegende Ideen sind mit den strategischen Werkzeugen verknüpft: das Zerlegen und Zusammensetzen von einer oder beider Zahl(en), sowie das Verwenden von Hilfsaufgaben (Rechtsteiner-Merz, 2013). Beim Einsatz von Hilfsaufgaben

wird die ursprüngliche Aufgabe mit einer bereits bekannten Aufgabe in Beziehung gesetzt und das Ergebnis über diese Beziehungen abgeleitet.

Bei der Betrachtung der angewandten Lösungswege zeigt sich über verschiedene Studien hinweg, dass Grundschüler*innen Additions- und Subtraktionsaufgaben halbschriftlich am häufigsten stellenweise und schrittweise beziehungsweise mittels einer Kombination aus beiden lösen (Benz, 2007; Gaidoschik, 2010; Selter, 2000). Das bedeutet, dass beim halbschriftlichen Rechnen vorwiegend strategische Werkzeuge des Zerlegens und Zusammensetzens genutzt und weniger bekannte Hilfsaufgaben herangezogen werden. Im höheren Zahlenraum dominieren die schriftlichen Normalverfahren (Selter, 2000). Die prozentuale Lösungsrichtigkeit variiert je nach Aufgabencharakteristik sowie je nach Lösungsweg (Benz, 2007; Gaidoschik, 2010; Selter, 2000). Weiterhin zeigt sich, dass die Lösungswege und die Lösungsrichtigkeit abhängig von den Aufgabenmerkmalen sind (Peltenburg et al., 2012). Auch die eingeschätzte Aufgabenschwierigkeit stellt eine individuell wahrgenommene Charakteristik von Aufgaben dar (Rathgeb-Schnierer, 2006). In diesem Zusammenhang stellen sich die Fragen, ob die Lösungswege und die Lösungsrichtigkeit auch mit der subjektiv wahrgenommenen Aufgabenschwierigkeit der Grundschüler*innen in einem Zusammenhang stehen. Diesen Fragestellungen geht der vorliegende Beitrag nach.

Studiendesign

Zur Beantwortung der Forschungsfragen werden Daten aus einer Studie verwendet, in der mit Grundschüler*innen leitfadengestützte halbstandardisierte Einzelinterviews geführt wurden. Insgesamt nahmen 155 Kindern aus 13 dritten Klassen aus 5 Schulen teil. Das mittlere Alter beträgt 9,53 Jahre ($SD = 0,37$ Jahre). Die Stichprobe besteht jeweils nahezu zur Hälfte aus Mädchen ($n = 77$) und Jungen ($n = 78$). In der Studie werden 12 verschiedene Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 100 thematisiert. Um die subjektiv empfundene Aufgabenschwierigkeit zu erfassen, ordnen die Schüler*innen die Aufgaben zunächst den Kategorien "leicht" und "schwer" zu (auf Initiative des Kindes ist auch die Einordnung als "mittelschwer" möglich). Im weiteren Verlauf des Interviews wird das Vorgehen im Lösungsprozess und die Lösung der Aufgabe thematisiert. So lassen sich Rückschlüsse auf die verwendeten strategischen Werkzeuge und die Korrektheit der Lösung ziehen. Alle Interviews wurden mittels der qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring (2022) doppelt kodiert. Wie weiter oben beschrieben, lassen sich verschiedene strategische Werkzeuge im Lösungsprozess kombinieren (Rathgeb-Schnierer, 2006). Im Weiteren wird jeweils das erste verwendete strategische Werkzeug im Lösungsprozess betrachtet. Die Interraterübereinstimmung ist mit $\kappa \geq .83$ für die beiden Kodierebenen des

ersten verwendeten strategischen Werkzeugs und der Lösungsrichtigkeit fast perfekt. Für weitere Informationen zu der Interviewstudie wird an dieser Stelle auf Flückiger & Rathgeb-Schnierer (im Druck) verwiesen.

Ergebnisse

In jedem der 155 Einzelinterviews wurden die gleichen 12 Subtraktions- und Additionsaufgaben thematisiert. Im Folgenden werden alle 12 Aufgaben aus allen Interviews und folglich die subjektiv empfundene Aufgabenschwierigkeit, das erste verwendete strategische Werkzeug und die Korrektheit der Lösung von insgesamt 1860 Aufgaben zusammen betrachtet. Wie in Tabelle 1 zu sehen, wurden von den 1860 Aufgaben 1207 (64,9%) als leicht, 138 (7,4%) als mittelschwer und 515 (27,7%) als schwer empfunden. Bei den verwendeten strategischen Werkzeugen wird in Anlehnung an die Unterteilung von Rechtsteiner-Merz (2013) betrachtet, ob die Aufgabe im ersten Lösungsschritt zerlegt (um sie später wieder zusammzusetzen) oder eine Hilfsaufgabe verwendet wurde. Bei den als leicht empfundenen Aufgaben wurde als erstes strategisches Werkzeug bei 159 der 1207 Aufgaben eine Hilfsaufgabe verwendet (13,2%), weiterhin bei 7 der 138 (5,1%) der als mittelschwer und bei 16 der 515 (3,1%) der als schwer empfundenen Aufgaben. Der Anteil ist bei den leicht empfundenen Aufgaben demnach deutlich höher. Die prozentuale Lösungsrichtigkeit unterscheidet sich ebenfalls je nach empfundener Aufgabenschwierigkeit: Richtig gelöst wurden 1026 der 1207 (85,0%) als leicht zugeordneten Aufgaben, 119 der 138 (86,2%) der als mittelschwer zugeordneten Aufgaben sowie 362 der 515 (70,3%) der als schwer zugeordneten Aufgaben.

Einordnung der Aufgabenschwierigkeit	Leicht	Mittel	Schwer
Einordnungen insgesamt	1207	138	515
1. Strateg. Werkzeug: Zerlegen der Zahl(en)	1024	127	476
1. Strateg. Werkzeug: Hilfsaufgabe	159	7	16
Korrekt gelöste Aufgaben	1026	119	362

Tabelle 1: Anzahl der Aufgaben nach subjektiv empfundener Aufgabenschwierigkeit, dem ersten verwendeten strategischen Werkzeug und den korrekten Lösungen

Im Weiteren wird mittels eines Chi-Quadrat-Tests analysiert, ob das jeweils erste verwendete strategische Werkzeug sowie die Korrektheit der Lösung mit der subjektiv empfundenen Aufgabenschwierigkeit im Zusammenhang stehen. Sowohl die verwendeten strategischen Werkzeuge ($\chi^2(2) = 43.60$, $p < .001$, $V = .16$) als auch die Korrektheit der Lösung ($\chi^2(2) = 53.45$, $p < .001$, $V = .17$) stehen in einem hoch signifikanten, aber schwachem Zusammenhang mit den subjektiv empfundenen Aufgabenschwierigkeiten. Die

Bonferroni-korrigierten Post-Hoc-Tests zeigen, dass der Zusammenhang jeweils für die als leicht und schwer empfundenen Aufgaben hoch signifikant ist, nicht signifikant jedoch für die als mittelschwer empfundenen Aufgaben.

Zusammenfassend bestätigen die Ergebnisse die eingangs dargestellte Befundlage (Benz, 2007; Gaidoschik, 2010; Selter, 2000), da die Schüler*innen am häufigsten als erstes ein strategisches Werkzeug zum Zerlegen und Zusammensetzen der Zahl(en) verwenden. In der Studie von Peltenburg et al. (2012) zeigt sich, dass die Lösungswege und Lösungsrichtigkeit abhängig von den Aufgabenmerkmalen sind. Anknüpfend an diese Studie konnte in dem vorliegenden Beitrag gezeigt werden, dass der Lösungsweg sowie die Lösungsrichtigkeit auch in einem hoch signifikanten, aber schwachem Zusammenhang mit der subjektiv empfundenen Aufgabenschwierigkeit stehen. Die Ergebnisse legen insgesamt die Annahme nahe, dass die subjektiv eingeschätzte Aufgabenschwierigkeit die Nutzung strategischer Werkzeuge sowie die Korrektheit der Lösungen beeinflusst.

Literatur

- Benz, C. (2007). Die Entwicklung der Rechenstrategien bei Aufgaben des Typs $ZE \pm ZE$ im Verlauf des zweiten Schuljahres. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 28(1), 49–73. <https://doi.org/10.1007/BF03339333>
- Flückiger, T. & Rathgeb-Schnierer, E. (im Druck). Design of a semi-structured inter-view to capture flexibility in mental calculation. In WERDEN ERGÄNZT (Hrsg.), *CERME13: Proceedings of the Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (S. WIRD ERGÄNZT). Eötvös Loránd University.
- Gaidoschik, M. S. (2010). *Die Entwicklung von Lösungsstrategien zu den additiven Grundaufgaben im Laufe des ersten Schuljahres*. Universität Wien. <https://doi.org/10.25365/THESIS.9155>
- Mayring, P. (2022). *Qualitative Inhaltsanalyse: Grundlagen und Techniken*. Beltz Verlagsgruppe.
- Rathgeb-Schnierer, E. (2006). *Kinder auf dem Weg zum flexiblen Rechnen: Eine Untersuchung zur Entwicklung von Rechenwegen bei Grundschulkindern auf der Grundlage offener Lernangebote und eigenständiger Lösungsansätze*. Texte zur mathematischen Forschung und Lehre: Bd. 46. Verlag Franzbecker.
- Rechtsteiner-Merz, C. (2013). *Flexibles Rechnen und Zahlenblickschulung: Entwicklung und Förderung von Rechenkompetenzen bei Erstklässlern, die Schwierigkeiten beim Rechnenlernen zeigen*. Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik: Bd. 19. Waxmann.
- Selter, C. (2000). Vorgehensweisen von Grundschüler(inne)n bei Aufgaben zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 1000. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 21(3-4), 227–258. <https://doi.org/10.1007/BF03338920>