

# Einfluss einer zusätzlichen Torsion auf das Tragverhalten von Spannbetonträgern

Von der Fakultät Architektur und Bauingenieurwesen der

Technischen Universität Dortmund

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Ing. Vladimir Lavrentyev

Prüfungskommission:

Vorsitzender:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Ingo Münch

Referent:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Reinhard Maurer

1. Korreferent:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Josef Hegger

2. Korreferent:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Marcus Ricker

Tag der mündlichen Prüfung: 14. Januar 2026

Dortmund, 2026



## Kurzfassung

Die vorliegende Dissertation beschäftigt sich mit der Erweiterung eines ingenieurmäßigen Bemessungsmodells zur genaueren Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit von Spannbetonträgern mit Plattenbalkenquerschnitten, insbesondere bei gleichzeitiger Beanspruchung durch Biegung ( $M$ ), Querkraft ( $V$ ) und Torsion ( $T$ ). Im Fokus steht die Verifikation des erweiterten Druckbogenmodells (EDBM) unter der kombinierten Beanspruchung mit zusätzlicher Torsion, das gegenüber konventionellen Modellen Tragreserven berücksichtigt, die in der bisherigen Normung unzureichend erfasst worden sind.

Im Rahmen eines umfangreichen experimentellen Versuchsprogramms, durchgeführt an der TU Dortmund im Auftrag der Bundesanstalt für Straßenwesen (BASt), wurden in Kooperation mit der RWTH Aachen und TU München Großversuche an vorgespannten Plattenbalkenträgern als Einfeldträger mit Kragarm durchgeführt, die typische Schubschlankheiten und Belastungszustände von Bestandsbrücken repräsentieren. Mit den Abmessungen von 8,25 m im Feld und 2 m am Kragarm weisen die Versuchsträger ein Alleinstellungsmerkmal für Versuchsträger unter der kombinierten Beanspruchung auf. Der besondere Fokus lag dabei auf der Untersuchung der Interaktion der Schnittgrößen  $M+V+T$  in der Biegedruckzone. Es zeigte sich, dass insbesondere die Mitwirkung der Gurtplatte, die normalerweise in der Torsionsbemessung vernachlässigt wird, signifikant zur Tragfähigkeit beitragen kann.

Zur Verifikation der Versuchsergebnisse wurden nichtlineare numerische Analysen mittels der Finite-Elemente-Methode (FEM) durchgeführt. Diese erlaubten nicht nur eine wirklichkeitsnahe Abbildung der Versuchsergebnisse, sondern auch die Durchführung parametergestützter Studien zur Bestimmung einzelner Einflussgrößen, wie etwa Vorspannungsgrad, Gurtbreite und Torsionsbewehrung.

Die Dissertation formuliert drei zentrale Forschungsfragen, die sich mit der Aktivierung zusätzlicher Tragreserven, der Eignung der normativen Interaktionsbedingung und der Anwendbarkeit des EDBM unter  $M+V+T$ -Beanspruchung befassen. Auf alle Fragen konnten gesicherte Antworten gegeben werden. Damit leistet die Arbeit einen bedeutenden Beitrag zur Nachrechnung und Ertüchtigung bestehender Spannbetonbrücken und bietet eine fundierte Grundlage für zukünftige Anpassungen der Nachrechnungsrichtlinie.



# Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis.....	iii
1 Einleitung.....	1
1.1 Problemstellung.....	1
1.2 Zielsetzung .....	1
1.3 Aufbau der Arbeit.....	3
2 Stand des Wissens.....	5
2.1 Allgemeines.....	5
2.2 Querschnittsparameter von Plattenbalkenbrücken .....	6
2.3 Tragverhalten unter Querkraftbeanspruchung - $V$ .....	9
2.3.1 Zustand I - Verteilung der Schubspannungen .....	9
2.3.2 Zustand II – Fachwerktraganteil (Bügeltraganteil) .....	12
2.3.2.1 Einleitung .....	12
2.3.2.2 Fachwerkanalogie nach <i>Ritter</i> und <i>Mörsch</i> .....	13
2.3.2.3 Weiterentwicklung des Fachwerkmodells.....	14
2.3.2.4 Querkrafttraganteil infolge der Rissverzahnungskräfte.....	14
2.3.2.5 Fachwerktraganteil mit Rissreibung.....	17
2.3.2.6 Bemessung nach DIN EN 1992-2/NA.....	18
2.3.2.7 Tragfähigkeit der Betondruckstrebe .....	20
2.3.3 Querkrafttraganteil der geneigten Gurte.....	21
2.3.4 Querkrafttraganteil der geneigten Spannglieder.....	21
2.3.5 Zusammenfassung .....	22
2.4 Tragverhalten unter reiner Torsionsbeanspruchung- $T$ .....	23
2.4.1 Ermittlung des Schubmittelpunkts $M$ , analytische Methode .....	23
2.4.2 Zustand I - <i>St. Venantsche</i> Torsion oder „zwangfreie Torsion“.....	24
2.4.3 Mitwirkung der Gurtplatte bei Torsion .....	29
2.4.4 Numerischer Ansatz zum Problem der St-Venant’schen Torsion.....	32
2.4.5 <i>Bredt’sche</i> Formeln .....	33
2.4.6 Zustand II - Kraftumlagerung in ein räumliches Fachwerk.....	35

2.4.7	Ermittlung der Strebenkräfte .....	37
2.4.8	Ansatz der effektiven Wanddicke $t_{ef}$ im Vollquerschnitt .....	39
2.4.9	Mitwirkung der Gurtplatte bei reiner Torsion .....	43
2.4.10	Zusammenfassung .....	46
2.5	Tragverhalten unter kombinierter Beanspruchung aus $M+V+T$ .....	46
2.5.1	Einführung in die kombinierte Beanspruchung aus $M+V+T$ .....	46
2.5.2	Überlagerung in der vertikalen Zugstrebe .....	47
2.5.3	Überlagerung in der diagonalen Druckstrebe .....	48
2.5.4	Zusammenfassung/ Diskussion .....	49
2.6	Druck und Querzug .....	50
2.6.1	Zweiachiale Beanspruchung .....	50
2.6.2	Sekundäres Betonversagen .....	51
2.6.3	Zusammenfassung .....	52
2.7	Das EDBM und Vorgehensweise bei zusätzlicher Torsion .....	52
2.7.1	Übersicht .....	52
2.7.2	DBM (Druckbogenmodell) .....	53
2.7.3	EDBM (Erweitertes Druckbogenmodell) .....	54
2.7.4	Zusammenfassung .....	56
2.8	Zusammenfassung Stand des Wissens .....	56
3	Eigene experimentelle Untersuchung .....	58
3.1	Einleitung .....	58
3.2	Versuchsprogramm ETK .....	59
3.2.1	Konzeption der Versuchsträger .....	59
3.2.1.1	Versuchsprogramm .....	59
3.2.1.2	Konzept für die Bemessung der Torsionsbügelbewehrung .....	60
3.2.1.3	Konzept für die Bemessung der Torsionslängsbewehrung .....	61
3.2.1.4	Schubslankheit .....	62
3.2.2	Geometrie der Versuchsträger .....	62
3.2.3	Bewehrung der Versuchsträger .....	63
3.2.4	Vorspannung der Versuchsträger .....	67

3.2.5	Versuchsstand.....	67
3.2.6	Versuchsdurchführung .....	68
3.2.6.1	Teilversuche 1 .....	68
3.2.6.2	Teilversuche 2 .....	69
3.2.6.3	Druckzonenumschließung .....	69
3.3	Messtechnik.....	70
3.3.1	Vorspannkkräfte .....	70
3.3.2	Dehnungsmessstreifen (DMS).....	70
3.3.3	Verformungsmessung.....	71
3.3.4	Photogrammetrie .....	72
3.4	Materialeigenschaften.....	73
3.4.1	Beton .....	73
3.4.2	Einpressmörtel.....	73
3.4.3	Betonstahl.....	74
3.4.4	Spannstahl .....	74
3.5	Versuchsergebnisse .....	75
3.5.1	Traglasten .....	75
3.5.2	Last-Durchbiegungskurven .....	75
3.5.3	3D-Vermessung mittels Tachymeter.....	77
3.5.4	Last-Verdrehungs- bzw. Verdrillungskurven.....	79
3.5.5	Rissverhalten .....	81
3.5.5.1	Rissbildung im Steg.....	81
3.5.5.2	Einfluss der Lagerung auf die Rissbildung im Steg .....	83
3.5.5.3	Rissbildung im Gurt .....	83
3.5.5.4	Rissabwicklung.....	84
3.5.5.5	Rissbreiten .....	86
3.5.5.6	Rissverzahnungskräfte.....	86
3.5.6	Stahldehnungen .....	91
3.5.7	Betondehnungen.....	92
3.6	Zusammenfassung.....	94

4	Numerische Simulation mit nichtlinearer FEM.....	96
4.1	Modellierung mit ATENA .....	96
4.1.1	Zielsetzung .....	96
4.1.2	Materialmodelle.....	96
4.1.2.1	Beton .....	96
4.1.2.2	Bewehrung/ Spannstahl .....	102
4.1.2.3	Verbund .....	103
4.1.3	Elementwahl und Diskretisierung .....	103
4.1.3.1	1D Stabelemente.....	103
4.1.3.2	3D Solid Elemente.....	104
4.1.4	Geometrie .....	105
4.1.5	Lasteinleitung .....	106
4.1.5.1	Aufbringung der Vorspannung.....	106
4.1.5.2	Aufbringung der Versuchslast.....	106
4.1.5.3	Lastschrittsteuerung.....	107
4.1.6	Solver.....	107
4.1.6.1	Newton-Raphson-Verfahren.....	107
4.1.6.2	Arc-Length-Methode (Bogenlängenverfahren).....	108
4.2	Ermittlung der Druckbögen mittels der nichtlinearer FEM.....	109
4.2.1	Datenübertragung von ATENA nach Excel .....	109
4.2.2	Knotenselektion.....	110
4.2.3	Ergebnisauswertung mittels Excel VBA .....	110
4.2.4	Darstellung EDBM als Integration der Drucknormalspannung .....	111
4.2.5	Zusammenfassung, Ermittlung der Druckbögen mittels FEM.....	113
4.3	Versuchsnachrechnung mittels nichtlinearer FEM.....	113
4.3.1	Last-Durchbiegungskurven der Versuche ETK1-ETK5 .....	113
4.3.2	Auswertung der numerischen Simulation im TV1 .....	113
4.3.2.1	Referenzversuchsträger ETK1-TV1 .....	113
4.3.2.2	ETK2-TV1.....	115
4.3.2.3	ETK3-TV1.....	116

4.3.2.4	ETK4-TV1.....	117
4.3.2.5	ETK5-TV1.....	117
4.3.3	Auswertung der numerischen Simulation im TV2 .....	118
4.3.3.1	ETK1 und ETK2 jeweils für TV2 .....	118
4.3.3.2	ETK3 und ETK4 jeweils für TV2 .....	119
4.3.3.3	ETK5 für TV2 .....	120
4.3.4	FEM-Auswertung der Dehnungen ETK1-ETK5.....	121
4.3.5	Zusammenfassung, Auswertung der numerischen Simulation.....	122
4.4	Parameterstudien .....	123
4.4.1	Einleitung .....	123
4.4.2	Einfluss des Vorspanngrads auf die Beanspruchung der Bügel unter $M+V+T$ .....	124
4.4.2.1	Variation des Ausnutzungsgrad.....	124
4.4.2.2	Zusammenfassung, Einfluss des Vorspanngrads.....	126
4.4.3	Einfluss der Gurtbreite auf die Schubtragfähigkeit unter $M+V+T$ .....	127
4.4.3.1	Auswahl der untersuchten Gurtbreiten .....	127
4.4.3.2	Variation der Gurtplattenbreite unter Beibehaltung der Vorspannkraft $P$ .....	128
4.4.3.3	Variation der Gurtplattenbreite unter Beibehaltung der Betonspannung $\sigma_{c,p}$ .....	128
4.4.3.4	Zusammenfassung, Einfluss der Gurtbreite.....	129
4.4.4	Einfluss der Trägerschlankheit auf die Schubtragfähigkeit unter $M+V+T$ .....	130
4.4.4.1	Parameterstudie, Variation der Trägerschlankheit .....	130
4.4.4.2	Zusammenfassung, Einfluss der Trägerschlankheit .....	133
4.4.5	Variation der Torsionsbewehrung .....	134
4.4.5.1	Vergrößerung der Torsionseinwirkung bei ETK1 .....	134
4.4.5.2	Variation der Torsionsbügelbewehrung .....	135
4.4.5.3	Variation der Torsionslängsbewehrung.....	136
4.4.5.4	Variation der Torsionsbügel- und Torsionslängsbewehrung.....	137
4.4.5.5	Zusammenfassung, Variation der Torsionsbewehrung .....	139
4.4.6	Untersuchung der Interaktionsbedingung für Beton mittels FE-Simulation .....	140
4.4.6.1	Konzeption der Parameterstudie.....	140
4.4.6.2	Auswertung der Interaktionsbedingungen .....	141

4.4.6.3	Zusammenfassung, Untersuchung der Interaktionsbedingung .....	145
4.5	Zusammenfassung/ Diskussion .....	146
5	Vorschläge für die Bemessung und Konstruktion .....	149
5.1	Allgemeines .....	149
5.2	Erkenntnisse aus den durchgeführten Versuchen .....	149
5.2.1	Erkenntnisse aus den Teilversuchen 1 .....	149
5.2.2	Erkenntnisse aus den Teilversuchen 2 .....	151
5.2.2.1	Ermittlung der Bruchlasten .....	152
5.2.2.2	Druckstrebenwinkel bei Querkraft und bei Torsion .....	152
5.2.2.3	Bestimmung $M_{Rm}$ .....	152
5.2.2.4	Bestimmung $V_{Rm,max}$ .....	153
5.2.2.5	Bestimmung $T_{Rm,max}$ .....	154
5.2.2.6	Untere Grenzen der Tragwiderstände für $V_{Rm,max}$ und $T_{Rm,max}$ .....	156
5.2.2.7	Obere Grenzen der Tragwiderstände für $V_{Rm,max}$ und $T_{Rm,max}$ .....	156
5.2.3	Überprüfung der Interaktionsbedingung .....	157
5.2.3.1	Bezogene Schnittgrößen im Bruchzustand .....	157
5.2.3.2	Interaktion unter M+T .....	157
5.2.3.3	Interaktion unter V+T .....	158
5.2.3.4	Diskussion Interaktionsbedingung .....	160
5.3	Bemessung der Gurtplatte für zusätzliche Torsion .....	161
5.4	Betrachtung des Ingenieurmodells EDBM bei zusätzlicher Torsion .....	163
5.4.1	Druckbögen aus FEM .....	163
5.4.2	Längszugkraft infolge Torsion .....	166
5.4.3	Berücksichtigung der Längszugkraft beim EDBM .....	167
5.4.4	Zusammenfassung .....	167
5.5	Beantwortung der Forschungsfragen .....	167
6	Zusammenfassung und Ausblick .....	169
6.1	Zusammenfassung .....	169
6.2	Ausblick .....	171
7	Literaturverzeichnis .....	173

Abbildungsverzeichnis .....	180
Tabellenverzeichnis .....	186
Anhang .....	188

## **Lateinische Großbuchstaben**

$A$	Fläche allgemein
$A_c$	Fläche des Betonquerschnitts
$A_k$	Fläche des fiktiven Hohlkastens
$A_p$	Querschnittsfläche des Spannstahls
$A_{sl}$	Querschnittsfläche der Längsbewehrung
$A_{sw}$	Querschnittsfläche der Bügelbewehrung
$F_c$	Druckkraftresultierende
$F_s$	Zugkraftresultierende
$I_T$	Torsionsträgheitsmoment
$I_y$	Trägheitsmoment
$N$	Einwirkende Normalkraft
$N_{cr}$	Rissreibungskraft in Rissrichtung
$M$	Einwirkendes Biegemoment
$S$	statisches Flächenmoment
$T$	Einwirkendes Torsionsmoment
$T_{cr}$	Rissreibungskraft quer zum Riss
$V_E$	Einwirkende Querkraft
$V_p$	vertikaler Anteil der geneigten Spanngliedkraft
$V_R$	Querkraftwiderstand der Schubbewehrung
$V_{R,s}$	Bügeltraganteil
$V_{Rd,max}$	Widerstand der Betondruckstrebe
$V_{cc}$	Betontraganteil
$V_{c,r}$	Querkrafttraganteil infolge Rissverzahnungskräfte

## **Lateinische Kleinbuchstaben**

$a_{sw}$	Querschnittsfläche der Bügelbewehrung bezogen auf 1m Balkenlänge
$b$	Balkenbreite allgemein
$b_f$	Flanschbreite
$b_w$	Stegbreite
$f_c$	Betondruckfestigkeit
$h$	Querschnittshöhe
$h_f$	Flanschhöhe

$h_w$	Steghöhe
$t_{ef}$	Wanddicke des fiktiven Hohlkastens
$z$	Hebelarm der inneren Kräfte
$z_M$	Lage des Schubmittelpunkts
$z_s$	Lage des Schwerpunkts
$v$	Rissgleitung
$v_1$	Abminderungswert der Betondruckfestigkeit
$w$	Rissöffnung

### **Griechische Buchstaben**

$\beta_r$	Neigung des Risses
$\varphi$	Neigungswinkel der Hauptspannungen
$\tau$	Schubspannung
$\tau_{cr}$	Subspannung infolge Rissreibung
$\sigma$	Normalspannung
$\sigma_I$	1. Hauptnormalspannung
$\sigma_{II}$	2. Hauptnormalspannung
$\sigma_{cp}$	Längsdruckspannung infolge der Vorspannung
$\sigma_{cr}$	Normalspannung infolge Rissreibung
$\theta$	Neigung der Druckstrebe
$\Delta_r$	Risslänge

### **Anmerkung**

Bezeichnungen, die im Verzeichnis nicht enthalten sind, werden im Text explizit beschrieben.



# 1 Einleitung

## 1.1 Problemstellung

Bei der Nachrechnung bestehender älterer Spannbetonbrücken ergeben sich häufig Defizite bei der Bügel- und Torsionslängsbewehrung, insbesondere unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion ([30, 63, 66, 65]). Diese Defizite sind einerseits auf gestiegene Verkehrslasten durch den zunehmenden Schwerlastverkehr ([6, 44, 61]) und andererseits auf verschärfte Nachweisverfahren für Querkraft und Torsion zurückzuführen [33, 34]. Die gängigen Bemessungsmodelle für Torsion basieren überwiegend auf Versuchen an Bauteilen unter reiner Torsionsbeanspruchung ([23], [53], [56]). Dadurch werden Tragfähigkeitsreserven sowie Interaktionsbedingungen bei kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion ( $M + V + T$ ) bislang unzureichend berücksichtigt. Ein Vergleich zwischen der rechnerischen Querkrafttragfähigkeit nach DIN EN 1992-2/ NA [17], die auf dem Fachwerkmodell mit Rissreibung basiert, und der tatsächlichen Querkrafttragfähigkeit im Bruchzustand ermittelt aus Versuchen zeigt, dass die normativen Berechnungen die Tragfähigkeit häufig um einen Faktor von bis zu 2 unterschätzen ([30]). Während das Fachwerkmodell mit Rissreibung für Neubauten ein sicheres und einfach anwendbares Modell darstellt, führt es bei Brückennachrechnungen oft zu einer Unterschätzung der tatsächlichen Tragfähigkeit. Dies kann rechnerisch zu einem Versagen der Bauwerke und in der Folge möglicherweise zu unwirtschaftlichen Verstärkungsmaßnahmen führen.

Derzeit existieren nur wenige experimentelle Untersuchungen an vorgespannten Versuchsbalken, die repräsentativ für Brücken sind und eine kombinierte Beanspruchung aus  $M + V + T$  aufweisen. Im Rahmen eines Forschungsvorhabens der BAST (FE 15.0664/2019/DRB [38]) in Kooperation mit der RWTH Aachen und der TU München wurden an der TU Dortmund für Brücken repräsentative Großversuche an Spannbetonbalken durchgeführt. Ein zentraler Forschungsaspekt war dabei die Interaktion der Schnittgrößen in der Biegedruckzone an der Innenstütze. An dieser Stelle überlagern sich die resultierenden Hauptdruckspannungen aus  $M + V + T$ , wodurch auch bei schwach bewehrten Querschnitten zusätzlich Betondruckversagen in der Biegedruckzone begünstigt werden kann. Die Untersuchung dieser Fragestellung ist ebenfalls Gegenstand der aktuellen Forschung.

## 1.2 Zielsetzung

Ziel der vorliegenden Arbeit ist eine genauere rechnerische Erfassung der wesentlichen Tragmechanismen von Spannbetonbalken mit Plattenbalkenquerschnitt unter einer kombinierten Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion. Dabei sollen üblicherweise vernachlässigte Tragmechanismen bzw. Tragreserven aktiviert werden. Die heutigen Bemessungsmodelle für Torsion wurden auf Grundlage von Versuchen an Einfeldträgern unter reiner Torsionsbeanspruchung hergeleitet

und kalibriert. Experimentelle Untersuchungen an vorgespannten Balken mit Plattenbalkenquerschnitten unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion sind in der Literatur nur vereinzelt zu finden, beispielsweise bei *Lüchinger* und *Thürlimann* (1973) [58], *Teutsch* und *Kordina* (1982) [93], *Kordina* und *Teutsch* (1985) [47] sowie bei *Stakalies* (2025) [86].

Experimentelle Untersuchungen an Mehrfeldträgern, wie sie im Brückenbau häufig vorkommen, zeigen erhebliche Tragreserven, die im Rahmen von Brückennachrechnungen aktiviert werden können. Zudem ist die Interaktion bei gleichzeitiger Beanspruchung durch Biegung, Querkraft und Torsion bisher nicht ausreichend erforscht und erfordert weitere experimentelle Untersuchungen.

Die von *Maurer* und *Stakalies* [64] entwickelte Bemessungsmethode für Querkraft- und Torsionstragfähigkeit, die eine Reduktion der rechnerisch erforderlichen zusätzlichen Torsionslängs- und Torsionsbügelbewehrung ermöglicht, soll durch weitere Versuche mit größerer Schubschlankheit sowie unter Gleichstreckenlast verifiziert und die Versuchsdatenbank entsprechend erweitert werden. Neben der Mitwirkung der nicht vollständig ausgenutzten Biegebewehrung und der Spannglieder soll insbesondere die Mitwirkung der Gurtplatte bei der Torsionsaufnahme untersucht werden. Die Torsionsbeanspruchung, die von einer biegesteif angeschlossenen Gurtplatte aufgenommen werden kann, muss nicht durch zusätzliche Torsionsbügelbewehrung im Steg abgedeckt werden. Dies könnte bei der Brückennachrechnung eine zusätzliche Rolle für die Bestimmung der Tragfähigkeit spielen. Somit kann die erste Forschungsfrage der vorliegenden Arbeit formuliert werden:

*(1) Welche zusätzlichen Tragfähigkeitsreserven ergeben sich bei Plattenbalken-Durchlaufsystemen unter kombinierter  $M+V+T$ -Beanspruchung bei Gleichstreckenlast, und wie können diese im Rahmen der Brückennachrechnung berücksichtigt werden?*

Ein weiterer Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit ist die Untersuchung der Interaktionsbedingung in der Druckzone. Diese soll anhand von Versuchsergebnissen sowie numerischer Simulationen mittels nichtlinearer FEM überprüft werden. Die Überlagerung der Lastkomponenten aus verschiedenen Beanspruchungsarten führt zu einer nichtlinearen Spannungsverteilung in der Druckstrebe. In der Literatur wird eine Vielzahl an Interaktionsbedingungen vorgeschlagen, die die Bestimmung der Tragfähigkeit in der Druckstrebe bei kombinierter Beanspruchung ermöglichen. Dabei ist zu prüfen, ob die in DIN EN 1992-2/NA formulierte Interaktionsbedingung für Plattenbalkenquerschnitte auf der sicheren Seite liegt. Zudem ist der normgemäße Abminderungsfaktor  $\nu$  der Betondruckfestigkeit infolge Rissbildung zu überprüfen. Zusätzlich soll der Ansatz von  $t_{ef}$  weiter diskutiert werden. Daraus ergibt sich die zweite Forschungsfrage:

*(2) Inwieweit führt die in DIN EN 1992-2/NA formulierte Interaktionsbedingung für Plattenbalkenquerschnitte unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion zu einer sicheren Bemessung? Welchen Einfluss hat zudem eine Rissbildung auf den Abminderungsfaktor der Betondruckfestigkeit?*

Darüber hinaus soll die Anwendbarkeit des erweiterten Druckbogenmodells (EDBM) nach *Gleich* [30] unter zusätzlicher Torsionsbeanspruchung überprüft werden. In der Druckzone überlagern sich die Schubflüsse aus Querkraft mit jenen aus Torsion, was einen Einfluss auf die Dehnungsebenen erwarten lässt, aus denen der Druckbogenverlauf entwickelt wird. Das Bemessungsmodell für zusätzliche Torsion nach *Maurer* und *Stakalies* [64] sieht vor, die Torsionslängszugkraft in der Biegebemessung zu berücksichtigen, um die erforderliche Torsionslängsbewehrung zu reduzieren. Die zusätzliche Torsion führt möglicherweise zu einer rechnerischen Veränderung der Dehnungsebene des Betons, was in der Beschreibung des EDBM bislang unberücksichtigt war. Daraus ergibt sich die dritte und letzte Forschungsfrage dieser Arbeit:

*(3) Ist die Anwendbarkeit des Druckbogenmodells (DBM) bzw. des erweiterten Druckbogenmodells (EDBM) auch bei einer kombinierten Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion grundsätzlich gegeben? Hat die zusätzliche Torsion einen Einfluss auf die Dehnungsebene des Betons und den Verlauf des Druckbogens?*

### **1.3 Aufbau der Arbeit**

Diese Arbeit gliedert sich insgesamt in sechs Kapitel. Kapitel 2 bis 5 bilden dabei die vier Hauptkapitel, in denen die Forschungsfragen systematisch bearbeitet werden.

Kapitel 2 behandelt den Stand des Wissens über die theoretischen Grundlagen zum Tragverhalten von Spannbetonbalken unter Querkraft-, Torsions- sowie kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion. Zudem werden bestehende Bemessungsansätze vorgestellt.

Kapitel 3 widmet sich den eigenen experimentellen Untersuchungen, die im Rahmen des BAST Forschungsprojekts FE15.0664.2019 [38] in Kooperation mit den Hochschulen aus Aachen und München durchgeführt wurden. Hierbei liegt der Fokus auf repräsentativen Plattenbalken mit Gleichstreckenlasten sowie Mehrfeldsystemen.

Kapitel 4 umfasst numerische Untersuchungen mittels nichtlinearer FEM-Simulationen. Neben der Validierung des FE-Modells durch die eigenen Versuchsergebnisse werden weiterführende Simulationen als Parameterstudien durchgeführt, um Parametervariationen, die experimentell nicht untersucht werden konnten, zu untersuchen.

Kapitel 5 fasst die wesentlichen Erkenntnisse der experimentellen und numerischen Untersuchungen zusammen. Darauf aufbauend erfolgt eine strukturierte Beantwortung der Forschungsfragen sowie die Entwicklung eines Bemessungsvorschlags für Plattenbalkenquerschnitte unter kombinierter Beanspruchung.

Kapitel 6 schließt die Arbeit mit einer zusammenfassenden Bewertung der Ergebnisse ab und gibt einen Ausblick auf mögliche weiterführende Forschungsarbeiten.



## 2 Stand des Wissens

### 2.1 Allgemeines

Zur Beantwortung der im Kapitel 1 formulierten Forschungsfragen ist es von großer Bedeutung, die Grundlagen der Entstehung der Bemessungskonzepte für Querkraft und Torsion sowie die Interaktion aus  $M + V + T$  zu erläutern.

Seit den 1950er-Jahren haben sich die Normen für die Bemessung und Konstruktion von Betonbrücken kontinuierlich weiterentwickelt, um sowohl dem wachsenden Verkehrsaufkommen als auch neuen wissenschaftlichen Erkenntnissen gerecht zu werden. Heute zeigt sich, dass die aktuellen Regelwerke die Tragfähigkeit älterer Brückenbauwerke insbesondere im Hinblick auf die Schubbeanspruchung konservativ bewerten. Daher ist die Entwicklung von genaueren Bemessungskonzepten für die Brückennachrechnung erforderlich, um unnötige Verstärkungsmaßnahmen zu vermeiden und rechnerisch nicht berücksichtigte Tragmechanismen und dadurch vorhandene Tragreserven optimal auszunutzen.

Die Erforschung der Tragfähigkeit von Stahl- und Spannbetonbauteilen unter Beanspruchungen wie Querkraft ( $V$ ), Torsion ( $T$ ) und ihrer Kombination mit Biegemomenten ( $M$ ) gehörte in den letzten 50 Jahren mit zu den zentralen Forschungsthemen des Betonbaus. Eines der Ziele der vorliegenden Arbeit ist es, die Tragreserven bestehender Konstruktionen aus dem Brückenbau genauer zu quantifizieren und die Bemessungsmodelle bei kombinierter Beanspruchung im Hinblick auf die zusätzliche Torsionsbeanspruchung zu untersuchen. Historisch gesehen haben sich die Ingenieurmodelle und Bemessungsnormen in diesem Bereich kontinuierlich weiterentwickelt, um den gestiegenen Anforderungen an die Qualität- und Tragsicherheit gerecht zu werden.

Das folgende Kapitel liefert die theoretischen Grundlagen für das Verständnis der Querkraft- und Torsionsproblemen bei Stahl- und Spannbetonbauteilen im Bestand. Die Querkrafttragfähigkeit wird dabei maßgeblich durch Mechanismen wie dem Betontraganteil der Biegedruckzone, der Rissverzahnung, der Neigung der Druckstreben, der Dübelwirkung der Bewehrung sowie der Wirkung der Querkraftbewehrung bestimmt. Klassische Ansätze, wie die Fachwerkanalogie nach *Mörsch* [70], bilden dabei die Grundlage der vorgestellten Bemessungsmodelle. Es wird aufgezeigt, wie die verschiedenen Tragmechanismen hergeleitet und darauf aufbauend die Bemessungsansätze entwickelt wurden. Für den Torsionswiderstand werden die Tragmechanismen der *St. Venant'schen* Torsion vorgestellt und die zugrundeliegende Berechnungsmethode für den gerissenen Querschnitt nach *Bredt* [3, 4] erläutert. Das *Prandtl'sche* Membrangleichnis [74, 80] veranschaulicht dabei die Tragwirkung des Querschnitts unter Torsionseinwirkung. Die kombinierte Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion stellt eine besondere Herausforderung dar, da die Interaktion der inneren Kräfte zu nichtlinearen Spannungsverläufen führt. Es werden mehrere Ansätze zur Formulierung von

Interaktionsgleichungen in der Druckzone vorgestellt und die damit verbundenen komplexen Zusammenhänge aufgezeigt.

### 2.2 Querschnittsparameter von Plattenbalkenbrücken

Da die vorliegende Arbeit einen konkreten Bezug zur Nachrechnung insbesondere von Plattenbalkenbrücken herstellt, werden zunächst die Querschnittsparameter von realen Brückenbauwerken mit Plattenbalkenquerschnitt in Deutschland ausgewertet. In Abhängigkeit von den ausgeführten Querschnittsabmessungen können potenzielle Tragfähigkeitsreserven identifiziert werden.

Brücken mit Plattenbalkenquerschnitten sind eine Weiterentwicklung und Optimierung der Plattenquerschnitte, die eine größere Spannweite bei gleichem Materialbedarf ermöglichen. Die Plattenbalkenquerschnitte waren insbesondere aufgrund der Entwicklung der Spannbetonbauweise in den 1960er-Jahren und der damit verbundenen größeren Spannweiten sehr verbreitet. Die Bauweise etablierte sich vor allem bei Spannweiten zwischen 20 m und 40 m. Vereinzelt wurden Bauwerke mit Spannweiten über 50 m realisiert, die jedoch sehr schlanke Querschnitte aufwiesen und teilweise aufgrund von Tragfähigkeitsdefiziten im Zuge von Brückennachrechnungen bereits durch modernere Brücken ausgetauscht wurden, wie z.B. die *Tiefenbachtalbrücke* (Abbildung 2-1). Bei Spannweiten über 50 m hat sich die Bauweise mit Hohlkastenquerschnitten als wirtschaftlichere Variante gegenüber einem Plattenbalkenquerschnitt durchgesetzt.

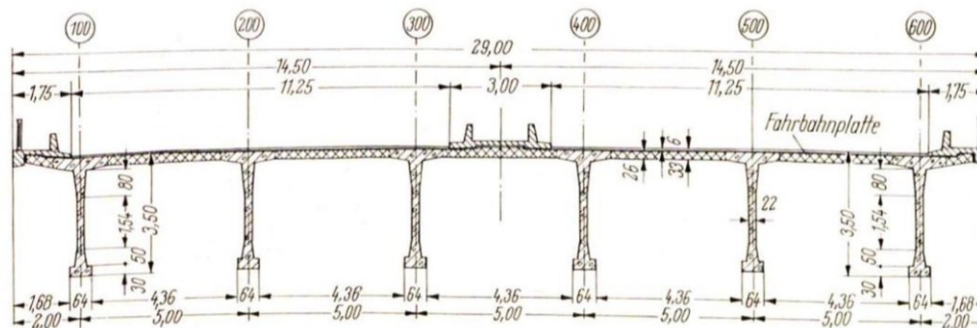


Abbildung 2-1: Querschnitt der Tiefenbachtalbrücke 1968, Teilrückbau 2007, entnommen aus [40]

Plattenbalkenbrücken mit schlanken Querschnitten, insbesondere diejenigen die ohne Querträger auskommen, wurden vor allem durch *Homberg* [41] entwickelt. Die Gurtplatte kann neben den Stegen für die Aufnahme der zusätzlichen Torsionsbeanspruchung mit herangezogen werden, wie es *Eibl* [23] anhand theoretischer Überlegungen gezeigt hat. Ein schematischer Plattenbalkenquerschnitt ist in Abbildung 2-2 dargestellt.

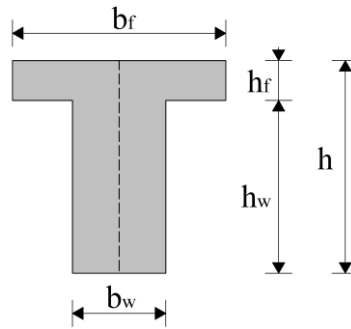


Abbildung 2-2: Exemplarische Darstellung eines Plattenbalkenquerschnitts

Zur Beurteilung, in welchem Ausmaß die Gurtplatte bei realen Brückenbauwerken mitwirken kann, wird eine einheitliche Auswertung durch bezogene Abmessungen eingeführt:

- bezogene Flanschbreite  $b_f / b_w$ ,
- bezogene Flanschhöhe  $h / h_f$ ,
- bezogene Stegdicke  $b_w / h_f$ .

Eine repräsentative Untersuchung von 108 Brücken mit Plattenbalkenquerschnitt, die zwischen 1950 und 2020 in Deutschland errichtet wurden (Abbildung 2-3), zeigt eine Tendenz weg von schlanken *Homburg* - Querschnitten mit einer bezogenen Stegdicke  $b_w / h_f \approx 2,0$  (Teilbild (c)) hin zu gedrungenen Querschnitten mit  $b_w / h_f \approx 5,0$ . Die Zunahme der bezogenen Stegdicke  $b_w / h_f$  geht mit einer Vergrößerung der Torsionstragfähigkeit gegenüber den historischen Querschnitten einher. Die Abnahme der bezogenen Flanschbreite  $b_f / b_w$  (Teilbild (a)) sowie der bezogenen Flanschhöhe  $h / h_f$  (Teilbild (b)) ist auf technologische Entwicklungen im Brückenbau sowie auf Normenanpassungen im Laufe der Jahre zurückzuführen. Die Regressionsgerade auf Basis der Mittelwerte stellt die Tendenzen in Eigenschaften der untersuchten Bauwerke dar.

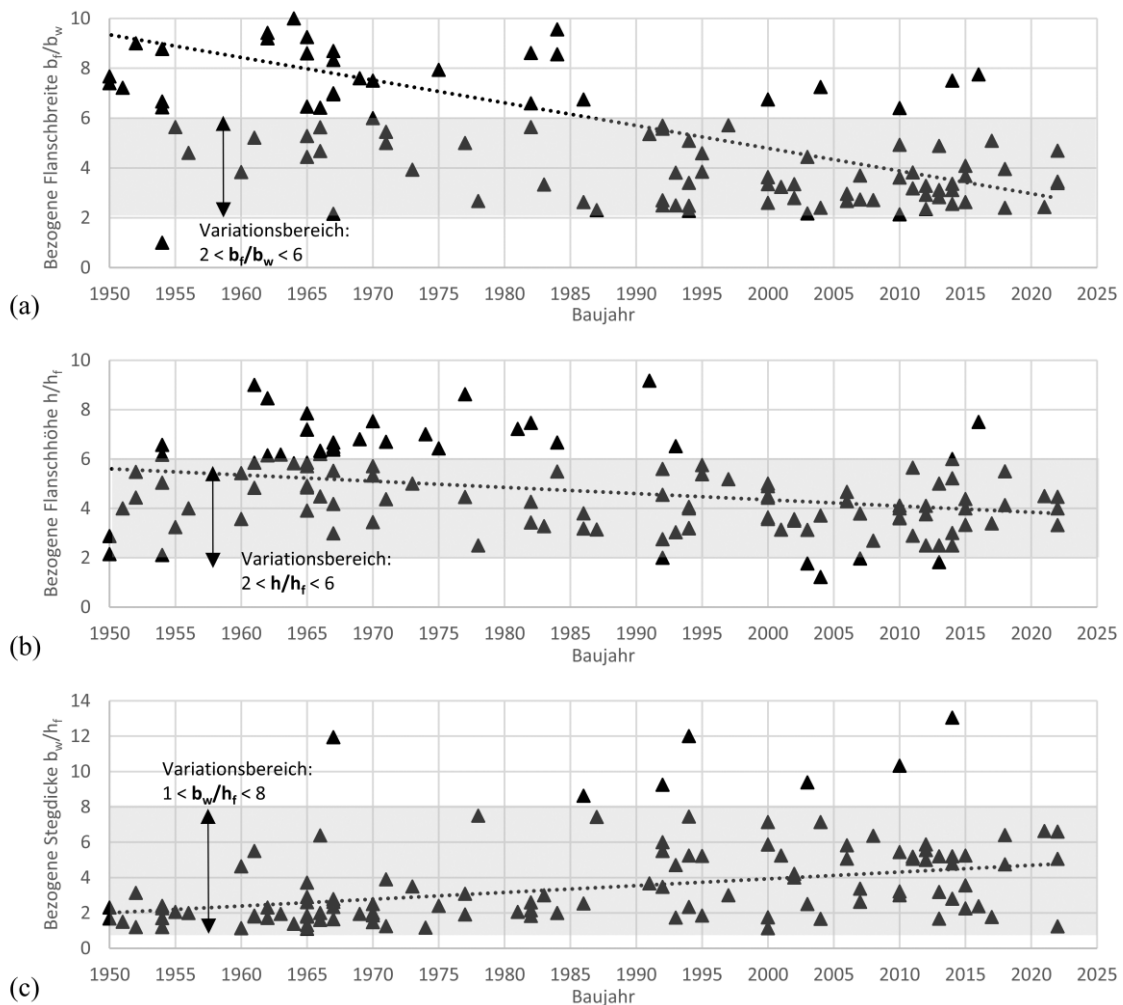


Abbildung 2-3: Belegene Abmessungen der Brückenüberbauten mit Plattenbalkenquerschnitt von 1950 bis 2020, (a) belegene Flanschbreite, (b) belegene Flanschhöhe, (c) belegene Stegdicke

Die Auswertung aus Abbildung 2-3 lässt, bezogen auf die tatsächlich gebauten Brücken, folgende typische Bereiche (grau hinterlegte Bereiche) der belegenen Querschnittsabmessungen ableiten:

- Belegene Flanschbreite  $2 < b_f/b_w < 6$
- Belegene Flanschhöhe  $2 < h/h_f < 6$
- Belegene Stegdicke  $1 < b_w/h_f < 8$

Aufgrund der identifizierten realen belegenen Querschnittsabmessungen lassen sich mögliche Tragreserven gezielter bestimmen.

Die Untersuchung erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Es wurden Brückenbauwerke ausgewählt, die in öffentlich zugänglicher Literatur wie [5] zu finden sind. Die Darstellungen ermöglichen jedoch die Ableitung, einer klaren Tendenz, die sehr wahrscheinlich auf andere Brückenüberbauten dieser Bauart übertragbar ist.

## 2.3 Tragverhalten unter Querkraftbeanspruchung - $V$

### 2.3.1 Zustand I - Verteilung der Schubspannungen

Infolge einer Biegebeanspruchung wird zwangsläufig eine zugehörige Querkraft als Funktion des über die Stablänge veränderlichen Biegemoments aktiviert, die mit der nachfolgenden DGL (Gl. (2.1)) beschrieben wird. Die Querkraft  $V_z$  ist somit die 1. Ableitung des Biegemoments  $M_y$ .

$$V_z(x) = \frac{dM_y(x)}{dx} \quad (2.1)$$

Die Herleitung der Schubspannung infolge einer Querkraft  $V$  erfolgt unter Zuhilfenahme der gerichteten Spannungen (Abbildung 2-4).

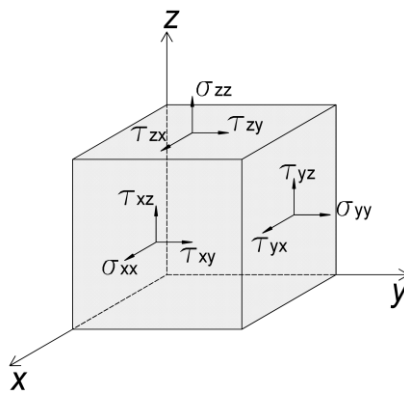


Abbildung 2-4: Gerichteten Spannungen am Volumenelement

Der Spannungstensor  $\sigma$  ist in kartesischen Koordinaten und im linear-elastischen Bereich symmetrisch, Gl. (2.2). Die Schubspannungen sind einander paarweise zugeordnet. Das bedeutet, dass  $\tau_{ij} = \tau_{ji}$  bzw.  $\tau_{xz} = \tau_{zx}$  gilt.

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Zur Bestimmung der Schubspannungen wird ein infinitesimal kleines Element aus dem Balkenquerschnitt freigeschnitten. Die gerichteten Schubspannungen  $\tau_{xz}$  und  $\tau_{zx}$  sind aus der Definition des Spannungstensors gleich groß. Die Größe der Schubspannung  $\tau_{zx}$  am freigeschnittenen Element (Abbildung 2-5) mit Balkenbreite  $b$  kann aus dem Gleichgewicht der horizontalen Kräfte infolge der Biegebeanspruchung mit Gl. (2.3) abgeleitet werden.

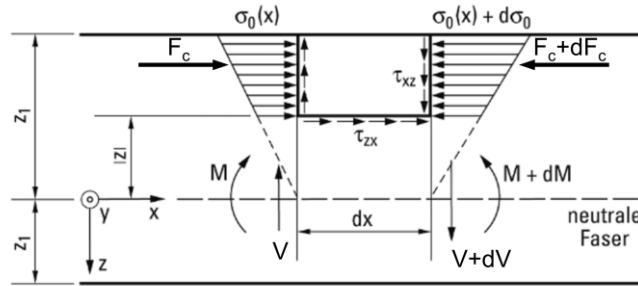


Abbildung 2-5: Bestimmung der Schubspannungen bei Querkraftbiegung entnommen und erweitert aus [49], S. 454

$$\sum H = 0 \rightarrow \tau_{zx} \cdot b \cdot dx + F_c = F_c + dF_c \quad (2.3)$$

Mit der Umstellung der Gl. (2.3) nach der  $\tau_{zx}$  folgt:

$$\tau_{zx} \cdot b = F_c \frac{d}{dx} \quad (2.4)$$

Die resultierende Druckkraft  $F_c$  kann als Integral der Normalspannung  $\sigma_x(z)$  über die Elementbreite  $b$  mit der Gl. (2.5) analytisch angegeben werden.

$$F_c = \int_{z_a}^{z_u} \sigma_x(z) \cdot b \cdot dz \quad (2.5)$$

mit  $\sigma_x(z)$  als Normalspannung 
$$\sigma_x(z) = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} \cdot z$$

Mit der eingesetzten Normalspannung  $\sigma_x(z)$  kann die resultierende Druckkraft  $F_c$  durch zwei Integrale Gl. (2.6) beschrieben werden. Das erste Integral ist die Fläche des betrachteten Elements  $A_1$ . Das zweite Integral ist das Produkt der Fläche  $A_1$  mit dem Schwerpunktabstand der Fläche zum Schwerpunkt des gesamten Querschnitts. Dieses wird als statisches Flächenmoment  $S(z)$  bezeichnet.

$$F_c = \frac{N}{A} \int_{z_a}^{z_u} 1 \cdot b \cdot dz + \frac{M_y}{I_y} \int_{z_a}^{z_u} z \cdot b \cdot dz \quad (2.6)$$

mit: 
$$A_1 = \int_{z_a}^{z_u} 1 \cdot b \cdot dz \quad \text{Fläche des Elements}$$

$$S(z) = \int_{z_a}^{z_u} z \cdot b \cdot dz \quad \text{Statische Flächenmoment}$$

Eingesetzt der Gl. (2.6) in Gl. (2.4) entsteht folgender Ausdruck:

$$\tau_{zx} = \frac{1}{b} \cdot \frac{d}{dx} \left[ \frac{N}{A} \cdot A_1 + \frac{M_y}{I_y} \cdot S(z) \right] \quad (2.7)$$

Da die einwirkende Normalkraft entweder konstant oder gleich null ist, entfällt dieser Term bei der Differenzierung. Die Schubspannung  $\tau_{zx}$  kann als eine Funktion des statischen Flächenmoments  $S(z)$  angegeben werden. Mit der Gleichheit der Schubspannungen entspricht die hergeleitete Schubspannung

$\tau_{zx}$  der gesuchten Schubspannung  $\tau_{xz}$  infolge der Querkraft  $V_z$ . Die Gleichung (2.8) ist auch als „Dübelformel“ bekannt, und wurde laut [49] erstmalig von *Laissle und Schübler* 1857 in [50] vorgestellt.

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \frac{V_z \cdot S(z)}{I_y \cdot b} \quad (2.8)$$

Die Schubspannungsverteilung infolge der Querkraft  $V_z$  entspricht einer Parabel (Abbildung 2-6) und ist am oberen und unteren Querschnittsrand gleich null. Über die Querschnittsdicke ist der Verlauf der Schubspannung konstant verteilt. Bezogen auf einen Plattenbalkenquerschnitt einer Brücke beteiligt sich im ungerissenen Zustand I die gesamte Stegbreite am Querkraftlastabtrag.

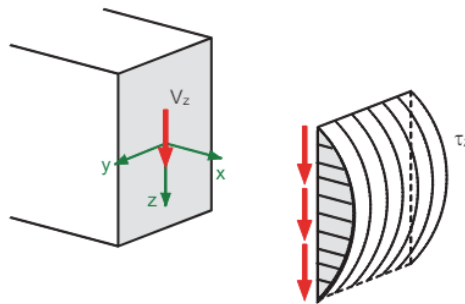


Abbildung 2-6: Schubspannungsverlauf infolge Querkraft

Das Integral der Schubspannung über der Querschnittsfläche in Gl. (2.9) muss der Querkraft  $V_z$  entsprechen.

$$V_z = \int_A \tau_{xz} \cdot dA \quad (2.9)$$

Die gerichteten Koordinatenspannungen, bestehend aus Schub- und Normalspannungen, lassen sich in die Hauptzug- und Hauptdruckspannungen entsprechend der Gl. (2.10) und Gl. (2.11) überführen. Damit liegt im Balken ein zweiachsiger Spannungszustand nach *Mohr* [69] vor. Das Bezugskoordinatensystem des Elements wird um den Winkel  $\varphi$  solange gedreht, bis die Schubspannungen verschwinden. Die Hauptspannungen  $\sigma_I$  und  $\sigma_{II}$  verlaufen immer senkrecht zueinander.

$$\text{Hauptzugspannung:} \quad \sigma_I = \frac{\sigma_x}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_{xz}^2} \quad (2.10)$$

$$\text{Hauptdruckspannung:} \quad \sigma_{II} = \frac{\sigma_x}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_{xz}^2} \quad (2.11)$$

Der Neigungswinkel der Hauptzugspannung bezogen auf die x-Achse beträgt:

$$\tan 2\varphi_I = \frac{2\tau_{xz}}{\sigma_x} \quad (2.12)$$

An einem exemplarischen Rechteckquerschnitt in Abbildung 2-7 ist die Richtung der Hauptspannungen  $\sigma_I$  und  $\sigma_{II}$  in Abhängigkeit der Längs- und Schubspannungen dargestellt.

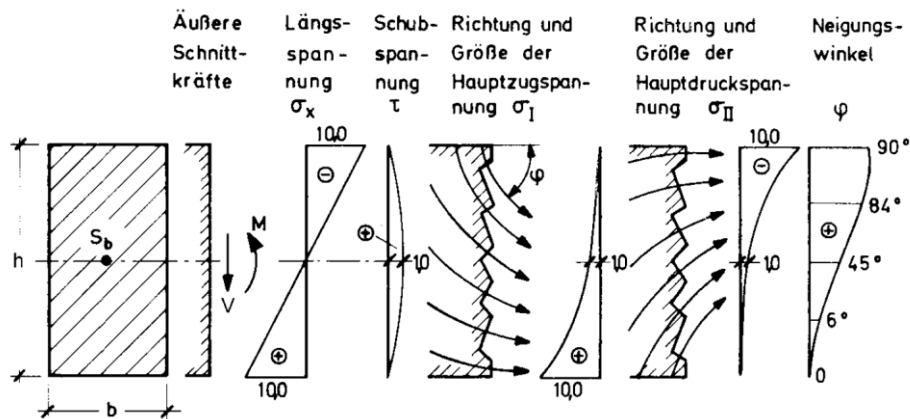


Abbildung 2-7: Spannungsverteilung am rechteckigen Querschnitt unter reiner Querkraftbiegung, entnommen aus [55], S. 223

Der Verlauf der Hauptspannungen in den einzelnen Schnitten entlang der Trägerachse lässt sich als Hauptspannungstrajektorien, wie in Abbildung 2-8 veranschaulicht, darstellen. Dadurch kann der innere Kräftefluss unter einer bestimmten Beanspruchung verdeutlicht werden.

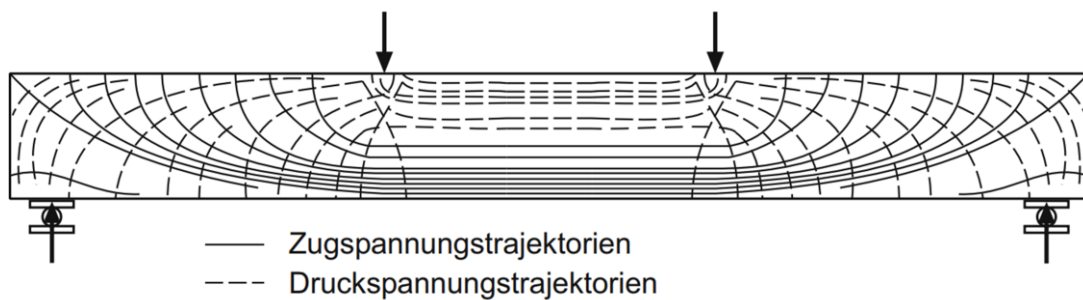


Abbildung 2-8: Hauptspannungstrajektorien am Einfeldträger unter Einzellast, entnommen aus [105]

Durch eine zusätzliche Längsdruckspannung  $\sigma_{cp}$  infolge einer Vorspannung wird die Neigung der Hauptspannungstrajektorien beeinflusst. Sie wird flacher.

### 2.3.2 Zustand II – Fachwerktraganteil (Bügeltraganteil)

#### 2.3.2.1 Einleitung

Beim Überschreiten der Betonzugfestigkeit kommt es zur Rissbildung senkrecht zu den Hauptzugspannungen. Dabei werden diese unterbrochen, mit der Konsequenz, dass sich ein neues Gleichgewicht der inneren Kräfte einstellt. Zuerst bilden sich Biegerisse im Bereich des größten Biegemoments aus. Die innere Zugkraft wird durch die Längsbewehrung aufgenommen. In der Betondruckzone bildet sich ein Sprengwerk bei Einzellasten bzw. einen Druckbogen bei Streckenlasten als Beanspruchung aus (Abbildung 2-9).

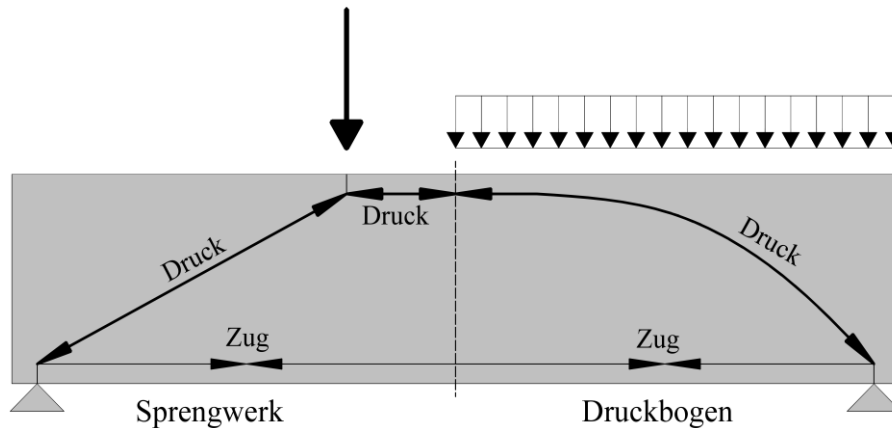


Abbildung 2-9: Umlagerung der inneren Kräfte in ein Sprengwerk bei Einzellasten und in einen Druckbogen bei Streckenlasten

Da die Hauptspannungen ( $\sigma_I, \sigma_{II}$ ) senkrecht aufeinander stehen und die Rissbildung aufgrund der Überschreitung der Betonzugfestigkeit durch die Hauptzugspannungen  $\sigma_I$  erfolgt, geben die Hauptdruckspannungen die Rissrichtung vor. Somit bilden sich bei Einfeldträgern in auflagnahen Bereichen, mit abnehmendem Biegemoment und zunehmender Querkraft schräge Schubrisse aus, die in Richtung der Hauptdruckspannungen geneigt sind. Die Rissneigung stellt sich in Abhängigkeit von der Beanspruchungsart ein. Die Bemessung der Querkrafttragfähigkeit lässt sich mit der Fachwerkanalogie, wie im folgenden Abschnitt dargestellt, gut beschreiben.

### 2.3.2.2 Fachwerkanalogie nach Ritter und Morsch

Die Fachwerkanalogie zur Querkrafttragfähigkeit geht auf *Ritter* zurück, der sich 1899 kritisch mit der Bauweise „Hennebique“ auseinandersetzte ([81], [82], [83]). *Ritter* entwickelte ein Fachwerkmodell für den Zustand II, das aus parallel verlaufenden Druck- und Zuggurten, unter  $45^\circ$  geneigten Druckdiagonalen sowie den Bügeln als Zugstreben bestand (Abbildung 2-10). Er schlug vor, die Bügelabstände  $e$  so zu wählen, dass sie dem Hebelarm der inneren Kräfte  $z$  entsprechen, wodurch sich zwischen zwei Bügeln genau eine Druckstrebe einstellen kann. Ein Nachteil des Modells war die Möglichkeit eines vorzeitigen Schubbruchs aufgrund der fehlenden Zugstrebe zwischen zwei benachbarten Bügeln, die den Riss kreuzte.

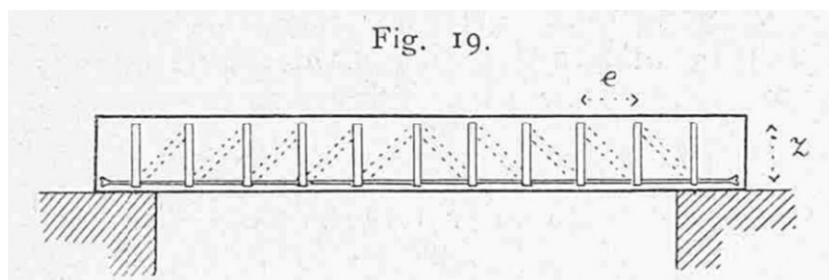


Abbildung 2-10: Fachwerkanalogie nach Ritter, entnommen aus [83]

*Morsch* entwickelte in [70] die Fachwerkanalogie weiter, indem er durch eigene Versuche feststellte, dass sich bei einem Schubriss, der mehrere Bügel schneidet, die Bügel gemeinschaftlich am Lastabtrag

beteiligen. Dies führte zur Entwicklung des mehrstrebigigen Fachwerkmodells. Dabei bildete sich ein Netzwerk aus mehreren Druckstreben aus, wobei ein Bügel durch Druckstreben in unterschiedlichen Höhen mehrfach geschnitten wurde (Abbildung 2-11). Die Summe der Bügelkräfte, die von einem unter 45° verlaufenden Riss geschnitten wurden, entsprach maximal der einwirkenden Querkraft. Dadurch wurde die gesamte Zugkomponente des Fachwerks ausschließlich der Bügelbewehrung zugerechnet.

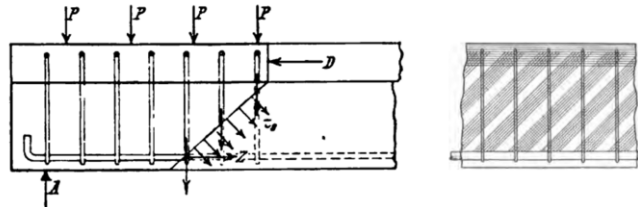


Abbildung 2-11: Mehrstrebiges Fachwerkmodell nach Mörsch, entnommen aus [70]

### 2.3.2.3 Weiterentwicklung des Fachwerkmodells

Das Fachwerkmodell nach *Ritter/ Mörsch* bildet die Grundlage des heutigen Bemessungskonzept in der aktuell gültigen Norm DIN EN 1992-2/ NA [17]. Im Laufe der Geschichte wurde dieses Modell durch verschiedene Ansätze weiterentwickelt. In zahlreichen Querkraftversuchen [30, 43, 57, 77, 92] wurde festgestellt, dass die tatsächliche Traglast häufig über den theoretisch berechneten Werten liegt, was auf den Betontraganteil zurückgeführt wurde. In den 1960er- und 1970er-Jahren entstand eine kontroverse Diskussion hinsichtlich der zusätzlichen Tragkomponenten.

*Thürlimann* [7, 8] vertrat die Ansicht, dass im gerissenen Querschnitt kein Betontraganteil zu erwarten sei, und führte die zusätzliche Tragfähigkeit im Vergleich zur klassischen Fachwerkanalogie mit Druckstreben unter 45° mittels der „Plastizitätstheorie“ [60] auf eine Rotation der Druckstreben in Abhängigkeit des Verhältnisses der Längs- zur Bügelbewehrung zurück. *Leonhardt* [57] hingegen entwickelte die „erweiterte Fachwerkanalogie“, bei der sich die gesamte Querkrafttragfähigkeit aus einem Fachwerktraganteil  $V_{R,s}$  und einem Betontraganteil  $V_{cc}$  zusammensetzt. Im Gegensatz zum parallelgurtigen Fachwerkmodell nach *Ritter/ Mörsch* war der Druckgurt nach *Leonhardt* in Abhängigkeit von den Querschnittsabmessungen geneigt ausgebildet. Die Druckstrebenneigung war zudem flacher als 45°. Der Betontraganteil  $V_{cc}$  ergab sich aus der Vertikalkomponente der geneigten Biegedruckkraft  $F_c$ .

Einen weiteren bedeutenden Entwicklungsschritt des Fachwerkmodells, der seinen Niederschlag in den aktuellen Betonbaunorm fand, leistete *Reineck* [77], [78] unter Berücksichtigung des Rissverzahnungsmodells nach *Walraven* [100, 102, 103].

### 2.3.2.4 Querkrafttraganteil infolge der Rissverzahnungskräfte

Die Kinematik des „kritischen Schubrisses“ beinhaltet eine Rotation um die Schubrisspitze, die sowohl zu einer Rissöffnung als auch zu einer Rissgleitung führt, wodurch Spannungen an den rauen

Rissoberflächen übertragen werden. Bei normalfestem Beton ist die Steifigkeit des Zuschlags höher als die der umgebenden Zementmatrix. Die zur Risserzeugung erforderliche Bruchenergie ist bei der Zementmatrix geringer als bei der Gesteinskörnung. Die Risse breiten sich somit an den Rändern der Gesteinskörnung aus, was zu einer rauen Rissoberfläche und einer Verzahnung der herausgelösten Zuschläge mit dem Rissufer führt (Abbildung 2-12). Bei Leichtbeton hingegen verlaufen die Risse aufgrund der geringen Steifigkeit der Gesteinskörnung sowohl durch die Zementmatrix als auch durch den Zuschlag, was zu einer geringeren Verzahnung der Rissoberfläche führt. Ein ähnlicher Sachverhalt lässt sich bei hochfestem Beton beobachten. Hier ist das Steifigkeitsverhältnis zwischen der Gesteinskörnung und der Zementmatrix weitgehend ausgeglichen. Der Riss verläuft durch beide Betonkomponenten hindurch.

Eines der bekanntesten Rissverzahnungsmodelle geht auf das Zwei-Phasen-Modell nach *Walraven* zurück [100]. *Walraven* idealisiert das Zuschlagskorn als Kugel, die bei zunehmender Rissuferverschiebung in die idealplastische Betonmatrix eindringt und an den Kontaktflächen Spannungen erzeugt. Die Oberflächen der Risse sind in der Regel rau und nicht geradlinig anzunehmen. Die Kraftübertragung wird durch die Abhängigkeit der kinematischen Beziehungen der Rissufer über den Kontakt der unterschiedlich großen Gesteinskörner mit der Zementmatrix beschrieben. Gemäß dem Modell ist die maximale Tragfähigkeit dann erreicht, wenn die Kontaktflächen maximal sind.

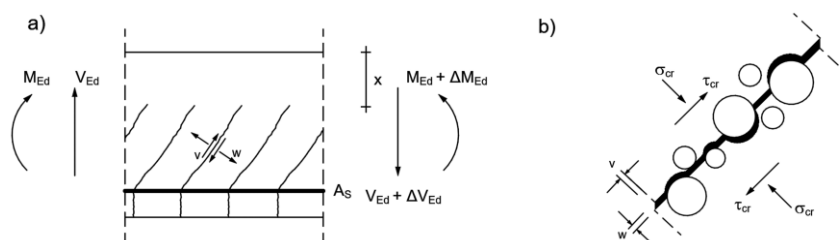


Abbildung 2-12: Idealisiertes Kornverzahnungsmodell nach *Walraven*, entnommen aus [101]

(a) kinematische Beziehungen am Fachwerkmodell

(b) zugehörige Rissspannungen  $\sigma_{cr}$  und  $\tau_{cr}$

In Abbildung 2-13 wird der Zusammenhang zwischen den Druckspannungen  $\sigma_{cr}$  und den Schubspannungen  $\tau_{cr}$  sowie der Risskinematik  $w$  und  $v$  durch ein Spannungs-Weg-Diagramm dargestellt. Bei einer Zunahme der Rissöffnung  $w$  kommt es gemäß *Walraven* zu einem Abfall der Spannung, da die Kontaktflächen der Gesteinskörnung mit der Zementmatrix kleiner werden. Der Wert für die Rissöffnung  $w$  charakterisiert somit die Wahrscheinlichkeit einer Verzahnung der Gesteinskörnung mit der Zementmatrix. Die Rissgleitung  $v$  wiederum stellt den elementaren Wert für die Entstehung von Rissreibungskräften dar. Bei einer gleichmäßigen Vergrößerung beider Werte kann die maximale Rissverzahnungskraft nach *Walraven* übertragen werden.

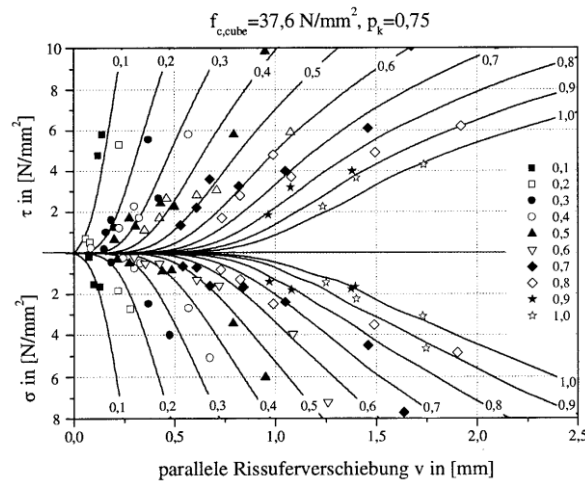


Abbildung 2-13: Zusammenhang der Rissspannungen  $\tau$  und  $\sigma$  in Abhängigkeit von Rissöffnung  $w$  und Rissrverschiebung  $v$  nach *Walraven*, entnommen aus [100]

Die von *Walraven* definierten Gesetzmäßigkeiten zur Entstehung von Normal- und Schubspannungen infolge Rissreibung basieren auf einem mechanisch begründeten sowie empirisch kalibrierten Modellansatz:

$$\sigma_{cr} = -\frac{f_{c,cube}}{20} + [1,35 \cdot w^{-0,63} + (0,191 \cdot w^{-0,552} - 0,15) \cdot f_{c,cube}] \cdot v \geq 0 \quad (2.13)$$

$$\tau_{cr} = -\frac{f_{c,cube}}{30} + [1,80 \cdot w^{-0,8} + (0,234 \cdot w^{-0,707} - 0,20) \cdot f_{c,cube}] \cdot v \geq 0 \quad (2.14)$$

mit:  $f_{c,cube}$       Würfeldruckfestigkeit [Würfel mit  $a = 20$  cm]

$w$               Rissöffnung [mm]

$v$               Rissgleitung [mm]

Die Normal- und Schubspannungen  $\sigma_{cr}$  und  $\tau_{cr}$  werden über die Bauteilbreite  $b_w$  sowie über die diskrete Risslänge  $\Delta r$  integriert. Mittels der Gleichungen (2.15) und (2.16) können die Rissreibungskräfte in Rissrichtung  $T_{cr}$  sowie quer zum Riss  $N_{cr}$  berechnet werden.

$$N_{cr} = \int_r \sigma_{cr} \cdot dr = \sigma_{cr} \cdot \Delta r \cdot b_w \quad (2.15)$$

$$T_{cr} = \int_r \tau_{cr} \cdot dr = \tau_{cr} \cdot \Delta r \cdot b_w \quad (2.16)$$

Anschließend werden die Vertikalkomponenten der beiden Rissreibungskräfte gemäß Gleichung (2.17) zu einer resultierenden Querkraft  $V_{cr}$  zusammengefasst.

$$V_{cr} = T_{cr} \cdot \sin\theta_{cr} + N_{cr} \cdot \cos\theta_{cr} \quad (2.17)$$

### Rissverzahnungskräfte unter der kombinierten Beanspruchung aus $M + V + T$

Bei Querkraftbiegung bildet sich im Träger ein Fachwerk aus, wobei die Breite der Betonstrebe der Stegbreite entspricht. Bei Rissbildung wird von einem Durchriss entlang der Druckstrebe mit annähernd parallelen Rissflanken und einer konstanten Rissbreite über die gesamte Stegbreite ausgegangen. Somit entsteht eine über die Stegbreite gleichmäßige Spannung aus der Kornverzahnung der Rissflanken. Die Integration der Spannungen zur Berechnung der Risskräfte  $N_{cr}$  und  $T_{cr}$  an einem Rissabschnitt  $\Delta r$ , erfolgt mit einer konstanten Stegbreite  $b_w$ .

Bei einer Querkraftbiegung mit zusätzlicher Torsion überlagert sich im Steg eines Plattenbalkens der aus der Querkraft resultierende Schubfluss mit dem aus der Torsion, insbesondere in den Trägerrandbereichen ( $t_{ef}$ ). Auf einer Trägerseite werden die Schubkräfte addiert und auf der anderen Seite subtrahiert, sodass es an den gegenüberliegenden Rändern entlang der Stegbreite zu den unterschiedlich großen Kräften kommt. Dadurch kann es nicht zu einem Durchriss mit parallelen Rissflanken kommen. Somit ist die Rissverzahnung, vorausgesetzt es kommt überhaupt zu einem Durchriss, über die Rissbreite nicht konstant. Die Annahme einer konstanten Stegbreite bei der Ermittlung der Rissverzahnungskräfte  $N_{cr}$  und  $T_{cr}$  unter einer kombinierten Belastung aus  $M + V + T$  führt unter dargelegten Argumenten zu einer Überschätzung der Rissverzahnungskraft nach *Walraven*. Darüber hinaus sind die Gleichungen (2.13) und (2.14) an Versuchen mit konstanter Rissbreite kalibriert [100].

#### 2.3.2.5 Fachwerktraganteil mit Rissreibung

*Reineck* führt den zusätzlichen Betontraganteil auf die Reibung der verzahnten Rissflächen zurück. Die einwirkende Querkraft wird gemäß der Fachwerkanalogie in Zug- und Druckstreben aufgeteilt. Die vertikalen Zugstreben werden, wie von *Mörsch* beschrieben, durch die vorhandene Bügelbewehrung aufgenommen. Die Druckstreben, die sich unter dem Winkel  $\beta_r$  in Richtung der Hauptdruckspannungen einstellen, verlaufen parallel zwischen zwei benachbarten Rissen (Abbildung 2-14 (a)). Durch die Rissreibung werden die Schubspannungen  $\tau_{cr}$  im Beton unter dem Winkel  $\beta_r / 2$  aktiviert (Teilbild (b)). Die senkrecht zu den Schubspannungen wirkende Normalspannung  $\sigma_{cr}$ , kombiniert mit der Normalspannung in der Druckstrebe  $\sigma_\eta$  sowie der Schubspannung  $\tau_{cr}$ , bewirkt eine Abflachung der rechnerischen Neigung der Druckstreben  $\theta$  gegenüber der Rissneigung  $\beta_r$  (Teilbild (c)) mit  $\cot \theta < \cot \beta_r$ . Die Mitwirkung des Betons wird somit indirekt durch die flachere Neigung der Druckstreben berücksichtigt.

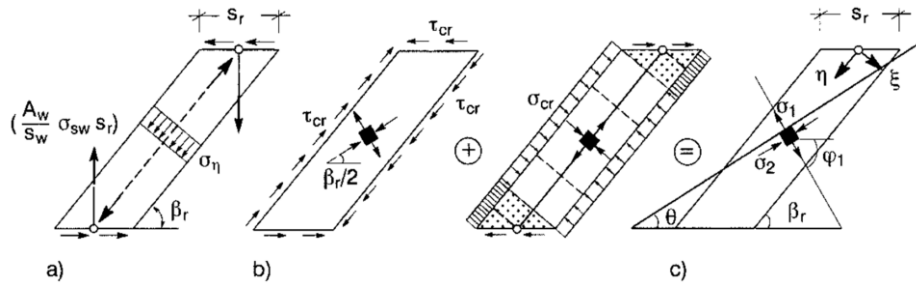


Abbildung 2-14: Spannungszustände im Beton zwischen den Rissen: (a) einachsiger Druck durch Bügelkräfte (b) Zug-Druck-Spannungszustand infolge der Rissreibungskräfte, (c) superponierter Spannungszustand mit  $\theta < \beta_r$  entnommen aus [78]

### 2.3.2.6 Bemessung nach DIN EN 1992-2/NA

Für die Bemessung der Querkrafttragfähigkeit wird zwischen Bauteilen ohne rechnerisch erforderlicher Querkraftbewehrung und mit rechnerisch erforderlicher Querkraftbewehrung unterschieden. Auf die erstgenannte Variante wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht weiter eingegangen. Für die zweitgenannte Variante werden zwei Nachweise gefordert, der Nachweis der vertikalen Zugstrebe, Gl. (2.18) sowie der Nachweis der diagonalen Betondruckstrebe Gl. (2.19).

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,s} \quad \text{Nachweis der Schubbewehrung} \quad (2.18)$$

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,max} \quad \text{Nachweis der Betondruckstrebe} \quad (2.19)$$

#### Nachweis der Schubbewehrung

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s_w} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta \quad (2.20)$$

mit  $z = 0,9 \cdot d$  Hebelarm der inneren Kräfte (vereinfachte Annahme)

$A_{sw}$  Querschnittsfläche der Bewehrung

$s_w$  Abstand der Bügelbewehrung

$f_{ywd}$  Bemessungswert der Fließgrenze der Bügelbewehrung

$\theta$  Druckstrebenneigung

Die Druckstrebenneigung  $\theta$  kann in gewissen Grenzen frei gewählt werden. Im Hochbau gemäß DIN EN 1992-1-1/NA [16] darf die Druckstrebenneigung bis  $\cot \theta = 3,0$  angesetzt werden. Im Brückenbau gemäß DIN EN 1992-2/NA [17] ist die Druckstrebe konservativer angesetzt mit einer steileren Neigung von  $\cot \theta = 1,75$ .

$$1,0 \leq \cot \theta \leq \frac{1,2 + 1,4 \cdot \sigma_{cp}/f_{cd}}{1 - V_{Rd,cc}/V_{Ed}} \leq 1,75 \quad \text{gemäß DIN EN 1992-2/NA} \quad (2.21)$$

mit	$\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c$	Längsdruckspannung infolge der Betonvorspannung im Schwerpunkt des Querschnitts $\sigma_{cp}$ , positiv bei Druckspannung, negativ bei Zugspannung
	$N_{Ed}$	Betondruckkraft
	$A_c$	Betonquerschnittsfläche
	$f_{cd}$	Bemessungswert der Betondruckfestigkeit
	$V_{Ed}$	Einwirkende Querkraft
	$V_{Rd,cc}$	Betontraganteil des Querschnitts mit Querkraftbewehrung

$$V_{Rd,cc} = c \cdot 0,48 \cdot f_{ck}^{1/3} \cdot \left(1 - 1,2 \cdot \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}\right) \cdot b_w \cdot z \quad (2.22)$$

mit  $c = 0,5$  Empirisch bestimmter Wert, kalibriert an Versuchen

$f_{ck}^{1/3}$  Betonzugfestigkeit

$$b_w = \begin{cases} b_w & \text{wenn } \sum d_h < b_w/8 \\ b_{w,nom} & \text{wenn } \sum d_h > b_w/8 \end{cases}$$

$$b_{w,nom} = \begin{cases} b_w - 0,5 \cdot \sum d_h & \text{bis C50/60} \\ b_w - 1,0 \cdot \sum d_h & \text{ab C55/67} \end{cases}$$

$d_h$  Außendurchmesser des Hüllrohrs

### Nachweis der Betondruckstrebe

Der Bemessungswert der Betondruckstrebe  $V_{Rd,max}$  stellt den Maximalwert der Querkrafttragfähigkeit, begrenzt durch ein Betonversagen, dar. In der Regel erreicht die Bewehrung die Versagensgrenze durch das Fließen vor Erreichen eines Betonversagens.

$$V_{Rd,max} = \frac{b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta} \quad (2.23)$$

mit  $v_1 = 0,75$  Abminderungsbeiwert für Querkraftbemessung gemäß [17],  
Erläuterung im nachfolgenden Kapitel

$f_{cd}$  Bemessungswert der Betondruckfestigkeit

$b_w$  Analog zum Nachweis der Schubbewehrung

### Versatzmaßregel

Gemäß der Fachwerkanalogie entsteht durch die Schubbeanspruchung aus Querkraft neben der vertikalen Zugkraft eine horizontale Zugkraft, die in dem Querkraftnachweis nicht direkt berücksichtigt wird. Diese wird bei einer Interaktion der Biegung und Querkraftbeanspruchung als zusätzliche Zugkraft gemäß Gleichung (2.24) berücksichtigt. Die horizontale Querkraftkomponente wird durch die Längsbewehrung aufgenommen, was die Dehnungsebene beeinflusst.

$$\Delta F_{td} = 0,5 \cdot V_{Ed} \cdot \cot\theta \quad (2.24)$$

Bemessungspraktisch kann alternativ ein Versatz der Zugkraftdeckungsline berücksichtigt werden, indem die Momentenumhüllende um einen Versatzmaß  $a_l$  gemäß Gleichung (2.25) beidseitig in Richtung der Momentennullpunkte verschoben wird. Der Bereich zur Abdeckung des Biegemoments vergrößert sich entsprechend.

$$a_l = \frac{z}{2} \cdot \cot\theta \quad (2.25)$$

#### **2.3.2.7 Tragfähigkeit der Betondruckstrebe**

Die Tragfähigkeit der Druckstreben wird durch die Störungen beeinflusst, die durch die Rissbildung innerhalb des Druckfeldes entstehen. Bei einer gleichzeitigen Druckbeanspruchung in der Druckstrebe und einer Zugbeanspruchung quer zur Druckspannungsrichtung entsteht ein zweiachsialer Spannungszustand im Druck-Zug-Bereich, was mit einer Abminderung der Druckfestigkeit  $v_1 \cdot f_{cd}$  einhergeht. Der Abminderungswert  $v_1$  hängt mit der relativen Neigung der kreuzenden Risse ab. Wie Abbildung 2-15 (a) zeigt, kann eine ungerissene Druckstrebe die volle einaxiale Betondruckfestigkeit erreichen. Verlaufen die Risse parallel zur Druckstrebe, erfolgt eine Abminderung in einem Bereich von  $v_1 = 0,75$  bis  $0,85$  (Teilbild (b)). Bei schräg verlaufenden Rissen reduziert sich der Abminderungswert auf  $v_1 = 0,60$  (Teilbild (c)).

Gemäß DIN EN 1992-2/NA [17] wird für die Querkraftbemessung infolge der Rissbildung ein Abminderungsfaktor von  $v_1 = 0,75$  angesetzt. Obwohl im Fachwerkmodell mit Rissreibung die Druckstrebenneigung  $\theta$  nicht mit der Rissneigung  $\beta_r$  übereinstimmt und die Risse schräg zur rechnerischen Druckstrebe verlaufen, wurde in der Bemessungsnorm eine progressivere Betondruckfestigkeit berücksichtigt, als es die Darstellung in Abbildung 2-15 (c) vermuten lässt.

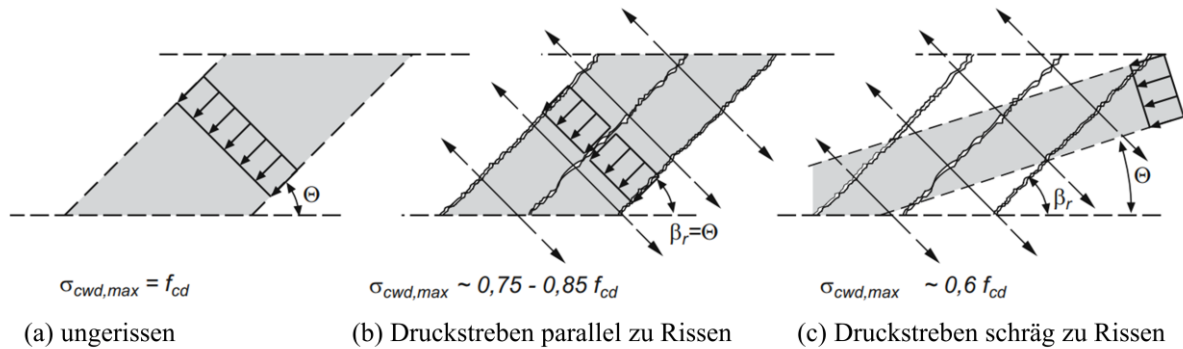


Abbildung 2-15: Bemessungswerte der effektiven Betondruckfestigkeit der Druckstreben, entnommen aus [105]

### 2.3.3 Querkrafttraganteil der geneigten Gurte

Bei geneigten Druck- oder Zuggurten hängt die Lage der resultierenden inneren Druck- und Zugkräfte  $F_c$  und  $F_s$  entlang der Systemachse von der Gurtneigung ab. In Abbildung 2-16 sind zwei Dehnungsebenen an benachbarten Schnittufern dargestellt. Die Verbindungslinie der jeweiligen Druck- und Zugresultierenden hat einen geneigten Verlauf mit Neigungswinkeln  $\gamma_D$  und  $\gamma_Z$ . Wie im Kräfte diagramm dargestellt, findet am linken Schnittufer eine Reduktion der einwirkenden Querkraft gegenüber dem rechten Schnittufer statt. Die Reduktion der Querkraft kann sowohl auf der Einwirkungsseite durch die Abminderung der Querkraft  $V_{Ed,red}$  als auch auf der Widerstandsseite durch die Vergrößerung der Schubwiderstands  $V_{Rd}$  berücksichtigt werden.

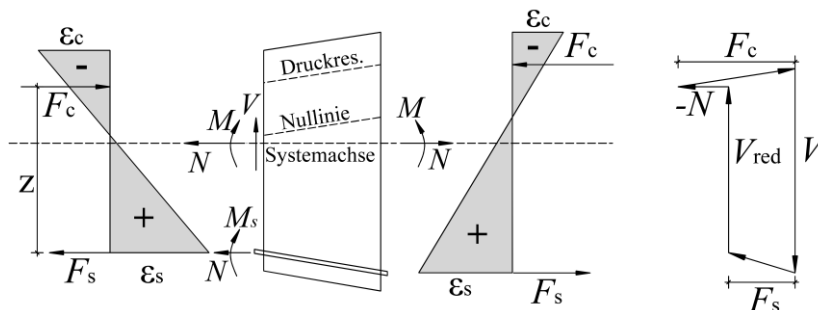


Abbildung 2-16: Abminderung der Querkraft durch geneigte Druck- und Zuggurte, entnommen aus [84]

Der Querkraftwiderstand der Zugstrebe setzt sich nach Gl. (2.26) aus dem Bügeltraganteil  $V_{Rd,s}$  gemäß dem idealisierten Fachwerkmodell und dem Anteil des geneigten Druckgurts  $V_{ccd}$  und/ oder des geneigten Zuggurts  $V_{td}$  zusammen.

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,s} + V_{ccd} + V_{td} \quad (2.26)$$

### 2.3.4 Querkrafttraganteil der geneigten Spannglieder

Bei Spannbetonträgern bildet das Spannglied den überwiegenden Anteil des inneren Zuggurtes aus. Geneigte Spannglieder tragen durch ihre schräg zur Bauteilachse orientierte Spannkraft wesentlich zur Querkrafttragfähigkeit bei, was bereits in den 1970er Jahren festgestellt wurde [79]. Durch die geneigte

Anordnung ergibt sich neben einer axialen auch eine vertikale Spannkraftkomponente, die direkt bei der Querkraftabtragung wirkt, analog dem Prinzip mit geneigtem Druck-/ Zuggurt (Kap. 2.3.3). Diese vertikale Komponente wirkt im Regelfall dem äußeren Lastfluss entgegen, indem sie einen aufwärts gerichteten Kraftanteil in den Querschnitt einleitet und somit einen Teil der Querkraftaufnahme übernimmt. Infolgedessen wird die beanspruchte Querschnittsfläche entlastet, sodass der erforderliche Anteil an konventioneller Schubbewehrung reduziert werden kann. Die Vertikalkomponente des geneigten Spannglieds  $V_p$  besteht aus dem Spannkraftanteil infolge der Vordehnung  $V_{p,0}$  sowie der Kraftzunahme im Spannglied aus der Biegebeanspruchung  $\Delta V_p$ , Gl. (2.27).

$$V_p = V_{p,0} + \Delta V_p \quad (2.27)$$

Die Kraftzunahme  $\Delta V_p$  resultiert aus der Dehnungszunahme im Spannglied infolge der Biegebeanspruchung. Dies ist jedoch nur solange möglich, bis die Fließgrenze des Spannstahls erreicht ist und die Dehnungsreserven somit ausgeschöpft sind.

Die Gl. (2.18) kann um den Spanngliedtraganteil ergänzt werden, Gl. (2.28).

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,s} + V_p \quad (2.28)$$

### 2.3.5 Zusammenfassung

Die Berechnung der Quertragfähigkeit eines parallelgurtigen Balkens hängt im Wesentlichen von folgenden Traganteilen ab:

- Querkrafttraganteil der Bügelbewehrung  $V_{Rd,s}$
- Querkrafttraganteil infolge der Rissverzahnung  $V_{cr}$ , wobei die Rissreibung indirekt über die flachere Neigung der Betondruckstrebe bei der Ermittlung des Bügeltraganteils mitberücksichtigt wird
- Betontraganteil aus dem Druckbogen  $V_{cc}$
- Querkrafttraganteil des geneigten Spannglieds  $V_p$

Darüber hinaus wirken noch weitere sekundäre Tragmechanismen, auf die im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter eingegangen wird. Diese werden indirekt in den vorgestellten Modellen durch Beiwerte aus der Modellkalibrierung an Versuchen mitberücksichtigt.

- Querkrafttraganteil der Bruchprozesszone  $V_{BPZ}$
- Traganteil infolge von Dübelwirkung der Längsbewehrung  $V_d$

Die Berücksichtigung des Betontraganteils wurde in den 1970er- und 1980er-Jahren in der Fachwelt kontrovers diskutiert. Ein grundsätzlicher Konsens besteht darin, dass der Betontraganteil zur Querkrafttragfähigkeit erheblich beiträgt.

## 2.4 Tragverhalten unter reiner Torsionsbeanspruchung- $T$

### 2.4.1 Ermittlung des Schubmittelpunkts $M$ , analytische Methode

Bevor auf die Herleitung der Bemessungsgleichungen für reine Torsion eingegangen wird, muss zunächst eine Grundlage für einen der wichtigsten Eingangsparameters geschaffen werden, die Bestimmung des Schubmittelpunkts  $M$ . Der Schubmittelpunkt ist der Punkt innerhalb oder auch außerhalb des Querschnitts, durch den eine wirksame Querkraft verlaufen muss, um eine reine Schubverformung zu erzeugen, ohne dabei eine Verdrehung oder Torsion des Querschnitts hervorzurufen. Im Umkehrschluss verdreht sich ein frei verdrehbarer Querschnitt bei einer Torsionsbeanspruchung um den Schubmittelpunkt  $M$ . Bei einem dünnwandigen symmetrischen Plattenbalkenquerschnitt liegt der Schubmittelpunkt im Schnittpunkt der Profilmittellinien von Steg und Flansch (vgl. [104], Kap. 2.2.5). Bei einem dickwandigen Plattenbalkenquerschnitt aus Beton hingegen wird die Lage des Schubmittelpunkts durch den Abstand  $a_M$  zum Querschnittsschwerpunkt angegeben. Zedler gibt in [104] die Bestimmungsgleichung (2.29) für den Abstand  $a_M$  an.

$$z_M = z_S - a_M = z_S - \frac{b_f^3 \cdot h_f \cdot \left(z_S - \frac{h_f}{2}\right) - b_w^3 \cdot h_w \cdot \left(h_f + \frac{h_w}{2} - z_S\right)}{b_f^3 \cdot h_f + b_w^3 \cdot h_w} \quad (2.29)$$

mit

$$z_S = \frac{\sum z_i \cdot A_i}{\sum A_i} \quad (2.30)$$

Zum besseren Verständnis dessen, was der Schubmittelpunkt eines Plattenbalkenquerschnitts im mechanischen Sinne bedeutet, kann die Gleichung (2.29) analog zur Bestimmung des Schwerpunkts umgestellt werden. Bei der Ermittlung des Schwerpunkts werden die einzelnen Teilschwerpunkte mit den jeweiligen Flächeninhalten gewichtet. Die Lage des Schwerpunkts  $z_S$  kann aus der Gleichung (2.30) unter Berücksichtigung des Vorzeichens im Zähler eliminiert werden.

$$z_M = \frac{b_f^3 \cdot h_f \cdot \left(\frac{h_f}{2}\right) + b_w^3 \cdot h_w \cdot \left(h_f + \frac{h_w}{2}\right)}{b_f^3 \cdot h_f + b_w^3 \cdot h_w} \quad (2.31)$$

Der Term  $b^3 \cdot h$  kann um einen Faktor  $\alpha$  erweitert werden, sodass gilt:

$$b^3 \cdot h \cdot \alpha = I_T \quad (2.32)$$

Mit weiteren Vereinfachungen wie:

$$\left(\frac{h_f}{2}\right) = z_f \quad \text{Schwerpunkt der Flanschquerschnittsfläche}$$

$$\left(h_f + \frac{h_w}{2}\right) = z_w \quad \text{Schwerpunkt der Stegquerschnittsfläche}$$

kann die Lage des Schubmittelpunkts, ähnlich wie die Ermittlung des Schwerpunkts, als gewichteter Abstand der einzelnen Schwerpunkte angegeben werden. Die Wichtung erfolgt allerdings nicht über die Fläche  $A$ , wie es bei der Ermittlung des Schwerpunkts der Fall ist, sondern über die Torsionsträgheit  $I_T$ .

$$z_M = \frac{I_{T,f} \cdot z_f + I_{T,w} \cdot z_w}{I_{T,f} + I_{T,w}} = \frac{\sum z_i \cdot I_{T,i}}{\sum I_{T,i}} \quad (2.33)$$

### 2.4.2 Zustand I - St. Venatsche Torsion oder „zwangfreie Torsion“

*Saint-Venant* [1] erkannte bereits 1847, dass die Querschnittsfläche eines tordierten Stabes mit rechteckigem Querschnitt nicht eben bleibt. Neben der Verdrehung tritt auf den Randflächen eine Verwölbung der Stablängsachse auf. Wird die freie Randverwölbung behindert, entsteht zusätzlich zur wölbfreien Torsion eine Wölbkrafttorsion. Zur Beschreibung des mechanischen Tragverhaltens eines Plattenbalkens bei reiner Torsion eignet sich der spezielle Fall eines dickwandigen Rechteckquerschnitts unter einem Einzelmoment. Nach *Beck* [2] (Kap. 1.2.5) kann die Wölbkrafttorsion bei dickwandigen Querschnitten vernachlässigt werden, wenn die Torsionseinwirkung ausschließlich auf den Balkenteil des Plattenbalkens beschränkt bleibt. Konsequenterweise ist für die Ermittlung des Torsionswiderstands ausschließlich der rechteckige Balkenteil heranzuziehen.

Das Torsionsmoment  $M_T$  wirkt im Querschnitt als Drehung um den Schubmittelpunkt  $M$  mit den Koordinaten  $(y_M, z_M)$  und steht mit der Summe aller Schubspannungen  $\tau_{xz}$  und  $\tau_{xy}$  Gl. (2.35) und (2.36), multipliziert mit dem jeweiligen Hebelarm, stets im Gleichgewicht, Gl. (2.34). Abbildung 2-17 (links) zeigt ein infinitesimal kleines Flächenelement mit dem Abstand  $(y - y_M, z - z_M)$  vom Schubmittelpunkt  $M$ , auf das die Schubspannungen einwirken.

$$M_T = \int_A [\tau_{xz} \cdot (y - y_M) - \tau_{xy} \cdot (z - z_M)] dA \quad (2.34)$$

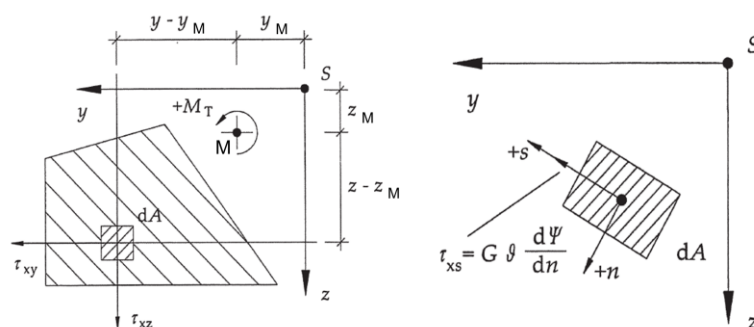


Abbildung 2-17: links: Torsionsmoment  $M_T$  als Resultierende aller Schubspannungen, rechts: Definition der Schubspannungsfunktion, beides entnommen aus [28]

Die Schubspannungen lassen sich unter Zuhilfenahme einer Spannungsfunktion  $\psi(y, z)$  [28], bzw. von *Szabo* [3] als Torsionsfunktion  $\Phi(y, z)$  bezeichnet, wie folgt beschreiben:

$$\tau_{xy} = G \cdot \vartheta'(x) \cdot \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (2.35)$$

$$\tau_{xz} = G \cdot \vartheta'(x) \cdot \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (2.36)$$

Der Schubmodul  $G$  wird in der Elastizitätstheorie mit der Gl. (2.37) bestimmt.

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (2.37)$$

mit  $E$

E-Modul des Betons

$\mu$

Querdehnzahl des Betons

Die Spannungsfunktion ist so gewählt, dass sie am Querschnittsrand  $\psi(y, z)_{\text{Rand}} = 0$  ergibt.

### Prandtl'sches Membrangleichnis

Prandtl [80] erkannte eine Analogie zwischen der Spannungsfunktion  $\psi$  eines prismatischen Körpers und einer Membran, die unter Innendruck steht. Dabei wird die Membran über eine Öffnung gespannt, die dem Querschnitt des betrachteten prismatischen Körpers entspricht, Abbildung 2-18. Sowohl die Differentialgleichung (DGL) der Membranverformung als auch die zur Lösung der DGL notwendigen Randbedingungen sind identisch mit denen der Spannungsfunktion  $\psi$ . Diese Analogie ermöglicht es, das Torsionsproblem veranschaulicht und experimentell zu beschreiben. Das von der Membran umschlossene Volumen entspricht dem Torsionswiderstand  $I_T$ .

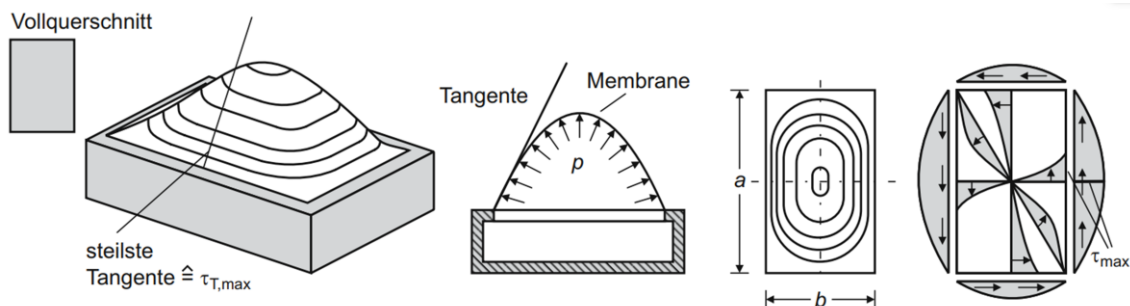


Abbildung 2-18: Membrananalogie nach Prandtl bei prismatischen Vollquerschnitten, entnommen aus [105]

### Herleitung der Spannungsfunktion

Durch das Einsetzen der Schubspannungsgleichungen Gl. (2.35) und Gl. (2.36) in Gl. (2.34) ergibt sich die Gleichung des Torsionsmoments zu:

$$M_T = \int_A \left[ G \cdot \vartheta'(x) \cdot \frac{\partial \psi}{\partial y} \cdot (y - y_M) - G \cdot \vartheta'(x) \cdot \frac{\partial \psi}{\partial z} \cdot (z - z_M) \right] dA \quad (2.38)$$

Die werkstoff- und lastabhängigen Faktoren  $G \cdot \vartheta'(x)$  lassen sich aus dem Integral ausklammern, sodass im Integral die querschnittsabhängige Größe  $I_T$  verbleibt, Gl. (2.40).

Die Ermittlung des lastunabhängigen Torsionsträgheitsmoments  $I_T$  erfolgt mittels der Lösung der Spannungsfunktion  $\psi(y, z)$ . Für bestimmte Querschnittsformen, wie z.B. Rechtecke, existieren geschlossene Lösungen wie die Gl. (2.39), die in der Literatur z.B. in [28] (Kap. 7.4) bzw. [90] (Kap. 14) angegeben sind.

$$\psi(y, z) = \frac{1}{4} \cdot b^2 - y^2 + \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{8b^2(-1)^{n+1}}{\alpha_n^3 \cdot \cosh\left(\alpha_n \cdot \frac{h}{2b}\right)} \cdot \cos\left(\alpha_n \cdot \frac{y}{b}\right) \cdot \cosh\left(\alpha_n \cdot \frac{z}{b}\right) \right] \quad (2.39)$$

mit  $\alpha_n = (2n + 1) \cdot \pi$  und  $h \geq b$

Die Auswertung der Spannungsfunktion erfolgt in Form der unendlichen hyperbolischen Fourier-Reihe und zeigt die Verteilung des Torsionswiderstands entlang des Querschnitts. Das Plotten der Spannungsfunktion im kartesischen Koordinatensystem stellt, wie in Abbildung 2-19 gezeigt, ein Paraboloid dar.

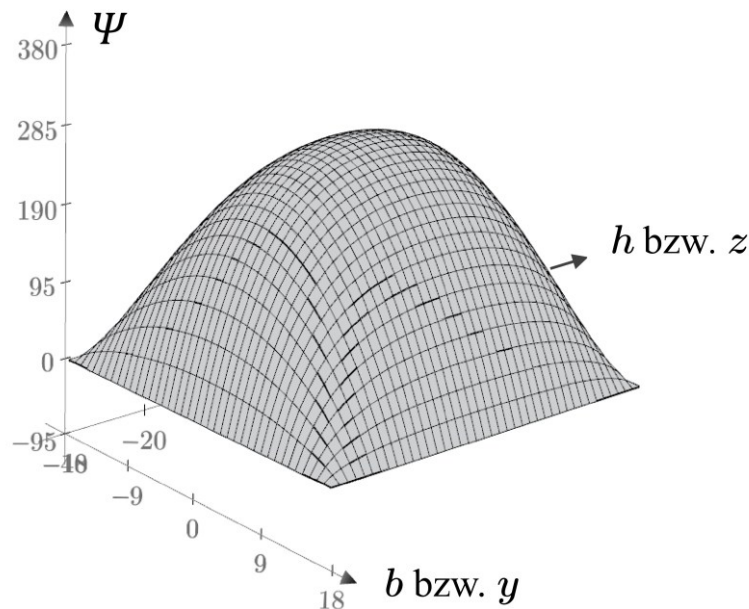


Abbildung 2-19: Auswertung der Spannungsfunktion  $\psi(y, z)$  für einen exemplarischen Querschnitt mit  $h/b=2,29$   
 Der Torsionswiderstand  $I_T$  lässt sich mit Gl. (2.42) durch das Lösen des Doppelintegrals über die Spannungsfunktion ausdrücken.

$$M_T = G \cdot \vartheta'(x) \int_A \left[ \frac{\partial \psi}{\partial y} \cdot (y - y_M) - \frac{\partial \psi}{\partial z} \cdot (z - z_M) \right] dA \quad (2.40)$$

$$I_T = \int_A \left[ \frac{\partial \psi}{\partial y} \cdot (y - y_M) - \frac{\partial \psi}{\partial z} \cdot (z - z_M) \right] dA \quad (2.41)$$

$$I_T = 2 \cdot \int_y \int_z \psi(y, z) dy dz \quad (2.42)$$

Die exakte Lösung zur Berechnung des Torsionsträgheitsmoments eines Rechteckquerschnitts ist in [90] (Kap. 14.54) durch eine Fourierreihe angegeben, siehe Gl. (2.43). Für eine hinreichend genaue Lösung reicht es, nur das erste Reihenglied auszuwerten, woraus Gl. (2.44) abgeleitet werden kann.

$$I_T = \frac{1}{3} b^3 h - 64 b^4 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{1}{\alpha_n^5} \cdot \tanh \left( \alpha_n \cdot \frac{h}{2 \cdot b} \right) \right] \quad (2.43)$$

mit  $\alpha_n = (2n + 1) \cdot \pi$  und  $h \geq b$

$$I_T = \left( 1 - \frac{192}{\pi^5} \cdot \frac{b}{h} \cdot \tanh \left( \frac{\pi \cdot h}{2 \cdot b} \right) \right) \cdot \frac{1}{3} b^3 h = \eta_1 \cdot \frac{1}{3} b^3 h \quad (2.44)$$

Der ausgewertete Koeffizient  $\eta_1$  kann der Tabelle 2-1 für rechteckige Querschnitte beliebiger Abmessungen entnommen werden. So lässt sich der Torsionswiderstand an rechteckigen Querschnitten mittels einer einfachen Berechnung sehr genau bestimmen. Für die Querschnitte mit Formen, die nicht rechteckig sind, stehen weitere Lösungen der entsprechenden Spannungsfunktion in der Literatur zur Verfügung z.B. in [28] (Kap. 7.4).

Tabelle 2-1: Koeffizient zur Bestimmung des Torsionswiderstands, entnommen aus [3]

h/b	1	1,25	1,5	2	3	4	5	6	8	10	$\infty$
$\eta_1$	0,424	0,515	0,588	0,687	0,789	0,843	0,875	0,897	0,920	0,938	1,000
$\eta_2$	1,600	1,505	1,443	1,356	1,248	1,183	1,145	1,118	1,088	1,068	1,000

Schließlich wird der Ausdruck aus Gl (2.40) in die allgemein bekannte Form der Grundgleichung der *St. Venat'schen* Torsion überführt, Gl. (2.45).

$$M_T = G \cdot I_T \cdot \vartheta'(x) \quad (2.45)$$

mit  $G$  Schubmodul  
 $I_T$  Torsionsträgheitsmoment  
 $\vartheta'(x)$  Verdrillung ( $\vartheta'(x) = \frac{\vartheta(x)}{l}$ )

Mit der Kenntnis der Spannungsfunktion lassen sich aus den Gleichungen (2.35) und (2.36) die entsprechenden Schubspannungen ermitteln, die mit Gl. (2.46) mittels der resultierenden Schubspannung dargestellt werden.

$$\tau_{\text{res}} = \sqrt{\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2} \quad (2.46)$$

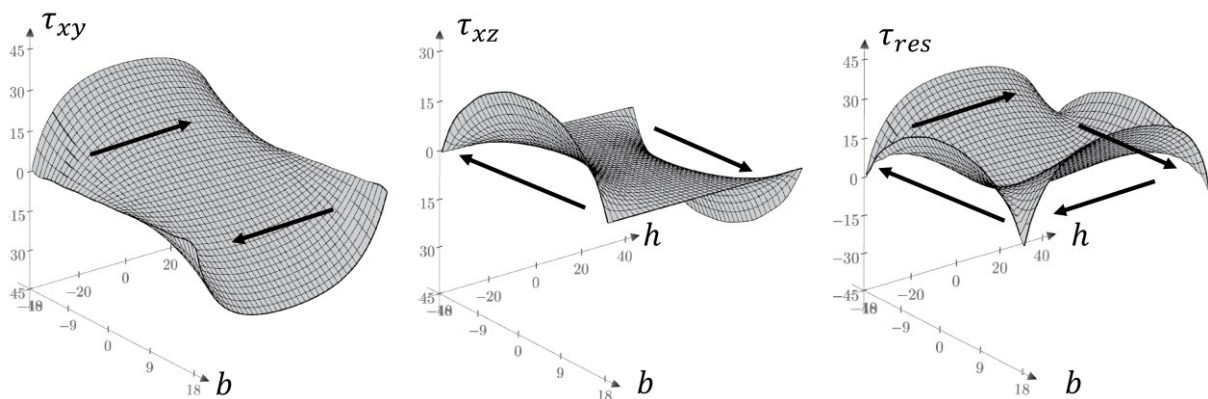


Abbildung 2-20: Exemplarische Darstellung der Schubspannungen am Rechteckquerschnitt

Die maximale Schubspannung eines Rechteckquerschnitts tritt immer in der Mitte des Querschnittsrandes der längeren Seite auf und lässt sich nach [90] durch die Gl. (2.47) berechnen. In den Querschnittsecken, sowie in der Querschnittsmitte sind die Schubspannungen null. Die Koeffizienten  $\eta_1$  und  $\eta_2$  lassen sich der Tabelle 2-1 entnehmen. Wie in Abbildung 2-20 zu sehen ist, weisen die Schubspannungen  $\tau_{xy}$  und  $\tau_{xz}$  jeweils auf gegenüberliegenden Querschnittsseiten unterschiedliche Vorzeichen auf, was auf einen umlaufenden Schub in der Querschnittsebene schließen lässt.

$$\tau_{\max} = \frac{8}{\eta_1} \left[ \frac{1}{8} - \frac{1}{\pi^2 \cosh\left(\frac{\pi \cdot h}{2 \cdot b}\right)} \right] \cdot \frac{M_T}{\frac{1}{3} \cdot b^2 \cdot h} = \eta_2 \cdot \frac{M_T}{\frac{1}{3} \cdot b^2 \cdot h} \quad (2.47)$$

### Zusammenfassung

Die Theorie der *St. Venant'schen* Torsion lässt sich mit vergleichsweise geringem Aufwand anwenden, setzt jedoch mehrere Bedingungen voraus, die ihre Gültigkeit stark einschränken, wie z.B.:

- bei der Beanspruchung handelt sich um reine Torsion,
- der beanspruchte Balken hat einen konstanten Vollquerschnitt ohne Öffnungen,
- im beanspruchten Querschnitt sind alle Normalspannungen  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z = 0$ ; es herrscht ein reiner Schubspannungszustand,
- das Torsionsmoment  $M_T$  ist konstant entlang der Stabachse,
- die Verwölbungen müssen sich ungehindert entlang der Längsachse einstellen können.

Wölbbehinderung darf nicht auftreten.

Bei Brückenquerschnitten tritt die Torsionseinwirkung jedoch häufig als Begleiteinwirkung einer exzentrisch wirkenden Querkraft auf. Zusätzlich wird durch die Vorspannung eine Normalspannung im Querschnitt aktiviert, was die resultierende Schubbeanspruchung reduziert. Bei Plattenbalkenquerschnitten werden häufig Querträger zwischen den Stegen angeordnet. Diese erzeugen eine Einspannung der Stege, welche die freie Verwölbung an den Trägerenden behindert und somit zu

zusätzlichen Wölbspannungen führt. Die oben beschriebenen Gültigkeitsbedingungen für das Modell der reinen Torsion werden bei Brückenquerschnitten daher in der Praxis oft nicht vollständig eingehalten. Dennoch erfolgt die normative Bemessung in der Regel weiterhin auf Grundlage dieses idealisierten Modells.

### 2.4.3 Mitwirkung der Gurtplatte bei Torsion

Im nachfolgenden Beispiel wird die Spannungsfunktion  $\psi(y, z)$  sowohl für einen Rechteckquerschnitt mit  $b_w = 35 \text{ cm}$  ohne Gurtplatte (Var.0.1\_35) als auch für Plattenbalkenquerschnitte mit derselben Stegbreite  $b_w$ , jedoch variablen Plattenbreiten  $b_f$  (Var.0.i\_60 bis Var.0.i\_240) dargestellt (Abbildung 2-21). Die Plattendicke  $h_f$  beträgt bei allen Querschnitten 15 cm.

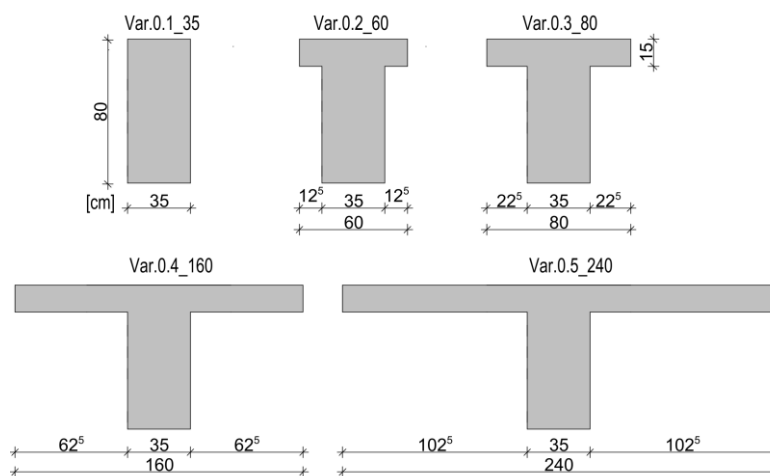


Abbildung 2-21: Querschnittsübersicht der Parameteruntersuchung der Mitwirkung von Plattenbreite bei Ermittlung der Torsionsträgheit

Abbildung 2-22 zeigt die grafische Auswertung der Spannungsfunktion  $\psi$  mit den zugehörigen Werten der Torsionsträgheit  $I_T$ . Der kleinere Hügel stellt die Torsionsträgheit der Gurtplatte dar, während sich die gesamte Trägheit aus dem umschlossenen Volumen beider Hügel ergibt. Wie zu erkennen ist, steigt die Torsionsträgheit der Platte nahezu linear mit ihrer Länge an. Betrachtet man die Plattenbreite im Grenzfall  $b_f \rightarrow \infty$ , lässt sich aus der Spannungsfunktion eine unendliche Torsionsträgheit ableiten, was der baupraktischen Anwendbarkeit widerspricht.

## 2.4 - Tragverhalten unter reiner Torsionsbeanspruchung-T

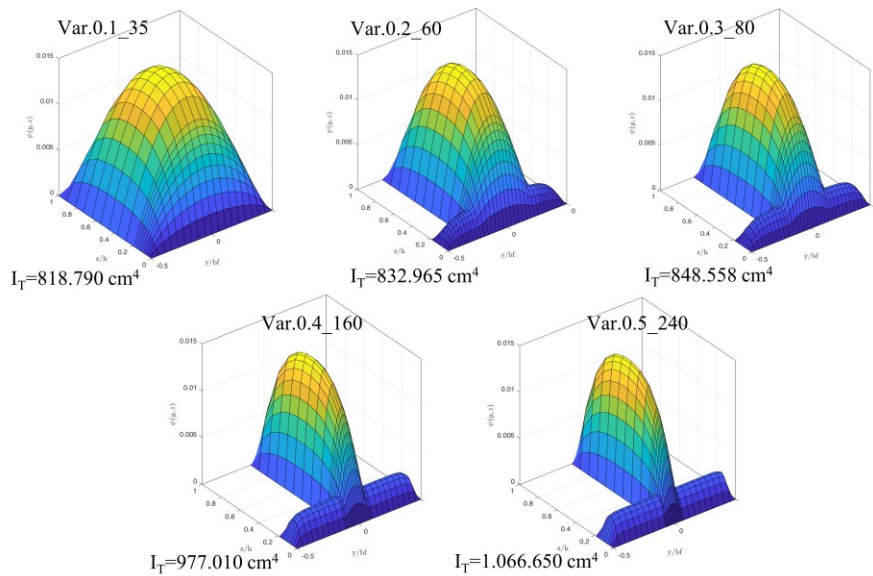


Abbildung 2-22: Auswertung der Spannungsfunktion  $\psi$  mit *Matlab* an Querschnitten aus Abbildung 2-21

Im Kapitel 2.2 sind typische Werte der bezogenen Flanshhöhe  $h/h_f$  für tatsächlich gebaute Brückenquerschnitte angegeben. Zur besseren Visualisierung des Gurtanteils an der Torsionssteifigkeit wird in einem weiteren Beispiel die Plattenbreite  $b_f$  konstant bei 100 cm gehalten und die Plattendicke  $h_f$  (Flanshhöhe) bzw. die bezogene Flanshhöhe im Bereich  $2,10 < h/h_f < 6,75$  variiert. Die Auswertung der Spannungsfunktion auf Basis der Membrananalogie ist in Abbildung 2-23 dargestellt. Bei schlanken Querschnitten mit dünnen Platten (Teilbild (a)) ist die Beteiligung der Platte an der gesamten Torsionssteifigkeit vernachlässigbar gering. Mit sinkendem Wert der bezogenen Flanshhöhe vergrößert sich dieser Anteil der Gurtplatte, bis schließlich bei  $h/h_f = 2,1$  die Gurtplatte einen überwiegenden Anteil von  $GI_T$  übernehmen kann (Teilbild (c)). Entsprechend Abbildung 2-3 (Teilbild (b)) liegen moderne Querschnitte im Bereich  $h/h_f \approx 3$  und besitzen damit ein hohes Potential, die Gurtplatte am Torsionslastabtrag zu beteiligen. Dagegen bewegen sich Bestandsquerschnitte in einem höheren Bereich und bieten daher nur eine begrenzte Möglichkeit, die Gurtplatte zu aktivieren.

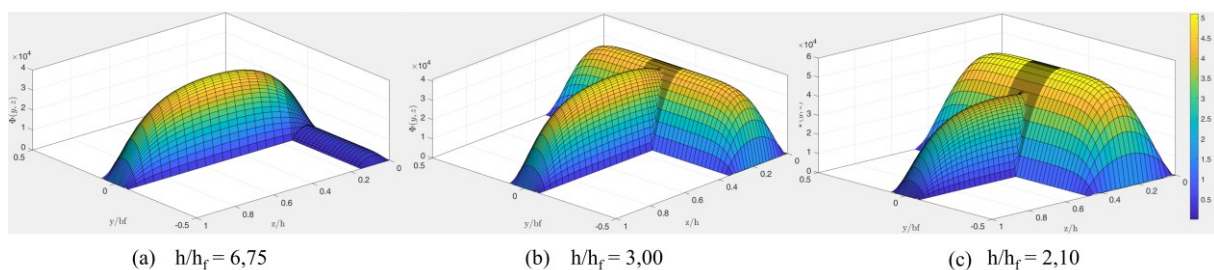


Abbildung 2-23: Auswertung der Spannungsfunktion  $\psi$  mit *Matlab*

Im Zuge einer Brückennachrechnung und bei vorliegenden Defiziten der Schubtragfähigkeit wird eine derartige Überprüfung dennoch als vorteilhaft angesehen.

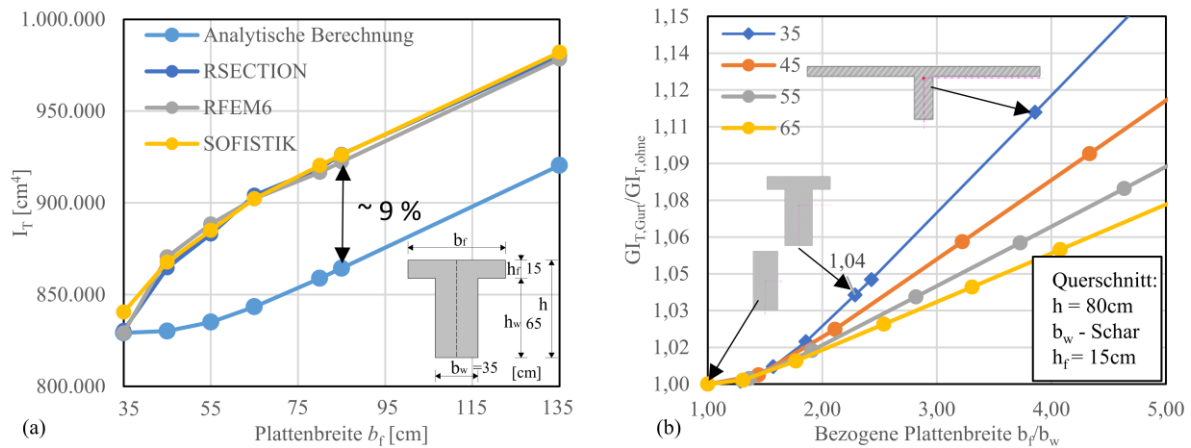


Abbildung 2-24: Ermittlung der Torsionsträgheit (a) bzw. Torsionssteifigkeit (b) in Abhängigkeit der Plattenbreite

In Abbildung 2-24 werden weitergehende Untersuchungen zum Einfluss der Plattenbreite auf die Bestimmung des Torsionsträgheitsmoments  $I_T$  (Teilbild (a)) bzw. der Torsionssteifigkeit  $GI_T$  (Teilbild (b)) vorgestellt. Die Querschnittsabmessungen entsprechen den bereits beschriebenen Abmessungen mit einer variablen Gurtbreite  $b_f$ . Im Teilbild (a) werden die ermittelten Werte der Torsionsträgheitsmomente  $I_T$  mithilfe der vorgestellten analytischen Methode (Kap. 2.4.2) den Ergebnissen gängiger FEM-Software auf Basis einer linear-elastischen Berechnung gegenübergestellt. Wie bereits beschrieben, zeigt sich ab einer geringen Plattenbreite von ca. 60 cm eine lineare Abhängigkeit des Trägheitsmoments von der Plattenbreite. Die mit verschiedenen Programmen ermittelten Werte liegen im Durchschnitt etwa 9 % über den Ergebnissen der analytischen Berechnungsmethode. Die Ursache für diese Abweichung konnte bislang nicht zweifelsfrei geklärt werden.

Im Teilbild (b) wird die Plattenbreite als dimensionslose, bezogene Flanschbreite  $b_f/b_w$  dargestellt. Die Torsionssteifigkeit wird als Verhältnis zur Referenzsteifigkeit eines Rechteckquerschnitts  $GI_{T,ohne}$  dargestellt. Die Stegbreite  $b_w$  wird dabei als Funktionsschar aufgeführt. Der Querschnitt aus dem vorherigen Beispiel erreicht etwa 104 % der bezogenen Torsionssteifigkeit. Es zeigt sich ein klarer Trend, dass bei gedrunenen Querschnittsabmessung eine vergleichsweise geringe Plattenmitwirkung zu erwarten ist. Durch eine empirische Kalibrierung in Form einer Regression in Abhängigkeit von bezogenen Werten  $b_f/b_w$  und  $h_f/b_w$  lässt sich eine Näherungsgleichung (2.48) zur Abschätzung der Mitwirkung der Gurtplatte in Bezug auf einen Rechteckquerschnitt formulieren.

$$\frac{GI_{T,Gurt}}{GI_{T,ohne}} = 0,9288 + 0,0258 \frac{b_f}{b_w} + 0,1275 \frac{h_f}{b_w} \quad (2.48)$$

### Zusammenfassung

Die grundsätzliche Erhöhung des Torsionsträgheitsmoments durch die Mitwirkung der Gurtplatte ist zwar unbestritten, was durch die dargestellten Beispiele belegt wird. Jedoch verdeutlichen die

angeführten Beispiele gleichzeitig die Grenzen dieser Steigerung insbesondere bei Betonquerschnitten. Anhand der Variation der bezogenen Flanschhöhe lässt sich erkennen, dass bei Querschnitten mit großen Gurtbreiten eine signifikante Beteiligung der Gurtplatte am Torsionswiderstand erreicht werden kann, während dieser Effekt bei schlanken Querschnitten deutlich geringer ausfällt. Eine unbegrenzte Zunahme des Torsionsträgheitsmoments wird hingegen in Bezug auf Betonquerschnitte als unrealistisch angesehen.

### 2.4.4 Numerischer Ansatz zum Problem der St-Venant'schen Torsion

Die Berechnung des Torsionsträgheitsmoments  $I_T$  lässt sich numerisch anhand der ermittelten Verdrehung an einem linear-elastischen Modell unter reiner Torsionseinwirkung berechnen. Da für die Verdrehungsbestimmung lediglich eine linear-elastische Berechnung notwendig ist, kann diese mit einem beliebigen FEM-Programm durchführen werden. Die nachfolgende Beispielberechnung erfolgt mit dem kommerziellen Programm *Ansys*. Ein 50 m langer einseitig eingespannter Kragarm mit einem Plattenbalkenquerschnitt wird durch ein Moment mit  $M_T=1$  kNm am freien Balkenrand belastet. Die Querschnitts- und Systemabmessungen können der Abbildung 2-25 entnommen werden.

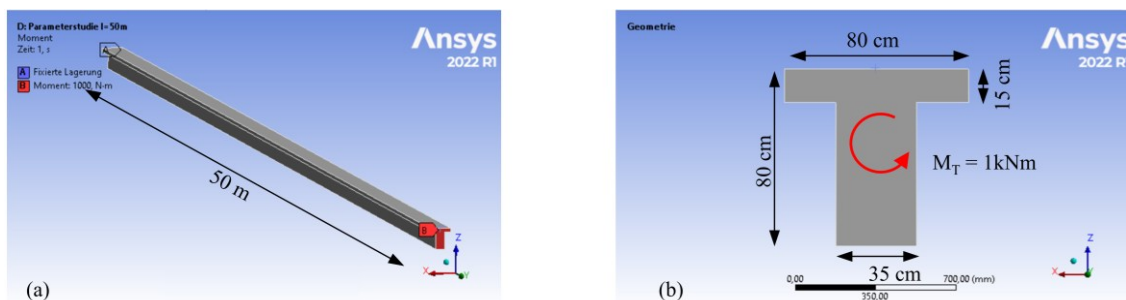


Abbildung 2-25: Bestimmung der Torsionssteifigkeit mit Ansys (a) Statisches System, (b) Querschnitt

Mit der Umstellung der Gl. (2.45) nach  $I_T$  kann unter Kenntnis der materialabhängigen Parameter  $G$  sowie der Verdrehung  $\vartheta$  infolge eines definierten Moments  $M_T$  das Torsionsträgheitsmoment  $I_T$  ermittelt werden. Die Verdrehung sowie die Berechnung der Torsionssteifigkeit  $GI_T$  lassen sich in Abbildung 2-26 ablesen.

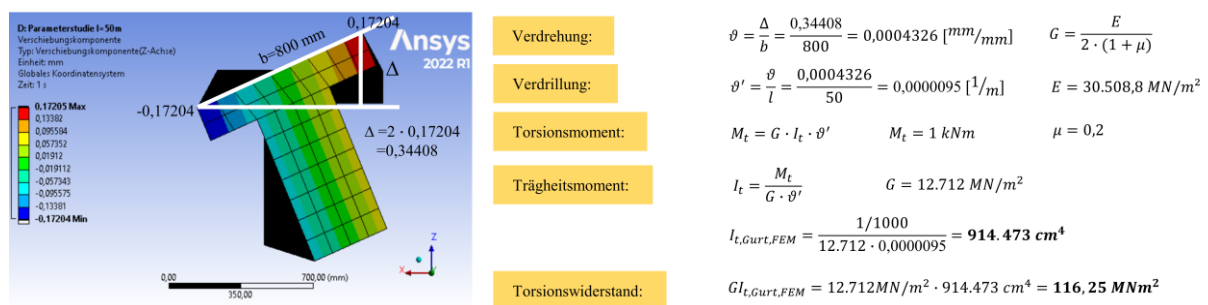


Abbildung 2-26: Ermittlung der Torsionssteifigkeit aus der Verdrehung mittels lin.el. FEM (Ansys)

Die Torsionssteifigkeit des Plattenbalkenquerschnitts im Zustand I beträgt somit  $GI_{T,Gurt,FEM} = 116,25 \text{ MNm}^2$ . Die analytische Berechnung mit der Spannungsfunktion kann in

Abbildung 2-22 (Var.0.3\_80) abgelesen werden und beträgt  $848.558 \text{ cm}^4$ , was eine Torsionssteifigkeit von  $GI_{T,\text{Gurt},\psi} = 107,90 \text{ MNm}^2$  ergibt. Auf die gleiche Weise werden die Werte des Referenzquerschnitts ohne Gurtplatte ermittelt, wobei die Torsionssteifigkeit mit beiden Rechenverfahren nahezu identisch ist ( $GI_{T,\text{ohne}} = 105,63 \text{ MNm}^2$ ). Die Ergebnisse des Plattenbalkenquerschnitts werden im Folgenden mit dem Referenzquerschnitt verglichen:

$$\frac{GI_{T,\text{Gurt},\text{FEM}}}{GI_{T,\text{ohne}}} = \frac{116,25}{105,63} = 1,10 \qquad \frac{GI_{T,\text{Gurt},\psi}}{GI_{T,\text{ohne}}} = \frac{107,90}{105,63} = 1,04$$

In diesem konkreten Beispiel ergibt die Berechnung mit der FEM eine um 6 % höhere Mitwirkung der Gurtplatte als die Berechnung mit dem analytischen Ansatz. In Abhängigkeit von geometrischen Verhältnissen kann die FEM-Berechnung auch eine geringere Gurtmitwirkung ergeben. Angewendet auf reale Querschnittsabmessungen im Brückenbau (Kap. 2.2) lässt sich mit beiden Ansätzen eine Gurtmitwirkung zwischen 8 % und 15 % erreichen (Anhang A 9.13).

#### 2.4.5 Bredt'sche Formeln

Auf Grundlage der *St. Venant'schen* Torsionstheorie konnten durch *Bredt* [3, 4] Vereinfachungen für dünnwandige Querschnitte beliebiger Formen erarbeitet werden. Das Torsionsmoment  $M_T$  wird durch einen konstanten Schubfluss  $T$ , welcher sich in der dünnen Querschnittswand einstellt, multipliziert mit dem Hebelarm zum Schubmittelpunkt, aufgenommen (Abbildung 2-27). Es wird somit nicht wie in der zuvor beschriebenen Gl. (2.34) ein Integral über der Querschnittsfläche, sondern ein Umlaufintegral über den Umfang des dünnwandigen Querschnitts mit  $s$  als Laufvariable, Gl. (2.49) aufgestellt.

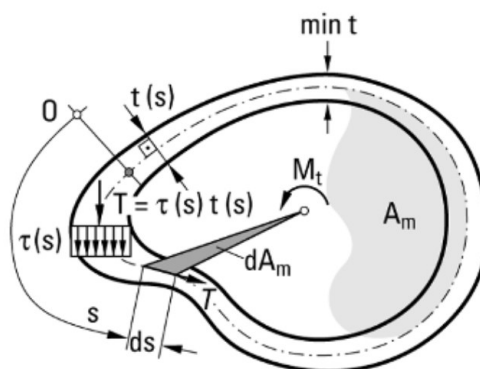


Abbildung 2-27: Torsion dünnwandiger Hohlprofile nach Bredt, entnommen aus [49] (Kap. 8.2)

$$M_T = \oint T \cdot r_{tD}(s) ds \qquad (2.49)$$

$$\text{bzw.: } M_T = T \cdot \oint r_{tD}(s) ds$$

Das Umlaufintegral in Gl. (2.50) kann als das Doppelte der von den Kräften umschlossenen Fläche der Profilmittellinie  $A_k$  ausgedrückt werden.

$$\oint r_{TD}(s) ds = 2 \cdot A_k \quad (2.50)$$

$$\text{bzw.: } A_k = \frac{1}{2} \cdot \oint r_{TD}(s) ds$$

Setzt man Gl. (2.50) in Gl. (2.49) ein und stellt nach dem Schubfluss  $T$  um, kann bei geschlossenen Querschnitten der Schubfluss durch die 1. *Bredt'sche* Formel Gl. (2.51) beschrieben werden. Es wird davon ausgegangen, dass sowohl der Schubfluss über den Umfang konstant verläuft, als auch die Schubspannung  $\tau_x(s)$  über die Querschnittsdicke in jedem beliebigen Schnitt entlang des Umfanges konstant ist (Abbildung 2-28).

$$1. \text{ Bredt'sche Formel: } T = \frac{M_T}{2 \cdot A_k} = \text{const.} \quad (2.51)$$

mit

$T$  – konstanter Schubfluss [Kraft/Längeneinheit]

$A_k$  – von der Profilmittellinie umschlossene Fläche nach Gl. (2.76)

beim Rechteckquerschnitt:  $A_k = b_k \cdot h_k$

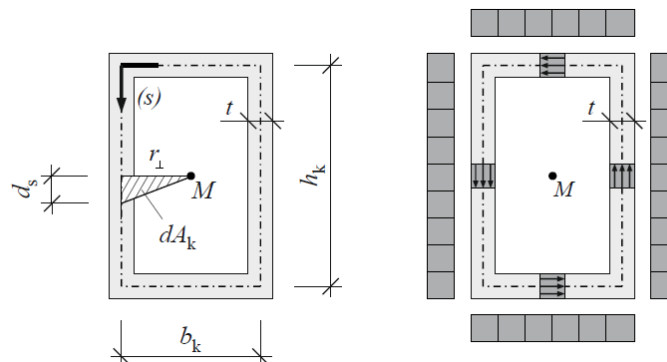


Abbildung 2-28: links: Ermittlung der umschlossenen Fläche  $A_m$  über die Integration des Hebelarms zum Schubmittelpunkt, rechts: Verteilung der Schubspannungen entlang des Umfangs

Die Schubspannung  $\tau_x(s)$  wird durch eine Division des Schubflusses  $T$  mit der Wanddicke  $t$ , bzw. bei einer veränderlichen Wanddicke  $t(s)$ , ermittelt (Gl. (2.52)). Da der Schubfluss  $T$  konstant ist, treten die maximalen Schubspannungen an der schmalsten Wanddicke  $t(s)$  entlang des Hohlkastenumfanges auf.

$$\tau_x(s) = \frac{T}{t} = \frac{M_T}{2 \cdot A_k \cdot t(s)} \quad (2.52)$$

Des Weiteren kann durch den Vergleich der inneren und äußeren Arbeit das Torsionsträgheitsmoment mit Gl. (2.53) ermittelt werden. Diese Gleichung wird als die 2. *Bredt'sche* Formel bezeichnet.

$$2. \text{ Bredt'sche Formel: } I_T = \frac{4 \cdot A_k^2}{\oint \frac{1}{t} ds} \quad (2.53)$$

Übertragen auf einen Rechteckquerschnitt mit einer konstanten Wanddicke  $t_{ef}$  kann das Torsionsträgheitsmoment nach der 2. *Bredt'schen* Formel durch die Gl. (2.54) berechnet werden. Eine Beschreibung der unterschiedlichen Ansätze für  $t_{ef}$  wird in Kapitel 2.4.8 vorgenommen.

$$\text{2. Bredt'sche Formel:} \quad I_T = \frac{4 \cdot A_k^2}{1/t_{ef} \cdot u_k} \quad (2.54)$$

#### 2.4.6 Zustand II - Kraftumlagerung in ein räumliches Fachwerk

Die umlaufenden Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  unter reiner Torsionseinwirkung am unbewehrten Balken verlaufen in einem Winkel von  $45^\circ$ . Die Hauptspannungen für den ebenen Spannungszustand in Gl. (2.55) und Gl. (2.56) entsprechen großenteils den Schubspannungen infolge der Torsion  $\tau_T$ .

$$\text{Hauptzugspannung:} \quad \sigma_1 = \frac{\sigma_x}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_T^2} = \tau_T \quad \text{mit } \sigma_x = 0 \quad (2.55)$$

$$\text{Hauptdruckspannung:} \quad \sigma_2 = \frac{\sigma_x}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_T^2} = -\tau_T \quad \text{mit } \sigma_x = 0 \quad (2.56)$$

Bei Überschreitung der Betonzugfestigkeit kommt es zur Rissbildung senkrecht zur Hauptzugspannung und damit parallel zur Hauptdruckspannung. Am unbewehrten Balken kann die Zugkraft nicht umgelagert werden und nach fehlendem innerem Gleichgewicht kommt es kurz nach der Rissbildung zum Versagen. Steht eine Bewehrung zur Verfügung, so kann die Kraft der gerissenen Zugstrebe in die Bewehrung umgelagert werden. Beim fortschreitenden Übergang in den Zustand II bildet sich ein räumliches Fachwerk mit geneigten Druck- und Zugstreben aus. In den Eckknoten werden die Druckstreben umgelenkt, sodass die Bügel- und die Längsbewehrung aus Gleichgewichtsgründen die Zugkräfte am gerissenen Balken übernehmen. Abbildung 2-29 stellt das räumliche Fachwerkmodell des gerissenen Stahlbetonquerschnitts unter reiner Torsionseinwirkung dar. In zahlreichen experimentellen Arbeiten, wie unter anderem in [104], [52], [56], [58] und [92], konnten die Richtung des Torsionsschubs sowie die Lastumlagerung in das räumliche Fachwerk verifiziert werden.

## 2.4 - Tragverhalten unter reiner Torsionsbeanspruchung-T

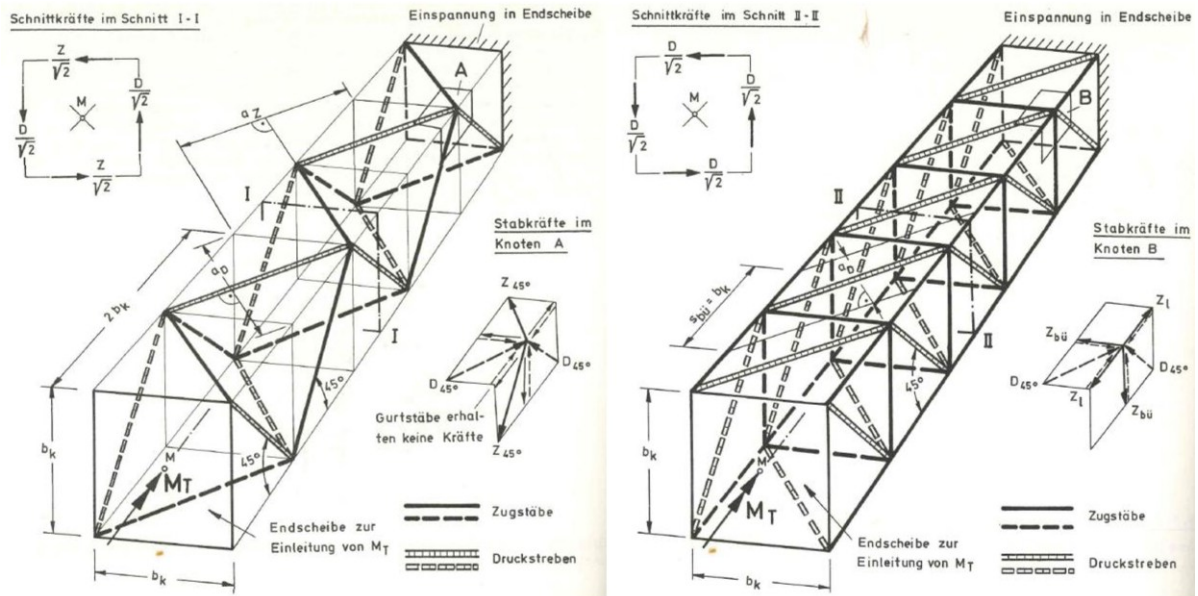


Abbildung 2-29: Räumliches Fachwerk bei reiner Torsion, links: Torsionsbewehrung kongruent zur Hauptzugspannung, rechts: Torsionsbewehrung mit 90°-Bügel, entnommen aus [55]

Wie in Abbildung 2-29 (links) dargestellt, beteiligt sich die innenliegende Bewehrung im Zustand I nicht an dem Lastabtrag. Erst mit dem Übergang in den Zustand II (Abbildung 2-29 rechts) muss ein neues Kräftegleichgewicht gefunden werden. Analog zum Querkraftlastabtrag im Zustand II übernimmt die Bewehrung die Zugkomponente. Wie die Versuche von *Lampert* in [53] zeigen, ähnelt der Lastabtrag eines gedrungenen Querschnitts im Zustand II einem Hohlkastenquerschnitt, in dem der mittlere Kern bei reiner Torsion nahezu spannungsfrei bleibt (siehe Abbildung 2-30).

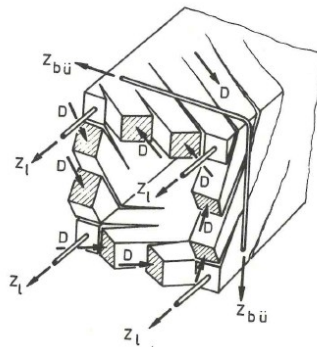


Abbildung 2-30: Modell für einen gerissenen Vollquerschnitt bei reiner Torsion nach *Wilhelm Fuchssteiner* [29].

Die umlaufenden Druckstreben verlaufen näherungsweise nach dem *Bredt'schem* Modell am Querschnittsrand und haben einen Wirkungsbereich in der unmittelbaren Umgebung der Bewehrung. Es gilt die Annahme einer über die Wanddicke konstanten Schubspannungsverteilung. Die Wirkungslinien der Schubspannung verlaufen durch den Schwerpunkt der Längsbewehrung. Die Dicke der Druckstrebe ist somit durch die Lage der Längsstäbe definiert.

### 2.4.7 Ermittlung der Strebenkräfte

Die Idealisierung des Vollquerschnitts auf einen fiktiven Hohlkastenquerschnitt bewirkt, dass die umlaufende Schubspannung mit einem hyperbolischen Verlauf in einen über die Wanddicke  $t_{ef}$  konstanten Schubfluss übergeht. Der gerissene Zustand II kann somit näherungsweise mit der *Bredt'schen* Torsionstheorie beschrieben werden (Abbildung 2-31). Die Schubkräfte des konstanten Schubflusses in den Seitenwänden stehen dabei über die Winkelverhältnisse mit der Bewehrung und der Betondruckstrebe im Gleichgewicht. Bei der normativen Bestimmung der Bewehrung gemäß DIN EN 1992-2/NA [17] werden keine unmittelbaren Schubspannungen, sondern direkte Zugkräfte ausgehend aus dem Schubfluss berechnet. An einem herausgeschnittenen Teil der Seitenwand des fiktiven Hohlkastens kann ein Kräftegleichgewicht aufgestellt werden (Abbildung 2-32).

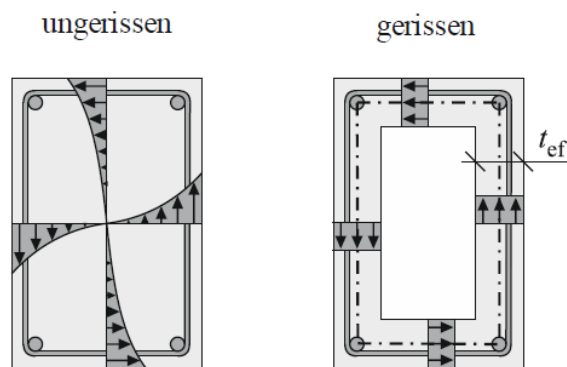


Abbildung 2-31: Umlaufender Schubfluss infolge reiner Torsion am ungerissenen und gerissenen Querschnitt, in Anlehnung an [55] entnommen aus [72]

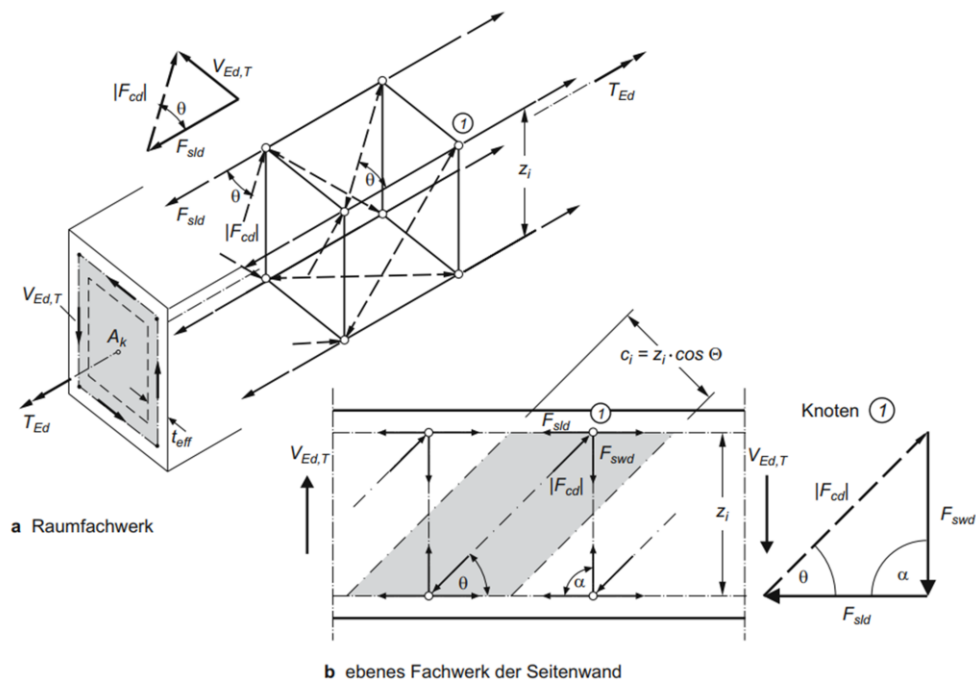


Abbildung 2-32: Kräftegleichgewicht in der Schubwand des fiktiven Hohlkastens, entnommen aus [105]

Wird der Schubfluss in der Seitenwand auf die Wirkungslänge des inneren Hebelarms  $z$  bezogen, kann die einwirkende Schubkraft infolge Torsion  $V_T$  gemäß Gl. (2.57) bestimmt werden.

$$V_T = T \cdot z \quad (2.57)$$

Zur Bildung des Gleichgewichts wird die Schubkraft durch die Knotenkräfte  $F_{sw}$  - Bügelbewehrung,  $F_{sl}$  - Längsbewehrung sowie  $F_c$  - diagonale Betondruckstrebe aufgenommen. Somit können nachfolgende Beziehungen für die Zug- und Druckstreben aufgestellt werden.

$$\text{Vertikale Zugstrebe:} \quad F_{sw} = V_T = T \cdot z \quad (2.58)$$

$$\text{Horizontale Zugstrebe:} \quad F_{sl} = V_T \cdot \cot\theta = T \cdot z \cdot \cot\theta \quad (2.59)$$

$$\text{Betondruckstrebe} \quad F_c = \frac{V_T}{\sin\theta} = T \cdot z \cdot \frac{1}{\sin\theta} \quad (2.60)$$

Das Torsionsmoment  $T$  in den Bestimmungsgleichungen kann durch die 1. *Bredt'sche* Formel nach Gl. (2.51) erweitert werden.

$$\text{Vertikale Zugstrebe:} \quad F_{sw} = \frac{M_T}{2 \cdot A_k} \cdot z \quad (2.61)$$

$$\text{Horizontale Zugstrebe:} \quad F_{sl} = \frac{M_T}{2 \cdot A_k} \cdot z \cdot \cot\theta \quad (2.62)$$

$$\text{Betondruckstrebe} \quad F_c = \frac{M_T}{2 \cdot A_k} \cdot z \cdot \frac{1}{\sin\theta} \quad (2.63)$$

Die Strebenkräfte der linken Seiten werden auf die auftretenden Spannungen bezogen. Die Bügelzugkraft  $F_{sw}$  wird über die projizierte Schnittlänge der geneigten Druckstrebe  $u_k \cdot \cot\theta$  verteilt. Somit hängt die aufnehmbare Bügelkraft mit dem gewählten Bügelabstand  $s_w$  zusammen. Die Längszugkraft  $F_{sl}$  steht stellvertretend für alle Längsstäbe entlang des Umfangs  $u_k$  und soll daher gleichmäßig über den Umfang verteilt werden. Die Betondruckstrebe hat eine Breite von  $u_k \cdot \cos\theta$  und wird über die Tiefe des fiktiven Hohlkastens  $t_{ef}$  aufgenommen. Darüber hinaus erfolgt eine Abminderung der wirksamen Druckfestigkeit der unter Querzugspannungen stehenden Druckstrebe mit dem Abminderungsfaktor  $\nu$ .

$$F_{sw} = \frac{A_{sw} \cdot \sigma_{sw}}{s_w} \cdot z \cdot \cot\theta \rightarrow \frac{A_{sw} \cdot \sigma_{sw}}{s_w} = \frac{M_T}{2 \cdot A_k \cdot \cot\theta} \quad (2.64)$$

$$F_{sl} = A_{sl} \cdot \sigma_{sl} \rightarrow A_{sl} \cdot \sigma_{sl} = \frac{M_T}{2 \cdot A_k} \cdot z \cdot \cot\theta \quad (2.65)$$

$$F_c = \nu \cdot \sigma_c \cdot t_{ef} \cdot z \cdot \cos\theta \rightarrow \nu \cdot \sigma_c \cdot t_{ef} \cdot \cos\theta = \frac{M_T}{2 \cdot A_k} \cdot \frac{1}{\sin\theta} \quad (2.66)$$

Unter der Annahme, dass die Zugstreben mit  $\sigma_s = f_y$  die volle Streckgrenze und die Druckstreben die volle Betondruckfestigkeit  $\sigma_c = f_c$  erreichen, können die Gleichungen nach der maximalen

Torsionstragfähigkeit umgestellt werden. In dieser Form finden sich die Gleichungen (2.67) bis (2.69) im aktuell gültigen DIN EN 1992-2/ NA [17] wieder.

$$\frac{A_{sw}}{s_w} = \frac{M_T}{f_{y,sw} \cdot 2 \cdot A_k \cdot \cot\theta} \quad T_{sw} = \frac{A_{sw}}{s_w} \cdot f_{y,sw} \cdot 2 \cdot A_k \cdot \cot\theta \quad (2.67)$$

$$A_{sl} = \frac{M_T}{f_{y,sl} \cdot 2 \cdot A_k \cdot \tan\theta} \cdot z \quad T_{sl} = \frac{A_{sl}}{u_k} \cdot f_{y,sl} \cdot 2 \cdot A_k \cdot \tan\theta \quad (2.68)$$

$$T_c = \frac{\nu \cdot f_c \cdot 2 \cdot A_k \cdot t_{ef}}{\cot\theta + \tan\theta} \quad (2.69)$$

#### 2.4.8 Ansatz der effektiven Wanddicke $t_{ef}$ im Vollquerschnitt

Zur Bestimmung der effektiven Schubwanddicke  $t_{ef}$  liegen unterschiedliche normative Ansätze vor, die teilweise erheblich voneinander abweichen. Der Größenwert  $t_{ef}$  hat eine Auswirkung auf die Fläche  $A_k$  und die Höhe des Torsionswiderstandes der Betondruckstrebe  $T_{Rd,max}$ . Nachfolgend werden fünf ausgewählte Ansätze vorgestellt.

##### 1) DIN 4227-1:1988 [14]:

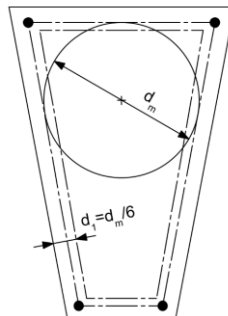


Abbildung 2-33: Definition der effektiven Wanddicke  $t_{ef}$  nach DIN 4227-1:1988, entnommen aus [14]

Die effektive Wanddicke wird über den Durchmesser des in den Mittellinien, die durch die Lage der Eckstäbe definiert sind, eingebetteten Kreises an der breitesten Querschnittsstelle definiert (Abbildung 2-33). Mit der Vergrößerung der äußeren Querschnittsabmessungen, vergrößert sich gemäß Gl. (2.70) auch die effektive Wanddicke.

$$t_{ef,DIN4227} \leq \frac{d_m}{6} \quad (2.70)$$

2) Model Code 1990 [9]:

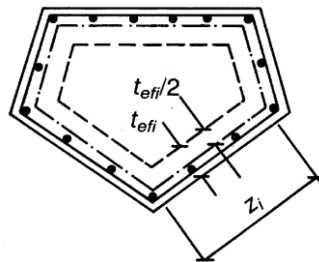


Abbildung 2-34: Definition der effektiven Wanddicke  $t_{ef}$  nach Model Code 1990, entnommen aus [9]

Als erste Näherung der effektiven Wanddicke wird das Verhältnis  $A/u$  angenommen. Die obere Grenze bildet der doppelte Abstand zwischen der Außenfläche und der Achse der Längsbewehrung, was einen festen und von den äußeren Querschnittsabmessungen unabhängigen Wert darstellt, Gl. (2.71). Die untere Grenze hingegen hängt stark von den Querschnittsabmessungen ab.

$$t_{ef,MC1990} = \frac{A}{u} \leq 2 \cdot \left( c_{nom} + \phi_{Bü} + \frac{1}{2} \phi_L \right) \quad (2.71)$$

mit  $A$  – Querschnittsfläche

$u$  – Umfang entlang der Querschnittsgrenzen

3) Model Code 2010 [27]:

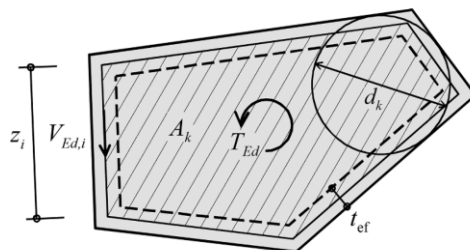
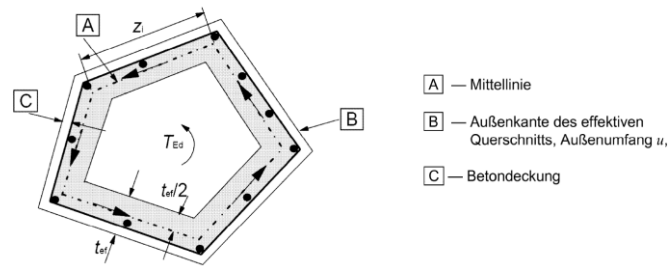


Abbildung 2-35: Definition der effektiven Wanddicke  $t_{ef}$  nach Model Code 2010, entnommen aus [27]

Nach dem Model Code 2010 wird die effektive Wanddicke über den Durchmesser des in die Außenflächen eingebetteten Kreises an der schmalsten Querschnittsstelle definiert. Bei einem Rechteckquerschnitt entspricht der Kreisdurchmesser  $d_k$  der schmalen Rechteckseite. Anders als bei Model Code 1990 wird die untere Grenze als der doppelte Abstand der Entfernung zwischen der Außenfläche und der Achse der Längsbewehrung definiert. Auch hier ist eine Abhängigkeit der effektiven Wanddicke  $t_{ef}$  von den äußeren Querschnittsabmessungen zu beobachten.

$$t_{ef,MC2010} = \frac{d_k}{8} \geq 2 \cdot \left( c_{nom} + \phi_{Bü} + \frac{1}{2} \phi_L \right) \quad (2.72)$$

## 4) DIN EN 1992-2 [18] bzw. DIN EN 1992-1-1 [16]:

Abbildung 2-36: Definition der effektiven Wanddicke  $t_{ef}$  nach DIN EN 1992-2, entnommen aus [16]

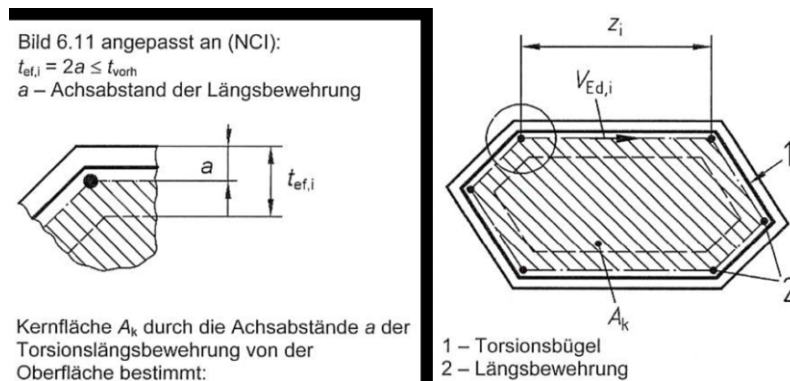
Nach DIN EN 1992-2 darf die effektive Wanddicke ähnlich wie nach Model Code 1990 zu  $A/u$  angenommen werden, jedoch darf diese nicht kleiner sein als der doppelte Abstand von der Außenfläche bis zur Mittellinie der Längsbewehrung (Normtext aus [16]). Somit bildet das Verhältnis  $A/u$  die obere Grenze ab.

$$t_{ef, \text{DIN EN 1992-2}} = \frac{A}{u} \geq 2 \cdot \left( c_{\text{nom}} + \phi_{\text{Bü}} + \frac{1}{2} \phi_{\text{L}} \right) \quad (2.73)$$

mit  $A$  – Querschnittsfläche

$u$  – Außenumfang des Querschnitts

## 5) DIN EN 1992-2/ NA [17]:

Abbildung 2-37: Definition der effektiven Wanddicke  $t_{ef}$  nach DIN EN 1992-2/ NA, entnommen aus [17]

Nach der aktuellen deutschen Bemessungsnorm im Brückenbau, DIN EN 1992-2/ NA, wird die effektive Wanddicke als der doppelte Abstand der Entfernung zwischen der Außenfläche und der Achse der Längsbewehrung definiert und entspricht der Definition nach Model Code 2010. Die effektive Wanddicke ist ausschließlich von der Lage der Längsbewehrung abhängig und somit nicht von den äußeren Querschnittsabmessungen, wie es bei den oben beschriebenen Vorgehensweisen der Fall war.

$$t_{ef, \text{DIN EN 1992-2;NA}} = 2 \cdot \left( c_{\text{nom}} + \phi_{\text{Bü}} + \frac{1}{2} \phi_{\text{L}} \right) \quad (2.74)$$

**Vergleich der Ermittlung des Torsionsträgheitsmoments,  $I_{T, St.Venant}$  und  $I_{T, Bredt}$**

Die Ermittlung des Torsionsträgheitsmoments im ungerissenen Zustand I kann sowohl nach dem Modell von *St. Venant* als auch nach dem Modell von *Bredt* durchgeführt werden. Das zweitgenannte Verfahren hängt stark mit dem Ansatz der effektiven Wanddicke des Ersatzhohlkastenquerschnitts zusammen. Zur Visualisierung der Modellunterschiede wurde an einem Rechteckquerschnitt mit einer Breite  $b = 35$  cm und einer variablen Querschnittshöhe  $h = 30-90$  cm die Ermittlung des Torsionsträgheitsmoments  $I_T$  durchgeführt und ein mittlerer Korrekturfaktor  $\kappa_m$  mit  $\kappa_m = I_{T, St.Venant} / I_{T, Bredt}$  zur Beschreibung der Modellunterschiede ermittelt.

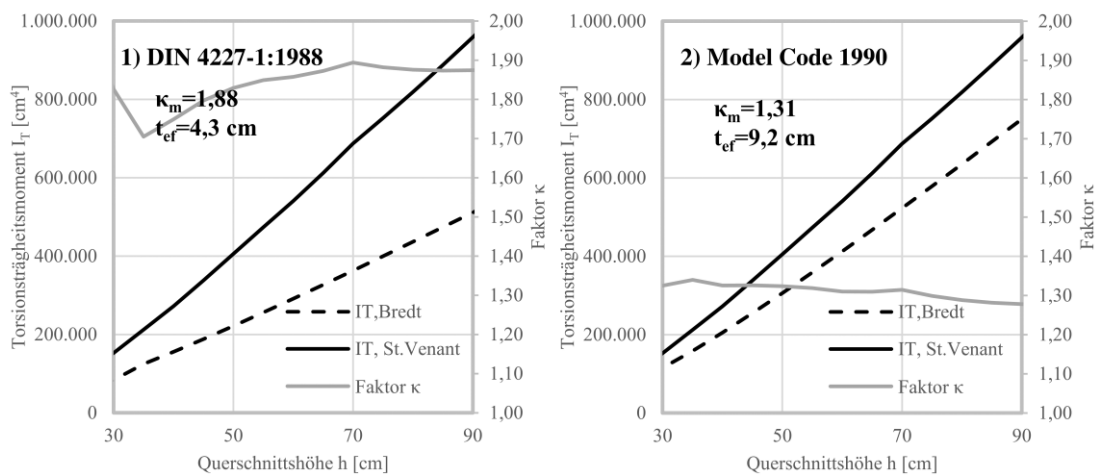


Abbildung 2-38: Vergleich der Ermittlung des Torsionsträgheitsmoments  $I_T$  nach DIN 4227-1:1988 und Model Code 1990

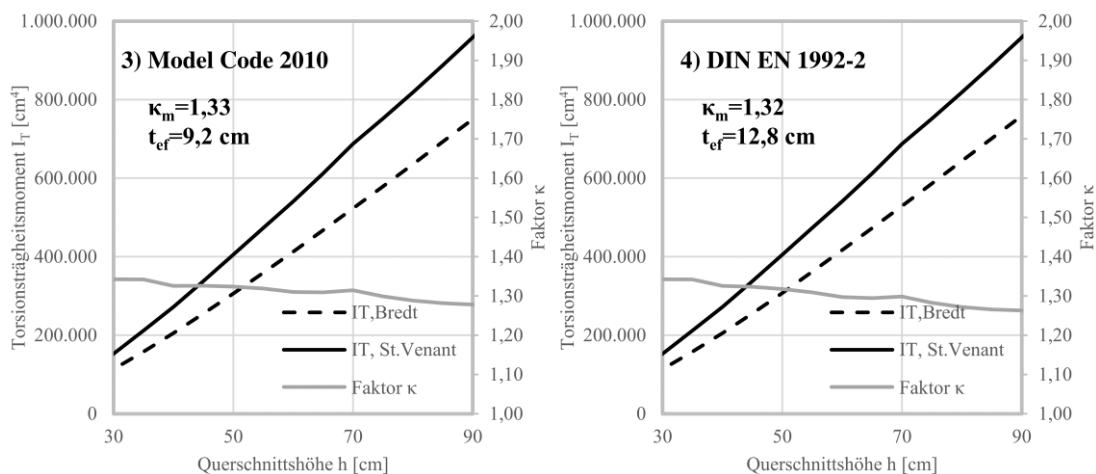


Abbildung 2-39: Vergleich der Ermittlung des Torsionsträgheitsmoments  $I_T$  nach Model Code 2010 und DIN EN 1992-2

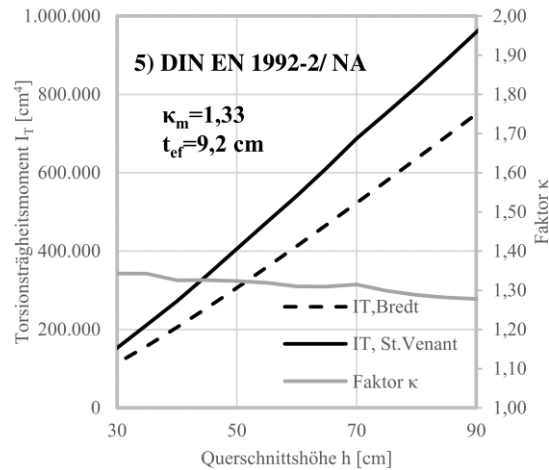


Abbildung 2-40: Ermittlung des Torsionsträgheitsmoments  $I_T$  nach DIN EN 1992-2/ NA

Wie in Abbildung 2-38 bis Abbildung 2-40 dargestellt, unterscheidet sich die Ermittlung des Torsionsträgheitsmoments für die gewählten Querschnittsabmessungen nicht signifikant voneinander. Darüber hinaus konnte ein Korrekturfaktor  $\kappa_m$  ermittelt werden, der die Modellunterschiede nach *Bredt* und *St. Venant* beschreibt. Im Mittel der untersuchten Querschnittsabmessungen beträgt der Korrekturfaktor  $\kappa_m = 1,30$ . Da dem Torsionsschub im Zustand I die volle Querschnittsfläche zur Verfügung steht, soll die Ermittlung der Torsionssteifigkeit  $GI_T$  nach *St. Venant* mit Gl. (2.44) erfolgen. Alternativ kann die Ermittlung mittels des wesentlich einfacheren Verfahrens nach *Bredt* unter einer Berücksichtigung des Korrekturfaktors  $\kappa_m$  erfolgen, was allerdings von der normativen Auslegung der effektiven Wanddicke abhängt.

#### 2.4.9 Mitwirkung der Gurtplatte bei reiner Torsion

Zur Beantwortung der ersten Forschungsfrage aus Kapitel 1 wird die Mitwirkung der Gurtplatte bei reiner Torsion mithilfe theoretischer Methoden untersucht.

Bei Plattenbalkenbrücken wurden die Stege monolithisch mit der Platte verbunden. Aus konstruktiven Gründen werden in den Auflagerbereichen häufig Querträger eingebaut, die als Einspannung für die Längsbalken dienen. Dabei wurden die Plattenstege sowohl kopfseitig durch die Fahrbahnplatte als auch am Rand durch den Querträger gehalten. Darüber hinaus wurden auch Brücken nach *Homberg* mit hohen, schmalen Stegen gebaut, die lediglich einen Endquerträger aufwiesen.

Die Ermittlung des Torsionswiderstandes nach DIN EN 1992-2/ NA [17] erfolgt auf der sicheren Seite und berücksichtigt, wie bereits in Kapitel 2.4.2 erläutert, ausschließlich die Stegabmessungen. Eine Lastumlagerung in die Platte wird dabei nicht berücksichtigt. Während dies bei Neubauten eine zusätzliche Sicherheitsreserve darstellt, führt es bei Brückennachrechnungen zu teilweise unwirtschaftlichen Ergebnissen. Die Einspannung des oberen Trägerrands durch die Platte verursacht eine Verdrehungsbehinderung infolge der Plattenbiegung. Dies aktiviert ein Rückstellmoment der Platte um den Anschlusspunkt, wodurch sich die Gurtplatte zwangsweise am Torsionslastabtrag beteiligt. *Eibl*

und *Ivanyi* haben in [23] und [24] die Torsionsbeanspruchung von Plattenbalkensystemen eingehend analysiert und an drei Versuchsträgern experimentell verifiziert. Dabei wurden zwei wesentliche Einflüsse aufgezeigt, die sich auf die Torsionstragfähigkeit von Plattenbalkensystemen auswirken:

- Einfluss der Endeinspannung
- Einfluss der horizontalen Biegesteifigkeit des Steges durch Aktivierung der Rückstellmomente

Die Abminderung der Torsionsmomente in der Nähe der Endeinspannung erfolgt durch die Berücksichtigung des Verhältnisses der Torsionssteifigkeit zu der horizontalen Biegesteifigkeit des Steges. Dabei wird die Mitwirkung der Gurtplatte noch nicht berücksichtigt.

$$\alpha = \frac{a}{d-h} \sqrt{\frac{GI_T}{EI_H}} \quad (2.75)$$

- mit
- $a$  – Plattenspannweite zwischen zwei Querträgern
  - $d$  – Steghöhe
  - $h$  – Plattenhöhe
  - $G$  – Schubmodul
  - $E$  – E-Modul
  - $I_T$  – Torsionsträgheitsmoment des Steges
  - $I_H$  – horizontaler Biegeträgheitsmoment des Steges

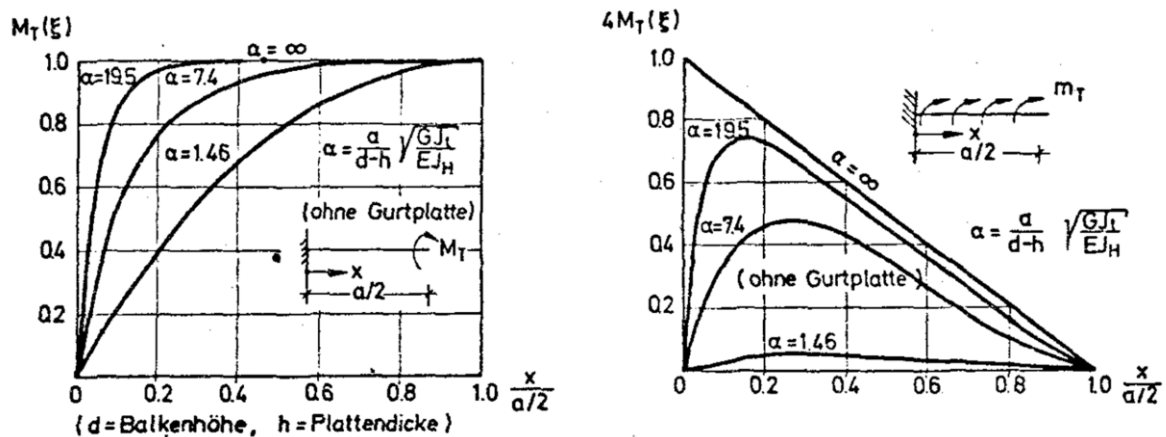


Abbildung 2-41: Abminderung des Torsionsmoments durch reine Berücksichtigung der Endeinspannung, entnommen aus [24]

*Eibl* und *Ivani* untersuchten in [24] statische Systeme unter zwei Lastfällen: ein Einzelmoment in Feldmitte  $M_T$  sowie ein konstantes Streckenmoment  $m_T$ . Die Ergebnisse, dargestellt in Abbildung 2-41, zeigen, dass das einwirkende Torsionsmoment ab einer bezogenen Trägerlänge von ca. 0,2 signifikant in Richtung der Einspannung abnimmt. An der Einspannstelle selbst reduziert sich das Torsionsmoment aufgrund der Modellannahmen auf null.

Der Anschluss der Gurtplatte an den Steg wird als biegesteif angenommen. Im ersten Schritt wird die Platte vom Steg gelenkig entkoppelt, sodass sich im Null-Zustand eine unabhängige Verdrehung  $\vartheta_0$

einstellt (Abbildung 2-42). Im gekoppelten Zustand wird anschließend mithilfe des Kraftgrößenverfahrens nach einem Rückstellmoment  $m_T$  gesucht, das die Relativverdrehung zwischen Steg und Platte auf null reduziert. Dadurch ergibt sich ein Verhältnis zwischen der Torsionssteifigkeit des Steges und der Biegesteifigkeit der Platte, das durch die Verhältniszahl  $\beta$  gemäß Gl. (2.76) beschrieben wird.

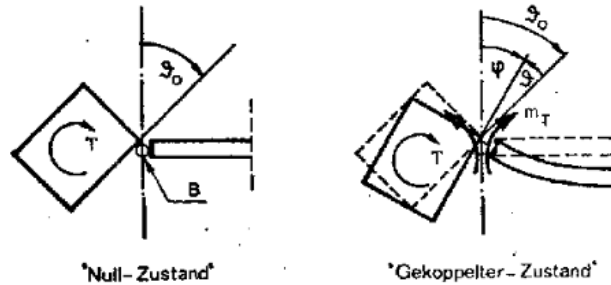


Abbildung 2-42: Platte – Steg Kopplung, entnommen aus [24]

$$\beta = \frac{I_T}{2 \cdot a \cdot I_{pl}} \tag{2.76}$$

mit  $a$  – Plattenspannweite zwischen zwei Querträgern

$I_T$  – Torsionssteifigkeit des Steges

$I_{pl}$  – Biegesteifigkeit der Platte

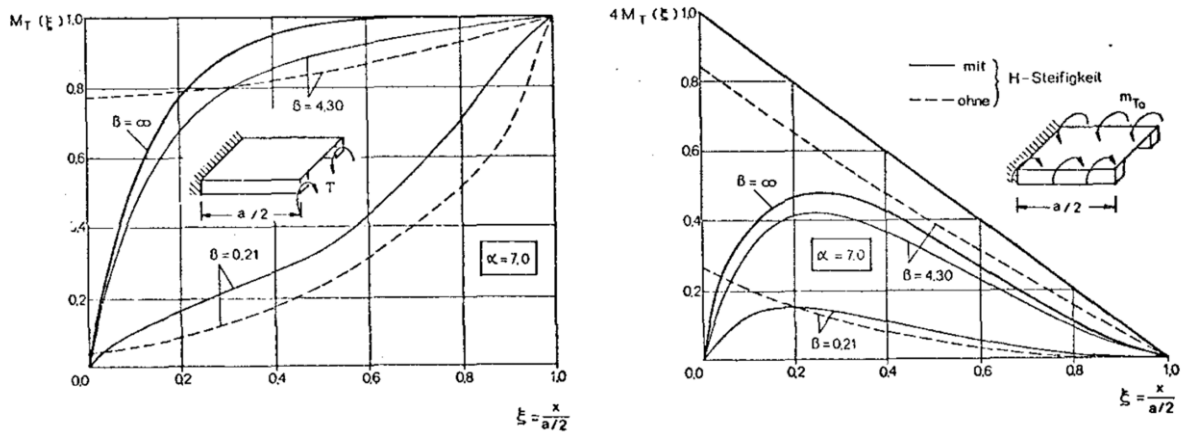


Abbildung 2-43: Abminderung des Torsionsmoments durch Berücksichtigung der Plattensteifigkeit, entnommen aus [24]

Abbildung 2-43 zeigt den Verlauf des bezogenen Balkentorsionsmoments für beide zuvor beschriebenen Lastfälle bei einem konstanten  $\alpha$ -Wert von  $\alpha = 7,0$  nach Gleichung (2.75). Der Momentenverlauf hängt, verglichen mit Abbildung 2-42, stärker von  $\beta$  als von  $\alpha$  ab. Auch bei einer Nichtberücksichtigung der horizontalen Biegesteifigkeit des Steges durch  $\alpha = \infty$  kann ein signifikanter Anteil des Torsionsmoments in die Gurtplatte umgelagert werden, vorausgesetzt, die Auslastung der Gurtplatte lässt eine Lastumlagerung zu.

Für die baupraktische Anwendbarkeit wurde ein Diagramm mit Angabe der Torsionsbeanspruchung am Balkenrand (Einspannstelle) vorgeschlagen, Abbildung 2-44.

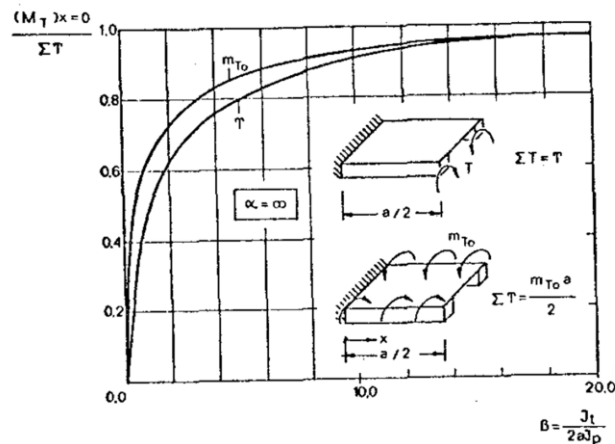


Abbildung 2-44: Abminderung des Torsionsmoments am Balkenrand in Abhängigkeit der Gurtsteifigkeit, entnommen aus [24]

### 2.4.10 Zusammenfassung

Der kritische Nachweisschnitt bei der Nachrechnung der Schubbewehrung wird in der Regel in einem Abstand von  $d$  (statische Nutzhöhe) bis  $2d$  vom Auflagerrand angeordnet. Der Schub infolge der zusätzlichen Torsionseinwirkung wird nicht ausschließlich über den Steg abgetragen, sondern kann zumindest teilweise im Nachweisbereich in die Gurtplatte eingeleitet werden, wie die Untersuchungen von *Eibl* und *Ivani* bestätigen. Dadurch wird die Mitwirkung der Gurtplatte in dem für den Nachweis der Schubbewehrung signifikanten Bereich berücksichtigt. Die Verteilung des Torsionsflusses richtet sich nach den lokalen Torsionssteifigkeiten der Querschnittsteile. Die Mitwirkung kann über das Verhältnis der Torsionssteifigkeit  $GI_T$  des Steges zu der Torsionssteifigkeit des Gesamtquerschnitts entsprechend dem theoretischen Ansatz aus Kapitel 2.4.4 rechnerisch berücksichtigt werden.

## 2.5 Tragverhalten unter kombinierter Beanspruchung aus M+V+T

### 2.5.1 Einführung in die kombinierte Beanspruchung aus M+V+T

Bei Plattenbalkenbrücken wirkt zusätzlich zum Biegemoment und zur Querkraft immer ein Torsionsmoment infolge einer exzentrischen Verkehrsbelastung sowie der Querverteilung durch die Fahrbahnplatte. Die tatsächliche Beanspruchung im Brückenbau entspricht einer kombinierten Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion, deren Lastkomponenten sich in den Zugstreben (Bügel- und Längsbewehrung) und in der diagonalen Druckstrebe (Beton) überlagern. Die Bemessung nach der aktuell gültigen Norm DIN EN 1992-2/NA erfolgt auf Basis der zuvor beschriebenen Fachwerkanalogie mit variabler Druckstrebenneigung.

Die Biegung wird ausschließlich durch das Kräftepaar des Druck- und Zuggurtes übernommen, wobei die Längsbewehrung bzw. die Spannglieder den Zuggurt darstellt. Infolge einer zusätzlichen Torsionsbelastung wird die Längszugkraft des räumlichen Fachwerks durch die Torsionslängsbewehrung übernommen, die nach DIN EN 1992-2/NA mit der Biegebewehrung superponiert werden muss. Tatsächlich entsteht eine Interaktion der Torsionslängszugkraft mit dem Kräftepaar aus der Biegebemessung. Eine nicht ausgelastete Längsbewehrung aus der Biegebemessung sowie nicht voll ausgelastete Spanngliedbereiche können einen Teil der Torsionslängszugkraft aufnehmen, was in der normativen Bemessung noch keine Berücksichtigung findet. *Maurer und Stakalies* entwickelten in [89] einen Vorschlag zur Berücksichtigung der Torsionslängszugkraft in der Biegebemessung, wodurch sich ein entlastender Effekt auf die erforderliche Torsionslängsbewehrung einstellt. Im Kapitel 3.2 wird auf diesen Vorschlag näher eingegangen.

Die Lastkomponenten aus Querkraft und Torsion werden unabhängig voneinander ermittelt. Dies erfolgt jedoch anhand der Berechnungsmodelle, die ursprünglich für reine Querkraft- bzw. reine Torsionsbeanspruchungen hergeleitet wurden. Die Bemessung wird durch den Nachweis der Überlagerung der vertikalen Zugstrebe (Bügelbewehrung) sowie der überlagerten Druckstrebe im maßgebendem Nachweisschnitt durchgeführt.

### 2.5.2 Überlagerung in der vertikalen Zugstrebe

Die Schubspannung infolge reiner Querkraft  $\tau_{Ed}^V$  ist nach unten gerichtet und gleichmäßig über die Querschnittsdicke  $b_w$  verteilt. Die umlaufende Schubspannung infolge reiner Torsion  $\tau_{Ed}^T$  hingegen wird als gleichmäßig über der effektiven Wanddicke des Ersatzhohlkastens  $t_{eff}$  verteilt aufgenommen. Die Schubspannungen überlagern sich in der Schubwand des Ersatzhohlkastens, sodass auf einer Wandseite eine Zunahme und auf der anderen Wandseite eine Entlastung der Schubspannung aufgrund des Torsionsanteils erfolgt (Abbildung 2-45). Die vertikale Zugstrebe wird nach dem räumlichen Fachwerkmodell vollständig von der Bügelbewehrung aufgenommen. Die Zugtragfähigkeit des Betons wird durch das Modell nicht berücksichtigt. Die erforderlichen Bügelbewehrungen infolge der Querkraft und Torsion werden superponiert.

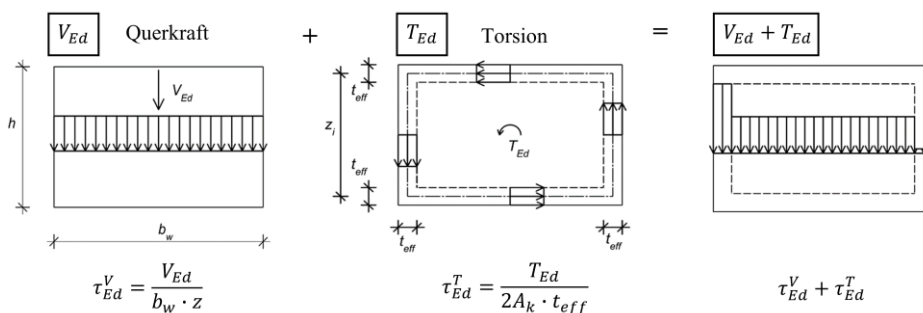


Abbildung 2-45: Überlagerung der Schubspannungen in der Zugstrebe infolge von Querkraft und Torsion

### 2.5.3 Überlagerung in der diagonalen Druckstrebe

Die Betondruckstrebe steht mit der Zugstrebe der Bügelbewehrung sowie der Zugstrebe der Längsbewehrung im Gleichgewicht. Eine zusätzliche Torsion bewirkt eine ungleichmäßige Verteilung der Schubkräfte in den gegenüberliegenden Schubwänden. Diese Differenz bewirkt eine unterschiedliche Neigung der Druckstreben in beiden Schubwänden. Die stärker belastete Schubwand hat eine wesentlich flachere Druckstrebenneigung als die schwächer belastete. Darüber hinaus resultiert aus dem räumlichen Fachwerkmodell eine Überlagerung der Druckstreben. Während die Druckstrebe infolge der Querkraft über die gesamte Querschnittsbreite  $b_w$  verteilt ist, verläuft eine diagonale Druckstrebe infolge der Torsion in der Schubwand des fiktiven Hohlkastens mit der Wanddicke  $t_{ef}$ . Die Überlagerung der beiden Druckstreben bewirkt eine komplexe Kraftverteilung mit einem nichtlinearen Zusammenhang, wie es u.a. durch *Lampert* in [52] auf Grundlage der Plastizitätsbedingungen gezeigt wurde. *Teutsch* und *Kordina* in [93] beobachteten, dass die Interaktion in der Druckzone sich proportional zur Intensität der einzelnen Schubflüsse verhält, was zur Annahme einer quadratischen Abhängigkeit führte, Gl. (2.77). Auf dieser Grundlage wurde eine quadratische Interaktionsbedingung für Biegung  $M$  und Torsion  $T$  entwickelt. An dieser Stelle soll lediglich verdeutlicht werden, dass die Wirkung des Biegemoments und der Torsion in der Interaktionsgleichung nicht gleichgewichtig behandelt wurde. Die Torsionseinwirkung wurde mit einem Faktor versehen, ohne weiter darauf einzugehen (siehe [52] und [93]).

$$\frac{M_u}{M_{Rm}} + \frac{1}{\kappa} \left( \frac{T_u}{T_{Rm}} \right)^2 = 1 \quad (2.77)$$

Der Ansatz der quadratischen Interaktionsbedingung wurde später auf die Kombination von der Querkraft  $V$  und der Torsion  $T$  ausgeweitet, da diese beiden Schnittgrößen ähnliche Mechanismen der Spannungsverteilung erzeugen. *Lüchinger* und *Thürlimann* gaben in [58] erstmalig die quadratische Interaktionsbedingung aus Biegung, Querkraft und Torsion in Gl. (2.78) an.

$$\left( \frac{V_u}{V_{Rm}} \right)^2 + \left( \frac{T_u}{T_{Rm}} \right)^2 = 1 + \frac{z_{fu}}{z_{fo}} \cdot \frac{M_u}{M_{Rm}} \quad (2.78)$$

Allerdings soll die Interaktionsbedingung das Fließen der Längsbewehrung beschreiben.

Die Untersuchungen von *Mark* [59] bestätigen die Komplexität der nicht-linearen Beziehung zwischen Biegung, Querkraft und Torsion bei Stahlbetonträgern. Die Wechselwirkung der räumlichen Schnittgrößen kann mit Interaktionsfaktoren berücksichtigt werden, die durch *Mark* nicht weiter spezifiziert werden.

Letztendlich findet sich die quadratische Interaktionsbedingung in der aktuellen Bemessungsnorm DIN EN 1992-2/NA [17] in bekannter Form wieder mit einer gleichwertigen Betrachtung der Lastkomponenten aus Querkraft und Torsion ohne Berücksichtigung von Interaktionsfaktoren, wie sie

von *Mark* vorgeschlagen wurden. In [17] wird zwischen den Voll- und Hohlkastenquerschnitten unterschieden. Während für Vollquerschnitte eine quadratische Interaktionsbedingung nach Gl. (2.79) angesetzt werden darf,

$$\left(\frac{V_u}{V_{Rd}}\right)^2 + \left(\frac{T_u}{T_{Rd}}\right)^2 = 1 \quad (2.79)$$

gilt für Hohlkastenquerschnitte eine strengere lineare Interaktionsbedingung gemäß Gl. (2.80):

$$\frac{V_u}{V_{Rd}} + \frac{T_u}{T_{Rd}} = 1 \quad (2.80)$$

Hierbei werden  $V_{Rm}$  und  $T_{Rm}$  gemäß Gln. (2.23) und (2.69) ermittelt.

#### 2.5.4 Zusammenfassung/ Diskussion

Bei einer Torsionsbeanspruchung unter einem Druckstrebenwinkel von ca.  $45^\circ$  kann von einer gleichmäßigen Beanspruchung der Bewehrung im Querschnitt ausgegangen werden. Dabei verteilen sich die resultierenden Zugkräfte gleichmäßig auf die horizontale und vertikale Bewehrung, sodass sowohl die Längs- als auch die Querbewehrung gleichzeitig die Streckgrenze erreicht, was als Bemessungsgrundlage für den Torsionsnachweis nach der Plastizitätstheorie dient. Das zeigt sich an der vollen Ausnutzung der Streckgrenzen der Bewehrungen in den Gleichungen (2.64) und (2.65). Die gleichen Bedingungen gelten auch bei der Bemessung der Querkraftbewehrung (Gleichung (2.20)).

Bei einer Überlagerung von Torsion und Querkraft sowie einer Vorspannkraft bleibt der ursprünglich über die Breite des Querschnitts symmetrische Spannungszustand nicht erhalten. Die ursprünglich unter einem Winkel von  $45^\circ$  verlaufenden Druckstreben neigen sich abhängig vom Verhältnis der Torsion- zur Querkraft in Richtung der dominanten Beanspruchungskomponente, wobei bei Plattenbalkenbrücken typischerweise die Querkraftbeanspruchung dominiert. Die Bemessung bei kombinierter Beanspruchung erfolgt durch die Addition beider Tragfähigkeiten aus der ermittelten Bewehrungsmenge. Eine rein additive Behandlung der Traganteile aus Querkraft und Torsion vernachlässigt jedoch die mechanische Wechselwirkung beider Beanspruchungen innerhalb des Querschnitts. Da beide Schnittgrößen denselben Bereich des Bauteils beanspruchen, kommt es zu einer Überlagerung der Spannungsfelder und einer Mehrfachbeanspruchung der Bewehrung. Dies führt zu einer Veränderung der Druckstrebenneigung. Eine gleichzeitige Ausnutzung der vollen Fließgrenze bei der Torsions- und Querkraftbewehrung auf beiden Stegseiten erscheint unter den beschriebenen Umständen als nicht realistisch, was zu Tragfähigkeitsreserven in der Bewehrung führt.

Infolgedessen kann die vereinfachte additive Superposition der Traganteile der Torsions- und Querkraftbewehrung zu einer systematischen Unterschätzung der tatsächlichen Querkrafttragfähigkeit führen.

## 2.6 Druck und Querzug

### 2.6.1 Zweiaxiale Beanspruchung

Zur Beantwortung der zweiten Forschungsfrage soll die Herleitung des Abminderungsfaktors für die Betondruckfestigkeit erarbeitet werden.

Für die realitätsnahe Bemessung von Stahlbetonbauteilen sind genaue Angaben zu den Materialfestigkeiten von Beton und Stahl erforderlich. Diese Parameter werden überwiegend aus einaxialen Materialversuchen gewonnen. In der Praxis unterliegen Stahlbetonbauteile jedoch meist mehraxialen Spannungszuständen, bei denen ein Bruchversagen durch Überschreitung der mehraxialen Festigkeit eintritt. *Kupfer* [48] führte umfangreiche Versuche mit ebenen Spannungszuständen an unbewehrten Betonscheiben mit drei verschiedenen Betonklassen durch. Aus diesen Ergebnissen konnte ein Umrechnungsfaktor der einaxialen zur zweiaxialen Betondruckfestigkeit abgeleitet werden. In Abbildung 2-46 ist die Umhüllende aller Versuche von *Kupfer* dargestellt. Dabei lassen sich die Ergebnisse in zwei signifikante Bereiche unterteilen: den Druck-Druck-Bereich und den Druck-Zug-Bereich. Im Druck-Druck-Bereich zeigte sich eine Erhöhung der einaxialen Druckfestigkeit um bis zu 25 %, die weitgehend unabhängig von der Betongüte ist (Abbildung 2-46, Teilbild (a)). Im Druck-Zug-Bereich hingegen trat erwartungsgemäß eine deutliche Reduktion der Betondruckfestigkeit auf. Mit zunehmender Betongüte verringert sich die Reduktion der Betondruckfestigkeit in Bezug auf die gleichzeitig auftretende Zugbeanspruchung [48] (Abbildung 2-46, Teilbild (b)).

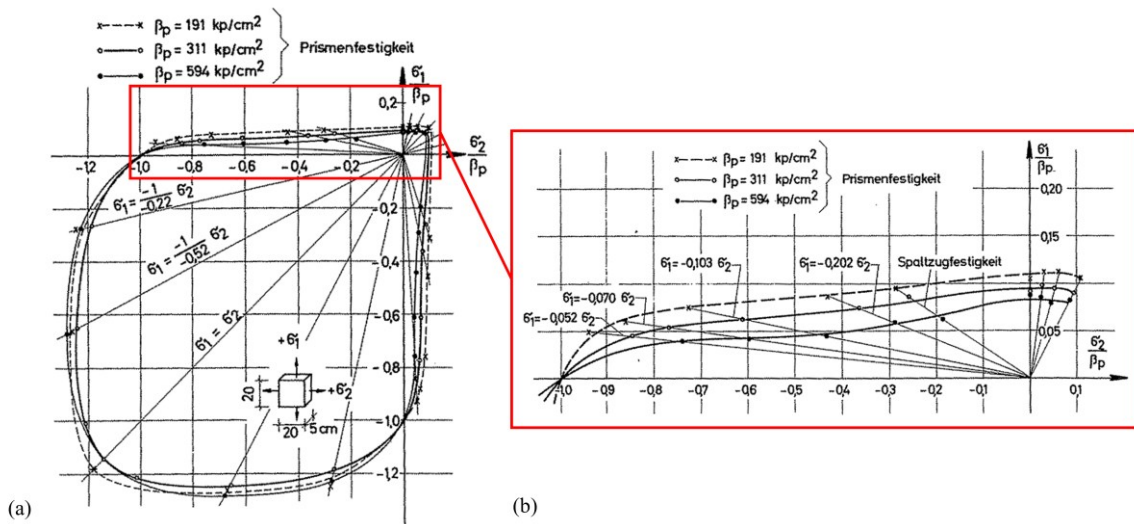


Abbildung 2-46: Betondruckfestigkeit unter zweiaxialer Beanspruchung nach *Kupfer*, entnommen aus [48]

Neben *Kupfer* wurde in den vergangenen Jahrzehnten eine Vielzahl an Untersuchungen zur Abminderung der Betondruckfestigkeit im Druck-Zug-Bereich durchgeführt [25, 26, 85, 98, 99]. Aufgrund unterschiedlicher Versuchsaufbauten lieferten diese Studien zum Teil widersprüchliche Ergebnisse. Bei Stahlbeton erfolgt eine Einleitung von Zugspannung durch die Dehnung der eingebetteten Bewehrung. Nach dem Erreichen des Zustands II kann die Druckspannung über die Risse

hinweg weiterhin übertragen werden. Die Abminderung der Betondruckfestigkeit bei gleichzeitigem Querzug wird von verschiedenen Parametern beeinflusst, wie etwa den Rissbreiten, den Rissabständen sowie der Betongüte. Ein feines Rissbild, das durch die Verwendung dünner Stabdurchmesser begünstigt wird, führt zur gleichmäßigen Verteilung der Risse und zur Begrenzung der Rissbreiten. Querzug und Risse haben im Hinblick auf die Betondruckfestigkeit im Druck-Zug-Bereich eine festigkeitsmindernde Wirkung [25].

Das üblicherweise unregelmäßige und nicht genau parallel verlaufende Rissbild führt zur Entstehung von Druckstreben variierender Breite mit ungleichmäßigen Begrenzungen. Mit zunehmender Rissöffnung reduzieren sich zudem die über die Rissflächen übertragenen Verzahnungskräfte, wodurch der Lastabtrag innerhalb der Druckstreben ungünstig beeinflusst wird. Gleichzeitig entsteht durch den Verbund zwischen Beton und Bügelbewehrung in den Druckstreben eine zusätzliche Zugbeanspruchung quer zur Hauptdruckrichtung, die sich ungünstig auf das Tragverhalten auswirkt.

Somit ist die Druckfestigkeit der Betondruckstreben nicht allein als reiner Materialkennwert zu betrachten, sondern wird maßgeblich durch die bestehenden Randbedingungen und die begleitenden Beanspruchungen beeinflusst. Bei schwach bewehrten Stegen mit einem geringen Bügelbewehrungsgrad, der unter der heutigen Mindestbewehrung liegt, ist tendenziell eine stärkere Abminderung der Betondruckfestigkeit  $f_{cd,eff} = \nu \cdot f_{cd}$  zu berücksichtigen.

### 2.6.2 Sekundäres Betonversagen

Ein weiterer beobachteter Effekt der Untersuchungen war die Abspaltung des Betons unter gleichzeitiger Querzugbeanspruchung in Verbindung mit dem Fließen der Bewehrung. Übertragen auf Plattenbalkenquerschnitte besteht insbesondere bei hoch beanspruchter Bügelbewehrung die Gefahr eines Abplatzens der Betondeckung. Bei besonders schmalen Stegen, wie sie in *Homburg*-Querschnitten vorkommen, kann dies zu einem abrupten Versagen der Betondruckzone führen.

Zusammenfassend lassen sich beim Erreichen der Versuchstraglast eines zweiachsig auf Druck und Querzug beanspruchten Stahlbetonquerschnitts drei Versagensarten unterscheiden [35]:

- **Zugversagen infolge Fließens der Bewehrung.** Hierbei handelt es sich um ein duktiles Versagen, das sich durch die Bildung breiter Risse ankündigt.
- Sprödes Druckversagen infolge von Betondruckbruch, bevor die Bewehrung die Fließgrenze erreicht (**primärer Betondruckbruch**). Tritt typischerweise bei hohem Bügelbewehrungsgrad auf.
- Bruch durch Versagen des Betons auf Druck, induziert nach starker Fließverformung der Bewehrung (**sekundärer Betondruckbruch**). Je nach Ausmaß der Fließverformung kommt es zu einer ausgeprägten Rissbildung hinsichtlich Rissabstand und Rissbreite. Tritt typischerweise bei geringen Bügelbewehrungsgraden auf.

### 2.6.3 Zusammenfassung

Die Betondruckfestigkeit wird unter gleichzeitiger Querkzugbeanspruchung sowie infolge einer Rissbildung deutlich reduziert und ist nicht als reiner Materialkennwert, sondern als vom Spannungszustand abhängige Größe zu verstehen. Versuchsergebnisse zeigen, dass insbesondere bei schmalen Stegen, geringem Bügelbewehrungsgrad und ausgeprägtem Rissbild ein frühzeitiges Versagen der Druckzone auftreten kann. Dieses Versagen äußert sich typischerweise als sekundärer Betondruckbruch, der durch die Fließverformung der Bewehrung und der damit verbundenen Rissausbildung begünstigt wird.

## 2.7 Das EDBM und Vorgehensweise bei zusätzlicher Torsion

### 2.7.1 Übersicht

Die Beantwortung der dritten Forschungsfrage erfordert eine eingehende Auseinandersetzung mit dem Druckbogenmodell (DBM) sowie dessen Entwicklung an der TU Dortmund.

*Kiziltan* führte in den Jahren 2008 bis 2012 eine theoretische Untersuchung anhand in der Literatur beschriebener Querkraftversuche durch. In seiner Arbeit wurde der Frage nachgegangen, ob der Betontraganteil aus dem bogenartigen Verlauf der Druckkraftresultierenden einen wesentlichen zusätzlichen Betrag zur Querkrafttragfähigkeit liefert. In Kombination mit dem Fachwerktraganteil der Bügelbewehrung konnte die rechnerische Querkrafttragfähigkeit deutlich gesteigert werden. Das entwickelte Druckbogenmodell (DBM) wurde schließlich im Jahr 2012 von *Kiziltan* in seiner Dissertation [46] umfassend beschrieben.

*Gleich* hat die Forschung am Druckbogenmodell weiter vorangetrieben und führte in Dortmund in den Jahren 2013 bis 2015 eigene Versuche an vier großformatigen Spannbetonsträgern unter reiner Querkraftbiegung als Zweifeldträger durch. Anschließend veröffentlichte er die Ergebnisse in seiner Dissertation [30]. Die Versuchsträger wurden in Anlehnung an schwach bewehrte Plattenbalkenbrücken mit einem Querkraftbewehrungsgrad von 42 % bis 113 % der Mindestquerkraftbewehrung  $\rho_{w,min}$  konzipiert. Auf Grundlage der Versuche wurde ein analytisches Modell zur Ermittlung des Betontraganteils als zusätzlicher Beitrag zur Querkrafttragfähigkeit vorgestellt. Aufbauend auf dem DBM wurde in [30] das erweiterte Druckbogenmodell (EDBM) für Bereiche mit ausgeprägter Schubrissbildung vorgeschlagen. Beide Modelle basieren auf mechanischen Grundlagen, konkret den Gleichgewichtsbedingungen der inneren Kräfte am geraden Schnitt (DBM) bzw. am schrägen Schnitt (EDBM), und benötigen daher keine empirische Kalibrierung anhand von Versuchsergebnissen [30].

### 2.7.2 DBM (Druckbogenmodell)

Auf Grundlage der Dehnungsebenen, die sich aus der Biegebeanspruchung und der Vorspannwirkung entlang der Trägerlängsachse ergeben, wird die Lage der Biegedruckkraft ermittelt. In jedem diskreten, vertikalen Schnitt entlang des Trägers ergibt sich eine veränderliche Lage der Druckresultierenden  $F_c$ , bezogen auf die Trägerachse. Die Verbindungslinie der einzelnen Druckresultierenden zeigt einen bogenartigen Verlauf. Die Vertikalkomponente der Druckkraftresultierenden ergibt die zusätzliche Betonkomponente  $V_{cc}$ , welche eine entlastende Wirkung auf die Querkraftbewehrung hat, ähnlich der Mitwirkung eines geneigten Spannglieds. Abbildung 2-47 zeigt die methodische Ermittlung des Druckbogenverlaufs in Anlehnung an [46].

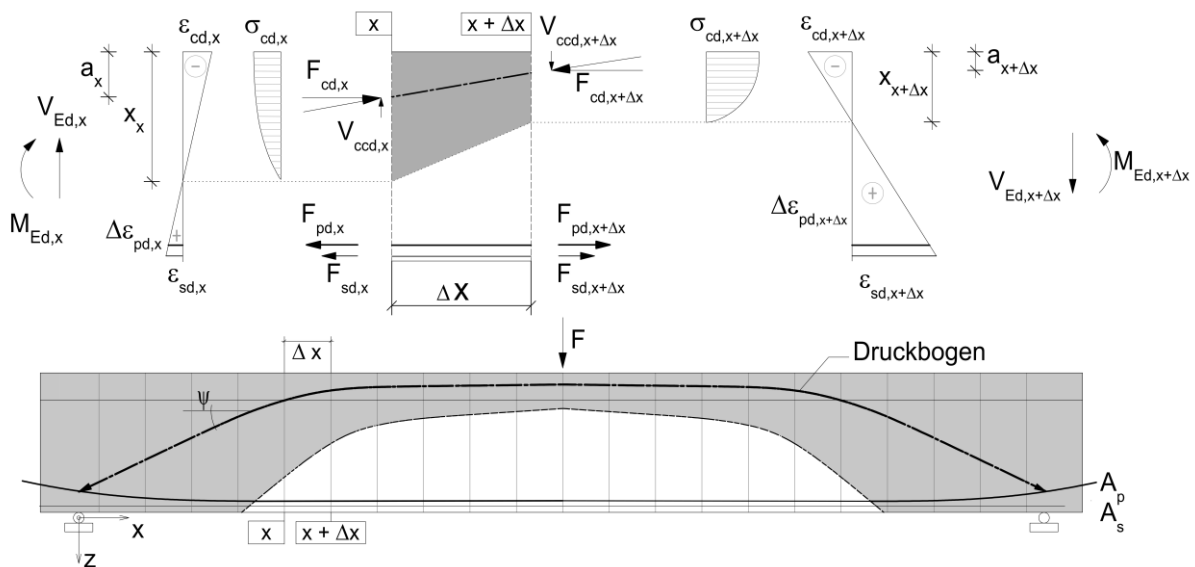


Abbildung 2-47: Bestimmungskonzept des DBM, in Anlehnung an [46]

Die Vertikalkomponente der geneigten Druckkraft  $F_c$  aus der Druckbogenwirkung ist direkt proportional zum Neigungswinkel des Druckbogens  $\psi$  und kann mit Gl. (2.81) ermittelt werden [30]. In Bereichen mit horizontalem Verlauf des Druckbogens sind somit keine rechnerischen Betontraganteile aus dem Druckbogen vorhanden.

$$V_{cc} = F_c \cdot \tan \psi \quad (2.81)$$

In Verbindung mit der geneigten Spanngliedkraft  $V_p$  kann der Betontraganteil aus der Druckbogenwirkung  $V_{cc}$  zusätzlich zum Bügeltraganteil  $V_{R,s}$ , entsprechend Abbildung 2-48, auf der Widerstandsseite mit Gl. (2.82) berücksichtigt werden.

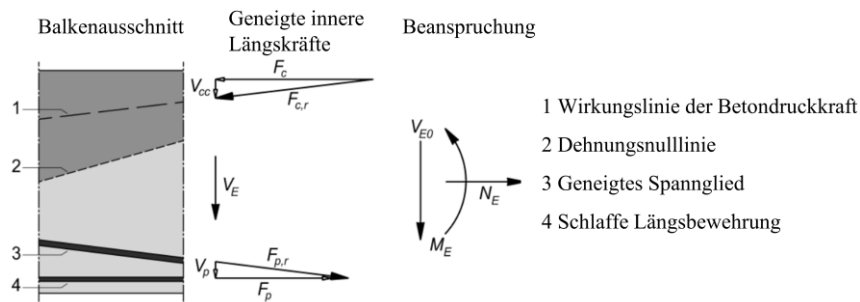


Abbildung 2-48: Bestimmung des Betontraganteils  $V_{cc}$  und  $V_p$  in Anlehnung an [46]

Alternativ kann die einwirkende Querkraft um den entgegenwirkenden Spannglied- und Betontraganteil gemäß Gl. (2.83) reduziert werden. Die abgeminderte Querkraft muss in diesem Fall vollständig durch das Fachwerktraganteil der Bügelbewehrung abgedeckt werden.

$$V_{E0} = V_{R,s} + V_p + V_{cc} \quad (2.82)$$

$$V_E = V_{E0} - V_p - V_{cc} = V_{R,s} \quad (2.83)$$

Das Druckbogenmodell geht von einem Ebenbleiben der Querschnitte nach der *Bernoulli*-Hypothese aus. Die Querschnitte, die am unverformten System rechtwinklig zur Balkenachse orientiert sind, sind dies auch im verformten System (Abbildung 2-49).

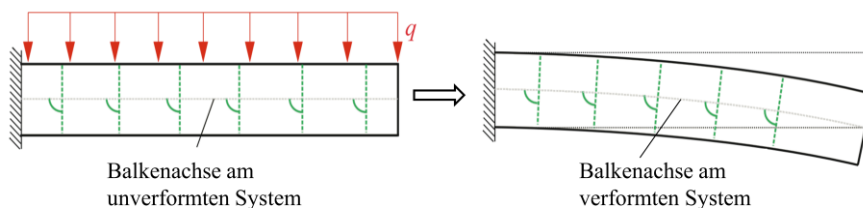


Abbildung 2-49: Darstellung der Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte nach *Jakob Bernoulli* (1654-1705), entnommen und verändert aus [68]

Bei Vorhandensein von Schubrisen bleiben die Querschnitte nicht mehr eben, sodass die *Bernoulli*-Hypothese ihre Gültigkeit verliert. Die Ermittlung des Betontraganteils mit dem Druckbogenmodell kann somit nur im Zustand I oder bei vorwiegender Biegerissbildung im Zustand II mit ausreichender Genauigkeit erfolgen. Bei ausgeprägter Schubrisbildung kann die Druckbogenermittlung mithilfe des erweiterten Druckbogenmodells (EDBM) nach [30] durchgeführt werden.

### 2.7.3 EDBM (Erweitertes Druckbogenmodell)

Bei Schrägrissbildung im Grenzzustand der Tragfähigkeit lagern sich die inneren Kräfte in ein zusätzliches fachwerkartiges Tragsystem um. Durch die Kraftumlagerung erhöht sich die Bügelbeanspruchung. Die geneigte Druckstrebe entlang des Schubrisses mit der Kraft  $F_{cw}$  trägt somit zur Ermittlung der Druckresultierenden bei. Das Bestimmungskonzept des EDBM ist in Abbildung 2-50

dargestellt. Die horizontale Komponente der geneigten Druckstrebenkraft  $F_{cwh}$  wird zusätzlich zur Biegedruckkraft  $F_c$  berücksichtigt. Dabei verändert sich die Lage der Druckresultierenden im Vergleich zur Lage nach dem DBM. Die Kraft  $F_{cwh}$  wird jeweils zur Hälfte dem Druck- und dem resultierenden Zuggurt zugeordnet. Der Hebelarm der horizontalen Komponente der geneigten Druckstrebe entspricht dem gewichteten Hebelarm  $z_{gew}$  nach Gl. (2.84).

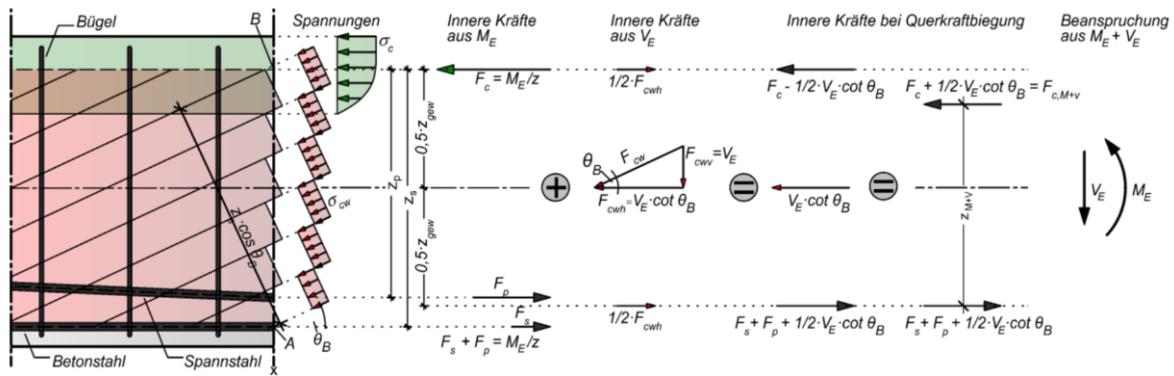


Abbildung 2-50: Bestimmungskonzept des EDBM, entnommen aus [30]

$$z_{gew} = \frac{F_s \cdot z_s + \Delta F_p \cdot z_p}{F_s + \Delta F_p} \quad (2.84)$$

- mit  $F_s$  – Zugkraft in der Bewehrung im GZT infolge von Biegung
- $\Delta F_p$  – Kraftzuwachs im Spannglied im GTZ infolge von Biegung
- $z_s$  – Hebelarm der schlaffen Biegezugbewehrung zur Biegedruckkraft
- $z_p$  – Hebelarm der Spannglieder im gezogenen Bereich

Die Druckbogenkraft unter der Berücksichtigung der Kraftumlagerung bei Schubrissbildung  $F_{c,M+V}$  wird nach Gl. (2.85) mit dem zugehörigen Hebelarm nach Gl. (2.86) ermittelt.

$$F_{c,M+V} = \frac{M_E}{z} + 0,5 \cdot F_{cwh} \quad (2.85)$$

$$z_{M+V} = \frac{M_E}{F_c + 0,5 \cdot F_{cwh}} \quad (2.86)$$

- mit  $z$  – innerer Hebelarm infolge von Biegung und Vorspannung
- $F_{cwh} = 0,5 \cdot V_E \cdot \cot \theta$  – horizontaler Anteil der Druckstrebenkraft aus der Versatzmaßregel

*Gleich* hat die Querkrafttragfähigkeit seiner Versuche DLT1 - DLT4 mit dem EDBM bestimmt und mit der im Versuch ermittelten Querkrafttragfähigkeit verglichen. Einer der wichtigsten Parameter, der den Verlauf des analytischen Druckbogens beeinflusst, ist der Neigungswinkel der Druckstrebe  $\cot \theta$ . Vereinfachend kann für den Druckstrebenwinkel der im Versuch gemessene Winkel des kritischen

Risses  $\cot \beta_R$  verwendet werden. Der Risswinkel bei dem Versuchsträger unter einer Streckenlast DLT4 unterschied sich mit  $\cot \beta_{R,DLT4} = 32^\circ$  von den Risswinkeln der Versuchsträger unter Einzellast mit  $\cot \beta_{R,DLT2} \approx 25^\circ$ .

Die Lastumlagerung durch die Schrägrissbildung, die beim EDBM berücksichtigt wird, findet nur dann statt, wenn tatsächlich Schubrisse vorhanden sind. Dies kann jedoch auch im GZT nicht immer für alle Bereichen des Balkens gewährleistet werden. Falls keine Schubrisssbildung zu erwarten ist, sollte zur Bestimmung des Betontraganteils in den jeweiligen Bereichen das DBM verwendet werden.

Die Querkrafttragfähigkeit von vorgespannten Balken setzt sich nach dem DBM bzw. dem EDBM aus drei Komponenten zusammen:

- Fachwerktraganteil:  $V_{R,s}$
- Spanngliedtraganteil:  $V_p$
- Betontraganteil:  $V_{cc}$

In den vorgestellten Modellen wird der gesamte Betontraganteil dem Druckbogen zugerechnet. Weitere Traganteile aus der Mitwirkung der Betondruckzone bleiben hierbei unberücksichtigt. Die Neigung der Druckstrebe  $\theta$  kann in Grenzen frei gewählt werden.

### 2.7.4 Zusammenfassung

Das erweiterte Druckbogenmodell (EDBM) ist ein übersichtliches und mechanisch fundiertes Bemessungsmodell zur Bestimmung des Betontraganteils bei vorgespannten Balken. *Gleich* hat das Modell erfolgreich auf Zweifeldträgern mit einer Schubschlankheit von etwa  $\lambda = 2,65$  angewendet. Es umfasst alle relevanten Bereiche eines Balkens, in denen ein Schubversagen auftreten könnte. Die Berechnung des Druckbogenverlaufs erfordert jedoch detaillierte Kenntnisse über die Betondehnungen entlang der Trägerachse, weshalb das Modell derzeit nur auf Systemebene anwendbar ist. Bisher wurde es lediglich an Versuchsträgern mit moderater Schubschlankheit und unter Biegeschubbeanspruchung angewendet. Ein wichtiger Forschungsaspekt ist daher die Untersuchung des Druckbogenverlaufs bei zusätzlicher Torsionsbeanspruchung sowie bei größeren Schubschlankheiten, um die Anwendbarkeit des Modells unter realistischen Brückenverhältnissen zu verifizieren.

## 2.8 Zusammenfassung Stand des Wissens

Zur Beantwortung der in Kapitel 1 formulierten Forschungsfragen wurden in diesem Kapitel die Grundlagen zur Bemessung der Querkraft- und Torsionstragfähigkeit sowie deren Interaktion mit Biegemomenten bei Plattenbalkenquerschnitten aus Spannbeton erläutert. Zunächst wurden historische Entwicklungen der Bemessungskonzepte dargestellt und kritisch bewertet. Im Fokus standen dabei Modelle, wie das klassische Fachwerkmodell nach *Ritter und Mörsch*, sowie weiterentwickelte Ansätze

unter Berücksichtigung von Betontraganteilen und Rissverzahnungsmechanismen nach *Walraven* und *Reineck*. Außerdem wurde die bauliche Ausbildung und zeitliche Entwicklung von Plattenbalkenquerschnitten im deutschen Brückenbau untersucht, insbesondere hinsichtlich typischer geometrischer Kennwerte, die zur Ermittlung potenzieller Tragreserven relevant sind. Das Kapitel verdeutlichte weiterhin das komplexe Tragverhalten unter reiner Querkraftbeanspruchung und zeigte, wie Spannungszustände das Verhalten maßgeblich bestimmen. Ebenso wurde gezeigt, dass der Verlauf der inneren Kräfte durch die Hauptspannungstrajektorien sehr anschaulich abgebildet werden kann. Weiterhin wurde auf Besonderheiten bei einer kombinierten Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion eingegangen, wobei insbesondere auf Tragreserven infolge nichtlinearer Interaktionen hingewiesen wurde.

## 3 Eigene experimentelle Untersuchung

### 3.1 Einleitung

Zwischen den Jahren 2013 und 2024 wurden an der TU Dortmund im Auftrag der BASt mehrere Querkraftversuchsreihen an großformatigen Spannbetonträgern durchgeführt. Zunächst erfolgten vier Versuche durch *Gleich* [30] an Durchlaufträgern unter reiner Querkraftbiegung mit der Bezeichnung DLT1 bis DLT4, die in [30] sowie [30–32, 62] gut dokumentiert sind. Die Auslegung der DLT-Versuchsreihe erfolgte mit möglichst repräsentativen Querschnittsabmessungen im Hinblick auf Plattenbalkenbrücken. Um ein Querkraftversagen experimentell erreichen zu können, musste das Biegeversagen durch einen sehr hohen Längsbewehrungsgrad verhindert werden. Bei den alten Spannbetonbrücken aus den Anfängen des Spannbetonbaus liegt der vorhandene Querkraftbewehrungsgrad nicht selten unterhalb der heutigen normativen Mindestbewehrung nach DIN EN 1992-2/NA [17]. Daher wurde in der Versuchsreihe der Querkraftbewehrungsgrad zwischen 42 % und 254 % der Mindestquerkraftbewehrung variiert. Drei der Versuchsträger (DLT1-DLT3) wurden mit einer Einzellast im Feld belastet und ein Versuchsträger (DLT4) mit einer Streckenlast.

Auf Basis der Versuche DLT1-DLT4 als Referenzversuche wurde durch *Stakalies* [86] eine weitergehende Untersuchung an den Durchlaufträgern DLT5 bis DLT8 unter Querkraftbiegung mit zusätzlicher Torsion durchgeführt und in [86] sowie [88] dokumentiert. Die Bemessung der Versuchsträger erfolgte hinsichtlich der zusätzlichen Torsionslängsbewehrung unter Berücksichtigung der kombinierten Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion nach dem neu entwickeltem Bemessungskonzept, das in [64] vorgestellt wurde. Die Geometrie der Versuchsträger mit zusätzlicher Torsion unterschied sich lediglich in der Stegbreite, die mit 35 cm um 5 cm größer war als bei den Versuchsträgern ohne Torsion. Hierbei wurde der Querkraftbewehrungsgrad der Referenzträger DLT1 bis DLT4 beibehalten, der unterhalb der geforderten Mindestbewehrung lag. Die exzentrisch aufgebrachte Belastung wurde analog wie bei den Versuchen von *Gleich* aufgebracht, d.h. drei Versuchsträger unter Einzellasten (DLT5-DLT7) und ein Streckenlastversuch (DLT8).

Im Rahmen des BASt-Forschungsprojekts FE 15.0664/2019/DRB [20, 36, 37, 35, 51, 54, 87, 91] wurde eine weitere Versuchsreihe ETK „Einfeldträger mit Kragarm“ entwickelt. Sie unterscheidet sich von den DLT-Versuchen durch einen größeren kritischen Untersuchungsbereich, größere geometrische Schubschlankheiten sowie der einwirkenden Belastung als Streckenlast. Die Versuche dienten einerseits dazu, die neu entwickelten theoretischen Ansätze aus [88] an den Versuchsträgern mit größerer Feldspannweite zu verifizieren und andererseits die Interaktionsbedingung der Hauptdruckspannungen infolge von  $M + V + T$  in der Druckzone hinsichtlich des Betonversagens am Kragarm zu überprüfen.

### 3.2 Versuchsprogramm ETK

#### 3.2.1 Konzeption der Versuchsträger

##### 3.2.1.1 Versuchsprogramm

Die Spannweiten von tatsächlich errichteten Plattenbalkenbrücken bewegen sich etwa im Bereich von 20 - 40 m bei einer Querschnittshöhe von ca. 1,0 - 2,5 m. Daraus ergeben sich typische Schubslankheiten  $M/(V \cdot d)$  zwischen 2,5 und 3,5, für welche die neue Versuchsreihe konzipiert wurde. Das neue Konzept der Versuchsträger bildete den Bereich der Innenstütze eines Durchlaufträgers ab, mit einer Streckenlast im Feld und einer Einzellast am Kragarm (Abbildung 3-1). Durch Kalibrierung der Einzel- sowie der Streckenlast konnte die Schubslankheit an der Innenstütze gezielt gesteuert werden. Der Schnittgrößenverlauf bildete dabei lediglich einen Teil des Innenfeldes eines Durchlaufträgers ab. Der gewählte Versuchsträger und -aufbau war somit in der Lage, reale Verhältnisse von Brückenüberbauten mit Plattenbalkenquerschnitt anzunähern.

Die Abmessungen des Plattenbalkenquerschnitts wurden analog zu den DLT-Versuchsreihen mit zusätzlicher Torsion gewählt. Hierdurch konnte die unmittelbare Vergleichbarkeit aller an der TU Dortmund durchgeführten Versuchsreihen an Spannbetonträgern erzielt werden.

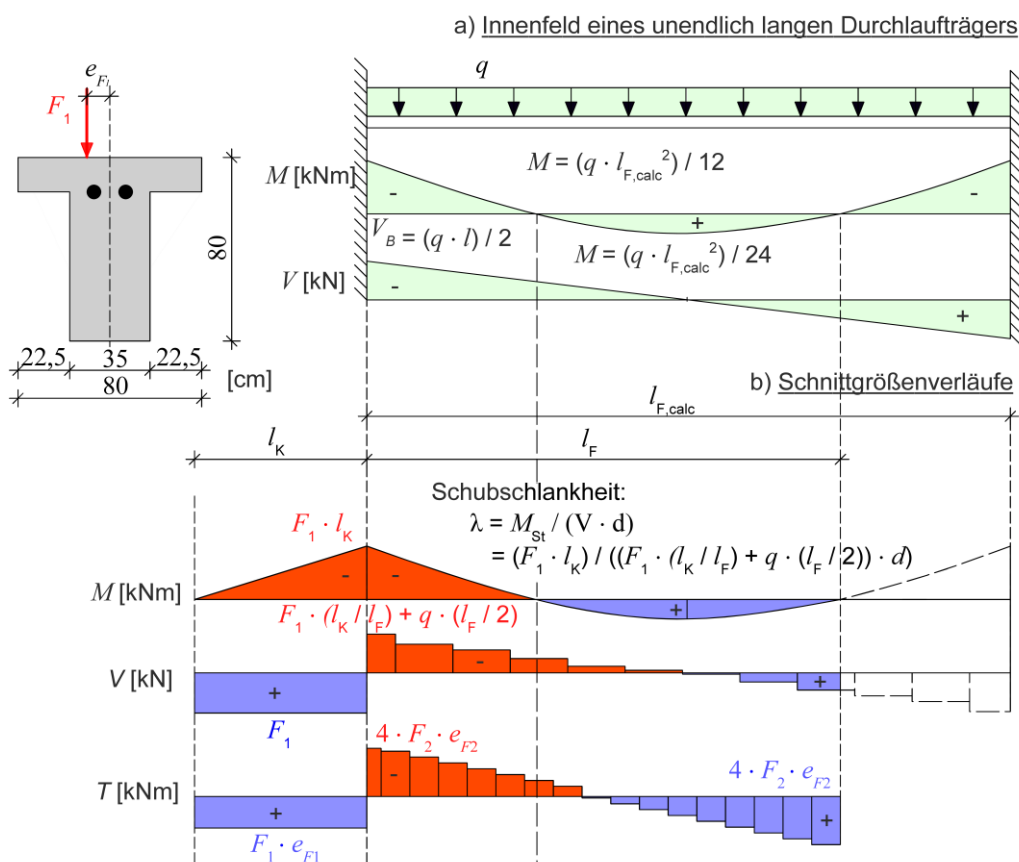


Abbildung 3-1: Konzeption der Versuchsreihe ETK als idealisierter Ausschnitt eines Durchlaufträgers

Zu Beantwortung der im Kapitel 1 aufgestellten Forschungsfragen wurden Versuchsergebnisse aus eigenen experimentellen Untersuchungen gesammelt. Dazu wurde jeder Versuchsträger in zwei Teilversuche unterteilt, mit dem Ziel, feldseitig die Tragfähigkeit unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion zu untersuchen sowie kragarmseitig die Interaktionsbedingung in der Betondruckzone zu analysieren. Auf Grundlage der gesammelten Daten konnte die theoretische Bestimmung des Druckbogenverlaufs experimentell bestätigt werden.

Der Versuchsträger **ETK1** ohne Torsion diente als Referenzversuch. Die Bemessung der Querkraft erfolgte für eine Druckstrebenneigung  $\cot\theta = 2,5$ . Die Versuchsträger **ETK2** und **ETK3** wurden zusätzlich durch Torsion infolge einer Lastexzentrizität von  $e = 7,5$  bzw.  $e = 15$  cm beansprucht. Dabei sollte im jeweiligen Teilversuch 1 (TV1) die Umlagerung der inneren Kräfte in die zusätzliche Torsionsbügel- und Torsionslängsbewehrung untersucht werden. Bei **ETK4** erfolgte die Bemessung wie bei ETK3, allerdings mit einem Neigungswinkel von  $\cot\theta = 2,0$  anstelle von  $\cot\theta = 2,5$ . Damit sollte gezeigt werden, dass eine Umlagerung der inneren Kräfte durch eine Rotation der Druckstrebe von  $\cot\theta = 2,5$  ( $21,8^\circ$ ) auf  $\cot\theta = 2,0$  ( $26,5^\circ$ ) möglich ist. Dies führte zu einer Erhöhung der Torsionsbügelbewehrung und einer Reduktion der Torsionslängsbewehrung. Der Versuchsbalken **ETK5** wurde als Rechteckquerschnitt ausgebildet und diente zur Untersuchung des Einflusses aus der mitwirkenden Gurtplatte bei der kombinierten Beanspruchung aus  $M + V + T$ . Der Referenzversuch für ETK5 war ETK2.

### 3.2.1.2 Konzept für die Bemessung der Torsionsbügelbewehrung

Das übliche Bemessungsverfahren zur Ermittlung der Torsionsbügelbewehrung in DIN EN 1992-2/ NA [17] für den Steg eines Plattenbalkens basiert, wie in Kapitel 2.4.1 gezeigt, auf der *Bredt'schen* Formel Gl. (2.67), die wiederum ihre Gültigkeit für reine Torsion hat. Bei einer kombinierten Belastung aus  $M + V + T$  setzt sich dagegen der Torsionswiderstand bei Plattenbalkenquerschnitten aus mehreren Traganteilen zusammen (Abbildung 3-2):

- Torsionswiderstand der gerissenen Zugzone aus dem räumlichen Fachwerkmodell (Verfahren EC 2)
- Torsionswiderstand der ungerissenen Biegedruckzone
- Beteiligung der Gurtplatten bei Plattenbalkenquerschnitten.

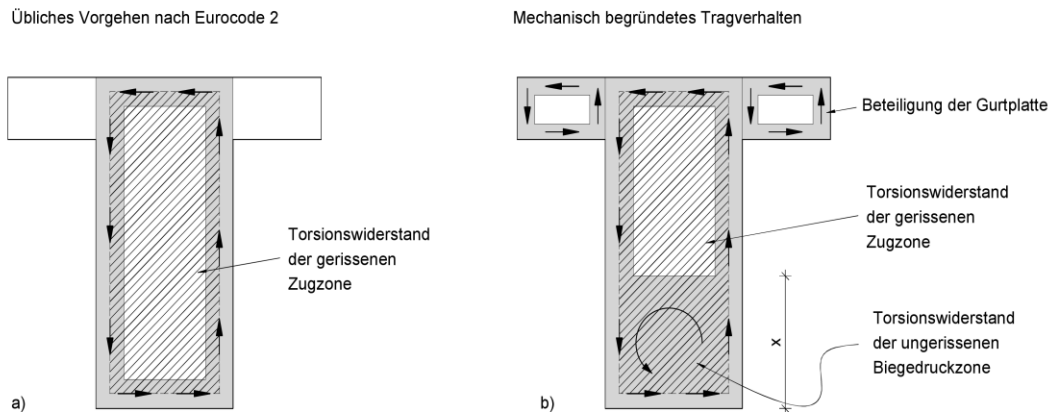


Abbildung 3-2: Torsionswiderstand, a) räumliches Fachwerkmodell nach EC2, b) mechanisch begründetes Verhalten

Bei der Ermittlung der Torsionsbügelbewehrung für die ETK-Versuchsreihe wurde die Mitwirkung der Biegedruckzone sowie der Gurtplatte näherungsweise pauschal mit 30 % der gesamten Torsionstragfähigkeit abgeschätzt. Die restlichen 70 % des Torsionswiderstands wurden durch zusätzliche Torsionsbügel im Steg gemäß Gl. (3.1) abgedeckt. Durch das tatsächliche Tragverhalten entsteht im Vergleich zu der üblichen Bemessung der Torsionsbügel nur für den Steg eine Tragreserve, die hier genutzt werden soll:

$$\text{erf } a_{\text{sw,T}} = \frac{T_{\text{Ed,w}}}{2 \cdot A_k \cdot f_{\text{yd}}} \cdot \tan \theta \quad (3.1)$$

$$\text{mit } T_{\text{Ed,w}} = 0,70 \cdot T_{\text{Ed,ges}}$$

Dabei:  $T_{\text{Ed,ges}}$  - Gesamttorsionsmoment  
 $T_{\text{Ed,w}}$  - Anteil Steg

Die gesamte erforderliche Bügelbewehrung für einen Versuchsträger der ETK-Reihe resultierte somit aus der Querkraftbewehrung  $a_{\text{sw,V}}$  basierend auf einem idealisierten Fachwerkmodell mit Betontraganteil (z. B. Druckbogenmodell [30]) zuzüglich der reduzierten Torsionsbügelbewehrung  $a_{\text{sw,T}}$ .

### 3.2.1.3 Konzept für die Bemessung der Torsionslängsbewehrung

Das Bemessungsverfahren zur Ermittlung der Torsionslängsbewehrung aus DIN EN 1992-2/ NA stützt sich ebenfalls auf die *Bredt'sche* Formel für reine Torsion. Bei Spannbetonbrücken herrscht jedoch immer eine kombinierte Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion mit überwiegender Biegebeanspruchung. Dadurch können rechnerisch zwei entlastende Effekte genutzt werden:

- positiver Effekt aus der Überdrückung der Torsionslängszugkräfte in der Druckzone

- Anrechenbarkeit der Tragreserven nicht voll ausgenutzter Spannglieder auf die Torsionslängsbewehrung.

Die Vorgehensweise wurde durch *Maurer und Stakalies* in [89] vorgestellt und beinhaltet eine Berücksichtigung der infolge von Torsion entstehenden Längszugkraft  $N_{Td}$  aus der Gl. (3.2) beim Biegenachweis. Dabei wird die Längszugkraft im Schwerpunkt des Querschnitts angesetzt. So können nicht voll ausgenutzte Querschnittsbereiche der Spannglieder auf die erforderliche Torsionslängsbewehrung angerechnet werden, was zu einer deutlichen Reduktion im Vergleich zu einer Bemessung bei reiner Torsion führt.

$$N_{Td} = \frac{T_{Ed}}{z \cdot A_k} \cdot u_k \cdot \cot \theta \left( \cong A_{s,l} \cdot f_{yd} \right) \quad (3.2)$$

### 3.2.1.4 Schubschlankheit

Die Definition der Schubschlankheit geht auf die Stuttgarter Schubversuche in [57] zurück und beschreibt den Einfluss des Biegemoments auf die Querkrafttragfähigkeit, Gl. (3.3).

$$\lambda = \frac{a}{d} = \frac{M_{st}}{V \cdot d} \quad (3.3)$$

$$= (F_1 \cdot l_k) / \left( \left[ F_1 \cdot \left( \frac{l_k}{l_F} \right) + q \cdot \left( \frac{l_F}{2} \right) \right] \cdot d \right)$$

Die Einstellung der Schubschlankheit erfolgt über das Verhältnis des einwirkenden Biegemoments  $M_{st}$  (bei der ETK-Reihe im Stützbereich) zur Querkraft  $V$  im Untersuchungsbereich. Mit dem gewählten Lastverhältnis  $q = 0,17 \cdot F_1$  sowie den maximalen Begrenzungen des Spannungsfelds von 11 m mit den resultierenden Längen  $l_k = 2 \text{ m}$  und  $l_F = 8,25 \text{ m}$  kann die Bestimmung der Schubschlankheit gemäß Gl. (3.4) vereinfacht werden:

$$\lambda = (F_1 \cdot 2) / \left( \left[ F_1 \cdot \left( \frac{2}{8,25} \right) + 0,17 \cdot F_1 \cdot \left( \frac{8,25}{2} \right) \right] \cdot d \right) \quad (3.4)$$

$$\lambda = \frac{2,119}{d}$$

Die Schubschlankheit hängt im Wesentlichen von der statischen Nutzhöhe  $d$  ab, die bei den konzipierten Versuchsträgern aus Spannbeton im Stützbereich vereinfacht mit  $d = 0,65 \text{ m}$  angenommen wird. Somit beläuft sich die Schubschlankheit der ETK-Reihe auf  $\lambda = 3,26$ , im Vergleich zur Versuchsreihe DLT mit einer Schubschlankheit von  $\lambda = 2,75$ .

### 3.2.2 Geometrie der Versuchsträger

Die Träger ETK1 bis ETK5 wurden als Einfeldträger mit 8,25 m Spannweite im Feld sowie einem 2,0 m langen Kragarm konzipiert. Zur Lagesicherung der Versuchsträger unter der Torsionsbelastung wurden einseitig an beiden Auflagerpunkten Querträger angeordnet. Abbildung 3-3 stellt eine Übersicht der Versuchsträger dar. In Anlehnung an die DLT-Versuche wurde ein girlandenförmiger

Spanngliedverlauf mit einem Hochpunkt über der Stütze und einem Tiefpunkt im Feld verwendet. Die Verankerungsbereiche der Spannglieder wurden zur Unterbringung der Quersugbewehrung von 35 cm auf 60 cm aufgeweitet.

Jeder der Versuchsträger sollte für zwei Teilversuche verwendet werden. Im jeweiligen Teilversuch 1, feldseitig im Auflagerbereich, wurde der Einfluss der Schubslankheit, des  $M/T$ -Verhältnisses, der Druckstrebenneigung sowie der Einfluss der Gurtplatte auf die Schubtragfähigkeit untersucht. Kragarmseitig folgte anschließend der jeweilige Teilversuch 2 mit der Untersuchung des Betondruckversagens unter einer kombinierten Beanspruchung aus  $M + V + T$ .

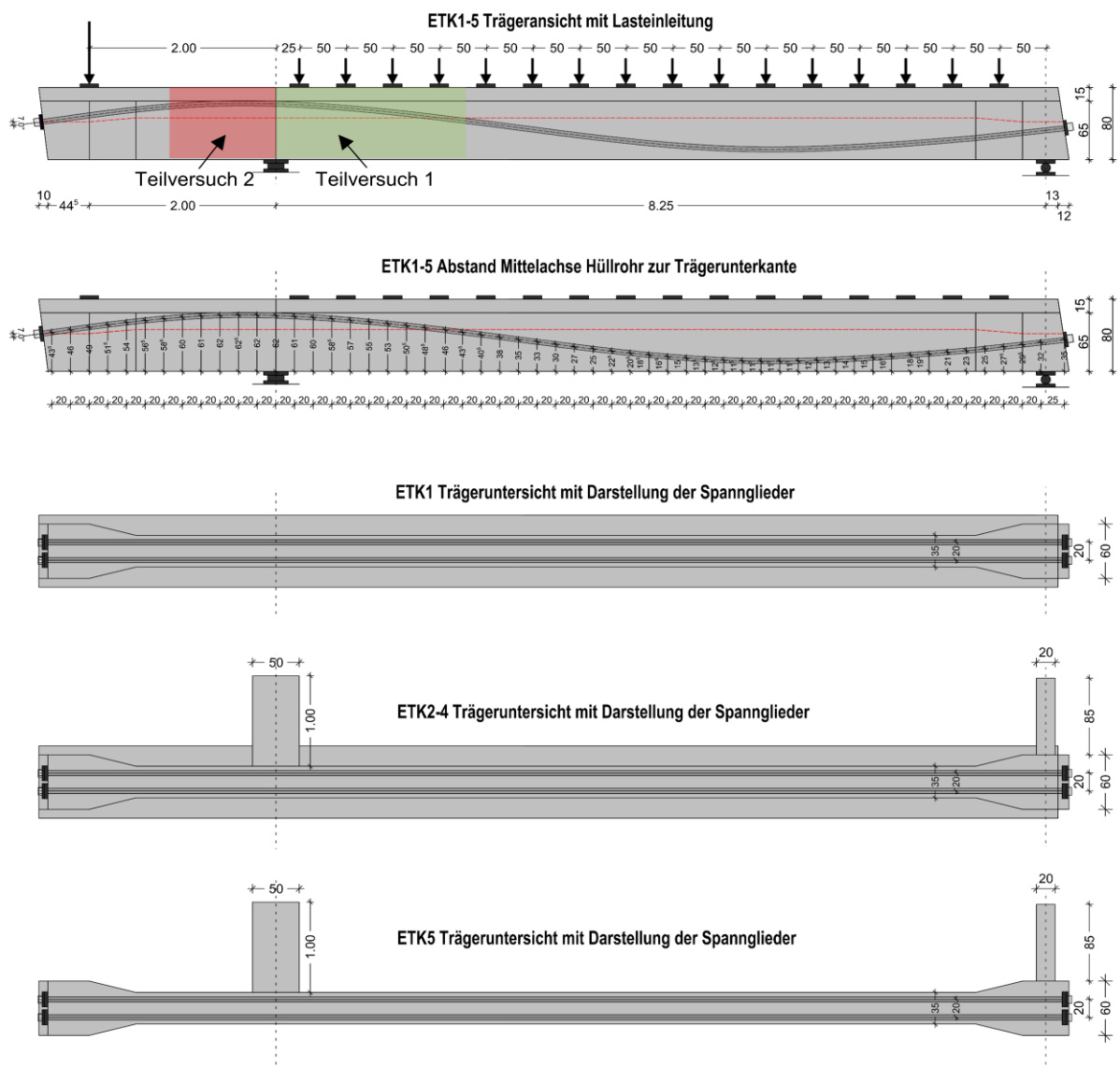


Abbildung 3-3: Geometrien der Versuchsträger ETK1 bis ETK5

### 3.2.3 Bewehrung der Versuchsträger

Bei schlanken Spannbetonbrücken ist unter wirklichkeitsnahen Belastungsszenarien eher ein Versagen auf Biegung zu erwarten. Um ein Querkraftversagen herbeizuführen, musste die Längsbewehrung aller

Versuchsträger im Hinblick auf die Biegetragfähigkeit deutlich überbemessen werden. Im Stützbereich wurde zur Verstärkung der Druckzone eine Zulagebewehrung als Druckbewehrung eingelegt.

Die Mindestquerkraftbewehrung nach DIN EN 1992-2/NA [17] beträgt unter Zugrundelegung der Mittelwerten der Materialfestigkeiten  $a_{sw,min} = 6,53 \frac{cm^2}{m}$ . Der Mindestbügeldurchmesser sollte 8 mm nicht unterschreiten, da geringere Durchmesser im Brückenbau unter anderem bei älteren Bauwerken in der Regel nicht vorkommen. Der maximale Bügelabstand wurde zur Vermeidung eines Schubbruches zwischen zwei Bügel auf 25 cm festgelegt. Somit ergab sich die Querkraftbewehrung des Referenzversuchs ETK1 ohne Torsionseinwirkung mit Bügeln Ø8/25 zu  $a_{sw,vorh.Feld} = 4,02 \frac{cm^2}{m}$ . Die vorhandene Bügelbewehrung entsprach somit  $\frac{a_{sw,vorh.Feld}}{a_{sw,min}} = 61\%$  der Mindestquerkraftbewehrung.

Am Kragarm sollte ein Schubversagen durch Bügelfließen ausgeschlossen werden. Dafür wurde die Bügelbewehrung mit  $a_{sw,vorh.Krag} = 31,6 \frac{cm^2}{m}$  eingebaut, was  $\frac{a_{sw,vorh.Krag}}{a_{sw,min}} = 211\%$  der erforderlichen Mindestquerkraftbewehrung beträgt.

Die Versuche mit zusätzlicher Torsion ETK2 bis ETK5 unterscheiden sich vom Referenzversuch ETK1 lediglich in der zusätzlichen Torsionslängs- und Torsionsbügelbewehrung, die sich aus dem jeweiligen Torsionsmoment ergeben. Die gesamte zusätzliche Torsionslängsbewehrung aus Betonstahl wurde entgegen der Empfehlung in DIN EN 1992-2/NA, die zusätzliche Torsionslängsbewehrung über die Steghöhe zu verteilen, vollständig in die Gurtplatte eingelegt.

Tabelle 3-1 sowie Abbildung 3-4 stellen eine Übersicht der Querschnittsabmessungen mit der eingebauten Bewehrung dar. Detaillierte Bewehrungspläne können dem Anhang entnommen werden.

Tabelle 3-1: Zusammenstellung der Versuchsträger mit Schub- und Längsbewehrung

Versuch	Querschnitt + Belastung	Schubbewehrung Feld [cm <sup>2</sup> /m]	Schubslankheit $\lambda$ [-]	Längsbewehrung in der Zugzone [cm <sup>2</sup> ]	$\cot \theta$ [-]
ETK1 Referenzversuch		$a_{sw,v}$ : gew.: Ø8/25 (4,02)	3,26	$A_s$ : gew.: 16Ø16 (32,16)	
ETK2 $e_1=7,5$ cm		$a_{sw,v} = 4,02 +$ $a_{sw,T} = 2,50$ gew.: Ø8/15 (6,70)	3,26	$A_s = 32,16 +$ $A_{s,T} = 7,16$ gew.: 18Ø16+2Ø20 (39,32)	2,5
ETK3 $e_2=15$ cm		$a_{sw,v} = 4,02 +$ $a_{sw,T} = 5,30$ gew.: Ø10/17,5 (9,18)	3,26	$A_s = 32,16 +$ $A_{s,T} = 12,82$ gew.: 13Ø16+6Ø20 (44,98)	2,5
ETK4 $e_2=15$ cm (TV1) $e_2=26$ cm (TV2)		$a_{sw,v} = 4,02 +$ $a_{sw,T} = 6,64$ gew.: Ø10/15 (10,48)	3,26	$A_s = 32,16 +$ $A_{s,T} = 8,64$ gew.: 14Ø16+4Ø20 (40,80)	2,0
ETK5 $e_1=7,5$ cm		$a_{sw,v} = 4,02 +$ $a_{sw,T} = 2,66$ gew.: Ø8/15 (6,70)	3,26	$A_s = 32,16 +$ $A_{s,T} = 3,26$ gew.: 2Ø16+10Ø20 (35,42)	2,5

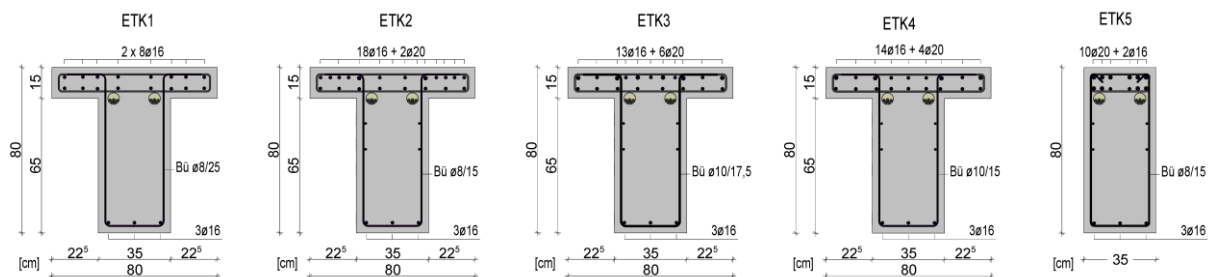


Abbildung 3-4: Querschnittsabmessungen mit Bewehrungsführung der Versuchsträger ETK1 bis ETK5 im Stützbereich

### Konstruktive Durchbildung der Bügelbewehrung bei Torsion

Wie im Kapitel 2.4 ausgeführt, werden die umlaufenden Druckstreben eines Rechteckquerschnitts in den Ecken umgelenkt. Dadurch besteht die Gefahr, dass die Ecken ausbrechen können (Abbildung 3-5, Teilbild b). Um ein Ausbrechen zu verhindern, sind enge Bügelabstände und steife Längsstäbe in den Ecken auszubilden, auf die sich die Druckstreben abstützen können. Darüber hinaus sind nach DIN EN 1992-2/NA [17] nur kraftschlüssig geschlossene Bügel zu verwenden.

Bei Plattenbalkenquerschnitten ist es nach DIN EN 1992-2/NA [17] nicht zulässig oben offene Torsionsbügel, die durch die Querbewehrung in der Gurtplatte geschlossen werden, zu verwenden. Diese Variante ist ausführungstechnisch vorteilhaft und nach DIN EN 1992-2 [18] zulässig.

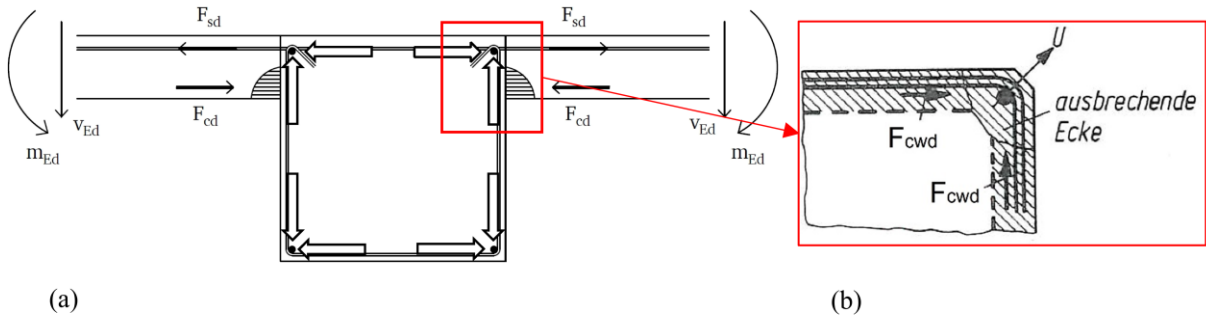


Abbildung 3-5: Teilbild (a) Schließen der Bügel bei Plattenbalkenbrücken, entnommen aus [41], Teilbild (b) ausbrechende Ecken infolge Umlenkung der Druckstreben. entnommen aus [55]

Die Konstruktionsregeln in DIN EN 1992-2/NA [17] sowie DIN EN 1992-2 [18] für Torsionslängs- und Torsionsbügelbewehrung gelten für reine Torsion. Bei Plattenbalkenbrücken kommt es in der Regel zu einer kombinierten Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion mit überwiegender Biegung. Dadurch liegen günstigere Verhältnisse vor als bei reiner Torsion.

Bei Brückenquerschnitten wird ein Ausbrechen der Ecken durch die Umlenkung der Druckstreben bei Torsion im oberen Stegbereich durch die in Querrichtung durchlaufende Fahrbahnplatte verhindert. Die Querbewehrung der Fahrbahnplatte wirkt dabei als starkes Zugband. Die Biegedruckkraft aus der Quertragwirkung stützt sich gegen den oberen Stegbereich ab (Abbildung 3-5, Teilbild a). Zudem erfolgt die vertikale Verankerung der Ecken des Stegs durch Winkelhaken, die als Verankerungselemente für die Bügelschenkel dienen.

Die Eignung der Winkelhaken als Verankerungselement bei Torsion wurde an der TU Dortmund untersucht und in weiterführender Literatur [35, 86, 87] umfassend dokumentiert.

Bei nachfolgend dargestellten Versuchen wurden ausschließlich oben offene Bügel mit 90°-Winkelhaken verwendet, wie in Abbildung 3-6 Teilbild (b) dargestellt, die durch die Plattenbewehrung geschlossen wurden.

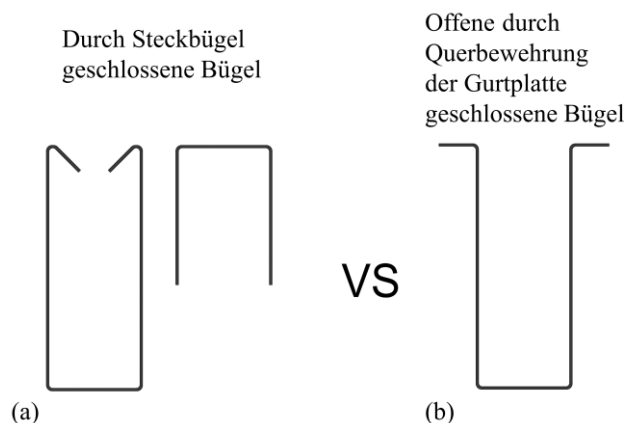


Abbildung 3-6: Gegenüberstellung der Bügelformen

### 3.2.4 Vorspannung der Versuchsträger

Die Vorspannung wurde über zwei Spannglieder mit je fünf Spannlitzen der Firma SUSPA 6-5 mit 140 mm<sup>2</sup> je Litze und insgesamt 700 mm<sup>2</sup> je Spannglied eingeleitet. Für alle Versuche wurde der Spannstahl St 1570/1770 aus derselben Charge verwendet. Die Lage der Spannglieder ist in Abbildung 3-3 dargestellt. Der Hülrohrdurchmesser betrug 50 mm.

In Anlehnung an die DLT-Versuche erfolgte die Vorspannung der beiden Spannglieder jeweils von entgegengesetzten Enden. Die maximale Spannstahlspannung wurde in Anlehnung an die alte Norm DIN 4227:1953 [13] nach Gl. (3.5) bestimmt.

$$\sigma_p = \sigma_{p0} = 0,55 \cdot f_{pk} \quad (3.5)$$

mit  $\sigma_{p0}$  – Spannstahlspannung zum Zeitpunkt  $t=0$

$f_{pk}$  – die Zugfestigkeit des Spannstahls gemäß Herstellerangabe (1770 N/mm<sup>2</sup>).

Die Zugfestigkeit des Spannstahls  $f_p$  wurde im Nachgang des Versuchs ETK1 bestimmt und betrug  $f_{p.exp} = 2026$  N/mm<sup>2</sup>, was einer Abweichung von der charakteristischen Festigkeit  $f_{pk}$  von  $f_{p.exp}/f_{pk} = 2026/1770 = 1,14$  (+14 %) entspricht.

Die Vorspannkraft wurde während des Spannvorgangs mittels einer speziell für die Versuche entwickelten Kraftmessdose aufgezeichnet.

Die zeitabhängigen Kraftverluste wurden unter Berücksichtigung der relativen Luftfeuchtigkeit der Versuchshalle von RH = 65 % und des Alters des jeweiligen Versuchsträgers bei der Erstbelastung ermittelt und in Tabelle 3-2 dargestellt. So bewegte sich die Betonvorspannung  $\sigma_{cp,RH65}$  im Bereich der Stützenachse zwischen 3,2 MPa und 3,6 MPa

Tabelle 3-2: Vorspannkraften in beiden Spanngliedern mit zeitabhängigen Spannkraftverlusten

Versuchsträger	$P_{m0}$ [kN]	$\sigma_{p0}$ [MPa]	$\sigma_{p0}/f_{pk}$ [-]	$\sigma_{p0}/f_{p.exp}$ [-]	$t$ [Tage]	$P_{mt,RH65}$ [kN]	$\sigma_{p,mt}$ [MPa]	$\Delta P_{mt,RH65}$ [%]	$\epsilon_p^{(0)}$ [‰]	$\sigma_{cp,RH65}$ [MPa]
ETK1	1287	919	0,52	0,45	48	1226	876	5	4,49	-3,5
ETK2	1207	862	0,49	0,43	38	1155	825	5	4,23	-3,3
ETK3	1266	904	0,51	0,45	37	1214	867	4	4,45	-3,5
ETK4	1307	934	0,53	0,46	36	1252	894	4	4,59	-3,6
ETK5	948	677	0,38	0,33	22	906	647	4	3,36	-3,2

### 3.2.5 Versuchsstand

Die Herstellung der Versuchsträger wurde auf dem Spannungsfeld der Experimentierhalle des Instituts für Bauforschung an der TU Dortmund vorgenommen. Abbildung 3-7 und Abbildung 3-8 zeigen die Versuchsstände der ETK-Versuche.

Die Last am Kragarm wurde durch einen Hydraulikzylinder mit einer maximalen Presskraft von 3000 kN eingeleitet. Im Feldbereich wurde die Lastaufbringung über 16 Einzellasten, die jeweils im Abstand von 50 cm zueinander angeordnet waren. Diese Einzellasten wurden von 8 Hydraulikzylindern erzeugt, die jeweils über eine maximale Presskraft von 1000 kN verfügten. Jeder Zylinder wirkte somit auf zwei Lastpunkte. Die Hydraulikzylinder am Kragarm und im Feldbereich wurden über zwei getrennte Ölkreisläufe gesteuert, was eine unabhängige Regelung und Kontrolle der Kräfte in beiden Bereichen ermöglichte. Die Kräfte der Hydraulikzylinder wurden durch Messung des Öl-drucks unmittelbar vor den Zylindern erfasst. Die resultierende Kraft wurde anhand des gemessenen Drucks und der Kolbenfläche berechnet.

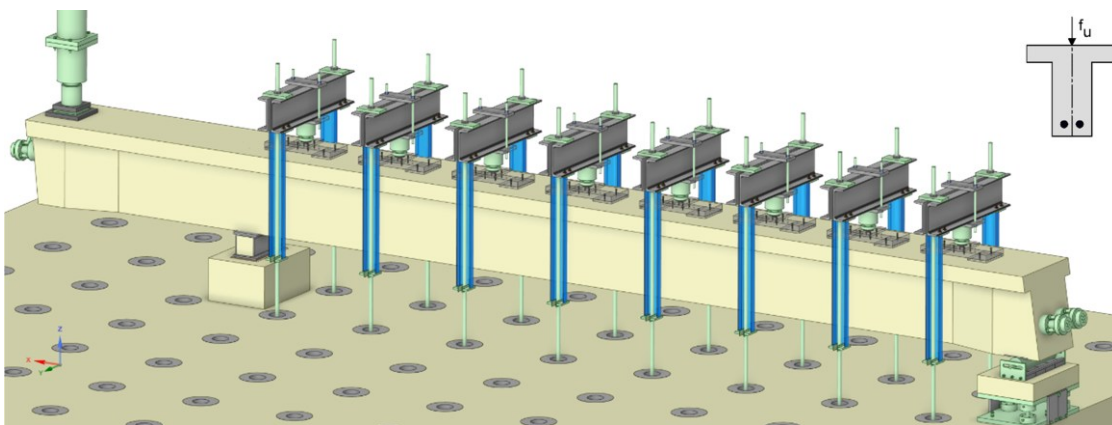


Abbildung 3-7: Versuchsstand des Referenzträgers ohne Torsion ETK1

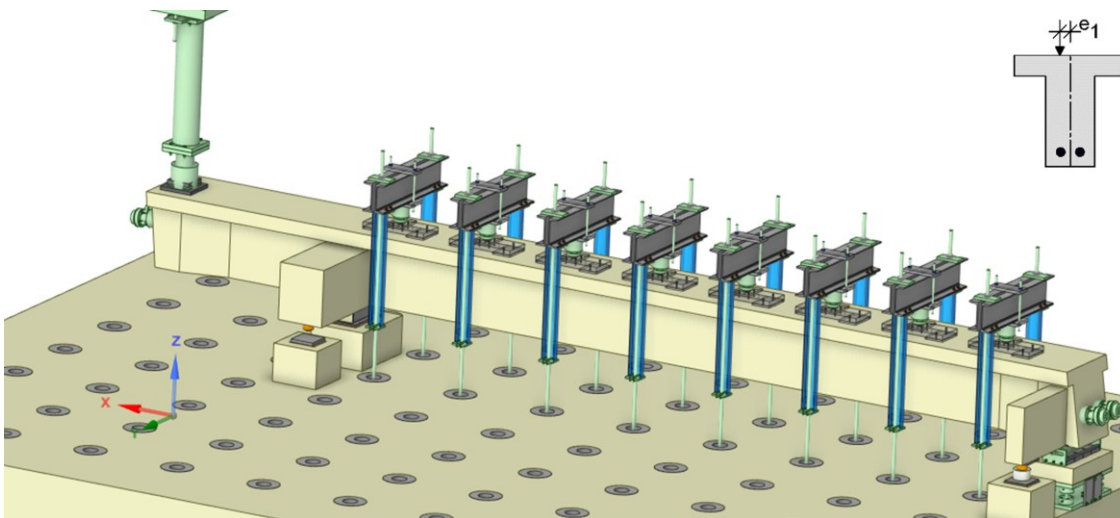


Abbildung 3-8: Versuchsstand mit Torsion ETK2-ETK5

## 3.2.6 Versuchsdurchführung

### 3.2.6.1 Teilversuche 1

Die Belastung erfolgte unter der Einhaltung des Lastverhältnisses  $F_{\text{Feld}}/F_{\text{Krag}} = 0,17$ . Ziel des ersten Teilversuchs (TV1) war die gezielte Auslösung eines Schubversagens im feldseitigen Stützbereich.

Nach Erreichen eines ausgeprägten Bügelfließens und der Traglast des Referenzversuchs ETK1 wurde die Belastung reduziert, um eine gezielte Schubverstärkung im Versagensbereich für den zweiten Teilversuch vorzubereiten.

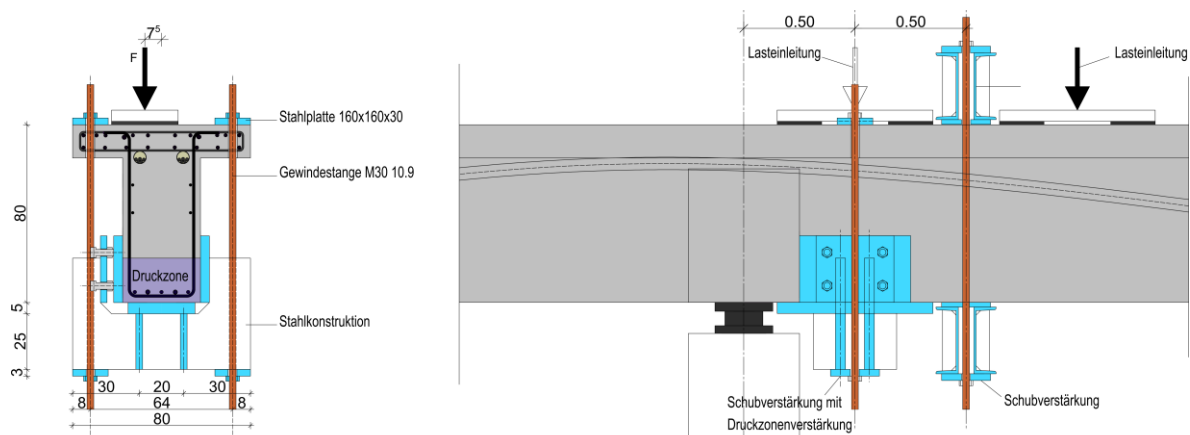
### 3.2.6.2 Teilversuche 2

Im zweiten Teilversuch (TV2) wurde die Interaktionsbedingung für Querkraft und Torsion in der Druckzone gemäß DIN EN 1992-2/NA [17] kragarmseitig überprüft. Hierzu wurden Bügel- und Längsbewehrung gezielt überbemessen, sodass die Belastung bis zum Versagen der Betondruckstrebe gesteigert werden konnte. Die Lastausmitte wurde in Grenzen zwischen 7,5 cm (ETK2) und 26 cm (ETK4) variiert.

### 3.2.6.3 Druckzonenumschließung

Beim Referenzversuch ETK1 trat im ersten Teilversuch infolge ausgeprägter plastischer Dehnungen der Bügelbewehrung ein sekundäres Betondruckversagen auf. Dies äußerte sich in einer Abplatzung der Betondeckung sowie einem schollenartigen Ausbruch in der Druckzone. Der damit verbundene Querschnittsverlust führte zu einer Umlagerung der Kräfte aus den Randbereichen in den Querschnittskern und resultierte im unmittelbaren Versagen der verbliebenen Druckzone. Die mechanischen Hintergründe dieses sekundären Betonversagens wurden im Kapitel 2.6.2 erläutert.

Ziel der ersten Teilversuche war das Erreichen der Traglast infolge einer Querkraftversagens in der Bügelbewehrung. Zur Vermeidung einer vorzeitigen Betonabplatzung als sekundäres Versagen wurde bei den Versuchsträgern ETK2 bis ETK5 mit zusätzlicher Torsionsbeanspruchung feldseitig im unteren Trägerbereich eine Stahlkonstruktion eingesetzt. Diese wird im weiteren Verlauf der Arbeit als „Druckzonenumschließung“ bezeichnet (Abbildung 3-9).



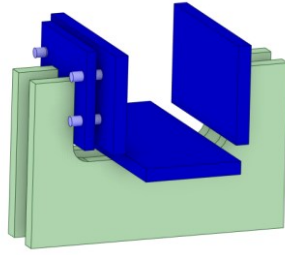


Abbildung 3-9: Druckzonenumschließung zur Vermeidung der vorzeitigen Betonabplatzung im Druckbereich ETK2 bis ETK5

Die Stahlkonstruktion wurde in Analogie zu einem Schraubstock mit einseitig beweglichen Stahlplatten ausgeführt und bereits jeweils im TV1 montiert. Die bewegliche Platte wurde mit einem Anpressdruck von 5 MPa gegen die seitliche Stegwand gepresst, um ein Abplatzen der Betondeckung während der Belastung zu verhindern. Durch die Druckzonenumschließung wurden gezielt Querdruckspannungen eingeleitet um gleichzeitig Querzugspannungen in der belasteten Druckzone unterbunden, wodurch die Integrität der Betondeckung erhalten blieb.

Im TV2 wurden zusätzlich die senkrechten Gewindestangen vorgespannt, sodass die Konstruktion als integraler Bestandteil der Schubverstärkung für den zweiten Teilversuch fungieren konnte.

### 3.3 Messtechnik

Die Versuchsträger der ETK-Reihe wurden analog zur messtechnischen Ausstattung der DLT-Versuche umfassend mit Messtechnik ausgerüstet. Ziel war die kontinuierliche Erfassung der Dehnungen in Bewehrung und Betonoberfläche sowie die präzise Aufzeichnung der Bauteilverformungen. Eine detaillierte Übersicht zur eingesetzten Messtechnik und der Lage der Messpunkte ist dem Anhang zu entnehmen.

#### 3.3.1 Vorspannkkräfte

Bei den ETK-Versuchen wurden die tatsächlichen Vorspannkkräfte an Spann- und Festankern in Echtzeit mit speziell für die Versuche entwickelten Kraftmessdosen erfasst. In den Versuchen ETK1 und ETK2 kamen wiederverwendbare Kraftmessdosen zum Einsatz, die bereits in der DLT-Versuchsreihe durch *Gleich* erfolgreich verwendet worden waren. Aufgrund des hohen Demontageaufwands wurden für ETK3 bis ETK5 eigens nicht wiederverwendbare Kraftmessdosen konzipiert. Die detaillierte Beschreibung der Messsysteme findet sich im Anhang.

#### 3.3.2 Dehnungsmessstreifen (DMS)

##### Stahl DMS

Für die Dehnungsmessung an der Bewehrung wurden Stahl-DMS des Herstellers TML, Typ FLAB-5-11-3LJCT-F mit einer Messlänge von 5 mm, eingesetzt. Diese waren kompakt genug, um auf Bewehrungsstäben mit einem Durchmesser von 8 mm appliziert zu werden. Die Applikation erfordert eine glatte Stahloberfläche, weshalb die Rippen im Messbereich abgeschliffen wurden. Dadurch entstand ein lokaler Querschnittsverlust, der in Einzelfällen bis zu 8 % betrug ( $\emptyset = 7,8 \text{ mm} \rightarrow \emptyset_{DMS} = 7,15 \text{ mm}$ ).

### Beton DMS

Zur Erfassung der Betondehnungen wurden einaxiale, lineare DMS des Typs PL-60-11 auf der Betonoberfläche gemäß Herstellerangaben appliziert. Ziel war die Aufzeichnung der Betondruckspannungen sowie die Visualisierung des Druckbogenverlaufs im Rahmen der Großkörperversuche. Abbildung 3-10 zeigt exemplarisch die DMS-Anordnung am Versuchsträger ETK1. Bei den Versuchsträgern ETK2 bis ETK5 kamen statt einaxialer DMS DMS-Rosetten zum Einsatz. Weitführende Informationen zur Lage der Messstellen sind dem Anhang zu entnehmen.

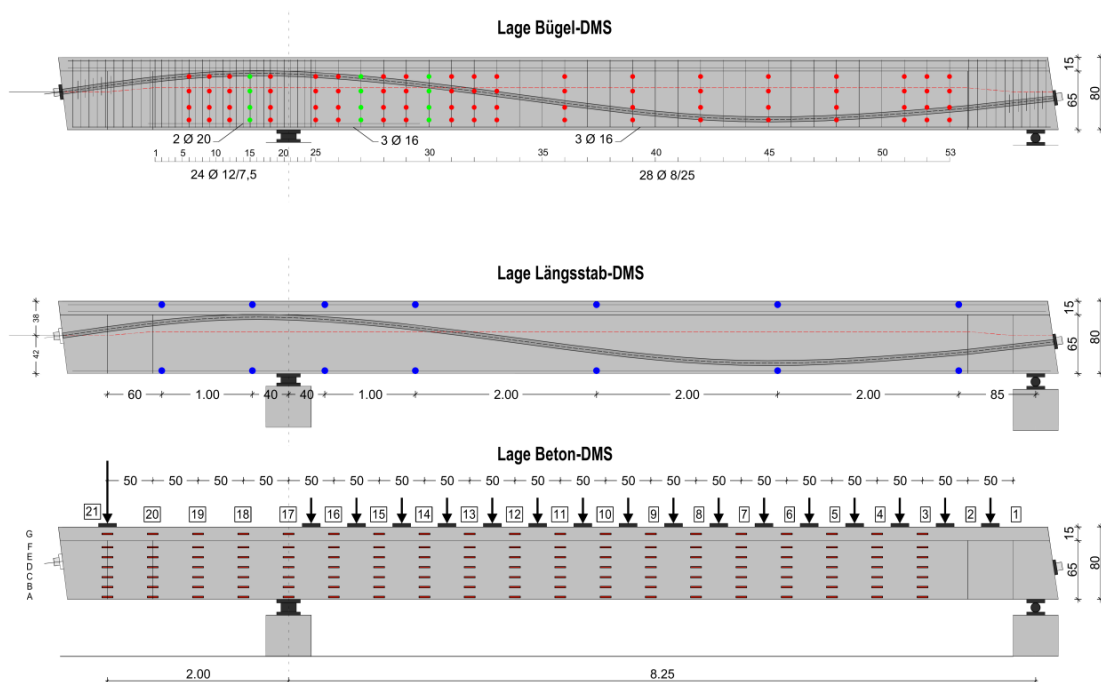


Abbildung 3-10: DMS-Lage exemplarisch am Versuchsträger ETK1

### 3.3.3 Verformungsmessung

Zur Erfassung der vertikalen Auslenkung wurden Seilwegaufnehmer  $S$  an der Gurtunterkante sowie induktive Wegaufnehmer  $WZ$  an der Stegunterkante installiert. Die räumliche Verformung wurde über die Messpunkte auf der lastzugewandten Trägerseite erfasst, die in den Belastungspausen mittels Tachymeter vermessen wurden. So konnte die relative räumliche Verschiebung für jede Belastungsstufe dokumentiert werden. Abbildung 3-11 zeigt die Lage der Messpunkte exemplarisch am Versuchsträger

ETK1. Die Auswertung sowie die vollständigen Messanordnungen für ETK2 bis ETK5 können dem Anhang entnommen werden.

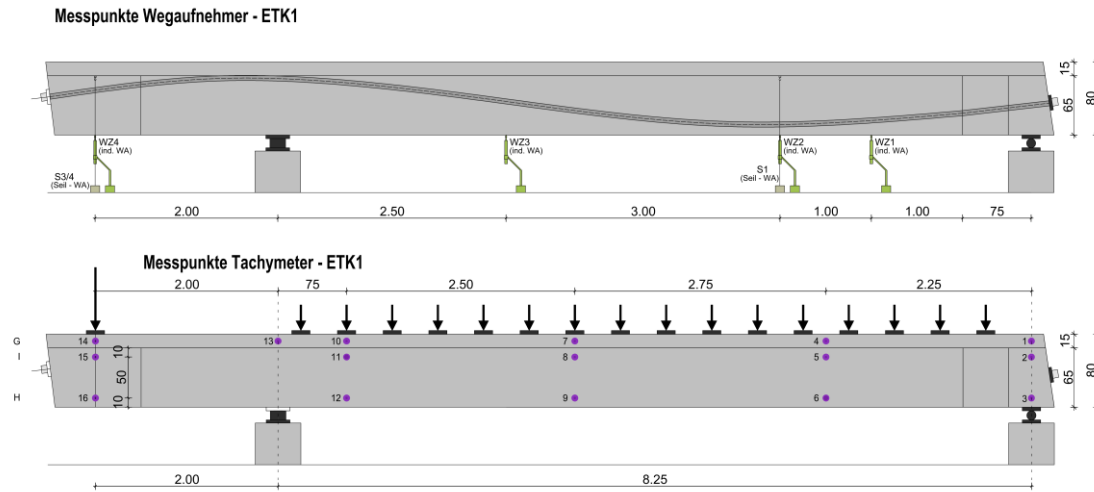


Abbildung 3-11: Lage der Messpunkte für vertikale Wegaufnehmer (oben) und räumlichen Messung mit Tachymeter (unten), exemplarisch am Versuchsträger ETK1

### 3.3.4 Photogrammetrie

Für die Aufzeichnung der Risskinematik in der ETK-Versuchsreihe wurde das photogrammetrische Messsystem ARAMIS eingesetzt. Das Messfeld wurde hierfür mit einem stochastischen Muster vorbereitet und krugarmseitig auf dem Steg appliziert. Es erstreckte sich über eine Fläche von 65 cm Breite und 65 cm Höhe bis zur Gurtunterkante. Die Synchronisation der Messung mit der Belastung erfolgte über ein analoges 10 V-Signal eines Seilwegaufnehmers am Kragarm. Abbildung 3-12 zeigt den Messbereich exemplarisch am Versuchsträger ETK2.



Abbildung 3-12: Übersicht über die photogrammetrische Messung am Beispiel von ETK2

### 3.4 Materialeigenschaften

#### 3.4.1 Beton

Der Beton wurde als Transportbeton mit der Zielfestigkeit C40/50 und einem Größtkorn von 16 mm bestellt. Im Zuge der Betonage wurden versuchsbegleitende Kleinkörper gemäß DIN EN 12390-1 [15] mit folgenden Abmessungen hergestellt:

- Zylinder  $\varnothing = 150$  mm,  $h = 300$  mm
- Würfel  $h = 150$  mm
- Prismen  $L = 700$  mm,  $b = 150$  mm,  $h = 150$  mm

Diese wurden neben dem jeweiligen Versuchsträger unter gleichen thermischen Bedingungen gelagert. Nach der Betonage wurde die Festigkeitsentwicklung bis zum Versuchstag in regelmäßigen Abständen bestimmt. Die ermittelten Materialfestigkeiten sind der Tabelle 3-3 und Tabelle 3-4 zu entnehmen.

Am Versuchstag wurden die Mittelwerte der Materialparameter, wie die Zylinderdruckfestigkeit  $f_{cm,zyl}$ , die Würfeldruckfestigkeit  $f_{cm,cube}$ , die Spaltdruckfestigkeit  $f_{cm,sp}$  sowie die Biegezugfestigkeit  $f_{ctm,fl}$  an den Proben ermittelt.

Tabelle 3-3: Eigenschaften Transportbeton

Träger	Datum Betonage	Ausbreitmaß [cm]	Konsistenzklasse	Bestellte Betonfestigkeitsklasse	Zement	Größtkorn [mm]
ETK1	08.07.2021	44	F3	C40/50	CEM 42,5R	16
ETK2	20.12.2021	48	F3	C40/50	CEM 42,5R	16
ETK3	14.03.2022	50*	F4	C40/50	CEM 42,5R	16
ETK4	07.06.2022	48	F3	C40/50	CEM 42,5R	16
ETK5	05.10.2022	54*	F4	C40/50	CEM 42,5R	16

\* Dem Beton wurde werksseitig ein Fließmittel ViscoCrete 1051 (Sika) beigefügt. In Abhängigkeit der Fahrzeit zwischen dem Werk und der Experimentierhalle stellte sich ggf. ein abweichendes Ausbreitmaß ein.

Tabelle 3-4: Materialkennwerte des Festbetons am Versuchstag (Mittelwerte)

Prüfzeitpunkt	Betonalter [Tage]	$f_{cm,cyl}$ [MPa]	$f_{cm,cube}$ [MPa]	$f_{cm,sp}$ [MPa]	$f_{ctm,fl}$ [MPa]	$E_{cm}$ [MPa]
ETK1	48	44,9	53,4	3,25	4,48	33.309
ETK2	39	45,7	55,8	3,45	3,88	33.014
ETK3	37	51,5	58,7	3,37	4,08	36.646
ETK4 – TV1	37	43,8	53,9	3,08	-	-
ETK4 – TV2	66	45,1	52,8	3,20	4,40	33.627
ETK5	56	44,3	50,1	3,11	4,43	33.479

#### 3.4.2 Einpressmörtel

Zur Sicherstellung des nachträglichen Verbundes zwischen dem Hüllrohr und den Spannlitzen wurden die Hüllrohre mit Einpressmörtel verpresst. Die Ermittlung der Materialkennwerte erfolgte an

### 3.4 - Materialeigenschaften

Zylinderproben ( $\varnothing = 100 \text{ mm}$ ,  $h = 100 \text{ mm}$ ). Die zugehörigen Materialkennwerte können Tabelle 3-5 entnommen werden.

Tabelle 3-5: Materialkennwerte des Verpressmörtels (Mittelwerte)

Träger	Festigkeitsklasse	Zement	Abmessung des Probekörpers $\varnothing \times h \text{ [cm]}$	w/z-Wert	$f_{c, cv1}$ [MPa]
ETK1	52,5	CEM I 52,5N	10x10	0,34	91,7
ETK2	52,5	CEM I 52,5N	10x10	0,44	78,9
ETK3	52,5	CEM I 52,5N	10x10	0,44	95,1
ETK4	52,5	CEM I 52,5R	10x10	0,40	82,5
ETK5	52,5	CEM I 52,5R	10x10	0,36	75,3

#### 3.4.3 Betonstahl

Die Materialfestigkeiten des Betonstahls wurden in Zugversuchen ( $\sigma$ - $\varepsilon$  - Linien) an je drei Prüfkörpern pro Stabdurchmesser gemäß DIN EN ISO 6892-1 [19] bestimmt, woraus sich die 0,2 %-Dehngrenze  $f_{ym,0.2}$ , die Zugfestigkeit  $f_{tm}$  sowie der Elastizitätsmodul  $E_{sm}$  ableiten lassen. Für die Herstellung der Versuchsträger kam Betonstahl aus zwei verschiedenen Materialchargen zum Einsatz, siehe Tabelle 3-6 und Tabelle 3-7.

Tabelle 3-6: Materialkennwerte Betonstahl ETK1 und ETK2 (Mittelwerte)

Durchmesser [mm]	$f_{ym,0.2}$ [MPa]	$f_{tm}$ [MPa]	$E_{sm}$ [MPa]
Ø8	517	586	193.600
Ø12	557	612	194.200
Ø16	545	613	196.586
Ø20	514	613	204.417

Tabelle 3-7: Materialkennwerte Betonstahl ETK3 bis ETK5 (Mittelwerte)

Durchmesser [mm]	$f_{ym,0.2}$ [MPa]	$f_{tm}$ [MPa]	$E_{sm}$ [MPa]
Ø8	527	641	203.344
Ø10	539	638	201.076
Ø12	588	671	208.032
Ø16	547	655	197.627
Ø20	598	699	203.559

#### 3.4.4 Spannstahl

Es wurde die Spannstahlgüte St1570/1770 verwendet. Die Mittelwerte der Materialparameter sind in Tabelle 3-8 abgebildet.

Tabelle 3-8: Materialkennwerte Spannstahl ETK1 bis ETK5 (Mittelwerte)

$A_p$ [mm <sup>2</sup> ]	$f_{p0.1m}$ [MPa]	$f_{p0.2m}$ [MPa]	$f_{pm}$ [MPa]	$E_p$ [MPa]
1400	1779	1802	2026	201.588

### 3.5 Versuchsergebnisse

#### 3.5.1 Traglasten

Eine Übersicht der Versuchstraglasten der Einfeldträger mit Kragarm (ETK) ist in Tabelle 3-9 dargestellt. Bei dem Referenzversuch ETK1 führte das Fließen der Bügel im Auflagerbereich zu erheblichen plastischen Verformungen in der Druckzone mit ausgeprägter Rissbildung, was ein sekundäres Betondruckversagen zur Folge hatte (vgl. Kapitel 2.6.2).

Ein vergleichbares Verhalten wurde auch von *Gleich* ([30], Kap.3.5.4) in Versuch DLT4 beobachtet, bei dem es über der Innenstütze zu einem spröden Versagen der Druckzone mit vorzeitiger Abplatzung der Betondeckung kam. Dieses Ablösen schwächte die Druckzone im ohnehin schlanken Querschnitt erheblich und führte zu einem abrupten Abfall der Biegetragfähigkeit um etwa 10 %, was in einem schlagartigen Versagen mündete. Eine weitere Laststeigerung war danach nicht mehr möglich. Die primäre Versagensursache ist demnach im Fließen der Bügel zu sehen. Beim Betonversagen handelt es sich um ein sekundäres Versagen.

Tabelle 3-9: Versuchstraglasten ETK1 bis ETK5

Versuchsträger	Versuchstraglast	Referenzversuch	Abweichung	Merkmal
ETK1 – Teilversuch 1	198 kN/m			Referenzversuch, Streckenlast im Feld, $e = 0$
ETK1 – Teilversuch 2	1166 kN			Referenzversuch, Einzellast am Kragarm, $e = 0$
ETK2 – Teilversuch 1	204 kN/m	198 kN/m	+3 %	Ausmitte: $e = 7,5$ cm $\cot \theta = 2,5$
ETK2 – Teilversuch 2	1462 kN	1166 kN	+25 %	Ausmitte: $e = 7,5$ cm
ETK3 – Teilversuch 1	204 kN/m	198 kN/m	+3 %	Ausmitte: $e = 15$ cm $\cot \theta = 2,5$
ETK3 – Teilversuch 2	1397 kN	1166 kN	+20 %	Ausmitte: $e = 15$ cm
ETK4 – Teilversuch 1	204 kN/m	198 kN/m	+3 %	Ausmitte: $e = 15$ cm $\cot \theta = 2,0$
ETK4 – Teilversuch 2	1167 kN	1166 kN	0 %	Ausmitte: $e = 26$ cm
ETK5 – Teilversuch 1	204 kN/m	204 kN/m (ETK2)	+3 %	Ausmitte: $e = 7,5$ cm $\cot \theta = 2,5$
ETK5 – Teilversuch 2	1280 kN	1462 kN (ETK2)	- 13 %	Ausmitte: $e = 7,5$ cm

#### 3.5.2 Last-Durchbiegungskurven

Abbildung 3-13 und Abbildung 3-14 zeigen die gemessenen Last-Durchbiegungskurven im Feld sowie am Kragarm. Die genaue Lage der Wegaufnehmer ist dem Anhang zu entnehmen. Ziel des ersten Teilversuchs war die Verifizierung des in Kapitel 3.2.1 vorgestellten Bemessungsmodells für die zusätzliche Torsionsbewehrung. Wie in Abbildung 3-13 dargestellt, wurde mit Ausnahme von ETK1

bei allen Versuchen eine feldseitige Traglast von 204 kN/m erreicht. In sämtlichen Versuchen überschritten die Bügel deutlich die Stahlfließdehnung von 2 ‰. Eine weitere Laststeigerung wurde mit Blick auf die Durchführbarkeit des zweiten Teilversuchs gezielt abgebrochen, obwohl möglicherweise höhere Traglasten realisierbar gewesen wären.

Der erforderliche Nachweis, dass die aus der Lastexzentrizität resultierende Torsionsbeanspruchung durch die zusätzliche Torsionsbügel- und Torsionslängsbewehrung aufgenommen werden konnte, bestätigte das entwickelte Bemessungsmodell aus Kapitel 3.2.1. Beim Referenzversuch ETK1 (ohne Torsion) lag die erzielte Versuchstraglast bei 198 kN/m und war von einem sekundären Betonversagen im Stützbereich geprägt. Die volle Tragfähigkeit der Bügelbewehrung wurde hier mutmaßlich nicht erreicht. Eine signifikante Laststeigerung darüber hinaus wurde allerdings nicht mehr erwartet.

Der Kurvenverlauf im TV1 (Abbildung 3-13) zeigt keinen Abfall der Biegesteifigkeit im Feldbereich, da das Rissmoment bis auf den Versuchsträger ETK5 nicht überschritten wurde. Die Last-Verformungskurven ETK1 bis ETK4 verlaufen nahezu identisch. Aufgrund der wesentlich höheren Durchbiegung ist der Einfluss der Gurtplatte bei ETK5 (Rechteckquerschnitt) deutlich zu erkennen. Die Biegetragfähigkeit war bei allen Versuchsträgern identisch ausgelegt.

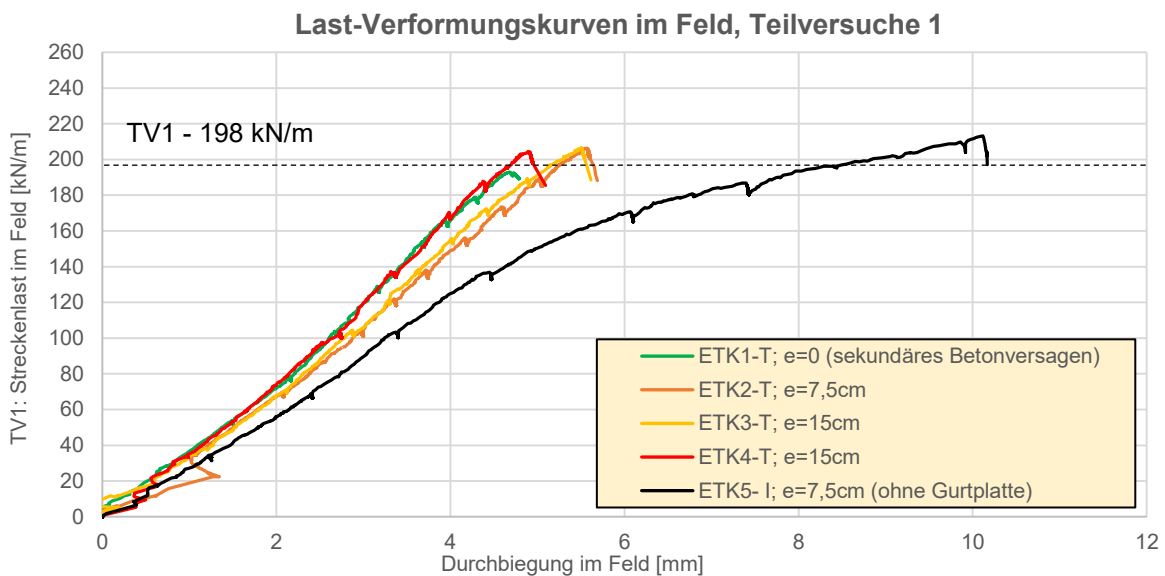


Abbildung 3-13: Last-Durchbiegungskurven der Teilversuche 1 (ETK1 bis ETK5)

Abbildung 3-14 stellt die am Kragarm gemessenen Last-Durchbiegungskurven im TV2 dar. Hier wurde die Betontragfähigkeit der Druckzone unter einer kombinierten Belastung aus  $M + V + T$  untersucht. Durch das sekundäre Betonversagen im TV1 konnte der TV2 mit dem Referenzversuch ETK1 nicht durchgeführt werden. Bei den Teilversuchen 2 kann die Versuchstraglast des ETK2 mit vergleichsweise kleiner Lastexzentrizität mit  $e = 7,5 \text{ cm}$  als sinnvolle Bezugstraglast angesehen werden, da der entsprechende Wert bei ETK1 aufgrund des vorzeitigen sekundären Betonversagens nicht repräsentativ ist.

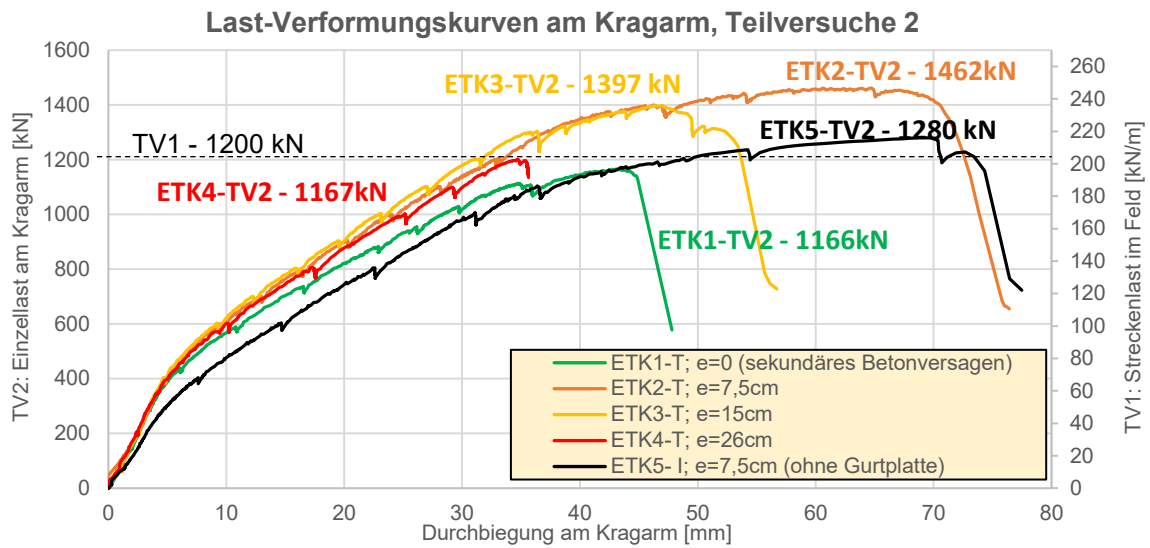


Abbildung 3-14: Last-Durchbiegungskurven der Teilversuche 2 (ETK1 bis ETK5)

Wie erwartet korrelierte der Abfall der Versuchstraglast sowie der Verformungskapazität mit dem steigenden Torsionsanteil aus der Lastexzentrizität  $e$  bei ETK2 bis ETK5. Der Versuch ETK2 mit einer Exzentrizität von  $e = 7,5$  cm erreichte eine Traglast von 1462 kN bei ca. 70 mm Durchbiegung, gemessen am Kragarm. Bei Vergrößerung der Exzentrizität auf 15 cm bei ETK3 sank sowohl die Traglast als auch die Durchbiegung auf 1397 kN bzw. 47 mm. Bei ETK4 mit  $e = 26$  mm konnte die Traglast von 1167 kN und 34 mm Durchbiegung gemessen werden.

Bei ETK5 im TV2 ist der negative Einfluss der fehlenden Gurtplatte deutlich zu erkennen. Bereits im Zustand I bis ca. 350 kN ist eine verringerte Biegesteifigkeit erkennbar. Mit der fortschreitenden Rissbildung im Lastbereich zwischen 350 kN und ca. 1200 kN fällt die Biegesteifigkeit deutlich schneller ab als beim ETK2 mit der gleichen Lastexzentrizität von  $e = 7,5$  cm. Die Mitwirkung der Gurtplatte ist sowohl bei Biege- als auch bei der Torsionsbeanspruchung nachweisbar.

### 3.5.3 3D-Vermessung mittels Tachymeter

Zur Aufnahme einer räumlichen Verformung infolge zusätzlicher Torsion wurde ein dreidimensionales Vermessungsverfahren mittels eines Tachymeters TS16 (Leica) durchgeführt. Dabei erfasste ein Laserstrahl die räumliche Lage der Messpunkte im selbst definierten globalen Koordinatennetz. Mit zunehmender Verformung konnte die Relativverschiebung aller gemessenen Punkte bezogen auf eine Nullmessung bestimmt werden. Die Messung erfolgte in den Belastungspausen über die entlang des Trägers in verschiedenen Höhen aufgeklebten Messmarken.

Zur Absicherung der Messung mit dem Tachymeter wurden die Verformungen in vertikaler Richtung mit zahlreichen Wegaufnehmern aufgezeichnet. Die Messabweichung an gleichen Messstellen lag dabei zwischen 1 % und 3 %, was als gute Übereinstimmung angesehen werden kann.

### 3.5 - Versuchsergebnisse

Auf Grundlage der Ergebnisse konnte das numerische Modell (Kapitel 4) kalibriert werden. Die Messungen erfolgten nur im Teilversuch 1 bis zur Versuchstraglast  $F_{u,TV1} = 1200$  kN. Abbildung 3-15 zeigt eine Übersicht über die Vermessungstechnik.

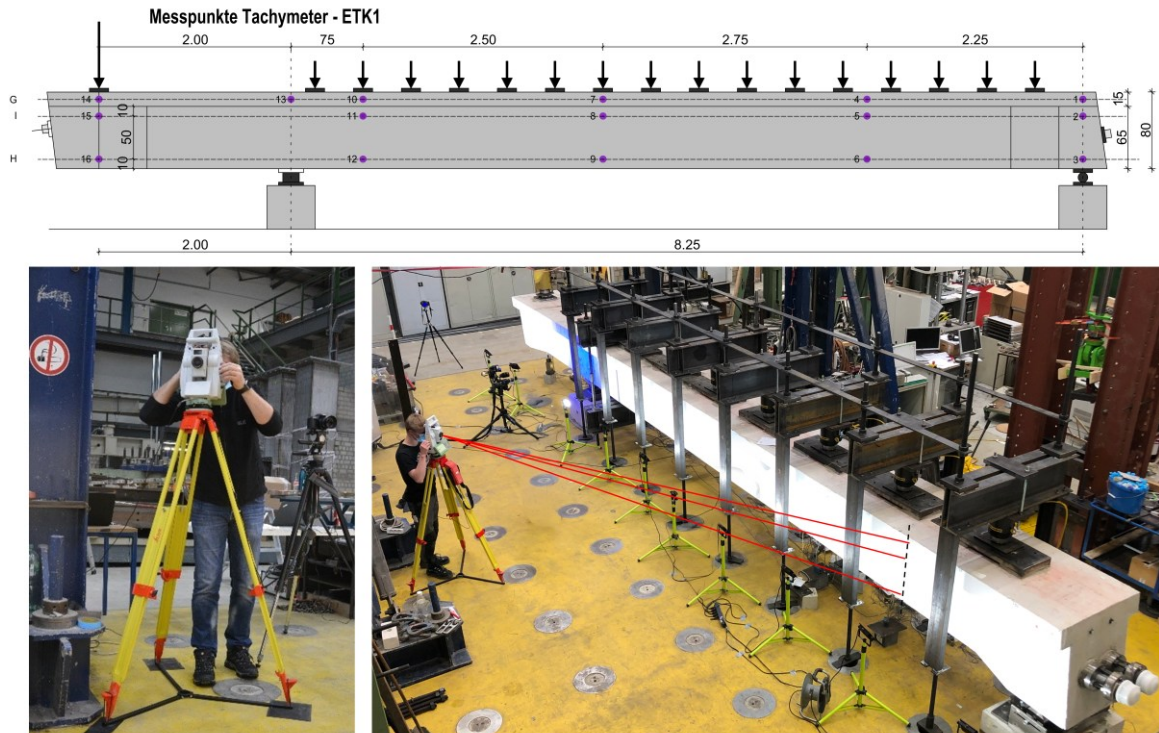


Abbildung 3-15: Übersicht der Vermessungstechnik mittels Totalstation am ETK1

Am Beispiel des Versuchsträgers ETK3 sind in Abbildung 3-16 die Ergebnisse der räumlichen Vermessung exemplarisch dargestellt. Weiterführenden Messdaten aller Träger sind im Anhang zu finden.

Der vertikale Abstand der Achsen  $G$  und  $H$  beträgt  $725$  mm. Aus der horizontalen Verschiebung der Messpunkte ( $Y$ -Verformung) lässt sich die Verdrehung  $\varphi$  des Kragarms um die Längsachse bei unterschiedlichen Laststufen berechnen. Diese beträgt in Achse 11-13 bei  $600$  kN  $\varphi = 2 / 725$  mm (0+2) und nimmt überproportional bei  $1200$  kN ( $1,0 \cdot F_{u,TV1}$ ) auf  $\varphi = 9,5 / 725$  mm (6,4+3,1) zu. Dies deutet auf eine nichtlineare Abnahme der Torsionssteifigkeit im Zustand II hin.

Die Messpunkte der Reihen  $H$  und  $I$  in der Achsen 22-23 und 62-63 (Auflagerachsen) wurden auf nachträglich anbetonierten Querträgern appliziert. Mit zunehmender Torsionseinwirkung öffnete sich die Fuge zwischen dem Versuchsträger und dem Querträger, sodass die Messung an den Punkten 23 und 63 in der Achse  $H$  nicht die tatsächliche Verdrehung des Versuchsträgers selbst an diesen Stellen wiedergibt.

Im Feld lässt sich eine geringe, jedoch nahezu konstante Verdrehung über den gesamten Bereich messen. Auch hier ist eine nichtlineare Abnahme der Torsionssteifigkeit zu beobachten.

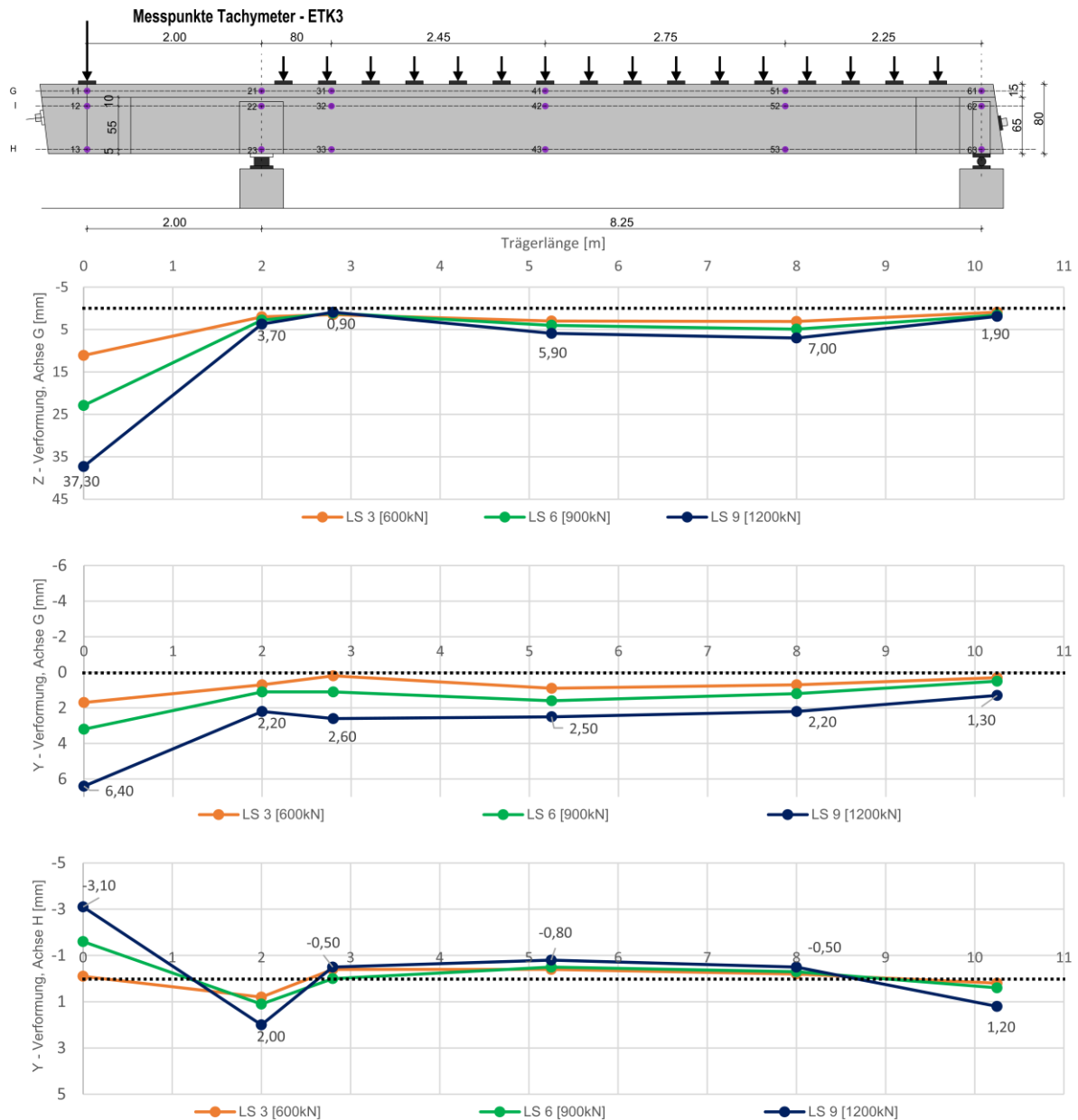


Abbildung 3-16: ETK3 Räumliche Trägerverformung in Z: Vertikallrichtung, Y: Horizontalrichtungen

### 3.5.4 Last-Verdrehungs- bzw. Verdrillungskurven

Die Messungen der vertikalen und horizontalen Verformungen dienen der Erkenntnisgewinnung über das tatsächliche Trag- und Verformungsverhalten der Versuchsträger bei einer schrittweisen Laststeigerung bis zum Versagen. Durch eine räumliche Vermessung lassen sich sowohl die Last-Durchbiegungs- als auch die Last-Verdrillungsbeziehungen aufstellen. In Abhängigkeit von der Belastung kann der Steifigkeitsabfall infolge der Rissbildung ermittelt werden. Bei einer kombinierten Belastung aus  $M + V + T$  stehen die Biegesteifigkeit  $EI$  sowie die Torsionssteifigkeit  $GI$  in einer gegenseitigen Abhängigkeit. Die Torsionssteifigkeit wird dabei sowohl durch Biegerisse als auch durch Torsionsrisse beeinflusst.

Aus der Literatur [24] ist bekannt, dass bereits vor dem Auftreten der ersten sichtbaren Risse ein Abfall der Torsionssteifigkeit infolge von Mikrorissbildung von 10 % bis 30 % eintritt. Unter der Bruchlast beträgt der Steifigkeitsabfall bis ca. 90 % des ursprünglichen Wertes im Zustand I.

Die Messungen der Last-Verdrillungsbeziehung an den Versuchsträgern konnten der in Tabelle 3-10 angegebenen Torsionssteifigkeit im Zustand I gegenübergestellt werden.

Tabelle 3-10: Rechnerische Torsionssteifigkeit im Zustand I bei ETK2 bis ETK5

	$f_{cm}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$E_{cm}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$G$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$I_T$ [m <sup>4</sup> ]	$GI_{T(cal)}$ [MNm <sup>2</sup> ]
ETK2	45,7	33.014	13.756	$8,49 \cdot 10^{-3}$	116
ETK3	51,5	36.646	15.269	$8,49 \cdot 10^{-3}$	129
ETK4	43,8	33.627	14.011	$8,49 \cdot 10^{-3}$	119
ETK5	45,1	33.479	13.950	$8,19 \cdot 10^{-3}$	114

Die Zylinderdruckfestigkeit  $f_{cm}$  sowie das E-Modul  $E_{cm}$  wurden versuchsbegleitend im Labor bestimmt. Die Berechnung des Schubmoduls  $G$  erfolgt nach Gl. (3.6). Die Berechnung der Torsionsträgheit  $I_T$  wurde analytisch mittels der Methode in Kapitel 2.4.2 berechnet.

$$G = \frac{E_{cm}}{2(1 + \nu)} \text{ mit } \nu = 0,2 \quad (3.6)$$

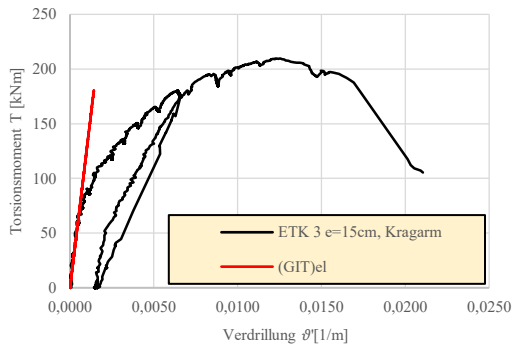
Man unterscheidet zwischen Tangenten- und Sekantensteifigkeit, die je nach Anwendungsfall zum Einsatz kommen. Im Zusammenhang mit einer inkrementellen Laststeigerung wird die Tangentensteifigkeit verwendet, um die aktuelle Steifigkeit auf dem jeweiligen Lastniveau zu bestimmen. Die Sekantensteifigkeit hingegen beschreibt die effektive Endsteifigkeit bei einem bestimmten Lastniveau. Dies ist beispielsweise bei der üblichen Verformungsberechnung nach linearer Statik für ein bestimmtes Lastniveau von Interesse.

Für zwei Versuchsträger (ETK3 und ETK4) wurden die Last-Verdrillungskurven am Kragarm exemplarisch bestimmt und im Hinblick auf die Tangenten- und Sekantentorsionssteifigkeit ausgewertet, siehe Abbildung 3-17 und Abbildung 3-18.

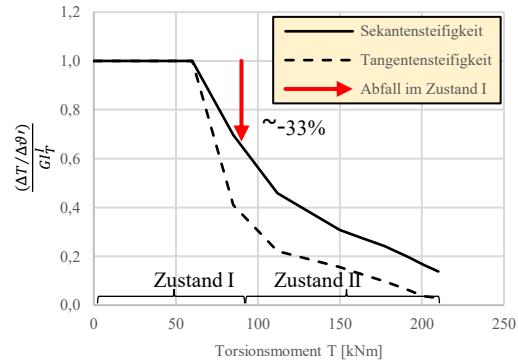
Die Auswertung der Torsionssteifigkeit zeigt, dass bereits im Zustand I, also vor einer sichtbaren Rissbildung, ein Steifigkeitsabfall von 33 % bis 40 % zu beobachten war. Unter der Bruchlast betrug der Steifigkeitsabfall bei den untersuchten Trägern ca. 80 % des Wertes im Zustand I.

Damit konnte verifiziert werden, dass unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion eine pauschale Abminderung der Torsionssteifigkeit auf 40 % des Wertes nach Zustand I, wie sie in der derzeit gültigen Nachrechnungsrichtlinie vorgeschlagen wird, gerechtfertigt ist. Sollte im Rahmen der Brückennachrechnung eine hohe Torsionssteifigkeit zu unwirtschaftlichen Ergebnissen

führen, kann diese im Einzelfall auf Grundlage der vorgestellten Versuchsergebnisse im Rahmen eines genaueren Nachweises auf bis zu 20 % reduziert werden.

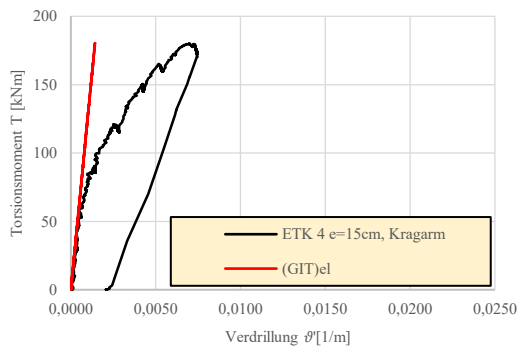


a) ETK3 Last-Verdrillungskurve

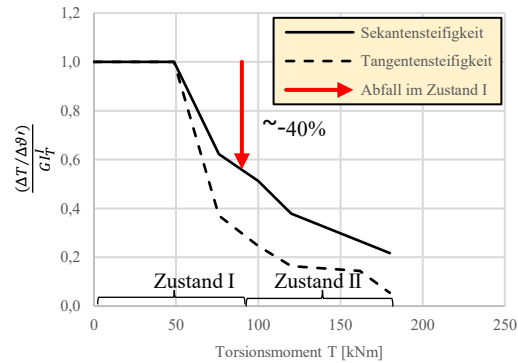


b) ETK3 Abfall der Torsionssteifigkeit

Abbildung 3-17: ETK3 a) Last-Verdrillungskurve bei TV2; b) Auswertung der Sekanten- und Tangentensteifigkeiten



a) ETK4 Last-Verdrillungskurve



b) ETK4 Abfall der Torsionssteifigkeit

Abbildung 3-18: ETK4 a) Last-Verdrillungskurve bei TV2; b) Auswertung der Sekanten- und Tangentensteifigkeiten

### 3.5.5 Rissverhalten

#### 3.5.5.1 Rissbildung im Steg

Abbildung 3-19 zeigt die Rissbilder der Versuchsträger ETK1 bis ETK5 im Bruchzustand. Die Rissneigungen wurden sowohl im Abstand  $d$  als auch  $2d$  vom Auflager angegeben. Die Neigungen der kritischen Risse betragen im Referenzversuch ETK1  $27^\circ$ , während bei den Versuchen mit Torsionsbeanspruchung Rissneigungen von  $37^\circ$  bei  $e = 7,5$  cm bzw. ca.  $32^\circ$  bei  $e = 15$  cm beobachtet wurden. Die Träger ETK3 und ETK4 wurden mit unterschiedlichen Neigungswinkeln der Druckstreben  $\cot\theta$  bemessen. Dabei zeigte sich kein messbarer Unterschied in der Rissneigung zwischen der Bemessung mit  $\cot\theta = 2,5$  bei ETK3 und  $\cot\theta = 2,0$  bei ETK4.

Trägeransicht Vorderseite

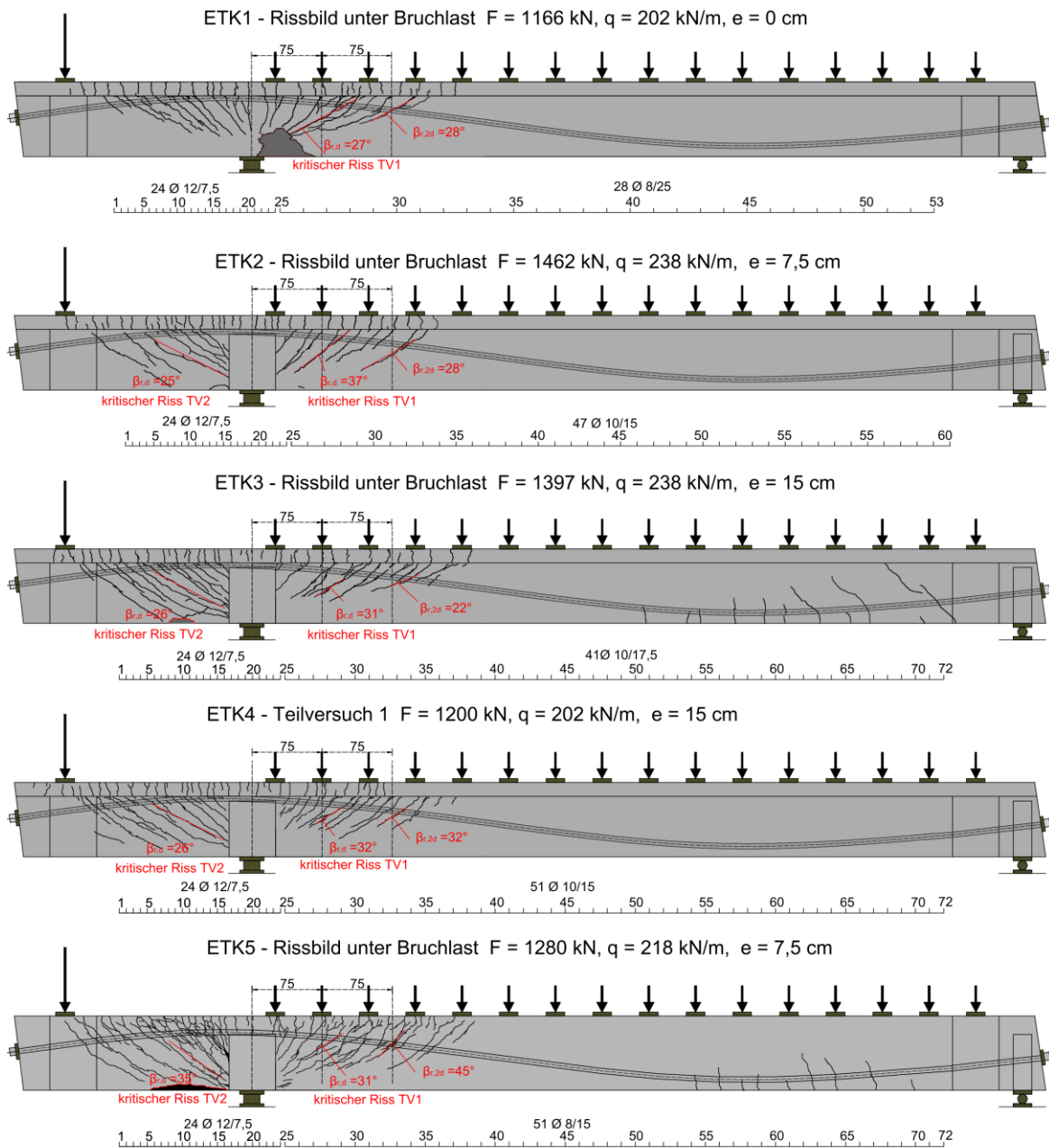


Abbildung 3-19: Rissbilder, Seitenansicht im Bruckzustand ETK1 bis ETK5

Es ist festzustellen, dass die Rissneigungen bei Streckenlastversuchen mit etwa  $32^\circ$  bis  $37^\circ$  (entspricht  $\cot\beta_r = 1,6$  bis  $1,3$ ) deutlich steiler verlaufen als bei Versuchen unter Einzellast, wie z.B. der DLT-Reihe von Gleich, bei denen Rissneigungen von etwa  $25^\circ$  -  $29^\circ$  ( $\cot\beta_r = 2,2$  bis  $1,8$ ) beobachtet wurden.

Wie bereits anhand der Last-Durchbiegungskurven ersichtlich war, bilden sich in den Feldbereichen aufgrund des geringen Feldmoments, welches das Rissmoment kaum überschreitet, keine oder nur sehr wenige Risse aus. Durch den linearen Verlauf der Querkraft konzentrieren sich die Risse im Stützbereich und verlaufen dort fächerförmig mit zunehmender Neigung in Richtung des Auflagers.

### 3.5.5.2 Einfluss der Lagerung auf die Rissbildung im Steg

Die bauliche Durchbildung der Lagerung hat einen erkennbaren Einfluss auf die Rissbildung im Stützbereich. Bei einer direkten Lagerung bildet sich im Diskontinuitätsbereich ein Fächer aus Druckstreben aus, wie es auch bei ETK1 zu beobachten war.

Bei nachträglich anbetonierten Querträgern (ETK2 bis ETK5) bildete sich im Bereich der Querträger kein ausgeprägter Fächer aus. Die Druckstreben verliefen parallel zueinander. Die vertikalen Kräfte der Druckstreben wurden über die gesamte Höhe des Querträgers gleichmäßig übertragen. Obwohl das Lager direkt unter dem Steg des Versuchsbalkens angeordnet war und der Querträger hauptsächlich dazu diente, die Torsion ins Gleichgewicht zu setzen, trat bei den Versuchen ein Rissmuster auf, das charakteristisch für eine indirekte Lagerung war.

### 3.5.5.3 Rissbildung im Gurt

Abbildung 3-20 stellt die Rissbildung in der Gurtplatte dar. Aufgrund des höheren Lastniveaus im TV2 wird die nachfolgende Analyse kragarmseitig vorgenommen. Beim Referenzversuch (ETK1) entstanden, erwartungsgemäß nach der Fachwerkanalogie, durchgehende, zur Stablängsachse senkrecht verlaufende Risse. Mit steigendem Torsionsanteil konnte eine zunehmende Rotation der Risse beobachtet werden von  $90^\circ$  bei ETK1 über  $74^\circ$  bei ETK2 bis zu  $45^\circ$  bei ETK4. Das räumliche Fachwerk beschränkt sich demnach nicht ausschließlich auf den Steg, sondern bildet sich auch in der Gurtplatte aus. Die Gurtplatte beteiligt sich somit aktiv am Torsionslastabtrag.

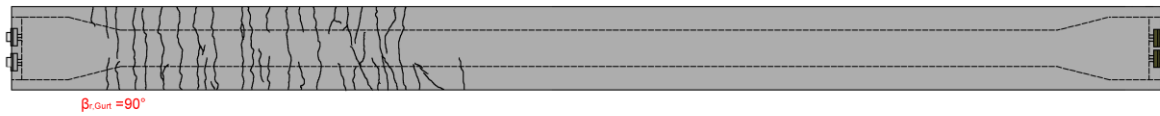
Mit zunehmendem Torsionsmoment findet eine größere Rotation der Rissneigung statt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3-11 dargestellt.

Tabelle 3-11: Rissentwicklung der Gurtplatte in Abhängigkeit von  $T/M$ -Verhältnis

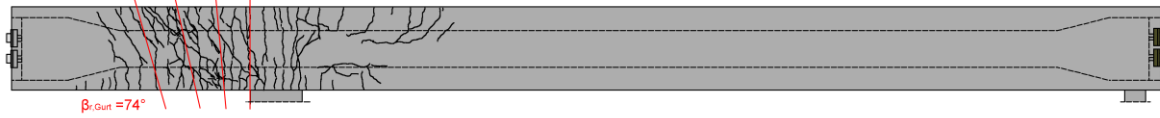
	$F_u$ [kN]	$e$ [cm]	$M_{Krag}$ [kNm]	$T_{Krag}$ [kNm]	$M/T$ [-]	$T/M$ [-]	$\beta_{Gurt}$ [°]
ETK2	1462	7,5	2924	109,65	26,67	3,8 %	74
ETK3	1397	15	2794	209,55	13,33	7,5 %	59
ETK4	1167	26	2334	303,42	7,69	13,0 %	45
ETK5	1280	7,5	2560	96	26,67	3,8 %	75

Draufsicht

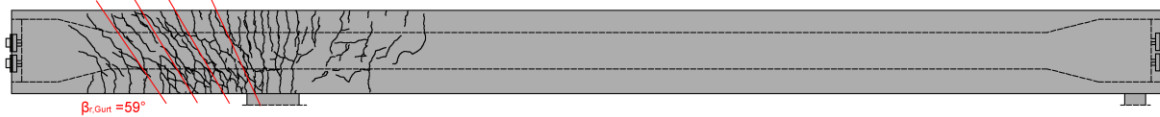
ETK1 - Rissbild unter Bruchlast  $F = 1166 \text{ kN}$ ,  $q = 202 \text{ kN/m}$ ,  $e = 0 \text{ cm}$



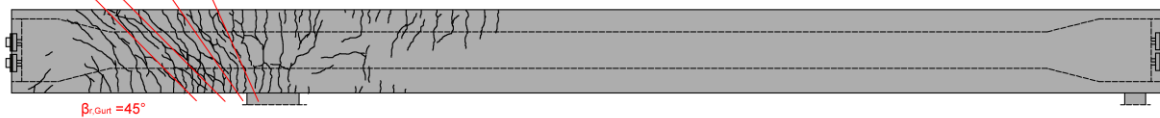
ETK2 - Rissbild unter Bruchlast  $F = 1462 \text{ kN}$ ,  $q = 238 \text{ kN/m}$ ,  $e = 7,5 \text{ cm}$



ETK3 - Rissbild unter Bruchlast  $F = 1397 \text{ kN}$ ,  $q = 238 \text{ kN/m}$ ,  $e = 15 \text{ cm}$



ETK4 - Teilversuch 1,  $F = 1200 \text{ kN}$ ,  $q = 202 \text{ kN/m}$ ,  $e = 15 \text{ cm}$   
 - Teilversuch 2,  $F = 1167 \text{ kN}$ ,  $q = 198 \text{ kN/m}$ ,  $e = 26 \text{ cm}$



ETK5 - Rissbild unter Bruchlast  $F = 1280 \text{ kN}$ ,  $q = 218 \text{ kN/m}$ ,  $e = 7,5 \text{ cm}$



Abbildung 3-20: Rissbilder, Draufsicht im Bruckzustand ETK1 bis ETK5

### 3.5.5.4 Rissabwicklung

In der Darstellung der Rissabwicklung kann der räumliche Kräftefluss anschaulich verdeutlicht werden. Die Rissrichtung auf der Gurtunterseite kehrt sich in der Draufsicht gegenüber der Gurtoberseite um, sodass sich in der Abwicklung räumlich umlaufende Druckstreben ergeben. Durch eine Zerlegung der Gurtplatte in ein oberes und unteres Scheibenelement lassen sich die unterschiedlichen Neigungen der Druckfelder anschaulich erklären und jeweils als Scheibenelement für die Schubbeanspruchung infolge Torsion bemessen. Abbildung 3-21 stellt die Rissrichtungen an der Gurtober- und Gurtunterseite dar.

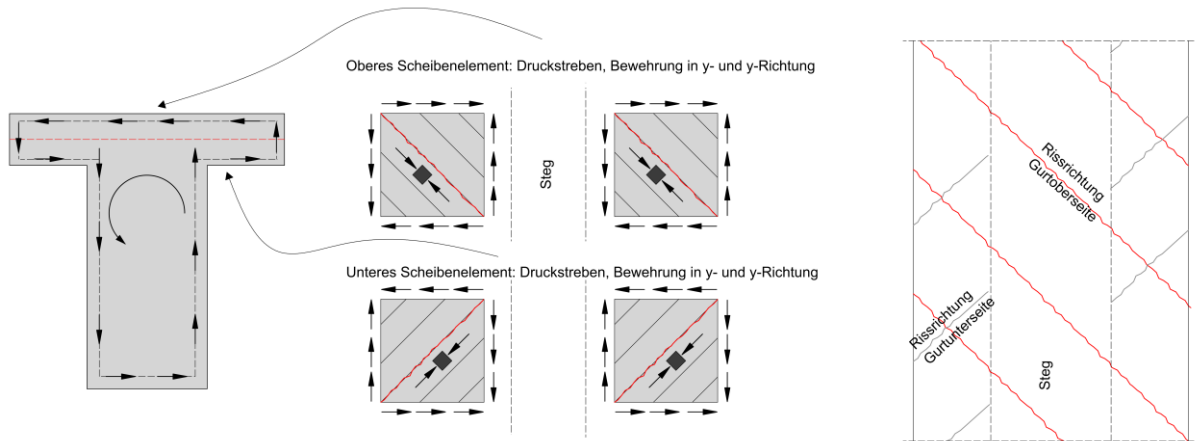


Abbildung 3-21: Rissrichtung an der Gurtober- und Gurtunterseite

Die Rissabwicklung am Versuchsträger ETK4 (Abbildung 3-22) mit dem größten Torsionsanteil der Versuchsreihe ( $e = 26 \text{ cm}$ ) zeigt umlaufend verlaufende Risse, beginnend am hinteren Rand der Gurtseite. Auf der Rückseite kehrt sich der Rissverlauf um. Abweichend von der theoretischen Betrachtung bei reiner Torsion in Abbildung 3-21 verlaufen die Risse auf der lastabgewandten Seite nicht parallel zu jenen auf der lastzugewandten Seite, sondern zeigen eine entgegengesetzte Neigung. Diese ist auf die kombinierte Belastung aus Biegung, Querkraft und Torsion zurückzuführen. Die beobachtete Abweichung deutet darauf hin, dass die Schubspannungsverteilung entlang des Querschnitts gegenüber dem Fall mit reiner Torsion signifikant verändert ist. Auf der lastzugewandten Seite summieren sich die Schubkräfte aus der Querkraft mit der Torsion, während sie sich auf der lastabgewandten Seite gegenseitig teilweise aufheben.

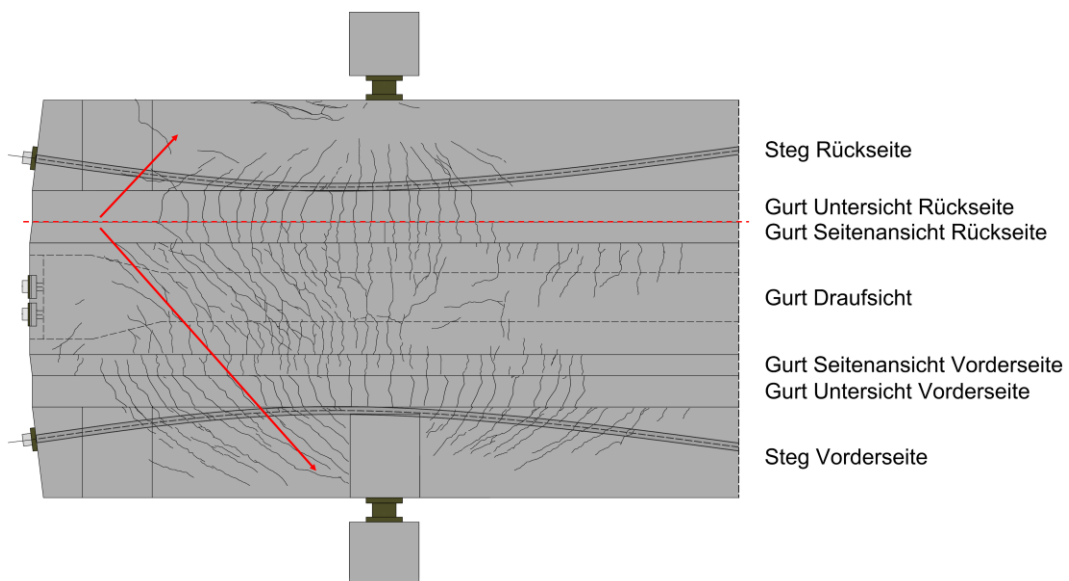


Abbildung 3-22: Rissabwicklung ETK4 unter kombinierter Beanspruchung aus  $M+V+T$

### 3.5.5.5 Rissbreiten

Tabelle 3-12 enthält eine Übersicht von den im Zuge der Versuche mittels Risslupe gemessenen Rissbreiten. Aus Sicherheitsgründen erfolgte die handnahe Messung nur bis zu einer Laststufe von 1200 kN.

Die Rissentwicklung bei den Versuchen mit und ohne zusätzliche Torsion zeigt dabei keine eindeutige Tendenz. Geringfügige Abweichungen bei einzelnen Laststufen liegen im Rahmen des üblichen Streubereichs. Eine tiefergehende Analyse der Risskinematik erfolgt im nachfolgenden Kapitel 3.5.5.6.

Tabelle 3-12: Rissbreiten in [mm] Versuchsträger ETK1 bis ETK5

Last am Kragarm	Erstrissbildung im Steg		600 kN	700 kN	800 kN	900 kN	1000 kN	1100 kN	1200 kN
ETK1	F = 525 kN	Pos. 1		0,1		0,18	0,2	0,3	
	q = 89,25 kN/m	Pos. 2				0,08	0,14	0,2	
		Pos. 3				0,3	0,4	0,4	
ETK2	F = 600 kN	Pos. 1		0,1	0,2	0,2	0,4		
	q = 102 kN/m	Pos. 2		0,1	0,1	0,4	0,5		
		Pos. 3			0,1	0,1	0,1	0,4	
ETK3	F = 700 kN	Pos. 1		0,1	0,16	0,21	0,2	0,24	0,2
	q = 119 kN/m	Pos. 2		0,08	0,1	0,16	0,1	0,1	0,1
ETK4	F = 600 kN	Pos. 1	0,04		0,2		0,24	0,5	0,44
	q = 102 kN/m	Pos. 2			0,18		0,28	0,3	0,38
		Pos. 3				0,1		0,3	0,38
ETK5	F = 600 kN	Pos. 1	0,14		0,2		0,46		
	q = 102 kN/m	Pos. 2	0,05		0,2		0,2		
		Pos. 3			0,18		0,14		

### 3.5.5.6 Rissverzahnungskräfte

Im Rahmen der Untersuchung einer Kraftübertragung über Risse durch Rissverzahnungskräfte gemäß Kapitel 2.3.2.4 wurden die Dehnungen der Betonoberfläche über die gesamte Versuchsserie ETK1 bis ETK5 in einem vordefinierten Messfeld auf der Kragarmseite im Stützbereich mittels Photogrammetrie (ARAMIS 12M) aufgezeichnet. Die Messungen erfolgten über mehrere Laststufen hinweg und sind in der Abschlussarbeit von *Chantrain* [12] dokumentiert. Zur Erreichung einer ausreichenden Dehnungsgenauigkeit von 0,01 % wurde die Größe des Messfelds auf 60 cm x 60 cm definiert, was nur einen Teilausschnitt des Steges abdeckt. Die infolge der Biegebeanspruchung im Gurt entstandenen Risse laufen mit zunehmender Belastung in das Messfeld hinein. Abbildung 3-23 stellt exemplarisch die Rissentwicklung am Versuchsträger ETK3 in Form von gemessenen Oberflächendehnungen dar.

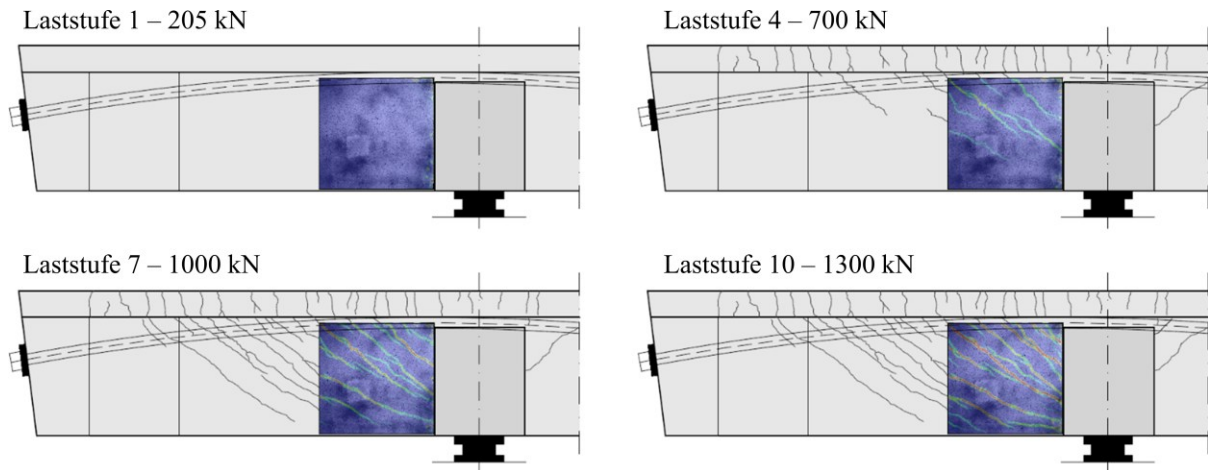


Abbildung 3-23: Exemplanische Dargestellte Rissentwicklung in Form der Hauptformänderung am ETK3, entnommen aus [12]

Im Zuge der Auswertung wurden die Risse durch Polygonzüge aus mehreren Risssegmenten zusammengesetzt. Bei der Rissbildung in niedrigeren Laststufen wurden entlang dieser Polygonzüge auf den gegenüberliegenden Rissufer bis zu 18 Messmarken pro Riss aufgetragen. Mit zunehmender Belastung verschoben sich die Messmarken relativ zueinander. Aus den Differenzen der jeweiligen Lotabstände orthogonal und parallel zu den einzelnen Risssegmenten in Abhängigkeit der Laststufen ergab sich die Risskinematik. Diese setzt sich aus einer Rissöffnung (senkrecht zum Rissverlauf) und einer Rissgleitung (parallel zum Rissverlauf) zusammen.

Die Erfassung der Relativverschiebungen ermöglicht die Quantifizierung der Spannungen, die über die Rissufer hinweg übertragen wurden. Abbildung 3-24 zeigt den prinzipiellen Aufbau des Messsystems sowie die zugehörige Auswertung. Ähnliche Auswertungen wurden bereits durch *Hegger et al.* [39] im Jahr 2004 durchgeführt.

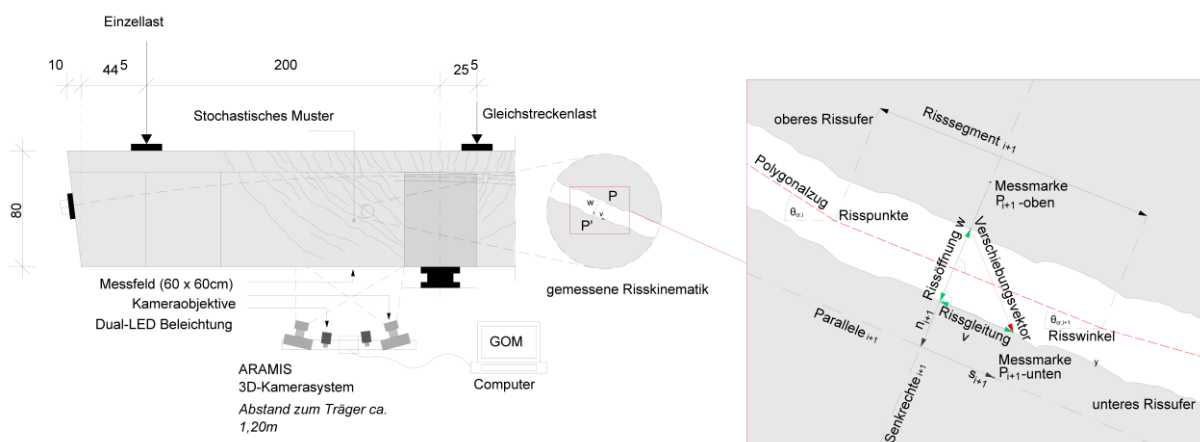


Abbildung 3-24: Prinzipskizze zur Funktionsweise des Photogrammetrischen Messsystems zur Messung der Risskinematik, entnommen und modifiziert aus [12]

Im Folgenden wird exemplarisch die Auswertung der Rissöffnung, der Rissgleitung sowie die Ermittlung der Rissverzahnungskraft am Versuchsträger ETK3 vorgestellt. Die Lage und Bezeichnung

der Risse sind in Abbildung 3-25 dargestellt. Die entsprechenden Auswertungen der weiteren Versuchsträger sind im Anhang dokumentiert.

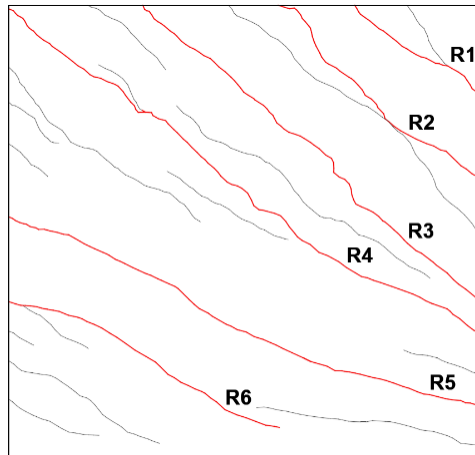


Abbildung 3-25: Bezeichnung und Lage der Risse bei ETK3,  $F_{Krag} = 1300 \text{ kN}$ , entnommen aus [12]

### Rissöffnung w

Bei der Rissöffnung entfernen sich die gegenüberliegenden Rissflanken voneinander. Mit zunehmender Rissöffnung verringert sich die Kontaktfläche der Zuschlagskörner, die sich bei rauen Rissoberflächen gegenseitig abstützen. Die Größe der Rissöffnung beeinflusst somit direkt die Effektivität der Kraftübertragung durch Rissverzahnung.

Die Auswertung zeigte, dass die Rissöffnungen entlang eines einzelnen Risses naturgemäß geringfügige Schwankung aufweisen. Abbildung 3-26 stellt exemplarisch die Rissöffnungen dreier benachbarter Risse dar. Die Rissbildung setzte bei einer Belastung von etwa 400 kN ein. Bereits bei  $F_{Krag} = 600 \text{ kN}$  zeigte sich eine deutliche Dominanz des Risses R4. Es kann angenommen werden, dass es sich bei R4 um den kritischsten Versagensriss handelt, da sich im Vergleich zu den anderen Rissen im Messbereich eine ca. doppelt so große Rissöffnung ausbildete, die über alle Laststufen hinweg beobachtet werden konnte.

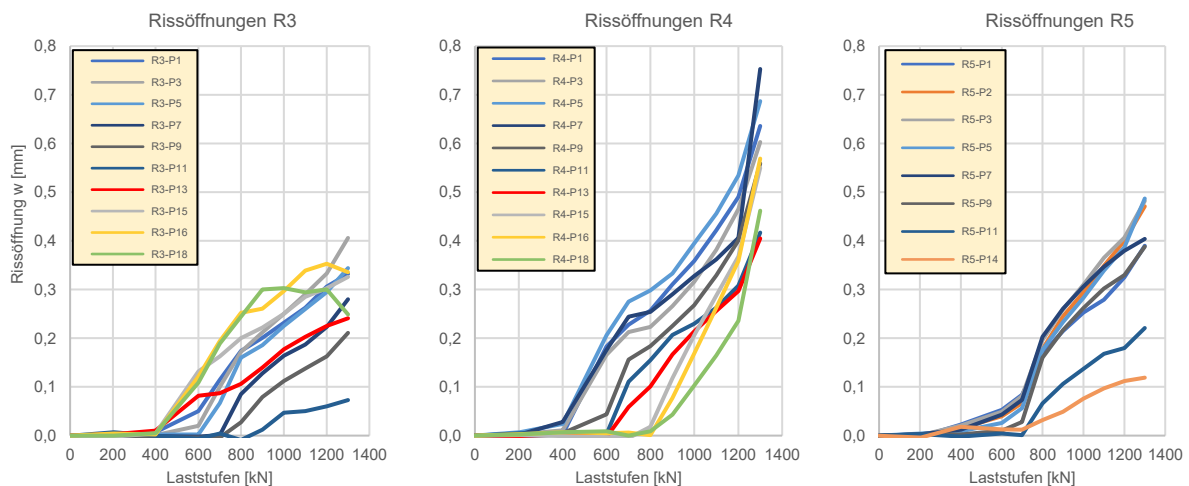


Abbildung 3-26: Darstellung der Rissöffnung  $w$  entlang drei benachbarter Risse, bei ETK3 bis  $F_{Krag} = 1300$  kN

Die vergleichsweise geringe Rissöffnung steht im Zusammenhang mit dem hohen Bügelbewehrungsgrad im Messbereich ( $\varnothing 12/7,5$  cm), welcher die Rissbildung auf mehrere Risse verteilt.

### Rissgleitung $v$

Die Rissgleitung stellt einen zentralen Parameter im Rissreibungsmodell nach *Walraven* [100] dar, das bereits im Kapitel 2.3.2.4 beschrieben wurde. Erst durch die parallele Relativverschiebung kommt es zur Verzahnung der Zuschlagkörner entlang der Rissufer, wodurch Schub- und Normalspannungen übertragen werden können. Fehlt die Rissgleitung oder ist sie nur gering ausgeprägt, so ergibt sich bei gegebener Rissöffnung ein vernachlässigbar kleiner Querkrafttraganteil infolge der Rissverzahnung.

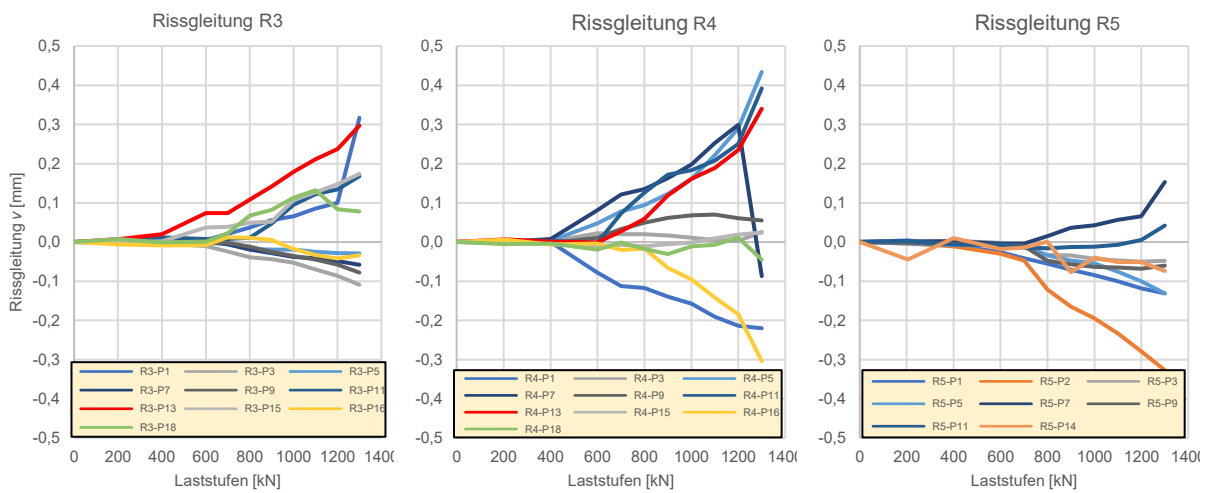


Abbildung 3-27: Darstellung der Rissgleitung  $v$  entlang dreier benachbarter Risse, bei ETK3 bis  $F_{Krag} = 1300$  kN

Abbildung 3-27 stellt die Rissgleitung an drei ausgewählten Rissen dar. Die sehr geringe Rissgleitung von  $v < 0,5$  mm am kritischen Riss R4 führt lediglich zu geringen Spannungen infolge der Rissreibung.

### Rissverzahnungskräfte

Bezogen auf den kritischen Versagensriss R4 zeigt Abbildung 3-28 die Risskinematik unter einer Belastung von  $F_{Krag} = 1300$  kN. Über eine große Rissstrecke hinweg sind die Werte der Rissöffnung  $w$  deutlich größer als die Rissgleitung  $v$ . Daraus ergibt sich nach dem Modell von *Walraven* eine geringe Wahrscheinlichkeit für eine wirksame Verzahnung der gegenüberliegenden Rissflanken.

Mithilfe der in Kapitel 2.3.2.4 dargestellten Gleichungen (2.34) bis (2.37) lassen sich die Rissspannungen ( $\sigma_{cr}$ ,  $\tau_{cr}$ ) sowie die daraus resultierenden Rissverzahnungskräfte ( $N_{cr}$ ,  $T_{cr}$ ) bestimmen. Die Summe der Vertikalkomponenten dieser Kräfte ergibt den Querkrafttraganteil  $V_{cr}$  infolge Rissreibung an der betrachteten diskreten Rissstelle  $\Delta r$ , Gl. (3.9).

$$V_{cr}(\Delta r) = \sin\theta_{cr} \cdot T_{cr} + \cos\theta_{cr} \cdot N_{cr} \quad (3.7)$$

Die Integration der Rissverzahnungskräfte über die gesamte Risslänge ergibt die insgesamt über den Riss übertragbare Querkraft gemäß Gl. (3.8). Die Summe der Querkräfte in Teilabschnitten des Risses kann gemäß Gl. (3.9) angegeben werden.

$$V_{cr}(\Delta r) = \left( \int_0^{l_{cr}} \tau_{cr}(r) \cdot \sin\theta_{cr}(r) dr + \int_0^{l_{cr}} \sigma_{cr}(r) \cdot \cos\theta_{cr}(r) dr \right) \cdot b_w \quad (3.8)$$

$$V_{cr} = \sum_{n=1}^{\infty} V_{cr}(\Delta r_n) \quad (3.9)$$

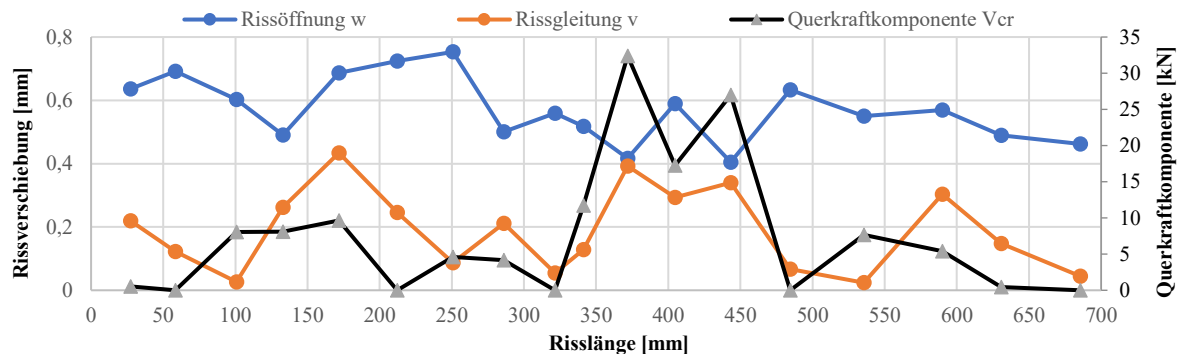


Abbildung 3-28: Beispielhafte Darstellung der Risskinematik mit der ermittelten Querkraftkomponente über die Länge von Riss 4 bei ETK3 mit  $F_{Krag} = 1300$  kN

### Diskussion

Abbildung 3-28 zeigt die Vertikalkomponente der Rissverzahnungskräfte entlang des kritischen Risses R4 kurz vor dem Bruchzustand im TV2 bei einer Belastung von  $F_{Krag} = 1300$  kN. Unter der Annahme paralleler Rissflanken entlang des gesamten Trägerstegs, wie sie typischerweise bei reiner Querkraftbiegung zu erwarten sind, konnten am Beispiel von ETK3 keine ausgeprägten Rissverzahnungskräfte über 35 kN festgestellt werden. Die über eine Risslänge von 685 mm aufintegrierten Rissverzahnungskräfte ergeben eine Querkraftkomponente von 137 kN, was ca. 10 % der gesamten Querkraft entspricht.

Wie bereits in Kapitel 2.3.2.4 erläutert, verlaufen die Rissflanken bei Querkraftbiegung mit zusätzlicher Torsion nicht parallel, sondern laufen keilförmig auf eine Risspitze innerhalb des Steges zu. Diese Geometrie ist auf unterschiedliche Schubflüsse in den beiden Stegwänden zurückzuführen und führt zu einer linearen Spannungsverteilung infolge der Rissreibung. Darüber hinaus wurde in den Versuchen beobachtet, dass der kritische Riss nicht zwangsweise zu einem Durchriss über die gesamte Breite des Stegs führte. Aus diesem Grund sind die bestehenden Bestimmungsgleichungen für die Rissreibungskräfte bei zusätzlicher Torsion um einen Abminderungsfaktor zu erweitern, der möglicherweise vom  $M/T$ -Verhältnis abhängt. Infolgedessen reduziert sich die effektiv übertragbare Rissverzahnungskraft auf deutlich weniger als 10 % der einwirkenden Querkraft.

Die ausgeprägte Bügelverdübelung im Kragarmbereich führte zu einer Reduktion der Risskinematik, was sich mindernd auf die Rissuferverschiebung auswirkt. Infolgedessen konnten im Rahmen der

durchgeführten Versuche rechnerisch keine nennenswerten Rissreibungskräfte gemäß dem Modell nach *Walraven* aktiviert werden.

Da nach *Reineck* rechnerisch die gesamte Betonmitwirkung der Rissreibung zugeschrieben wird, ergibt sich danach kragarmseitig in den durchgeführten Versuchen aufgrund der geringen Risskinematik nahezu kein Betontraganteil jedoch flache Druckstrebenwinkel, die zu einer Traglaststeigerung führen. Somit kann der Betontraganteil erst nach dem Fließen der Bewehrung aktiviert werden. Mit dem in Kapitel 2.7 vorgestellten DBM/EDBM-Ansatz kann ein nennenswerter Betontraganteil infolge der Druckbogenwirkung jedoch bereits vor dem Fließen der Bewehrung berücksichtigt werden, der mechanisch begründet ist.

### 3.5.6 Stahldehnungen

Die gemessenen Stahldehnungen in der Längs- und Bügelbewehrung sind exemplarisch in Abbildung 3-29 dargestellt. Eine vollständige Übersicht der Stahldehnungen der Versuchsträger ETK1 bis ETK5 ist im Anhang A 7 zu finden. Die Dehnungen sind in  $\mu m/m$  angegeben. Durch Division der dargestellten Werte durch 1000 ergeben sich die Dehnungen in Promille (‰). Ab etwa 2 - 2,5 ‰ (gelbe Farbskala) beginnt die Bewehrung zu fließen. Die Bügeldehnungen bei ETK1 im TV1 zeigen über mehrere Bügel hinweg eine Dehnung von bis zu 5 ‰ (rote Farbskala), mit einem Maximalwert von 6,7 ‰. Hier kann eindeutig ein Schubversagen infolge des Bügelfließens identifiziert werden.

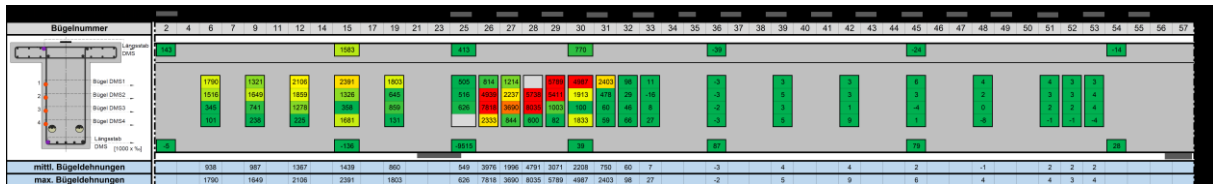


Abbildung 3-29: ETK1 Stahldehnungen im TV1 (Bruchzustand)

Bei Versuchsträgern mit zusätzlicher Torsionseinwirkung (ETK2 bis ETK4) wurden die Stahldehnungen abschnittsweise an beiden Schenkel der Bügelbewehrung erfasst.



Abbildung 3-30: ETK4 Stahldehnungen im TV1, oben: DMS1 bis DMS4 (lastzugewandte Seite), unten: DMS5 bis DMS8 (lastabgewandte Seite)

Entgegen der ursprünglichen Erwartung konnte auf der lastabgewandten Seite (Abbildung 3-30 unten) bei den DMS5 bis DMS8 nur eine geringe entlastende Wirkung infolge des umlaufenden Torsionsschubs festgestellt werden. Beide Bügelschenkel befanden sich mit jeweils vier Bügeln eindeutig im Fließzustand. Zudem wurde das Bügelfließen an einzelnen DMS durch lokal hohe Dehnungen von über 6 ‰ gemessen. Im Vergleich zum Fließbereich des Versuchsträgers ETK1 deutet dies auf nicht quantifizierbare Tragreserven bei ETK4 im TV1 hin. Mit dem Erreichen der Traglast von 1200 kN bei gleichzeitig ausgeprägtem Bügelfließen konnte das Bemessungsmodell aus Kapitel 3.2 bestätigt werden. Anschließend wurde kontrolliert entlastet, und der Versuch für TV2 vorbereitet.

#### 3.5.7 Betondehnungen

Eines der zentralen Versuchsziele, nämlich die Beantwortung der dritten Forschungsfrage, bestand in der zusätzlichen experimentellen Absicherung des Druckbogenmodells (DBM) nach *Kiziltan* [46] bzw. des erweiterten Druckbogenmodells (EDBM) nach *Gleich* [30] durch weitere Versuche an Spannbetonträgern. Durch die zutreffende rechnerische Erfassung eines zusätzlichen Betontrageanteils bei der Querkraftbemessung kann die erforderliche Querkraftbewehrung bei der Nachrechnung von bestehenden Brücken reduziert werden.

Der Versuchsträger ETK1 mit reiner Querkraftbiegung wurde zur experimentellen Bestimmung des Druckbogenverlaufs mit einer Vielzahl von Beton-DMS ausgestattet. Auf der Betonoberfläche des Stegs sowie am Flansch wurden in 19 über die Trägerlänge verteilten Achsen jeweils sieben einaxiale Draht-DMS des Typs PL-60-11 appliziert. Durch diese Messanordnung konnten Dehnungen in Trägerlängsrichtung erfasst und daraus die Lage und Ausbreitung des Druckbogens anhand der entstehenden Dehnungsebenen im Beton bestimmt werden.

Im Zuge der Versuchsdurchführung fielen mehrere Beton-DMS überwiegend infolge der Rissbildung aus. Im Druckbereich konnte jedoch auf Grundlage der gemessenen Oberflächendehnungen ein Druckbogenverlauf ermittelt werden. Abbildung 3-31 zeigt die im Versuch gemessenen Betondehnungen sowie den daraus rechnerisch abgeleiteten Verlauf des Druckbogens.

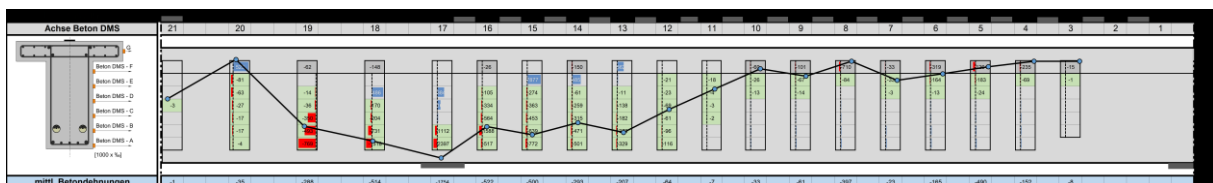


Abbildung 3-31: Druckbogenverlauf am ETK1 auf Basis der gemessenen Betondehnungen ohne Berücksichtigung der Vorspannung unter der Traglast

Zur Ermittlung des Druckbogenverlaufs wurde der Schwerpunkt der Dehnungsebene innerhalb der Druckzone bestimmt. Die Verbindungslinie dieser Schwerpunkte entlang des Trägers ergibt näherungsweise den Verlauf der Druckkraftresultierenden in Form eines Druckbogens.

Die in Abbildung 3-31 dargestellten Dehnungen zeigen die Zunahme der Betondehnung infolge der äußeren Versuchslast, wobei die Dehnungen aus der Vorspannung zunächst unberücksichtigt bleiben. Zur Berücksichtigung der Vorspannung wurde ein Dehnungsverlauf auf Höhe des Spannglieds rechnerisch ermittelt und mit den gemessenen Oberflächendehnungen überlagert. Die so um die Vordehnung korrigierten Druckbogenverläufe sind für ausgewählte Laststufen in Abbildung 3-32 dargestellt.

Zur Darstellung der Laststufen wurde die Belastung am Kragarm  $F_{Krag}$  angegeben. Da die Laststeigerung im TV1 mit einem Lastfaktor von 0,17 erfolgte, konnte die Gesamtlast im Feld entsprechend Gl. (3.10) umgerechnet werden.

$$q_{Feld} = 0,17 \cdot F_{Krag}/1m \tag{3.10}$$

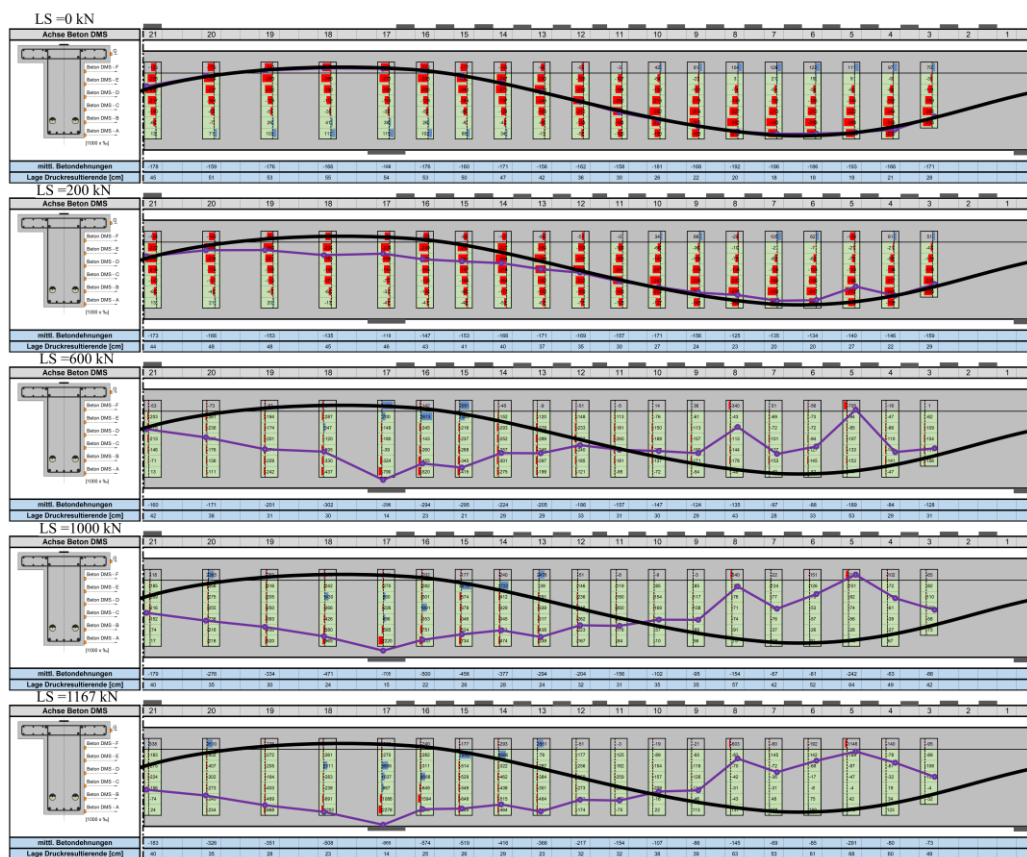


Abbildung 3-32: Darstellung der Druckbogenverläufe (lila) auf Basis der gemessenen Betondehnungen mit Berücksichtigung der Vordehnung aus dem Spannglied (schwarz) für ausgewählte Laststufen ETK1  
 Ohne äußere Belastung ergibt sich der Druckbogenverlauf ausschließlich aus der Betonvordehnung in der Achse des Spannglieds sowie aus den Dehnungen infolge des Eigengewichts. Unter der Laststufe (LS) 0 kN entspricht die Form des Druckbogens somit annähernd dem Verlauf des Spannglieds.

Bei  $LS = 200 \text{ kN}$  verschiebt sich die Lage der Dehnungsebene im Stütz- und Feldbereich in Richtung der zugehörigen Druckzone. Es kommt zu einer Überlagerung der durch die Versuchslast induzierten Biegebeanspruchung mit der vorhandenen Vordehnung. Die Druckdehnung in der ursprünglich überdrückten Zugzone (oben im Stützbereich) nimmt dabei sukzessiv ab.

Bei  $LS = 600 \text{ kN}$  stellt sich ein deutlich bogenartiger Verlauf der Druckdehnungen ein. Die vorspannungsbedingte Druckdehnung der Zugzone wurde im Stützbereich vollständig abgebaut, sodass die Dehnung infolge der Versuchslast das Tragverhalten des Trägers dominiert.

Zwischen  $LS = 1000 \text{ kN}$  bis  $1166 \text{ kN}$  verändert sich der Verlauf der Druckdehnung nur geringfügig. Im Stützbereich, zwischen den Achsen 11 und 21, bildet sich infolge der Überlagerung von Druckbogen und Spannglied ein Sprengwerk aus. Mit zunehmender Belastung steigt die im Spannglied übertragene Kraft innerhalb des Sprengwerks weiter an, was im späteren Verlauf der Arbeit noch durch numerische Simulationen bestätigt wird.

Unter der Versuchstraglast verläuft der Druckbogen im Stützbereich zwischen den Achsen 16 und 12 im unteren Querschnittsbereich nahezu horizontal. Im Feldbereich kann aufgrund der geringen gemessenen Betondehnung von ca.  $0,07 \text{ ‰}$  kein klarer bogenartiger Verlauf erkannt werden.

### **3.6 Zusammenfassung**

Die experimentellen Untersuchungen der ETK-Versuchsreihe zielten im Wesentlichen auf die Verifikation eines erweiterten Bemessungskonzepts zur Bestimmung der zusätzlichen Torsionsbewehrung sowie die Untersuchung der Interaktion in der Druckzone unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion ab. Die wichtigsten Erkenntnisse aus den Teilversuchen lassen sich wie folgt zusammenfassen:

#### **Verifikation des erweiterten Bemessungskonzepts nach Maurer/ Stakalies**

Das im Kapitel 3.2.1 vorgestellte Bemessungskonzept für die Dimensionierung der Torsionsbewehrung konnte anhand der ersten Teilversuche vollumfänglich auch bei höheren Schubslankheiten bestätigt werden. Die zusätzliche Torsionsbewehrung war ausreichend bemessen, um die infolge der Lastexzentrizität auftretende Torsion aufzunehmen. Darüber hinaus zeigte die nicht vollständig plastifizierte Bügelbewehrung, dass beim Erreichen der Referenztraglast (ETK1) ein Versagen noch nicht unmittelbar bevorstand. Dies weist auf vorhandene Tragreserven hin.

#### **Rotation der Druckstrebe**

Auf Grundlagen der Versuche ETK3 und ETK4 konnte gezeigt werden, dass unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und zusätzlicher Torsion eine Umlagerung der inneren Kräfte durch Rotation der Druckstrebe möglich ist. Im untersuchten Bereich von  $\cot\theta = 2,5$  bis  $\cot\theta = 2,0$  konnte die Umlagerung experimentell nachgewiesen werden.

#### **Beteiligung der Gurtplatte am Lastabtrag**

Sowohl die Last-Verformungsbilder (Abbildung 3-13) als auch die Rissbilder (Abbildung 3-20) veranschaulichen die aktive Mitwirkung der Gurtplatte am Lastabtrag bei Torsion. Der Versuchsträger ohne Gurtplatte (ETK5) zeigte eine geringere Verdreh- und Biegesteifigkeit sowie eine um 13 % reduzierte Traglast im Vergleich zum Referenzversuch ETK2. Der umlaufende Schubfluss infolge des Torsionsmoments verläuft ebenfalls über die Gurtplatte, sodass ein Teil des Torsionsmoments von dieser aufgenommen werden kann. Dadurch verringert sich die Schubbeanspruchung im Steg, was bei der Nachrechnung der Plattenbalkenbrücken zu einer geringeren erforderlichen Schubbewehrung führt.

### **Vernachlässigbare Rissverzahnungskraft**

Die über die Risslänge aufintegrierten Rissverzahnungskräfte nach dem Modell von *Walraven* betragen in den durchgeführten Versuchen etwa 10 % der gesamten Querkraft, selbst unter der idealisierten Annahme eines durchgehenden Schubrisses. Bei zusätzlicher Torsionsbeanspruchung durchdringen die Schubrisse jedoch nicht den gesamten Steg, wodurch die übertragbare Rissverzahnungskraft deutlich unter 10 % der einwirkenden Querkraft liegt.

Den Betontraganteil ausschließlich mit den Rissverzahnungskräften zu begründen, entspricht nicht der physikalischen Realität. Die beobachtete Reduktion der Risskinematik, insbesondere infolge der starken Bügelverdübelung im Kragarmbereich, verhindert eine ausreichende Relativverschiebung der Rissufer und damit die Aktivierung signifikanter Rissreibungskräfte nach dem Modell von *Walraven*. Daher können Rissverzahnungskräfte bei stark verdübelten Querschnitten unter kombinierter Beanspruchung aus  $M + V + T$  nach dem Modell von *Walraven* in der Regel vernachlässigt werden.

### **Beantwortung der Forschungsfragen**

Die erste Forschungsfrage kann auf Grundlage der vorgestellten Erkenntnisse bereits teilweise wie folgt beantwortet werden:

- (1) *Welche zusätzlichen Tragfähigkeitsreserven ergeben sich bei Plattenbalken-Durchlaufsystemen unter kombinierter  $M+V+T$ -Beanspruchung bei Gleichstreckenlast, und wie können diese im Rahmen der Brückennachrechnung berücksichtigt werden?*

Durch die experimentelle Bestätigung des im Kapitel 3.2.1 vorgestellten Bemessungsmodells ergeben sich gegenüber der normativen Bemessungsmethode zusätzliche Tragfähigkeitsreserven. Diese resultieren insbesondere auf bislang unausgenutzten Tragreserven der Spannglieder, die einen Teil der Torsionslängszugkraft aufnehmen können. Darüber hinaus konnte man auf Grundlage der beobachteten Rissverteilung in der Gurtplatte deren aktive Beteiligung an der Torsionsaufnahme eindeutig erkennen. Die Rissneigung bzw. die Neigung der Druckstrebe im Steg fällt unter Gleichstreckenlast steiler aus als bei vergleichbaren Versuchen unter Einzellast.

Die Beantwortung der zweiten und dritten Forschungsfragen erfolgt in den nachfolgenden Kapiteln.

## 4 Numerische Simulation mit nichtlinearer FEM

### 4.1 Modellierung mit ATENA

#### 4.1.1 Zielsetzung

Die Nachrechnung der Versuchsträger erfolgte mittels nichtlinearer Finite-Elemente-Analysen. Ziel dieser Nachrechnung war im ersten Schritt die Kalibrierung der numerischen Modelle zur realitätsnahen Abbildung des beobachteten Tragverhaltens. Um den Einfluss zusätzlicher Parameter zu untersuchen, die im Rahmen der experimentellen Untersuchungen nicht variiert werden konnten, wurden anschließend zusätzliche Finite-Elemente-Simulationen mit dem kommerziellen Programm „ATENA Studio v5“ durchgeführt. Diese Simulationen dienen dem vertieften Verständnis der inneren Kraftmechanismen, der Beantwortung der im Kapitel 1 formulierten Forschungsfragen sowie der Identifikation grundlegender Tendenzen im Tragverhalten.

Das FE-Programmsystem ATENA wurde bereits in mehreren wissenschaftlichen Studien erfolgreich zur Nachrechnung von Versuchen im Zusammenhang mit der Querkraftproblematik eingesetzt und hat sich insbesondere bei der Modellierung von Betonteilen zur Untersuchung des Schubtragverhaltens bewährt [20, 43, 45, 86, 91, 94].

#### 4.1.2 Materialmodelle

##### 4.1.2.1 Beton

Zur numerischen Beschreibung des Betons wurden konstitutive Materialmodelle mit einer direkten Spannungs-Dehnungs-Beziehung verwendet. ATENA stellt hierfür verschiedene Modelle zur Verfügung. Zu den verfügbaren Spannungs-Dehnungs-Beziehungen zählen unter anderem:

##### **Linear elastische Modelle:**

Diese Modelle beschreiben das unbegrenzte linear-elastische Verhalten von Materialien, die sich nach Entlastung vollständig und ohne bleibende Verformung zurückverformen. In diesem Bereich sind Spannungen und Dehnungen gemäß dem *Hooke'schen-Gesetz* proportional zueinander.

##### **Elastisch-Plastische Modelle:**

Diese Modelle berücksichtigen plastische Verformungen, also irreversible Deformationen, die nach dem Überschreiten der Elastizitätsgrenze auftreten. Typische Beispiele sind das Modell *von Mises*- und *Drucker-Prager*- sowie das *Rankine*-Kriterium [21, 76, 95]. Sie ermöglichen eine realitätsnahe Abbildung des plastischen Materialverhaltens insbesondere für isotrope Werkstoffe wie Bewehrungs- und Spannstahl bei gleichzeitig vergleichsweise geringer Rechenzeit.

### Schädigungs- und Bruchmodelle:

Schädigungs- und Bruchmodelle erfassen die fortschreitende Materialdegradation bis zum vollständigen Versagen einer Struktur. Sie berücksichtigen sowohl die Steifigkeitsdegradation als auch die durch mechanische Beanspruchung induzierte Rissbildung.

Diese Modelle eignen sich besonders für die realitätsnahe Darstellung des Tragverhaltens von Beton, da sie eine differenzierte Analyse der Rissbildung und der Schädigungsentwicklung ermöglichen. Aufgrund des hohen numerischen Aufwands werden sie in der Regel nur in lokal begrenzten Bereichen eingesetzt, in denen eine detaillierte Erfassung des Versagensprozesses erforderlich ist, beispielsweise im Bereich der Rissinitiation, an Diskontinuitäten oder zur Validierung experimenteller Beobachtungen.

### 3DNonlinearCementitious2

Für die Simulation des Betons wurde hier das bruchmechanische Schädigungsmodell *CC3DNonlinearCementitious2* verwendet. Es handelt sich dabei um ein kombiniertes konstitutives Bruch-Plastisches-Modell, das ein Bruchmodell auf der Zugseite zur Berücksichtigung der Rissbildung sowie ein plastisches Druckmodell zur Beschreibung der nichtlinearen Verhaltens unter Druck umfasst [11]. Beide Modelle werden getrennt voneinander formuliert und über einen Algorithmus nach der Methode der Dehnungszерlegung von *DE BORST* [75] miteinander gekoppelt. Abbildung 4-1 stellt das gesamte Betonmodell als eindimensionale Spannungs-Dehnungsbeziehung dar.

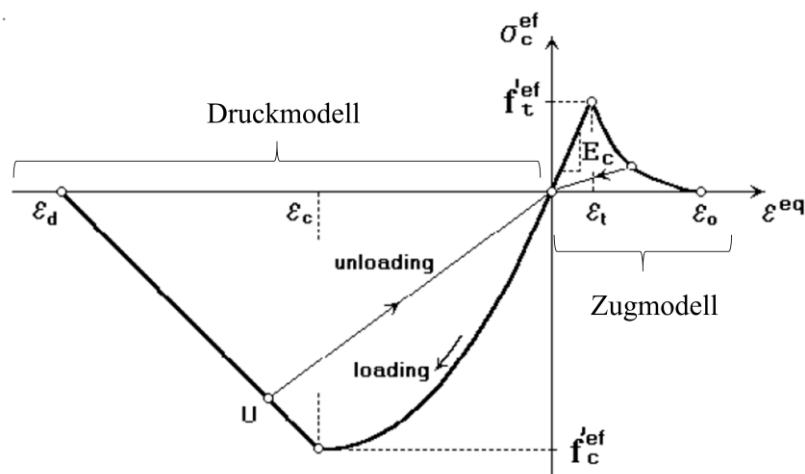


Abbildung 4-1: Eindimensionale Spannungs-Dehnungs-Beziehung für Beton, entnommen aus [11]

### Druckmodell

Nach dem Erreichen der effektiven Bruchspannung  $f_c^{ef}$  entlang des vordefinierten Spannungspfad in Hauptspannungsrichtung erfolgt eine lineare Entfestigung des Materials. Zur Beschreibung der Materialerweichung unter Druck wird eine maximale plastische Materialverschiebung  $w_d$  eingeführt. Basierend auf den experimentellen Untersuchungen von *Van MIER* (1986) [97] wurde ein charakteristischer Wert von  $w_d = 0,5 \text{ mm}$  ermittelt. Dieser Wert wurde als Standardparameter für die

Druckseite in das Materialmodell übernommen. Aus der plastischen Verschiebung  $w_d$  erfolgt eine programminterne Berechnung der maximalen Druckdehnungen  $\varepsilon_d$  am Ende des Entfestigungsbereichs.

Der anfängliche E-Modul wird im Zuge der Simulation für jeden Lastschritt als Tangentenmodul entsprechend dem aktuellen Materialzustand neu bestimmt. Für die Beschreibung des Druckversagens wird die Bruchfläche nach *MENETREY WILLAM* (1995) [67] verwendet.

### Zugmodell

Zur Berücksichtigung der Rissbildung wird das Modell mit einer verschmierten Rissbildung formuliert. Dazu wird das Rankine-Fracturing-Modell für Betonrisse verwendet [11]. Die verschmierten Risse können in ATENA auf zwei Arten abgebildet werden, als fixiertes oder als rotierendes Rissmodell, siehe Abbildung 4-2.

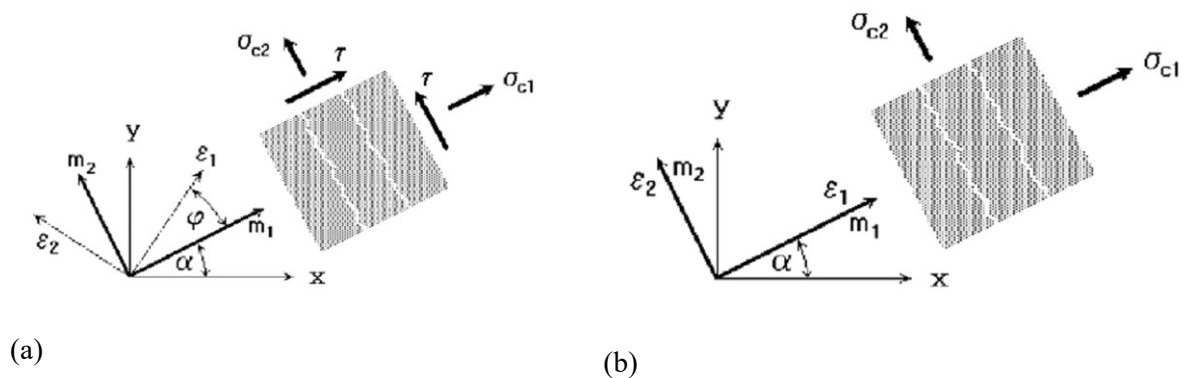


Abbildung 4-2: (a) Fixiertes Rissmodell, (b) Rotierendes Rissmodell, entnommen aus [11]

#### Fixiertes Rissmodell

Das fixierte Rissmodell nach *Cervenka* (1985) [10] basiert auf der Annahme, dass Risse in Betonstrukturen normal zur Hauptzugspannung entstehen und ihre Orientierung nach der Rissbildung unverändert bleibt. Dies führt zur Einführung einer lokalen Orthotropie. In diesem Modell werden Spannungs-Dehnungs-Beziehungen in einem lokalen Koordinatensystem formuliert, was jedoch dazu führen kann, dass Schubspannungen an den Rissufern auftreten. Die Risskinematik entspricht dabei meist nicht der Realität. Dadurch können rechnerisch größere Schubspannungen über die Rissverzahnungskräfte übertragen werden, als es tatsächlich der Fall ist. Ein weiterer Nachteil dieses Modells besteht darin, dass es die Traglast einer Struktur überschätzen kann, da eine zweite, möglicherweise versagensrelevante Rissbildung nicht abgebildet werden kann. In der Materialdefinition wird in ATENA das Modell mit dem Wert 1 berücksichtigt.

#### Rotierendes Rissmodell

Das rotierende Rissmodell nach *VECHIO* und *COLLINS* [99] besagt, dass die Richtung der Hauptdehnungen stets mit der Richtung der Hauptspannungen übereinstimmt, wodurch keine Schubspannungen an den Rissufern entstehen. Der Name „rotierendes Rissmodell“ bedeutet nicht, dass sich vorhandene Risse tatsächlich drehen, sondern dass nur die Risse berücksichtigt werden, die unter

der aktuellen Belastung neu entstehen. Bereits vorhandene Risse werden dabei ignoriert. Da die Rissverzahnungskräfte über die Risse dennoch übertragen werden, ist eine vollständige Vernachlässigung der Schubspannungen an den Rissufern realitätsfremd. In der Simulation wird dies bei ATENA mit dem Wert 0 berücksichtigt.

Die Simulation der Versuchsträger der ETK-Reihe erfolgt näherungsweise mit dem fixierten Rissmodell, Wert 1.

### Bruchenergie

Die Bruchenergie bezeichnet die Energiemenge, die erforderlich ist, um eine neue Rissfläche im Beton zu erzeugen. Messtechnisch wird sie als Quotient der mechanischen Arbeit, die zur Erzeugung der Bruchfläche in einem Körper aufgewendet wird, und der Fläche des Bruchbereichs bestimmt. Die Bruchenergie kann sowohl mittels geeigneter Kleinkörperversuche bestimmt als auch programmseitig auf Basis der Druckfestigkeit kalibriert werden. Beispielhaft werden hier für die experimentelle Bestimmung der Bruchenergie  $G_f$  die Versuchskörper nach *PETERSSON* [73] genannt (Abbildung 4-3). Dabei wird in einem Drei-Punkt-Biegeversuch durch eine Kerbe eine vordefinierte Bruchfläche erzeugt.

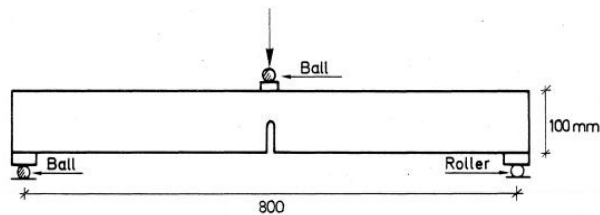


Abbildung 4-3: Bestimmung der Bruchenergie  $G_f$  mittels Kleinkörperversuch nach *PETERSSON*, entnommen aus [73]

Das in ATENA implementierte Betonmodell verwendet ein an Versuchen kalibriertes Rissöffnungsmodell nach *HORDIJK* [42]. Die Bruchenergie  $G_f$  wird dabei durch die Integration der Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung gemäß Gl. (4.1) bestimmt. *HORDIJK* zeigte eine gute Übereinstimmung mit seinen Versuchsdaten bei Verwendung der Kalibrierungsparameter  $c_1 = 3,0$ ,  $c_2 = 6,93$  sowie einer kritischen Rissöffnung von  $w_c = 160\mu m$ . Die Bruchenergie ergibt sich daraus zu:

$$G_f = f_{ct} \cdot w_c \cdot \left[ \frac{1}{c_2} \left\{ 1 + 6 \left( \frac{c_1}{c_2} \right)^3 \right\} - \left\{ \frac{1}{c_2} + c_1^3 \left( \frac{1}{c_2} + \frac{3}{c_2^2} + \frac{6}{c_2^3} + \frac{6}{c_2^4} \right) + \frac{1}{2} (1 + c_1^3) \right\} \cdot e^{-c_2} \right] \quad (4.1)$$

Setzt man die genannten Parameter ein, vereinfacht sich der Ausdruck zu:

$$G_f = f_{ct} \cdot w_c \cdot \frac{1}{5,14} \quad (4.2)$$

Gemäß diesem Ansatz wurde für die Simulation sämtlicher Versuche eine konstante Bruchenergie

$G_f = 90 \frac{N}{mm}$  verwendet.

*Rissreibungskraft*

Die Schubfestigkeit des gerissenen Betons wird im Rahmen der Modified Compression Field Theory (MCFT) nach *VECHIO* und *COLLINS* [99] unter dem Ansatz der Rissreibung berücksichtigt (vgl. Gl. (4.3)). Für die Anwendung des Modells wird die Angabe des Größtkorndurchmessers  $a_g$  erforderlich.

$$\sigma_{ij} \leq \frac{0,18 \cdot \sqrt{f'_c}}{0,31 + \frac{24 \cdot w}{a_g + 16}} \quad (4.3)$$

*Reduktion der Schubsteifigkeit infolge der Rissbildung*

Infolge der Rissbildung bei der Verwendung des fixierten Rissmodells verringert sich die Schubsteifigkeit des gerissenen Elements. Diese Reduktion wird durch die Verminderung des Schubmoduls  $G_c$  in Zustand I mittels eines Reduktionsbeiwerts  $r_g$  berücksichtigt. Der Wert  $r_g$  wird in Abhängigkeit von der im Element vorhandenen Bewehrung sowie der Betondehnung normal zur Rissrichtung ermittelt, Abbildung 4-4.

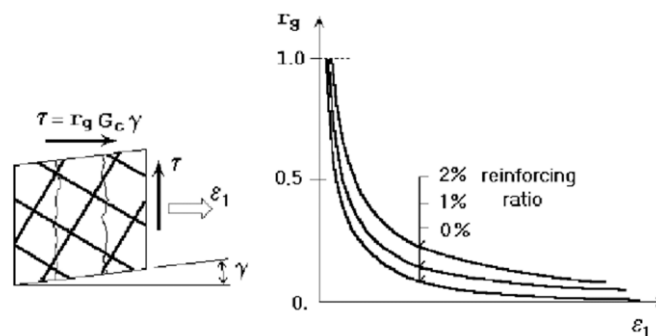


Abbildung 4-4: Reduktion des Schubmoduls infolge der Rissbildung, entnommen aus [11]

*Reduktion der Druckfestigkeit infolge der Rissbildung*

Durch die Rissbildung und die daraus resultierenden Querdehnungen orthogonal zur Rissrichtung kommt es zu einer Reduktion der Betondruckfestigkeit  $f'_c$  nach einer Gauß-Funktion aus der Abbildung 4-5 bis auf einen Minimalwert von  $f'_c{}^{ef} = c \cdot f'_c$ . Die Reduktion wird in der Literatur teils kontrovers diskutiert und kann in Abhängigkeit vom tatsächlichen Festigkeitsabfall aus Versuchsergebnissen angepasst werden. Der durch den Benutzer festzulegende Reduktionsfaktor  $c$  wird in Anlehnung an *DYNGELAND* [22] mit einem Standardwert von  $c = 0,80$  angesetzt. Dieser erscheint im Vergleich zu den Festlegungen in den Bemessungsnormen wie dem Eurocode oder dem Model Code ( $\nu = 0,6$  bis  $\nu = 0,75$ ) als zu hoch, bildet jedoch das Gesamttragverhalten des Systems numerisch am besten ab.

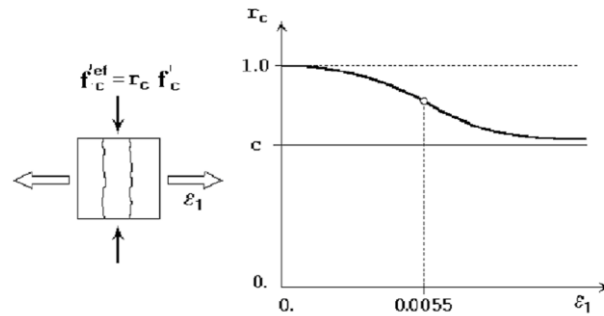


Abbildung 4-5: Reduktion der Druckfestigkeit infolge der Rissbildung, entnommen aus [11]

### Zugversteifungseffekt (Tension Stiffening)

Beim Materialmodell *CC3DNonlinearCementitious2* wird ein expliziter Parameter  $c_{ts}$  zur Berücksichtigung des Tension Stiffening verwendet, siehe Abbildung 4-6. Nach der Rissbildung kommt es, über mehrere Risse gemittelt, nicht zu einer vollständigen Entfestigung des Betons auf Zug. Die verbliebene über einen Bereich gemittelte Zugfestigkeit wird durch den konstanten Wert  $c_{ts} \cdot f_t$  beschrieben. Der nach dem Model Code 1990 [9] empfohlene Standardwert von  $c_{ts} = 0,4$  erwies sich im Rahmen der Modellkalibrierung als deutlich zu hoch. Die Simulation der ETK-Versuche erfolgte daher mit einem reduzierten Wert von  $c_{ts} = 0,05$ . Damit wurde eine bessere Übereinstimmung mit den Versuchswerten erreicht.

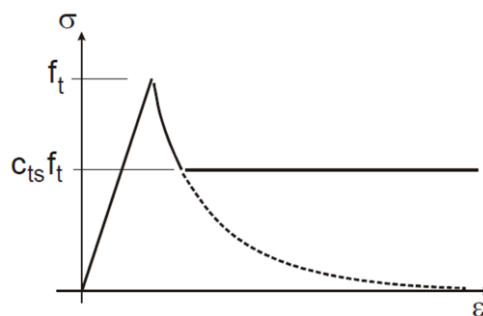


Abbildung 4-6: Berücksichtigung von Tension Stiffening, entnommen aus [11]

Die Materialparameter in der nachfolgenden Tabelle 4-1 werden exemplarisch für den Versuchsträger ETK1 dargestellt. Die Eingabe der **BASIC**-Werte wie  $E_c$ ,  $f_c$  und  $f_t$  erfolgt trägerspezifisch auf Grundlage der durchgeführten Messungen an versuchsbegleitenden Probekörpern, siehe Tabelle 4-2. Die übrigen Materialparameter wurden für alle Versuchsträger einheitlich angesetzt.

Tabelle 4-1: Exemplarische Darstellung der Materialparameter für ETK3 *CC3DNonLinCementitious2*

Material type	Bemerkungen		Einheit	Wert
<b>BASIC</b>				
E-Modul		$E_c$	[MN/m <sup>2</sup> ]	33.309
Querkontraktionszahl		$\mu$	[-]	0,2
Druckfestigkeit		$f_c$	[MN/m <sup>2</sup> ]	-44,90
Zugfestigkeit		$f_t$	[MN/m <sup>2</sup> ]	2,90
<b>TENSILE</b>				
Bruchenergie		$G_f$	[N/m]	90,00

Fixed Crack	Range <0;1>		[-]	1,000
Tension-Stiffening	$f_{t,min} \geq f_t \cdot c_{ts}$	$c_{ts}$	[-]	0,050
Aggregate Interlock		$a_g$		0,020
<b>COMPRESSIVE</b>				
Plastische Betondehnung	Kalibrierung programmintern	$\epsilon_{cp}$	[-]	-9,58E-04
Beginn der Plastifizierung	$-f_t/2 \leq f_{c0} \leq f_c$ ATENA:(-f_t/2,1)	$f_{c0}$	[MN/m <sup>2</sup> ]	-7,350
Kritische plast. Verformung	Default: -0,5mm	$w_d$	[m]	-5,00E-04
$f_c$ Reduktion infolge der Rissbildung	Range <0;1>	$c$	[-]	0,800
<b>MISCELLANEOUS</b>				
Exzentrizität der Fließfläche	Range <0,5;1,0>	$e$	[-]	0,520
Richtung der Fließfläche	Range <-5,0;5,0>	$\beta$	[-]	0,000
Rohdichte		$\rho$	[kN/m <sup>3</sup> ]	23,00
Wärmeausdehnungskoeffizient		$\alpha_T$	[W/mK]	1,20E-05

Tabelle 4-2: Trägespezifische BASIC-Werte

	ETK1	ETK2	ETK3	ETK4	ETK5
$E_c$ [MPa]	33.309	33.014	36.646	33.627	33.479
$f_c$ [MPa]	-44,9	-45,7	-51,5	-45,1	-44,3
$f_t$ [MPa]	2,90	3,10	3,00	2,90	2,80

#### 4.1.2.2 Bewehrung/ Spannstahl

Die Bewehrung kann in ATENA sowohl diskret mit dem Materialtyp *CCReinforcement* als auch verschmiert mit *CCSmearredReinforcement* modelliert werden. Durch die Verwendung einer diskreten Bewehrung ist eine gezielte Analyse der Dehnungsverteilung in einzelnen Bewehrungsstäben, insbesondere in der Bügelbewehrung, möglich und kann mit den experimentell gemessenen Werten verglichen werden. Im Rahmen der Versuchssimulation wurde die Bewehrung mit Stabelementen modelliert und in der Berechnung diskret berücksichtigt. Grundsätzlich ist die Eingabe einer multilinearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung möglich, was jedoch zu einer erheblichen Erhöhung der Rechenzeit führen kann (siehe Abbildung 4-7). Die Simulation der Versuche erfolgte mit einem bilinearen Materialgesetz, wobei die Zugspannung bei 2 ‰ Dehnung sowie bei der Bruchdehnung von 25 ‰ definiert wurde.

In durchgeführten Versuchen wurde im Teilversuch 2 die feldseitig zuvor geflossene Bügelbewehrung durch die externe Verspannung verstärkt. Im Gegensatz zur Versuchsdurchführung wurde in ATENA ein neues Materialmodell definiert, das im betroffenen Bereich den Bügeldurchmesser fiktiv auf 30 mm erhöhte (Bezeichnung: *Bügel 10 (30-TV2)*). Dadurch konnte sichergestellt werden, dass im TV2 die feldseitige Bügelbewehrung nicht mehr versagensursächlich wurde.

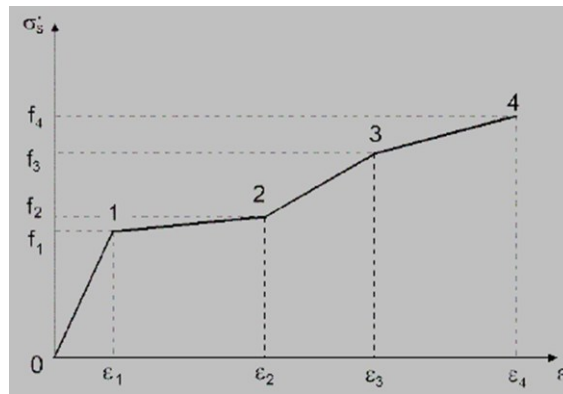


Abbildung 4-7: Multilineares Materialgesetz für die Bewehrung, entnommen aus ATENA-Studio

Die Materialparameter des Spannstahls wurde ebenfalls durch ein bilineares Materialgesetz definiert. Im Gegensatz zur Betonstahlbewehrung wird für den Spannstahl der Elementtyp *CCBarWithBond* verwendet. Dieser erlaubt die Modellierung des Verbundverhaltens zwischen der Spannlitze und dem Hüllrohr sowie die Berücksichtigung der Reibung entlang der Mantelfläche.

#### 4.1.2.3 Verbund

Der Verbund zwischen der Bewehrung und dem Beton wurde als idealer starrer Verbund definiert. Der Spannstahl hingegen wurde zur Berücksichtigung der Schlupfbeziehung durch ein Verbundmodell nach *BIGAJ* [96] abgebildet.

#### 4.1.3 Elementwahl und Diskretisierung

##### 4.1.3.1 1D Stabelemente

Sowohl die Bewehrung als auch die Spannglieder wurden in der Simulation diskret mit den Stabelementen *CCIsoTruss* modelliert, die ausschließlich Normalspannungen übertragen können. Die Elemente können mit zwei oder drei Integrationsknoten definiert werden und verwenden lineare oder quadratische Interpolationspolynomen (siehe Abbildung 4-8). Zur Kopplung mit dem Beton wurden die Stabelemente der Bewehrung an den Integrationspunkten mit den Volumenelementen des Betons verknüpft.

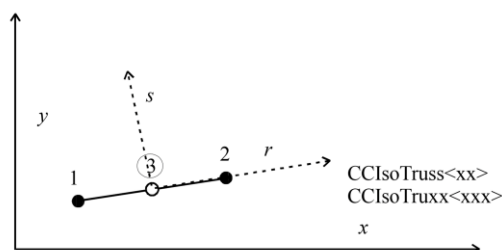


Abbildung 4-8: Darstellung des Balkenelements *CCIsoTruss*<...>, entnommen aus [11]

### 4.1.3.2 3D Solid Elemente

Für die Vernetzung der 3D-Körper wurden in Simulation zwei Typen der Volumenelemente verwendet. Die sekundären Geometrien wie die Lastverteilungs- und Auflagerplatten, an denen keine Auswertung der Ergebnisse erfolgt, wurden mit Tetraederelementen vernetzt. ATENA stellt hierfür zwei Typen der Tetraederelementen zur Verfügung:

- Tetraeder ohne Zwischenknoten vom Typ *CCIsoTetra<4x>*
- Tetraeder mit Zwischenknoten vom Typ *CCIsoTetra<10x>*.

Ein Überblick über die beiden Elementtypen ist in Abbildung 4-9 dargestellt.

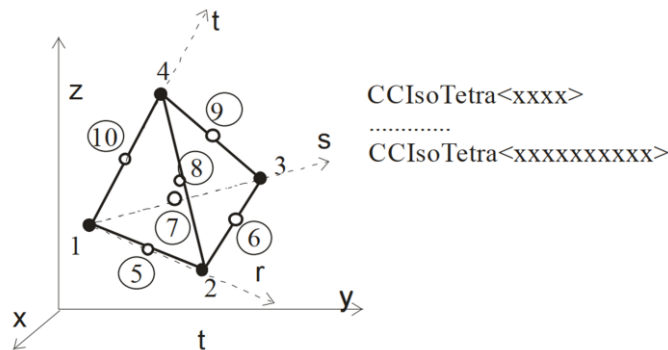


Abbildung 4-9: Darstellung des Tertaederelements *CCIsoTetra<...>*, entnommen aus [11]

Die Vernetzung der Primärgeometrie, wie die des Versuchsträgers, erfolgt mit Hexaederelementen (Abbildung 4-10). In ATENA stehen dafür zwei Elementtypen zur Verfügung:

- Lineare 8 - Knoten-Elemente vom Typ *CCIsoBrick<8x>*.
- Nichtlineare 20 - Knoten-Elemente mit einem Zwischenknoten vom Typ *CCIsoBrick<20x>*.

Die Wahl des Elementtyps richtet sich nach dem gewünschten Detaillierungsgrad und der Rechenzeit. Quadratische Elemente (<20x>) ermöglichen eine genauere Abbildung lokaler Spannungs- und Dehnungsverteilungen, erfordern jedoch einen höheren Rechenaufwand.

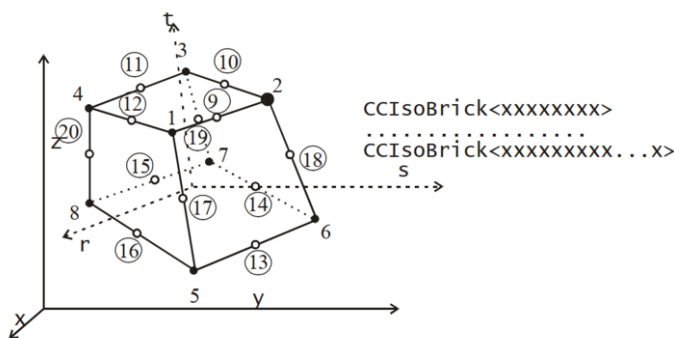


Abbildung 4-10: Darstellung des Hexaederelements *CCIsoBrick<...>*, entnommen aus [11]

Beide Elementtypen sind in der Lage, nichtlineare Materialeigenschaften des Betons wie plastische Verformungen sowie richtungsbezogene Rissbildungen abzubilden.

Eine Übersicht über die verwendeten Elemente kann Tabelle 4-3 entnommen werden.

Tabelle 4-3: Diskretisierung der Versuchsträger

	ETK1, ohne Querträger	ETK2 – ETK4, mit Querträgern	ETK5 ohne Gurtplatte
Knoten	~21.000	~30.000	~19.000
Balkenelemente	~7.000	~9.500	~7.000
Tetraederelemente	~3.000	~4.000	~4.000
Hexaederelemente	~8.000	~12.000	~7.000

#### 4.1.4 Geometrie

Das gesamte „Pre-Processing“ wurde mit dem Modellierungsprogramm GiD v12 durchgeführt. Der Beton sowie die Lasteinleitungsplatten wurden mittels 8 - knotigen 3D-Solid-Elementen (*CCIsoBrick<8x>*) abgebildet. Die Elementgröße betrug 80 mm, wodurch sich über die Querschnittshöhe insgesamt 10 Hexaeder-Elemente ergaben. Eine feinere Diskretisierung wurde im Hinblick auf die globale Auswertung des Tragverhaltens als nicht erforderlich erachtet. Abbildung 4-11 zeigt exemplarisch das FE-Netz am Beispiel der Versuchsträger ETK3.

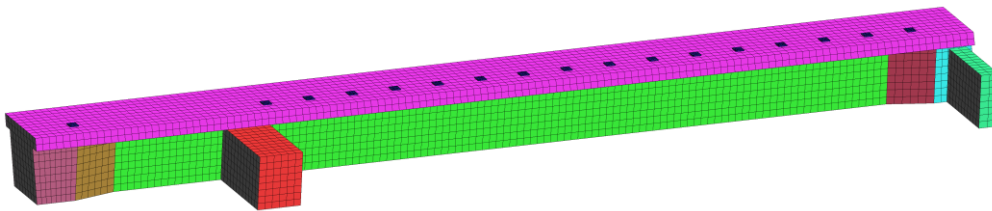


Abbildung 4-11: Darstellung des FE-Netzes am Beispiel von ETK3

Die Bewehrung wurde, wie in Kapitel 4.1.2.2 beschrieben, mit diskreten Stabelementen modelliert, die ebenfalls mit einer Stablänge von 80 mm vernetzt wurden (Abbildung 4-12).

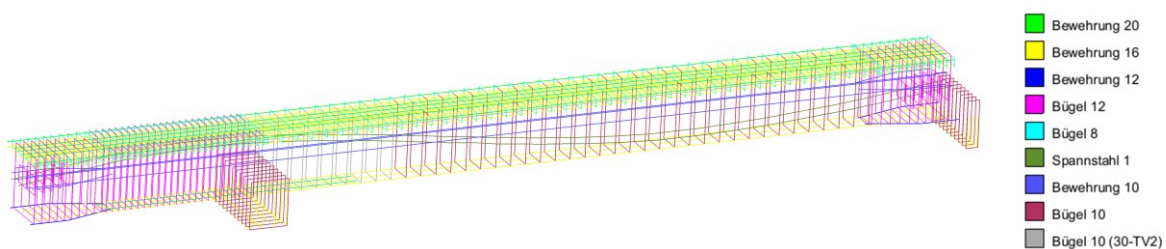


Abbildung 4-12: Darstellung der Bewehrung und Spannglieder am Beispiel ETK3

Die Versuchsträger verfügten über Spannglieder mit girlandenförmigem Verlauf. Die Knotenpunkte der Spannglieder wurden durch gekrümmte Linien miteinander verbunden. Dazu mussten die diskret eingegebenen Spannglieder als Spline-Kurven definiert werden, um den Spanngliederstrang als durchgehendes Systemelement mit einem Anfangs- und einem Endpunkt über die gesamte Balkenlänge abzubilden (siehe Abbildung 4-13). Dies führt zu einer eindeutigen Definition des Fest- und

Spannknotens und ermöglicht eine konsistente Reibungsdefinition entlang der vollständigen Spanngliedlänge.

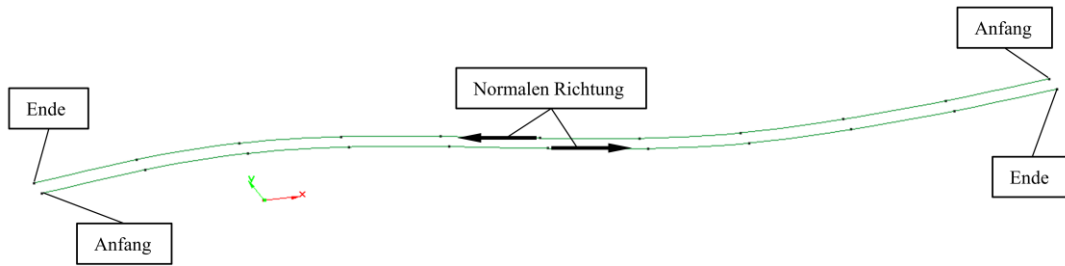


Abbildung 4-13: Definition der Spannglieder als Spline

#### 4.1.5 Lasteinleitung

##### 4.1.5.1 Aufbringung der Vorspannung

Die Vorspannung wird in der Simulation über die Randbedingung *Prestressing for Reinf Line* eingebracht. Dabei wird die aufgebrachte Kraft als auf den Spannstahlquerschnitt umgerechnete Spannung definiert. Die Aufbringung der Vorspannung erfolgt in zwei Schritten:

- 1) Aufbringung der Anfangsvorspannung auf  $P_{m0}$  gemäß Tabelle 3-2
- 2) Materialwechsel auf *Cable Injected* zur Berücksichtigung des nachträglichen Verbunds.

##### 4.1.5.2 Aufbringung der Versuchslast

Die Belastung wird über die Lasteinleitungsplatten, eine am Kragarm und 16 im Feld, eingeleitet. Die Aufbringung der Versuchslast erfolgte kraftgesteuert mit zwei voneinander abhängigen Kraftgrößen  $F_{Krag}$  und  $F_{Feld} = 0,5 \cdot 0,17 \cdot F_{Krag}$ . Zur Sicherstellung eines Modellversagens wurde die maximale Last in der Simulation um 10 % gegenüber der gemessenen Versuchstraglast erhöht. Beim induzierten Bruchversagen kam es zum Abbruch der Berechnung, wodurch die rechnerische Traglast eindeutig bestimmt werden konnte. Abbildung 4-14 stellt wesentliche Randbedingungen am Beispiel ETK3 dar.

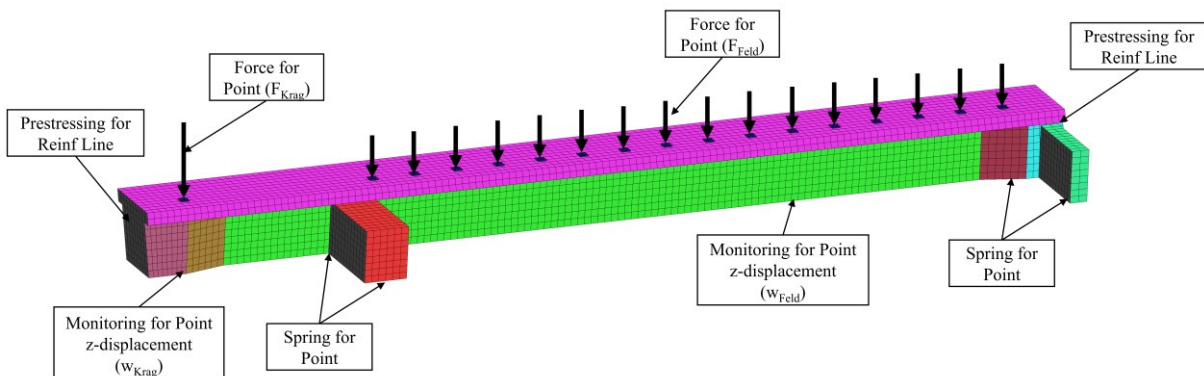


Abbildung 4-14: Exemplarische Darstellung der Randbedingungen am ETK3

### 4.1.5.3 Lastschrittsteuerung

Die Lasteinleitung erfolgte in vier Hauptlastschritten, jeweils mit einer unterschiedlichen Anzahl an Zwischenschritten (Substeps). Die Einstellung der Lastschrittsteuerung wurde wie folgt vorgenommen:

Lastschritt 1:	4 Substeps	Vorspannung der Spannglieder, Eigengewicht
Lastschritt 2:	1 Substep	Verpressung/ Materialwechsel des Spannstahl
Lastschritt 3:	30 Substeps	Belastung von 0 % bis ca. 80 % der Versuchstraglast
Lastschritt 4:	50 Substeps	Belastung von ca. 80 % bis 110 % der Versuchstraglast

### 4.1.6 Solver

#### 4.1.6.1 Newton-Raphson-Verfahren

Das Newton-Raphson-Verfahren ist ein leistungsstarker Algorithmus zur Bestimmung von Nullstellen und stellt das am häufigsten eingesetzte iterative Verfahren in der Finite-Elemente-Methode (FEM) zur Erreichung der Schrittweitenkonvergenz dar. Das Verfahren basiert auf einer schrittweisen Annäherung an die unbekannt Nullstelle einer Funktion mithilfe der Tangentenmethode (siehe Abbildung 4-15).

Die Effizienz des Verfahrens hängt maßgeblich von der Wahl der Schrittweite und einem möglichst linearen Verlauf der Funktion im betrachteten Bereich ab. Im Kontext der FEM entspricht die Schrittweite der gewählten Laständerung ( $\Delta p$ ), während der lineare Funktionsverlauf durch die Materialsteifigkeit der Elemente bestimmt wird. Besonders im annähernd linear-elastischen Verformungsbereich zeigt das Newton-Raphson-Verfahren eine hohe Effizienz, da die Systemsteifigkeit nahezu konstant bleibt und die Konvergenz in wenigen Iterationen erreicht werden kann.

Nach jedem Iterationsschritt wird die Gesamtsteifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  Gl. (4.6) entsprechend der aktuellen Elementverschiebung mit entsprechend hohem Rechenaufwand neu bestimmt. Durch die Wahl einer großen Schrittweite im linear-elastischen Bereich kann das Verfahren schnell zur Konvergenz führen. Für den Übergang in den nichtlinearen Bereich ist es sinnvoll, entweder die Schrittweite entsprechend zu verringern oder ein geeigneteres Verfahren wie das Bogenlängenverfahren zu verwenden.

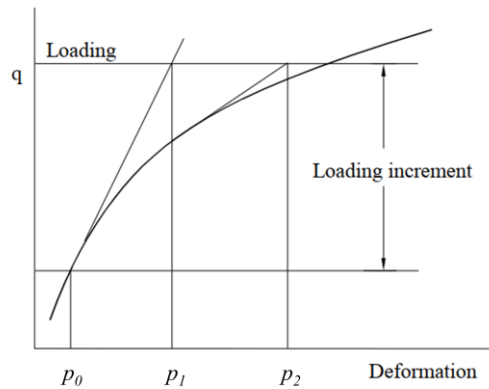


Abbildung 4-15: Newton-Raphson Methode, entnommen aus [11]

$$\mathbf{K}(\bar{p})\Delta\bar{p} = \bar{q} - f(\bar{p}), \text{ entnommen aus [11]} \quad (4.4)$$

mit

$\mathbf{K}(\bar{p})$  – Steifigkeitsmatrix in Abhängigkeit des Lastinkrements

$\bar{q}$  – Lastvektor

$f(\bar{p})$  – Vektor der inneren Kräfte

$\Delta\bar{p}$  – Verformungsinkrement

$\bar{p}$  – Verformung

#### 4.1.6.2 Arc-Length-Methode (Bogenlängenverfahren)

Das Bogenlängenverfahren oder Arc-Length-Methode wird besonders häufig eingesetzt, wenn das Newton-Raphson-Verfahren keine konvergente Lösung findet, wie z.B. bei Lastabfällen oder großen Verformungen.

Das zentrale Konzept der Arc-Length-Methode besteht darin, die gesamte Last-Verformungs-Beziehung zu überwachen. Hierzu wird eine zusätzliche Kontrollgröße  $\lambda$  in das Gleichungssystem eingeführt Gl. (4.5), die sicherstellt, dass die Änderung der Lastparameter und der Verschiebungen innerhalb eines Lastschritts konstant bleibt (Abbildung 4-16). Die Methode arbeitet iterativ und ist in der Lage, auch instabile oder nichtmonotone Last-Verschiebungs-Beziehungen zu verfolgen. Weiterführende Informationen zur Methode sind dem ATENA-Handbuch [11] zu entnehmen.

In jedem Schritt werden sowohl die Verschiebungen als auch die Lastparameter angepasst, bis die Gleichgewichtsbedingungen und die Arc-Length-Bedingung erfüllt sind. Durch diese Iterationsstrategie können auch komplexe Verläufe, wie sie in der Nähe von Grenzzuständen oder dem Nachbruchverhalten auftreten, numerisch stabil berechnet werden.

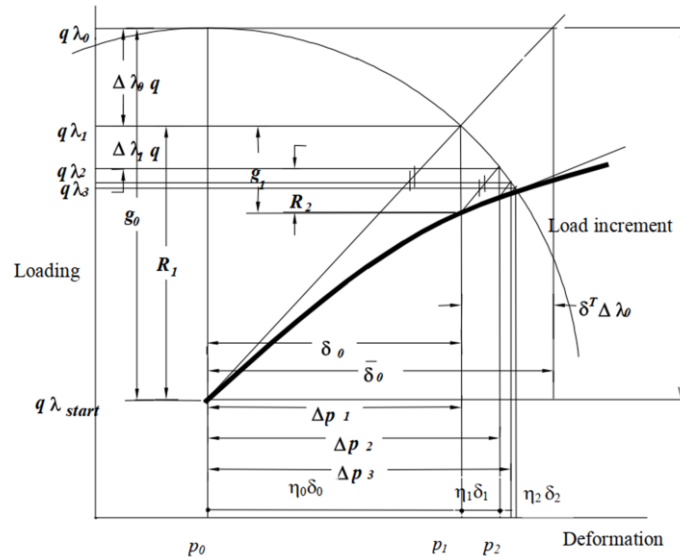


Abbildung 4-16: Arc-Length-Methode (Bodenlängenverfahren), entnommen aus [11]

$$\mathbf{K}(\bar{p})\Delta\bar{p} = \lambda \cdot \bar{q} - f(\bar{p}), \text{ entnommen aus [11]} \quad (4.5)$$

## 4.2 Ermittlung der Druckbögen mittels der nichtlinearer FEM

Im Kapitel 3 wurde gezeigt, wie der Verlauf des Druckbogens am Versuchskörper messtechnisch erfasst werden kann. Da in den Versuchen mit zusätzlicher Torsion (ETK2 bis ETK5) keine direkte Messung des Druckbogens durchgeführt wurde, war es von großem Interesse, diesen auf Basis kalibrierter numerischer Modelle zu ermitteln. Zur Beantwortung der 3. Forschungsfrage war es daher notwendig, eine umfassende Auswertungsmethode zu entwickeln, die auf der Auswertung der Knotenspannungen basiert.

### 4.2.1 Datenübertragung von ATENA nach Excel

Die Ermittlung des Druckbogenverlaufs aus den FEM-Berechnungen erfolgt über senkrechte Schnitte entlang der Trägerlänge durch Integration der Drucknormalspannungen über die Trägerbreite und -höhe. Auf diese Weise kann der Verlauf der resultierenden Druckkraft entlang des Trägers dargestellt werden. Zu diesem Zweck wurde eine VBA-Routine entwickelt, die ausgehend vom ATENA-Input die Druckbogenverläufe rechnerisch ermittelt. Da zum Zeitpunkt der Auswertung keine direkte Schnittstelle zwischen der verwendeten ATENA-Version 5.9.0g und Excel existierte, musste die Datenübertragung manuell erfolgen. Hierzu wurden die folgenden Schritte durchgeführt:

- 1) Übertragung aller Netzknoten  $n$  mit Knotennummerierung und zugehörigen globalen Koordinaten  $(X, Y, Z) \rightarrow n(x, y, z)$  (*REFERENCE\_NODAL\_COORDINATES*)
- 2) Übertragung der Knotenspannungen  $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$  (*STRESS*)  $\rightarrow n(\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz})$
- 3) Übertragung der Spanngliedkräfte (*CABLE\_FORCE*)  $\rightarrow n(F)$

- 4) Übertragung der Elementzuordnung mit zugehörigen Knoten- sowie Materialnummern (*ELEMENT\_INCIDENCES*). Die Simulation erfolgte mit 8 - knotigen Tetraederelementen → *el (Mat, n<sub>i1</sub>, ..., n<sub>i8</sub>)*. Die Knoten sind über die Elementnummern den entsprechenden Materialnummern (*Mat*) zugeordnet.

Vor Beginn der eigentlichen Auswertung erfolgte in Excel eine Zuordnung der Knotennummern über die Elementdefinition zu den jeweiligen Koordinaten, Spannungen, Kräften sowie den Materialnummern, sodass ein mehrdimensionaler Datenarray für die weitere Auswertung zur Verfügung steht:

$$n(x, y, z, \sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, F, Mat)$$

### 4.2.2 Knotenselektion

Für die numerische Ermittlung des Druckbogenverlaufs waren die Normalspannungen in den folgenden Elementtypen erforderlich: **Beton**, **Längsbewehrung** und **Spannstahl**. Die Elemente der Lasteinleitungsplatten sowie der Auflagerplatten aus Stahl wurden aus der Gesamtknotenmenge (*n*) entfernt. Ebenso wurden alle Einbauteile außerhalb des Balkenquerschnitts, wie die Umschnürungskonstruktion und die Querträger, bei den Versuchen ETK2 bis ETK5 anhand der Materialnummer aus der Knotenselektion entfernt.

Die Integration der Drucknormalspannungen erfolgte ausschließlich auf den Knoten mit negativen Spannungswerten. Alle Knoten, die sowohl im Beton als auch im Stahl Zugspannungen aufwiesen, wurden für die Bestimmung des Druckbogens als nicht relevant eingestuft und entsprechend aus der Auswertung ausselektiert.

### 4.2.3 Ergebnisauswertung mittels Excel VBA

Um die Knoten eines 3D-Modells effizient zu organisieren und die relevanten Punkte für die Analyse vorzubereiten, wurde ein mehrstufiges Verfahren durchgeführt:

#### 1) Sortierung nach Koordinaten

Zunächst wurden alle Knoten des Modells nach ihren Koordinaten in *X*, *Y* und *Z* –Richtung sortiert.

#### 2) Erstellen Auswertungsschnitte

Anschließend erfolgte die Aufteilung der verbleibenden Knotenwolke in geordnete Schnitte entlang der Trägerlängsrichtung (*X*-Achse). Die Schnitte wurden in einem gleichmäßigen Abstand von 50 mm definiert. Um die Zuordnung der jeweiligen Schnittebenen zu ermöglichen, wurden die *X*-Koordinaten der Knoten auf- bzw. abgerundet.

#### 3) Verschmelzung der Knoten

Knoten mit identischer Lage innerhalb eines Schnittes wurden im nächsten Schritt zu einem neuen Knoten verschmolzen, um die Datenmenge zu reduzieren und eine klare Struktur für die weitere Analyse zu schaffen.

#### 4) Unterteilung nach Material

Das Modell wurde zunächst in die beiden Materialbereiche Beton und Stahl unterteilt. Dabei umfasst die Unterteilung des Stahls sowohl die Knoten der Bewehrung als auch jene des Spannstahls. Die Berechnung der Lage der Druckresultierenden erfolgte für beide Materialien zunächst getrennt voneinander.

#### 5) Integration der Spannungen

Anschließend erfolgte die Integration der Drucknormalspannung in diskreten Schnitten entlang der Längsachse in Anlehnung an das beschriebene Verfahren von Gleich [30] (Abbildung 4-17).

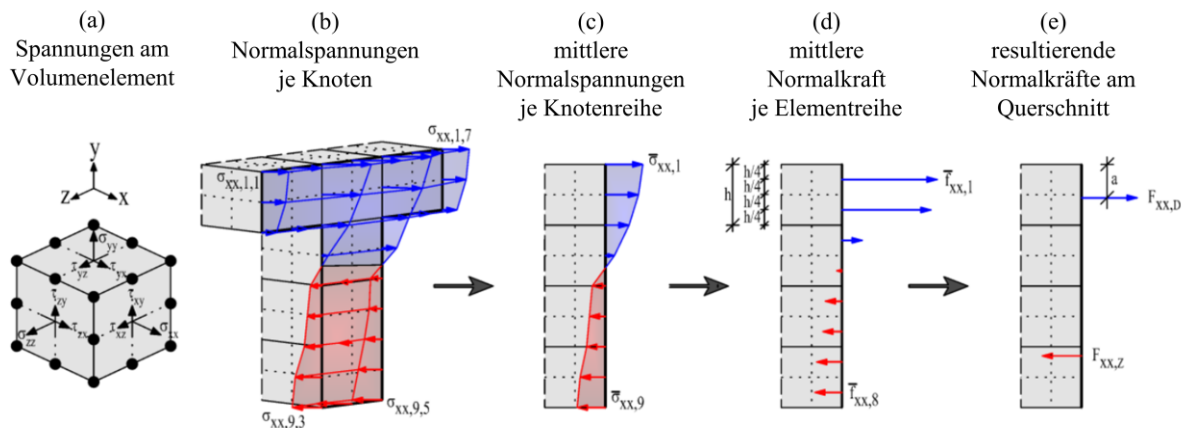


Abbildung 4-17: Integration der Normalspannungen im vertikalen Schnitt des numerischen Modells, entnommen und angepasst aus [30]

#### 4.2.4 Darstellung EDBM als Integration der Drucknormalspannung

Abbildung 4-18 stellt die Entwicklung des Druckbogens, abgeleitet aus den Drucknormalspannungen der FEM-Simulation am Referenzträger ETK1 unter reiner Querkraftbiegung über mehrere Laststufen hinweg, dar. Die  $LS = 0$  kN stellt den Zustand unter reiner Vorspannung mit Eigengewicht dar. Die Druckresultierende (schwarze Linie) verläuft, wie erwartet, entlang des Spanngliedverlaufs und wird lediglich durch das Eigengewicht geringfügig von der Spanngliedachse abgelenkt. Die vorgedrückte Zugzone befindet sich infolge der Vorspannung im Stützbereich oben. Mit zunehmender Belastung im Feld und am Kragarm wandert die Druckresultierende im Stützbereich in die eigentliche Druckzone nach unten. Mit beginnender Rissbildung im Stützbereich ab  $LS = 400$  kN, stützt sich der Druckbogen einerseits auf das Spannglied und andererseits auf das Auflager ab.

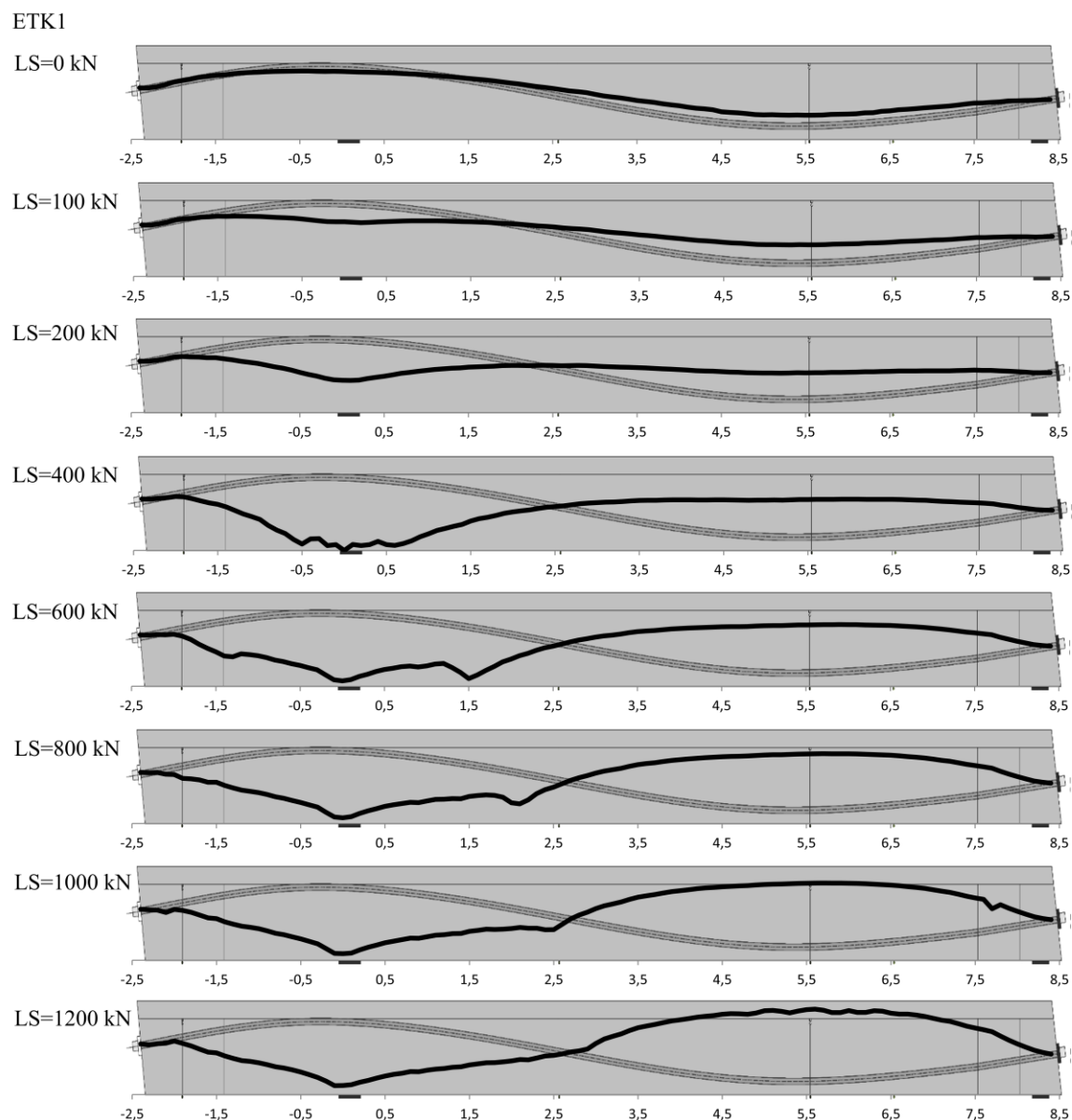


Abbildung 4-18: Druckbogenentwicklung aus FEM über mehrere Laststufen am Bsp. von ETK1

Ab einer Laststufe von 600 kN bildet sich im numerisch ermittelten Druckbogenverlauf bei etwa 1,5 m ein lokaler „Knick“ aus, der sich mit zunehmender Belastung jedoch wieder begradigt. Unter der Traglast von 1200 kN entwickelt sich im Stützbereich ein Sprengwerk und im Feldbereich ein Bogen, die sich jeweils auf das Spannglied abstützen. An der Übergangsstelle zwischen Sprengwerk und Bogen, im Kreuzungspunkt mit dem Spannglied, kann man sich aus Gleichgewichtsgründen die Einleitung einer tangentialen Verbundkraft vorstellen.

Die Gegenüberstellung des numerisch ermittelten Druckbogenverlaufs unter der Traglast (1200 kN) mit der analytischen Berechnungsmethode (EDBM) nach Gleich [30] zeigt eine gute Übereinstimmung der Verläufe (Abbildung 4-19).

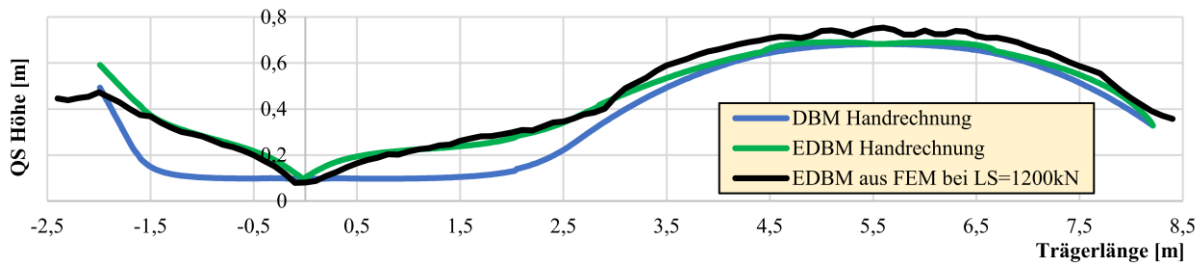


Abbildung 4-19: Gegenüberstellung der Druckbogenverläufe mit der analytischen Berechnungsmethode und der FEM

#### 4.2.5 Zusammenfassung, Ermittlung der Druckbögen mittels FEM

Der zusätzliche Betontraganteil ergibt sich aus der Neigung und der Druckkraft des Druckbogens. Im Stützbereich, in dem bereits eine ausgeprägte Schubrissbildung vorliegt, verläuft der Druckbogen gemäß des einfachen Druckbogenmodells (DBM) annähernd horizontal, wodurch der Beton nahezu keinen Beitrag zur Querkrafttragfähigkeit leistet. Im Gegensatz dazu bildet sich im Feldbereich bei überwiegender Biegerissbildung ein deutlich ausgeprägter Bogenverlauf aus. Das erweiterte Druckbogenmodell (EDBM) kann den Schubrissbereich im Stützbereich realistischer erfassen und zeigt dort eine geneigte Druckstrebe. Im Feldbereich hingegen, etwa ab 3,5 m vom Auflager entfernt, weist das EDBM eine flachere Neigung auf als das DBM. Insgesamt zeigt sich, dass der numerisch berechnete Druckbogenverlauf im Stützbereich gut mit dem analytischen EDBM übereinstimmt.

### 4.3 Versuchsnachrechnung mittels nichtlinearer FEM

#### 4.3.1 Last-Durchbiegungskurven der Versuche ETK1-ETK5

In diesem Kapitel werden die Simulationsergebnisse im jeweiligen Teilversuch 1 und Teilversuch 2 den experimentellen Messergebnissen aus den durchgeführten Versuchen gegenübergestellt. Wesentliches Vergleichskriterium sind dabei die Last-Durchbiegungskurven, da es sich hierbei um integrale Größen handelt.

#### 4.3.2 Auswertung der numerischen Simulation im TV1

##### 4.3.2.1 Referenzversuchsträger ETK1-TV1

Die durch die Tragfähigkeit der Bewehrung begrenzte Versuchstraglast im Teilversuch 1 des ETK1 war zum Zeitpunkt des sekundären Betonversagens mit einer maximal aufgebracht Belastung von 198 kN/m nahezu erreicht. Dies wurde durch eindeutige Indikatoren wie eine ausgeprägte Bügelplastifizierung sowie eine fortgeschrittene Rissbildung bestätigt. Dennoch wäre ohne das sekundäre Betonversagen eine weitere geringfügige Laststeigerung bis zur Annäherung an die tatsächliche Versuchstraglast zu erwarten gewesen. Ein vollständiges Ausreizen der Traglast war jedoch

ohnehin nicht vorgesehen, da der Versuch zur Sicherstellung der Durchführung des Teilversuchs 2 am gleichen Versuchsträger möglichst kurz vor dem endgültigen Versagen beendet werden muss.

In der FEM-Simulation konnte das im Versuch beobachtete sekundäre Betonversagen nicht abgebildet werden. Trotz der hohen Betondehnungen im Druckbereich konnte im Modell noch ein Gleichgewichtszustand ohne Betonversagen gefunden werden.

Abbildung 4-20 zeigt die Last-Durchbiegungskurve für den Referenzversuchsträger im Teilversuch 1. Die Versuchstraglast konnte in der Simulation unwesentlich auf maximal 204 kN/m gesteigert werden, was die Vermutung aus dem Versuch bestätigte, dass die Traglast im Teilversuch 1 beim Referenzversuch ETK1 faktisch erreicht war. Die feldseitige Verformungsmessung im TV1 erfolgte am Messpunkt WZ2 gemäß Abbildung 3-11. Sowohl im Versuch als auch bei der Simulation kam das Feld im TV1 nur geringfügig in den Zustand II. Die Feldverformung zum Versagenszeitpunkt weist eine gute Übereinstimmung mit den Versuchswerten auf (Versuch 4,7 mm, FEM 4,2 mm).

Zur besseren Deutung des Systemverhaltens sowie der charakteristischen Bereiche werden zwei Skalierungsbereiche der Abszisse dargestellt. Im Teilbild (a) wurde eine grobe Skalierung bis 100 mm gewählt, ähnlich der Darstellung des Gesamtverhaltens im TV2 (Abbildung 3-14), um eine globale Aussage zur Systemsteifigkeit zu ermöglichen. Dabei ist zu erkennen, dass zu Beginn des Versuchs sich eine flachere Neigung der Last-Verformungskurve einstellt, was mit Auflagersetzungen einhergeht. Danach nimmt die Steifigkeit zu, und die Steigung der Last-Verformungskurve im Versuch entspricht der Steigung der FEM-Simulation. Somit wird die Anfangssteifigkeit im Zustand I nach den Auflagersetzungen gut getroffen. Feinere Details wie der Beginn der Rissbildung oder der Fließbeginn der Bewehrung können jedoch nicht genau bewertet werden. Im Teilbild (b) wurde eine feinere Skalierung bis 12 mm gewählt, wodurch Unterschiede in der Anfangssteifigkeit besser zu erkennen sind. Dies sind Unterschiede in der Idealisierung des Rechenmodells und Modellungenauigkeiten, etwa durch die fehlende Berücksichtigung einer Mikrorissbildung, die statistisch gleichmäßige Verteilung der Materialeigenschaften über das ganze Bauteil, die Abschätzung der Steifigkeit der Auflagerkonstruktion oder der ideale Verbund der Bewehrung. Bei der Modellkalibrierung an den experimentellen Ergebnissen wurde darauf geachtet, dass sowohl die Systemsteifigkeit im Zustand I als auch die charakteristischen Übergangsbereiche im Teilversuch 1 und Teilversuch 2 gut im FEM-Modell mit den gemessenen Werten übereinstimmen. Die dafür erforderlichen Systemparameter wie die Auflagersteifigkeit, der E-Modul sowie die Betonzugfestigkeit sind jedoch mit Modellunsicherheiten behaftet. Die Anfangssteifigkeit des FEM-Modells wird somit geringfügig überschätzt.

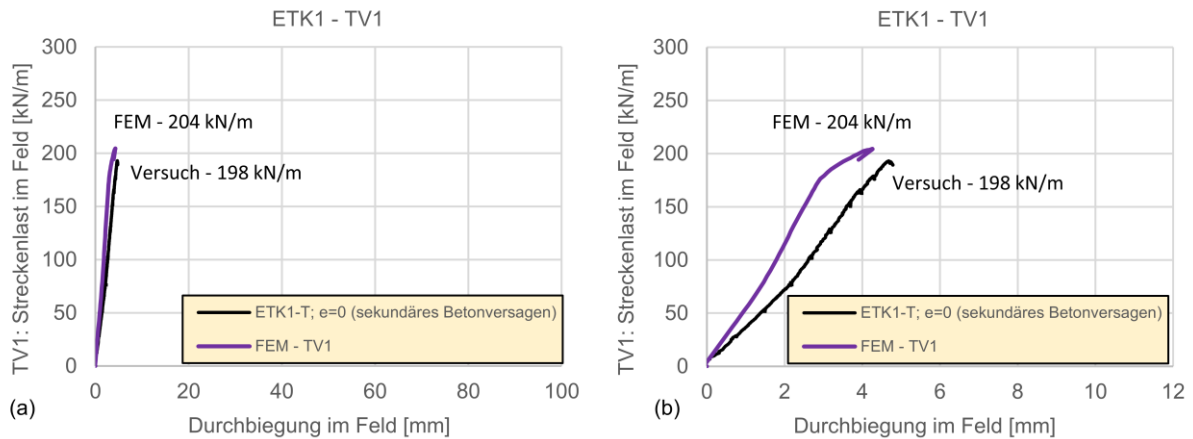


Abbildung 4-20: ETK1-TV1: Last-Durchbiegungskurve, Vergleich: Versuch mit FEM

Insgesamt konnte die FEM den Versuch ETK1 im TV1 gut abbilden. Die maßgeblichen Stellen, die das Gesamtverhalten des Systems charakterisieren, wie der Übergang in den Zustand II bei ca. 70 kN/m durch das leichte Abknicken des Verlaufs im Teilbild (b) sowie der Fließbeginn der Bewehrung bei ca. 180 kN/m, zeigen eine gute Übereinstimmung mit den experimentell gemessenen Werten.

#### 4.3.2.2 ETK2-TV1

Abbildung 4-21 zeigt die Last-Durchbiegungskurve für den Versuchsträger ETK2 im Teilversuch 1. Die Simulation des Versuchsträgers ETK2 zeigte im TV1 mit 247 kN/m eine deutlich höhere Traglast als für den Referenzversuch ETK1 mit 204 kN/m. Das Bemessungsmodell für die Torsion aus Kapitel 3.2.1 konnte dadurch als konservativ bestätigt werden, in dem Sinne, dass die Versuchstraglast des ETK1 im Teilversuch 1 nicht nur sicher erreicht, sondern sogar übertroffen wurde. Die zusätzliche Torsionsbewehrung, insbesondere die Torsionslängsbewehrung, übernahm nicht nur den auftretenden Torsionsschubfluss infolge der räumlichen Fachwerkwirkung, sondern führte darüber hinaus zu einer zusätzlichen Steigerung der Tragfähigkeit gegenüber dem Referenzversuch ETK1 (ohne Torsion). Offensichtlich wurde die zusätzliche Torsionsbewehrung durch die planmäßige zusätzliche Torsion nicht vollständig ausgenutzt und stand für eine weitere Traglaststeigerung zur Verfügung.

In den nachfolgenden Parameterstudien wurde der Einfluss der Torsionslängs- und Torsionsbügelbewehrung auf die Traglast systematisch untersucht.

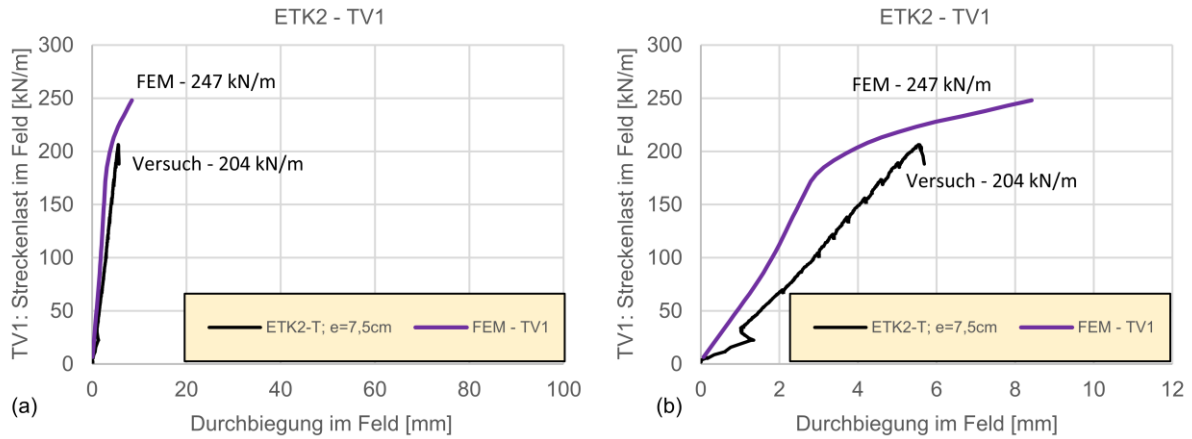


Abbildung 4-21: ETK2-TV1: Last-Durchbiegungskurve, Vergleich: Versuch mit FEM

Die zur Beschreibung des Gesamttragverhaltens maßgeblichen Stellen wurden bei ETK2 wie auch bei ETK1 gut getroffen. Der Übergang in den Zustand II erfolgte bei ca. 70 kN/m durch die leichte Gegenkrümmung im Teilbild (b) sowie der Fließbeginn der Bewehrung bei ca. 180 kN/m.

#### 4.3.2.3 ETK3-TV1

Die Last-Durchbiegungskurven mit der Versuchstraglast des ETK3 wurde im TV1, wie auch bereits bei ETK2, durch die numerische Simulation deutlich übertroffen (Abbildung 4-22). Da die Versuchsdurchführung nach dem Erreichen der Referenztraglast von 204 kN/m für die Durchführung des zweiten Teilversuchs manuell gestoppt wurde, konnte die tatsächliche Traglast im 1. Teilversuch experimentell nicht ermittelt werden. Wie bereits im Kapitel 3.5.6 angedeutet, wäre auf Grundlage der Dehnungsauslastung der Bügelbewehrung mutmaßlich eine weitere Laststeigerung möglich gewesen, die aber für die Verifikation des Bemessungsmodells nicht notwendig war. Auch im Hinblick auf die Vermeidung einer Beschädigung des Versuchsträgers für den nachfolgenden Teilversuch 2.

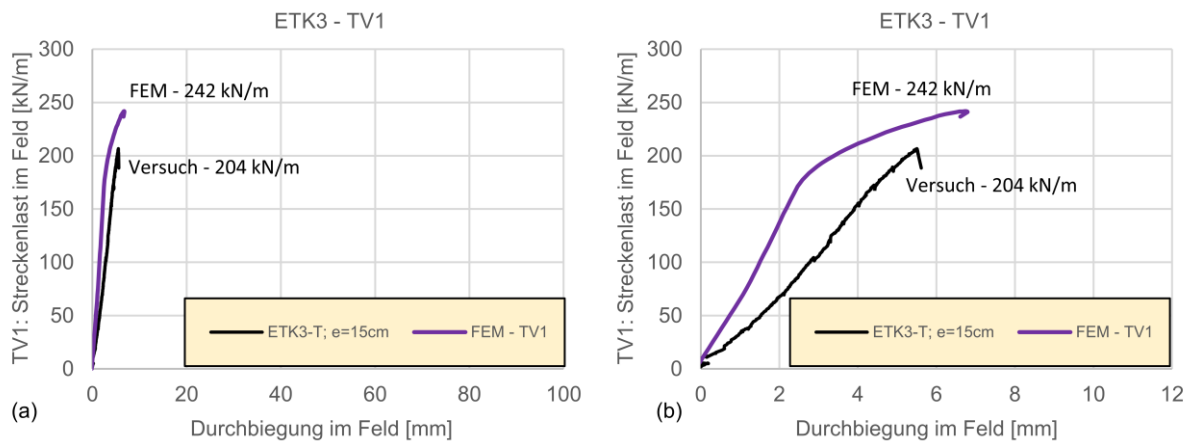


Abbildung 4-22: ETK3-TV1: Last-Durchbiegungskurve, Vergleich: Versuch mit FEM

Der Unterschied in Anfangssteifigkeiten im Zustand I zwischen dem Versuch und der Simulation ist bei ETK3 noch höher als bei ETK2, allerdings sind auch hier die maßgeblichen Bereiche zur Beschreibung

des Gesamttragverhaltens gut abgebildet. Der Übergang in Zustand II sowie der Fließbeginn der Bewehrung liegt bei ca. 70 kN/m bzw. 180 kN/m.

#### 4.3.2.4 ETK4-TV1

Am Versuchsträger ETK4 wurde im TV1 die Torsion mit einer Exzentrizität von  $e = 15$  cm eingeleitet. Wie bereits bei den vorangegangenen Simulationen wurde mit der numerisch ermittelten Traglast im TV1 die Systemtragfähigkeit um ca. 10 % (226/204) übertroffen (Abbildung 4-23). Wie bereits bei den Versuchsträgern ETK2 und ETK3 beschrieben, wäre im Versuch auch bei ETK4 auf Grundlage der Dehnungsauslastung der Bügelbewehrung sowie des vorhandenen Rissbildes eine weitere Laststeigerung möglich gewesen, auf die aber aus den vorgenannten Gründen verzichtet wurde.

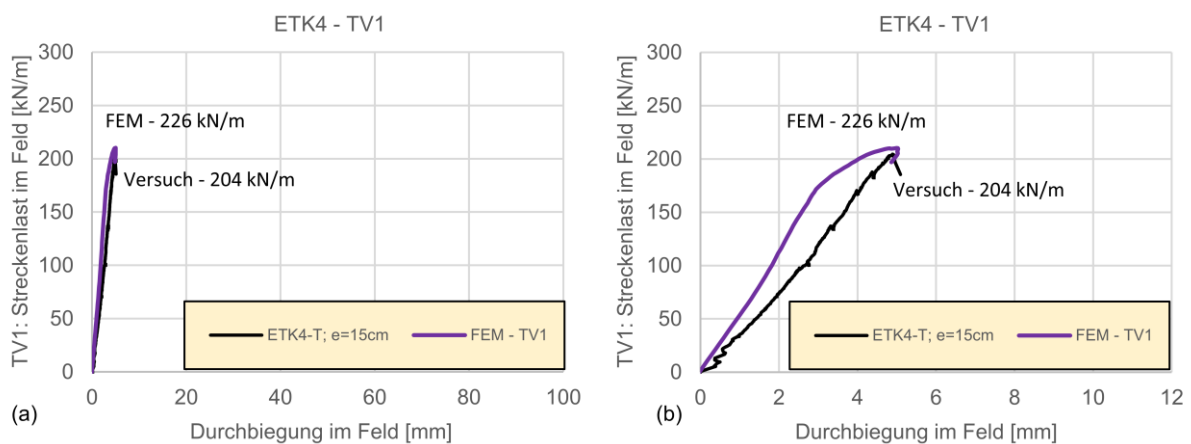


Abbildung 4-23: ETK4-TV1: Last-Durchbiegungskurve, Vergleich Versuch mit FEM

#### 4.3.2.5 ETK5-TV1

Beim Versuchsträger ETK5 ohne Gurtplatte erwies sich die Anfangssteifigkeit, entgegen den Simulationen mit der Gurtplatte, als geringfügig weicher (Abbildung 4-24). Die Traglast wurde in der Simulation lediglich um 3 % übertroffen. Das Gesamttragverhalten im Teilversuch 1 konnte auch hier gut beschrieben werden. Sowohl der Übergang in Zustand II als auch der Fließbeginn der Bewehrung entsprachen den experimentellen Beobachtungen.

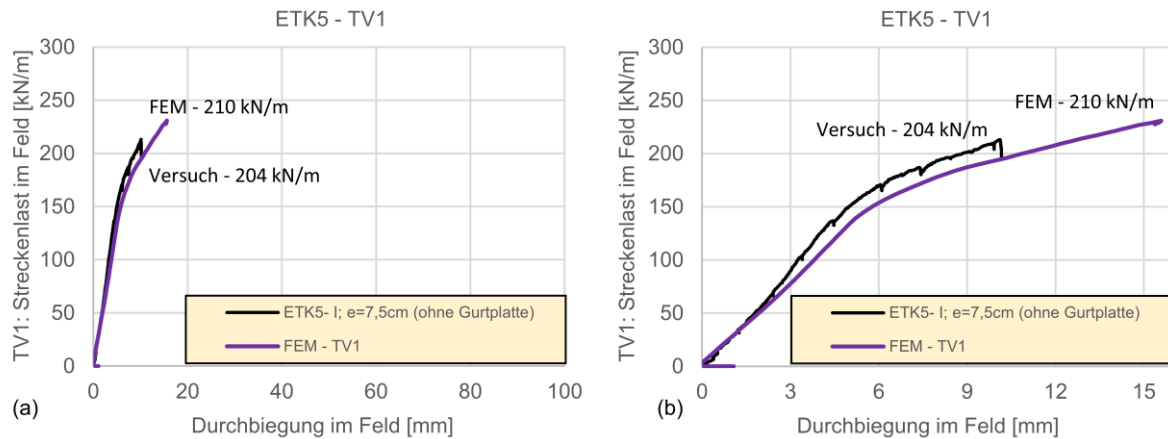


Abbildung 4-24: ETK5-TV1: Last-Durchbiegungskurve, Vergleich Versuch mit FEM

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass mit den Versuchen ETK1 bis ETK5 das Bemessungsmodell (Kapitel 3.2.1) bestätigt werden konnte.

### 4.3.3 Auswertung der numerischen Simulation im TV2

#### 4.3.3.1 ETK1 und ETK2 jeweils für TV2

Der Teilversuch 2, mit dem die Einzellast am Kragarm bis zum Bruchzustand gesteigert werden sollte, konnte aufgrund der Schädigung der Druckzone infolge eines sekundären Betonversagens bei ETK1 nicht durchgeführt werden. Dementsprechend liegen für diesen Versuch auch keine Messwerte für eine entsprechende Last-Durchbiegungskurve vor. Es steht lediglich die Last-Durchbiegungskurve aus Teilversuch 1 zur Verfügung, die allerdings bezogen auf TV2 eine zu geringe Traglast des Kragarms aufweist. In Abbildung 4-25, Teilbild (a), wird die numerisch berechnete Last-Durchbiegungskurven für ETK1 mit der gemessenen Last-Durchbiegungskurve aus Teilversuch 1 verglichen. Ohne das sekundäre Betonversagen konnte die Traglast im FE-Modell am Kragarm nur geringfügig auf etwa 1206 kN gesteigert werden. Demnach war die tatsächliche Traglast bei ETK1 im TV1 praktisch erreicht. Aufgrund der gewählten gröberen Skalierung zur Darstellung der vollständigen Last-Durchbiegungskurven am Kragarm von ca. 60 mm kann die Wahl der Auflagersteifigkeiten durch die gute Übereinstimmung beider Verläufe als bestätigt angesehen werden.

Der Gesamtverlauf der Last-Durchbiegungskurven bildet, wie auch bereits in den Darstellungen zu TV1 ersichtlich, sowohl die Systemsteifigkeit als auch die charakteristischen Merkmale des Versuchsverlaufs gut ab.

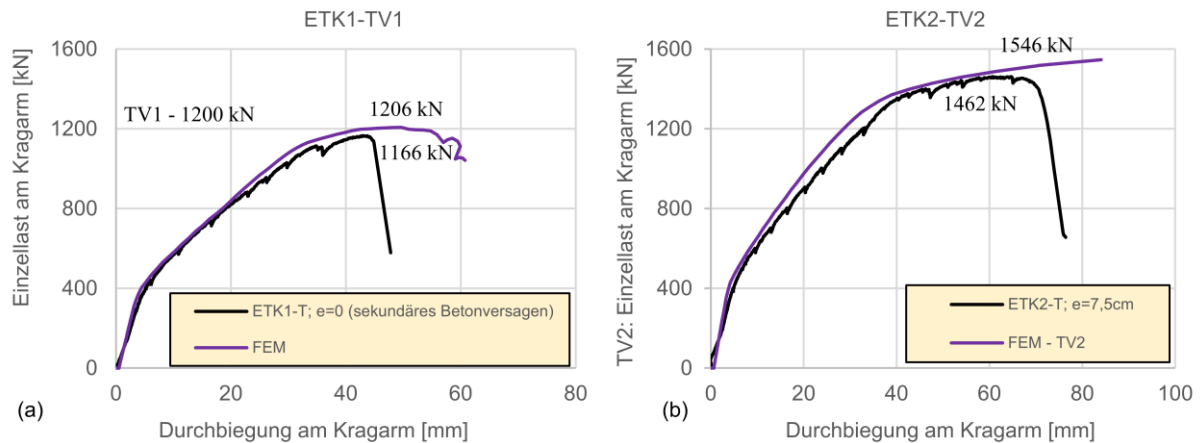


Abbildung 4-25: ETK1 im TV1 und ETK2 im TV2: Last-Durchbiegungskurve, Vergleich Versuch mit FEM

Abbildung 4-25, Teilbild (b), zeigt die Gegenüberstellung der experimentellen und numerischen Last-Durchbiegungskurven für den Versuchsträger ETK2 im Teilversuch 2. Die mit 1546 kN signifikante Traglaststeigerung von ca. 25 % gegenüber dem ETK1 ist die Folge der ungeschädigten Betondruckzone mit voller Tragfähigkeit im Gegensatz zu ETK1.

Das kalibrierte numerische Modell bildet auch das Verhalten des Versuchsträgers ETK2 im Teilversuch 2 gut ab. Die Versuchstraglast im Teilversuch 2 wird durch die Tragfähigkeit des Betons bestimmt.

#### 4.3.3.2 ETK3 und ETK4 jeweils für TV2

Abbildung 4-26, Teilbild (a), zeigt die Ergebnisse des Versuchsträgers ETK3. Hier ist unter allen simulierten Versuchsträgern die beste Übereinstimmung zwischen Simulation und Versuch sowohl im Verlauf der Last-Durchbiegungskurven als auch in der erreichten Traglast zu beobachten, mit einer Abweichung von nahezu 0 %. Insbesondere die erfassten Steifigkeitseigenschaften sowie das plastische Nachbruchverhalten stimmen im Vergleich zum Versuch sehr gut überein, was die Aussagekraft des gewählten numerischen Ansatzes unterstreicht.

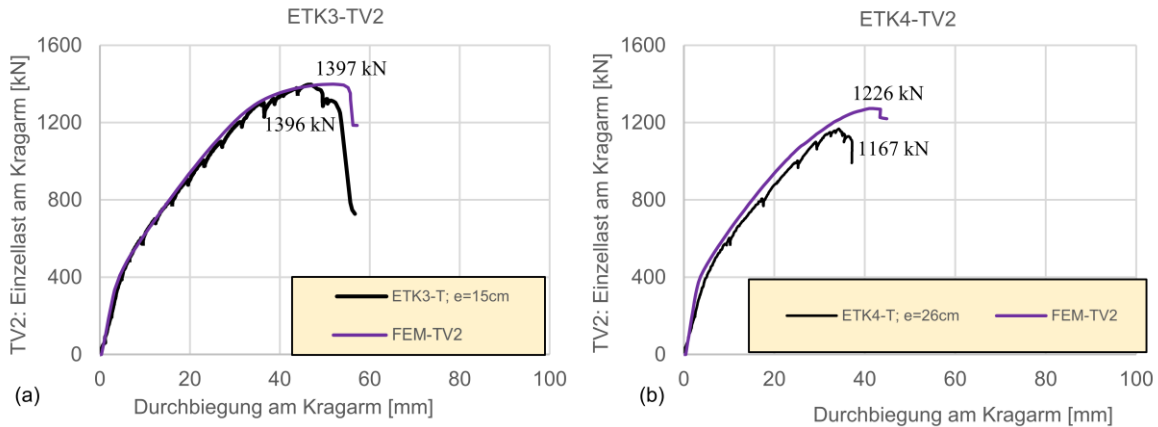


Abbildung 4-26: ETK3 und ETK4 jeweils im TV2: Last-Durchbiegungskurve, Vergleich Versuch mit FEM

Abbildung 4-26, Teilbild (b), zeigt den Verlauf der Last-Durchbiegungskurve am Kragarm für den Versuchsträger ETK4. Dieser Versuchsträger weist mit einer Lastexzentrizität von  $e = 26$  cm die höchste im Rahmen dieser Untersuchungen betrachtete Exzentrizität auf. Wie auch bei Versuchsträger ETK2 beobachtet, erfolgt auch hier eine Überschätzung der Gesamttraglast durch das numerische Modell. Der Verlauf der Last-Durchbiegungskurven zeigt jedoch eine weitgehende Übereinstimmung mit den experimentell gemessenen Werten.

### 4.3.3.3 ETK5 für TV2

Abbildung 4-27 zeigt den Verlauf der Last-Durchbiegungskurven für den Versuchsträger ETK5 (ohne Gurtplatte). Die experimentell gemessene Traglast von 1280 kN wurde mit der FEM-Simulation um ca. 6 % überschätzt. Der Fließbeginn der Bewehrung tritt im numerischen Modell leicht verzögert auf, was auf modellbedingte Vereinfachungen in der Simulation zurückgeführt werden kann.

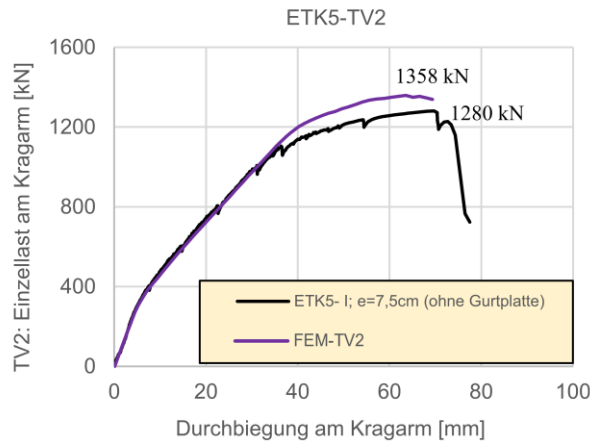


Abbildung 4-27: ETK5-TV2: Last-Durchbiegungskurve, Vergleich Versuch mit FEM

Trotz gewisser Abweichungen bei der Versuchstraglast zeigen die Simulationsergebnisse insgesamt eine gute Übereinstimmung mit dem experimentellen Verlauf der Last-Durchbiegungskurven. Eine detaillierte Untersuchung der Wirkungsweise der Gurtplatte auf das Tragverhalten erfolgt in den nachfolgenden Kapiteln.

#### 4.3.4 FEM-Auswertung der Dehnungen ETK1-ETK5

Auf Grundlage der Simulation des Versuchsträgers ETK1 für die Laststufe 204 kN/m wurde eine exemplarische Auswertung der rechnerischen Beton- und Stahldehnungen durchgeführt (Abbildung 4-28).

Darstellung (a) zeigt die in Längsrichtung gerichteten Betondehnungen  $\varepsilon_{xx}$  beim Erreichen der Traglast im Teilversuch 1 von 204 kN/m. Die maximale rechnerische Betondehnung im dicht bewehrten Auflagerbereich betrug dabei etwa -8 ‰ und überstieg damit die normgemäße Betonbruchdehnung für unbewehrten Beton von  $\varepsilon_c = -3,5$  ‰ deutlich. Im Versuch konnte bei der untersuchten Laststufe ein sekundäres Betonversagen beobachtet werden. Obwohl in der Simulation theoretisch eine weitere Laststeigerung möglich gewesen wäre, wurde die Traglast im FE-Modell bei  $\varepsilon_c = -8$  ‰ definiert. Die Druckzone ist in der Darstellung orangefarben hervorgehoben. Der aus der FEM abgeleitete Druckbogenverlauf wird als gewichteter Schwerpunkt der Druckzone durch eine schwarze durchgezogene Linie dargestellt.

In Teilbild (b) sind die Bügeldehnungen dargestellt, mit einer max. Dehnung von 3,6 ‰. Die größten Dehnungen der Bügelschenkel lagen oberhalb des Druckbogenverlaufs.

Teilbild (c) zeigt die Längsdehnungen  $\varepsilon_{xx}$  in der oberen und unteren Längsbewehrung. Im Stützbereich betragen die Dehnungen ca. +5 ‰ in der oberen Bewehrung und -4 ‰ in der unteren Bewehrung. Der Druckbogenverlauf weist an der Übergangsstelle in den vollständig überdrückten Querschnitten einen ausgeprägten Knick auf, wie bereits im Kapitel 3.5.7 anhand der Messergebnisse dargestellt.

Im gerissenen Bereich stützt sich die Druckstrebe unter anderem auf das Spannglied ab, was zu einer Dehnungszunahme in dem Spannglied führt (Teilbild (d)). In der Simulation konnte die Fließgrenze des Spannglieds von  $\varepsilon_{p0.1m} = 8,83$  ‰ nicht erreicht werden. Somit beteiligten sich die Spannglieder nicht mit ihrer vollen Fließkraft an der Tragwirkung.

Insgesamt konnten die rechnerisch ermittelten Dehnungen den Verlauf der inneren Kräfte im Versuchsträger ETK1 gut wiedergeben. Die FE-Modelle wurden ausreichend genau kalibriert und können als Grundlage für die Durchführung weitergehender Parameterstudien herangezogen werden.

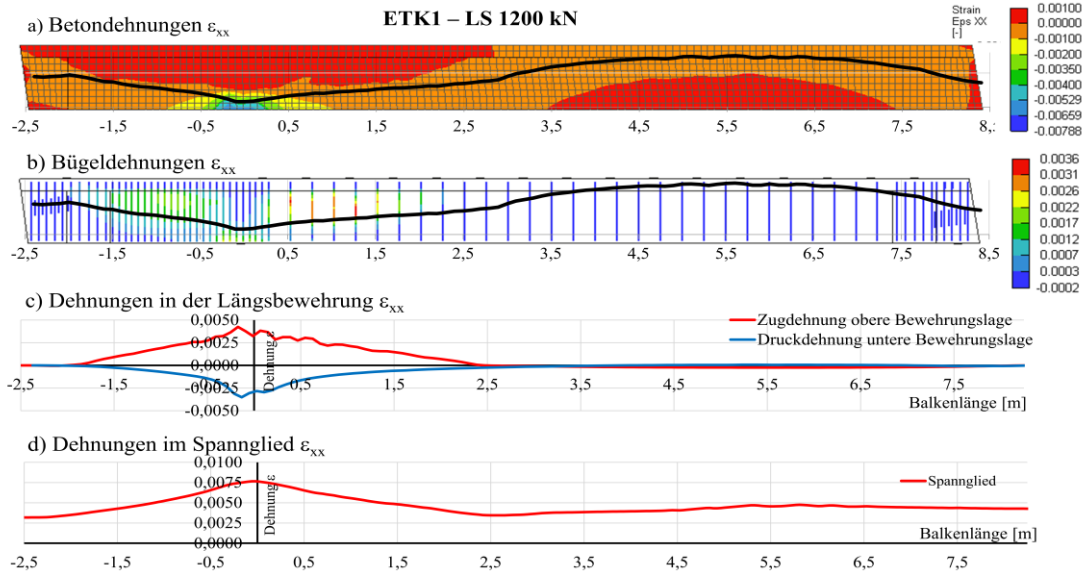


Abbildung 4-28: Auswertung der Beton- und Stahldehnungen am ETK1 LS 204 kN/m

### 4.3.5 Zusammenfassung, Auswertung der numerischen Simulation

Insgesamt zeigen die Ergebnisse der FEM-Simulation sowohl im Teilversuch 1 als auch im Teilversuch 2 eine gute bis sehr gute Übereinstimmung mit den experimentell ermittelten Messwerten. Die Ergebnisse der Simulationen bestätigen die in den Versuchen gewonnenen Erkenntnisse. Die so validierten numerischen Modelle können daher als ausreichend zuverlässig für weiterführende parametrische Untersuchungen herangezogen werden, um Tendenzen aufzuzeigen.

Die in den Versuchen durch vorzeitiges Beenden der Belastungssteigerung vor Erreichen des Bruchzustands ermittelten Traglasten im jeweiligen Teilversuch 1 wurden als Folge des konservativen Bemessungsmodells in den Simulationen zum Teil deutlich, um bis zu 21 % (ETK2), übertroffen (siehe Tabelle 4-4). Die geringste Abweichung wurde beim Versuchsträger ETK1 ohne zusätzliche Torsion festgestellt, mit einer Differenz von ca. 3 %. Die Ergebnisse bestätigen, dass unter den getesteten Bedingungen höhere Traglasten hätten erreicht werden können. Somit wird die Gültigkeit des im Kapitel 3.2.1 vorgestellten Bemessungsmodells als Grundlage für eine sichere Bemessung durch die Versuchs- und Simulationsergebnisse gestützt.

Tabelle 4-4: Vergleich der Traglasten im TV1 mit der FE-Simulation

Versuch	Versuchstraglast im Feld $f_u$ [kN/m]	FEM-Traglast im Feld $f_{FEM}$ [kN/m]	Abweichung
ETK1-1 e = 0 cm	198	204	+3 %
ETK2-1 e = 7,5 cm	204	247	+21 %
ETK3-1 e = 15 cm	204	242	+18 %
ETK4-1 e = 15 cm	204	226	+11 %
ETK5-1 e = 7,5 cm	204	210	+3 %

Die in den jeweiligen Teilversuchen 2 experimentell ermittelten Traglasten wurden durch die Simulation nur geringfügig, um bis zu 6,1 % (ETK5), überschätzt (siehe Tabelle 4-5). Eine detaillierte Analyse der Ergebnisse aus den zweiten Teilversuchen erfolgt im Kapitel 5.

Tabelle 4-5: Vergleich der Traglasten im TV2 mit der FE-Simulation

Versuch	Versuchstraglast am Kragarm $F_u$ [kN]	FEM-Traglast am Kragarm $F_{FEM}$ [kN]	Abweichung
ETK1-2 $e = 0$ cm	1166	1206	+3,4 %
ETK2-2 $e = 7,5$ cm	1462	1546	+5,7 %
ETK3-2 $e = 15$ cm	1397	1398	0
ETK4-2 $e = 26$ cm	1201	1226	+2,1 %
ETK5-2 $e = 7,5$ cm	1280	1358	+6,1 %

## 4.4 Parameterstudien

### 4.4.1 Einleitung

Mit den nachfolgenden Berechnungen sollen, mittels der anhand der Versuchsnachrechnungen kalibrierten und validierten numerischen Modelle, weiterführende Parameterstudien erfolgen. Diese beinhalten Parametervariationen, die experimentell nicht untersucht werden konnten. Das Ziel der Parameterstudien besteht in der Beantwortung der im Kapitel 1 aufgestellten Forschungsfragen. Folgende Einflüsse werden untersucht:

#### Einfluss des Vorspanngrades

Es soll gezeigt werden, dass der Vorspanngrad einen maßgeblichen Einfluss auf die Bügelbeanspruchungen unter einer kombinierten Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion hat und somit signifikant zur Schubtragfähigkeit beiträgt.

#### Einfluss der Gurtbreite

Der Vergleich der Versuchsträger ETK2 (mit Gurtplatte) und ETK5 (ohne Gurtplatte) zeigt deutlich, dass die Gurtplatte maßgeblich am Tragwiderstand bei Torsion beteiligt ist. In der vorliegenden Parameterstudie wird der Einfluss der Gurtbreite systematisch hinsichtlich ihrer Wirkung auf die Bügelbeanspruchungen und die Gesamttragfähigkeit untersucht. Der durch die Gurtplatte aufgenommene Anteil an der Torsionsbeanspruchung entlastet die Bügelbewehrung im Steg.

#### Einfluss der Trägerschlankheit

Die absoluten geometrischen Abmessungen der Versuchsträger waren durch die Gegebenheiten der Versuchshalle begrenzt. Im Rahmen der vorliegenden Parameterstudie soll untersucht werden, inwieweit sich die Versuchsergebnisse auf Träger mit größeren Abmessungen übertragen lassen.

### Variation der Torsionsbewehrung

Durch systematische Anpassung des Torsionsbewehrungsgrades, unterteilt nach Torsionslängs- und Torsionsbügelbewehrung, soll dessen Beitrag zur Schubtragfähigkeit bei kombinierter Beanspruchung quantifiziert werden.

### Untersuchung der Interaktionsbedingung

Die Überprüfung der Interaktionsbedingung hinsichtlich des Versagens des Betons auf Druck bei kombinierter Beanspruchung ( $M+V+T$ ) stellt eine weitere zentrale Fragestellung dieser Arbeit dar. Um eine auf einer größeren Datenbasis beruhende Bestimmung der Interaktionsbeziehung zu ermöglichen, sollen die Versuchsergebnisse aus den TV2 durch zusätzliche Simulationen ergänzt werden.

#### 4.4.2 Einfluss des Vorspanngrads auf die Beanspruchung der Bügel unter $M+V+T$

##### 4.4.2.1 Variation des Ausnutzungsgrad

Bei allen Versuchsträgern lag die Ausnutzung des Spannglieds unterhalb von 50 % der im Labor bestimmten Zugfestigkeit des Spannstahls  $f_{p,exp}$ . Am Beispiel des Versuchsträgers ETK4 wird nachfolgend in der FE-Simulation der Vorspanngrad variiert, um dessen Auswirkung auf die Schubtragfähigkeit zu untersuchen. Bei ETK4 lag der initiale Ausnutzungsgrad der Spannstahlfestigkeit bei  $894 \text{ MPa} / 2026 \text{ MPa} = 44 \%$ . Bezogen auf den Betonquerschnitt betrug die Druckspannung infolge der Vorspannung  $\sigma_{c,p} = P/A_c = -3,6 \text{ MPa}$ . Die Variation des Ausnutzungsgrads auf die Schubtragfähigkeit kann der nachfolgenden Tabelle 4-6 entnommen werden.

$$\sigma_p = f_{p,exp} \cdot \text{Ausnutzungsgrad} \quad (4.6)$$

mit  $f_{p,exp} = 2026 \text{ MPa}$

Tabelle 4-6: Variation des Ausnutzungsgrads am Versuchsträger ETK4

Variante	Var.1.1_0%	Var.1.2_25%	Var.1.3_50%	Var.1.4_75%
Ausnutzungsgrad	0 %	25 %	50 %	75 %
Spannung im Spannstahl $\sigma_{p,p}$	0 MPa	507 MPa	1013 MPa	1520 MPa
Spannung im Beton $\sigma_{c,p}$	0 MPa	2,04 MPa	4,08 MPa	6,12 MPa

In Abbildung 4-29 sind die simulierten Last-Durchbiegungskurven beispielhaft am Kragarm dargestellt und mit dem gemessenen Verlauf im Versuch ETK4 (schwarze Kurve) gegenübergestellt. Erwartungsgemäß nimmt das Rissmoment mit steigender Vorspannung zu. Die Bruchlast steigt in der Simulation um maximal 13 % an. Zudem veränderte sich die Versagensart, ab einem Ausnutzungsgrad von  $< 45 \%$  der Zugfestigkeit des Spannstahls von Schubversagen durch Bügelfließen hin zu Biegeversagen der Längsbewehrung.

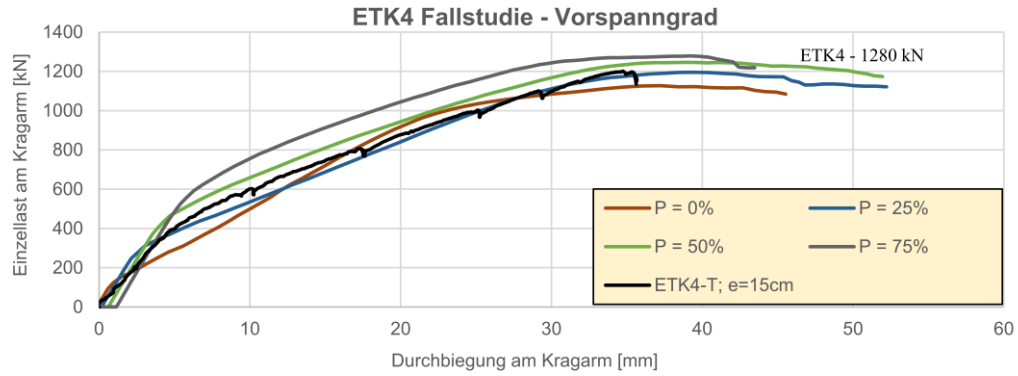


Abbildung 4-29: Beispiel ETK4: Last-Durchbiegungskurven unter Variation des Ausnutzungsgrads

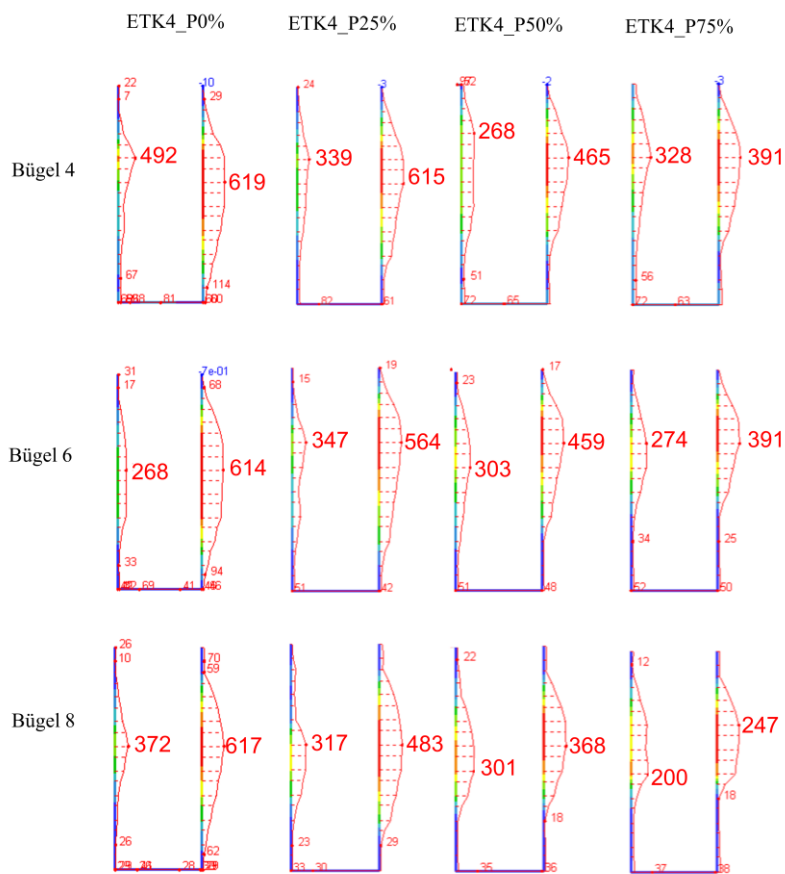


Abbildung 4-30: Variarion des Ausnutzungsgrads, Bügelspannungen [MPa] im Nachweisbereich, ETK4 (1280 kN)

Abbildung 4-30 stellt die unter verschiedenen Ausnutzungsgraden aus dem FE-Modell ermittelten Bügelspannungen anhand von drei Bügeln im Bruchzustand dar (Bügel 4, 6, 8), die sich in einem Abstand  $d$  bis  $1,5 \cdot d$  vom Auflagerrand befinden. Die Bügelschenkel werden durch den zusätzlich wirkenden umlaufenden Torsionsschub unterschiedlich beansprucht. Dabei zeigt sich, dass die Vorspannung sowohl die Größenordnung der Spannungen als auch deren Verteilung zwischen den beiden Bügelschenkeln beeinflusst. Mit zunehmender Vorspannung gleichen sich die Spannungen in

beiden Schenkeln sukzessiv an. Die Plastifizierung der Bügel beschränkte sich auf den gezogenen Betonbereich. In den überdrückten Bereichen weisen die Bügelschenkel keine Zugspannungen auf.

Das Modell ohne Vorspannung (ETK4\_P0%) spiegelt den erwarteten Schubspannungsverlauf gemäß dem Konzept des sich überlagernden Schubflusses bei V+T auf gegenüberliegenden Seiten des Steges wider. Im Vergleich dazu zeigte das Modell mit 75 % Vorspannung eine Schubspannungsverteilung, die jener unter alleiniger Querkraftbeanspruchung ähnelte, mit sich großemäßig ausgleichenden Schubspannungen in beiden Bügelschenkeln. Daraus lässt sich ableiten, dass bei Spannbetonbalken die zusätzliche Torsionsbeanspruchung zu einem wesentlichen Anteil infolge Vorspannwirkung durch den ungerissenen Betonquerschnitt aufgenommen wird und nicht primär über die Bügelbewehrung allein abgetragen werden muss.

Abbildung 4-31 zeigt die Bügelspannungen in Abhängigkeit vom Ausnutzungsgrad der Vorspannung. Bügelspannungen, die oberhalb des charakteristischen Werts der Fließgrenze von 500 N/mm<sup>2</sup> liegen, weisen tendenziell auf ein Schubversagen infolge des Fließens der Bügel hin. Im Gegensatz dazu deuten Bügelspannungen im Bruchzustand, die unterhalb der Fließgrenze bleiben, tendenziell auf eine abweichende Versagensart hin, beispielsweise ein Biegeversagen infolge von überbeanspruchter Längsbewehrung oder ein Versagen der Druckzone.

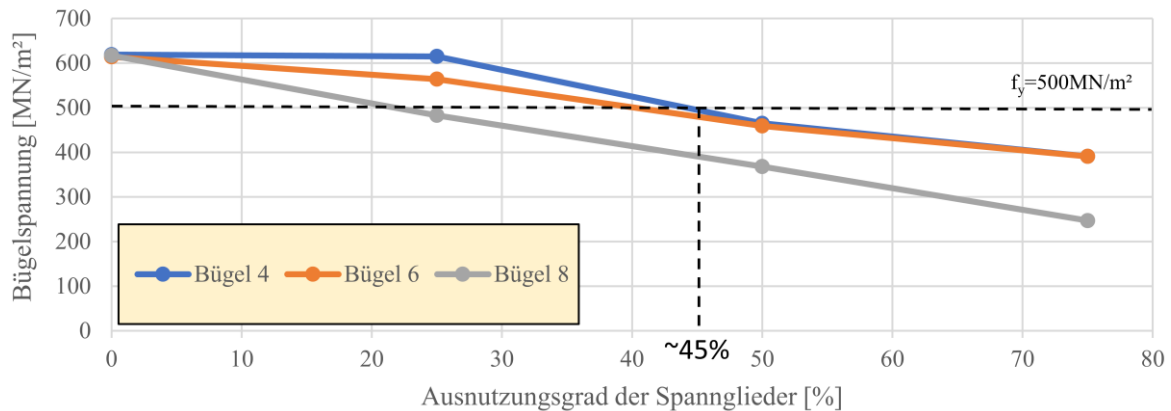


Abbildung 4-31: Maximale Bügelspannungen in Abhängigkeit vom Ausnutzungsgrad am Beispiel von ETK4

#### 4.4.2.2 Zusammenfassung, Einfluss des Vorspanngrads

Die Untersuchung zeigt, dass der die Höhe der Vorspannung sowohl die Bügelbeanspruchung als auch die Versagensursache (Schub/ Biegung) beeinflusst. Da die Versuche mit einer zu ca. 45 % ausgenutzten Vorspannung durchgeführt wurden, lag eindeutig ein Schubversagen durch Fließen der Bügel vor. Bei einer größeren Vorspannung wären die Bügel vermutlich nicht ins Fließen gekommen. Ein hoher Vorspanngrad wirkt sich positiv auf die Beanspruchung der Bügel aus.

#### 4.4.3 Einfluss der Gurtbreite auf die Schubtragfähigkeit unter $M+V+T$

##### 4.4.3.1 Auswahl der untersuchten Gurtbreiten

Der Vergleich der Versuchsträger ETK2 und ETK5 in TV 1 bei sonst gleichen Randbedingungen hat gezeigt, dass die Gurtplatte mindestens 10 % des Torsionsmoments aufnehmen kann. Zur gezielten Untersuchung der Gurtplattenmitwirkung bei zusätzlicher Torsion wurde eine Parameterstudie mit veränderlicher Gurtplattenbreite durchgeführt (Tabelle 4-7). Die zugehörigen Querschnitte sind in Abbildung 4-32 zu finden. Die Bewehrungsmenge sowie die Vorspannung blieben dabei unverändert, sodass ausschließlich die Gurtplattenbreite als Parameter variiert wurde. Die Gurtbewehrung wurde gleichmäßig über die verfügbare Flanschbreite verteilt. Dabei wiesen die Varianten mit der Gurtbreite von 160 cm und 240 cm einen für den Brückenbau untypisch großen Stablängsabstand von 20 cm bzw. 29 cm auf. Die typischen Stababstände betragen bei Brücken etwa 15 cm. Die bezogenen Flanschbreiten  $b_f/b_w$  lagen im Bereich zwischen 1,00 und 6,86. Der Versuchsträger ETK3, mit einer Lastexzentrizität von 15 cm, diente als Referenzträger für die numerischen Untersuchungen. Die Bewehrungsmenge aller untersuchten Varianten entsprach größtenteils dem ETK3. Die Bügelbewehrung in Querrichtung der Platte wurde entsprechend der Plattenbreite angepasst.

Tabelle 4-7: Variationsparameter Gurtbreite am Beispiel Versuchsträger ETK3 im TV1

Variante	Var.2.1_35	Var.2.2_60	Var.2.3_80 (ETK3)	Var.2.4_160	Var.2.5_240
Gurtbreite $b$ [cm]	35	60	80	160	240
Querschnittsfläche $A_c$ [m <sup>2</sup> ]	0,28	0,3175	0,3475	0,4675	0,5875
Bezogene Flanschbreite $b_f/b_w$	35/35=1,0	60/35=1,71	80/35=2,29	160/35=4,57	240/35=6,86
Bewehrungsfläche im Gurt $A_s$ [cm <sup>2</sup> ]	44,98	44,98	44,98	44,98	44,98

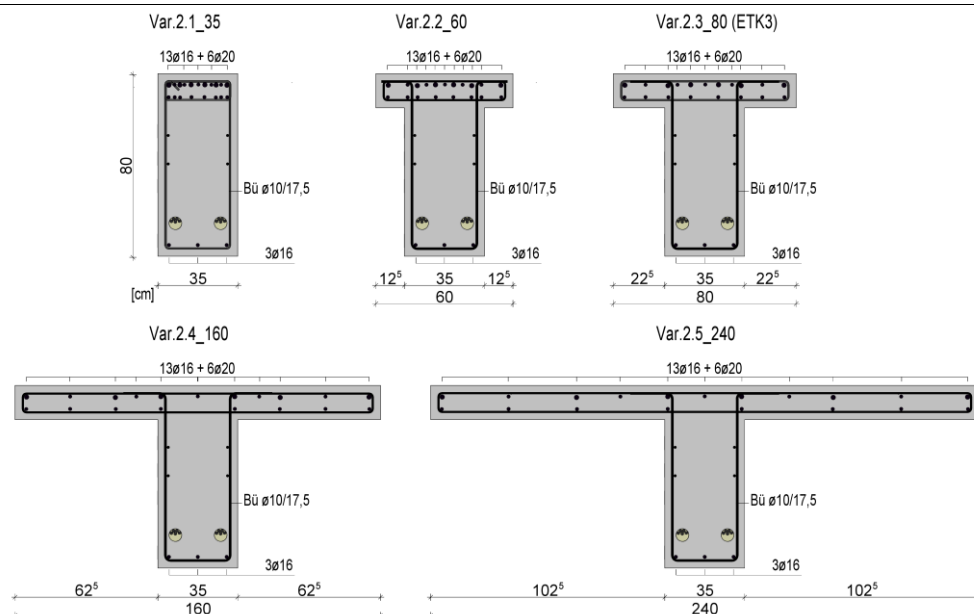


Abbildung 4-32: Variation der Gurtbreite, Querschnitte mit Verteilung der Längsbewehrung

#### 4.4.3.2 Variation der Gurtplattenbreite unter Beibehaltung der Vorspannkraft $P$

Tabelle 4-8 enthält die Auswertung der Parameterstudie mit der Verbreiterung der Gurtplatte unter Beibehaltung der Vorspannkraft  $P$ . In Abhängigkeit von der veränderlichen Querschnittsfläche variiert auch die Betonspannung  $\sigma_{c,p} = P/A_c$  infolge der Vorspannung zwischen 4,3 MPa im Querschnitt ohne Gurtplatte (Var.2.1\_35) und 2,1 MPa im Querschnitt mit 240 cm breitem Gurt (Var.2.5\_240). Da die Bügel bei allen Varianten ins Fließen kamen, erfolgte der Variantenvergleich anhand der Dehnungen. Die Bügeldehnungen im Bereich der Traglast im TV1 (1200 kN) wiesen bei allen untersuchten Varianten eine ähnliche Größenordnung auf. Die Verbreiterung der Gurtplatte hatte keinen signifikant günstigen Einfluss auf die Beanspruchung der Bügel. Die Gesamttraglast konnte bis zu einer bezogenen Flanschbreite von 2,29 (Var.2.3\_80) auf 126 % gesteigert werden. Eine größere Gurtbreite als 80 cm führte zu keiner zusätzlichen Traglaststeigerung.

Tabelle 4-8: Variation der Gurtbreite unter Beibehaltung der Vorspannkraft im Spannstahl

Trägervariante	Var.2.1_35	Var.2.2_60	Var.2.3_80 (ETK3)	Var.2.4_160	Var.2.5_240
Bezogene Flanschbreite $b_f/b_w$	35/35=1,0	60/35=1,71	80/35=2,29	160/35=4,57	240/35=6,86
$P$ im Querschnitt [kN]	1214	1214	1214	1214	1214
Ausnutzungsgrad	43 %	43 %	43 %	43 %	43 %
Spannung im Spannstahl $\sigma_{p,p}$ [MPa]	867	867	867	867	867
Spannung im Beton $\sigma_{c,p}$ [MPa]	-4,3	-3,8	-3,5	-2,6	-2,1
Bügeldehnungen bei LS=1200 kN [‰]	2,2	2,1	2,1	2,4	2,5
Traglast [kN]	1128	1387	1397	1425	1398
Traglast bezogen auf Var.2.1_35 [-]	1,00	1,23	1,24	1,26	1,24

#### 4.4.3.3 Variation der Gurtplattenbreite unter Beibehaltung der Betonspannung $\sigma_{c,p}$

Tabelle 4-9 enthält eine weitere Parameterstudie. Die Vorspannkraft wurde entsprechend der Querschnittsfläche angepasst, sodass im Schwerpunkt der Querschnitte aller untersuchten Varianten eine gleiche Betonspannung  $\sigma_{c,p}$  von 3,5 MPa herrschte. Die Bügeldehnungen im maßgebenden Schnitt betrugen im Querschnitt ohne Gurtplatte (Var.2.1\_35\_ $\sigma_{c,p}$ ) 3,3 ‰. Die Dehnungen verringerten sich bis auf 2,1 ‰ im Querschnitt (Var.2.3\_80\_ $\sigma_{c,p}$ ). Bezogen auf die Bügeldehnungen reduziert die Gurtplatte deren Ausnutzung um 36 %. Mit einer weiteren Vergrößerung der Gurtplattenbreite konnte keine zusätzliche Verringerung der Bügeldehnungen beobachtet werden. Die Untersuchungen zeigten eine begrenzte Umlagerung der Torsion in die Gurtplatte innerhalb der bezogenen Flanschbreite  $b_f/b_w$  bis ca. 2,3. Dadurch kann eine ähnlich mitwirkende Plattenbreite bei zusätzlicher Torsion angenommen werden, wie sie aus der Biegebemessung bekannt ist. Allerdings bezieht sich die mitwirkende Plattenbreite bei der Biegebemessung auf die Mitwirkung der Druckzone, während die Mitwirkung im vorliegenden Fall in der Zugzone erfolgt. Die Verbreiterung der Gurtplatte bis etwa  $b_f/b_w = 2,3$  wirkt sich hier günstig auf die Beanspruchung der Bügel im Steg aus.

Tabelle 4-9: Variation der Gurtbreite unter Beibehaltung der Betonvorspannung im Querschnitt, LS = 1200 kN

Variante	Var.2.1_35_σ <sub>c,p</sub>	Var.2.2_60_σ <sub>c,p</sub>	Var.2.3_80_σ <sub>c,p</sub> (ETK3)	Var.2.4_160_σ <sub>c,p</sub>	Var.2.5_240_σ <sub>c,p</sub>
P im Querschnitt [kN]	980	1111	1214	1636	2056
Ausnutzungsgrad	35 %	39 %	43 %	58 %	73 %
Spannung im Spannstahl σ <sub>p,p</sub> [MPa]	700	794	867	1169	1469
Spannung im Beton σ <sub>c,p</sub> [MPa]	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5
Bügeldehnung [‰]	3,3	2,7	2,1	2,3	2,1
Bügeldehnungen bezogen auf Var.2.1_35_σ <sub>c,p</sub>	1,0	0,81	0,64	0,69	0,64

#### 4.4.3.4 Zusammenfassung, Einfluss der Gurtbreite

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die Beteiligung der Gurtplatte bereits mit einer Anpassung des Ausnutzungsgrades der Spannstahlzugfestigkeit zu einer signifikanten Entlastung der Bügel im Steg führen kann, bis um etwa 36 %.

Die Annahme einer mitwirkenden Plattenbreite kann bei Torsion analog wie bei der Biegebemessung angenommen werden. Die dafür erforderlichen allgemeingültigen Bemessungsgleichungen sind jedoch im Rahmen weitergehender Forschung noch herzuleiten. Näherungsweise, und auf der sicheren Seite liegend, kann die Mitwirkung der Plattenbreite über das Verhältnis des Torsionsträgheitsmoments des Steges  $I_{T,Steg}$  zum Gesamtquerschnitt inklusive der Platte  $I_{T,ges}$  angenommen werden. Für Nachrechnungen im Brückenbau darf dieser Anteil konservativ mit pauschal maximal 10 % berücksichtigt werden. Abbildung 4-33 zeigt die vorhandene Reserve in der Torsionstragwirkung, die durch eine biegesteif angeschlossene und mitwirkende Gurtplatte aktiviert werden kann. Dabei ist zu beachten, dass die Entlastung der Bügel im Steg zu einer zusätzlichen Torsionsbeanspruchung in den angrenzenden Bereichen der Gurtplatte führt.

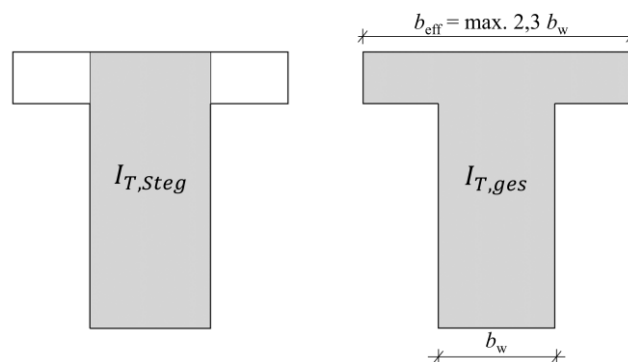


Abbildung 4-33: Darstellung der stillen Reserve durch Mitwirkung der Gurtplatte

#### 4.4.4 Einfluss der Trägerschlankheit auf die Schubtragfähigkeit unter $M+V+T$

##### 4.4.4.1 Parameterstudie, Variation der Trägerschlankheit

Zur Übertragung der Versuchsergebnisse der ETK-Reihe auf im Brückenbau übliche Abmessungen wurde eine Parameterstudie auf Basis des kalibrierten FEM-Modells für den Versuchsträger ETK3 (mit zusätzlicher Torsionsbeanspruchung) durchgeführt. Ziel der Studie war es, die Auswirkung der Trägerschlankheit auf das Tragverhalten zu untersuchen. Da schlanke Bauwerke tendenziell eher zu einem Biegeversagen als zu einem Schubversagen neigen, wurde die Trägerschlankheit  $L/h$  im Bereich von 10,3 bis 20,6 variiert (Abbildung 4-34). Die Bügelbewehrung im Feld und am Kragarm entsprach der ursprünglichen Konfiguration des ETK3-Versuchs, mit  $a_{sw,Feld} \varnothing 10/17,5$  und  $a_{sw,Krag} \varnothing 12/7,5$ . Die Längsbewehrung und damit auch die Biegetragfähigkeit wurde bei allen Trägervarianten der Parameterstudie unverändert gegenüber dem Referenzträger übernommen. Der Spanngliedverlauf wurde entsprechend der Trägerschlankheit skaliert.

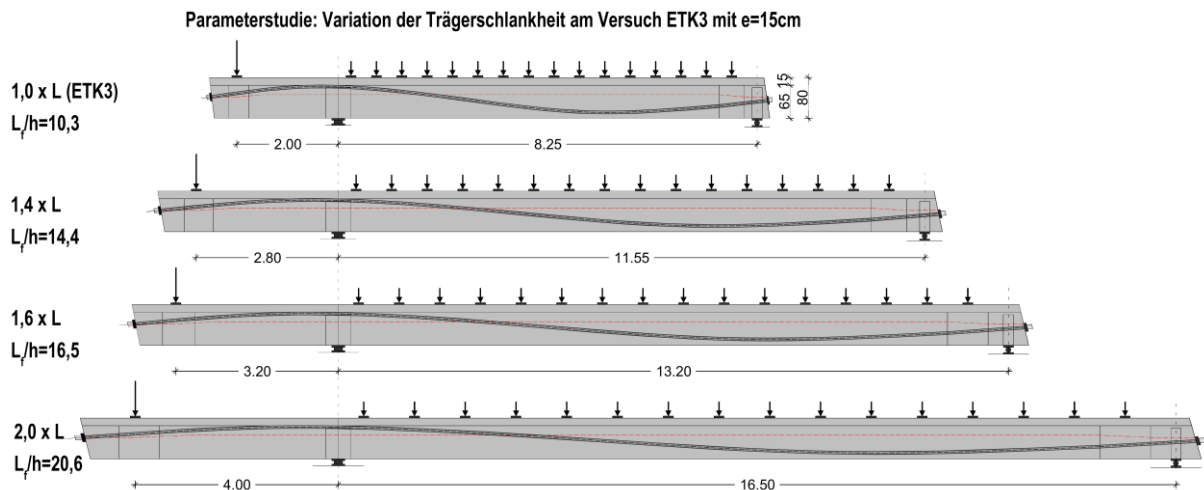


Abbildung 4-34: Fallstudie: Variation der Trägerschlankheit, Geometrie

Die Einstellung der Streckenlast im Feld und der Einzellast am Kragarm wurde so ausgewählt, dass alle Versuchsträger der Fallstudie annähernd die gleiche Biegebeanspruchung im Stütz- und Feldbereich und damit auch eine vergleichbare Systemtraglast aufweisen (Tabelle 4-10). Durch die Verwendung von im Brückenbau repräsentativen Geometrieabmessungen verändern sich, in Abhängigkeit von der Trägerschlankheit, auch die Schubschlankheiten. Diese Werte stehen in etwa in einem linearen Verhältnis zueinander. Der Vergleich der Schnittgrößen sowie die zugehörige Schubschlankheit  $\lambda$  sind in Abbildung 4-35 dargestellt. Die hohe Schubschlankheit von  $\lambda = 5,98$  stellt eher einen Grenzfall dar, bei dem Biegeversagen aber kein Schubversagen maßgebend wird.

Tabelle 4-10: Fallstudie: Variation der Trägerschlankheit, Einwirkungen

Variante	FEM 1,0xL	FEM 1,4xL	FEM 1,6xL	FEM 2,0xL
P am Kragarm [kN]	1367	976	854	683
q = P*0,17 im Feld [kN/m]	232	118	91	58

Kragarmlänge a [m]	2	2,8	3,2	4,0
Feldlänge L [m]	8,25	11,55	13,20	16,50

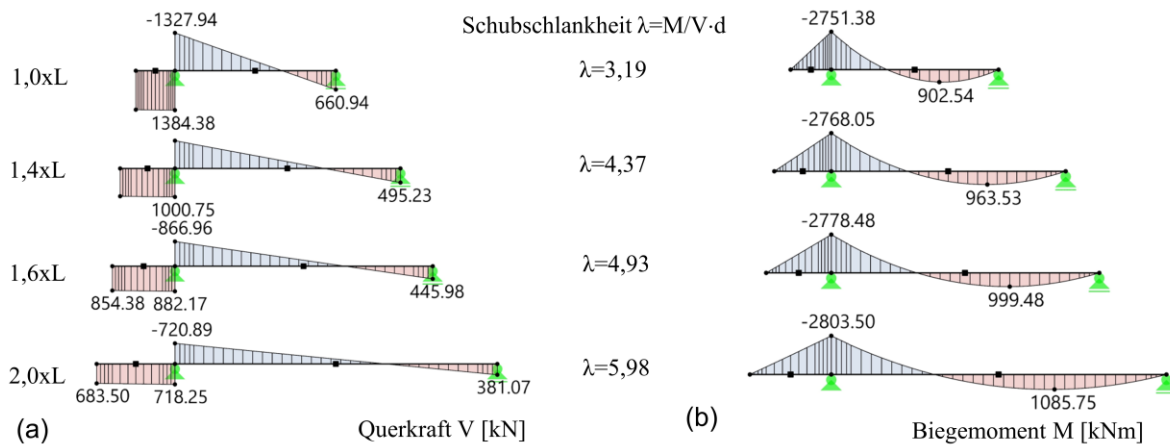


Abbildung 4-35: Fallstudie: Schnittgrößenverlauf für V und M, Schubslankheit  $\lambda$

Der Vergleich der Ergebnisse erfolgte anhand des Stützmoments  $M_{\text{Stütz}}$ . Die zugehörige vertikale Verformung  $w$  wurde jeweils im Abstand von 2 m vom Auflager bestimmt. Abbildung 4-36 zeigt die Last-Durchbiegungskurven der durchgeführten Fallstudie. Das Stützmoment der Simulation mit dem Referenzmodell (1,0 x L) erreichte einen Wert von 2794 kNm, was eine gute Übereinstimmung mit dem Versuch ETK3 darstellt. Die Vergrößerung der Trägerschlankheit auf 1,4 x L führte zu einer Zunahme der Traglast und damit auch des zugehörigen Stützmoments um 7 % auf 2961 kNm. Eine weitere Erhöhung auf 1,6 x L bzw. auf 2,0 x L bewirkte keine zusätzliche Steigerung des Stützmoments, da bereits bei 1,4 x L die Biegetragfähigkeit des Querschnitts vollständig ausgenutzt war.

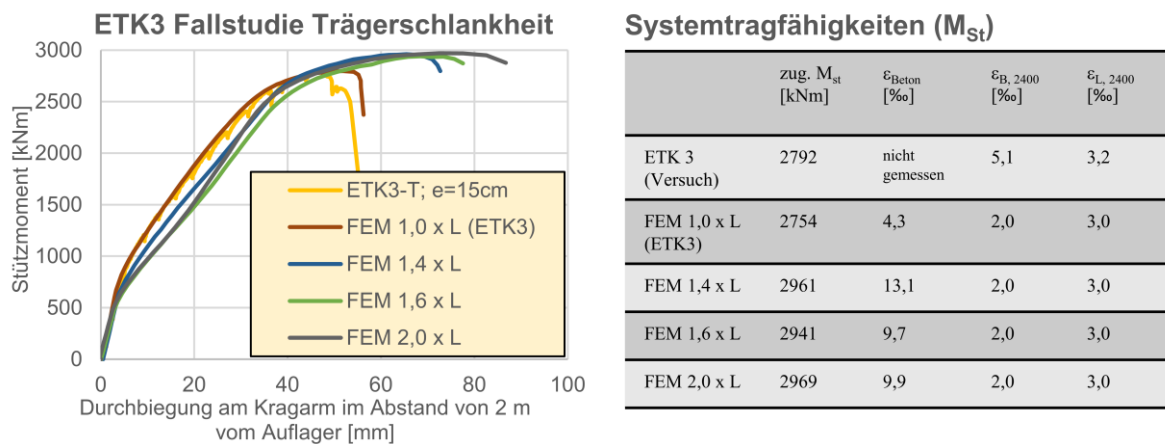


Abbildung 4-36: Fallstudie: Variation der Trägerschlankheit, Last-Durchbiegungskurven

Abbildung 4-37 zeigt den Verlauf der Betondehnungen bei unterschiedlichen Trägerschlankheiten, ausgewertet in zwei Laststufen. Die erste Laststufe entspricht der Tragfähigkeit des Referenzversuchs

ETK1 ohne Torsion mit  $F_{Krag} = 1200 \text{ kN}$  bzw.  $M_{Stütz} = 2400 \text{ kNm}$ . Die zweite Laststufe repräsentiert die jeweilige tatsächliche Traglast im Bruchzustand. Über alle untersuchten Trägerschlankheiten hinweg zeigten sich in der ersten Laststufe unkritische Betondehnungen mit deutlichen Tragfähigkeitsreserven. In der zweiten Laststufe hingegen traten im unteren Querschnittsbereich über der Innenstütze kritische Betondehnungen im Bereich von 4,3 ‰ und 13 ‰ auf, die letztlich zum rechnerischen Versagen der Betondruckzone führt.

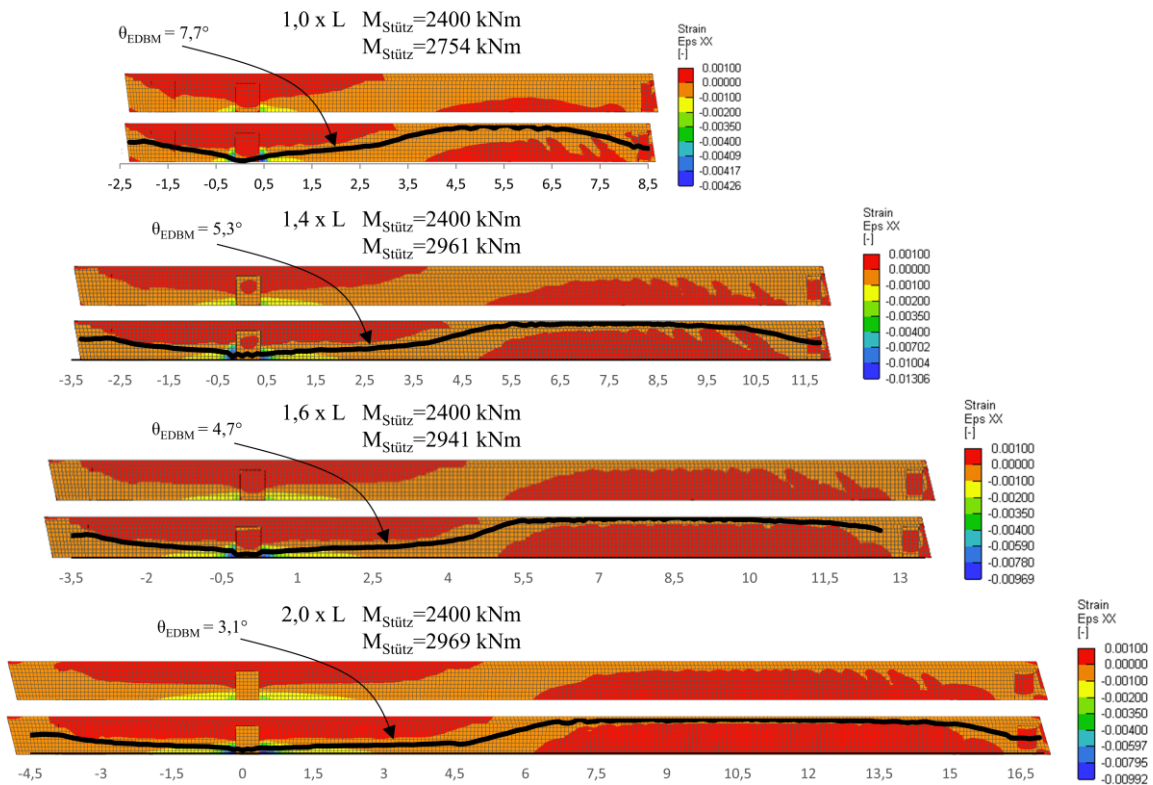


Abbildung 4-37: Fallstudie: Variation der Trägerschlankheit, Druckdehnungen im Beton mit Druckbogenverlauf  
 Die berechneten Dehnungsfelder weisen einen typischen bogenartigen Verlauf auf. Aus der Integration der Knotenspannungen gemäß dem in Kapitel 4.2 beschriebenen Verfahren resultiert ein Druckbogen, der in guter Übereinstimmung mit dem Dehnungsverlauf steht. Die Entwicklung des Druckbogens über mehrere Laststufen hinweg ist im Kapitel 4.2.4 beschrieben. Der markante Knick im Übergangsbereich zur überdrückten Querschnittszone ist beim Träger mit der Schlankheit 2,0xL noch deutlich zu erkennen. Dies zeigt, dass sich bei dieser Trägerschlankheit kein vollständig ausgebildeter Druckbogen einstellen kann, der sich direkt ins Auflager abstützt. Ein entsprechend hoher Betontraganteil kann sich daher nicht ausbilden.

Betrachtet man den unteren Ast des Druckbogens, so verläuft dieser als Strebewerk nahezu gerade mit flacher Neigung über die Länge bis zum Übergang in den überdrückten Bereich, kurz vor dem Vorzeichenwechsel des Biegemoments. In diesem Bereich nimmt die Druckbogenneigung mit zunehmender Trägerschlankheit annähernd linear ab, siehe Abbildung 4-38. Wird die

Druckbogenneigung bei  $1,0 \times L$  als 100 % der Druckbogentragfähigkeit angesetzt, so reduziert sie sich bei einer Trägerschlankheit von  $2,0 \times L$  auf 40 %.

Daraus lässt sich schließen, dass eine zunehmende Trägerschlankheit die Wirksamkeit eines Druckbogens im Bruchzustand deutlich herabsetzt. Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei schlanken Trägern die für das Versagen maßgebende plastische Querschnittsbiegetragfähigkeit bereits vor vollständiger Ausbildung der Druckbogenwirkung lokal erreicht wird, wodurch die Ausbildung eines Druckbogens für die ausreichende zugehörige Querkrafttragfähigkeit nicht mehr notwendig ist.

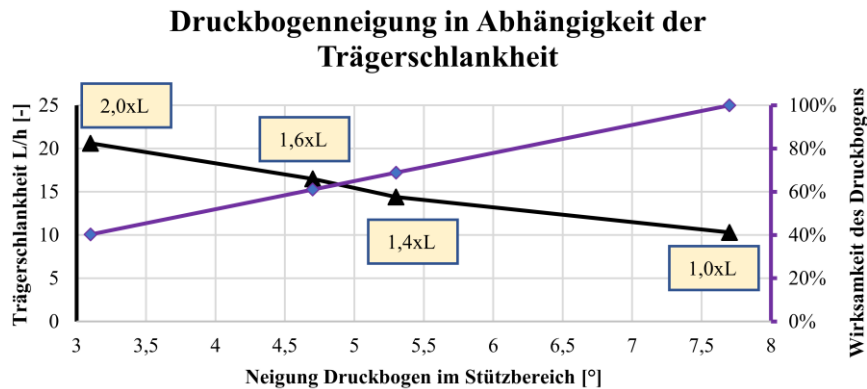


Abbildung 4-38: Druckbogenneigung und Wirksamkeit des Druckbogens in Abhängigkeit der Trägerschlankheit  
Bei einer Brückennachrechnung liegen allerdings im Allgemeinen günstigere Verhältnisse vor, da die Nachweise unter den Bemessungswerten der Einwirkungen geführt werden. Dadurch sind die Beanspruchungen noch deutlich kleiner als im tatsächlichen Bruchzustand, wie er bei den Versuchen erreicht wird.

#### 4.4.4.2 Zusammenfassung, Einfluss der Trägerschlankheit

Auf Basis des kalibrierten FEM-Modells des Versuchsträgers ETK3 wurde eine Parameterstudie durchgeführt, um den Einfluss der Trägerschlankheit  $L/h$  auf das Tragverhalten zu untersuchen. Eine Erhöhung auf  $1,4 \times L$  führte zu einer geringfügigen Traglaststeigerung von etwa 7 %. Weitere Erhöhungen der Trägerschlankheit bewirkten keine zusätzliche Traglaststeigerung, gleichzeitig trat auch keine weitere Dehnungszunahme in der Bewehrung auf, da die Biegetragfähigkeit im kritischen Querschnitt für das Versagen maßgebend war.

Darüber hinaus führt eine zunehmende Trägerschlankheit in der Tendenz zu einer Reduktion der Druckbogenwirkung, da zunehmend die plastische Querschnittsbiegetragfähigkeit für das Versagen maßgebend wird und sich der Druckbogen daher nicht mehr vollständig zur Steigerung der Querkrafttragfähigkeit ausbilden muss.

#### 4.4.5 Variation der Torsionsbewehrung

##### 4.4.5.1 Vergrößerung der Torsionseinwirkung bei ETK1

In der Fallstudie „Variation der Torsionsbewehrung“ wurde bei ETK1 in der Simulation die Torsion in drei Schritten mit einer Exzentrizität  $e = 7,5 \text{ cm} / 15 \text{ cm} / 22,5 \text{ cm}$  gesteigert, was einem  $M/T$ -Verhältnis von  $28,3 / 14,1 / 9,4$  entsprach, ohne dass eine zusätzliche Torsionsbewehrung gemäß Kapitel 3.2.1 angeordnet wurde. Als Referenz diente die Bewehrung des Versuchsträgers ETK1. Aus Gleichgewichtsgründen wurden zur Aufnahme des Torsionsmoments im FE-Modell zusätzliche Querträger in den Auflagerachsen angefügt. Die Ergebnisse der Simulationsberechnung sind in Abbildung 4-39 dargestellt. Bereits bei der FEM-Simulation mit  $e = 0$  kam es aufgrund der vorhandenen Querträger zu einer geringfügigen Abweichung in der erreichten Traglast von ca. 2 % im Vergleich zur FEM-Simulation ETK1 aus Kapitel 4.3.1. Erst ab einer Torsion von  $e = 22,5 \text{ cm}$  zeigte sich im numerischen Modell eine geringfügige Abnahme der Biegetragfähigkeit um ca. 7 %. Insgesamt zeigte der Versuchsträger ETK1 mit der vorhandenen Bügelbewehrung damit Tragreserven zur Aufnahme zusätzlicher Torsionsbeanspruchung, selbst ohne zusätzliche Torsionsbewehrung. Die vorhandene Bügelbewehrung wurde nicht für Querkraft bemessen, sondern entsprach 61 % der Mindestquerkraftbewehrung.

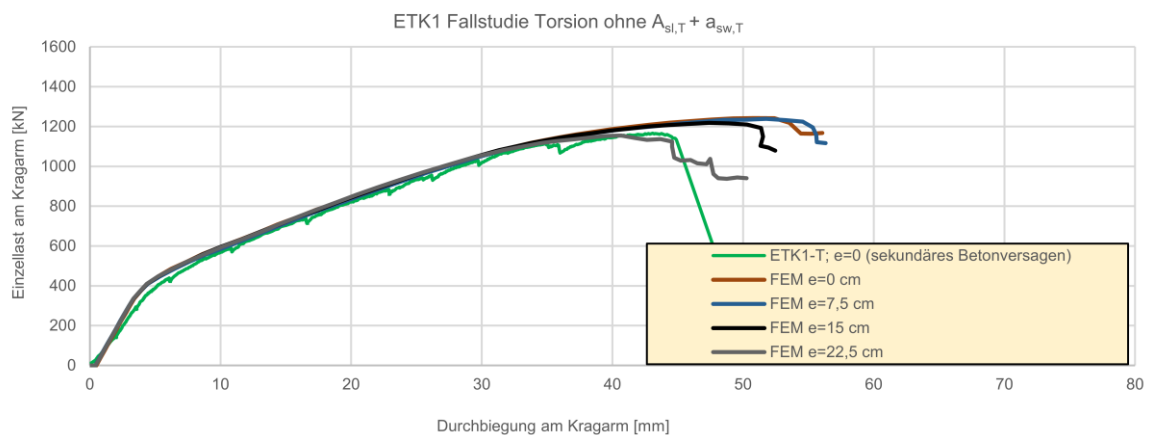


Abbildung 4-39: Last-Durchbiegungskurven, Fallstudie: Torsion infolge exzentrische Belastung, jedoch ohne zus. Torsionsbewehrung

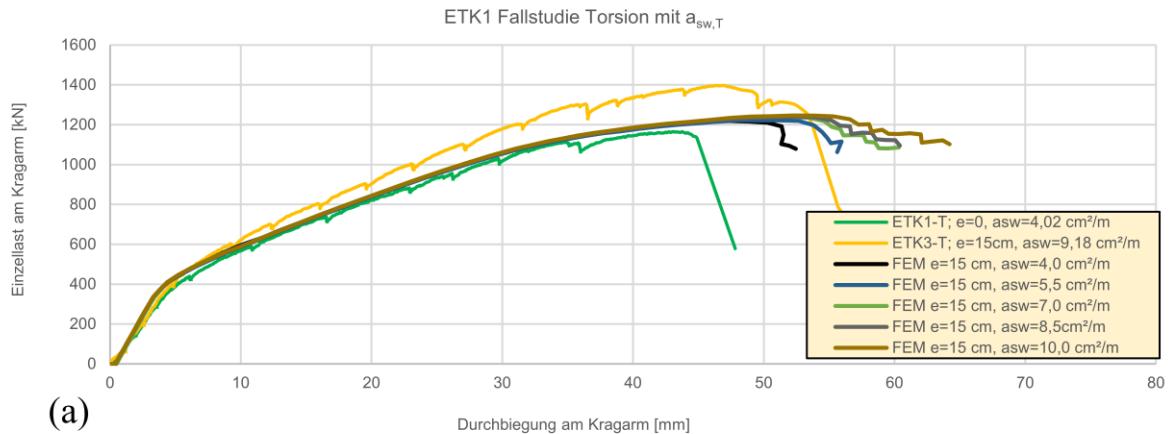
Die Ergebnisse der numerischen Simulationsstudien zeigen, dass der Versuchsträger ETK1 mit 61 % Mindestquerkraftbewehrung unter moderaten, unplanmäßigen Torsionsbeanspruchungen mit  $e = 7,5 \text{ cm}$  und  $e = 15 \text{ cm}$  keine signifikante Reduktion der Tragfähigkeit im FE-Modell aufweist. Erst bei einer deutlich erhöhten Exzentrizität von  $e = 22,5 \text{ cm}$  kommt es zu einer geringfügigen Verringerung der Traglast. Auch ohne zusätzliche Torsionsbewehrung verfügt das FE-Modell für den Versuchsbalken ETK1 über ein ausreichendes Umlagerungspotential der inneren Kräfte, um moderate, unplanmäßige Torsionseinwirkungen aufzunehmen.

#### 4.4.5.2 Variation der Torsionsbügelbewehrung

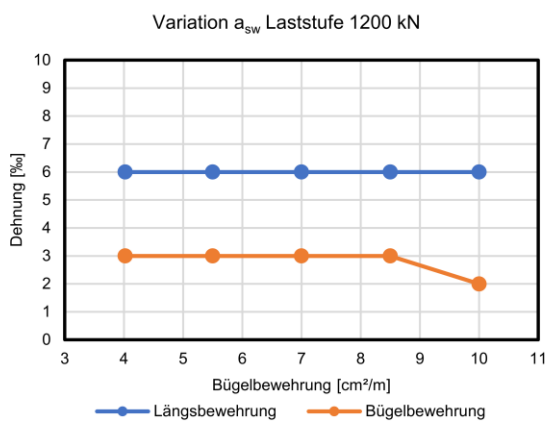
Für die weiterführende Untersuchung der Auswirkung einer Variation der Torsionsbügelbewehrung auf die rechnerische Traglast bei konstanter Torsionslängsbewehrung wurde die Simulation mit einer Torsion von  $e = 15$  cm ausgewählt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4-40 dargestellt. Teilbild (a) stellt den Verlauf der Last-Durchbiegungskurven bei unterschiedlichen Bügelbewehrungsmengen dar. Die Querschnittsfläche  $a_{sw} = 4,02$  cm<sup>2</sup>/m entspricht dem Versuchsträger ETK1 (grüne Referenzkurve) und  $a_{sw} = 10,0$  cm<sup>2</sup>/m ungefähr der Bügelbewehrung des Versuchsträgers ETK3 mit  $a_{sw} = 9,18$  cm<sup>2</sup>/m (gelbe Referenzkurve). Eine Erhöhung der Bügelbewehrung auf  $a_{sw} = 10,0$  cm<sup>2</sup>/m führt beim FE-Modell zu einer geringfügigen Traglaststeigerung von 2 % im Vergleich zur Referenzberechnung. Gleichzeitig nehmen die Verformungen am Kragarm um 10 % zu.

Teilbild (b) zeigt die Dehnungen in der Bügel- und Längsbewehrung des FE-Modells für den Versuchsträger ETK1 bei einer Laststufe von 1200 kN. Sowohl die Dehnungen in der Längsbewehrung  $\varepsilon_{sl} = 6$  ‰ als auch in der Bügelbewehrung  $\varepsilon_{sw} \approx 3$  ‰ bleiben bei steigender Bügelbewehrungsmenge nahezu konstant.

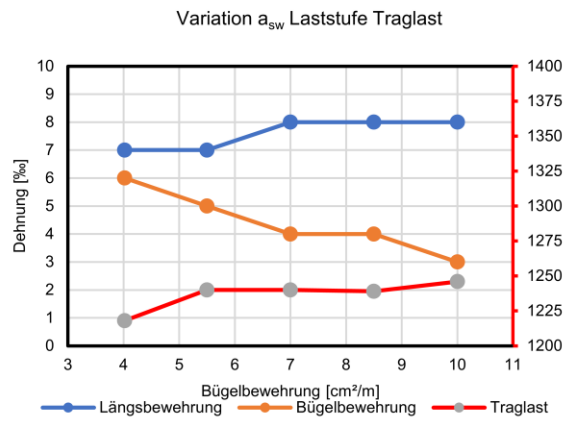
Teilbild (c) zeigt auf der Primärachse die Dehnungen in der Bewehrung unter der jeweiligen numerischen Traglast in Abhängigkeit von der Bügelbewehrungsmenge  $a_{sw}$ , sowie auf der Sekundärachse die zugehörige Bruchlast. Mit zunehmender Bügelbewehrungsmenge zeigt sich bei der Längsbewehrung eine leichte Zunahme der Dehnungen, was auf eine Rotation der Druckstrebe zurückzuführen ist. Diese stellt sich mit  $\cot\theta < 2,5$  flacher ein. Dadurch wird die Längsbewehrung verstärkt beansprucht, da ein größerer Anteil der Umlenkkraft über sie abgetragen wird. Im Gegensatz dazu nehmen die Dehnungen in der Bügelbewehrung bei steigendem  $a_{sw}$  ab, da der Aufnahme der Querkraft eine größere Querschnittsfläche zur Verfügung steht.



(a)



(b)



(c)

Abbildung 4-40: Fallstudie: Torsion ohne zus. Torsionslängsbewehrung

Die Erhöhung der Bügelbewehrungsmenge führt demnach lediglich zu einer geringfügigen Steigerung der Traglast sowie zu einer Reduktion der Dehnungen in der Bügelbewehrung. Die Dehnungen in der Längsbewehrung bleiben dabei weitestgehend konstant.

Es zeigt sich jedoch, dass unter den hier untersuchten Randbedingungen die Traglast nicht signifikant durch die alleinige Vergrößerung der Bügelbewehrung gesteigert werden kann.

#### 4.4.5.3 Variation der Torsionslängsbewehrung

Die Ergebnisse der Variation der Torsionslängsbewehrung sind in Abbildung 4-41 dargestellt. Teilbild (a) zeigt den Verlauf der Last-Verformung bei unterschiedlichen Längsbewehrungsmengen, in den Grenzen zwischen  $A_{sI} = 32 \text{ cm}^2$  (ETK1) und  $A_{sI} = 44 \text{ cm}^2$  (ETK3) ohne gleichzeitige Änderung der Torsionsbügelbewehrung von  $a_{sw} = 4,02 \text{ cm}^2/\text{m}$ . Eine Erhöhung der Längsbewehrung führt zu einer moderaten Traglaststeigerung von ca. 5 % im Vergleich zur Referenzberechnung. Diese Steigerung ist etwas höher als jene durch alleinige Erhöhung der Bügelbewehrung. Gleichzeitig verringert sich die Verformung am Kragarm um ca. 20 %, was auf die erhöhte Biegesteifigkeit zurückzuführen ist. Insgesamt führt die höhere Längsbewehrung zu einem spröderen Versagensverhalten. Die Ergebnisse zeigen, dass die alleinige Vergrößerung der Torsionslängsbewehrung die volle Ausnutzung der

plastischen Querschnittstragfähigkeit verhindert. Mit zunehmender Längsbewehrung wird das Rotationvermögen sukzessiv reduziert.

Teilbild (b) zeigt die Dehnungen in der Bügel- und Längsbewehrung unter der Laststufe 1200 kN. Dabei nehmen die Dehnungen in der Längsbewehrung bei steigender Längsbewehrungsmenge konstant ab. Die Dehnungen in der Bügelbewehrung bleiben bei  $\varepsilon_{sw} = 3 \text{ ‰}$  konstant.

Die Bügeldehnungen bleiben unter der Traglast in etwa konstant (Teilbild (c)), wohingegen die Dehnungen in der Längsbewehrung mit steigender Längsbewehrungsmenge, wie auch bei der Laststufe 1200 kN, stetig abnehmen.

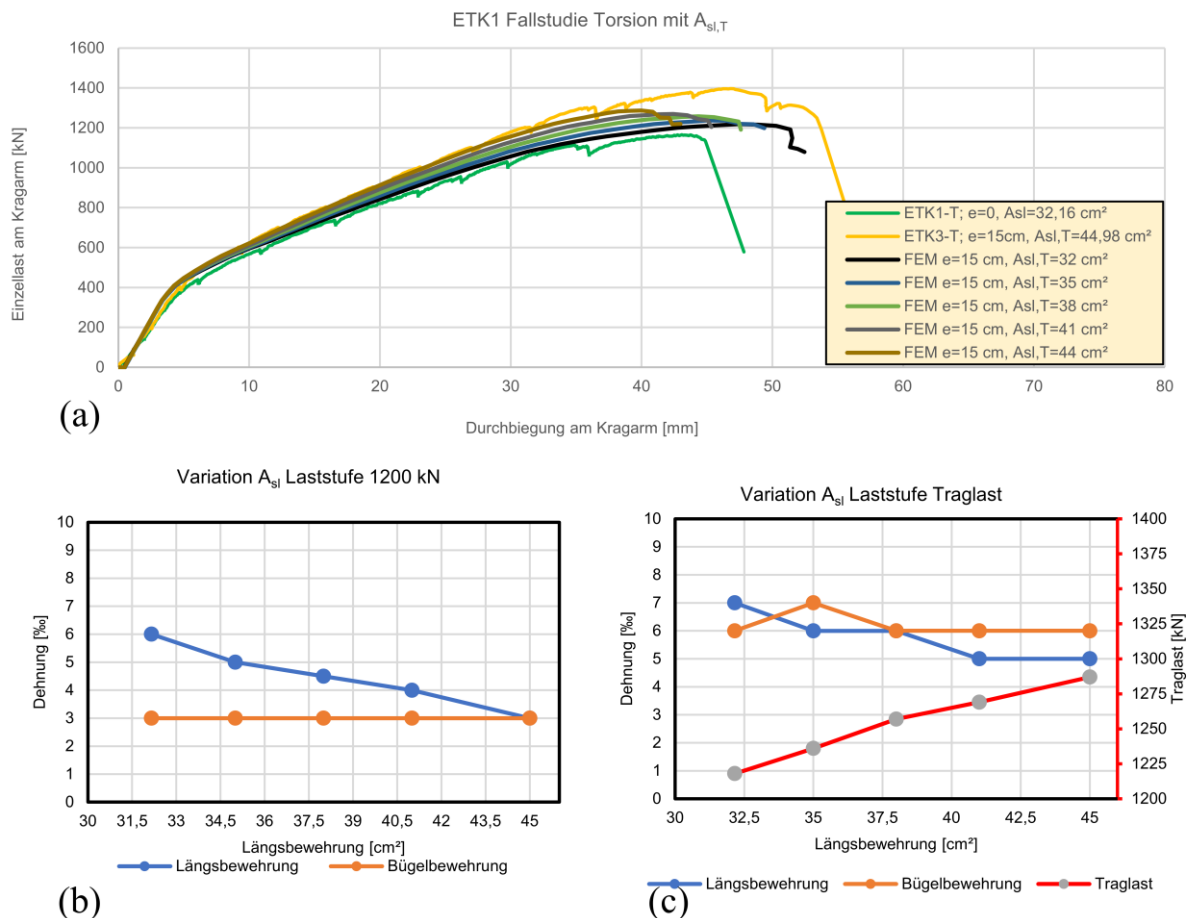


Abbildung 4-41: Fallstudie: Torsion ohne zus. Torsionsbügelbewehrung

Die alleinige Erhöhung der Längsbewehrungsmenge hat in der Tendenz einen größeren Einfluss auf die gesamte Tragfähigkeit als die alleinige Erhöhung der Bügelbewehrung.

#### 4.4.5.4 Variation der Torsionsbügel- und Torsionslängsbewehrung

Abbildung 4-42 stellt die Ergebnisse der gleichzeitigen Variation der Torsionslängs- und Torsionsbügelbewehrung dar. Die braune Kurve in Teilbild (a) mit  $A_{sl} = 44 \text{ cm}^2$  und  $a_{sw} = 10 \text{ cm}^2/\text{m}$  entspricht der Bewehrungskonfiguration des Versuchsträgers ETK3. Mit zunehmender

Bewehrungsmenge konnte die Traglast um 11 % gesteigert werden, was genau der Traglast des Versuchsträgers ETK3 entspricht. Durch die gleichzeitige Erhöhung der Torsionslängs- und Torsionsbügelbewehrung konnten die Effekte der Einzelmaßnahmen aus den vorangegangenen Abschnitten 4.4.5.2 (Bügelbewehrung) und 4.4.5.3 (Längsbewehrung) kombiniert werden. Die Neigung der Druckstrebe blieb rechnerisch bei  $\cot\theta = 2,5$ . Die Steigerung der Traglast fiel durch die kombinierte Maßnahme mit 11 % größer aus als die Summe der Einzelmaßnahmen ( $11\% > 2\% + 5\%$ ). Dies weist auf nichtlineare Synergieeffekte hin.

Teilbild (b) zeigt, dass die Dehnungen in der Bügel- und Längsbewehrung bei einer  $LS = 1200$  kN bis zu einer Bewehrungsmenge von  $a_{sw} = 7$  cm<sup>2</sup>/m und  $A_{sl} = 38$  cm<sup>2</sup> kontinuierlich abnehmen. Eine weitere Erhöhung der Bewehrungsmenge führte zu keiner signifikanten Entlastung der Schubbewehrung. Die Bewehrungsmenge entsprach ca. 70 % der im Versuchsträger ETK3 zusätzlich eingebrachten Bewehrung, welche für eine Torsionsbelastung von  $e = 15$  cm bemessen wurde. Das Ziel der Untersuchung lag nicht in der Ausnutzung der Tragfähigkeit, sondern in der Verifizierung des Bemessungsmodells aus Kapitel 3.2.1 unter größeren Parametervariationen.

Teilbild (c) zeigt, dass bei Erreichen der Traglast eine gleichzeitige Erhöhung der Bügel- und Längsbewehrung zu einer Reduktion der Bügeldehnungen sowie zu einer Steigerung der Traglast führt. Die Dehnungen in der Längsbewehrung blieben unter der Traglast bei 7 ‰ konstant. Es lässt sich daraus ableiten, dass die Erhöhung der gesamten Längsbewehrung durch Torsionslängsbewehrung einen direkten Einfluss auf die Tragfähigkeit hat, während die Bügelbewehrung primär zur Aufnahme des Querkraftanteils beiträgt.

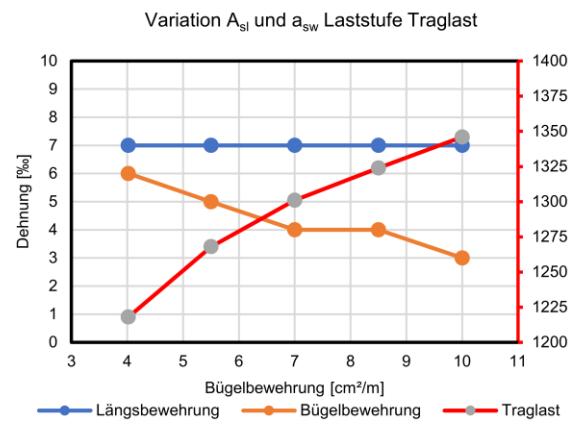
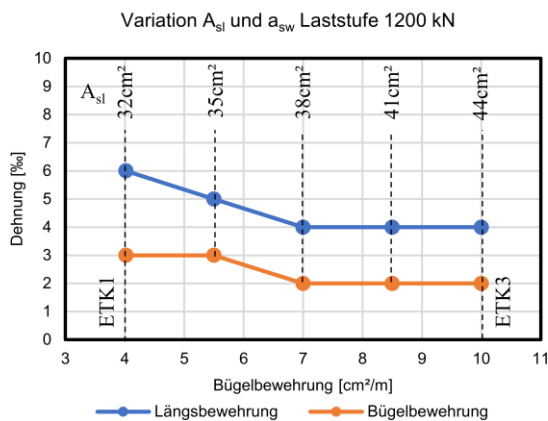
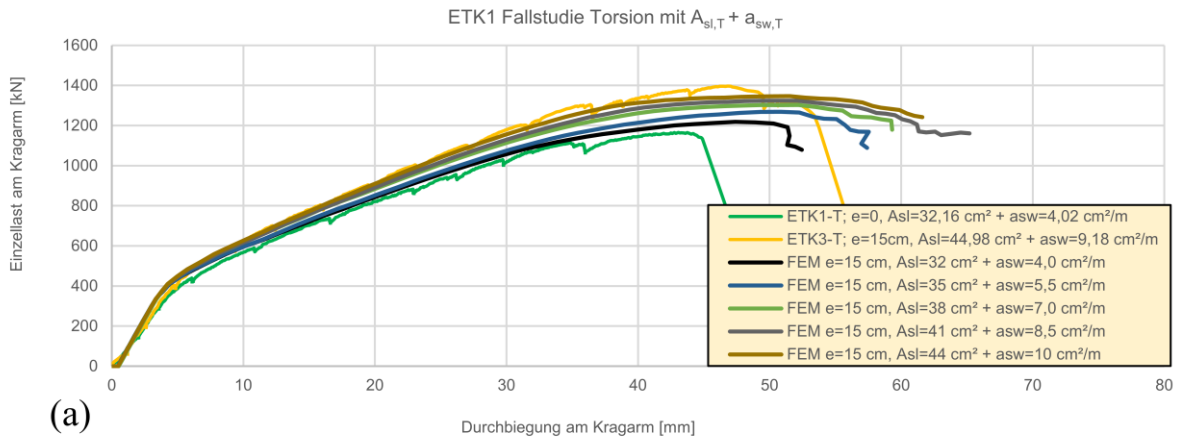


Abbildung 4-42: Fallstudie: Torsion mit zus. Torsionslängs- und Torsionsbügelbewehrung

#### 4.4.5.5 Zusammenfassung, Variation der Torsionsbewehrung

In diesem Kapitel wurde der Einfluss der Torsionslängs- und -bügelbewehrung auf die Tragfähigkeit und das Verformungsverhalten von Spannbetonträgern untersucht. Die alleinige Erhöhung der Längsbewehrung zeigte eine stärkere Wirkung auf die Traglast als die isolierte Steigerung der Bügelbewehrung. Durch die gleichzeitige Erhöhung beider Bewehrungsanteile konnte eine überproportionale Traglaststeigerung erzielt werden, gleichzeitig konnten die Bügeldehnungen deutlich reduziert werden.

Für eine moderate Torsionsbeanspruchung mit einem Verhältnis  $M/T = 14,1$  erwies sich eine Bewehrungsmenge von 70 % der nach Kapitel 3.2.1 bemessenen Torsionsbügelbewehrung als ausreichend. Der Abminderungsfaktor von 0,7 wurde durch die FEM-Ergebnisse sowie die Versuche ETK1 und ETK3 verifiziert.

#### 4.4.6 Untersuchung der Interaktionsbedingung für Beton mittels FE-Simulation

##### 4.4.6.1 Konzeption der Parameterstudie

Die Überprüfung der Interaktionsbedingung für Betondruckversagen bei kombinierter Beanspruchung stellt eine weitere zentrale Fragestellung dieser Arbeit dar. Um eine möglichst gesicherte Aussage über die Interaktionsbeziehung treffen zu können, wurden die Versuchsergebnisse der ETK-Reihe durch zusätzliche numerische Simulationen mit ATENA ergänzt, um eine breitere Datenbasis für die Auswertung zu schaffen. Zur Beantwortung der zweiten Forschungsfrage wurde daher eine Parameterstudie zur numerischen Untersuchung der Interaktionsbedingung mittels nichtlinearer FE-Simulationen konzipiert.

Die Auswertung der Interaktionsbedingung auf Grundlage der Versuchsdaten zeigte, dass die Anwendung der quadratischen Interaktionsbedingung zu einer systematischen Überschätzung der Tragfähigkeit in den Druckstreben führen kann. Eine ausführliche Analyse dazu erfolgt im Kapitel 5.2.2. Zur Verbesserung der Aussagekraft der Versuche wurden an Stelle von weiteren Versuchen FEM-Berechnungen mit ähnlichen  $M/T$ -Verhältnissen durchgeführt, jedoch für unterschiedliche Betondruckfestigkeiten.

Die Parameterstudie wurde auf Basis des kalibrierten FE-Modells für den Versuchsträger ETK3 mit folgenden Modellanpassungen durchgeführt:

- Zur Untersuchung der Interaktion am Kragarm wurde die Torsionseinwirkung im Feldbereich vernachlässigt. Die Laststellung der Streckenlast im Feld wurde ohne Exzentrizität angesetzt, sodass die vorhandene Bügelbewehrung im Feldbereich für die Belastung ausreichend dimensioniert war.
- Die Stabdurchmesser der oberen Längsbewehrung wurden im Modell auf fiktiv  $19\text{Ø}30$  mm erhöht, um eine Plastifizierung während der Simulation auszuschließen.

Die numerisch ermittelte Traglast hängt in dieser Untersuchung ausschließlich von der Tragfähigkeit der Druckstreben ab. Tabelle 4-11 zeigt die Untersuchungsmatrix mit den entsprechenden Traglasten basierend auf den Mittelwerten der Materialfestigkeiten. Die Traglast wird über die maximal aufnehmbare Einzellast am Kragarm definiert. Wie erwartet, entsteht eine Korrelation zwischen der Traglast und der Betondruckfestigkeit  $f_{cm}$ . Mit zunehmender Betondruckfestigkeit steigt die Tragfähigkeit der Druckstrebe. Gleichzeitig zeigt sich eine geringfügige Abnahme der Traglast mit steigendem Torsionsanteil bzw. sinkendem Verhältnis  $M/T$ ; z.B. erfolgt bei einer Vergrößerung des Torsionsanteils bei  $f_{cm} = 30\text{MN}/\text{m}^2$  von 3,75 % ( $M/T = 26,6$ ) auf 12,5 % ( $M/T = 8$ ), also um 8,75 %, eine Abnahme der Traglast um lediglich 2,4 % (1064 kN/1090 kN).

Die nichtlineare Wechselwirkung im räumlichen FE-Modell weicht vom idealisierten und vereinfachten Ansatz der Kraftaddition in der Druckstrebe aus dem Fachwerkmodell infolge der Querkraft und dem

räumlichen Fachwerkmodell aus reiner Torsion ab. Die aufgezeigte Tendenz legt nahe, dass Querkraft- und Torsionsanteile in der Druckzone bei der Interaktion nicht einen gleichgroßen Einfluss haben.

Tabelle 4-11: Traglasten [kN] aus numerischer Simulation

$f_{cm}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$f_{ctm}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	e=7,5 cm, M/T=26,6	e=15 cm, M/T=13,3	e=20 cm, M/T=10	e=25 cm, M/T=8
30	2,9	1090 (100 %)	1085 (99 %)	1082 (99 %)	1064 (97,6 %)
40	3,5	1311 (100 %)	1292 (98,5 %)	1280 (97,6 %)	1269 (96,8 %)
50	4,1	1477 (100 %)	1445 (97,8 %)	1437 (97,2 %)	1436 (97,2 %)
60	4,2	1657 (100 %)	1620 (97,8 %)	1671 (101 %)	1633 (98,6 %)

#### 4.4.6.2 Auswertung der Interaktionsbedingungen

Die Tragfähigkeiten der Betondruckstreben  $V_{Rm,max}$  und  $T_{Rm}$  wurden gemäß aktuell gültigem DIN EN 1992-2/NA unabhängig voneinander ermittelt. Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt die Berechnung auf Grundlage der Mittelwerte der Materialfestigkeiten.

Zur Verdeutlichung der Druckstreben­tragfähigkeit werden die entsprechenden Formate in EC2 (Gl.(4.7) und Gl.(4.8)) angewendet.

$$V_{Rm,max} = b_w \cdot z \cdot v_V \cdot f_{cm} \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta = \frac{b_w \cdot z \cdot v_V \cdot f_{cm}}{\cot\theta + \tan\theta} \quad (4.7)$$

$$T_{Rm} = 2 \cdot v_T \cdot f_{cm} \cdot A_k \cdot t_{ef} \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta = \frac{2 \cdot v_T \cdot f_{cm} \cdot A_k \cdot t_{ef}}{\cot\theta + \tan\theta} \quad (4.8)$$

In einer linearen bzw. quadratischen additiven Interaktionsbedingung werden die Auslastungen der Betondruckstreben infolge der Querkraft bzw. Torsion miteinander überlagert. Die Tragfähigkeiten der Betondruckstreben hängen, wie im Kapitel 2.3.2.7 beschrieben, maßgeblich von der Betondruckfestigkeit  $f_{cm}$  sowie der Druckstreben­neigung  $\cot\theta$  ab. Abbildung 4-43 zeigt den Zusammenhang der rechnerisch bestimmten Tragfähigkeit und der Betondruckfestigkeit  $f_{cm}$  (Teilbild (a)) bzw. der Neigung der Druckstrebe  $\cot\theta$  (Teilbild (b)).

Die Auswertung zeigt, dass die Tragfähigkeit bei Querkraftbeanspruchung eine deutlich stärkere Abhängigkeit von der Betonfestigkeit aufweist als bei Torsionsbeanspruchung. Mit steigender  $f_{cm}$  verliert der Torsionsanteil in der Interaktionsüberlagerung zunehmend an Bedeutung. Ein vergleichbares Verhalten zeigt sich auch in der Abhängigkeit der Druckstreben­neigung. Je flacher die Strebe, desto größer ist der relative Anteil der Torsion in der Interaktionsbedingung.

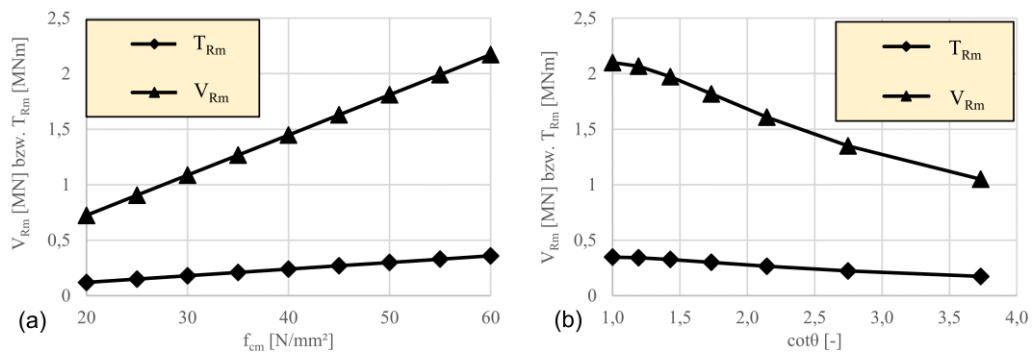


Abbildung 4-43: Abhängigkeit der Druckstreben­tragfähigkeit  $V_{Rm}$  und  $T_{Rm}$  von  
 (a) Betondruckfestigkeit  $f_{cm}$  bei  $\cot\theta=2,5$ , (b) Neigung der Druckstrebe  $\cot\theta$  bei  $f_{cm}=40$  N/mm²

Tabelle 4-12 und Tabelle 4-13 zeigen die rechnerische Ausnutzung der Betondruckstreben in der durchgeführten Parameterstudie. Auffällig ist, dass die Ausnutzungsgrade der Druckstreben bei Torsion teilweise Werte größer als 1,0 aufweisen. Dies bedeutet, dass die rechnerische Druckstreben­tragfähigkeit  $T_{Rm}$  beim idealisierten Fachwerkmodell teilweise bereits bei reiner Torsionsbeanspruchung überschritten wird, was auf eine Unterschätzung der tatsächlichen Tragfähigkeit im idealisierten Fachwerkmodell hinweist.

Tabelle 4-12: Ausnutzung der Betondruckstrebe infolge Querkraft  $V_u/V_{Rm}$

$f_{cm}$ [MN/m²]	$M/T=26,6$	$M/T=13,3$	$M/T=10$	$M/T=8$
30	1,00	1,00	1,00	0,98
40	0,91	0,89	0,88	0,88
50	0,82	0,80	0,79	0,79
60	0,76	0,75	0,77	0,75

Tabelle 4-13: Ausnutzung der Betondruckstrebe infolge Torsion  $T_u/T_{Rm}$

$f_{cm}$ [MN/m²]	$M/T=26,6$	$M/T=13,3$	$M/T=10$	$M/T=8$
30	0,45	0,90	1,20	1,48
40	0,41	0,81	1,07	1,32
50	0,37	0,72	0,96	1,20
60	0,35	0,68	0,93	1,13

Abbildung 4-44 zeigt die zugehörigen Auswertungen der linearen (Teilbild (a)) und quadratischen Interaktionsbedingungen (Teilbild (b)), jeweils mit folgenden Abminderungsfaktoren der Betondruckfestigkeit:

- bei Querkrafteinwirkung  $\nu_V = 0,75$
- bei Torsionseinwirkung  $\nu_T = 0,525$ .

Die berechneten Werte sollten auf der sicheren Seite oberhalb der 1,0-Grenze liegen. In der linearen Interaktion (Teilbild (a)) zeigt sich bei der Betondruckfestigkeit von  $f_{ck} = 60 \text{ N/mm}^2$  und einem Momentverhältnis von  $M/T = 26,7$  eine geringfügige Unterschreitung der 1,0-Grenze. Darüber hinaus liegen alle Ergebnisse auf der sicheren Seite über dem Wert von 1,0. Gleichzeitig ergeben die Berechnungen mit geringen Betondruckfestigkeiten sowie einer hohen Torsionseinwirkung mit  $M/T = 8$  Werte deutlich über 2,0, was zu einer zwar sicheren aber unwirtschaftlichen Bemessung führt.

Die quadratische Interaktionsbedingung (Teilbild (b)) zeigt deutliche Defizite, indem zahlreiche Werte unterhalb der 1,0-Grenze liegen, was die Bemessung unzuverlässig macht. Auf Basis dieser Ergebnisse wird die quadratische Interaktionsbedingung somit als nicht zutreffend und teilweise unsicher für die Beschreibung der Simulationsergebnisse aus der nichtlinearen FEM angesehen.

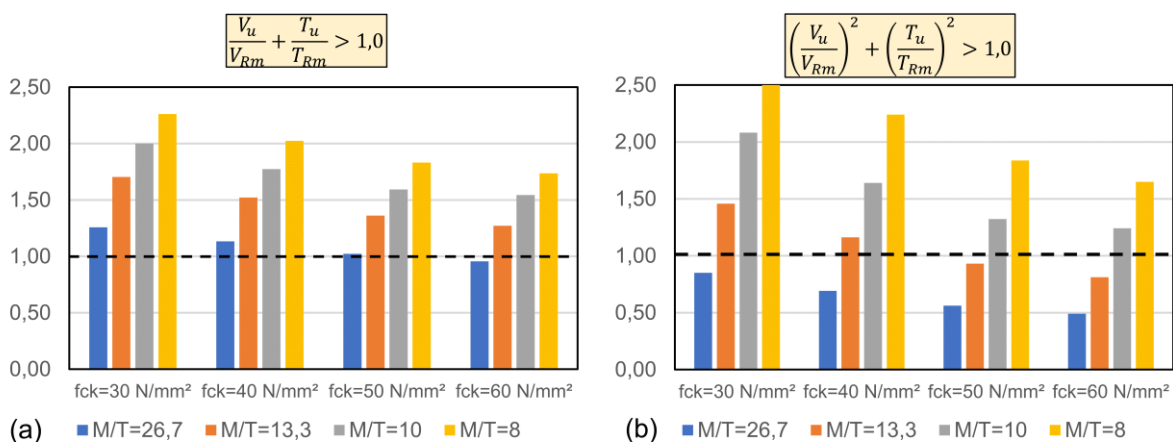


Abbildung 4-44: Vergleich der Interaktionsbedingungen in der Druckzone der FEM Simulationen mit  $\nu_V = 0,75$ ,  $\nu_T = 0,525$ ,  $\cot\theta = 2,5$  (a) lineare Interaktionsbedingung, (b) quadratische Interaktionsbedingung

Durch eine Veränderung des Abminderungsbeiwerts der Betondruckfestigkeit  $\nu$  (Abbildung 4-45)

- bei Querkrafteinwirkung  $\nu_V = 0,60$  (entspricht einer schräg zur Druckstrebe verlaufenden Rissbildung)
- bei Torsionseinwirkung  $\nu_T = 0,525$  (unverändert),

erfolgt eine bessere Anpassung. Die Bedingungen infolge reiner Torsion bleiben in der Auswertung unverändert. Dadurch liegen alle Ergebnisse der Parameterstudie mit linearer Interaktionsbedingung auf der sicheren Seite, siehe Abbildung 4-45, Teilbild (a). Im Gegensatz dazu bleibt die quadratische Interaktionsbedingung auch bei verringertem Abminderungswert weiterhin in Teilen auf der unsicheren Seite (Teilbild (b)).

Insgesamt zeigt sich, dass die Betondruckfestigkeit, in der derzeit verwendeten linearen additiven Interaktionsbedingung noch unzureichend berücksichtigt wird, da mit steigender Betondruckfestigkeit eine Annäherung der Ausnutzungswerte an 1,0 erfolgt. Darüber hinaus wurde eine Abhängigkeit vom  $M/T$ -Verhältnis festgestellt, die bislang in der Interaktionsbedingung unberücksichtigt bleibt. Mit sinkendem  $M/T$ -Verhältnis bzw. steigendem Torsionsanteil in der Betondruckstrebe ( $T/M$ ) wird die

Gesamtragfähigkeit der Druckstrebe zunehmend unterschätzt. Vermutlich entsteht dabei ein mehraxialer Spannungszustand im Druck-Druck-Bereich (siehe Kapitel 2.6.1), der bei steigender Betondruckfestigkeit höhere Tragreserven in der Druckstrebe bewirken kann.

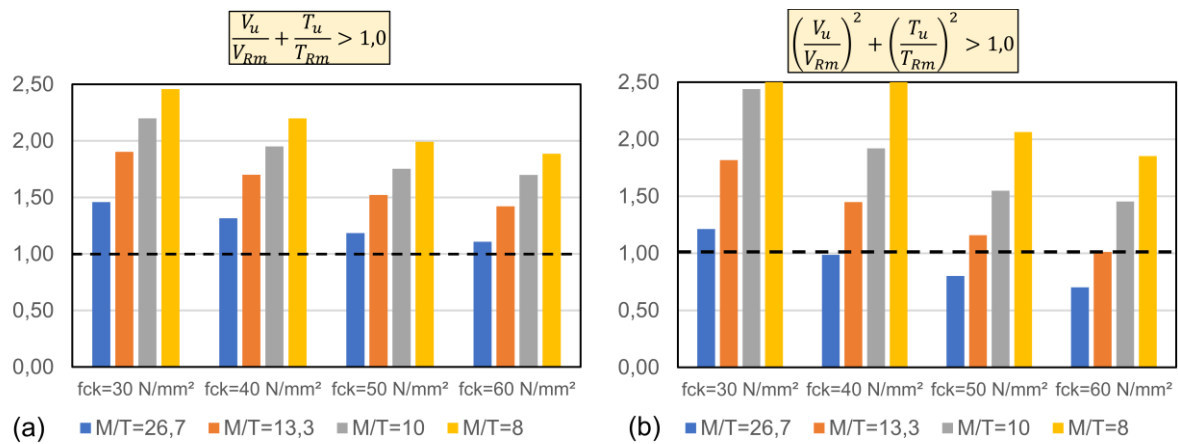


Abbildung 4-45: Vergleich der Interaktionsbedingungen in der Druckzone der FEM Simulationen mit  $v_v = 0,60$ ,  $v_T = 0,525$ ,  $\cot\theta = 2,5$  (a) lineare Interaktionsbedingung, (b) quadratische Interaktionsbedingung

Die Übertragung der Ausnutzungswerte der Querkraft ( $V_u/V_{Rm}$ ) sowie der Torsion ( $T_u/T_{Rm}$ ) in ein Übersichtsdiagramm (Abbildung 4-46), in das die lineare Interaktionsbedingung eingetragen wurde, zeigt eine bemerkenswerte Abhängigkeit in der durchgeführten Untersuchung der Auswertungspunkte von folgenden Parametern:

- **Betondruckfestigkeit  $f_{ck}$ :**  
Mit sinkender Betondruckfestigkeit tritt eine zunehmende Unterschätzung der Druckstreben­tragfähigkeit auf. Die lineare Interaktionsbedingung ist nicht in der Lage, die volle Traglastkapazität der geringeren Betonklassen adäquat abzubilden.
- **$M/T$ -Verhältnis:**  
Alle Auswertungspunkte eines  $M/T$ -Verhältnisses liegen auf einer Geraden, die sich durch eine empirische Funktion

$$f(x) = \frac{1}{12,05} \cdot \frac{M}{T} \cdot x$$

beschreiben lässt. Der Faktor  $1/12,05$  wurde auf Basis der Ergebnisse der Parameterstudie empirisch hergeleitet.

Zu besserer Vergleichbarkeit zwischen den numerischen und experimentellen Ergebnissen wurde das Diagramm um ausgewertete Versuchsdaten der ETK-Reihe ergänzt. Die dargestellten Werte dienen an diese Stelle ausschließlich dem Vergleich, eine ausführliche Auswertung und Diskussion erfolgt in Kapitel 5.

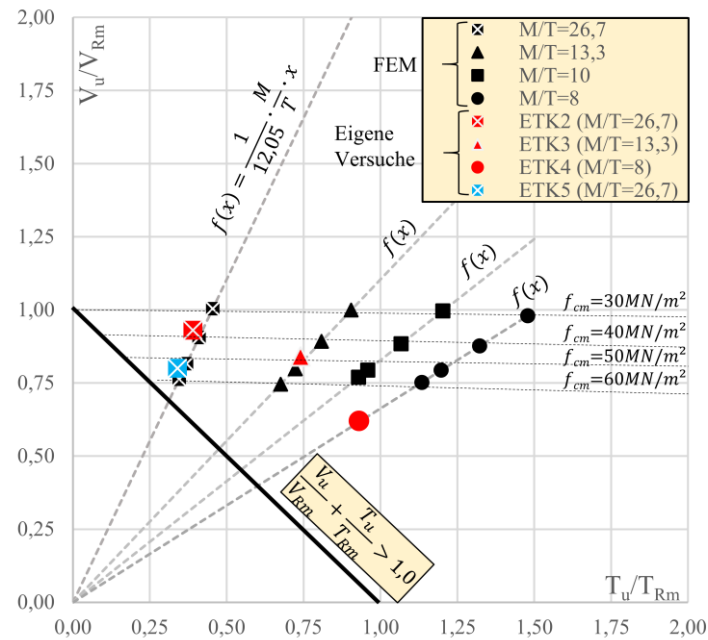


Abbildung 4-46: Lineare Interaktionsbedingung, mit  $\nu_V = 0,60$ ,  $\nu_T = 0,525$ ,  $\cot\theta = 2,5$

#### 4.4.6.3 Zusammenfassung, Untersuchung der Interaktionsbedingung

Zur Überprüfung der Interaktionsbedingung hinsichtlich eines möglichen Versagens des Betons auf Druck bei kombinierter Beanspruchung ( $M+V+T$ ) wurden die Versuchsergebnisse durch ergänzende Simulationen erweitert. Die Modelle wurden so konzipiert, dass die Systemtragfähigkeit ausschließlich von der Betondruckzone abhing. Die Auswertung der Ergebnisse zeigt eine Abhängigkeit vom  $M/T$ -Verhältnis sowie von der Betondruckfestigkeit. Darüber hinaus konnte festgestellt werden, dass bei Anwendung der linearen Interaktionsbedingung eine Reduzierung der Betondruckfestigkeit der Druckstrebe infolge der Querkraft mit dem Faktor  $\nu_V = 0,60$  eine bessere, jedoch weiterhin auf der sicheren Seite liegende, Übereinstimmung mit den Simulationsergebnissen liefert.

## 4.5 Zusammenfassung/ Diskussion

Die FEM-Simulationen zeigen insgesamt sowohl im Teilversuch 1 als auch im Teilversuch 2 eine gute bis sehr gute Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen und bestätigen die in den Versuchen gewonnenen Erkenntnisse. Im Teilversuch 1 wurden die Versuchstraglasten in der Simulation teilweise um bis zu 21 % übertroffen (bei ETK2). Diese Abweichung lässt sich unter anderem durch vorhandene Tragreserven aus dem konservativen Bemessungsmodell sowie das bei den Versuchen ETK2 bis ETK5 ausgeschlossene sekundäre Betonversagen erklären. Es ist zudem zu berücksichtigen, dass die Systemtraglast im Teilversuch 1 experimentell nicht vollständig ausgereizt wurde, da der Versuch zugunsten der Durchführung des Teilversuchs 2 nach dem Erreichen der Referenztraglast des ETK1 beendet wurde.

Die verwendeten Modellparameter wichen in Teilen von den in ATENA vorgegebenen Standardwerten ab. Durch die bekannten Systemparameter sowie die Versuchsdaten als Referenz war jedoch eine gezielte Kalibrierung der numerischen Modelle möglich. Ohne die experimentellen Ergebnisse als Vergleichsbasis wäre eine belastbare Parameterstudie nicht durchführbar gewesen. Insbesondere bei Torsions- und Querkraftproblemen sind experimentelle Untersuchungen unverzichtbar.

Die numerischen Analysen dienen einerseits der Kalibrierung der numerischen Modelle zur realitätsnahen Abbildung des beobachteten Tragverhaltens und ermöglichen andererseits die Variation zusätzlicher Einflussparameter, die im Rahmen der Versuche nicht systematisch variiert werden konnten.

### **Einfluss der Höhe der Vorspannung**

Die Parameterstudien zeigten, dass die Höhe der Vorspannung einen maßgeblichen Einfluss auf die Beanspruchung der Bügelbewehrung hat. Bei fehlender oder geringer Vorspannung ( $P = 0\%$  bzw.  $P = 25\%$ ) kommt es infolge des zusätzlichen Torsionsschubs bei kombinierter Beanspruchung ( $M+V+T$ ) zur einer einseitigen Plastifizierung der Bügelschenkel. Eine höhere Vorspannkraft führt hingegen zu einer gleichmäßigeren Verteilung der Schubspannungen auf beide Bügelschenkel. In den experimentellen Untersuchungen beobachtete Bügeldehnungen über der Fließgrenze hätten sich bei einem höheren Vorspanngrad vermeiden lassen.

### **Einfluss der Gurtbreite**

Die Auswirkung der Gurtbreite auf die Beanspruchung der Bügelbewehrung wurde im Rahmen von Parameterstudien systematisch untersucht. Die entlastende Wirkung der Gurtplatte bei Torsion kann näherungsweise über das Verhältnis des Torsionsträgheitsmoments des Stegs  $I_{T, \text{Steg}}$  zum Torsionsträgheitsmoment des Gesamtquerschnitts einschließlich der Gurtplatte  $I_{T, \text{ges}}$  beschrieben werden. Für typische Brückenquerschnitte sollte die mitwirkende Gurtplatte jedoch konservativ mit maximal 10 % der gesamten Torsionssteifigkeit angesetzt werden, da ihr Einfluss auf die Reduktion der Bügelbeanspruchung begrenzt ist.

### **Einfluss der Trägerschlankheit**

In der numerischen Simulation wurde untersucht, inwieweit sich die experimentellen Erkenntnisse auf Träger mit sinnvoll gewählten größeren Abmessungen übertragen lassen. Dabei zeigte sich, dass die Trägerschlankheit einen signifikanten Einfluss auf die Versagensursache hat. Mit zunehmender Trägerschlankheit im Bereich von  $1,4xL$  bis  $1,6xL$  war die Biegetragfähigkeit der untersuchten Modelle vollständig ausgenutzt, während die Bügeldehnungen im elastischen Bereich verblieben. In solchen Fällen erscheint ein Biegeversagen infolge der Überschreitung der Betondruckfestigkeit wahrscheinlicher als ein Schubversagen.

### **Variation der Torsionsbewehrung**

Durch systematische Variation des Torsionsbewehrungsgrades, getrennt nach Torsionslängs- und Torsionsbügelbewehrung, konnte deren Beitrag zur Schubtragfähigkeit unter kombinierter Beanspruchung quantifiziert werden.

Die Untersuchungen zeigten, dass eine Erhöhung der Torsionslängsbewehrung die Traglast stärker beeinflusst als eine alleinige Erhöhung der Bügelbewehrung. Die gleichzeitige Erhöhung beider Bewehrungen führte zu einer überproportionalen Traglaststeigerung sowie reduzierten Bügeldehnungen. Für ein moderates  $M/T$ -Verhältnis von 14,1 erwies sich eine Torsionsbügelbewehrung von 70 % der tatsächlich in ETK1 eingebauten Bewehrung als ausreichend. Der hierfür angesetzte Abminderungsfaktor von 0,7 wurde sowohl durch FEM-Simulationen als auch durch die Versuchsergebnisse von ETK1 und ETK3 bestätigt.

### **Untersuchung der Interaktionsbedingung**

Die FEM-gestützten Parameterstudien zeigen, dass die quadratische Interaktionsbedingung die Tragfähigkeit der Druckstrebe, insbesondere bei hoher Betonfestigkeit und niedrigem Torsionsanteil, systematisch überschätzt und damit potenziell zu unsicheren Bemessungen führt. Die lineare Interaktionsbedingung liefert insgesamt bessere Ergebnisse, erfordert jedoch eine Abminderung der Betondruckfestigkeit ( $v_v = 0,60$ ), um eine zuverlässige Nachweisführung zu ermöglichen.

### **Beantwortung der Forschungsfragen**

- (1) *Welche zusätzlichen Tragfähigkeitsreserven ergeben sich bei Plattenbalken-Durchlaufsystemen unter kombinierter  $M+V+T$ -Beanspruchung bei Gleichstreckenlast, und wie können diese im Rahmen der Brückennachrechnung berücksichtigt werden?*

Die vorgestellten Parameteruntersuchungen bestätigen die Ergebnisse der eigenen experimentellen Untersuchungen aus Kapitel 3. Es konnte verifiziert werden, dass bislang unausgenutzte Tragreserven der Biegebewehrung sowie der Spannglieder einen Teil der Torsionslängszugkraft aufnehmen können. Darüber hinaus wurde die aktive Beteiligung der Gurtplatte am Torsionslastabtrag eindeutig bestätigt.

*(2) Inwieweit führt die in DIN EN 1992-2/NA formulierte Interaktionsbedingung für Plattenbalkenquerschnitte unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion auf eine sichere Bemessung? Welchen Einfluss hat zudem eine Rissbildung auf den Abminderungsfaktor der Betondruckfestigkeit?*

Die bestehende quadratische Interaktionsbedingung ist für den Nachweis von Betondruckstreben unter kombinierter Beanspruchung ungeeignet. Eine angepasste lineare Interaktionsbedingung mit differenzierter Berücksichtigung von Betonfestigkeit und ggf. des  $M/T$ -Verhältnisse bietet eine bessere Übereinstimmung mit dem tatsächlichen Tragverhalten und verbessert die Bemessungssicherheit.

*(3) Ist die Anwendbarkeit des Druckbogenmodells (DBM) bzw. des erweiterten Druckbogenmodells (EDBM) auch bei einer kombinierten Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion grundsätzlich gegeben? Hat die zusätzliche Torsion einen Einfluss auf die Dehnungsebene des Betons und den Verlauf des Druckbogens?*

Mit der Integration der numerisch ermittelten Spannungen, wie in Kapitel 4.2 vorgestellt, lässt sich der Druckbogen sowohl im Bereich der Schubrissbildung als auch im Bereich der Biegerissbildung realitätsnah abbilden. Die Auswertung der numerisch bestimmten Druckbogenverläufe zeigt, dass bei Simulationen ohne eine zusätzliche Torsion (Kapitel 4.2.4) sowie unter Torsionseinwirkung, wie es in der Untersuchung der Trägerschlankheit betrachtet wurde (Kapitel 4.4.4), ein vergleichbarer Verlauf der Druckbögen vorliegt. Die zusätzliche Torsionsbeanspruchung hat demnach nur einen untergeordneten Einfluss auf die Längsdehnungen und somit auf den Verlauf des Druckbogens. Eine vertiefte Untersuchung dieses Zusammenhangs erfolgt im nachfolgenden Kapitel 5.

## 5 Vorschläge für die Bemessung und Konstruktion

### 5.1 Allgemeines

An den durchgeführten Versuchen an fünf Spannbetonträgern als Einfeldträger mit Kragarm mit Plattenbalken- und Rechteckquerschnitt wurden zahlreiche Messungen durchgeführt, um die Tragmechanismen und den Verlauf der inneren Kräfte zu erfassen. Alle Versuchsträger mit Ausnahme von ETK1 (Referenzversuchsträger) wurden durch eine kombinierte Belastung aus Biegung ( $M$ ), Querkraft ( $V$ ) und Torsion ( $T$ ) beansprucht. Durch die Messung der Dehnungen in der Bewehrung konnte die Umlagerung der inneren Kräfte von Zustand I hin zum gerissenen Zustand II in ein räumliches Fachwerk experimentell nachgewiesen werden.

Durch die Dehnungsmessungen an der Betonoberfläche des Referenzversuchs konnte experimentell bestätigt werden, dass die Hauptdruckdehnungen im GZT einem bogenförmigen Verlauf folgen, entsprechend einem Druckbogen. Aus diesem Druckbogen resultiert ein Betontraganteil bei der Querkrafttragfähigkeit. Das EDBM nach Gleich wurde bisher nur an Systemen unter Querkraftbiegung angewendet, wobei entsprechende Erfahrungen beim Einsatz unter einer kombinierten Beanspruchung mit zusätzlicher Torsion bislang fehlten.

Auf Grundlage der Versuchsergebnisse konnten Materialmodelle kalibriert werden, die für weitergehende Parameterstudien mithilfe nichtlinearer FEM-Simulationen eingesetzt wurden.

Im nachfolgenden Kapitel werden die wesentlichen Erkenntnisse aus den durchgeführten Versuchen sowie den simulierten Parameterstudien zusammengetragen und Empfehlungen für die Bemessung der Schubbewehrung infolge der Querkraft- und Torsionsbeanspruchung abgeleitet. Darüber hinaus soll die Anwendbarkeit des EDBM bei zusätzlicher Torsionseinwirkung überprüft werden.

### 5.2 Erkenntnisse aus den durchgeführten Versuchen

#### 5.2.1 Erkenntnisse aus den Teilversuchen 1

Im jeweiligen Teilversuch 1 wurde der Einfluss der Schubslankheit, des  $M/T$ -Verhältnisses, der Druckstrebenneigung sowie der Breite der Gurtplatte auf die Schubtragfähigkeit untersucht. Mit Bezug auf den Referenzversuch ETK1-1 unter reiner Querkraftbiegung sollte gezeigt werden, dass mit der zusätzlichen Torsionsbewehrung bei den Versuchen ETK2-1 bis ETK5-1 die Traglast des Referenzversuchs von 198 kN/m ebenfalls aufgenommen werden kann. Damit sollte das Bemessungsmodell der zusätzlichen Torsionsbewehrung gemäß Kapitel 3.2.1.2 verifiziert werden. Tabelle 5-1 fasst die Traglasten mit den zugehörigen Dehnungen in der Bewehrung zusammen.

## 5.2 - Erkenntnisse aus den durchgeführten Versuchen

Tabelle 5-1: Zusammenfassung der Versuchstraglasten von ETK1 bis ETK5 im Teilversuch 1

Versuch	Last- exzentrizität e [cm]	Last am Kragarm F <sub>u</sub> [kN]	Last im Feld q <sub>u</sub> [kN/m]	V <sub>u</sub> im Abstand d [kN]	V <sub>u</sub> im Abstand 2d [kN]	Bügel Feld max ε <sub>B,Feld</sub> [‰]	Bügel Kragarm max ε <sub>B,Krag</sub> [‰]	Längs max ε <sub>L,Stütz</sub> [‰]
ETK1-1	-	1166	198	901	703	6,7	2,4	5,4
ETK2-1	7,5	1200	204	927	723	9,8	2,4	16,2
ETK3-1	15	1200	204	927	723	5,1	2,9	3,6
ETK4-1	15	1200	204	927	723	9,9	3,5	6,7
ETK5-1	7,5	1200	204	927	723	15,7	4,3	5,2

Die primäre Versagensursache des Referenzversuchs erfolgte durch ausgeprägtes Bügelfließen im Bereich des kritischen Risses mit einhergehenden Querkzugspannungen in der Druckzone, die zur Abplatzung der Betondeckung führten. Somit wird das Betonversagen als ein sekundäres Versagen gewertet. Abbildung 5-1 zeigt die Versagensstelle mit der Betonabplatzung feldseitig im Stützbereich.



Abbildung 5-1: Sekundäres Betonversagen in der Druckzone ETK1

Mit den Versuchsträgern ETK2 und ETK3 wurde der Einfluss der zusätzlichen Torsion bei Lastexzentrizitäten von 7,5 cm (ETK2) und 15 cm (ETK3) untersucht. Die für die zusätzliche Torsionsbeanspruchung erforderliche Bewehrung wurde gemäß Kapitel 3.2.1 bemessen und eingebaut. Beide Versuchsbalken mit zusätzlicher Torsionsbeanspruchung und entsprechender Torsionsbewehrung erreichten die gleiche Traglast wie der Referenzversuch ETK1, wodurch das Bemessungsmodell auch für eine Schubschlankheit von  $\lambda = 3,26$  und Streckenlastbeanspruchung validiert wurde.

Der Versuchsträger ETK4 wurde für eine Druckstrebenneigung  $\cot\theta = 2,0$  ( $26,5^\circ$ ) anstatt 2,5 ( $21,8^\circ$ ) bemessen. Die steilere Druckstrebenneigung führte zur Umverteilung der inneren Zugkräfte. Die vertikale Zugstrebe wurde stärker beansprucht, was eine größere Bügelbewehrungsmenge erforderlich machte, während die horizontale Zugstrebe entlastet wurde, was eine geringere

Torsionslängsbewehrung erforderte. Die Referenztraglast wurde bei ETK4 ebenfalls erreicht, was die Umlagerung der inneren Kräfte in den untersuchten Grenzen bestätigte. Allerdings verdoppelten sich die Bügeldehnungen unter der Traglast (Tabelle 5-1). Mit einer angepassten Zugstrebenabdeckung wären vergleichbare Dehnungen wie bei ETK3 zu erwarten gewesen.

Der Versuchsbalken ETK5 wurde ohne Gurtplatte hergestellt, wies ansonsten aber die gleichen Bedingungen wie der Referenzversuchsträger ETK2 auf, einschließlich einer Lastexzentrizität von 7,5 cm und identischer Biegetragfähigkeit. Trotz der fehlenden Gurtplatte erreichte auch ETK5 die Traglast des Referenzversuchs.

Alle Versuchsträger wurde mit oben offenen, durch die Querbewehrung in der Gurtplatte geschlossenen Bügeln hergestellt.

### 5.2.2 Erkenntnisse aus den Teilversuchen 2

Mit den Teilversuchen 2 sollte die Interaktionsbedingung in der Druckstrebe gemäß DIN EN 1992-2/NA [17] kragarmseitig überprüft werden. Nach dem Erreichen der Traglast des Referenzversuchs ETK1 im ersten Teilversuch wurde der Träger für den zweiten Teilversuch vorbereitet. Die Last wurde abgelassen und der geschädigte Trägerbereich aus dem TV1 durch mehrere Schubverstärkungen für eine weitere Laststeigerung ertüchtigt. Die Lastexzentrizität gemäß Tabelle 5-1 wurde am Kragarm bis auf ETK4, mit  $e_{TV1} = 15$  cm und  $e_{TV2} = 26$  cm, nicht verändert. Im jeweiligen TV2 wurde die Last bis zum endgültigen Bruch der Druckzone kragarmseitig gesteigert. Abbildung 5-2 stellt exemplarisch am Versuchsträger ETK2 das Versagensbild im Bruchzustand nach TV2 dar.

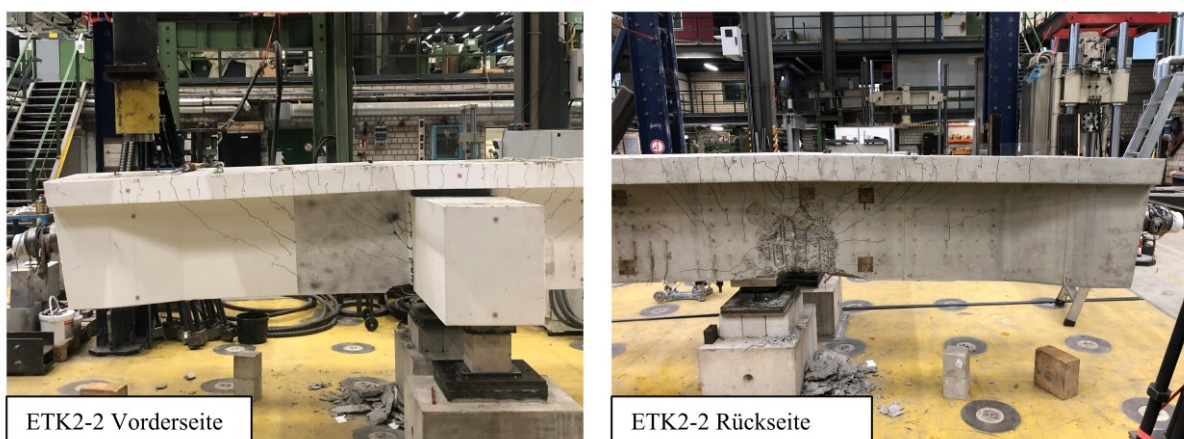


Abbildung 5-2: Versagen der Druckzone im TV2 unter  $M+V+T$ , exemplarische Darstellung am ETK2

Für die Auswertung der Interaktion in der Druckzone erforderliche Mittelwerte der rechnerischen Tragwiderstände  $M_{Rm}$ ,  $V_{Rm}$  und  $T_{Rm}$  (Gln. (5.1) bis (5.3)) basieren auf dem Mittelwertniveau der Baustofffestigkeiten. Sie werden in den nachfolgenden Abschnitten erläutert.

### 5.2.2.1 Ermittlung der Bruchlasten

Das Biegemoment über dem Auflager im Stützbereich  $M_u$  wurde aufgrund des 50 cm breiten Querträgers ausgerundet, sodass das Biegemoment im 25 cm Entfernung von der Auflagerachse, also im Anschnitt des Querträgers ermittelt wurde mit  $M_{u(25cm)}$ . Die Schnittgrößen  $V_u$  und  $T_u$  wurden in der Auflagerachse bestimmt.

### 5.2.2.2 Druckstrebenwinkel bei Querkraft und bei Torsion

Der Druckstrebenwinkel bei der Bemessung von Plattenbalkenquerschnitten kann nach DIN EN 1992-2/NA [17] innerhalb der Grenzen  $1,00 \leq \cot\theta \leq 1,75$  frei gewählt werden. Die Versuche an ETK3 ( $\cot\theta = 2,5$ ) und ETK4 ( $\cot\theta = 2,0$ ) (im TV1) haben gezeigt, dass unter sonst gleichen Bedingungen eine Umlagerung der inneren Kräfte infolge der Rotation der Druckstrebe auch in diesen Grenzen möglich ist. Da die Berechnung des Schubwiderstandes infolge der Querkraft und Torsion an unterschiedlichen Modellen erfolgt, kann der Druckstrebenwinkel bei Querkraft und bei Torsion unterschiedlich angesetzt werden. Während bei der Querkraft die gesamte Stegbreite in den Widerstand eingeht, wird bei der Torsion ausschließlich die Schubwand des fiktiven Hohlkastens mit der Breite  $t_{ef}$  aktiviert.

Die Rissneigung  $\beta_r$  bei Querkraftbiegung entspricht bei dem "Fachwerkmodell mit Rissreibung" (Reineck [78]) aufgrund der Reibungskräfte der Rissflanken nicht der rechnerischen Druckstrebenneigung  $\theta$ . Bei der Querkraftbetrachtung, bei der sich die Druckstrebe über die gesamte Stegbreite erstreckt, ist der Rissreibungseffekt wesentlich größer als bei der Torsion. Wird die Neigung auf die projizierte Länge der Druckstrebe übertragen, ergibt sich  $\cot\theta > \cot\beta_r$ . Aufgrund der geringeren Breite der Druckstrebe bei Torsion, dargestellt durch  $t_{ef}$ , kann nicht von hohen Rissreibungskräften ausgegangen werden wie bei der Querkraft. Folglich entspricht bei Torsion die rechnerische Druckstrebe der beobachteten Rissneigung von  $\cot\theta = \cot\beta_r$ . Der Druckstrebenwinkel wurde bei Berechnung der Interaktionsbedingung sowohl für die Querkraft als auch für die Torsion in folgenden Grenzen frei gewählt werden.

Querkraftwiderstand  $V_{Rm,max}$   $1,75 \leq \cot\theta \leq 2,5$  bei ETK2 bis ETK5

Torsionswiderstand  $T_{Rm,max}$   $1,75 \leq \cot\theta \leq 2,5$  bei ETK2 bis ETK5

### 5.2.2.3 Bestimmung $M_{Rm}$

Die Momententragfähigkeit  $M_{Rm}$  (Gl. (5.1)) wurde am Gesamtquerschnitt unter Berücksichtigung der gesamten vorhanden Längsbewehrung gemeinsam mit den Spanngliedern sowie deren Vordehnung mit dem Berechnungsprogramm Zwax (RIB) ermittelt. Die Betonbruchdehnung der Druckzone am Kragarm wurde aufgrund des hohen Bügelbewehrungsgrad mit  $\emptyset 12/7,5$  und folglich einer engen Verdübelung

auf  $\varepsilon_{cu} = 5,5 \text{ ‰}$  gesetzt. Die Bestimmung der Momententragfähigkeit ist vom inneren Druckstrebenwinkel losgelöst.

$$M_{Rm} = M(f_{cm}, f_{ym}, f_{pm}) \text{ ermittelt mit Zwax (RIB Software)} \quad (5.1)$$

#### 5.2.2.4 Bestimmung $V_{Rm,max}$

Die durch die Betondruckstrebe aufnehmbare Querkraft  $V_{Rm,max}$  hängt im Wesentlichen von der Druckstrebenneigung  $\theta$  bzw.  $\cot\theta$ , dem Hebelarm der inneren Kräfte  $z$  sowie infolge der durch Rissbildung und Querspannungen abgeminderten Betondruckfestigkeit  $v_1 \cdot f_{cm}$  ab, und kann mit Gl. (5.2) beschrieben werden. Die Druckstrebenneigung kann nach der Plastizitätstheorie in den Grenzen frei gewählt werden, z.B. in DIN EN 1992-2/NA mit  $1,00 \leq \cot\theta \leq 1,75$ . Die feldseitige Bewehrungsbemessung erfolgte dem gegenüber für eine ausgewählte Druckstrebenneigung von  $\cot\theta = 2,5$  (ETK2, ETK3, ETK5) bzw.  $\cot\theta = 2,0$  (ETK4). Die Längsbewehrung aus dem Feldbereich wurde in den Kragarm verlängert. Die Bügelbewehrung wurde nicht bis zur Fließgrenze ausgelastet. Der Druckstrebenwinkel für TV2 entspricht somit näherungsweise dem Bemessungswinkel aus TV1, was die untere Grenze der Druckstreben­tragfähigkeit darstellt.

$$V_{Rm,max} = \frac{b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cm}}{\cot\theta + \tan\theta} \quad (5.2)$$

Der innere Hebelarm  $z$  eines Stahlbetonquerschnitts im kritischen Nachweisschnitt kann in guter Näherung mit  $z = 0,8 \cdot h$  ermittelt werden. Bei einem Spannbetonbalken, der mehr als nur einen Zuggurt aufweist, muss die Berechnung des inneren Hebelarms aus der Biegebemessung bzw. über die Bestimmung der Dehnungsebenen erfolgen. Bezogen auf den Versuchsquerschnitt mit  $h = 80 \text{ cm}$  ergibt die genaue Berechnung des inneren Hebelarms am Kragarm Werte zwischen 45 cm und 55 cm. Wird nur das Spannglied als Zuggurt betrachtet, liegt die vereinfachte Annahme auf der sicheren Seite und beträgt  $z = 52 \text{ cm}$ . Abbildung 5-3 stellt die Entwicklung der Druckstreben­tragfähigkeit  $V_{Rm,max}$  in Abhängigkeit von  $z$  und  $\theta$  unter der Berücksichtigung der jeweiligen unteren Tragfähigkeitsgrenzen der Versuchsträger ETK2 bis ETK5 dar.

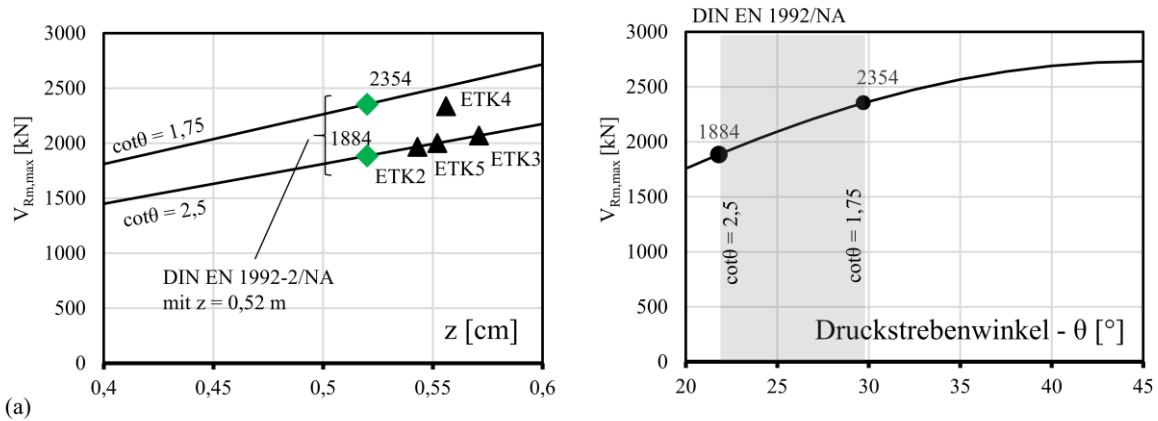


Abbildung 5-3: Auswirkung des inneren Hebelarms  $z$  (a) sowie der Druckstrebenneigung  $\theta$  (b) auf  $V_{Rm,max}$ , mit  $b_w = 30$  cm und  $\nu = 0,75$

Im GZT kreuzen schräg verlaufende Druckstreben die bis zur Plastifizierungsgrenze belastete Bügelbewehrung. So unterliegt der Beton in der Druckzone einer zweiaxialen Belastung aus Druck und Querkzug infolge plastischer Stahldehnungen, eingetragen durch die Verbundwirkung der Bügelbewehrung. Die effektive einaxiale Betondruckfestigkeit verringert sich und wird rechnerisch mit einem Faktor  $\nu_1$  abgemindert. Wie bereits im Kapitel 2.3.2.6 erläutert ist eine grundsätzliche Abminderung der Betondruckfestigkeit unter zweiaxialer Belastung im Druck-Zug-Bereich, wie die Kasseler Versuche in [26] zeigen, in der Fachwelt unstrittig. Die Größe des Abminderungsfaktors  $\nu_1$  ist allerdings von mehreren Faktoren abhängig, wie insbesondere der Größe der vorhandenen Querkzugspannungen, der Risskinematik, der Spannungen in der Querkraftbewehrung sowie dem Rissabstand etc..

### 5.2.2.5 Bestimmung $T_{Rm,max}$

Die Tragfähigkeit der Betondruckstrebe  $T_{Rm,max}$  gemäß Gl. (5.3) hängt im Wesentlichen, wie bereits im Kapitel 2.4.7 vorgestellt, von der Neigung der Druckstrebe  $\theta$ , der Wanddicke des fiktiven Hohlkastens  $t_{ef}$  sowie der abgeminderten Betondruckfestigkeit  $\nu \cdot f_{cm}$  ab. Das Produkt  $A_k \cdot t_{ef}$  stellt einen nichtlinearen Verlauf dar, wie in Abbildung 5-4 gezeigt, was die Torsionstragfähigkeit der Betondruckstrebe von den normativen Festlegungen, wie im Kapitel 2.4.8 beschrieben, besonders abhängig macht.

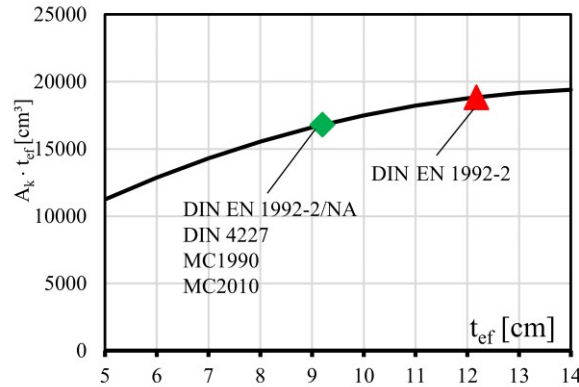


Abbildung 5-4: Nichtlineare Abhängigkeit des Produkts der Fläche  $A_k$  und der effektiven Wanddicke  $t_{ef}$

Die Neigung der Druckstrebe wurde bei den Versuchen in den Grenzen ( $1,75 \leq \cot\theta \leq 2,5$ ) frei gewählt. Als Indikator können die in den Versuchen beobachteten Risswinkeln verwendet werden. Diese lagen am Kragarm im TV2 bei ca.  $\beta_r = 26^\circ$  ( $\cot\beta_r = 2,1$ ) bzw.  $\beta_r = 35^\circ$  bei ETK5 ( $\cot\beta_r = 1,4$ ). Die Auswirkung der effektiven Wanddicke sowie die des Druckstrebenwinkels auf den Torsionswiderstand ist in Abbildung 5-5 dargestellt.

$$T_{Rm} = 2 \cdot v \cdot f_{cm} \cdot A_k \cdot t_{ef} \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta \quad (5.3)$$

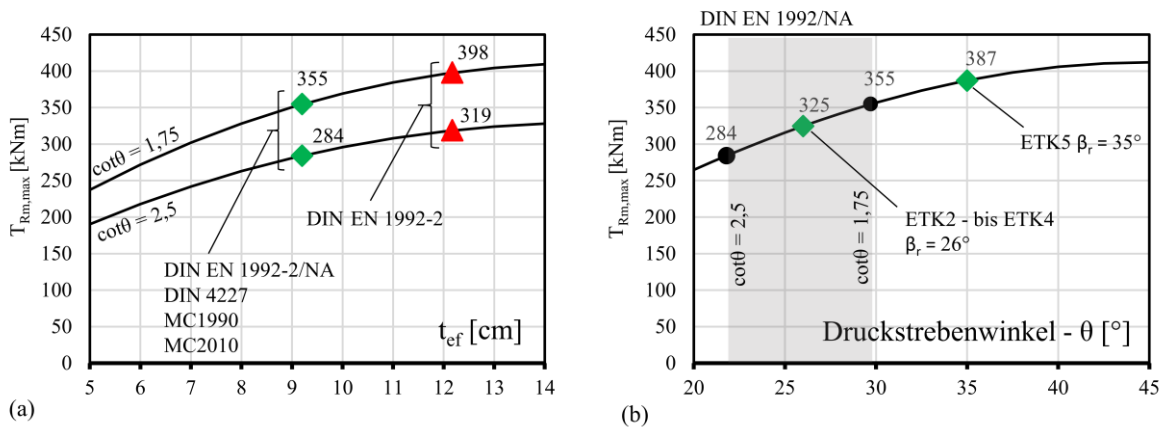


Abbildung 5-5: Auswirkung der effektiven Wanddicke  $t_{ef}$  (a) sowie der Druckstrebenneigung  $\theta$  (b) auf  $T_{Rm,max}$  mit  $\beta_r$ - Schubrisswinkel gemessen im Versuch,  $t_{ef} = 9,2 \text{ cm}$  und  $v = 0,525$

Bei einer freien Druckstrebenwahl in den Grenzen  $1,75 \leq \cot\theta \leq 2,5$  beläuft sich der Torsionswiderstand zwischen  $284 \text{ kNm} < T_{Rm} < 355 \text{ kNm}$ . Wird der Ansatz  $\cot\theta = \cot\beta_r$  angewendet, entspricht der Torsionswiderstand bei den Versuchen mit der Gurtplatte  $T_{Rm} = 325 \text{ kNm}$  und beim ETK5 sogar  $T_{Rm} = 387 \text{ kNm}$ , was höher als der abgesicherte Grenzbereich von  $1,75 \leq \cot\theta \leq 2,5$  liegt. In der Gurtplatte bilden sich vertikale Risse, die erst im Steg abknicken und als Schubrisse in Auflagerichtung verlaufen. Aufgrund der fehlenden Gurtplatte bei ETK5 verlaufen dort die Risse im Steg unmittelbar geneigt. Da sowohl die Lage der Einzellast am Kragarm als auch die Querschnittshöhe konstant sind, können sich ohne die Gurtplatte steiler geneigte Risse ausbilden als bei

Querschnitten derselben Höhe jedoch mit Gurtplatte. Dies ist darauf zurückzuführen, dass mit Gurtplatte eine größere wirksame Steghöhe zur Verfügung steht.

Beim räumlichen Fachwerkmodell wird die umlaufende Druckstrebe in den Querschnittsecken umgelenkt. Der Abminderungswert  $\nu$  für die effektive Betondruckfestigkeit ergibt sich nach DIN EN 1992-2 [18] sowie Gl. (5.4) mit  $f_{ck} = 40 \frac{N}{mm^2}$  (C40/50) zu  $\nu = 0,504$ .

$$\nu = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{40}{250}\right) = 0,504 \quad (5.4)$$

Der deutsche Nationale Anhang zu DIN EN 1992-2/ NA [17] gibt bei Vollquerschnitten einen Abminderungswert von 0,7 auf den Abminderungsfaktor  $\nu_1$  an mit  $\nu = 0,7 \cdot \nu_1 = 0,7 \cdot 0,75 = 0,525$ , was geringfügig höher ist als der Wert nach DIN EN 1992-2 [18].

### 5.2.2.6 Untere Grenzen der Tragwiderstände für $V_{Rm,max}$ und $T_{Rm,max}$

Eine flache Neigung der Druckstrebe bis  $\cot\theta \leq 2,5$  schneidet eine größere Bügelanzahl als eine steile und ist bei der Bemessung der Bügelbewehrung (vertikale Zugstrebe) vorteilhaft. Bei der Bemessung der Betondruckstrebe wirkt die flache Neigung nachteilig, wie die Gln. (5.2) und (5.3) zeigen.

Bei einer freien Wahl der Druckstrebenneigung in den Grenzen zwischen  $1,75 \leq \cot\theta \leq 2,5$  ergibt der Neigungswinkel  $\cot\theta = 2,5$  die untere Grenze der Druckstreben Tragfähigkeit. In den meisten Berechnungsfällen ist die Tragfähigkeit der Druckstrebe nicht kritisch. Besonders bei sehr schmalen *Homborg*-Querschnitten kann allerdings ein Versagen der Betondruckstreben vor dem Versagen der Bügel- und Längsbewehrung erfolgen. Daher ist eine Überprüfung der Interaktionsbedingung Gegenstand der Forschungsarbeit. Tabelle 5-2 stellt eine Übersicht der ermittelten Schnittgrößen unter der Bruchlast im Teilversuch 2 sowie der rechnerisch ermittelten unteren Grenzwerte der Tragwiderstände dar. Bei Torsionstragfähigkeit wird der gemessene Wert der Rissneigung verwendet.

Tabelle 5-2: Versuchstraglasten ETK1 bis ETK5 im Teilversuch 2 sowie die unteren Grenzen der Tragwiderstände nach DIN EN 1992-2/ NA

Versuch	$F_u$ [kN]	$M_{u(25cm)}$ [kNm]	$V_u$ [kN]	$e$ [cm]	$T_u$ [kNm]	$M_{Rm}$ [kNm]	$V_{Rm,max}$ [kN]	$T_{Rm,max}$ [kNm]
ETK1-2	1166	2028	1166	-	-	2207	1858	-
ETK2-2	1462	2558	1462	7,5	110	2435	1967	325
ETK3-2	1397	2445	1397	15	209	2540	2069	325
ETK4-2	1167	2042	1167	26	304	2232	2337	325
ETK5-2	1280	2240	1280	7,5	96	2242	2001	387

### 5.2.2.7 Obere Grenzen der Tragwiderstände für $V_{Rm,max}$ und $T_{Rm,max}$

Die Betrachtung der oberen und unteren Tragfähigkeitsgrenzen der Betondruckstrebe bezieht sich in erster Linie auf den Nachrechnungsfall, in dem die Bewehrungsmenge vorgegeben ist. Stellt sich die

Betondruckstrebe als kritisch heraus, kann deren Neigung rechnerisch soweit angepasst werden, bis die obere Grenze der Tragfähigkeit erreicht ist, vorausgesetzt sind Tragreserven, die in der eingebauten Bewehrung vorhanden sind. Diese obere Grenze kann mit  $\cot\theta = 1,75$  angesetzt werden. Bei der Betrachtung des oberen Grenzwerts der Torsionstragfähigkeit wird auch ETK5 der Neigungswinkel  $\cot\theta = 1,75$  in Ansatz gebracht. Die Versuchstraglasten sowie die zugehörigen Tragwiderstände sind in Tabelle 5-3 abgebildet.

Tabelle 5-3: Versuchstraglasten ETK1 bis ETK5 im Teilversuch 2 sowie die oberen Grenzen der Tragwiderstände nach DIN EN 1992-2/ NA

Versuch	$F_u$ [kN]	$M_{u(25cm)}$ [kNm]	$V_u$ [kN]	$e$ [cm]	$T_u$ [kNm]	$M_{Rm}$ [kNm]	$V_{Rm,max}$ [kN]	$T_{Rm,max}$ [kNm]
ETK1-2	1166	2028	1166	-	-	2207	1858	-
ETK2-2	1462	2558	1462	7,5	110	2435	2458	355
ETK3-2	1397	2445	1397	15	209	2540	2585	355
ETK4-2	1167	2042	1167	26	304	2232	2517	355
ETK5-2	1280	2240	1280	7,5	96	2242	2500	355

### 5.2.3 Überprüfung der Interaktionsbedingung

#### 5.2.3.1 Bezogene Schnittgrößen im Bruchzustand

Tabelle 5-4 stellt die bezogenen Werte der zuvor ermittelten Schnittgrößen für Biegung, Querkraft und Torsion im Bruchzustand dar. Das primäre Versagen im TV2 war stets das Betonversagen in der Druckzone. Durch den sehr hohen Bügelbewehrungsgrad am Kragarm konnte ein Schubversagen ausgeschlossen werden.

Tabelle 5-4: Bezogene Schnittgrößen im Bruchzustand (TV2) der ETK Versuchsreihe, untere Grenzwerte des Ausnutzungsgrads gemäß DIN EN 1992-2/ NA

	ETK1	ETK2	ETK3	ETK4	ETK5
$\frac{M_u}{M_{Rm}}$	0,90	1,00	0,96	0,91	1,00
$\frac{V_u}{V_{Rm,max}}$	0,63	0,74	0,68	0,50	0,64
$\frac{T_u}{T_{Rm,max}}$	-	0,34	0,64	0,94	0,25

#### 5.2.3.2 Interaktion unter M+T

Die Ausnutzung der Biegetragfähigkeit lag bei allen Versuchen  $\frac{M_u}{M_{Rm}} > 90\%$ . Bei ETK2 wurde die Biegetragfähigkeit trotz des vorhandenen Torsionsanteils mit  $\frac{T_u}{T_{Rm,max}} = 35\%$  vollständig ausgenutzt.

Mit steigender Ausnutzung der Torsionstragfähigkeit bei ETK3  $\left(\frac{T_u}{T_{Rm,max}} = 64\%\right)$  erfolgte eine geringfügige Abnahme der Ausnutzung der Biegetragfähigkeit auf 96 %, während sie bei ETK4 unter hoher Torsionseinwirkung  $\left(\frac{T_u}{T_{Rm,max}} = 94\%\right)$  auf 91 % reduziert wurde. Die durchgeführten Versuche zeigten, dass eine direkte Interaktion zwischen Biegemoment und Torsion nur in geringem Maße auftritt. Die Überlagerung erfolgt primär durch die Längszugkraft infolge der Torsion, die zusammen mit dem Kräftepaar aus der Biegung wirkt, analog zur Versatzmaßregel bei Querkraft und Biegung. Untersuchungen von *Maurer* und *Stakalies* in [64] bestätigen, dass bei überwiegender Biegebeanspruchung diese Längszugkraft zunächst durch nicht ausgenutzte Bereiche der Längsbewehrung sowie der Spannglieder aufgenommen werden kann, bevor eine Interaktion mit der Biegezugkraft eintritt. Aufgrund dieses Mechanismus ist bei üblichen  $M/T$ -Verhältnissen im Brückenbau keine signifikante Reduktion der Biegetragfähigkeit infolge der Torsionseinwirkungen zu erwarten.

### 5.2.3.3 Interaktion unter V+T

Eine Interaktion zwischen Querkraft und Torsion ist deutlich stärker ausgeprägt als zwischen Biegung und Torsion, was sich klar in Tabelle 5-4 erkennen lässt. Bei ETK2 wird die Querkrafttragfähigkeit mit 74 % ausgenutzt. Mit steigender Torsionsbeanspruchung bei ETK3 sinkt die Querkraftausnutzung auf 68 %  $\left(\frac{V_u}{V_{Rm,max}} = 0,68\right)$ . Unter hoher Torsionseinwirkung  $\left(\frac{T_u}{T_{Rm,max}} = 0,94\right)$  fällt die Ausnutzung der Querkrafttragfähigkeit auf etwa 50 %. Bei ETK5 zeigt sich die fehlende Mitwirkung der Gurtplatte auf die Torsionstragfähigkeit deutlich. Bereits bei einer geringen Torsionsausnutzung von 25 %  $\left(\frac{T_u}{T_{Rm,max}} = 0,25\right)$  war die Querkrafttragfähigkeit nur zu 64 % ausgenutzt, bevor es zum Bruch kam. Bei schlanken *Homberg*-Querschnitten steht der geneigten Druckstrebe eine geringe Stegbreite zur Verfügung. Dadurch kommt es bei der Überlagerung der Hauptdruckspannungen in der Druckzone infolge von Querkraft ( $V_{Ed}$ ) und Torsion ( $T_{Ed}$ ) häufig zu Überschreitungen der Interaktionsbedingung [38].

Im deutschen Nationalen Anhang der aktuellen Bemessungsnorm DIN EN 1992-2/NA [17] wird entgegen dem EC 2 [18] zwischen den Voll- und Hohlkastenquerschnitten unterschieden. Während für Vollquerschnitte eine quadratische Interaktionsbedingung nach Gl. (5.5) angesetzt werden darf

$$\left(\frac{V_u}{V_{Rm}}\right)^2 + \left(\frac{T_u}{T_{Rm}}\right)^2 = 1 \quad \text{Einheitskreis mit Radius 1} \quad (5.5)$$

gilt für Hohlkastenquerschnitte eine strengere lineare Interaktionsbedingung gemäß Gl. (5.6).

$$\frac{V_u}{V_{Rm}} + \frac{T_u}{T_{Rm}} = 1 \quad \text{Gerade mit Steigung 1} \quad (5.6)$$

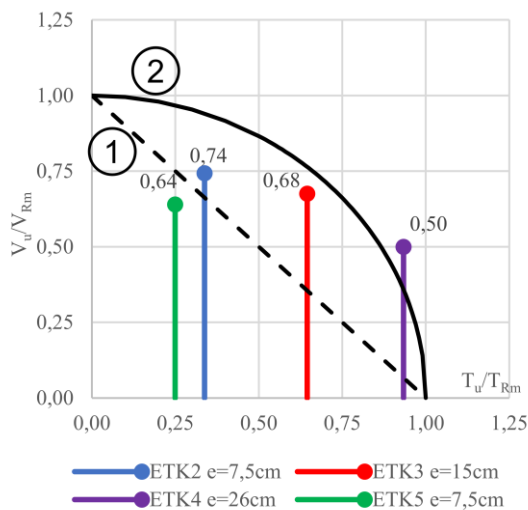
Die durchgeführten Versuche mit zusätzlicher Torsion (ETK2 bis ETK5) wurden hinsichtlich der Einhaltung der Interaktionsbedingung überprüft. Während bei der Bemessung ein Interaktionswert von  $< 1,0$  angestrebt wird, müssen die durchgeführten Versuche einen Wert  $> 1,0$  erreichen, da im Bruchzustand keine weitere Laststeigerung mehr möglich ist. Andernfalls würde die Interaktionsbedingung auf der unsicheren Seite liegen. Die nachfolgende Tabelle 5-5 fasst die ausgewerteten Interaktionsbedingungen nach DIN EN 1992-2/ NA zusammen. Bei der für Vollquerschnitte vorgesehenen quadratischen Interaktion liegt die Interaktionsbedingung bei drei der vier Versuchsträgern auf der unsicheren Seite. Die lineare Interaktion hingegen zeigt eine bessere Übereinstimmung, lediglich ETK5 (ohne Gurtplatte) liegt auf der unsicheren Seite.

Die Interaktionsbedingung beschreibt die maximale Tragfähigkeit des Betons unter kombinierter Beanspruchung aus Querkraft und Torsion. Bei Versuchsträger ETK5 trat ein Druckstrebenbruch auf, während die Bügeldehnungen in der Druckzone mit  $\varepsilon \approx 2\text{‰}$  nicht kritisch waren. Ein Bügelversagen als primäres Versagen konnte in diesem Versuch nicht beobachtet werden. Die rechnerische Auswertung in Tabelle 5-5 zeigt, dass die Interaktionsbedingung die Ursache für das Versagen war.

Tabelle 5-5: Unterschiedliche Interaktionsbedingungen gemäß DIN EN 1992-2/ NA mit  $v_1 = 0,75$

Interaktionsbedingung	ETK2 e=7,5 cm	ETK3 e=15 cm	ETK4 e=26 cm	ETK5 e=7,5 cm
(1) $\left(\frac{V_u}{V_{Rm}}\right)^2 + \left(\frac{T_u}{T_{Rm}}\right)^2$	0,67*	0,87*	1,12	0,47*
(2) $\frac{V_u}{V_{Rm}} + \frac{T_u}{T_{Rm}}$	1,08	1,32	1,43	0,89*

\* Werte auf der unsicheren Seite



**Interaktionsbedingung**

①  $\frac{V_u}{V_{Rm}} + \frac{T_u}{T_{Rm}} = 1$

②  $\left(\frac{V_u}{V_{Rm}}\right)^2 + \left(\frac{T_u}{T_{Rm}}\right)^2 = 1$

( $\cong$  Kreis mit R = 1)

$V_{Rm}$  und  $T_{Rm}$  berechnet mit  $v_v = 0,75 / v_T = 0,525$

Abbildung 5-6: Interaktionsbedingung bei  $V + T$ ,  $V_{Rm}$  und  $T_{Rm}$  berechnet mit  $v_v = 0,75 / v_T = 0,525$

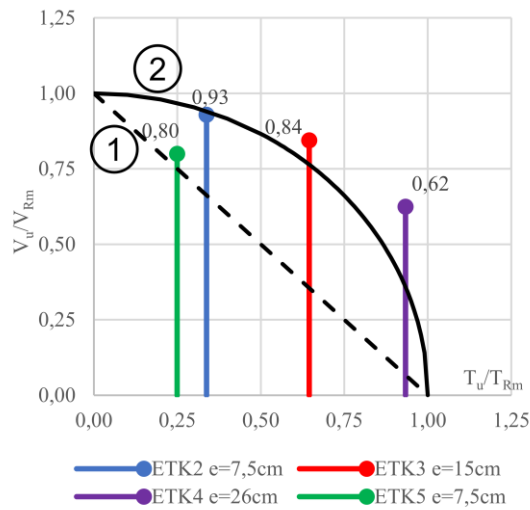
Abbildung 5-6 stellt die lineare und quadratische Interaktionsbedingungen graphisch dar. Da die Interaktionsbedingung nicht nur auf die Plattenbalkenquerschnitte begrenzt ist, muss diese auch bei ETK5 erfüllt sein. Bei der Abminderung der wirksamen Betonfestigkeit in der Druckstrebe mit

$v_1 = 0,60$ , wie es DIN EN 1992-2 vorsieht, erfolgt eine bessere Passung sowohl bei der linearen als auch der quadratischen Interaktionsbedingung (Abbildung 5-7 und Tabelle 5-6).

Tabelle 5-6: Unterschiedliche Interaktionsbedingungen gemäß DIN EN 1992-2/ NA mit  $v_1 = 0,60$

Interaktionsbedingung	ETK2 e=7,5 cm	ETK3 e=15 cm	ETK4 e=26 cm	ETK5 e=7,5 cm
(1) $\left(\frac{V_u}{V_{Rm}}\right)^2 + \left(\frac{T_u}{T_{Rm}}\right)^2$	0,98	1,13	1,26	<b>0,70*</b>
(2) $\frac{V_u}{V_{Rm}} + \frac{T_u}{T_{Rm}}$	1,28	1,49	1,56	1,05

\* Werte auf der unsicheren Seite



**Interaktionsbedingung**

①  $\frac{V_u}{V_{Rm}} + \frac{T_u}{T_{Rm}} = 1$

②  $\left(\frac{V_u}{V_{Rm}}\right)^2 + \left(\frac{T_u}{T_{Rm}}\right)^2 = 1$

(≙ Kreis mit R = 1)

$V_{Rm}$  und  $T_{Rm}$  berechnet mit  $v_v = 0,60 / v_T = 0,525$

Abbildung 5-7: Interaktionsbedingung bei  $V + T$ ,  $V_{Rm}$  und  $T_{Rm}$  berechnet mit  $v_v = 0,60 / v_T = 0,525$

**5.2.3.4 Diskussion Interaktionsbedingung**

Durch die durchgeführten experimentellen Untersuchungen wurden theoretische Modelle für die Interaktionsbedingung anhand realer Belastungssituationen validiert. Aus den Auswertungen der Versuchsergebnisse lässt sich schlussfolgern, dass die quadratische Interaktionsbedingung unter den untersuchten Bedingungen das Druckstrebenversagen nicht ausreichend gut abbildet und daher insbesondere im Hinblick auf Brückennachrechnungen nicht angewendet werden sollte. Um vorzeitigem Druckstrebenversagen bei Querkraftbeanspruchung entgegenzuwirken, sollte die effektive Betondruckfestigkeit flacher Druckstreben  $f_{cd} \cdot v_1$  konservativer mit  $v_1 = 0,6$  angesetzt werden. Der Abminderungsfaktor  $v_1 = 0,525$  in der Druckstrebe des fiktiven Hohlkastens bei Torsion bildet dagegen die Druckstrebentragfähigkeit gut ab.

Da die Auswertung auf einer geringen Versuchsanzahl basiert, sollten vor einer Generalisierung der Ergebnisse weitere Versuche mit schlankeren Stegabmessungen durchgeführt werden, die dem im Hinblick auf Druckstrebenversagen gefährdeten *Homborg*-Querschnitt stärker ähneln.

### 5.3 Bemessung der Gurtplatte für zusätzliche Torsion

In Kapitel 2.4.9 wurde die Mitwirkung der Gurtplatte bei reiner Torsionseinwirkung theoretisch untersucht. Die Berechnungen ergaben eine ca. 15 %-ige Beteiligung der Gurtplatte an der Aufnahme der Torsion, was im Hinblick der Querschnittsabmessungen bestehender Brücken als realistisch einzustufen ist. Zur Überprüfung dieser Mitwirkung wurde eine Gegenüberstellung der Versuchsträger ETK2 und ETK5 anhand eigener Versuche durchgeführt. Sowohl die Versuchsergebnisse in Kapitel 3 als auch die Erkenntnisse aus der FEM-Simulation in Kapitel 4 bestätigen die tatsächliche Beteiligung der Gurtplatte an der Aufnahme der Torsion unter den getesteten Bedingungen. Die Mitwirkung der Gurtplatte lässt sich vereinfacht als Verhältnis der Torsionssteifigkeit des Steges zur Gesamtsteifigkeit des Querschnitts im Zustand I gemäß Gleichung (5.7) ( $\delta_{\text{Gurt}}$ ) abschätzen.

$$\delta_{\text{Gurt}} = \frac{GI_{T,\text{Gesamt}}}{GI_{T,\text{Steg}}} \quad (5.7)$$

$$\Delta M_{T,\text{Gurt}} = \delta_{\text{Gurt}} \cdot M_T \quad (5.8)$$

Für die baupraktische Anwendung und zur Vermeidung einer Überschätzung sollte die Mitwirkung der Gurtplatte nicht mehr als 10 % des einwirkenden Torsionsmoments  $M_T$  betragen, was durch Versuche bestätigt wurden. Die Aufnahme des Anteils des Torsionsmoments durch die Gurtplatte, muss statisch nachgewiesen werden.

Mechanisch gesehen sind die Gurtplatte und der Steg über die Schubverzerrungen miteinander gekoppelt. Die Stegverdrillung überträgt sich in der gleichen Größenordnung auf die Platte ( $\vartheta'_{\text{Steg}} = \vartheta'_{\text{Platte}}$ ). Die Gurtplatte kann somit entsprechend ihrer eigener Torsionssteifigkeit Drillmomente aufnehmen. Somit steht das Drillmoment der Platte proportional zur Verdrillung  $\vartheta'$  und zur Torsionssteifigkeit der Gurtplatte  $G \cdot I_{T,\text{Gurt}}$ , also analog der Definition des Torsionsmoments, Gleichung (5.9). Die Gurtplatte wirkt dabei als torsionssteifer Flansch, der je nach der Durchbildung einen signifikanten Anteil der Torsion aufnehmen kann.

$$\Delta M_{T,\text{Gurt}} = G \cdot I_{T,\text{Gurt}} \cdot \vartheta' \quad (5.9)$$

Zur Entwicklung einer baupraktisch vereinfachten Bemessung wird vorgeschlagen, den in die Gurtplatte einzuleitenden Anteil des Torsionsmoments  $\Delta M_{T,\text{Gurt}}$  durch ein äquivalentes Drillmoment  $m_{xy,\text{Gurt}}$  an Plattenanschnitten anzusetzen, Abbildung 5-8 (a). Dieses Drillmoment führt in der Gurtplatte zu umlaufenden Schubflüssen, die in Form der Schubkraftresultierenden  $n_{xy}$  entlang des oberen und unteren Plattenrands des aufgeschnitten gedachten Gurts auftreten, Abbildung 5-8 (b). Die umlaufenden Schubkräfte werden durch die Zugkräfte in der Plattenbewehrung ( $a_{sx}, a_{sy}$ ) und durch das geneigte Druckfeld in der Platte  $n_c$  ins Gleichgewicht gebracht, Abbildung 5-8 (c). Die Neigung des Druckfelds  $\theta$  kann wahlweise aus der Neigung der Druckstreben im Steg übernommen oder vereinfacht mit  $\theta = 45^\circ$  angesetzt werden.

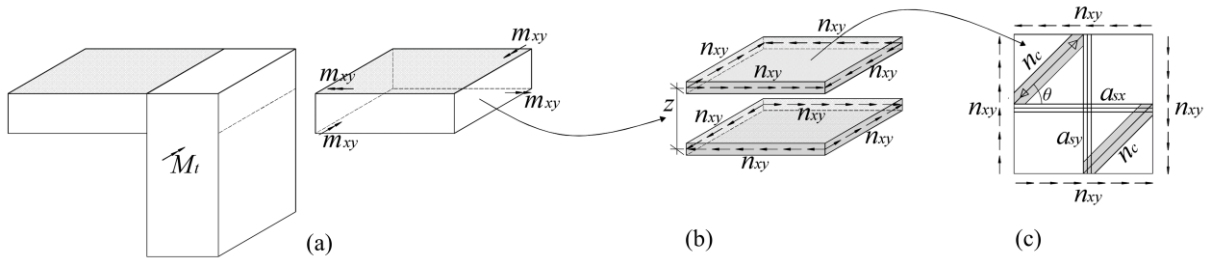


Abbildung 5-8: Einleitung der Schubkräfte in Plattenelement, (a) Randdrillmomente, (b) umlaufende Schubkräfte, (c) Kräftegleichgewicht am Plattenelement in Anlehnung an [71]

Mit zunehmender Gurtbreite steigt das Torsionsträgheitsmoment der Platte, wodurch auch der Anteil des von ihr aufgenommenen Drillmoments zunimmt. In der Parameterstudie in Kapitel 4.4.3 konnte numerisch bestätigt werden, dass ab einer bezogenen Flanschbreite  $b_f/b_w = 2,3$  die Torsionsumlagerung in die Platte nicht mehr zunimmt. Der Umlagerungsbereich kann daher auf  $b_f/b_w = 2,3$  begrenzt werden.

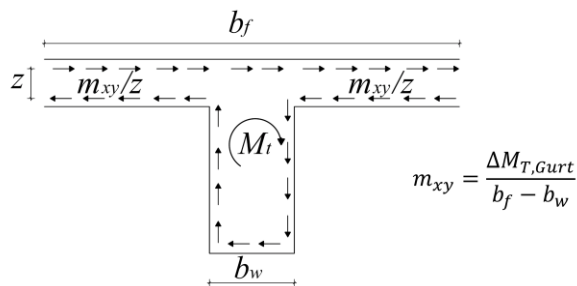


Abbildung 5-9: Zusammenhang zwischen dem Torsionsmoment im Steg und dem Drillmoment in der Gurtplatte

Die einachsige Beanspruchung in x- und y-Richtung werden direkt von der Bewehrung in der Platte  $a_{sx}$  und  $a_{sy}$  aufgenommen. Die Bemessung der Bewehrung kann unter Zuhilfenahme der nachfolgenden Gleichungen auf dem Bemessungsniveau durchgeführt werden.

$$m_{xyd} = \frac{\Delta M_{Td,Gurt}}{b_f - b_w} \quad (5.10)$$

$$n_{xyd} = \frac{m_{xyd}}{z} \quad (5.11)$$

$$a_{sx} = a_{sy} = \frac{n_{xyd}}{f_{yd}} \quad \text{bzw.} \quad a_{sx} = a_{sy} = \frac{m_{xyd}}{z \cdot f_{yd}} \quad (5.12)$$

Der Anteil des Torsionsmoments, der über Drillmomente in die Gurtplatte eingeleitet wird, muss im Stegquerschnitt nicht mehr durch die Torsionsbügelbewehrung aufgenommen werden. Dadurch reduziert sich der erforderliche Torsionswiderstand des Stegs, was zur Folge hat, dass ein größerer Anteil der vorhandenen Bügelbewehrung zur Aufnahme der Querkraft aktiviert werden kann.

## 5.4 Betrachtung des Ingenieurmodells EDBM bei zusätzlicher Torsion

### 5.4.1 Druckbögen aus FEM

Im Rahmen der FEM-Simulationen wurden durch die Integration der Normalspannungen die Druckbogenverläufe der Versuchsträger ETK1 ohne bis ETK2-ETK5 mit zusätzlicher Torsion bestimmt. Bei einem Vergleich der Verläufe aller Träger bei der Referenzlast von 1200 kN (Einzellast am Kragarm) zeigt sich, dass alle Druckbögen einen ähnlichen Verlauf aufweisen (Abbildung 5-10). Der für die Querkraftbemessung relevante Bereich befindet sich im Stützbereich der Versuchsträger, der im dargestellten Diagramm zwischen -2,5 m und +2,5 m verläuft. Das „Oszillieren“ des Verlaufs im Feldbereich ist auf numerisch bedingte Schwankungen in den Spanngliedkräften zurückzuführen, was jedoch außerhalb des für die Querkraftbemessung relevanten Bereichs liegt.

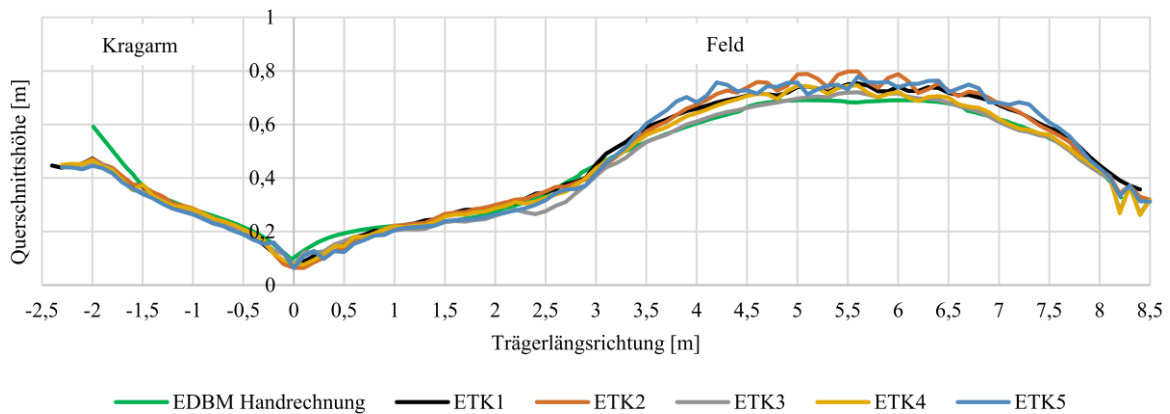


Abbildung 5-10: Gegenüberstellung der Druckbogenverläufe mit und ohne Torsion

Die Ermittlung der simulierten Druckbogenverläufe erfolgt, wie bereits in Kapitel 4.2 erläutert, durch die Integration der Drucknormalspannungen über die Breite des Querschnitts. Auf diese Weise wird die Spannungsverteilung in eine resultierende Normalkraft überführt, die als Linie entlang der Trägerlänge dargestellt wird. Abbildung 5-11 zeigt die Verläufe der Normalspannungen in ausgewählten Schnitten der Versuchsträger ETK1 (ohne Torsion) sowie ETK2 und ETK3 (mit Torsion). Das Auftreten von Torsion beeinflusst die Normalspannungsverteilung durch das Überlagern umlaufender Schubspannungen. Wird der Druckbogen näherungsweise als Band betrachtet, so führt die Torsion zu einer Neigung dieses Druckbands.

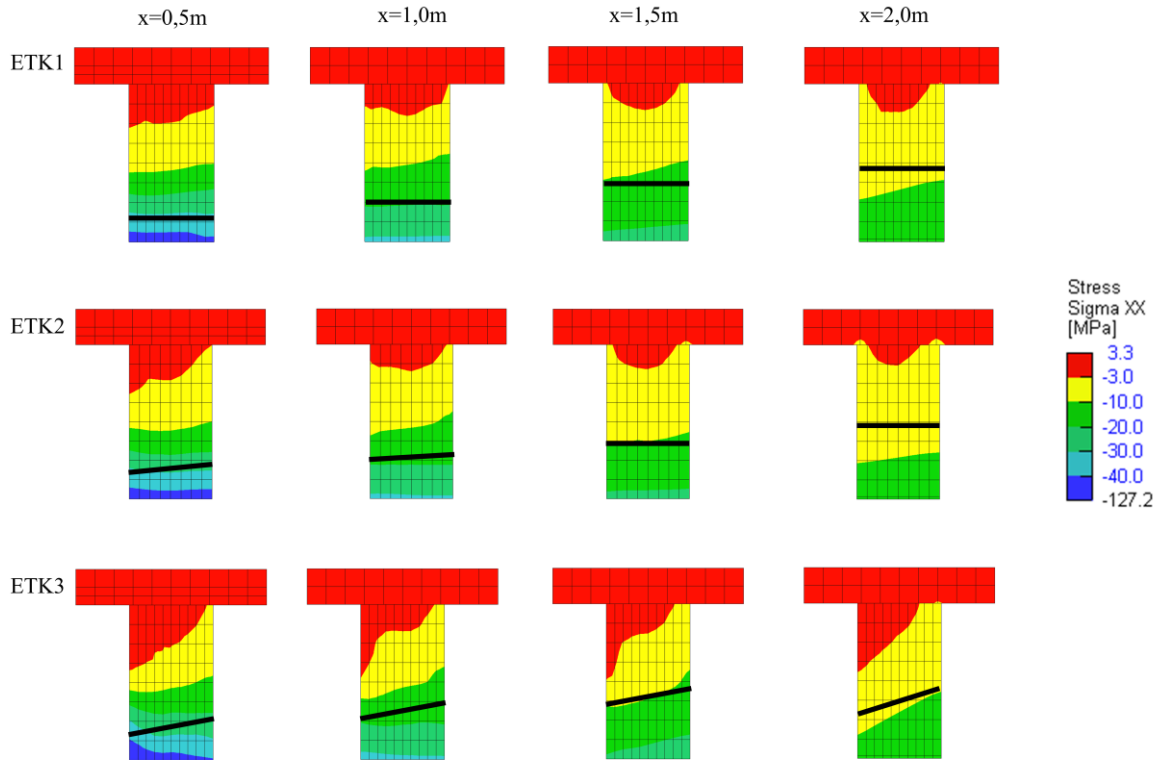


Abbildung 5-11: Drucknormalspannung  $\sigma_{xx}$  aus FEM in ausgewählten Schnitten bei ETK1

Bei einer räumlichen Darstellung der über die Querschnittsbreite verteilten Druckresultierenden  $F_c$  ergibt sich unter einer reinen Biegebeanspruchung ein in Querrichtung horizontaler Bogenverlauf (siehe Abbildung 5-12 Teilbild (a)). Liegt hingegen eine zusätzlichen Torsionseinwirkung vor, verdreht sich der Bogen in Querrichtung der Torsion (siehe Abbildung 5-12 Teilbild (b)). Infolgedessen verläuft der Druckbogen auf der lastzugewandten Seite flacher als auf der lastabgewandten, sodass sich die räumlichen Verläufe beider Hälften voneinander unterscheiden.

Wird der Druckbogen jedoch als Linie auf seine Schwertsachse reduziert, indem die Druckkräfte über die Stegbreite integriert werden, fallen die Wirkungsachsen beider Hälften zusammen (siehe Abbildung 5-12 Teilbild (c)) Dies bestätigt die zuvor aus den FEM-Simulationen ermittelten Druckbogenverläufe.

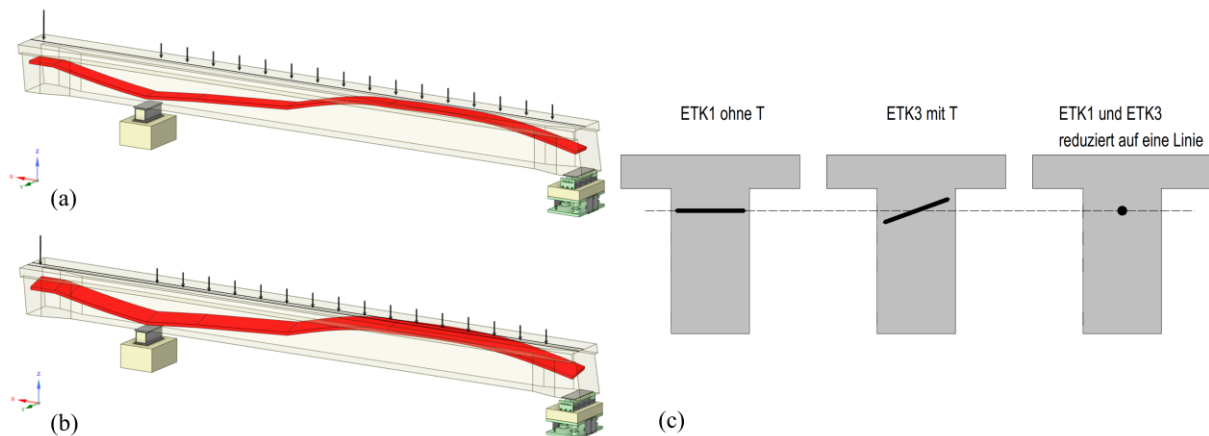


Abbildung 5-12: Prinzipskizze: Räumliche Darstellung eines Druckbogens  
 (a) Belastung ohne Torsion, (b) Belastung mit Torsion, (c) Darstellung im Querschnitt

Da die Verläufe der Druckbögen aus der FEM durch die zusätzliche Torsionsbeanspruchung unverändert bleiben, stellte sich die Frage nach der Größe der Druckkräfte in den einzelnen Bögen. Zu diesem Zweck wurden die Druckkraftresultierenden bei einer Referenzlast von 1200 kN am Kragarm gegenübergestellt (Abbildung 5-13). Die Geometrie der Versuchsträger mit und ohne Torsion unterscheidet sich lediglich durch das Vorhandensein von Querträgern bei zusätzlicher Torsionsbeanspruchung. Diese Querträger übernehmen einen wesentlichen Anteil der Druckkräfte, haben jedoch keinen Einfluss auf den Querkraftnachweis. Zur besseren Vergleichbarkeit der Verläufe wurde zusätzlich eine Simulation des Versuchsträgers ETK1 mit Querträgern in den Auflagerachsen, jedoch ohne Torsion, durchgeführt.

Teilbild (a) zeigt, dass die Druckkräfte entlang der Trägerlänge, mit Ausnahme der Versuchsträger ETK5 (ohne Gurtplatte), nahezu identisch verlaufen. Die Versprünge bei 0 m und 8,25 m sind auf die Querträger zurückzuführen, die bei der Integration der Drucknormalspannungen nicht berücksichtigt wurden. Teilbild (b) zeigt den für die Querkraftbemessung relevanten Bereich. Wird die Nachweisstelle bei 1,0d ( $\sim 0,65$  m) gewählt, ergeben sich nahezu identische Druckkräfte.

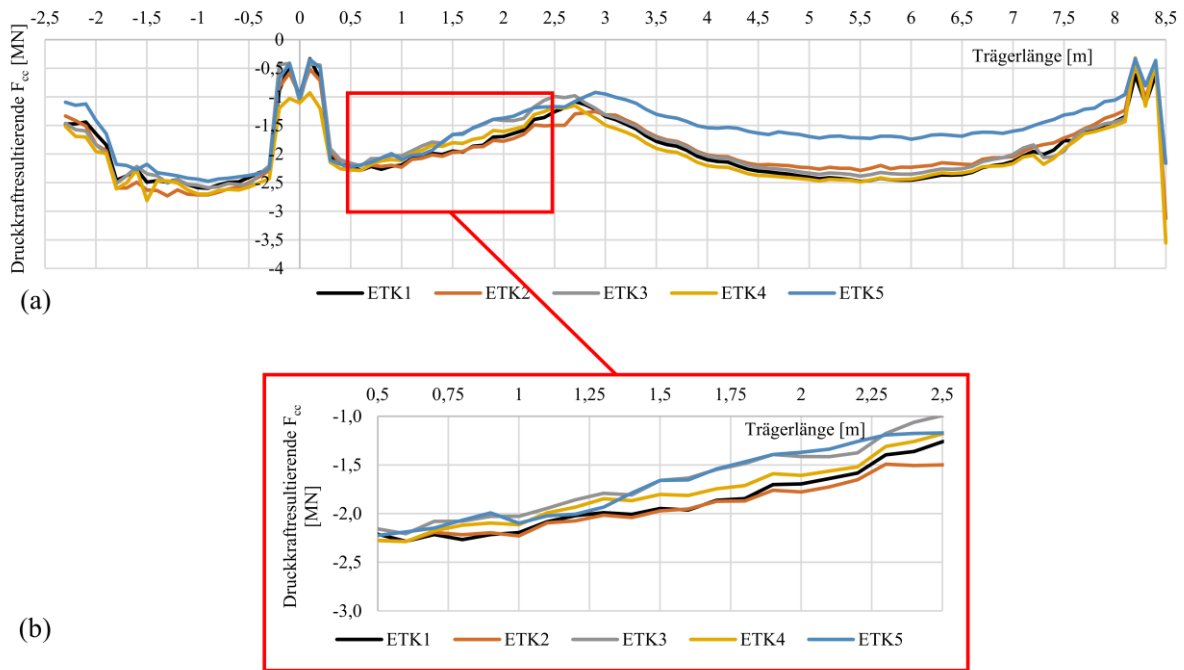


Abbildung 5-13: Druckkraftresultierende  $F_{cc}$  [MN] aus FEM bei 1200 kN am Kragarm, Teilbild (a) Verlauf über die gesamte Trägerlänge, Teilbild (b) signifikanter Bereich beim Querkraftnachweis

Auf Grundlage der an den Großversuchen kalibrierten FEM-Untersuchungen kann folgende Aussage getroffen werden:

**Die zusätzliche Torsion hat bei überwiegender Biegung keine signifikante Auswirkung auf den Verlauf des Druckbogens und die Höhe der resultierenden Druckkraft.**

#### 5.4.2 Längszugkraft infolge Torsion

Durch die Umlenkung des umlaufenden Torsionsschubs im räumlichen Fachwerkmodell wird eine Längszugkraft  $F_{sl}$  gemäß Gl. (2.65) aktiviert, die durch eine zusätzliche Torsionslängsbewehrung abgedeckt werden muss. Mit der analytischen Methode nach *Maurer* und *Stakalies* [64] wurde gezeigt, dass die Längszugkraft bzw. die erforderliche Torsionslängsbewehrung bei kombinierter Beanspruchung ( $M+V+T$ ) mit überwiegender Biegung im Vergleich zu der Bemessung für reine Torsion ( $T$ ) nach DIN EN 1992-2/NA durch Aktivierung der Tragreserven nicht voll ausgenutzter Spannglieder deutlich reduziert werden kann, wenn diese Längszugkraft näherungsweise beim Biegenachweis berücksichtigt wird. Diese wird zusätzlich zu den Schnittgrößen aus den äußeren Lasten mit angesetzt. Dabei wird ein gemeinsames Kräftegleichgewicht gefunden, auf dessen Grundlage die erforderliche Längsbewehrung ermittelt und mit der vorhandener Längsbewehrung verglichen werden kann. Für weitere Einzelheiten siehe *Stakalies* [86].

### 5.4.3 Berücksichtigung der Längszugkraft beim EDBM

Die Bestimmung des Druckbogens erfolgt ausschließlich durch die Berücksichtigung der Dehnungsebenen aus dem Biegenachweis in diskreten Schnitten entlang der Trägerlängsachse, siehe Kapitel 2.7.3. Die Längszugkraft infolge der Querkraft  $F_{cwh}$  nach dem EDBM erzeugt zusätzlich zwei gleichgroße Kräfte, die entgegengesetzt zur Wirkungsrichtung der Versatzmaßkraft gerichtet sind ( $0,5F_{cwh}$ ).

Die Druckkraftverläufe in Abbildung 5-13 haben gezeigt, dass bei der Ermittlung des Druckbogens nach dem erweiterten Druckbogenmodell (EDBM) keine zusätzliche Längszugkraft berücksichtigt werden muss.

### 5.4.4 Zusammenfassung

In den Versuchen wurde festgestellt, dass eine zusätzlichen Torsionsbeanspruchung bei überwiegender Biegung zu keiner signifikanten Erhöhung der Druckkraftresultierenden führt. Folglich ist bei der Ermittlung des Druckbogens keine zusätzliche Längskraft anzusetzen. Das Druckbogenmodell (EDBM) bleibt somit unter kombinierten Belastungen von Biegung, Querkraft und Torsion anwendbar. Die Gleichungen zur analytischen Druckbogenermittlung nach Gleich [30] können daher auch bei Torsionsbeanspruchung zuverlässig angewendet werden.

## 5.5 Beantwortung der Forschungsfragen

Die Forschungsfragen wurden bereits in den Kapiteln 2 bis 4 teilweise bereits beantwortet. Hier folgt die Zusammenfassung.

*(1) Welche zusätzlichen Tragfähigkeitsreserven ergeben sich bei Plattenbalken-Durchlaufsystemen unter kombinierter  $M+V+T$ -Beanspruchung bei Gleichstreckenlast, und wie können diese im Rahmen der Brückennachrechnung berücksichtigt werden?*

Die vorgestellten Parameteruntersuchungen bestätigen die Ergebnisse der eigenen experimentellen Untersuchungen aus Kapitel 3. Es konnte verifiziert werden, dass bislang unausgenutzte Tragreserven der Biegebewehrung sowie der Spannglieder einen Teil der Torsionslängszugkraft aufnehmen können. Darüber hinaus wurde die aktive Beteiligung der Gurtplatte am Torsionslastabtrag eindeutig bestätigt und in Kapitel 5.3 quantifiziert.

*(2) Inwieweit führt die in DIN EN 1992-2/NA formulierte Interaktionsbedingung für Plattenbalkenquerschnitte unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion auf eine sichere Bemessung. Zudem, welchen Einfluss hat eine Rissbildung auf den Abminderungsfaktor der Betondruckfestigkeit?*

Die quadratische Interaktionsbedingung in DIN EN 1992-2/NA ist für die sichere Bemessung von Plattenbalkenquerschnitten unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion

ungeeignet, da sie zu einer unsicheren Bemessung führen kann. Eine konservativere Annahme für die effektive Betondruckfestigkeit  $v \cdot f_{cd}$  bei flachen Druckstreben bei Querkraft mit einem Abminderungsfaktor von  $v = 0,6$  führt zu einer realistischeren Einschätzung in den gerissenen Bereichen. Der Abminderungsfaktor  $v_1 = 0,525$  in der Druckstrebe des fiktiven Hohlkastens bei Torsion bildet die Druckstrebentragfähigkeit hinreichend genau ab. Eine angepasste lineare Interaktionsbedingung, die die Betonfestigkeit und das  $M/T$ -Verhältnis differenziert berücksichtigt, bietet eine bessere Übereinstimmung mit dem Tragverhalten und verbessert sowohl die Bemessungssicherheit als auch die Wirtschaftlichkeit. Weitere Versuche mit schlankeren Stegabmessungen könnten die Ergebnisse weiter validieren und zu einer umfassenderen Anpassung der Interaktionsbedingungen führen.

*(3) Ist die Anwendbarkeit des Druckbogenmodells (DBM) bzw. des erweiterten Druckbogenmodells (EDBM) auch bei einer kombinierten Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion grundsätzlich gegeben? Hat die zusätzliche Torsion einen Einfluss auf die Dehnungsebene des Betons und den Verlauf des Druckbogens?*

Die Anwendbarkeit des Druckbogenmodells (DBM) und des erweiterten Druckbogenmodells (EDBM) bei kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion mit überwiegender Biegung bleibt gegeben. Die Lage und Größe der Druckresultierenden werden durch zusätzliche Torsion nicht beeinflusst. Die numerische Integration der Spannungen an den Versuchsträgern ETK1 bis ETK5 zeigt, dass die Veränderung des Druckbogenverlaufs bei der Berücksichtigung der Torsion geringfügig ist und keine signifikanten Auswirkungen auf die Querkraft- oder Biegebemessung hat. Somit bleibt das Druckbogenmodell auch bei zusätzlicher Torsion anwendbar.

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

### 6.1 Zusammenfassung

Mit der Versuchsreihe ETK („Einfeldträger mit Kragarm“) wurde die Tragfähigkeit von Spannbetonträgern unter einer kombinierten Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion untersucht. Beim Referenzträger ETK1 ohne Torsionseinwirkung wurde ein sekundäres Betonversagen durch Abplatzungen des Betons in der Druckzone und ein Ablösen der Betondeckung infolge ausgeprägter Bügeldehnungen beobachtet. Die Versuchsträger ETK2 bis ETK5 wurden mit zusätzlicher Torsion getestet. Die Ergebnisse bestätigten, dass eine zusätzliche Torsionsbewehrung gemäß dem Bemessungsmodell aus Kapitel 3.2.1 die Torsionseinwirkung aufnehmen und darüber hinaus die Traglast sogar noch etwas steigern kann. Bei ETK4 mit steilerer Druckstrebenneigung führte durch die Umlagerung der inneren Kräfte zu einer höheren Beanspruchung in der Bügelbewehrung bei gleichzeitiger Entlastung der Längsbewehrung. Der Träger ETK5, der ohne Gurtplatte getestet wurde, wies eine reduzierte Tragfähigkeit auf, was die Bedeutung der Plattenmitwirkung für den Torsionswiderstand unterstreicht. Insgesamt konnte gezeigt werden, dass im Hinblick auf die Nachrechnung der Bestandsbrücken eine schwache vorhandene Schubbewehrung durch eine gezielte Wahl der Druckstrebenneigung in den getesteten Grenzen optimal ausgenutzt werden kann.

Die numerische Simulation der Versuchsträger mittels nichtlinearer Finite-Elemente-Methoden (FEM) diente der Kalibrierung von Materialmodellen und der Untersuchung von Parametern, die in Versuchen nicht variiert werden konnten. Die Simulationen wurden mit ATENA Studio v5 durchgeführt, wobei sowohl das Tragverhalten der untersuchten Träger als auch die Druckbogenverläufe analysiert wurden. Die Ergebnisse zeigten eine gute Übereinstimmung zwischen den experimentellen Daten und den FEM-Berechnungen, insbesondere bei den Last-Durchbiegungskurven sowie den Dehnungsverläufen in der Bewehrung. Zusätzlich wurden an kalibrierten Materialmodellen weitergehende Parameterstudien durchgeführt, um den Einfluss der Vorspannung, Gurtplattenbreite und Torsionsbeanspruchung auf die Tragfähigkeit zu untersuchen. Dabei wurde insbesondere die Übertragbarkeit des erweiterten Druckbogenmodells (EDBM) auf Systeme mit zusätzlicher Torsion durch die FEM-Simulationen bestätigt. Insgesamt bestätigten die Simulationsergebnisse, dass eine Lastumlagerung in die Gurtplatte stattfindet und dabei die Bügelbewehrung in den Stegen entlastet, was bei schwachbewehrten Brückenquerschnitten im Zuge der Nachrechnung vorteilhaft ist. Darüber hinaus konnten durch die FEM-Simulationen die bereits durch die Auswertung der Versuchsergebnisse festgestellten Defizite in der Interaktionsbedingung bestätigt werden.

Im ersten Teilversuch sollte das Bemessungsmodell für die zusätzliche Torsionsbewehrung validiert werden. Die ersten Teilversuche an ETK2 bis ETK5 zeigten, dass das bestehende Bemessungsmodell für zusätzliche Torsionsbewehrung nach *Maurer* und *Stakalies* [64] die Tragfähigkeit zuverlässig abbildet und zu einer sicheren Bemessung führt.

Im zweiten Teilversuch wurde die Interaktionsbedingung der Druckzone gemäß DIN EN 1992-2/NA überprüft. Besonders signifikant erwies sich die Interaktion zwischen Querkraft und Torsion. Mit zunehmender Torsionsbeanspruchung sank die Querkrafttragfähigkeit erheblich. So verringerte sich die Querkrafttragfähigkeit bei hoher Torsion um bis zu 50 %, was die Interaktion beider Beanspruchungen unterstreicht. Die Versuchsauswertung ergab zudem, dass die quadratische Interaktionsbedingung für Vollquerschnitte nach DIN EN 1992-2/NA tendenziell unsicher ist, während die lineare Interaktionsbedingung eine realistischere Einschätzung der Tragfähigkeit abbildet.

Basierend auf diesen Erkenntnissen wurden Anpassungen in der Nachweisführung vorgeschlagen. Dabei wurde insbesondere berücksichtigt, dass eine Rotation der Druckstreben innerhalb bestimmter Grenzen möglich ist, wodurch die Tragfähigkeitsreserven der schwachbewehrten Brückenquerschnitte besser genutzt werden können.

### Fazit und Empfehlungen

Die experimentellen Untersuchungen der ETK-Reihe liefern wertvolle Erkenntnisse für die Nachrechnung von Spannbetontträgern unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion. Folgende wesentliche Erkenntnisse konnten gezeigt werden:

- Es konnte experimentell bestätigt werden, dass die Wahl der Druckstrebenneigung gezielt in den getesteten Grenzen angepasst werden kann, um entweder die vertikale Zugstrebe (Bügel) oder die horizontale Torsionslängsbewehrung zu entlasten.
- Die Berücksichtigung der Mitwirkung der Gurtplatte bei zusätzlicher Torsionseinwirkung kann begrenzt auf 10 % vereinfacht über das Verhältnis der Torsionssteifigkeiten mit und ohne Gurtplatte praxistauglich erfolgen. Die erforderliche Torsionsbügelbewehrung kann durch die Berücksichtigung der Gurtplatte geringer ausfallen als nach der aktuell gültigen Norm DIN EN 1992-2/NA.
- Die Interaktionsbedingungen in DIN EN 1992-2/NA für Querkraft und Torsion sollte überarbeitet werden, da die bestehenden normativen Vorgaben nicht für alle Fälle eine sichere Bemessung ergeben. Eine praxistaugliche Lösung liefert die Anwendung der linearen Interaktionsbedingung bei Plattenbalkenquerschnitten in Kombination mit dem Abminderungswert der Betondruckfestigkeit bei Querkraftbeanspruchung mit flachen Druckstreben von  $\nu = 0,6$ . Es ist denkbar, eine gewichtete Interaktionsbedingung zu entwickeln, denn die Querkraft- und Torsionsbeanspruchung haben bei überwiegender Biegung nicht den gleichen Einfluss hinsichtlich der Beanspruchung.
- Die Anwendbarkeit des erweiterten Druckbogenmodells (EDBM) konnte bei kombinierter Beanspruchung aus  $M+V+T$  unter vorwiegender Biegebeanspruchung bestätigt werden. Die Lage und Größe der Druckresultierenden werden durch zusätzliche Torsion nicht beeinflusst.

## 6.2 Ausblick

Zu einer besseren Abschätzung der Gurtplattenmitwirkung unter einer kombinierten Beanspruchung bei Biegung, Querkraft und Torsion könnten weitere Versuche mit abgestuften Gurtbreiten und -höhen durchgeführt werden. Die unterschiedlichen Vorspanngrade können in diesem Zusammenhang ebenfalls variiert werden. Es ist denkbar, eine Gleichung zu entwerfen, die in Abhängigkeit von der Normalspannung  $\sigma_{cp}$  sowie der Querschnittsgeometrie die Mitwirkung der Gurtplatte bei Betonquerschnitten analytisch abschätzt.

Das Phänomen des sekundären Betonversagen stellt zwar bei breiten Brückenstegen kein akutes Problem dar, jedoch bewirkt der Verlust der Betondeckung an schmalen „Homberg“-Querschnitten möglicherweise ein sprödes Versagen.

Das anschauliche und mechanisch begründete EDBM ist momentan in Stufe 4 der BEM-ING und kommt bei der Nachrechnung von Bestandsbrücken nur in besonderen Fällen zum Einsatz. Es ist erstrebenswert, die Entwicklung des EDBM auf eine Querschnittsebene zu bringen, indem die Lage ausgewählter Nachweisschnitte präzisiert wird, um die Einordnung in die Stufe 2 der NRR zu ermöglichen.



## 7 Literaturverzeichnis

- [1] *Barré de Saint-Venant, A.-J.-C.*: Mémoire sur la torsion des prismes, avec des considérations sur leur flexion ainsi que sur l'équilibre intérieur des solides élastiques en général, et des formules pratiques pour le calcul de leur résistance à divers efforts s'exerçant simultanément, S.I., 1856.
- [2] *Beck, H.*: Ein Beitrag zum Problem des zweistegigen symmetrischen Plattenbalkens unter einseitiger Belastung. Dissertation. Technische Hochschule Darmstadt, 1953.
- [3] *Bredt, R.*: Kritische Bemerkungen zur Drehungselastizität. *In: Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure* 40, Heft 28, S. 785-790, 1896.
- [4] *Bredt, R.*: Kritische Bemerkungen zur Drehungselastizität. *In: Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure* 40, Heft 29, S. 813-817, 1896.
- [5] *Bundesministerium für Verkehr und digitale Infrastruktur*: Brücken und Tunnel der Bundesfernstraßen Ausgabe diverse Ausgaben 1994-2019.
- [6] *Bundesministerium für Verkehr und digitale Infrastruktur*: Bericht "Stand der Modernisierung von Brücken der Bundesfernstraßen" Ausgabe 2020.
- [7] *Caflisch, R.; Krauss, R.; Thürlimann, B.*: Biege- und Schubversuche an teilweise vorgespannten Betonbalken, Serie C. Bericht 6504-3, Institut für Baustatik, ETH Zürich, Basel, 1971.
- [8] *Caflisch, R.; Thürlimann, B.*: Schubversuche an teilweise vorgespannten Betonbalken. Bericht 6504-2, Institut für Baustatik, ETH Zürich, Basel, 1970.
- [9] CEB-FIP Model Code 1990 – Design Code. Thomas Telford, London, 1993.
- [10] *Cervenka, V.*: Constitutive Model for Cracked Reinforced Concrete. *In: ACI Journal Proceedings* 82, Heft 6, S. 877-882, 1985. <https://doi.org/10.14359/10409>.
- [11] *Cervenka, V.; Jendele, L.; Cervenka, J.*: ATENA Theory Manual, Prague, 2021.
- [12] *Chantrain, N.*: Untersuchung der Rissverzahnungskräfte im Hinblick auf die Querkraftkomponente – Bachelorarbeit. TU Dortmund, 2022.
- [13] DIN 4227: 1953 - Spannbeton - Richtlinien für Bemessung und Ausführung.
- [14] DIN 4227: 1988 - Spannbeton - Bauteile aus Normalbeton mit beschränkter oder voller Vorspannung.
- [15] DIN EN 12390-1:2021 - Prüfung von Festbeton. Teil 1, Form, Maße und andere Anforderungen für Probekörper und Formen.
- [16] DIN EN 1992-1-1:2021 Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken. Teil 1-1, Allgemeine Regeln - Regeln für Hochbauten, Brücken und Ingenieurbauwerke.
- [17] DIN EN 1992-2/NA:2013-04 - National festgelegte Parameter- Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 2: Betonbrücken Bemessungs- und Konstruktionsregeln.

- [18] DIN EN 1992-2:2010-12 - Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken- Teil 2: Betonbrücken, Bemessungs- und Konstruktionsregeln.
- [19] DIN EN ISO 6892-1:2020-06 - Metallische Werkstoffe, Zugversuch Teil 1: Prüfverfahren bei Raumtemperatur.
- [20] *Dommes, C.*: Traglastreserven von Spannbetonbrücken unter Querkraftbeanspruchung, Dissertation, 2026.
- [21] *Drucker, D.C.; Prager, W.*: Soil mechanics and plastic analysis or limit design. *In: Quarterly of Applied Mathematics*, Vol. 10, Iss. 2, pp. 157-165, 1952. <https://doi.org/10.1090/qam/48291>.
- [22] *Dyngeland, T.*: Behaviour of reinforced concrete panels – An experimental study of reinforced concrete panels subjected to uniaxial tensile stresses and to combined tensile and compressive stresses. Dissertation, BK-rapport, vol. 89 no. 1, Universität Trondheim, 1989.
- [23] *Eibl, J.; Ivanyi, G.*: Ein Beitrag zur Torsion des zweistegigen Platenbalkens. *In: Beton- und Stahlbetonbau* 8/1977, S. 193-197, . <https://doi.org/10.1002/best.197700340>.
- [24] *Eibl, J.; Ivanyi, G.*: Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit von Randbalken bei Stahlbetondecken – Schlussbericht. Institut Baustoffkunde und Stahlbetonbau, Heft 30, Braunschweig, 1974.
- [25] *Eibl, J.; Neuroth, U.*: Untersuchungen zur Druckfestigkeit von bewehrtem Beton bei gleichzeitig wirkendem Querzug – Abschlußbericht zum Forschungsvorhaben: Contract IV-1-5-394-84. Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, Heft 2024, Stuttgart, 1988.
- [26] *Fehling, E.; Leutbecher, T.; Röder, F.-K.*: Zur Druck-Querzug-Festigkeit von Stahlbeton und stahlfaserverstärktem Stahlbeton in scheibenförmigen Bauteilen, Schriftenreihe Baustoffe und Massivbau Heft 11, Universität Kassel, 2008.
- [27] *Fib Model Code for Concrete Structures 2010*. Wiley, Lausanne, 2013.
- [28] *Francke, W.; Friemann, H.*: Schub und Torsion in geraden Stäben. Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden, 2005.
- [29] *Fuchssteiner, W.*: Über den Kraftfluß in gerissenen Systemen. *In: bau+ bauindustrie* 28, Heft 12, 1969.
- [30] *Gleich, P.*: Das Erweiterte Druckbogenmodell zur Beschreibung des Betontraganteils bei Querkraft. Dissertation, Heft 12. TU Dortmund, 2020.
- [31] *Gleich, P.; Kattenstedt, S.; Maurer, R.*: Erweitertes Druckbogenmodell für die Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit von Stahl- und Spannbetonbalken. *In: in, Beton- und Stahlbetonbau* 111, Heft 5, S. 268-277, 2016. <https://doi.org/10.1002/best.201600008>.
- [32] *Gleich, P.; Maurer, R.*: Erweitertes Druckbogenmodell zur Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit im Bereich von Innenstützen. *In: Technische Akademie Esslingen (TAE), Tagungsband*, S. 93-101, 2016.

- [33] *Haveresch, K.-H.*: Erfahrungen bei Nachrechnung und Verstärkung von Brücken. *In: Beton- und Stahlbetonbau* 110, Heft 2, S. 96-112, 2015. <https://doi.org/10.1002/best.201400102>.
- [34] *Haveresch, K.-H.; Maurer, R.; Frass, S.*: Bemessung und Konstruktion von Betonbrücken nach Eurocode 2-2. *In: Bauingenieur* 87, Heft 12, S. 527-540, 2012.
- [35] *Hegger, J.; Fischer, O.; Maurer, R. et al.*: Experimentelle und theoretische Untersuchungen zur Querkraft- und Torsionstragfähigkeit von Brücken im Bestand – FE 15.0664.2019.DRB - Schlussbericht. Bundesanstalt für Straßenwesen, Bergisch Gladbach, 2023.
- [36] *Hegger, J.; Fischer, O.; Maurer, R. et al.*: Nachrechnungen von Spannbetonbrücken mit Verfahren der Nachrechnungsstufe 4. *In: Bauingenieur* 99, 01-02, S. 12-21, 2024. <https://doi.org/10.37544/0005-6650-2024-01-02-34>.
- [37] *Hegger, J.; Fischer, O.; Maurer, R. et al.*: Querkraft und Torsion – zukünftige Ansätze und Potenziale in Stufe 2 der Nachrechnungsrichtlinie. *In: Bauingenieur* 99, 01-02, S. 1-11, 2024. <https://doi.org/10.37544/0005-6650-2024-01-02-23>.
- [38] *Hegger, J.; Maurer, R.; Fischer, O. et al.*: Beurteilung der Querkraft- und Torsionstragfähigkeit von Brücken im Bestand - erweiterte Bemessungsansätze – Schlussbericht FE 15.0591/2012/FRB. *In: BASt* 2020,
- [39] *Hegger, J.; Sherif, A.; Görtz, S.*: Analysis of Pre- and Post-cracking Shear Behavior of Prestressed Concrete Beams Using Innovative Measuring Techniques. *In: ACI Structural Journal*, 101 (2), S. 183-192, 2004.
- [40] *Heil, L.; Mayer, L.*: Der Bau der Pfädchensgraben- und Tiefenbachtalbrücke im Zuge der neuen, linksrheinischen Autobahn Krefeld-Ludwigshafen. *In: Bauingenieur* 44, Heft 3, S. 73-80, 1969.
- [41] *Homborg, H.*: Beitrag zur Berechnung von zweistegigen Plattenbalken-Brücken. *In: Bauingenieur* 48, Heft 12, S. 444-450, 1973.
- [42] *Hordijk, D.A.*: Tensile and tensile fatigue behaviour of concrete – Experiments, modelling and analyses. Faculty of Civil Engineering, Heron, vol. 37, no 1, Delft University of Technology, 1992.
- [43] *Huber, P.; Huber, T.; Kollegger, J. et al.*: Weiterentwicklung des Ingenieurmodells zur Beurteilung der Querkrafttragfähigkeit von vorgespannten Mehrfeldbrücken. Forschungsbericht. Forschungsbereich Stahlbeton- und Massivbau, TU Wien, 2018.
- [44] *Huber, T.; Huber, P.; Kleiser, M. et al.*: Nachrechnung der Querkrafttragfähigkeit von mehrfeldrigen Spannbetonbrücken mit geringer Bügelbewehrung. *In: Beton- und Stahlbetonbau* 113, Heft 10, S. 705-715, 2018. <https://doi.org/10.1002/best.201800025>.
- [45] *Kattenstedt, S.*: Untersuchungen zur Modellierung und numerischen Simulation des Querkrafttragverhaltens von Stahlbetonbalken, Heft 11, TU Dortmund, Dissertation, 2017.
- [46] *Kiziltan, H.*: Zum Einfluss des Druckbogens auf den Schubwiderstand von Spannbetonbalken, Heft 4, TU Dortmund, Dissertation, 2012.

- [47] *Kordina, K.; Teutsch, M.*: Versuche an schub- und torsionsbeanspruchten Bauteilen aus Stahlleicht- und Spannlleichtbeton. *In: Beton- und Stahlbetonbau* 80, Heft 3, S. 74-78, 1985. <https://doi.org/10.1002/best.198500140>.
- [48] *Kupfer, H.*: Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung. *DAfStb*, Heft 229, 1973.
- [49] *Kurrer, K.-E.*: Geschichte der Baustatik – Auf der Suche nach dem Gleichgewicht. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 2016.
- [50] *Laissle, F.; Schübler, A.*: Der Bau der Brückenträger – Mit wissenschaftlicher Begründung der gegebenen Regeln und mit besonderer Rücksicht auf die neuesten Ausführungen. Neff, Stuttgart, 1857.
- [51] *Lamatsch, S.*: Untersuchungen zur Querkrafttragfähigkeit von bestehenden Spannbetonbrücken (Arbeitstitel), TU-München, Dissertation (in Vorbereitung), 2026.
- [52] *Lampert, P.*: Bruchwiderstand von Stahlbetonbalken unter Torsion und Biegung. Dissertation, Band 26, Institut für Baustatik, ETH Zürich, Basel, 1970.
- [53] *Lampert, P.; Thürlimann, B.*: Torsionsversuche an Stahlbetonbalken. *In: Institut für Baustatik. Versuchsberichte Nr. 6506-2*, 1968. <https://doi.org/10.1007/978-3-0348-6908-9>.
- [54] *Lavrentyev, V.; Stakalies, E.; Maurer, R.*: Abschließende Forschungsergebnisse zu den experimentellen und theoretischen Untersuchungen unter der kombinierten Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion. *In: Tagungsband Technische Akademie Esslingen (TAE)*, S. 487-495, 2024.
- [55] *Leonhardt, F.; Mönnig, E.*: Vorlesungen über Massivbau – Teil 1 Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau. Springer, Berlin, 1984.
- [56] *Leonhardt, F.; Schelling, G.*: Torsionsversuche an Stahlbetonbalken. *DAfStb*, Heft 239, 1974.
- [57] *Leonhardt, F.; Walther, R.*: Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung. *DAfStb*, Heft 151, 1962.
- [58] *Lüchinger, P.; Thürlimann, B.*: Versuche an Stahlbetonbalken unter Torsion, Biegung und Querkraft. Bericht Nr. 6506-5. Institut für Baustatik, ETH Zürich, Basel, 1973.
- [59] *Mark, P.*: Zweiachsig durch Biegung und Querkräfte beanspruchte Stahlbetonträger. Habilitationsschrift, Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau, Shaker Verlag, Aachen, 2006.
- [60] *Marti, P.; Thürlimann, B.*: Fliessbedingung für Stahlbeton mit Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit. Bericht 67, Institut für Baustatik, ETH Zürich, Basel, 1977.
- [61] *Marzahn, G.*: Nachrechnung von Brücken – Bedeutung für die Praxis, Fachtagung Bauwerksdiagnose, 2012.
- [62] *Maurer, R.; Gleich, P.; Zilch, K. et al.*: Querkraftversuch an einem Durchlaufträger aus Spannbeton. *In: Beton- und Stahlbetonbau*, 654-665, 2014. <https://doi.org/10.1002/best.201400054>.

- [63] Maurer, R.; Kattenstedt, S.; Gleich, P. et al.: Nachrechnung von Betonbrücken - Verfahren für die Stufe 4 der Nachrechnungsrichtlinie. In: Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik, Heft 1120, 2016.
- [64] Maurer, R.; Stakalies, E.: Versuche und Bemessungsvorschlag zur Anrechenbarkeit von Spanngliedern auf die Torsionslängsbewehrung. In: Bauingenieur 95, Heft 01, S. 1-11, 2020. <https://doi.org/10.37544/0005-6650-2020-01-25>.
- [65] Maurer, R.; Zilch, K.: Schlussbericht – Nachrechnung von Betonbrücken – Verfahren der Tragsicherheitsbeurteilung von Betonbrücken im Bestand für die Nachweisstufe 4 der Nachrechnungsrichtlinie. In: Bundesanstalt für Straßenwesen (BASt) 2015,
- [66] Maurer, R.; Zilch, K.; Kiziltan, H. et al.: Untersuchung zur Querkraftbemessung von Spannbetonbalken mit girlandenförmiger Spanngliedführung. Forschungsvorhaben der BASt, FE 29.0244/2009, 2010.
- [67] Menetrey, P.; Willam, K.J.: Triaxial Failure Criterion for Concrete and its Generalization. In: ACI Structural Journal 92, Heft 3, S. 311-318, 1995. <https://doi.org/10.14359/1132>.
- [68] Mittelstedt, C.: Rechenmethoden des Leichtbaus – Grundlagen, Stäbe und Balken, Energiemethoden. Springer-Verlag, Berlin, 2021.
- [69] Mohr, O.: Abhandlungen aus dem Gebiete der technischen Mechanik. Ernst, Berlin, 1906.
- [70] Mörsch, E.: Der Eisenbetonbau – Seine Theorie und Anwendung mit Veruschen und Bauausführungen der Firma Wayss und Freytag A.G., Stuttgart, 1908.
- [71] Muttoni, A.; Schwartz, J.; Thürlimann, B.: Bemessung von Betontragwerken mit Spannungsfeldern. Birkhäuser, Basel, 1997.
- [72] Oettel, V.V.: Torsionstragverhalten von stahlfaserbewehrten Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbalken. Dissertation, Heft 229, TU Braunschweig, 2016.
- [73] Petersson, E.: Comments on the method of determining the fracture energy of concrete by means of three-point bend tests on notched beams. Division of Building Materials, Lund University, Report TVBM; Vol. 3011, 1982.
- [74] Prandtl, L.: Zur Torsion von prismatischen Stäben. In: Physikalische Zeitschrift 4, Heft 758,759, S. 29, 1903.
- [75] R. De Borst: Non-linear analysis of frictional materials – Dissertation, Delft University of Technology, 1986.
- [76] Rankine; Macquorn William John: II. On the stability of loose earth. In: Philosophical Transactions of the Royal Society of London 147, S. 9-27, 1857. <https://doi.org/10.1098/rstl.1857.0003>.
- [77] Reineck, K.-H.: Ein mechanisches Modell für den Querkraftbereich von Stahlbetonbauteilen. Dissertation. Universität Stuttgart, Stuttgart, 1990.

- [78] *Reineck, K.-H.*: Hintergründe zur Querkraftbemessung in DIN 1045-1 für Bauteile aus Konstruktionsbeton mit Querkraftbewehrung. *In: Bauingenieur* Band 76, Heft 4, S. 168-179, 2001.
- [79] *Richard Krauss, Ewald Heimgartner, Hugo Bachmann*: Versuche über den Einfluss geneigter Spannkabel in teilweise vorgespannten Betonbalken. Bericht: 6504-6, Institut für Baustatik, ETH Zürich, Basel, 1973.
- [80] *Riegels, F.W.; Tollmien, W.; Schlichting, H. et al. (Hrsg.)*: Ludwig Prandtl Gesammelte Abhandlungen – Zur angewandten Mechanik, Hydro- und Aerodynamik. Springer Berlin Heidelberg, 1961.
- [81] *Ritter, W.*: Die Bauweise Hennebique – I. *In: Schweizerische Bauzeitung* 33, Heft 5, S. 41-43, 1899.
- [82] *Ritter, W.*: Die Bauweise Hennebique – II. *In: Schweizerische Bauzeitung* 33, Heft 6, S. 49-52, 1899.
- [83] *Ritter, W.*: Die Bauweise Hennebique – III. (Schluss). *In: Schweizerische Bauzeitung* 33/34, Heft 7, S. 59-61, 1899.
- [84] *Rüsch, H.; Jungwirth, D.*: Stahlbeton - Spannbeton – Die Grundlagen des bewehrten Betons unter besonderer Berücksichtigung der neuen DIN 1045. Werner, Düsseldorf, 1972-1976.
- [85] *Schäfer, K.; Schelling, G.; Kuchler, T.*: Druck und Querkraft in bewehrten Betonelementen, DAfStb Heft 408, 1990.
- [86] *Stakalies, E.*: Zum Torsionstragverhalten von Spannbetonträgern unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion. Dissertation, Heft 16. TU Dortmund, 2025.
- [87] *Stakalies, E.; Lavrentyev, V.; Maurer, R.*: Erkenntnisse zur Torsionstragfähigkeit bei kombinierter Beanspruchung (M+V+T) aus Versuchen an Durchlaufträgern. *In: Tagungsband Technische Akademie Esslingen (TAE)*, S. 477-486, 2024.
- [88] *Stakalies, E.; Lavrentyev, V.; Maurer, R.*: Zum Nachweis bei einer kombinierten Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion (M+V+T). *In: Bauingenieur* 99, 01-02, S. 46-59, 2024. <https://doi.org/10.37544/0005-6650-2024-01-02-68>.
- [89] *Stakalies, E.; Maurer, R.*: Zur Anrechenbarkeit von Spanngliedern auf die Torsionslängsbewehrung. *In: 4. Brückenkolloquium*, Tübingen, 2020.
- [90] *Szabó, I.*: Höhere Technische Mechanik – Nach Vorlesungen. Springer Verlag, Berlin, 1972.
- [91] *Tecusan, R.*: Entwicklung eines Sicherheitskonzeptes für nichtlineare Finite-Elemente-Berechnungen Im Betonbau, Technische Universität München, Dissertation, 2023.
- [92] *Teutsch, M.*: Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken mit rechteckigem Querschnitt unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion. Dissertation. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, TU Braunschweig Heft 41, 1979.

- [93] *Teutsch, M.; Kordina, K.*: Versuche an Spannbetonbalken unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion. DAFStb, Heft 334, 1982.
- [94] *Thiele, C.*: Zum Tragverhalten von Stahlbetonplatten ohne Querkraftbewehrung mit integrierten Leitungsführungen, TU Keiserslautern, Dissertation, 2010.
- [95] *v. Mises, R.*: Mechanik der festen Körper im plastisch- deformablen Zustand. *In*: Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse, S. 582-592, 1913.
- [96] *van Bigaj-Vliet, A.J.*: Structural dependence of rotation capacity of plastic hinges in RC beams and slabs. Dissertation. Delft University of Technology, 1999.
- [97] *van Mier, J.G.M.*: Multiaxial strain-softening of concrete – Part I: Fracture. *In*: Materials and structures, Vol. 19, Iss. 3, pp. 179-190, 1986. <https://doi.org/10.1007/BF02472034>.
- [98] *Vecchio, F.; Collins, M.P.*: The response of reinforced concrete to in-plane shear and normal stresses, University of Toronto, Department of Civil Engineering, Band 3 und Band 82, 1982.
- [99] *Vecchio, F.J.; Collins, M.P.*: The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear. *In*: ACI Journal Proceedings 83, Heft 2, S. 219-231, 1986. <https://doi.org/10.14359/10416>.
- [100] *Walraven, J.C.*: Aggregate Interlock – A theoretical and experimental analysis. Dissertation, Delft University of Technology, 1980.
- [101] *Walraven, J.C.*: Background document for EC-2, Chapter 6.2 Shear. University of Technology Department of Civil Engineering, Delft, 2002.
- [102] *Walraven, J.C.; Lehwalter, N.*: Die Tragfähigkeit von Betondruckstreben in Fachwerkmodellen am Beispiel von gedrunenen Balken. *In*: Beton- und Stahlbetonbau, Vol. 84, Iss. 4, pp. 81-87, 1989. <https://doi.org/10.1002/best.198900130>.
- [103] *Walraven, J.C.; Vos, E.; Reinhardt, H.W.*: Experiments on shear transfer in cracks in concrete. Bericht. University of Technology Department of Civil Engineering, Delft, 1979.
- [104] *Zedler, T.*: Zum Tragverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken unter Torsion. Dissertation, Ruhr Universität Bochum, 2011.
- [105] *Zilch, K.; Zehetmaier, G.*: Bemessung im konstruktiven Betonbau – Nach DIN 1045-1 (Fassung 2008) und DIN EN 1992-1-1 (Eurocode 2), Vorlesungen im Massivbau, Springer, Berlin, 2006.

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 2-1: Querschnitt der Tiefenbachtalbrücke 1968, Teilrückbau 2007, entnommen aus [36] ...	6
Abbildung 2-2: Exemplarische Darstellung eines Plattenbalkenquerschnitts .....	7
Abbildung 2-3: Bezogene Abmessungen der Brückenüberbauten mit Plattenbalkenquerschnitt von 1950 bis 2020, (a) bezogene Flanschbreite, (b) bezogene Flanschhöhe, (c) bezogene Stegdicke .....	8
Abbildung 2-4: Gerichteten Spannungen am Volumenelement .....	9
Abbildung 2-5: Bestimmung der Schubspannungen bei Querkraftbiegung entnommen und erweitert aus [45], S. 454 .....	10
Abbildung 2-6: Schubspannungsverlauf infolge Querkraft .....	11
Abbildung 2-7: Spannungsverteilung am rechteckigen Querschnitt unter reiner Querkraftbiegung, entnommen aus [50], S. 223 .....	12
Abbildung 2-8: Hauptspannungstrajektorien am Einfeldträger unter Einzellast, entnommen aus [98]..	12
Abbildung 2-9: Umlagerung der inneren Kräfte in ein Sprengwerk bei Einzellasten und in einen Druckbogen bei Streckenlasten .....	13
Abbildung 2-10: Fachwerkanalogie nach Ritter, entnommen aus [78] .....	13
Abbildung 2-11: Mehrstrebiges Fachwerkmodell nach Mörsch, entnommen aus [65] .....	14
Abbildung 2-12: Idealisierendes Kornverzahnungsmodell nach <i>Walraven</i> , entnommen aus [94]	
(a) kinematische Beziehungen am Fachwerkmodell      (b) zugehörige Rissspannungen $\sigma_{cr}$ und $\tau_{cr}$	15
Abbildung 2-13: Zusammenhang der Rissspannungen $\tau$ und $\sigma$ in Abhängigkeit von Rissöffnung $w$ und Rissuferverschiebung $v$ nach <i>Walraven</i> , entnommen aus [93] .....	16
Abbildung 2-14: Spannungszustände im Beton zwischen den Rissen: (a) einachsiger Druck durch Bügelkräfte (b) Zug-Druck-Spannungszustand infolge der Rissreibungskräfte, (c) superponierter Spannungszustand mit $\theta < \beta r$ entnommen aus [73] .....	18
Abbildung 2-15: Bemessungswerte der effektiven Betondruckfestigkeit der Druckstreben, entnommen aus [98] .....	21
Abbildung 2-16: Abminderung der Querkraft durch geneigte Druck- und Zuggurte, entnommen aus [79] .....	21
Abbildung 2-17: links: Torsionsmoment $M_T$ als Resultierende aller Schubspannungen, rechts: Definition der Schubspannungsfunktion, beides entnommen aus [27] .....	24
Abbildung 2-18: Membrananalogie nach Pradtl bei prismatischen Vollquerschnitten, entnommen aus [98] .....	25
Abbildung 2-19: Auswertung der Spannungsfunktion $\psi_{y,z}$ für einen exemplarischen Querschnitt mit $h/b=2,29$ .....	26
Abbildung 2-20: Exemplarische Darstellung der Schubspannungen am Rechteckquerschnitt .....	28
Abbildung 2-21: Querschnittsübersicht der Parameteruntersuchung der Mitwirkung von Plattenbreite bei Ermittlung der Torsionsträgheit .....	29

Abbildung 2-22: Auswertung der Spannungsfunktion $\psi$ mit <i>Matlab</i> an Querschnitten aus Abbildung 2-21.....	30
Abbildung 2-23: Auswertung der Spannungsfunktion $\psi$ mit <i>Matlab</i> .....	30
Abbildung 2-24: Ermittlung der Torsionsträgheit (a) bzw. Torsionssteifigkeit (b) in Abhängigkeit der Plattenbreite.....	31
Abbildung 2-25: Bestimmung der Torsionssteifigkeit mit Ansys (a) Statisches System, (b) Querschnitt .....	32
Abbildung 2-26: Ermittlung der Torsionssteifigkeit aus der Verdrehung mittels lin.el. FEM (Ansys)	32
Abbildung 2-27: Torsion dünnwandiger Hohlprofile nach Bredt, entnommen aus [45] (Kap. 8.2) .....	33
Abbildung 2-28: links: Ermittlung der umschlossenen Fläche $A_m$ über die Integration des Hebelarms zum Schubmittelpunkt, rechts: Verteilung der Schubspannungen entlang des Umfangs .....	34
Abbildung 2-29: Räumliches Fachwerk bei reiner Torsion, links: Torsionsbewehrung kongruent zur Hauptzugspannung, rechts: Torsionsbewehrung mit 90°-Bügel, entnommen aus [50] .....	36
Abbildung 2-30: Modell für einen gerissenen Vollquerschnitt bei reiner Torsion nach <i>Wilhelm Fuchssteiner</i> .....	36
Abbildung 2-31: Umlaufender Schubfluss infolge reiner Torsion am ungerissenen und gerissenen Querschnitt, entnommen aus [67].....	37
Abbildung 2-32:Kräftegleichgewicht in der Schubwand des fiktiven Hohlkastens, entnommen aus [98] .....	37
Abbildung 2-33: Definition der effektiven Wanddicke $t_{ef}$ nach DIN 4227-1:1988, entnommen aus [14] .....	39
Abbildung 2-34: Definition der effektiven Wanddicke $t_{ef}$ nach Model Code 1990, entnommen aus [9] .....	40
Abbildung 2-35: Definition der effektiven Wanddicke $t_{ef}$ nach Model Code 2010, entnommen aus [26] .....	40
Abbildung 2-36: Definition der effektiven Wanddicke $t_{ef}$ nach DIN EN 1992-2, entnommen aus [16] .....	41
Abbildung 2-37: Definition der effektiven Wanddicke $t_{ef}$ nach DIN EN 1992-2/ NA, entnommen aus [17] .....	41
Abbildung 2-38: Vergleich der Ermittlung des Torsionsträgheitsmoments $IT$ nach DIN 4227-1:1988 und Model Code 1990 .....	42
Abbildung 2-39: Vergleich der Ermittlung des Torsionsträgheitsmoments $IT$ nach Model Code 2010 und DIN EN 1992-2 .....	42
Abbildung 2-40: Ermittlung des Torsionsträgheitsmoments $IT$ nach DIN EN 1992-2/ NA .....	43
Abbildung 2-41: Abminderung des Torsionsmoments durch reine Berücksichtigung der Endeinspannung, entnommen aus [23].....	44
Abbildung 2-42: Platte – Steg Kopplung, entnommen aus [23].....	45

Abbildung 2-43: Abminderung des Torsionsmoments durch Berücksichtigung der Plattensteifigkeit, entnommen aus [23] .....	45
Abbildung 2-44: Abminderung des Torsionsmoments am Balkenrand in Abhängigkeit der Gurtsteifigkeit, entnommen aus [23].....	46
Abbildung 2-45: Überlagerung der Schubspannungen in der Zugstrebe infolge von Querkraft und Torsion .....	47
Abbildung 2-46: Betondruckfestigkeit unter zweiaxialer Beanspruchung nach <i>Kupfer</i> , entnommen aus [44] .....	50
Abbildung 2-47: Bestimmungskonzept des DBM, in Anlehnung an [42] .....	53
Abbildung 2-48: Bestimmung des Betontraganteils $V_{cc}$ und $V_p$ in Anlehnung an [42] .....	54
Abbildung 2-49: Darstellung der Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte nach <i>Jakob Bernoulli</i> (1654-1705), entnommen und verändert aus [63] .....	54
Abbildung 2-50: Bestimmungskonzept des EDBM, entnommen aus [28] .....	55
Abbildung 3-1: Konzeption der Versuchsreihe ETK als idealisierter Ausschnitt eines Durchlaufträgers .....	59
Abbildung 3-2: Torsionswiderstand, a) räumliches Fachwerkmodell nach EC2, b) mechanisch begründetes Verhalten.....	61
Abbildung 3-3: Geometrien der Versuchsträger ETK1 bis ETK5 .....	63
Abbildung 3-4: Querschnittsabmessungen mit Bewehrungsführung der Versuchsträger ETK1 bis ETK5 im Stützbereich.....	65
Abbildung 3-5: Teilbild (a) Schließen der Bügel bei Plattenbalkenbrücken, entnommen aus [41], Teilbild (b) ausbrechende Ecken infolge Umlenkung der Druckstreben. entnommen aus [50].....	66
Abbildung 3-6: Gegenüberstellung der Bügelformen .....	66
Abbildung 3-7: Versuchsstand des Referenzträgers ohne Torsion ETK1 .....	68
Abbildung 3-8: Versuchsstand mit Torsion ETK2-ETK5.....	68
Abbildung 3-9: Druckzonenumschließung zur Vermeidung der vorzeitigen Betonabplatzung im Druckbereich ETK2 bis ETK5 .....	70
Abbildung 3-10: DMS-Lage exemplarisch am Versuchsträger ETK1.....	71
Abbildung 3-11: Lage der Messpunkte für vertikale Wegaufnehmer (oben) und räumlichen Messung mit Tachymeter (unten), exemplarisch am Versuchsträger ETK1 .....	72
Abbildung 3-12: Übersicht über die Photogrammetrische Messung am Beispiel von ETK2 .....	72
Abbildung 3-13: Last-Durchbiegungskurven der Teilversuche 1 (ETK1 bis ETK5) .....	76
Abbildung 3-14: Last-Durchbiegungskurven der Teilversuche 2 (ETK1 bis ETK5) .....	77
Abbildung 3-15: Übersicht der Vermessungstechnik mittels Totalstation am ETK1 .....	78
Abbildung 3-16: ETK3 Räumliche Trägerverformung in Z: Vertikallrichtung, Y: Horizontalrichtungen .....	79

Abbildung 3-17: ETK3 a) Last-Verdrillungskurve bei TV2; b) Auswertung der Sekanten- und Tangentensteifigkeiten .....	81
Abbildung 3-18: ETK4 a) Last-Verdrillungskurve bei TV2; b) Auswertung der Sekanten- und Tangentensteifigkeiten .....	81
Abbildung 3-19: Rissbilder, Seitenansicht im Bruckzustand ETK1 bis ETK5 .....	82
Abbildung 3-20: Rissbilder, Draufsicht im Bruckzustand ETK1 bis ETK5 .....	84
Abbildung 3-21: Rissrichtung an der Gurtober- und Gurtunterseite .....	85
Abbildung 3-22: Rissabwicklung ETK4 unter kombinierter Beanspruchung aus M+V+T .....	85
Abbildung 3-23: Exemplarische Dargestellte Rissentwicklung in Form der Hauptformänderung am ETK3, entnommen aus [12] .....	87
Abbildung 3-24: Prinzipskizze zur Funktionsweise des Photogrammetrischen Messsystems zur Messung der Risskinematik, entnommen und modifiziert aus [12] .....	87
Abbildung 3-25: Bezeichnung und Lage der Risse bei ETK3, $F_{Krag} = 1300$ kN, entnommen aus [12]	88
Abbildung 3-26: Darstellung der Rissöffnung $w$ entlang drei benachbarter Risse, bei ETK3 bis $F_{Krag} = 1300$ kN.....	89
Abbildung 3-27: Darstellung der Rissgleitung $v$ entlang dreier benachbarter Risse, bei ETK3 bis $F_{Krag} = 1300$ kN.....	89
Abbildung 3-28: Beispielhafte Darstellung der Risskinematik mit der ermittelten Querkraftkomponente über die Länge von Riss 4 bei ETK3 mit $F_{Krag} = 1300$ kN .....	90
Abbildung 3-29: ETK1 Stahldehnungen im TV1 (Bruchzustand).....	91
Abbildung 3-30: ETK4 Stahldehnungen im TV1, oben: DMS1 bis DMS4 (lastzugewandte Seite), unten: DMS5 bis DMS8 (lastabgewandte Seite).....	92
Abbildung 3-31: Druckbogenverlauf am ETK1 auf Basis der gemessenen Betondehnungen ohne Berücksichtigung der Vorspannung unter der Traglast.....	92
Abbildung 3-32: Darstellung der Druckbogenverläufe (lila) auf Basis der gemessenen Betondehnungen mit Berücksichtigung der Vordehnung aus dem Spannglied (schwarz) für ausgewählte Laststufen ETK1 .....	93
Abbildung 4-1: Eindimensionale Spannungs-Dehnungs Beziehung für Beton, entnommen aus [11]..	97
Abbildung 4-2: (a) Fixiertes Rissmodell, (b) Rotierendes Rissmodell, entnommen aus [11].....	98
Abbildung 4-3: Bestimmung der Beuchenergie $G_f$ mittels Kleinkörperversuch nach PETERSSON, entnommen aus [68] .....	99
Abbildung 4-4: Reduktion des Schubmoduls infolge der Rissbildung, entnommen aus [11].....	100
Abbildung 4-5: Reduktion der Druckfestigkeit infolge der Rissbildung, entnommen aus [11].....	101
Abbildung 4-6: Berücksichtigung von Tension Stiffening, entnommen aus [11].....	101
Abbildung 4-7: Multilineares Materialgesetz für die Bewehrung, entnommen aus ATENA-Studio .	103
Abbildung 4-8: Darstellung des Balkenelements $CCIsoTruss<...>$ , entnommen aus [11].....	103
Abbildung 4-9: Darstellung des Tertaederelements $CCIsoTetra<...>$ , entnommen aus [11] .....	104

Abbildung 4-10: Darstellung des Hexaederelements <i>CCIsoBrick</i> <...>, entnommen aus [11].....	104
Abbildung 4-11: Darstellung des FE-Netzes am Beispiel von ETK3 .....	105
Abbildung 4-12: Darstellung der Bewehrung und Spannglieder am Beispiel ETK3.....	105
Abbildung 4-13: Definition der Spannglieder als Spline .....	106
Abbildung 4-14: Exemplarische Darstellung der Randbedingungen am ETK3 .....	106
Abbildung 4-15: Newton-Raphson Methode, entnommen aus [11].....	108
Abbildung 4-16: Arc-Length-Methode (Bodenlängenverfahren), entnommen aus [11].....	109
Abbildung 4-17: Integration der Normalspannungen im vertikalen Schnitt des numerischen Modells, entnommen und angepasst aus [28] .....	111
Abbildung 4-18: Druckbogenentwicklung aus FEM über mehrere Laststufen am Bsp. von ETK1 ...	112
Abbildung 4-19: Gegenüberstellung der Druckbogenverläufe mit der analytischen Berechnungsmethode und der FEM.....	113
Abbildung 4-20: ETK1-TV1: Last-Durchbiegungskurve, Vergleich: Versuch mit FEM .....	115
Abbildung 4-21: ETK2-TV1: Last-Durchbiegungskurve, Vergleich: Versuch mit FEM .....	116
Abbildung 4-22: ETK3-TV1: Last-Durchbiegungskurve, Vergleich: Versuch mit FEM .....	116
Abbildung 4-23: ETK4-TV1: Last-Durchbiegungskurve, Vergleich Versuch mit FEM.....	117
Abbildung 4-24: ETK5-TV1: Last-Durchbiegungskurve, Vergleich Versuch mit FEM.....	118
Abbildung 4-25: ETK1 im TV1 und ETK2 im TV2: Last-Durchbiegungskurve, Vergleich Versuch mit FEM.....	119
Abbildung 4-26: ETK3 und ETK4 jeweils im TV2: Last-Durchbiegungskurve, Vergleich Versuch mit FEM.....	120
Abbildung 4-27: ETK5-TV2: Last-Durchbiegungskurve, Vergleich Versuch mit FEM.....	120
Abbildung 4-28: Auswertung der Beton- und Stahldehnungen am ETK1 LS 204 kN/m.....	122
Abbildung 4-29: Beispiel ETK4: Last-Durchbiegungskurven unter Variation des Vorspanngrads ...	125
Abbildung 4-30: Variarion des Vorspanngrads, Bügelspannungen [MPa] im Nachweisbereich, ETK4 (1280 kN) .....	125
Abbildung 4-31: Maximale Bügelspannungen in Abhängigkeit vom Vorspanngrad am Beispiel von ETK4 .....	126
Abbildung 4-32: Variation der Gurtbreite, Querschnitte mit Verteilung der Längsbewehrung.....	127
Abbildung 4-33: Darstellung der stillen Reserve durch Mitwirkung der Gurtplatte.....	129
Abbildung 4-34: Fallstudie: Variation der Trägerschlankheit, Geometrie.....	130
Abbildung 4-35: Fallstudie: Schnittgrößenverlauf für V und M, Schubschlankheit $\lambda$ .....	131
Abbildung 4-36: Fallstudie: Variation der Trägerschlankheit, Last-Durchbiegungskurven .....	131
Abbildung 4-37: Fallstudie: Variation der Trägerschlankheit, Druckdehnungen im Beton mit Druckbogenverlauf.....	132
Abbildung 4-38: Druckbogenneigung und Wirksamkeit des Druckbogens in Abhängigkeit der Trägerschlankheit .....	133

Abbildung 4-39: Last-Durchbiegungskurven, Fallstudie: Torsion infolge exzentrische Belastung, jedoch ohne zus. Torsionsbewehrung .....	134
Abbildung 4-40: Fallstudie: Torsion ohne zus. Torsionslängsbewehrung .....	136
Abbildung 4-41: Fallstudie: Torsion ohne zus. Torsionsbügelbewehrung.....	137
Abbildung 4-42: Fallstudie: Torsion mit zus. Torsionslängs- und Torsionsbügelbewehrung .....	139
Abbildung 4-43: Abhängigkeit der Druckstreben­tragfähigkeit $V_{Rm}$ und $T_{Rm}$ von (a) Beton­druckfestigkeit $f_{cm}$ bei $\cot\theta=2,5$ , (b) Neigung der Druckstrebe $\cot\theta$ bei $f_{cm}= 40 \text{ N/mm}^2$	142
Abbildung 4-44: Vergleich der Interaktionsbedingungen in der Druckzone der FEM Simulationen mit $v_V = 0,75$ , $v_T = 0,525$ (a) lineare Interationsbedingung, (b) quadratische Interaktionsbedingung .....	143
Abbildung 4-45: Vergleich der Interaktionsbedingungen in der Druckzone der FEM Simulationen mit $v_V = 0,60$ , $v_T = 0,525$ (a) lineare Interationsbedingung, (b) quadratische Interaktionsbedingung .....	144
Abbildung 4-46: Lineare Interaktionsbedingung, mit $v_V = 0,60$ , $v_T = 0,525$ .....	145
Abbildung 5-1: Sekundäres Betonversagen in der Druckzone ETK1 .....	150
Abbildung 5-2: Versagen der Druckzone im TV2 unter M+V+T, exemplarische Darstellung am ETK2 .....	151
Abbildung 5-3: Auswirkung des inneren Hebelarms $z$ (a) sowie der Druckstreben­neigung $\theta$ (b) auf $V_{Rm, \max}$ , mit $b_w = 30 \text{ cm}$ und $v = 0,75$ .....	154
Abbildung 5-4: Nichtlineare Abhängigkeit des Produkts der Fläche $A_k$ und der effektiven Wanddicke $t_{ef}$ .....	155
Abbildung 5-5: Auswirkung der effektiven Wanddicke $t_{ef}$ (a) sowie der Druckstreben­neigung $\theta$ (b) auf $T_{Rm, \max}$ mit $\beta_r$ - Schub­riss­winkel gemessen im Versuch, $t_{ef} = 9,2 \text{ cm}$ und $v = 0,525$ .....	155
Abbildung 5-6: Interaktionsbedingung bei $V + T$ , $V_{Rm}$ und $T_{Rm}$ berechnet mit $v_V = 0,75/ v_T = 0,525$	159
Abbildung 5-7: Interaktionsbedingung bei $V + T$ , $V_{Rm}$ und $T_{Rm}$ berechnet mit $v_V = 0,60/ v_T = 0,525$	160
Abbildung 5-8: Einleitung der Schubkräfte in Plattenelement, (a) Rand­drill­momente, (b) umlaufende Schubkräfte, (c) Kräftegleichgewicht am Plattenelement in Anlehnung an [66].....	162
Abbildung 5-9: Zusammenhang zwischen dem Torionsmoment im Steg und dem Drillmoment in der Gurtplatte.....	162
Abbildung 5-10: Gegenüberstellung der Druckbogen­verläufe mit und ohne Torsion .....	163
Abbildung 5-11: Drucknormalspannung $\sigma_{xx}$ aus FEM in ausgewählten Schnitten bei ETK1 .....	164
Abbildung 5-12: Prinzipskizze: Räumliche Darstellung eines Druckbogens (a) Belastung ohne Torison, (b) Belastung mit Torsion, (c) Darstellung im Querschnitt	165
Abbildung 5-13: Druckkraft­resultierende $F_{cc}$ [MN] aus FEM bei 1200 kN am Kragarm, Teilbild (a) Verlauf über die gesamte Trägerlänge, Teilbild (b) signifikanter Bereich beim Querkraft­nachweis .	166

## Tabellenverzeichnis

Tabelle 2-1: Koeffizient zur Bestimmung des Torsionswiderstands, entnommen aus [3] .....	27
Tabelle 3-1: Zusammenstellung der Versuchsträger mit Schub- und Längsbewehrung .....	65
Tabelle 3-2: Vorspannkräfte in beiden Spanngliedern mit zeitabhängigen Spannkraftverlusten .....	67
Tabelle 3-3: Eigenschaften Transportbeton.....	73
Tabelle 3-4: Materialkennwerte des Festbetons am Versuchstag (Mittelwerte) .....	73
Tabelle 3-5: Materialkennwerte des Verpressmörtels (Mittelwerte).....	74
Tabelle 3-6: Materialkennwerte Betonstahl ETK1 und ETK2 (Mittelwerte).....	74
Tabelle 3-7: Materialkennwerte Betonstahl ETK3 bis ETK5 (Mittelwerte) .....	74
Tabelle 3-8: Materialkennwerte Spannstahl ETK1 bis ETK5 (Mittelwerte).....	74
Tabelle 3-9: Versuchstraglasten ETK1 bis ETK5 .....	75
Tabelle 3-10: Rechnerische Torsionssteifigkeit im Zustand I bei ETK2 bis ETK5.....	80
Tabelle 3-11: Rissentwicklung der Gurtplatte in Abhängigkeit von $T/M$ -Verhältnis .....	83
Tabelle 3-12: Rissbreiten in [mm] Versuchsträger ETK1 bis ETK5 .....	86
Tabelle 4-1: Exemplarische Darstellung der Materialparameter für ETK3 <i>CC3DNonLinCementitious2</i> .....	101
Tabelle 4-2: Trägespezifische <i>BASIC</i> -Werte.....	102
Tabelle 4-3: Diskretisierung der Versuchsträger.....	105
Tabelle 4-4: Vergleich der Traglasten im TV1 mit der FE-Simulation .....	122
Tabelle 4-5: Vergleich der Traglasten im TV2 mit der FE-Simulation .....	123
Tabelle 4-6: Variation des Ausnutzungsgrads am Versuchsträger ETK4.....	124
Tabelle 4-7: Variationsparameter Gurtbreite am Beispiel Versuchsträger ETK3 im TV1 .....	127
Tabelle 4-8: Variation der Gurtbreite unter Beibehaltung der Vorspannkraft im Spannstahl.....	128
Tabelle 4-9: Variation der Gurtbreite unter Beibehaltung der Betonvorspannung im Querschnitt, LS = 1200 kN .....	129
Tabelle 4-10: Fallstudie: Variation der Trägerschlankheit, Einwirkungen .....	130
Tabelle 4-11: Traglasten [kN] aus numerischer Simulation.....	141
Tabelle 4-12: Ausnutzung der Betondruckstrebe infolge Querkraft $V_u/V_{Rm}$ .....	142
Tabelle 4-13: Ausnutzung der Betondruckstrebe infolge Torsion $T_u/T_{Rm}$ .....	142
Tabelle 5-1: Zusammenfassung der Versuchstraglasten von ETK1 bis ETK5 im Teilversuch 1 .....	150
Tabelle 5-2: Versuchstraglasten ETK1 bis ETK5 im Teilversuch 2 sowie die unteren Grenzen der Tragwiderstände nach DIN EN 1992-2/ NA .....	156
Tabelle 5-3: Versuchstraglasten ETK1 bis ETK5 im Teilversuch 2 sowie die oberen Grenzen der Tragwiderstände nach DIN EN 1992-2/ NA .....	157
Tabelle 5-4: Bezogene Schnittgrößen im Bruchzustand (TV2) der ETK Versuchsreihe, untere Grenzwerte des Ausnutzungsgrads gemäß DIN EN 1992-2/ NA .....	157
Tabelle 5-5: Unterschiedliche Interaktionsbedingungen gemäß DIN EN 1992-2/ NA mit $v_1 = 0,75$ . 159	

Tabelle 5-6: Unterschiedliche Interaktionsbedingungen gemäß DIN EN 1992-2/ NA mit  $v_1 = 0,60$ . 160

# Anhang

## Anhangsverzeichnis

A 1. Versuchübersicht.....	191
A 2. Bewehrungspläne.....	192
A 2.1. Versuchsträger ETK1 .....	192
A 2.2. Versuchsträger ETK2 .....	192
A 2.3. Versuchsträger ETK3 .....	193
A 2.4. Versuchsträger ETK4 .....	193
A 2.5. Versuchsträger ETK5 .....	194
A 3. Messtechnik .....	195
A 3.1. Übersicht Messtechnik Dehnung.....	195
A 3.2. Übersicht Messtechnik Verformung.....	198
A 3.3. Messung Verformung .....	199
A 3.3.1. Verformung ETK1.....	199
A 3.3.2. Verformung ETK2.....	200
A 3.3.3. Verformung ETK3.....	201
A 3.3.4. Verformung ETK4.....	202
A 3.3.5. Verformung ETK5.....	203
A 3.4. Messung Vorspannung .....	204
A 3.4.1. Kraftmessdosen .....	204
A 3.4.2. Vorspannkraft.....	205
A 4. Materialeigenschaften.....	206
A 4.1. Beton .....	206
A 4.2. Einpressmörtel.....	206
A 4.3. Betonstahl.....	207
A 4.4. Spannstahl .....	207
A 5. Photogrammetrische Auswertung der Hauptdehnungen .....	208
A 5.1. Hauptdehnungen ETK1 .....	208
A 5.2. Hauptdehnungen ETK2.....	209

---

A 5.3.	Hauptdehnungen ETK3 .....	210
A 5.4.	Hauptdehnungen ETK4 .....	211
A 5.5.	Hauptdehnungen ETK5 .....	212
A 6.	Rissbilder .....	213
A 6.1.	Rissbilder ETK 1 .....	213
A 6.2.	Rissbilder ETK 2 .....	215
A 6.3.	Rissbilder ETK 3 .....	217
A 6.4.	Rissbilder ETK 4 .....	219
A 6.5.	Rissbilder ETK5 .....	221
A 7.	Betonstahldehnungen im Bruchzustand.....	223
A 7.1.	ETK1 .....	223
A 7.2.	ETK2 .....	224
A 7.3.	ETK3 .....	225
A 7.4.	ETK4 .....	226
A 7.5.	ETK5 .....	227
A 8.	Betondehnungen .....	228
A 9.	Ergebnisse FEM .....	229
A 9.1.	ETK1 Rissbilder aus FEM - Ansicht.....	229
A 9.2.	ETK2 Rissbilder aus FEM - Ansicht.....	230
A 9.3.	ETK3 Rissbilder aus FEM - Ansicht.....	231
A 9.4.	ETK4 Rissbilder aus FEM - Ansicht.....	232
A 9.5.	ETK4 Rissbilder aus FEM – Draufsicht.....	233
A 9.6.	ETK5 Rissbilder aus FEM - Ansicht.....	234
A 9.7.	ETK5 Rissbilder aus FEM – Draufsicht.....	235
A 9.8.	ETK1 Dehnungen in Bewehrung aus FEM.....	236
A 9.9.	ETK2 Dehnungen in Bewehrung aus FEM.....	237
A 9.10.	ETK3 Dehnungen in Bewehrung aus FEM.....	238
A 9.11.	ETK4 Dehnungen in Bewehrung aus FEM.....	239
A 9.12.	ETK5 Dehnungen in Bewehrung aus FEM.....	240
A 9.13.	Mitwirkung der Gurtplatte, numerischer und analytischer Ansatz.....	241



## A 1. Versuchsübersicht

Tabelle A 1-1: Übersicht Relevante Zeitpunkte des Versuchsprogramms

<b>Versuchsträger</b>	<b>Betonage [Datum]</b>	<b>Vorspannung [Datum]</b>	<b>Versuch - TV1 [Datum]</b>	<b>Versuch - TV2 [Datum]</b>
ETK1	08.07.2021	27.07.2021	25.08.2021	25.08.2021
ETK2	20.12.2021	10.01.2022	27.01.2022	27.01.2022
ETK3	14.03.2022	04.04.2022	20.04.2022	20.04.2022
ETK4	07.06.2022	22.06.2022	13.07.2022	12.08.2022
ETK5	05.10.2022	27.10.2022	28.11.2022	28.11.2022

TV1 = Teilversuch 1 TV2 = Teilversuch 2

## A 2. Bewehrungspläne

### A 2.1. Versuchsträger ETK1

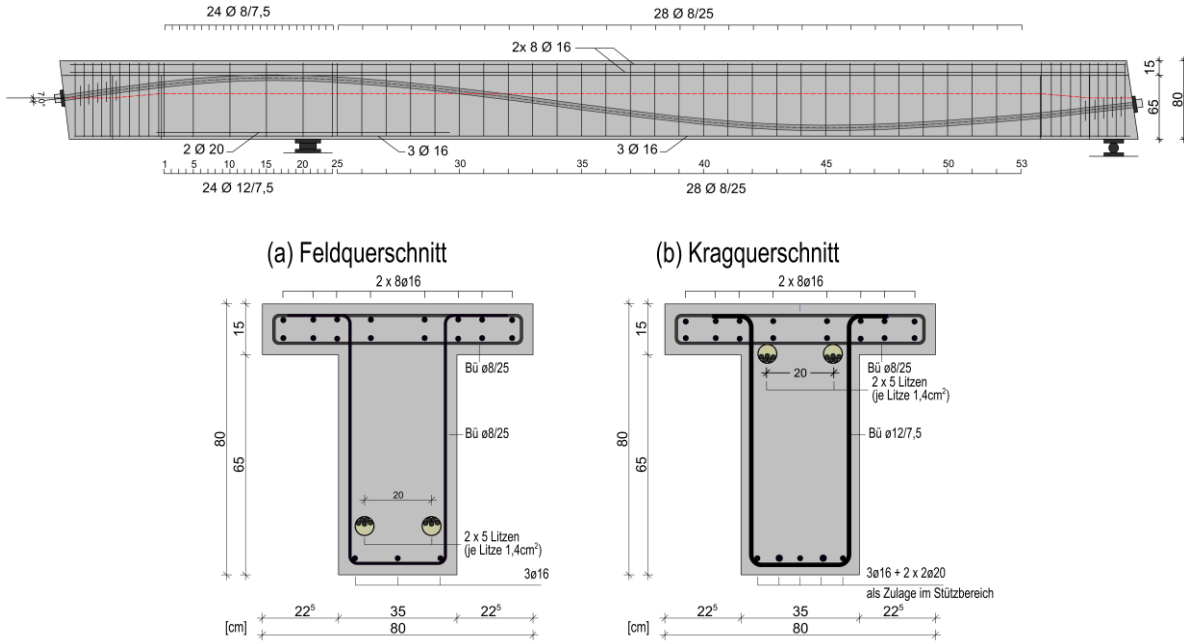


Abbildung A 2-1: Bewehrungsplan Versuchsträger ETK1

### A 2.2. Versuchsträger ETK2

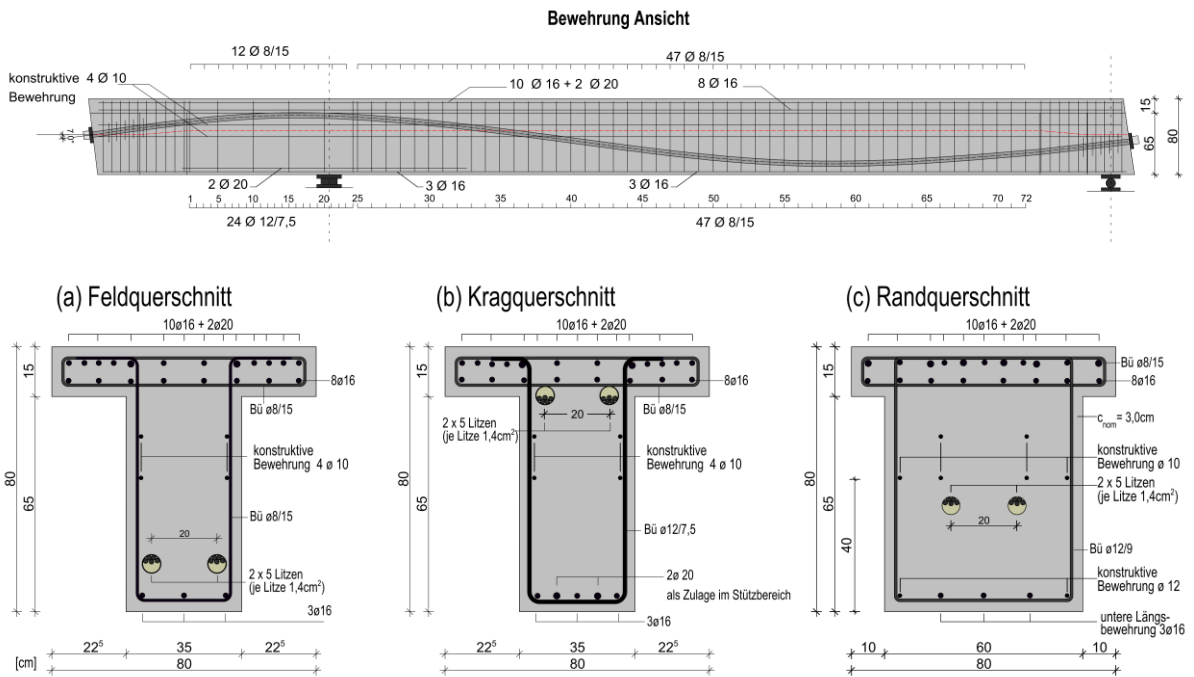


Abbildung A 2-2: Bewehrungsplan Versuchsträger ETK2

### A 2.3. Versuchsträger ETK3

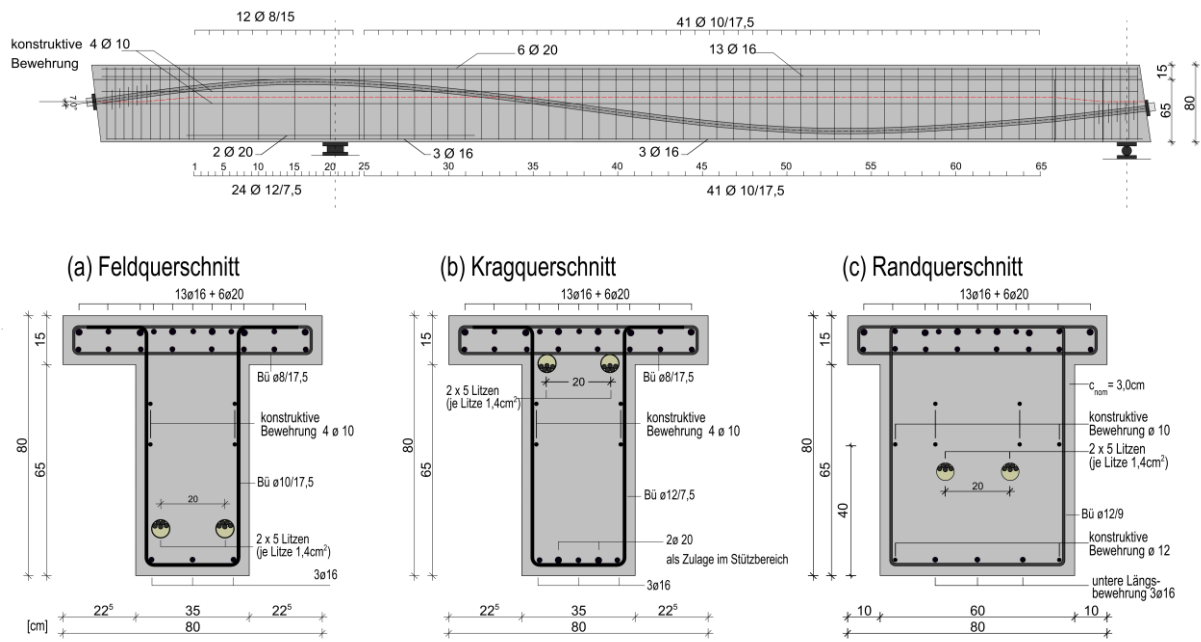


Abbildung A 2-3: Bewehrungsplan Versuchsträger ETK3

### A 2.4. Versuchsträger ETK4

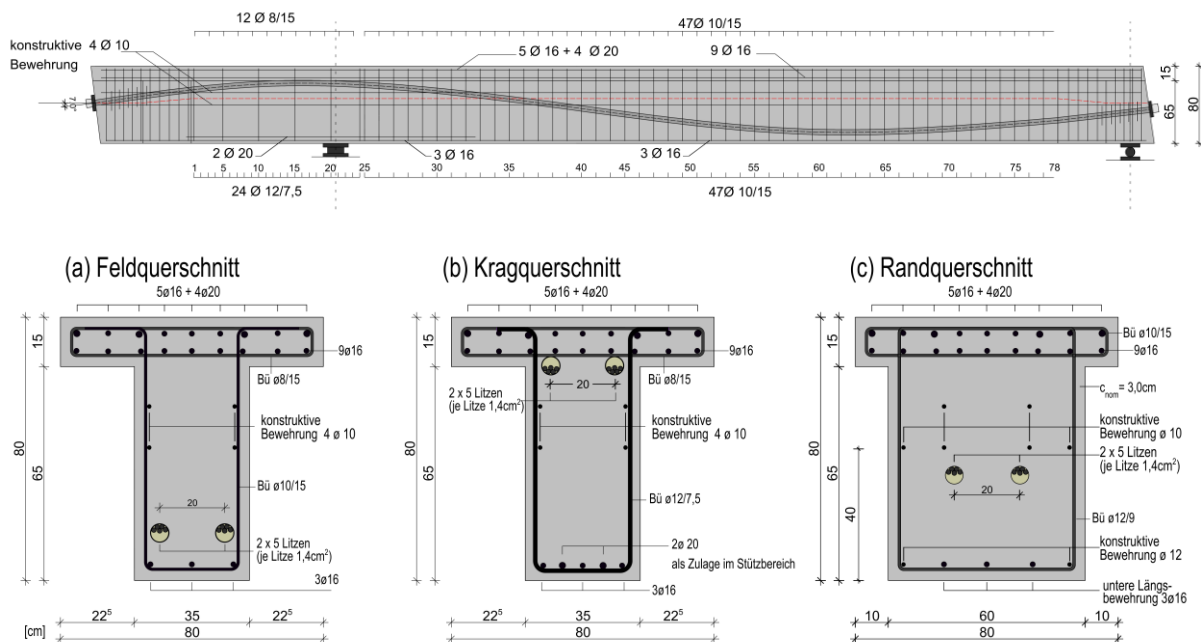


Abbildung A 2-4: Bewehrungsplan Versuchsträger ETK4

### A 2.5. Versuchsträger ETK5

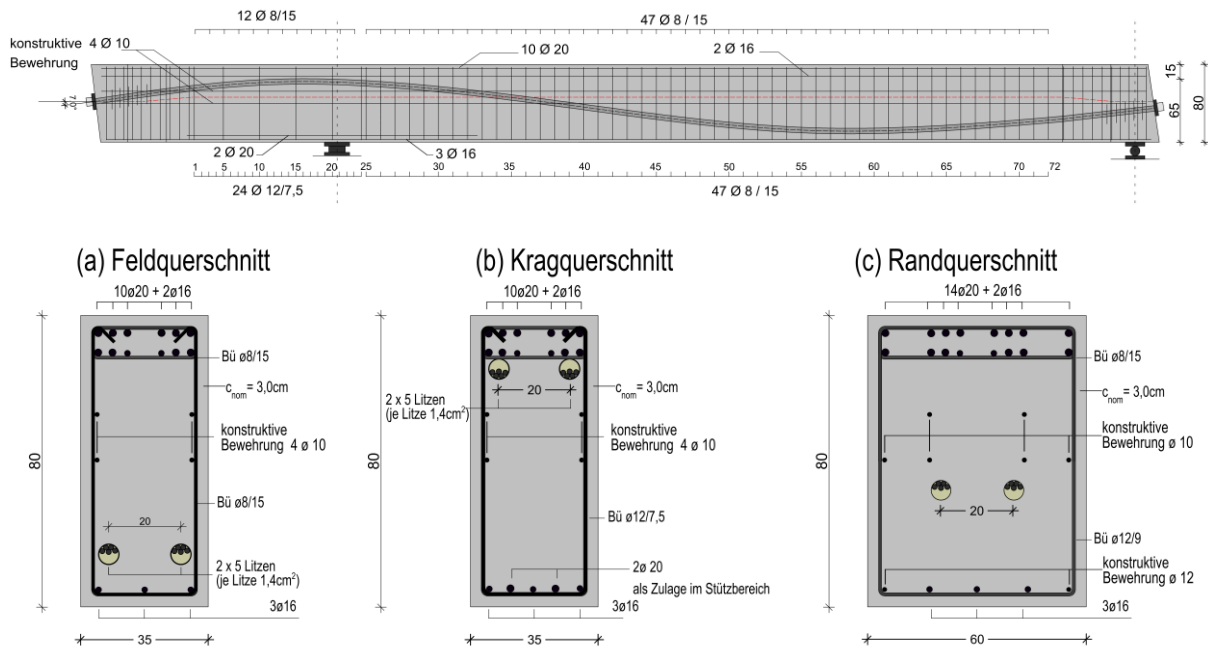


Abbildung A 2-5: Bewehrungsplan Versuchsträger ETK5

# A 3. Messtechnik

## A 3.1. Übersicht Messtechnik Dehnung

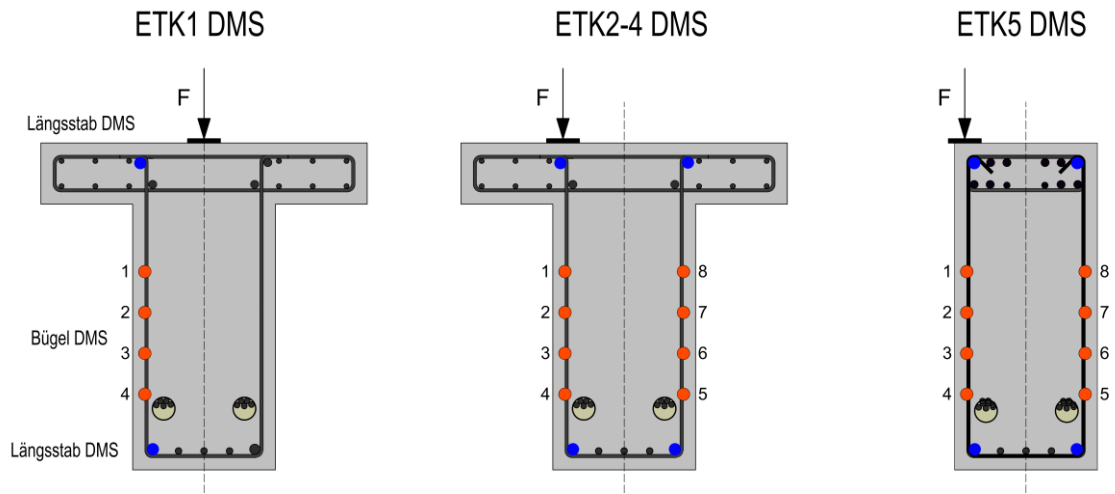


Abbildung A 3-1: ETK1 bis ETK5 Lage DMS im Querschnitt

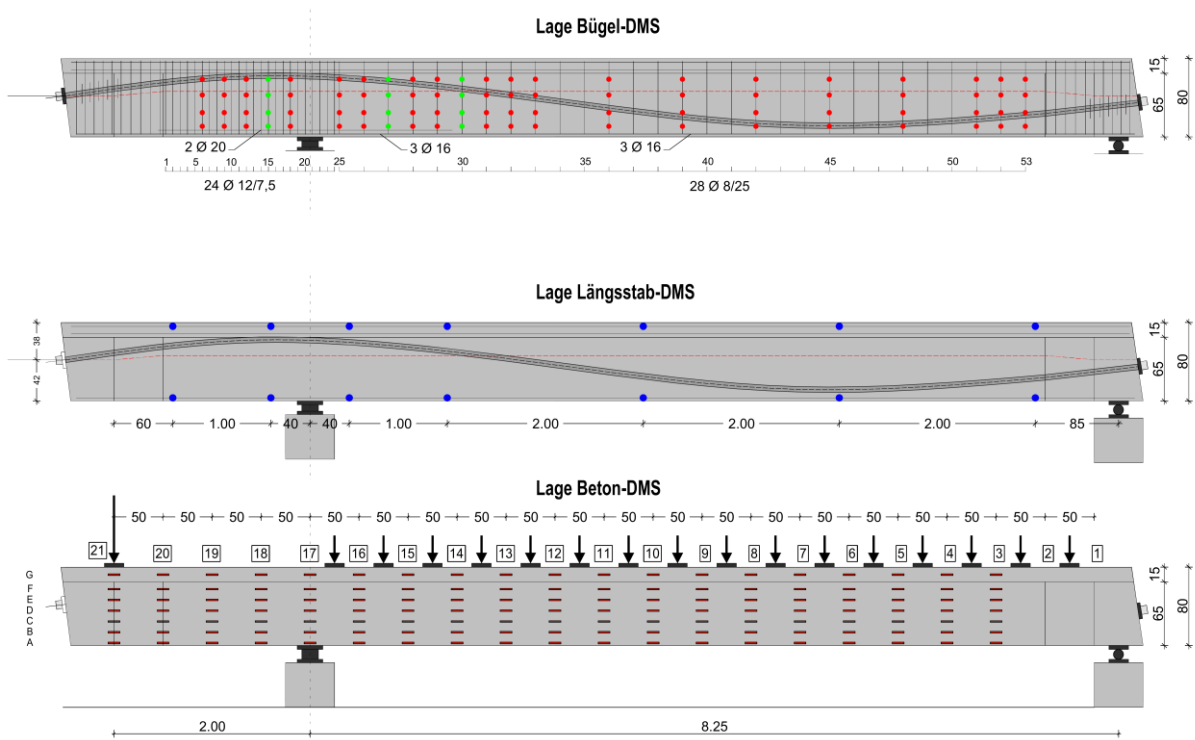


Abbildung A 3-2: ETK1 Lage der Dehnmessstreifen im Längsschnitt

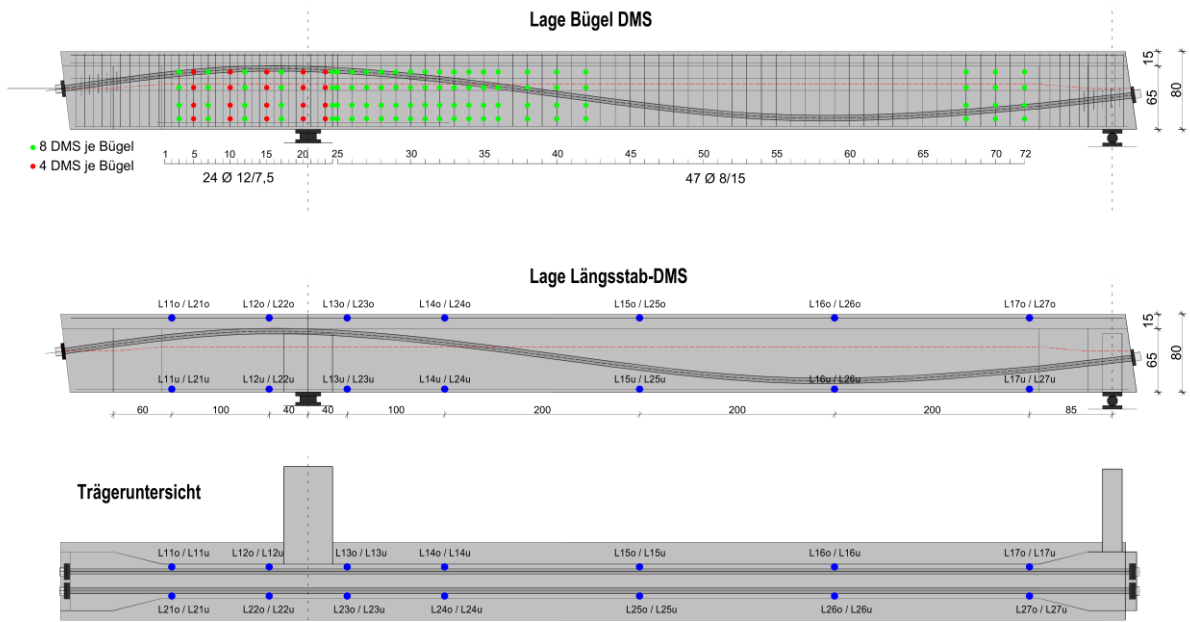


Abbildung A 3-3: ETK2 Lage DMS im Längsschnitt

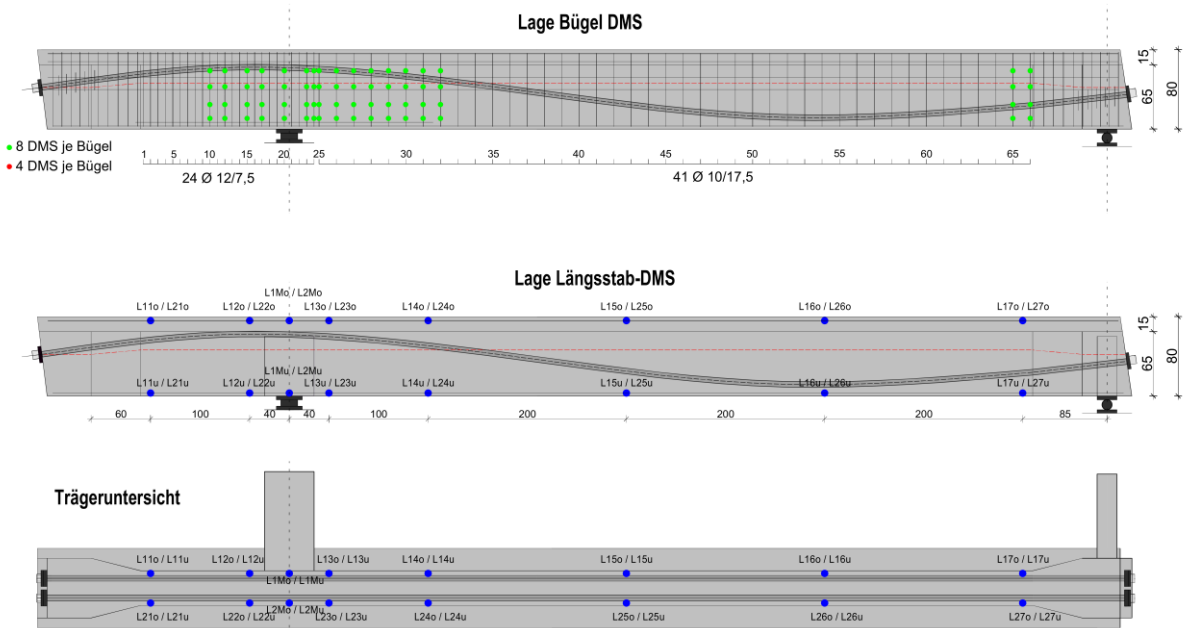


Abbildung A 3-4: ETK3 Lage DMS im Längsschnitt

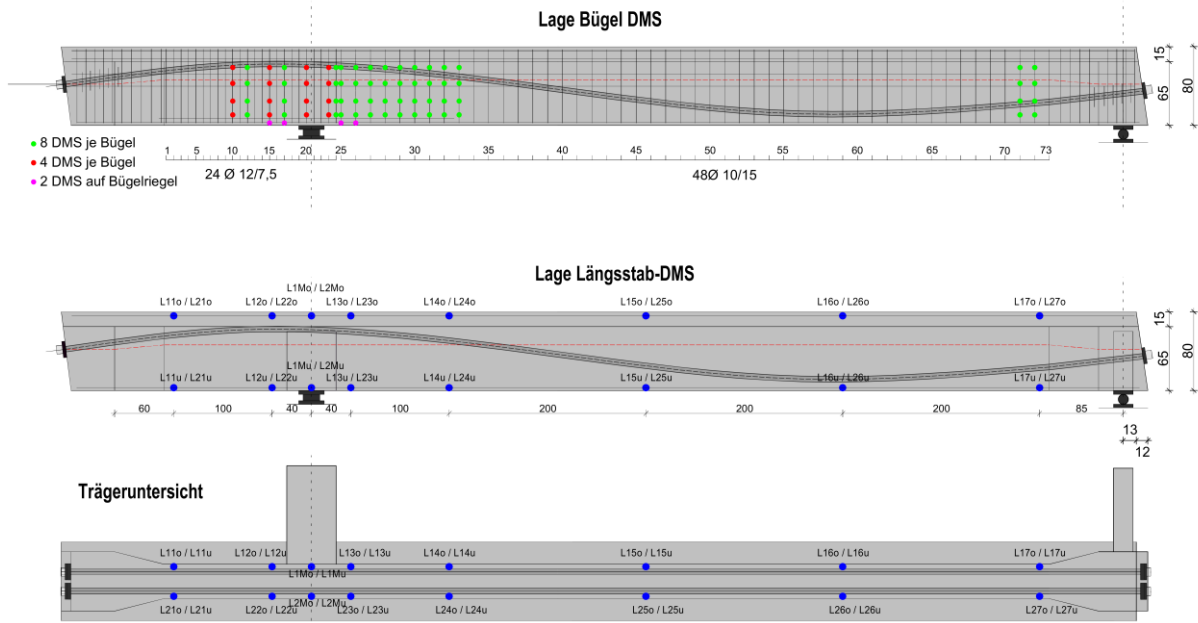


Abbildung A 3-5: ETK4 Lage DMS im Längsschnitt

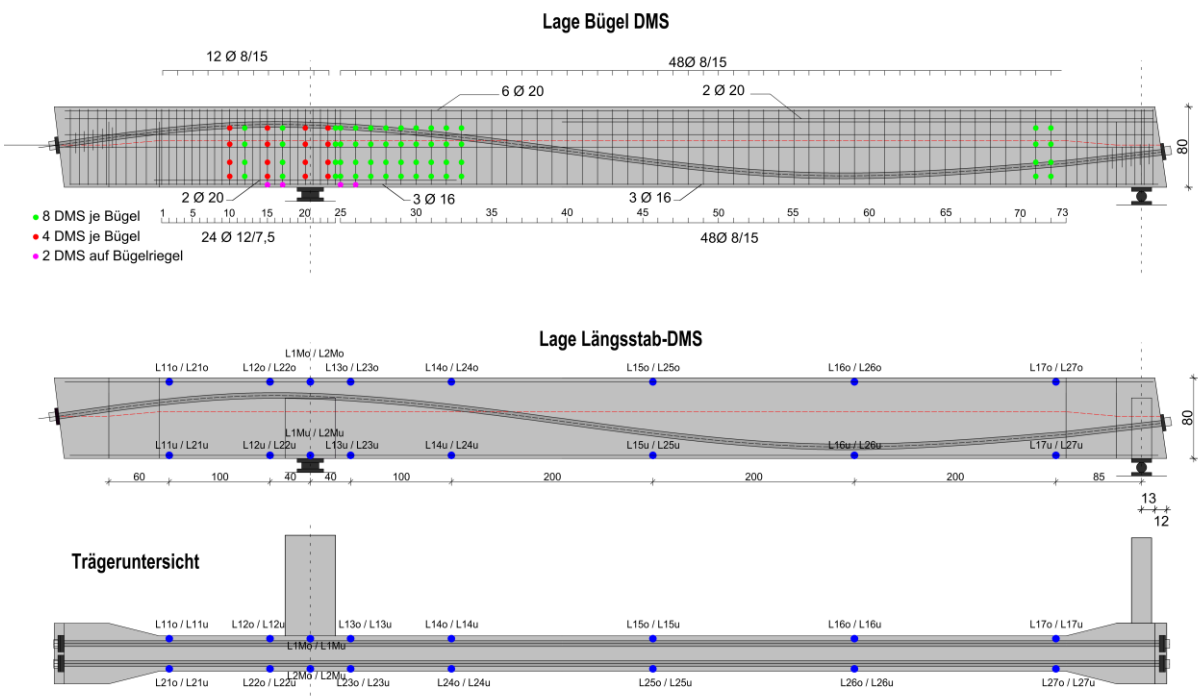


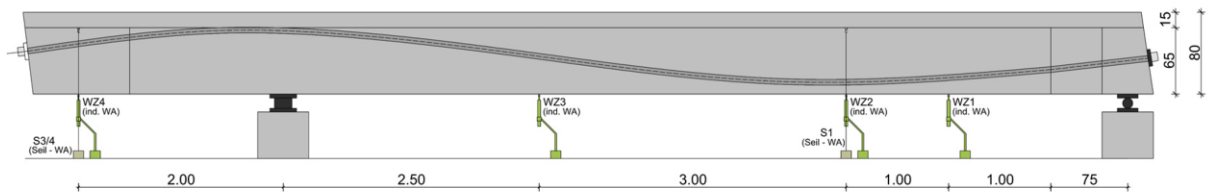
Abbildung A 3-6: ETK5 Lage DMS im Längsschnitt

### A 3.2. Übersicht Messtechnik Verformung

Tabelle A 3-2: Übersicht der Messverfahren zur Aufnahme der Trägerverformung

Messverfahren	Versuchsträger	Messhäufigkeit	Messpunkte	Ziel
Induktiver Wegaufnehmer	ETK1	Kontinuierlich	4 Messpunkte, 1 am Kragarm und 3 im Feld	Messung der Durchbiegung
	ETK2 bis ETK5	Kontinuierlich	3 Messpunkte, 1 am Kragarm und 2 im Feld	Messung der Durchbiegung
Seilwegaufnehmer	ETK1	Kontinuierlich	4 Messpunkte, 2 am Kragarm und 2 im Feld	Messung der Gurtverdrehung
	ETK2 bis ETK5	Kontinuierlich	6 Messpunkte, 2 am Kragarm und 4 im Feld	Messung der Gurtverdrehung
Tachymeter	ETK1	in Belastungspausen	16 Messpunkte	Räumliche Verformung
	ETK2 bis ETK5	in Belastungspausen	18 Messpunkte	Räumliche Verformung

Messpunkte Wegaufnehmer - ETK1



Messpunkte Wegaufnehmer - ETK2 bis ETK5

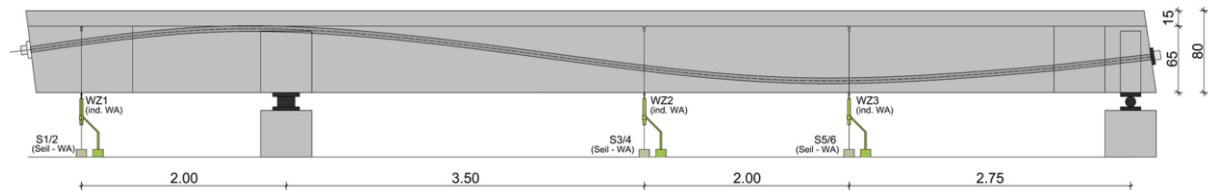


Abbildung A 3-7: ETK1 bis ETK5, Lage der Wegaufnehmer

### A 3.3. Messung Verformung

#### A 3.3.1. Verformung ETK1

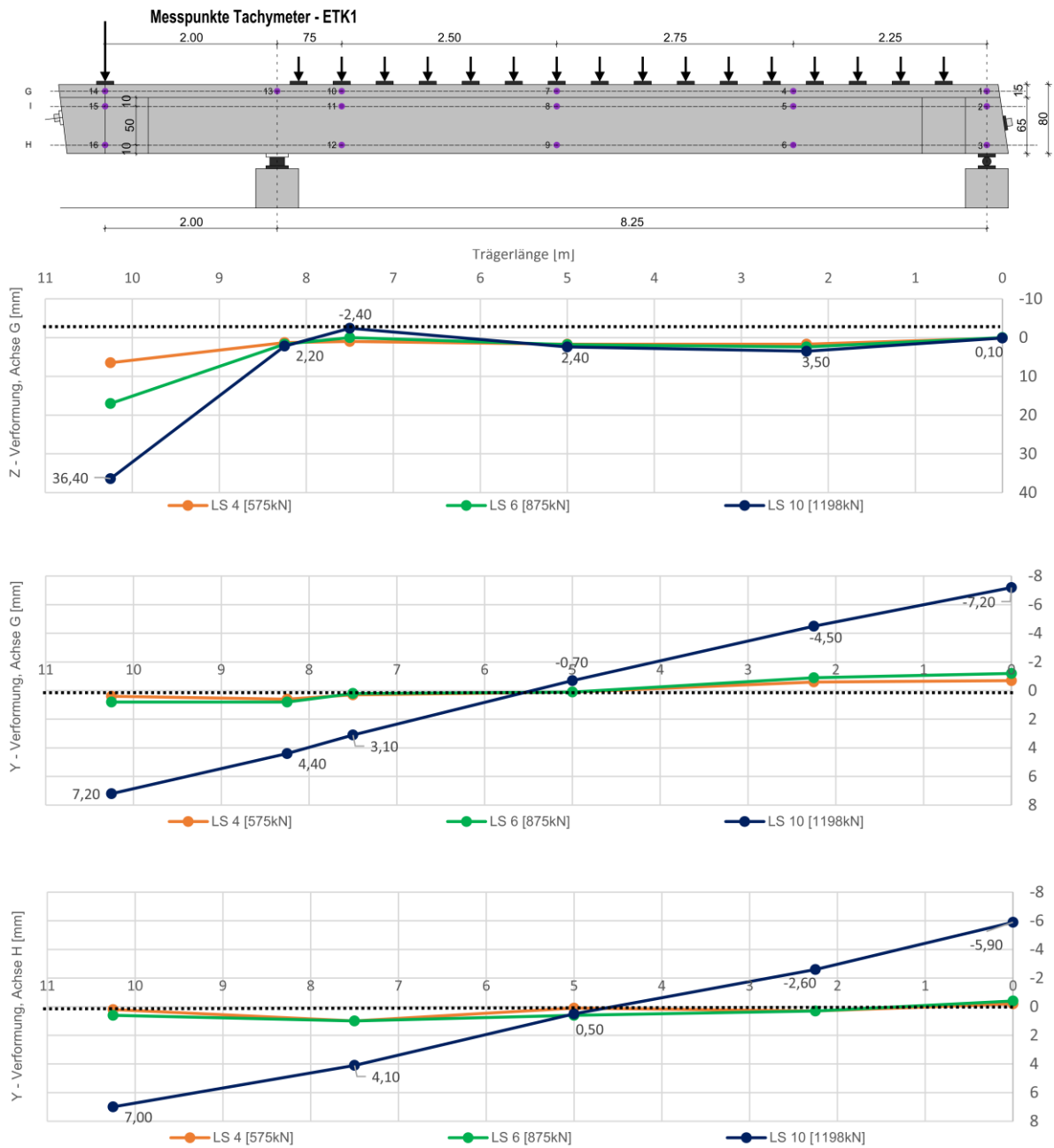


Abbildung A 3-8: ETK1 Räumliche Trägerverformung in Z- und Y-Richtungen

A 3.3.2. Verformung ETK2

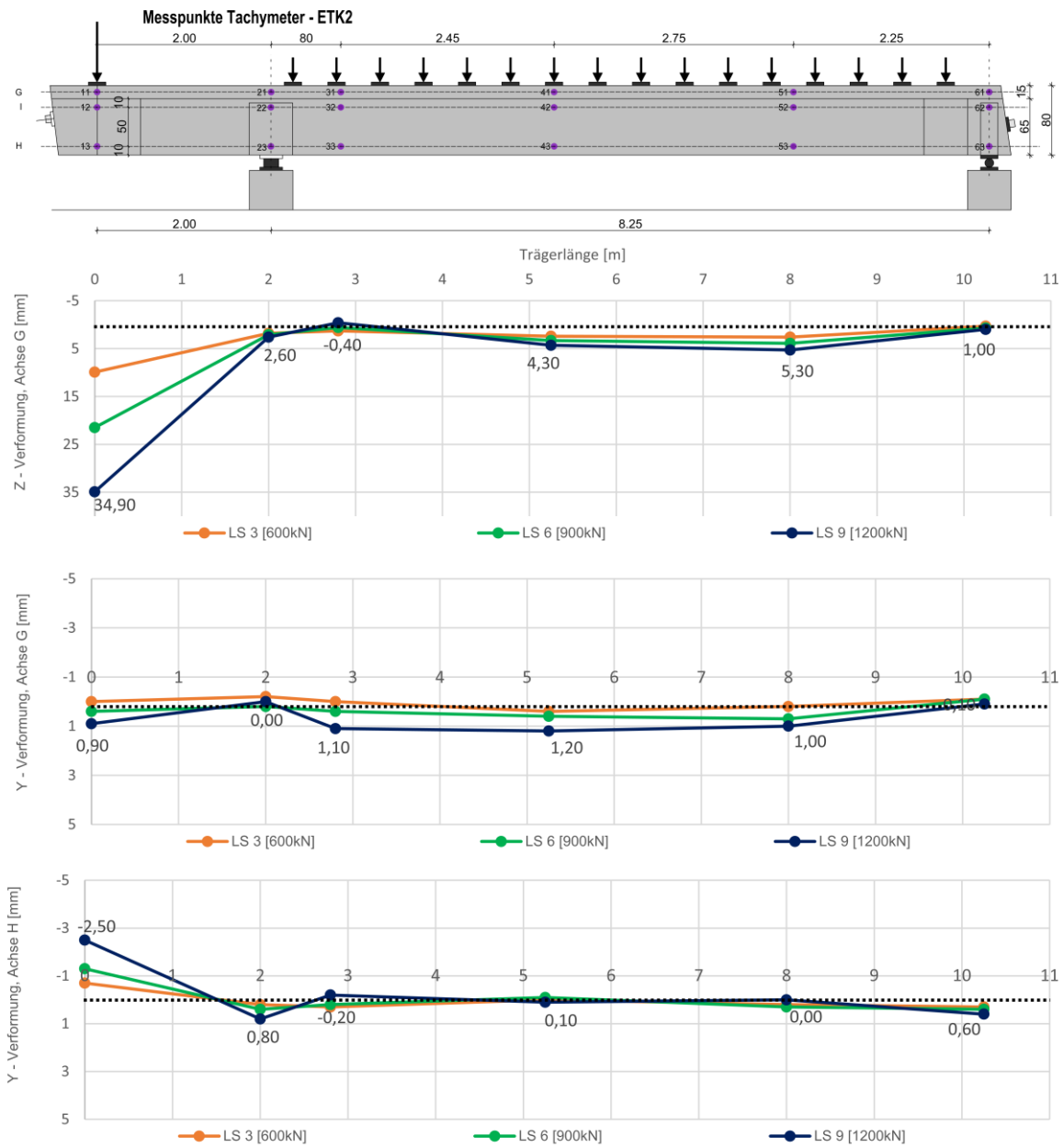


Abbildung A 3-9: ETK2 Räumliche Trägerverformung in Z- und Y-Richtungen

A 3.3.3. Verformung ETK3

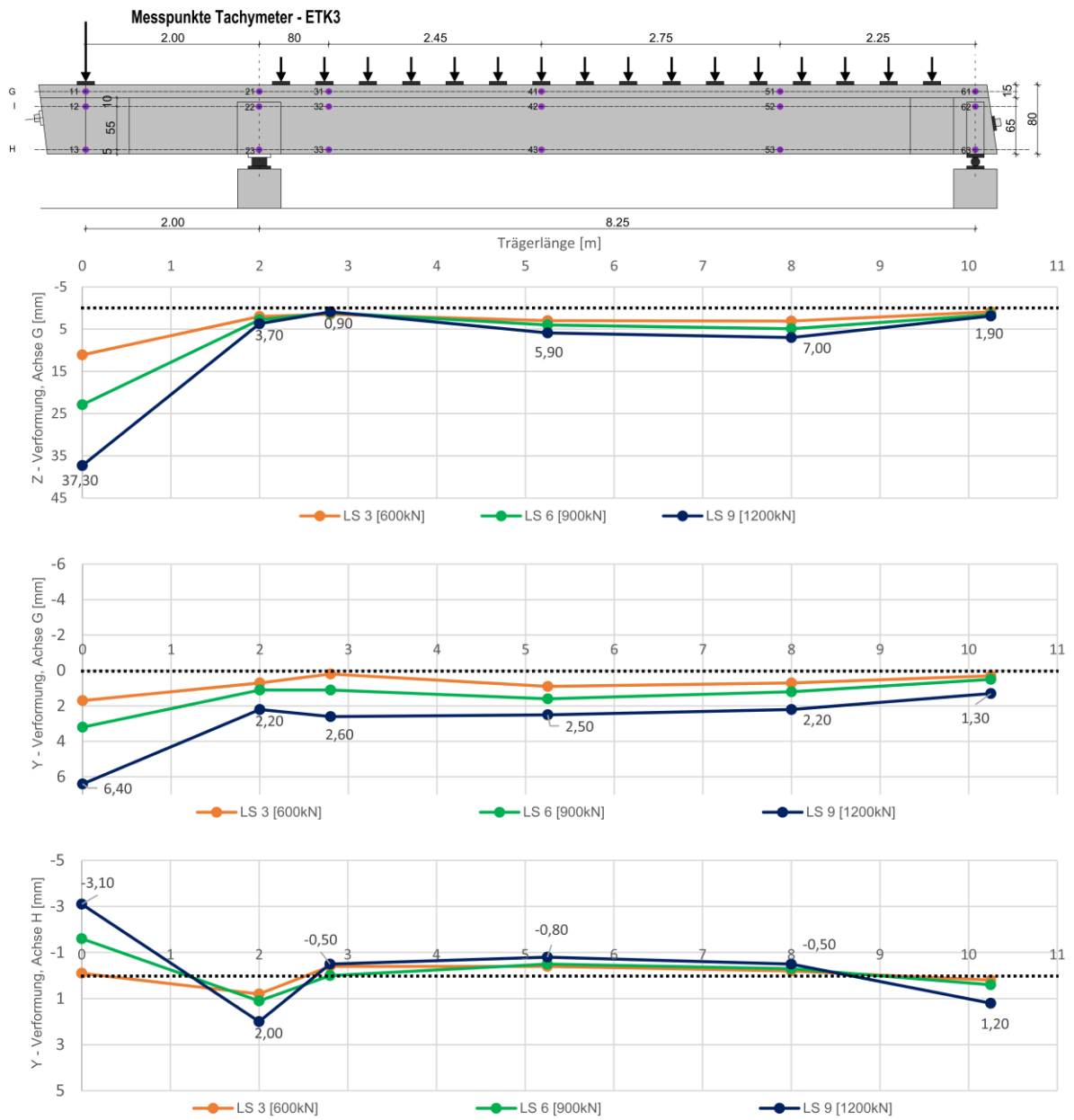


Abbildung A 3-10: ETK3 Räumliche Trägerverformung in Z- und Y-Richtungen

A 3.3.4. Verformung ETK4

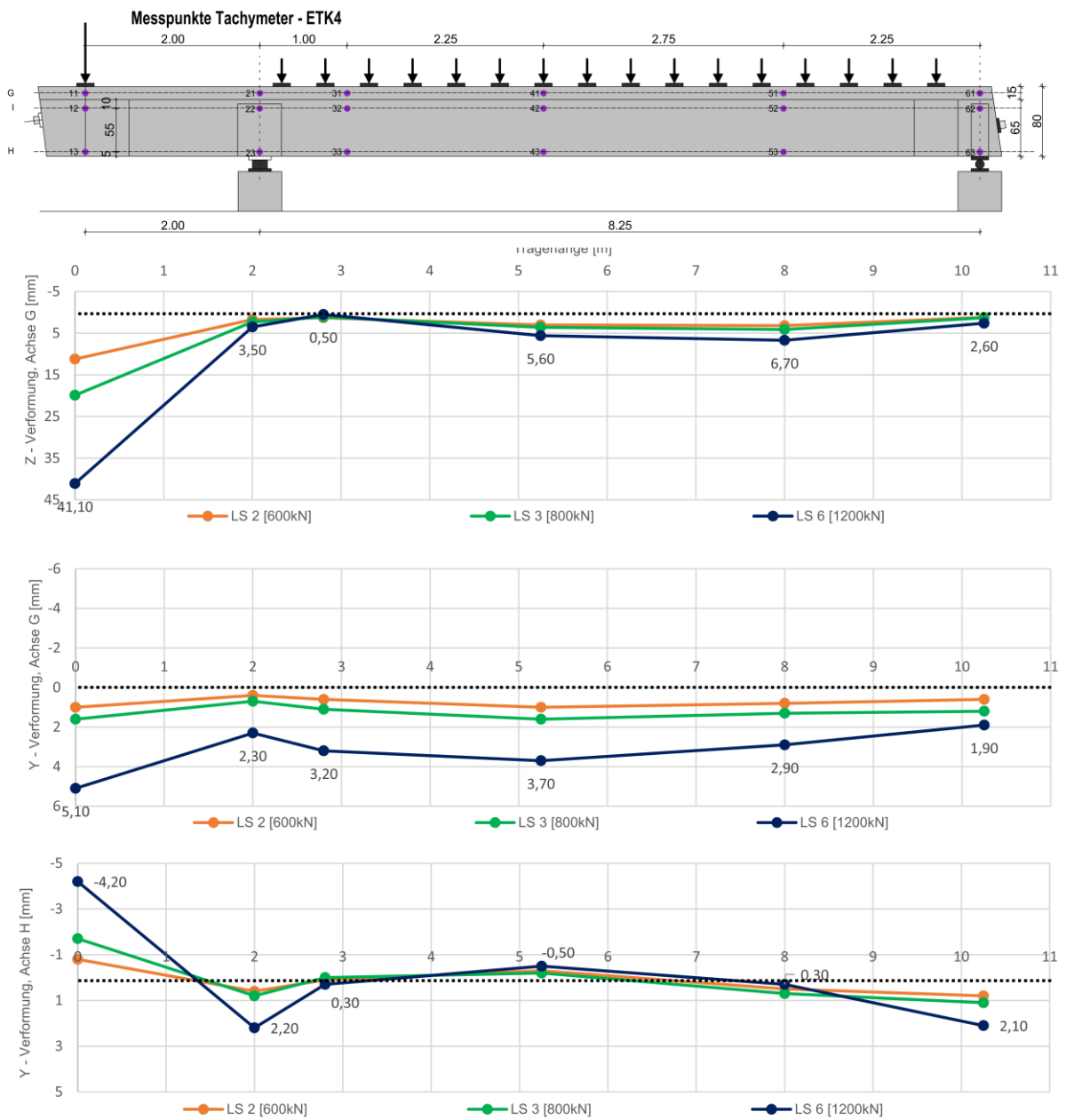


Abbildung A 3-11: ETK4 Räumliche Trägerverformung in Z- und Y-Richtungen

A 3.3.5. Verformung ETK5

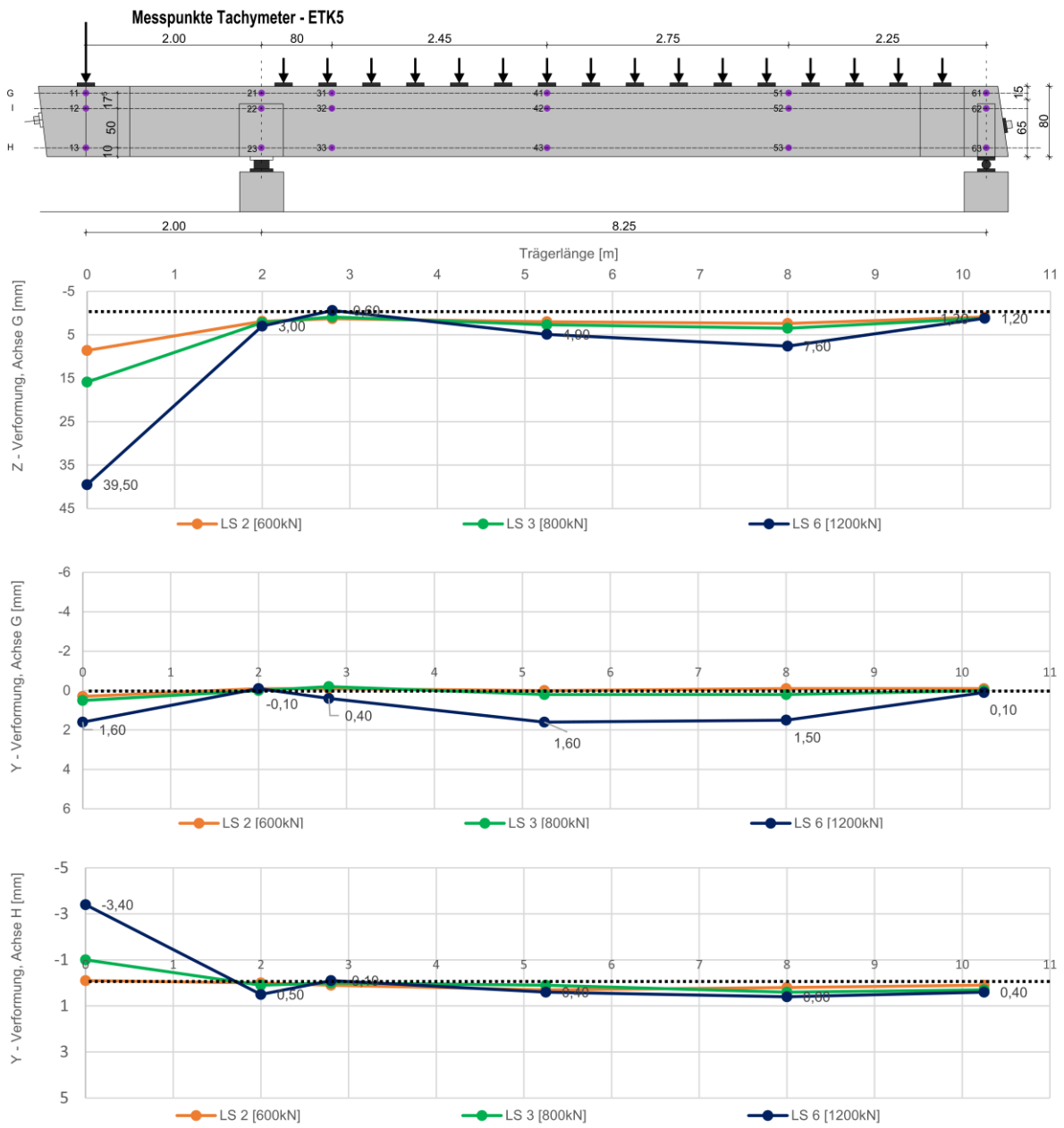


Abbildung A 3-12: ETK5 Räumliche Trägerverformung in Z- und Y-Richtungen

### A 3.4. Messung Vorspannung

#### A 3.4.1. Kraftmessdosen

In den Versuchen ETK1 bis ETK2 wurden durch *Gleich* entwickelte und in Abbildung A 3-13 (links) dargestellte Kraftmessdosen (KMD) zur Messung der Vorspannkraft verwendet. Diese bestanden aus zwei Stahlblöcken, die mittels drei, mit DMS versehenen Gewindestangen verbunden waren. Dadurch konnten die KMDs nach dem Versuch demontiert und nach einer neuen Kalibrierung im Folgeversuch wiederverwendet werden. Beim Verpressen der Spannglieder trat jedoch stets eine Undichtigkeit auf, die zu dem Austritt des Verpressmörtels führte. Außerdem gestaltete sich die Demontage der unter Vorspannung stehenden Kraftmessdosen als sehr aufwendig.

Zur Vermeidung dieser Undichtigkeit wurde ab dem Versuchsträger ETK3 neue KMDs verwendet, Abbildung A 3-13 (rechts). Diese bestanden aus einem Rohr 116x8,8 aus S355, an dessen Mantelfläche mittig über den Umfang verteilt 3 Stahl-DMS appliziert waren. Die Kraftmessdosen wurden für eine Vorspannkraft von ca. 700 kN kalibriert, Abbildung A 3-14 (mittig). Die Ankerplatte und der Verankerungskopf wurden vor dem Einbau plangeschliffen, um ein fugenloses Andrücken der KMD zu ermöglichen, was zu einer Dichtigkeit beim Verpressen führte. Die Kraftmessdosen wurden als Verschleißbauteile konzipiert und verblieben nach dem Versuch am Träger.

ETK1 bis ETK2



ETK3 bis ETK5



Abbildung A 3-13: Darstellung der Kraftmessdosen zur kontinuierlichen Messung der Vorspannkraft, links: wiederverwendbare Kraftmessdose aus DLT Versuchsreihe, ETK1 bis ETK2 rechts: nicht weiderverwendbare Kraftmessdose, ETK3 bis ETK5



Abbildung A 3-14: nicht wiederverwendbare Kraftmessdosen aus Stahlrohr 116x8,8

## A 3.4.2. Vorspannkraft

Tabelle A 3-3

Versuchsträger	$P_{m0}$ [kN]	$\sigma_{p0}$ [MPa]	$\sigma_{p0}/f_{pk.theor}$ [-]	$\sigma_{p0}/f_{pk.exp}$ [-]	$t$ [Tage]	$P_{mt,RH65}$ [kN]	$\Delta P_{mt,RH65}$ [%]	$\varepsilon_p^{(0)}$ [‰]	$\sigma_{cp,RH65}$ [MPa]
ETK1	1287	919	0,52	0,45	48	1226	5	4,49	-3,5
ETK2	1207	862	0,49	0,43	38	1155	5	4,23	-3,3
ETK3	1266	904	0,51	0,45	37	1214	4	4,45	-3,5
ETK4	1307	934	0,53	0,46	36	1252	4	4,59	-3,6
ETK5	948	677	0,38	0,33	22	906	4	3,36	-3,2

## A 4. Materialeigenschaften

### A 4.1. Beton

Tabelle A 4-4: Eigenschaften Transportbeton

Träger	Datum Betonage	Ausbreitmaß [cm]	Konsistenzklasse	Bestellte Betonfestigkeitsklasse	Zement	Größtkorn [mm]
ETK1	08.07.2021	44	F3	C40/50	CEM 42,5R	16
ETK2	20.12.2021	48	F3	C40/50	CEM 42,5R	16
ETK3	14.03.2022	50*	F4	C40/50	CEM 42,5R	16
ETK4	07.06.2022	48	F3	C40/50	CEM 42,5R	16
ETK5	05.10.2022	54*	F4	C40/50	CEM 42,5R	16

\*Dem Beton wurde werkseitig ein Fließmittel ViscoCrete 1051 (Sika) beigelegt. In Abhängigkeit der Fahrzeit zwischen dem Werk und der Experimentierhalle stellte sich ggf. ein abweichender Ausbreitmaß.

Tabelle A 4-5: Materialkennwerte des Festbetons am Versuchstag (Mittelwerte)

Prüfzeitpunkt	Betonalter [Tage]	$f_{cm,cv1}$ [MPa]	$f_{cm,cube}$ [MPa]	$f_{cm,sp}$ [MPa]	$f_{ctm,fl}$ [MPa]	$E_{cm}$ [MPa]
ETK1	48	44,9	53,4	3,25	4,48	33.309
ETK2	39	45,7	55,8	3,45	3,88	33.014
ETK3	37	51,5	58,7	3,37	4,08	36.646
ETK4 – TV1	37	43,8	53,9	3,08	-	-
ETK4 – TV2	66	45,1	52,8	3,20	4,40	33.627
ETK5	56	44,3	50,1	3,11	4,43	33.479

### A 4.2. Einpressmörtel

Tabelle A 4-6: Materialkennwerte des Verpressmörtels (Mittelwerte)

Träger	Festigkeitsklasse	Zement	Abmessung des Probekörpers Ø x h [cm]	w/z-Wert	$f_{c,cv1}$ [MPa]
ETK1	52,5	CEM I 52,5N	10x10	0,34	91,7
ETK2	52,5	CEM I 52,5N	10x10	0,44	78,9
ETK3	52,5	CEM I 52,5N	10x10	0,44	95,1
ETK4	52,5	CEM I 52,5R	10x10	0,40	82,5
ETK5	52,5	CEM I 52,5R	10x10	0,36	75,3

### A 4.3. Betonstahl

Tabelle A 4-7: Materialkennwerte Betonstahl ETK1 und ETK2 (Mittelwerte)

Durchmesser [mm]	$f_{ym,0.2}$ [MPa]	$f_{tm}$ [MPa]	$E_{sm}$ [MPa]
Ø8	517	586	193.600
Ø12	557	612	194.200
Ø16	545	613	196.586
Ø20	514	613	204.417

Tabelle A 4-8: Materialkennwerte Betonstahl ETK3 bis ETK5 (Mittelwerte)

Durchmesser [mm]	$f_{ym,0.2}$ [MPa]	$f_{tm}$ [MPa]	$E_{sm}$ [MPa]
Ø8	527	641	203.344
Ø10	539	638	201.076
Ø12	588	671	208.032
Ø16	547	655	197.627
Ø20	598	699	203.559

### A 4.4. Spannstahl

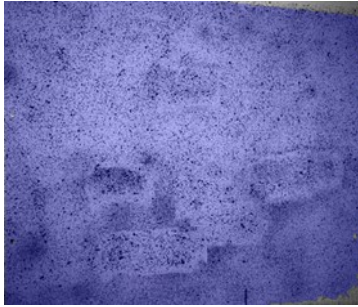
Tabelle A 4-9: Materialkennwerte Spannstahl ETK1 bis ETK5 (Mittelwerte)

$A_p$ [mm <sup>2</sup> ]	$f_{p0.1m}$ [MPa]	$f_{p0.2m}$ [MPa]	$f_{pm}$ [MPa]	$E_p$ [MPa]	$\epsilon_{p0.1m}$ [%]
1400	1779	1802	2026	201.588	8,83

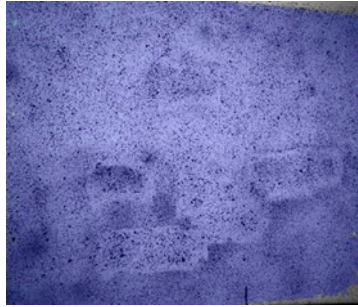
## A 5. Photogrammetrische Auswertung der Hauptdehnungen

### A 5.1. Hauptdehnungen ETK1

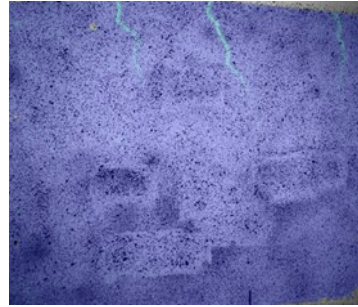
a) Laststufe 0:  $V_0 = 0$  kN



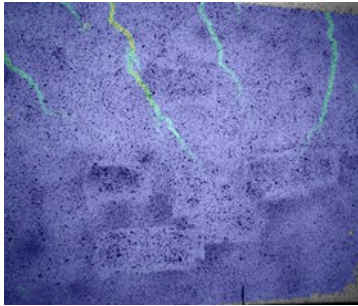
b) Laststufe 1:  $12\%V_{\max} = 144$  kN



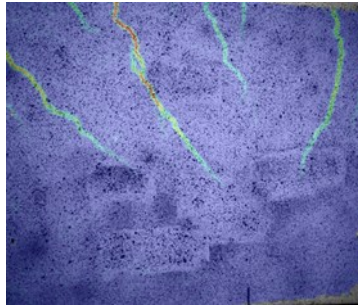
c) Laststufe 2:  $25\%V_{\max} = 290$  kN



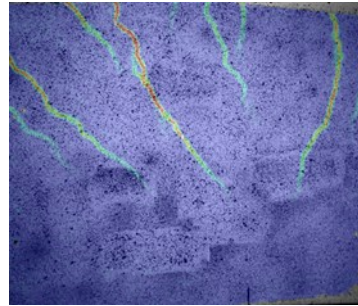
d) Laststufe 3:  $37\%V_{\max} = 432$  kN



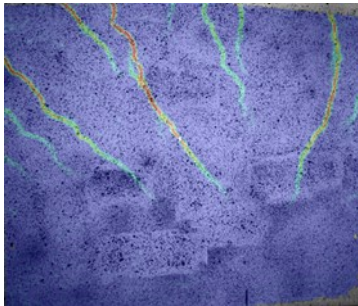
e) Laststufe 4:  $49\%V_{\max} = 575$  kN



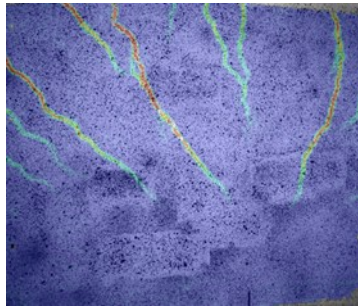
f) Laststufe 5:  $63\%V_{\max} = 735$  kN



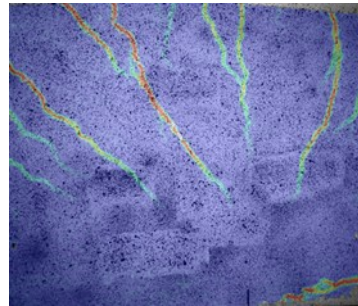
g) Laststufe 6:  $75\%V_{\max} = 875$  kN



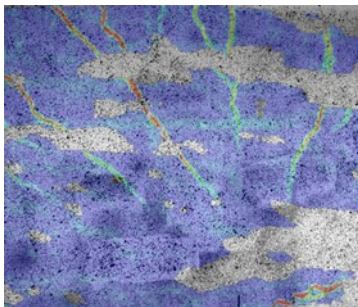
h) Laststufe 7:  $81\%V_{\max} = 942$  kN



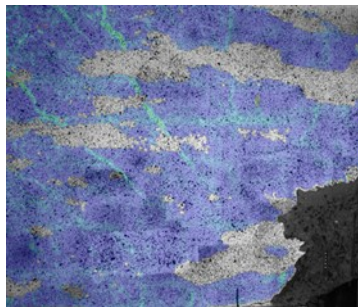
i) Laststufe 8:  $88\%V_{\max} = 1025$  kN



j) Laststufe 9:  $93\%V_{\max} = 1090$  kN



k) Laststufe 10:  $V_{\max} = 1166$  kN



[%]

4.000

3.600

3.200

2.800

2.400

2.000

1.600

1.200

0.800

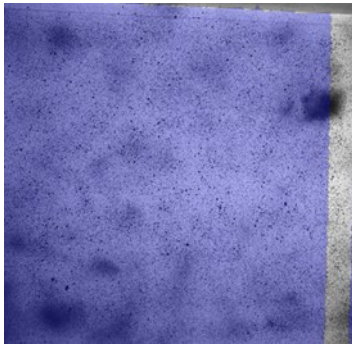
0.400

0.000

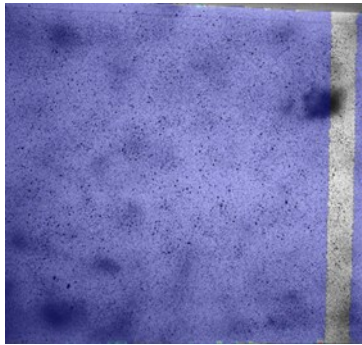
Rissbildung anhand der Hauptformänderung in GOM Correlate von ETK1

### A 5.2. Hauptdehnungen ETK2

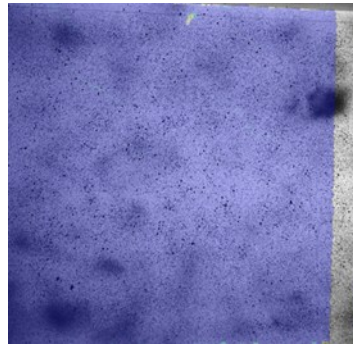
a) Laststufe 0:  $V_0 = 0$  kN



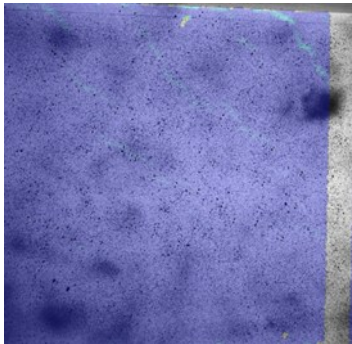
b) Laststufe 1:  $14\%V_{\max} = 200$  kN



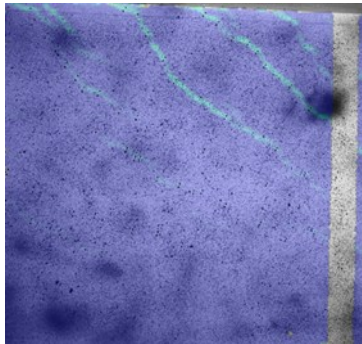
c) Laststufe 2:  $27\%V_{\max} = 400$  kN



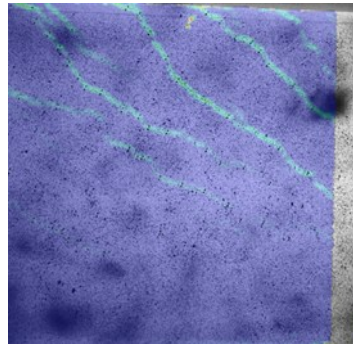
d) Laststufe 3:  $41\%V_{\max} = 600$  kN



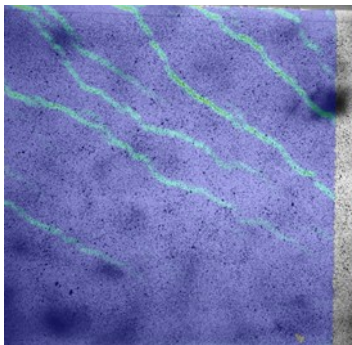
e) Laststufe 4:  $48\%V_{\max} = 700$  kN



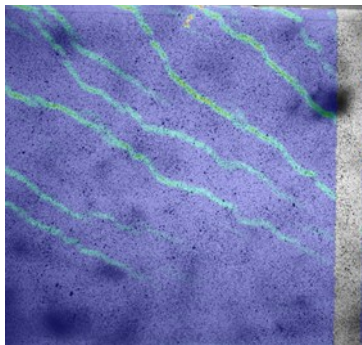
f) Laststufe 5:  $55\%V_{\max} = 800$  kN



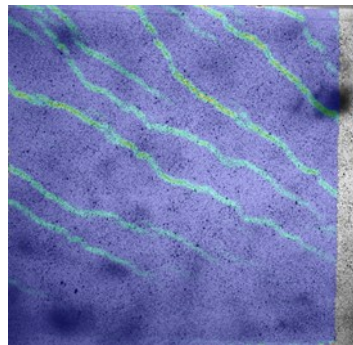
g) Laststufe 6:  $62\%V_{\max} = 900$  kN



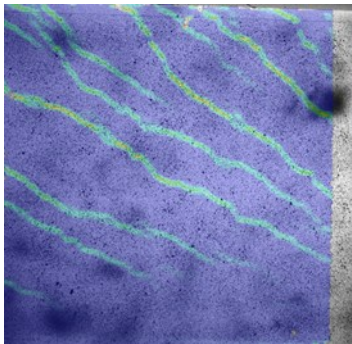
h) Laststufe 7:  $68\%V_{\max} = 1000$  kN



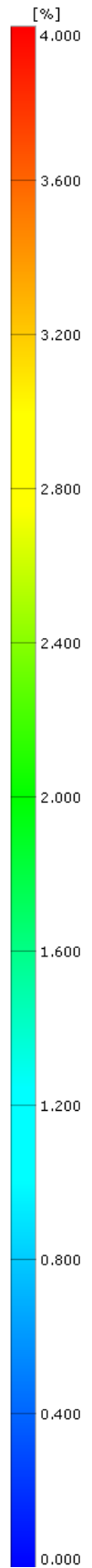
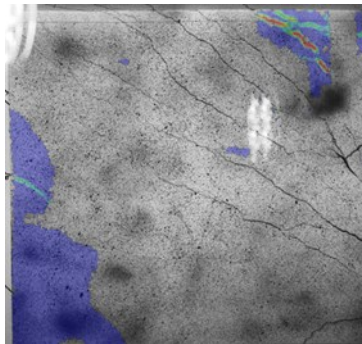
i) Laststufe 8:  $75\%V_{\max} = 1100$  kN



j) Laststufe 9:  $82\%V_{\max} = 1200$  kN



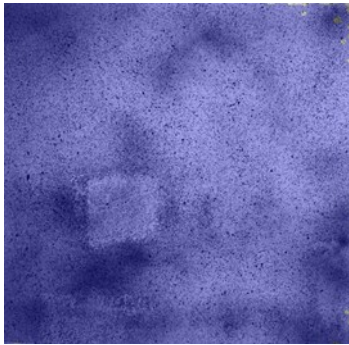
k) Laststufe 10:  $V_{\max} = 1462$  kN



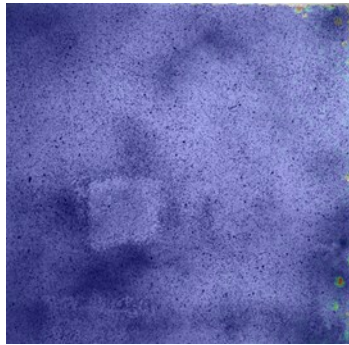
Rissbildung anhand der Haupformänderung in GOM Correlate von ETK2

### A 5.3. Hauptdehnungen ETK3

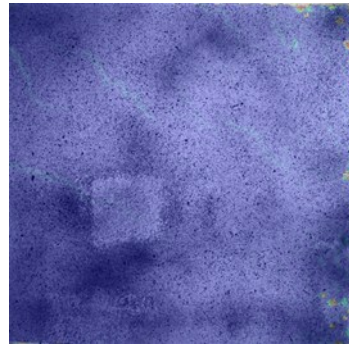
a) Laststufe 0:  $V_0 = 0$  kN



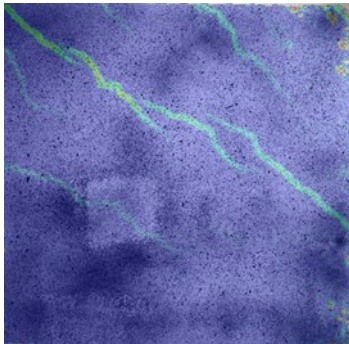
b) Laststufe 1:  $15\%V_{\max} = 205$  kN



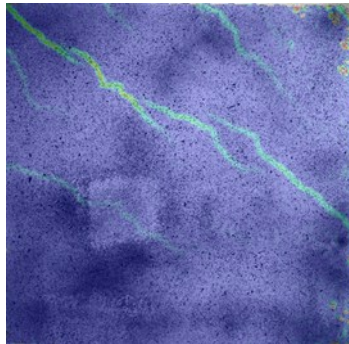
c) Laststufe 2:  $29\%V_{\max} = 400$  kN



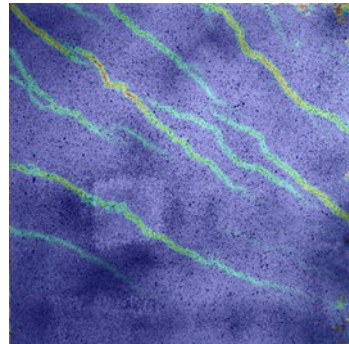
d) Laststufe 3:  $43\%V_{\max} = 600$  kN



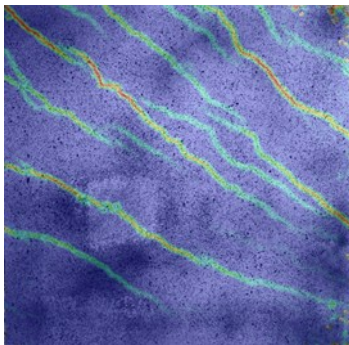
e) Laststufe 4:  $50\%V_{\max} = 700$  kN



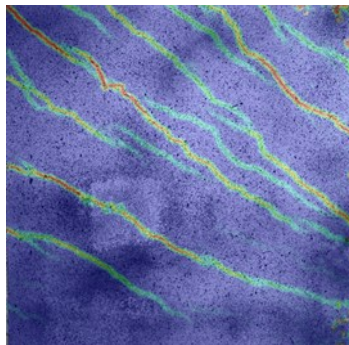
f) Laststufe 5:  $57\%V_{\max} = 800$  kN



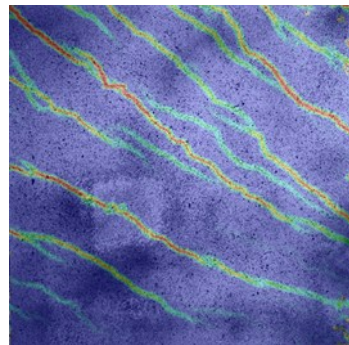
g) Laststufe 6:  $64\%V_{\max} = 900$  kN



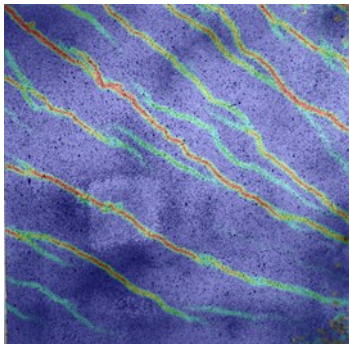
h) Laststufe 7:  $72\%V_{\max} = 1000$  kN



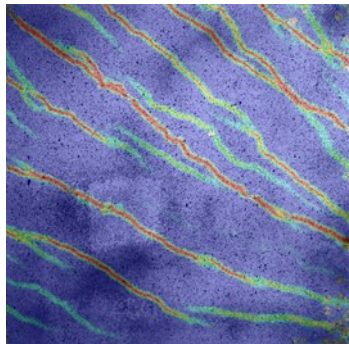
i) Laststufe 8:  $79\%V_{\max} = 1100$  kN



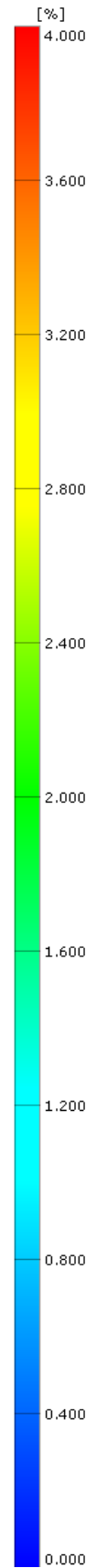
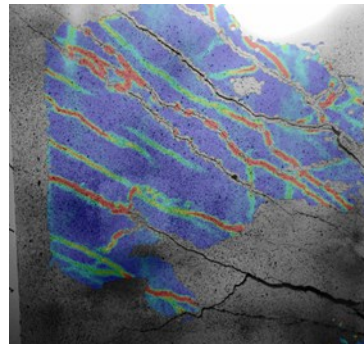
j) Laststufe 9:  $86\%V_{\max} = 1200$  kN



k) Laststufe 10:  $93\%V_{\max} = 1300$  kN



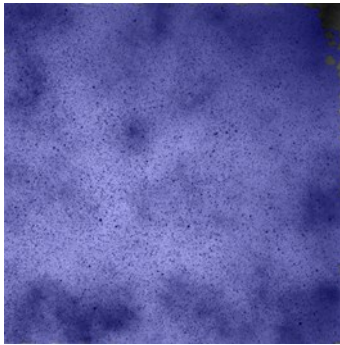
l) Laststufe 11:  $V_{\max} = 1398$  kN



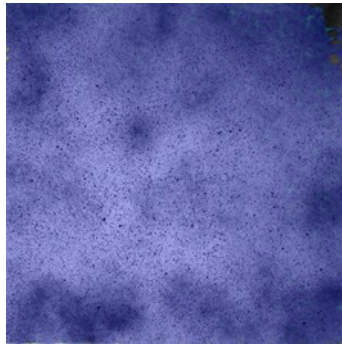
Rissbildung anhand der Hauptformänderung in GOM Correlate von ETK3

### A 5.4. Hauptdehnungen ETK4

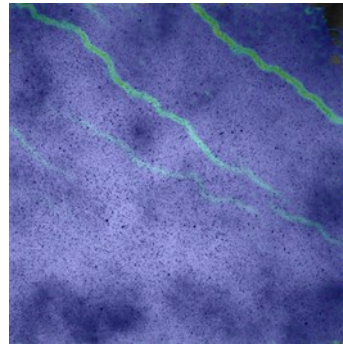
a) Laststufe 0:  $V_0 = 0$  kN



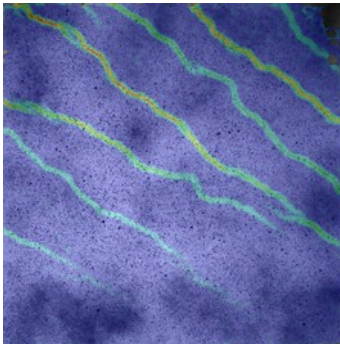
b) Laststufe 1:  $17\%V_{\max} = 206$  kN



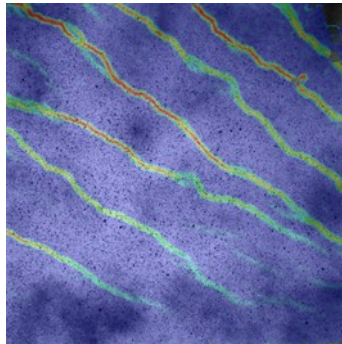
c) Laststufe 2:  $50\%V_{\max} = 600$  kN



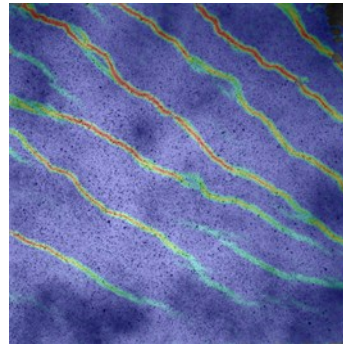
d) Laststufe 3:  $67\%V_{\max} = 800$  kN



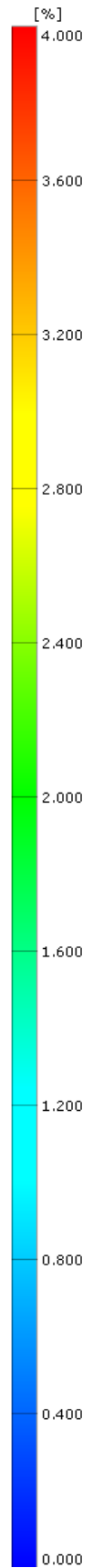
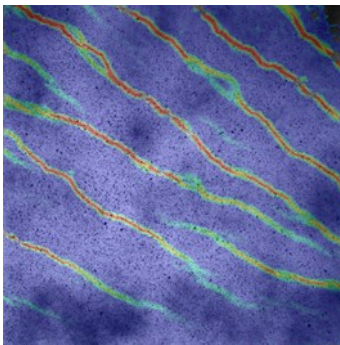
e) Laststufe 4:  $83\%V_{\max} = 1000$  kN



f) Laststufe 5:  $92\%V_{\max} = 1100$  kN



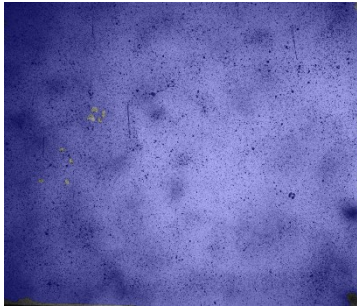
g) Laststufe 6:  $V_{\max} = 1200$  kN



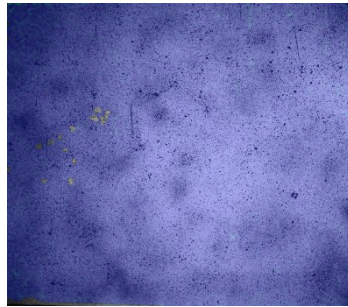
Rissbildung anhand der Hauptformänderung in GOM Correlate von ETK4

### A 5.5. Hauptdehnungen ETK5

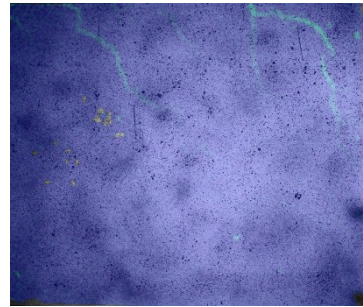
a) Laststufe 0:  $V_0 = 0$  kN



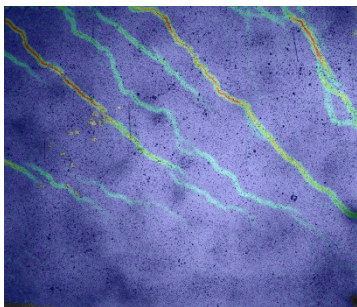
b) Laststufe 1:  $31\%V_{\max} = 400$  kN



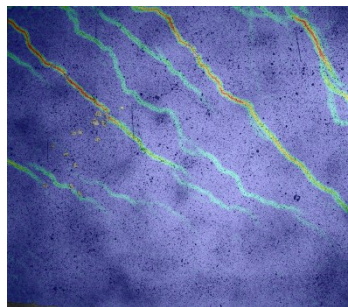
c) Laststufe 2:  $47\%V_{\max} = 600$  kN



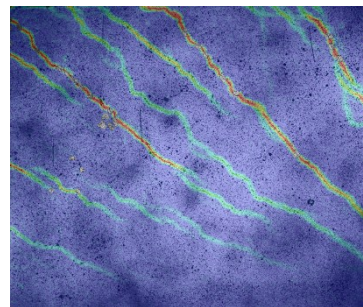
d) Laststufe 3:  $63\%V_{\max} = 800$  kN



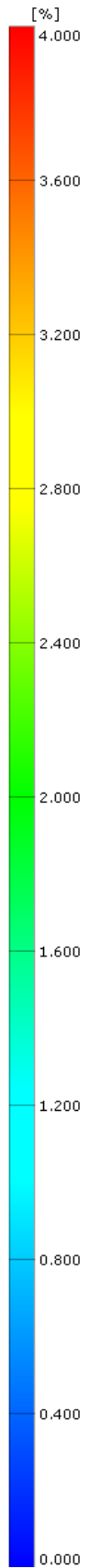
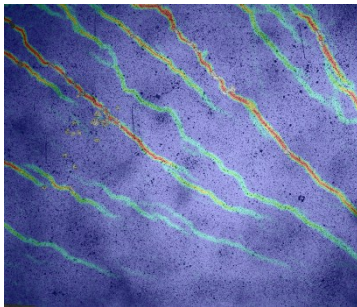
e) Laststufe 4:  $78\%V_{\max} = 1000$  kN



f) Laststufe 5:  $86\%V_{\max} = 1100$  kN



g) Laststufe 6:  $94\%V_{\max} = 1200$  kN



Rissbildung anhand der Hauptformänderung in GOM Correlate von ETK5

## A 6. Rissbilder

### A 6.1. Rissbilder ETK 1

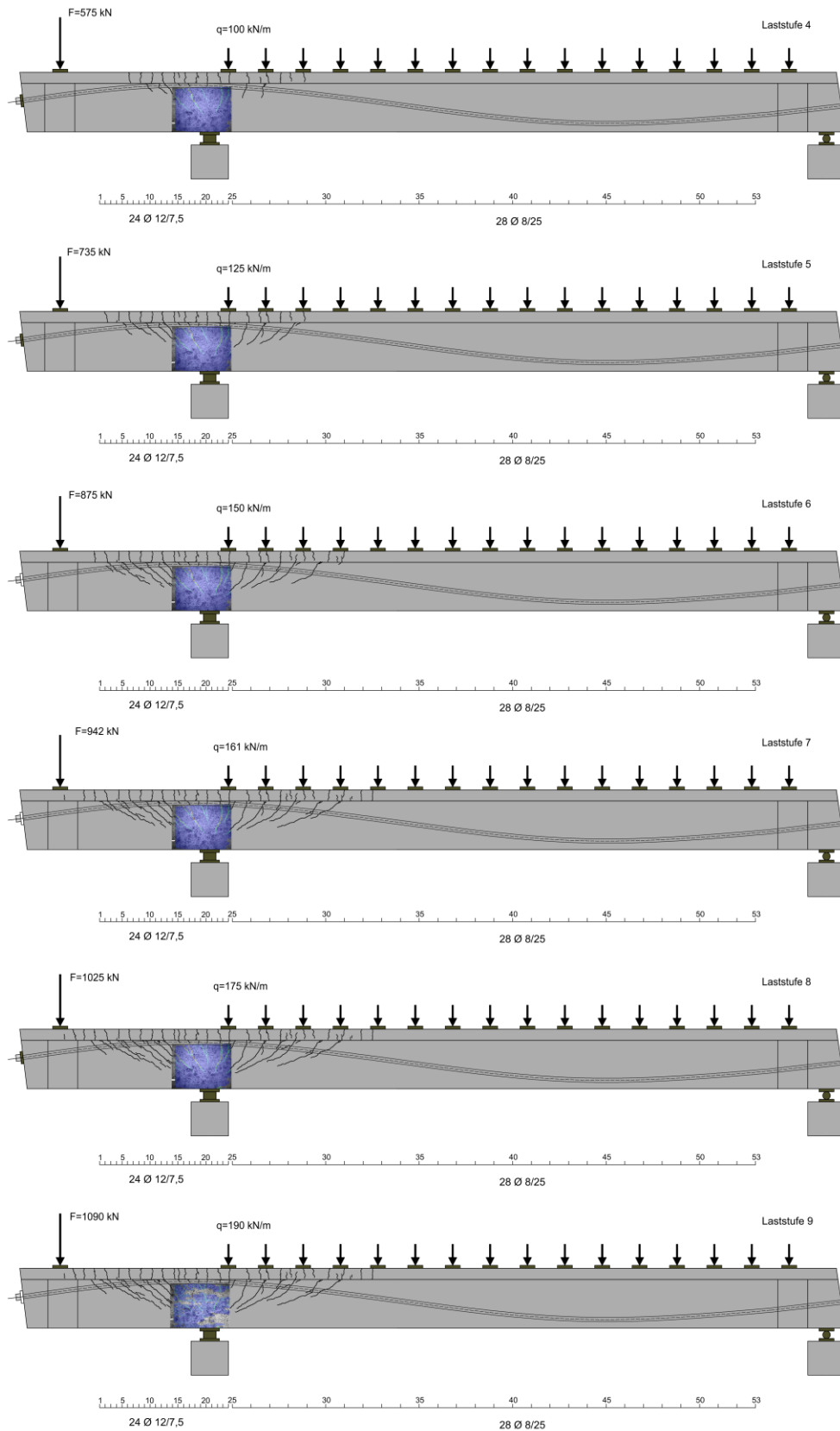


Abbildung A 6-1: ETK 1 Rissbilder unter Laststufen

ETK1 - Rissbild unter Bruchlast  $F = 1166 \text{ kN}$ ,  $q = 202 \text{ kN/m}$ ,  $e = 0 \text{ cm}$

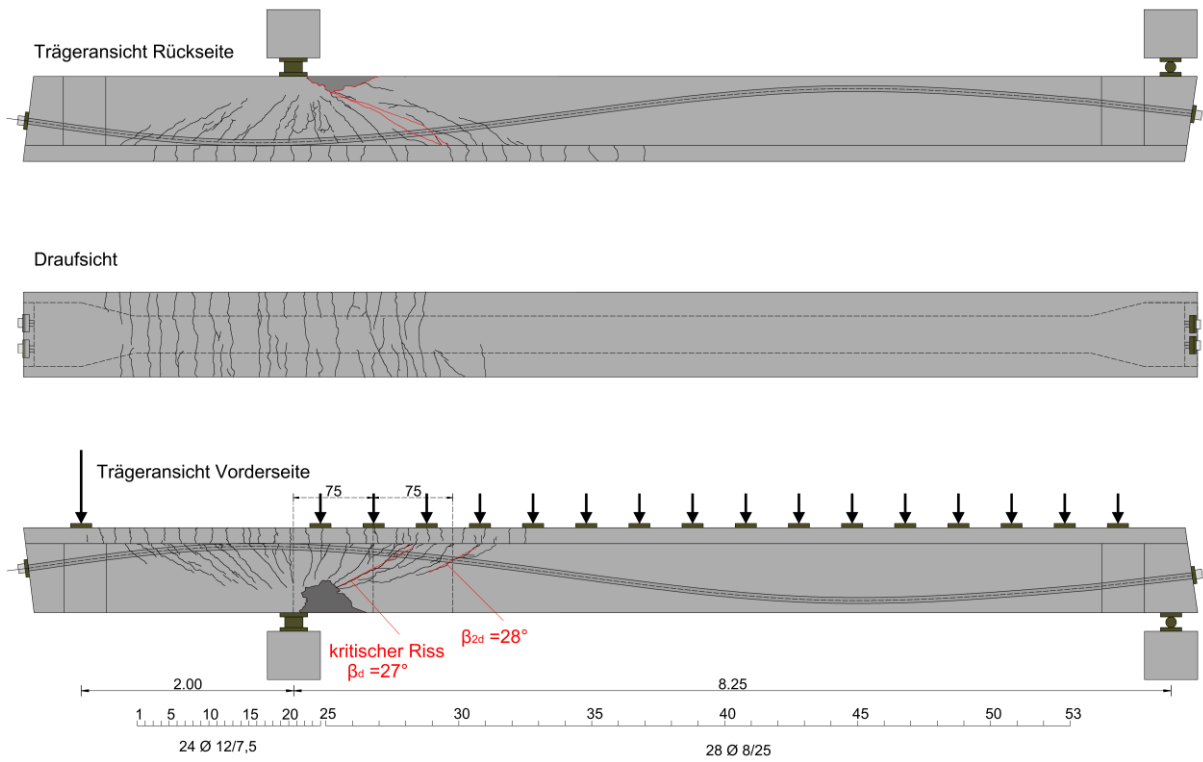


Abbildung A 6-2: ETK1 Rissbilder unter Bruchlast

A 6.2. Rissbilder ETK 2

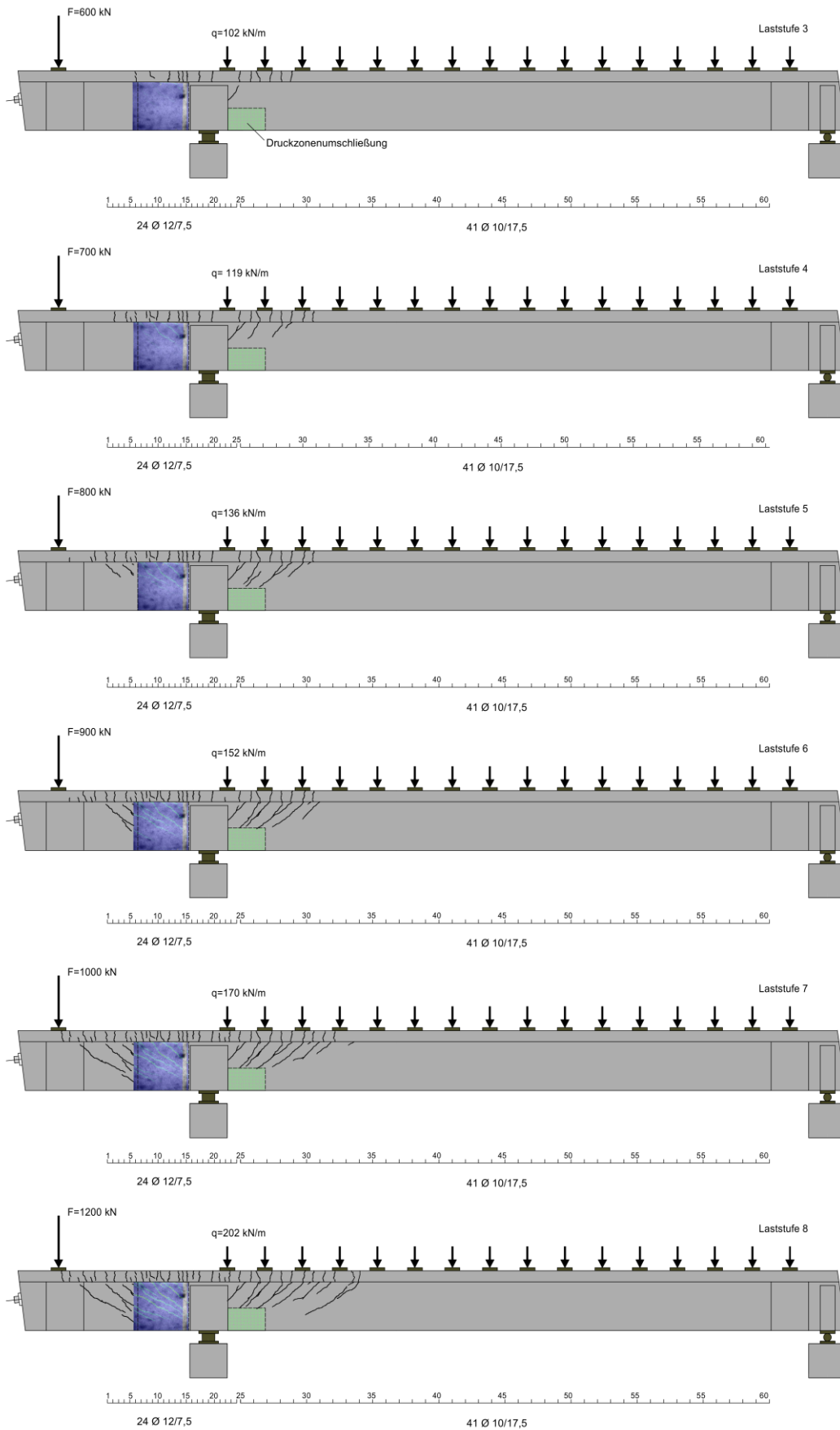


Abbildung A 6-3: ETK2 Rissbilder unter Laststufen

ETK2 - Rissbild unter Bruchlast  $F = 1462 \text{ kN}$ ,  $q = 238 \text{ kN/m}$ ,  $e = 7,5 \text{ cm}$

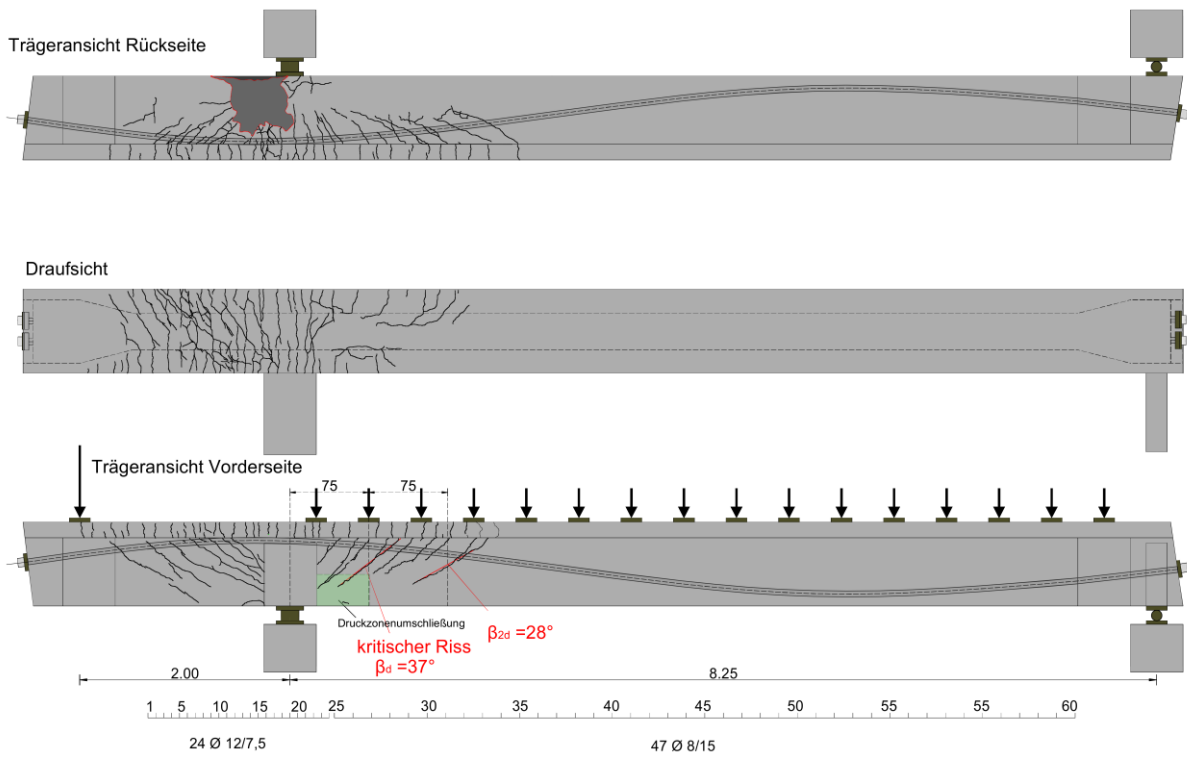


Abbildung A 6-4: ETK2 Rissbilder unter Bruchlast

A 6.3. Rissbilder ETK 3

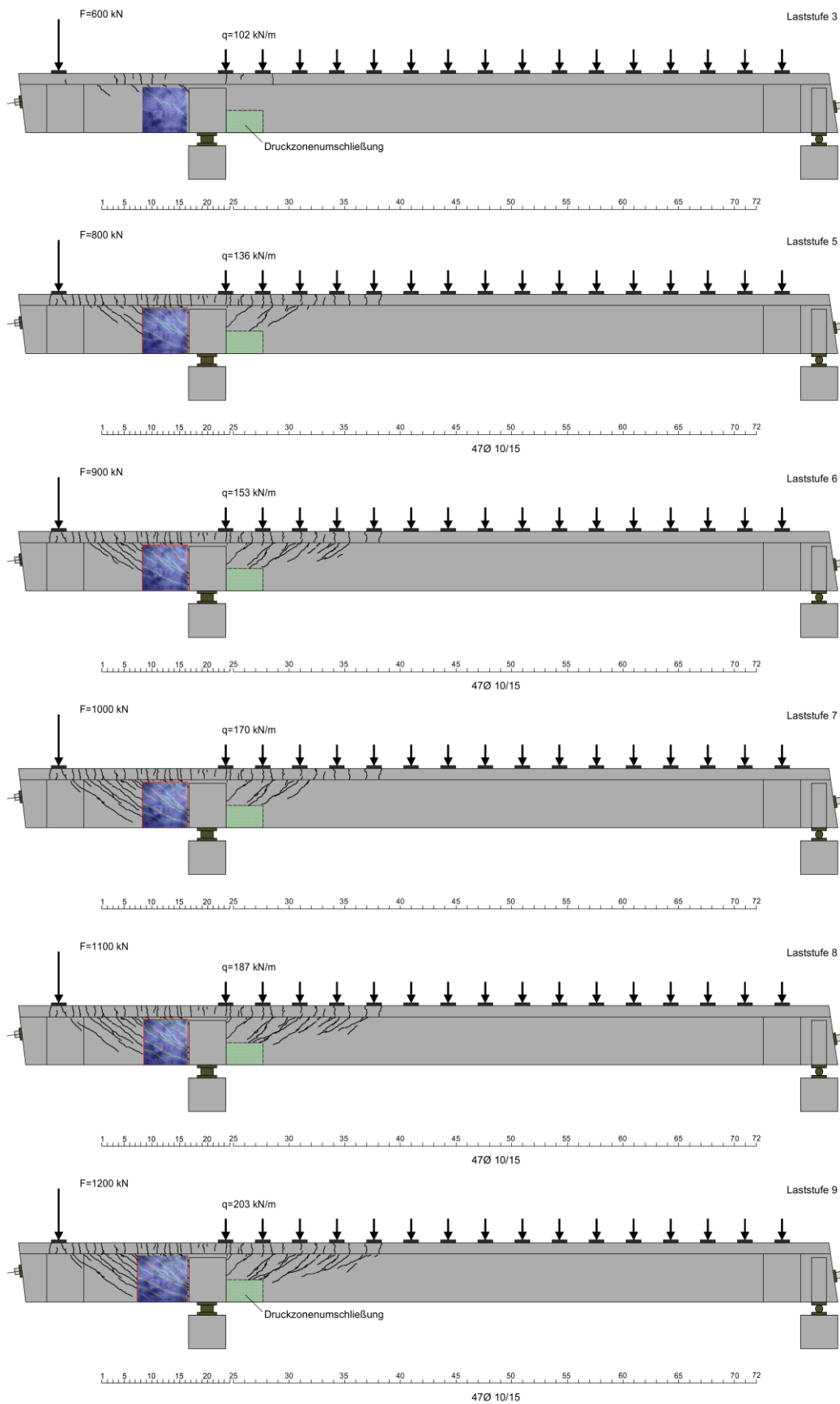


Abbildung A 6-5: ETK3 Rissbilder unter Laststufen

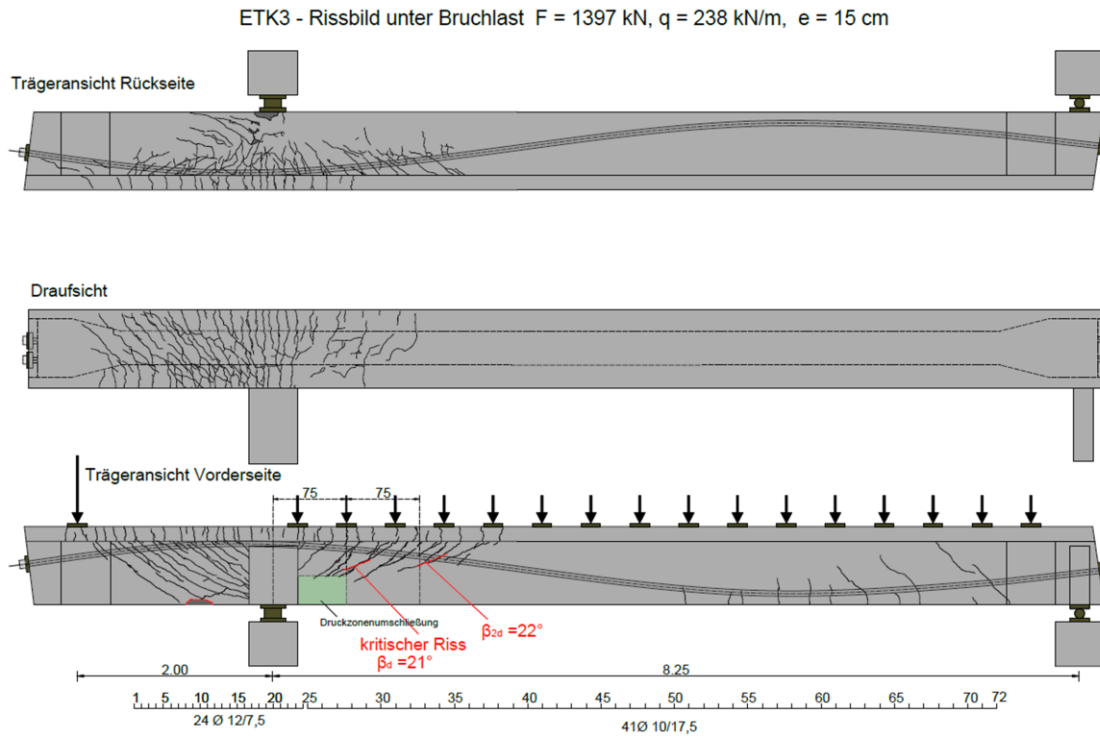


Abbildung A 6-6: ETK3 Rissbilder unter Bruchlast

## A 6.4. Rissbilder ETK 4

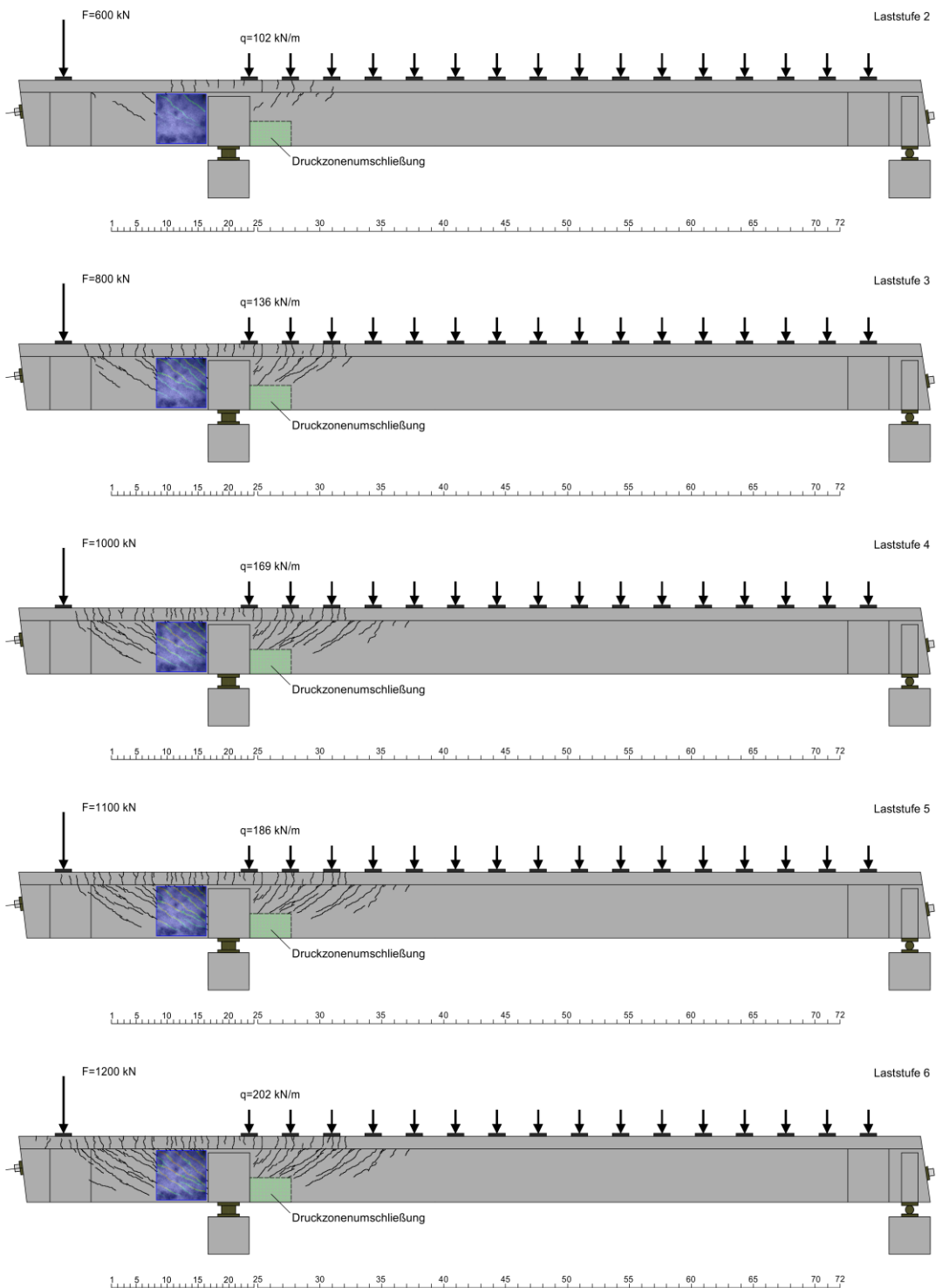


Abbildung A 6-7: ETK4 Rissbilder unter Laststufen

ETK4 - Teilversuch 1  $F = 1200 \text{ kN}$ ,  $q = 202 \text{ kN/m}$ ,  $e = 15 \text{ cm}$

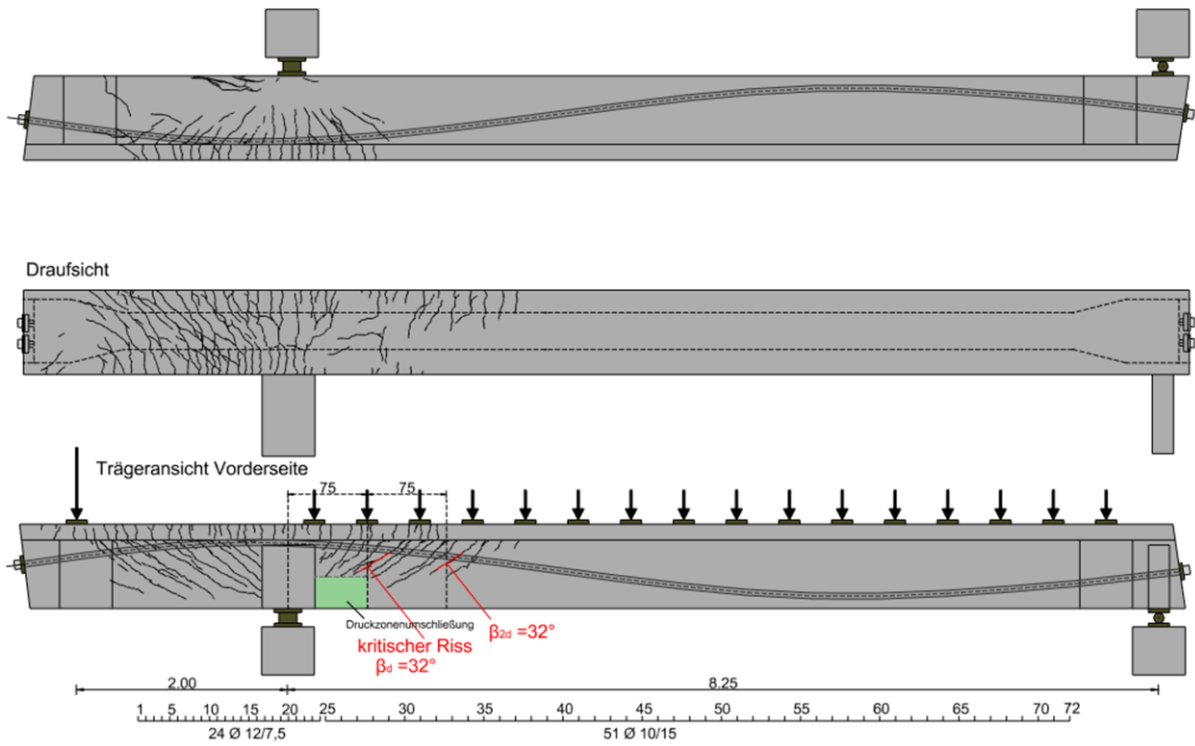


Abbildung A 6-8: ETK4 Rissbilder unter Bruchlast

## A 6.5. Rissbilder ETK5

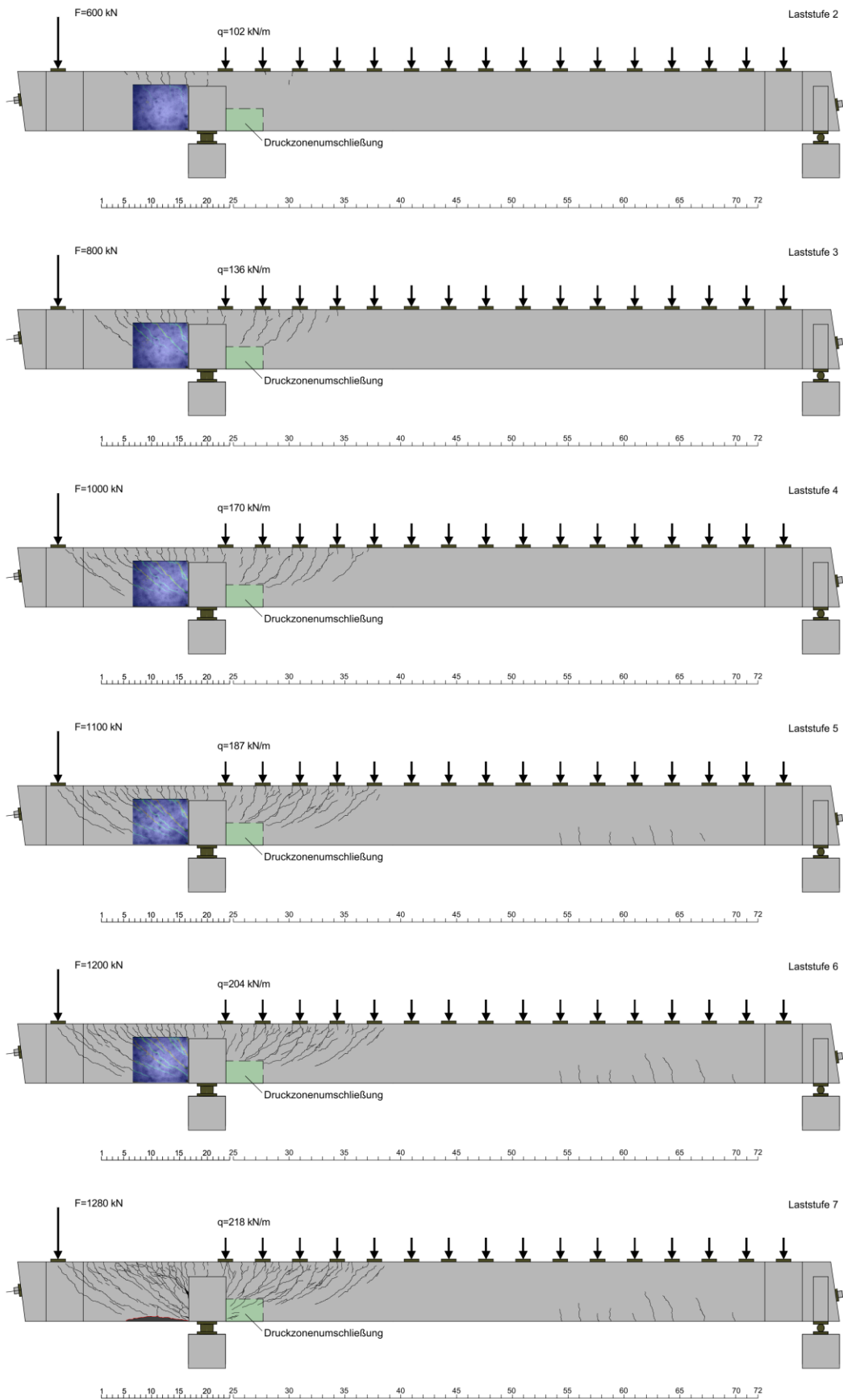


Abbildung A 6-9: ETK5 Rissbilder unter Laststufen

ETK5 - Rissbild unter Bruchlast  $F = 1280 \text{ kN}$ ,  $q = 218 \text{ kN/m}$ ,  $e = 7,5 \text{ cm}$

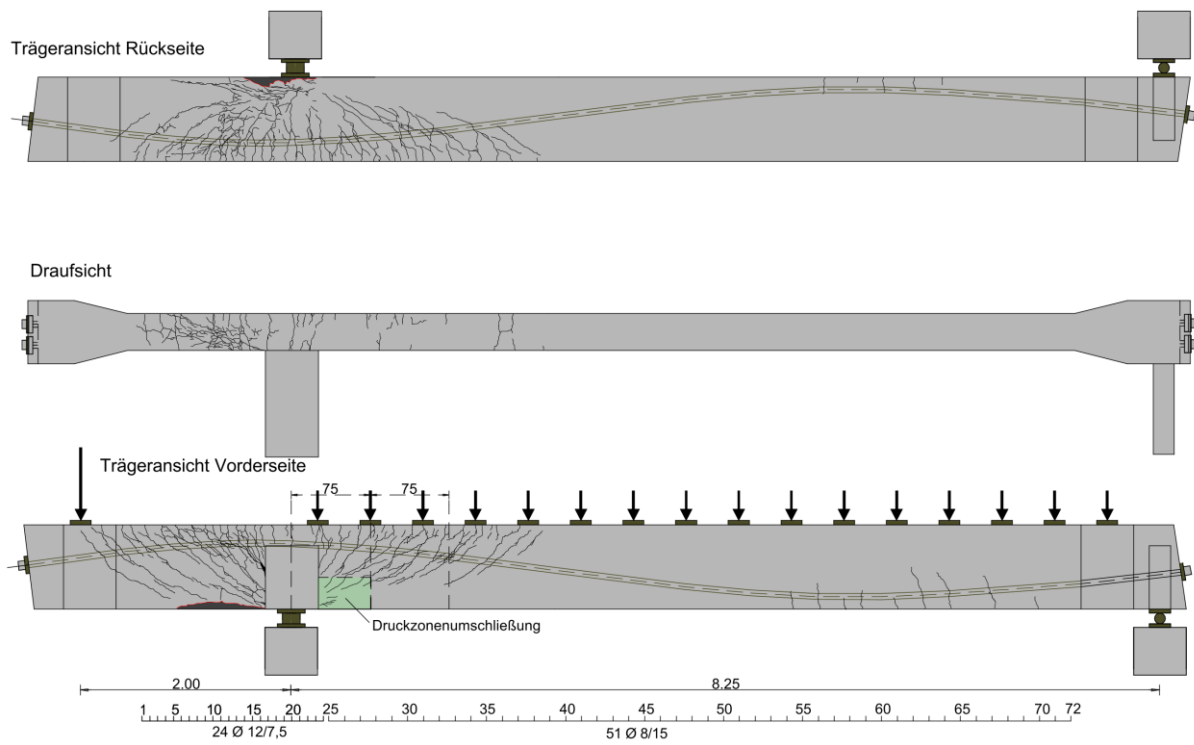


Abbildung A 6-10: ETK5 Rissbilder unter Bruchlast

# A 7 - Betonstahldehnungen im Bruchzustand

## A 7. Betonstahldehnungen im Bruchzustand

### A 7.1. ETK1

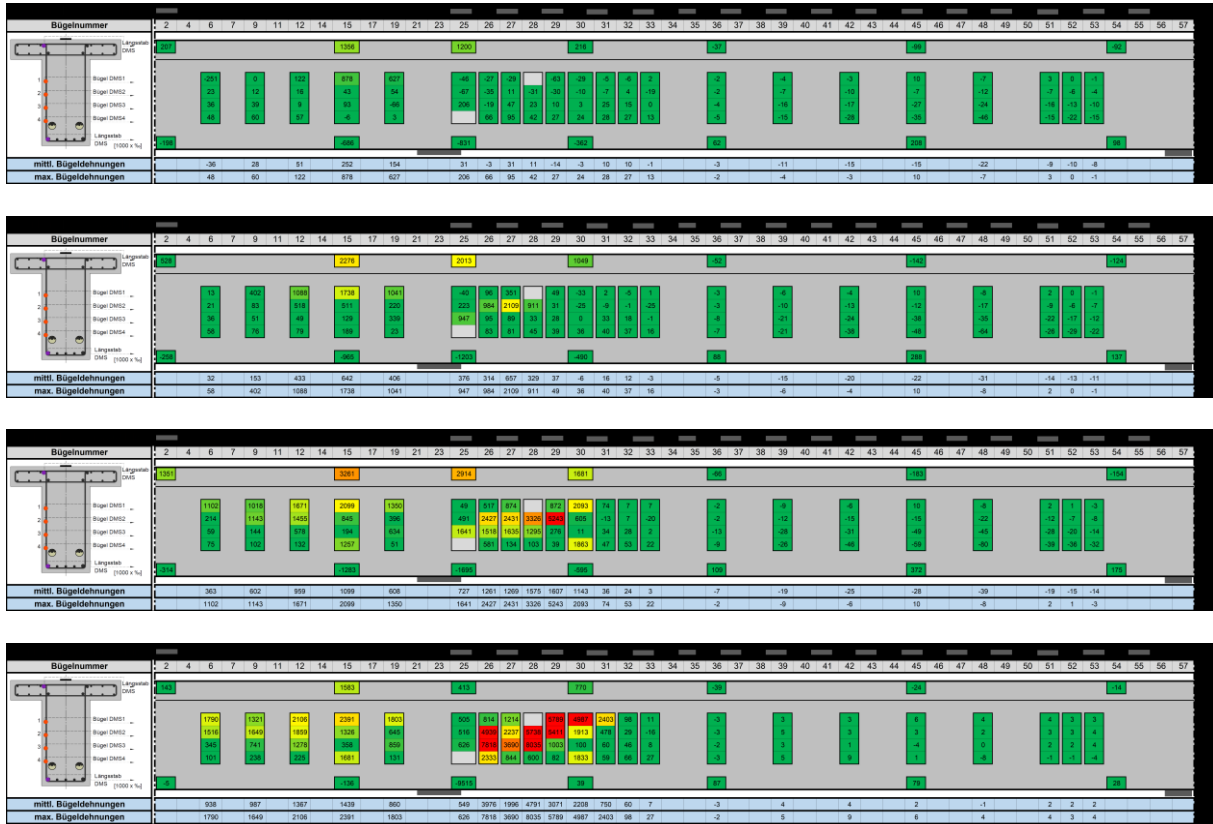


Abbildung A 7-1: Stahldehnungen bei verschiedenen Laststufen ETK1 – Referenzversuch

A 7.2. ETK2



Abbildung A 7-2: Stahldehnungen bei Laststufen, ETK2 – e = 7,5 cm, oben: Vorderseite, unten: Rückseite

A 7.3. ETK3



Abbildung A 7-3: Stahldehnungen bei Laststufen, ETK3 – e = 15 cm, oben: Vorderseite, unten: Rückseite

A 7.4. ETK4



Abbildung A 7-4: Stahldehnungen bei Laststufen, ETK4 – e = 15 cm, oben: Vorderseite, unten: Rückseite



# A 8. Betondehnungen

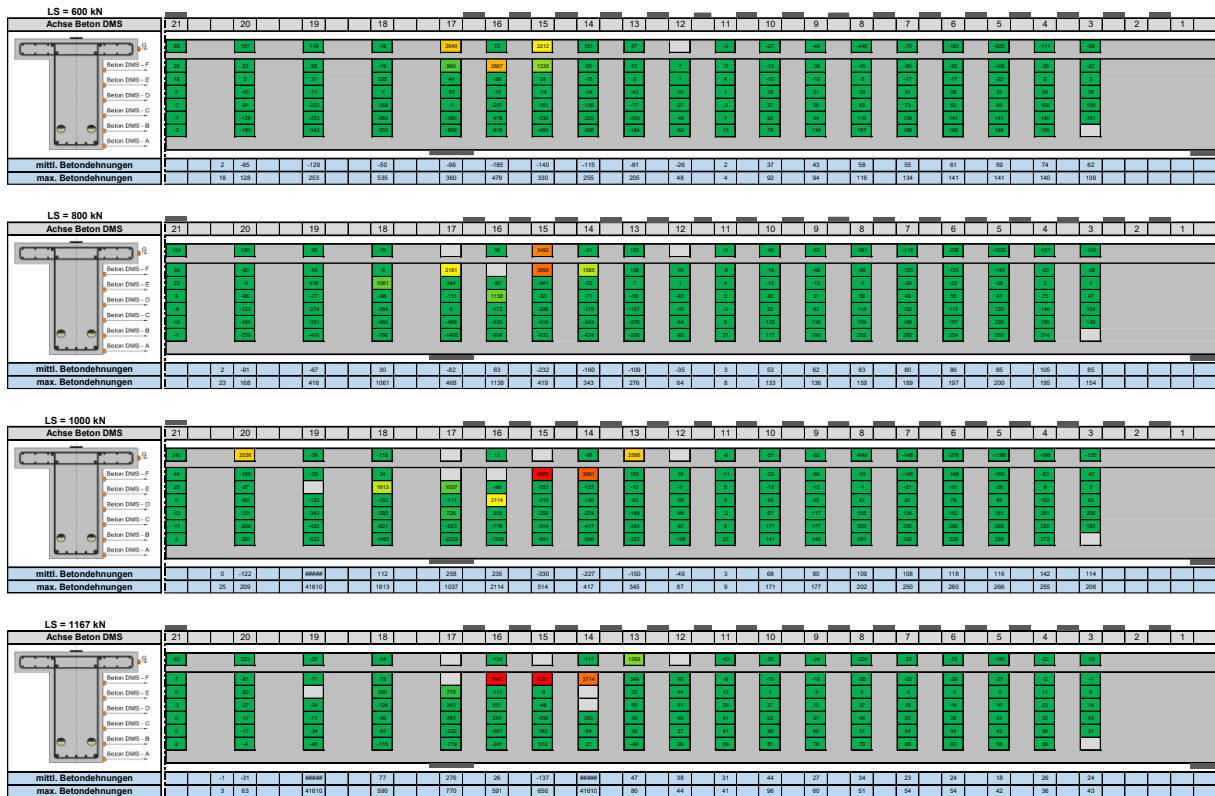


Abbildung A 8-1: Stahldehnungen bei Laststufen, ETK5 – e = 15 cm, oben: Vorderseite, unten: Rückseite

## A 9. Ergebnisse FEM

### A 9.1. ETK1 Rissbilder aus FEM - Ansicht

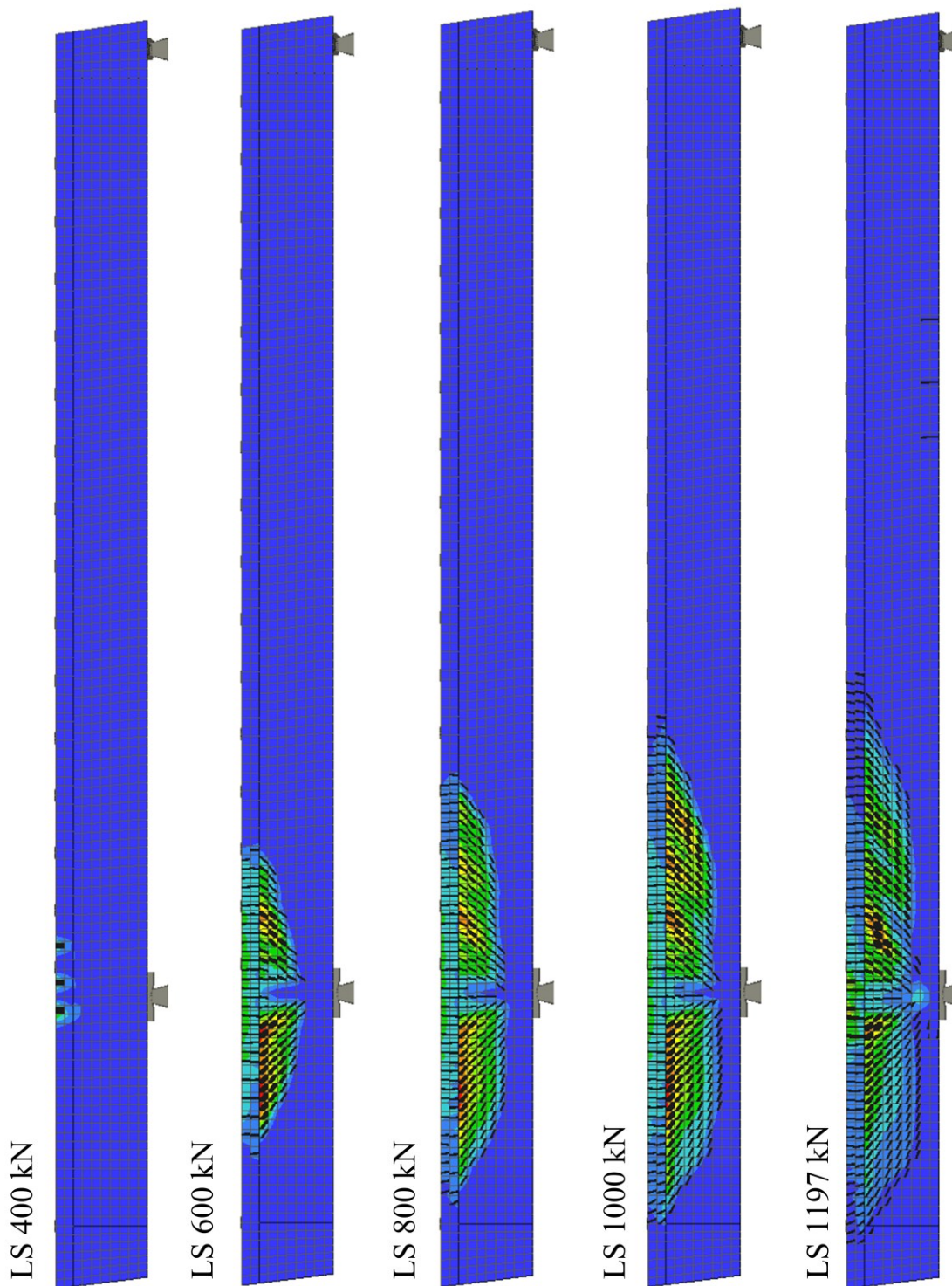


Abbildung A 9-1: Rissbilder aus FEM unter Laststufen, ETK1 ohne Torsion, Ansicht

A 9.2. ETK2 Rissbilder aus FEM - Ansicht

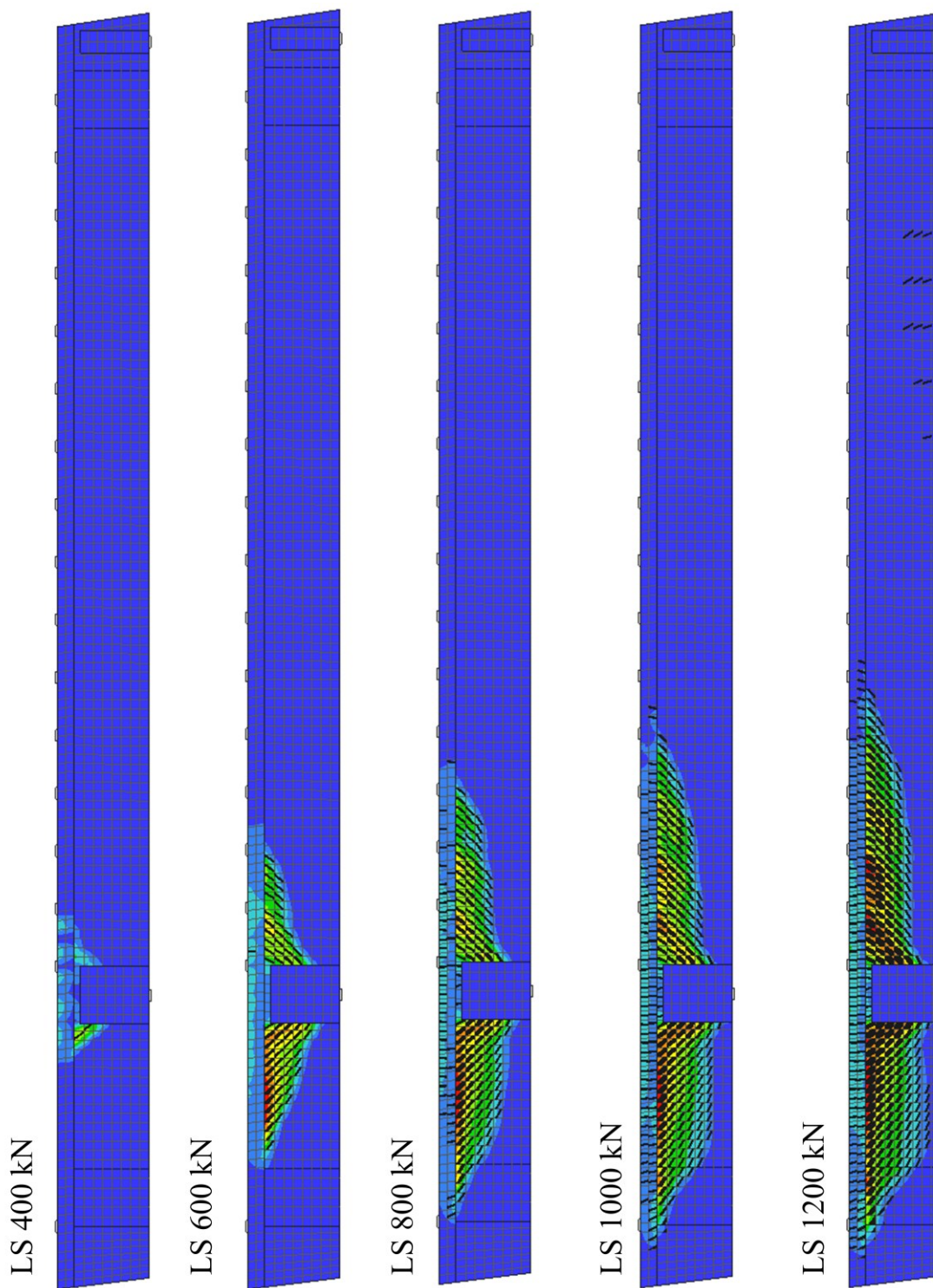


Abbildung A 9-2: Rissbilder aus FEM unter Laststufen, ETK2  $e = 7,5$  cm, Ansicht

A 9.3. ETK3 Rissbilder aus FEM - Ansicht

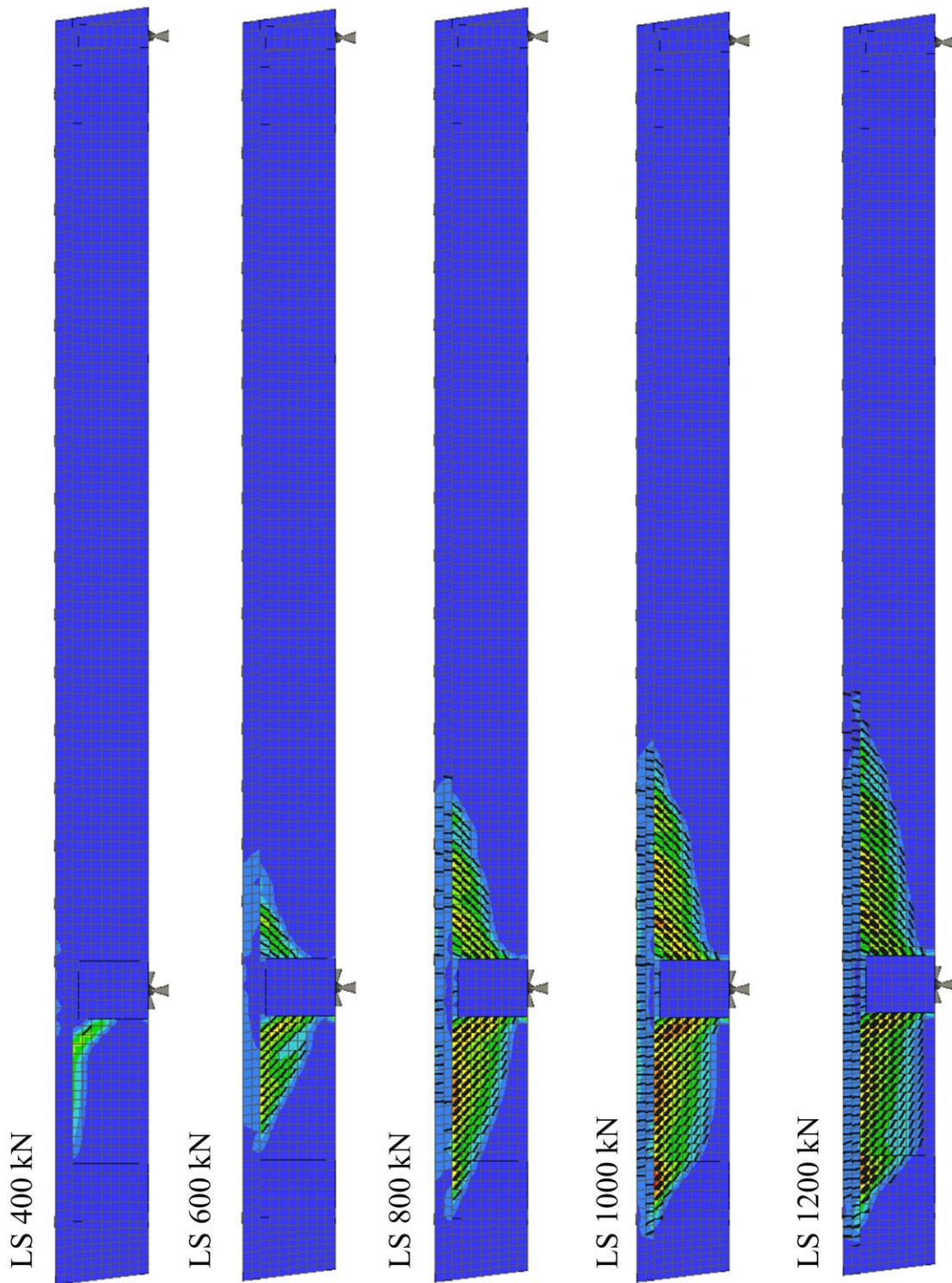


Abbildung A 9-3: Rissbilder aus FEM unter Laststufen, ETK3  $e = 15$  cm, Ansicht

A 9.4. ETK4 Rissbilder aus FEM - Ansicht

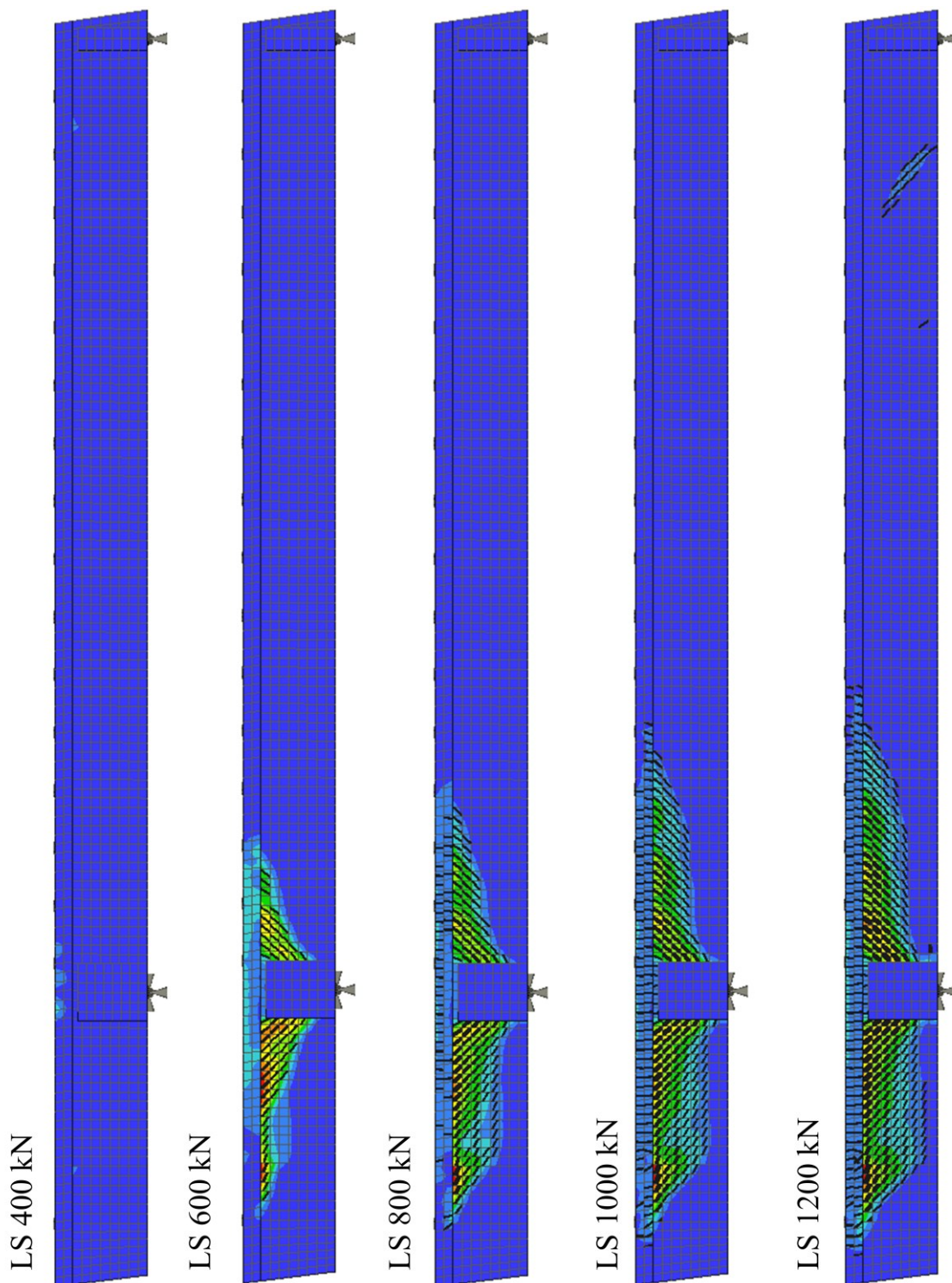


Abbildung A 9-4: Rissbilder aus FEM unter Laststufen, ETK4  $e = 15$  cm, Ansicht

A 9.5. ETK4 Rissbilder aus FEM – Draufsicht

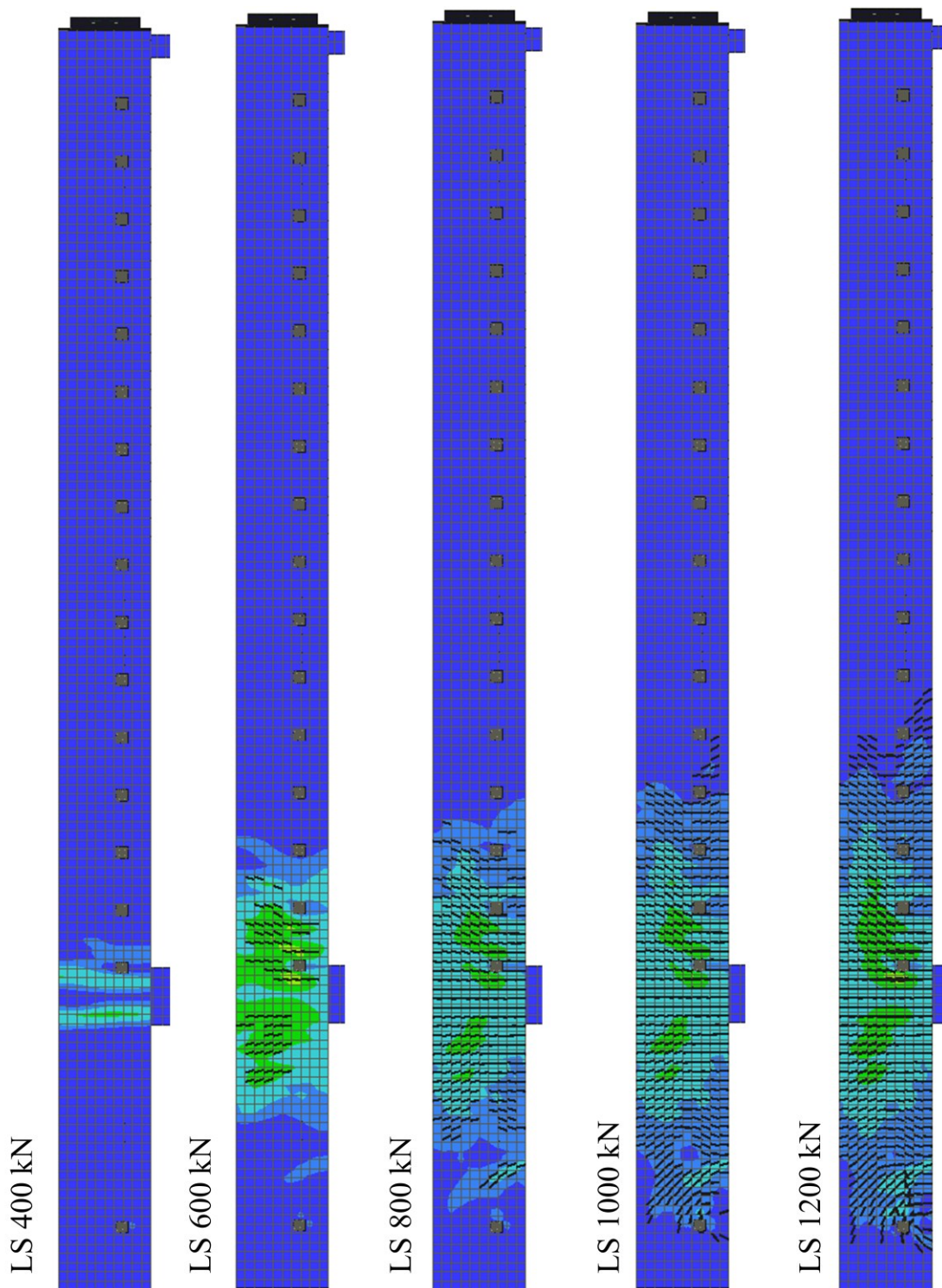


Abbildung A 9-5: Rissbilder aus FEM unter Laststufen, ETK4  $e = 15$  cm, Draufsicht

A 9.6. ETK5 Rissbilder aus FEM - Ansicht

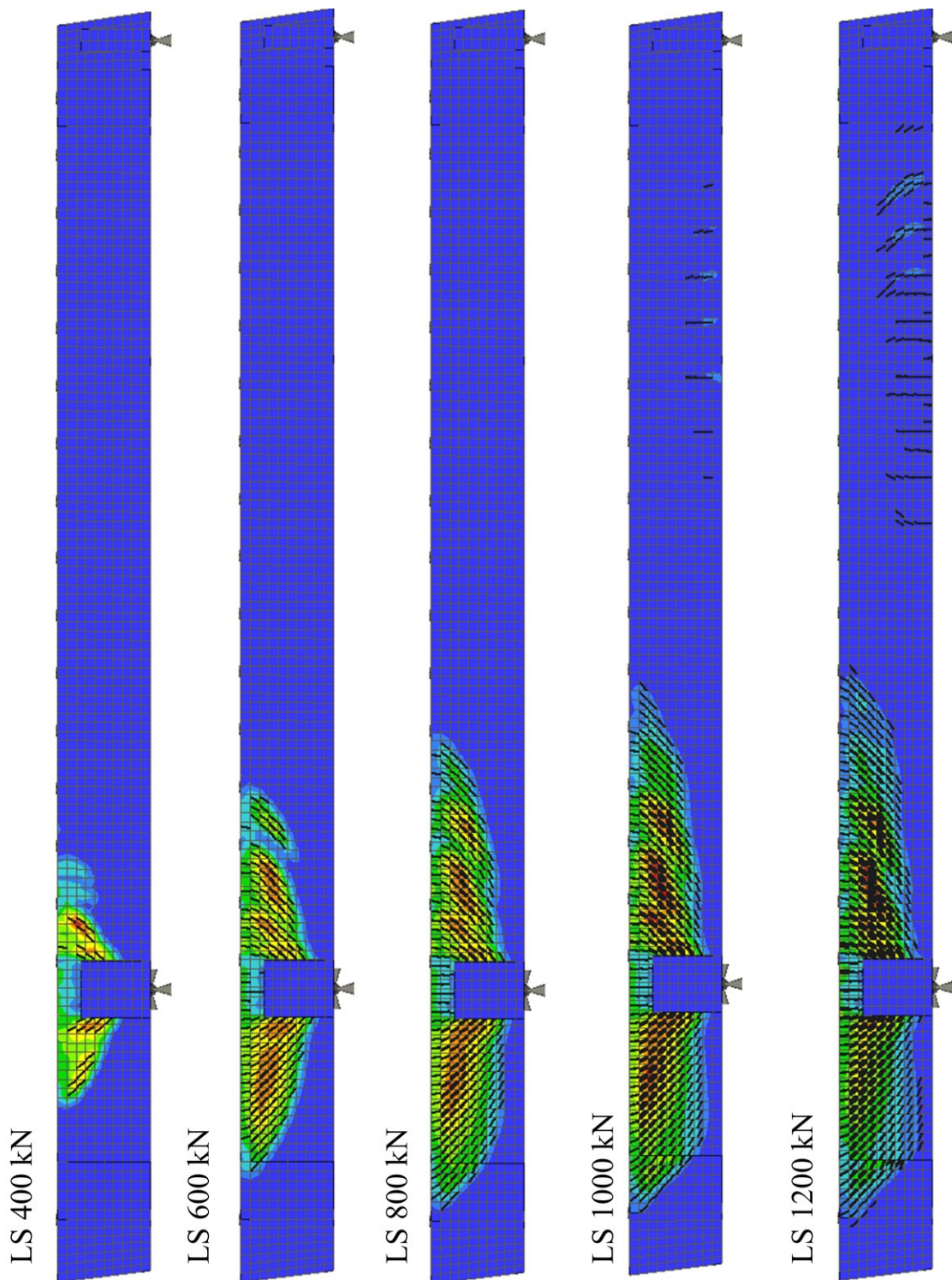


Abbildung A 9-6: Rissbilder aus FEM unter Laststufen, ETK5  $e = 7,5$  cm, Ansicht

A 9.7. ETK5 Rissbilder aus FEM – Draufsicht

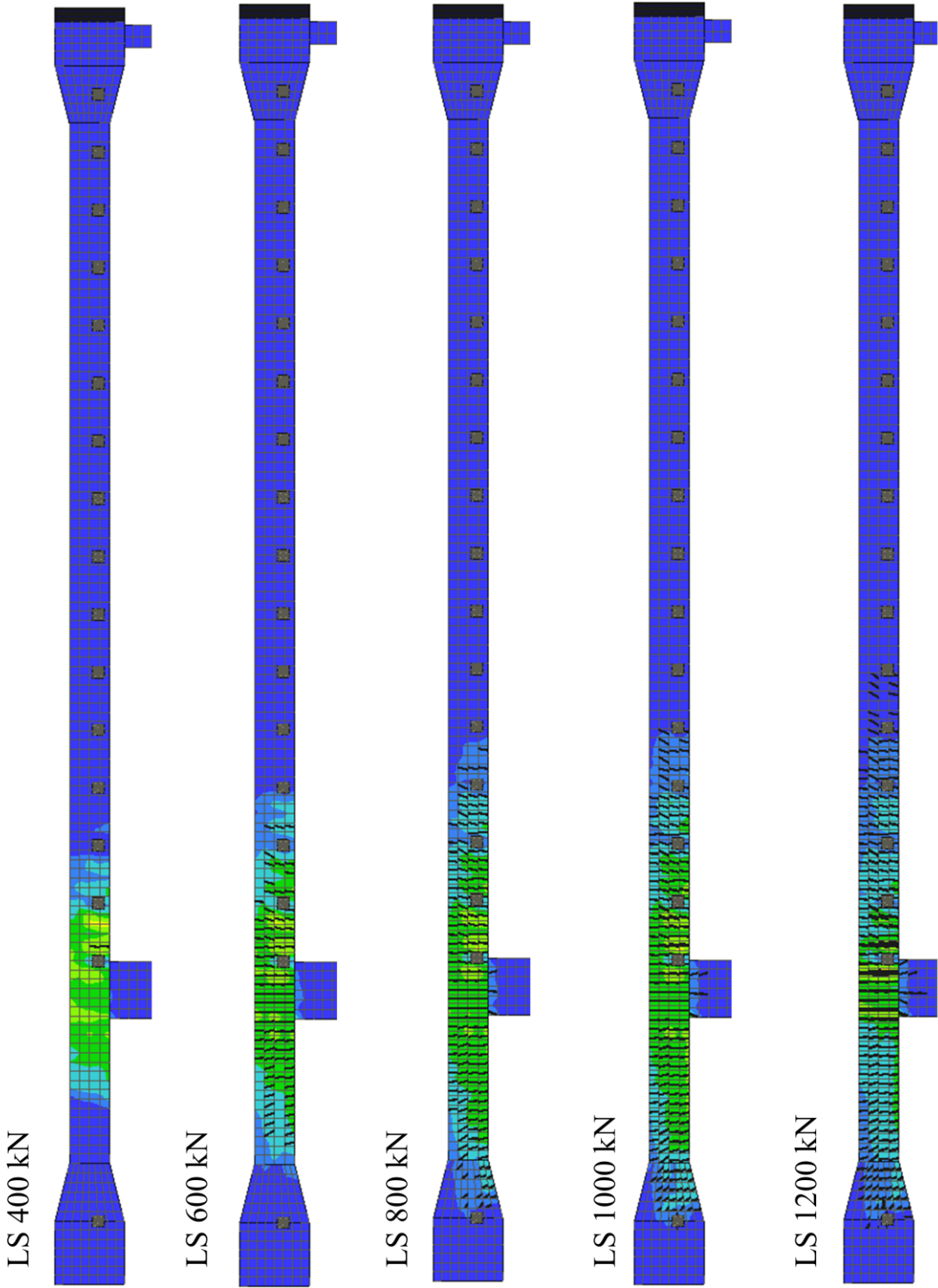


Abbildung A 9-7: Rissbilder aus FEM unter Laststufen, ETK5 e = 7,5 cm, Draufsicht

A 9.8. ETK1 Dehnungen in Bewehrung aus FEM

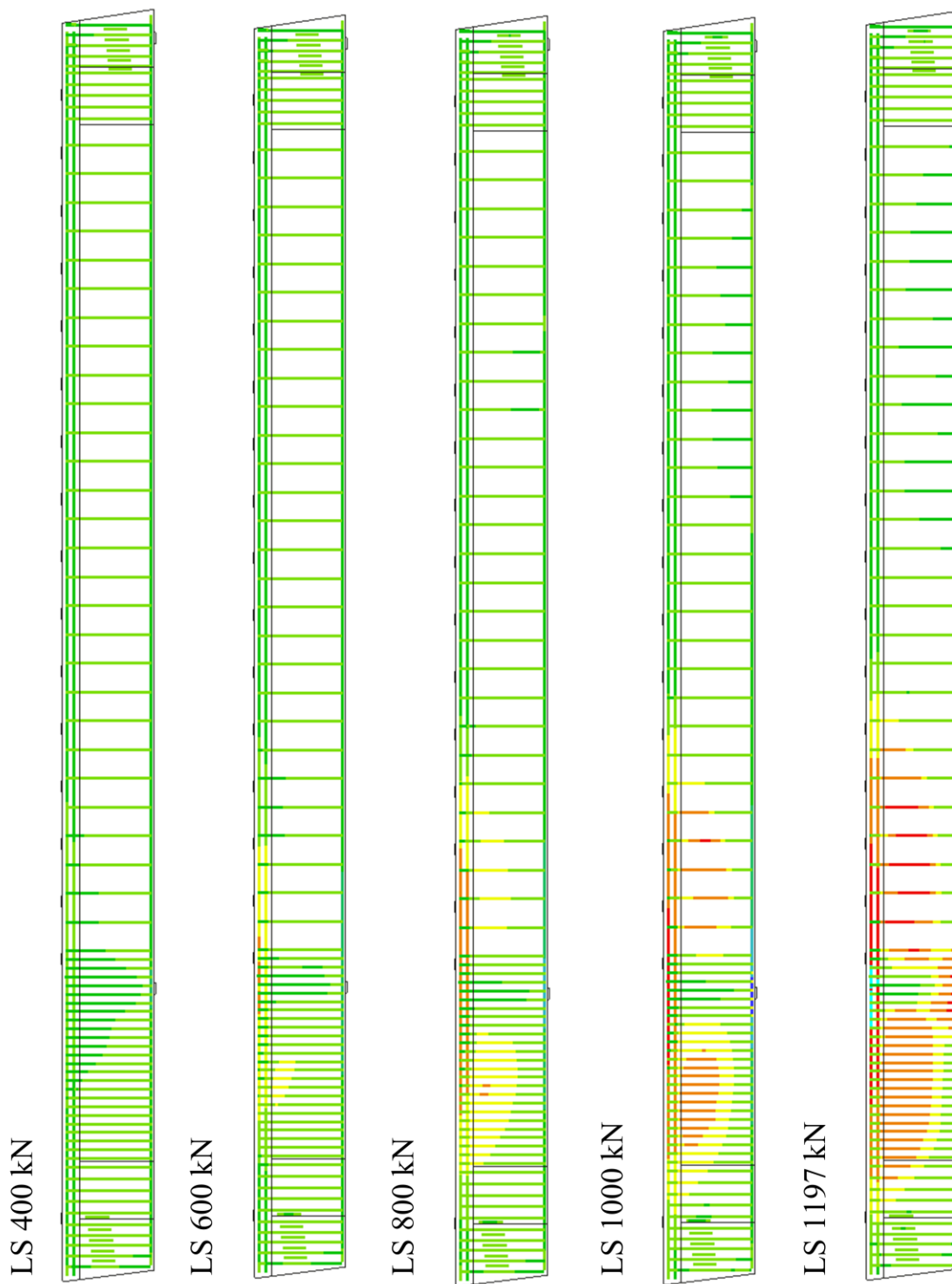


Abbildung A 9-8: Dehnungen in Bewehrung, ETK1 ohne Torsion

A 9.9. ETK2 Dehnungen in Bewehrung aus FEM

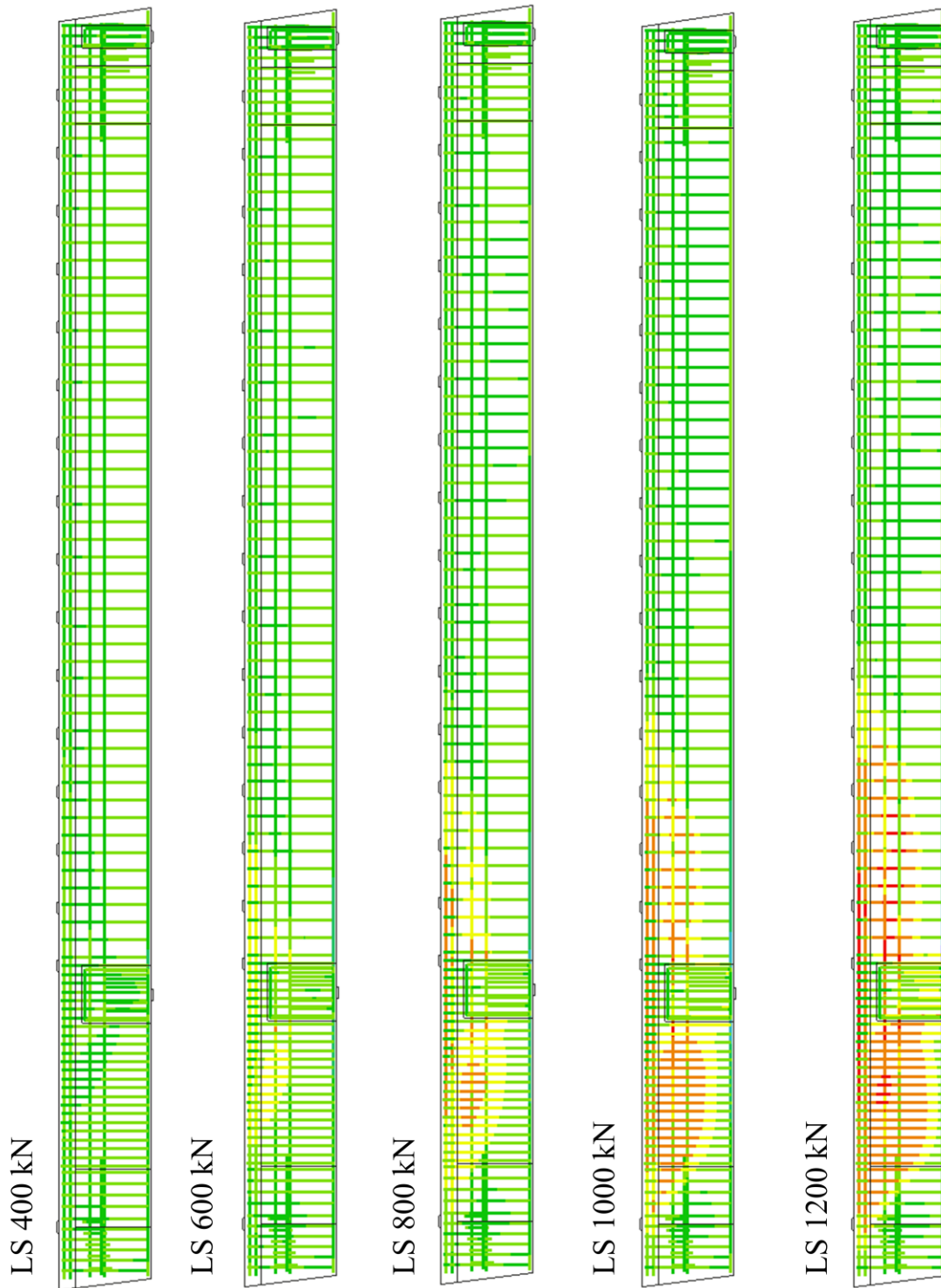


Abbildung A 9-9: Dehnungen in Bewehrung, ETK2  $e = 7,5$  cm

A 9.10. ETK3 Dehnungen in Bewehrung aus FEM

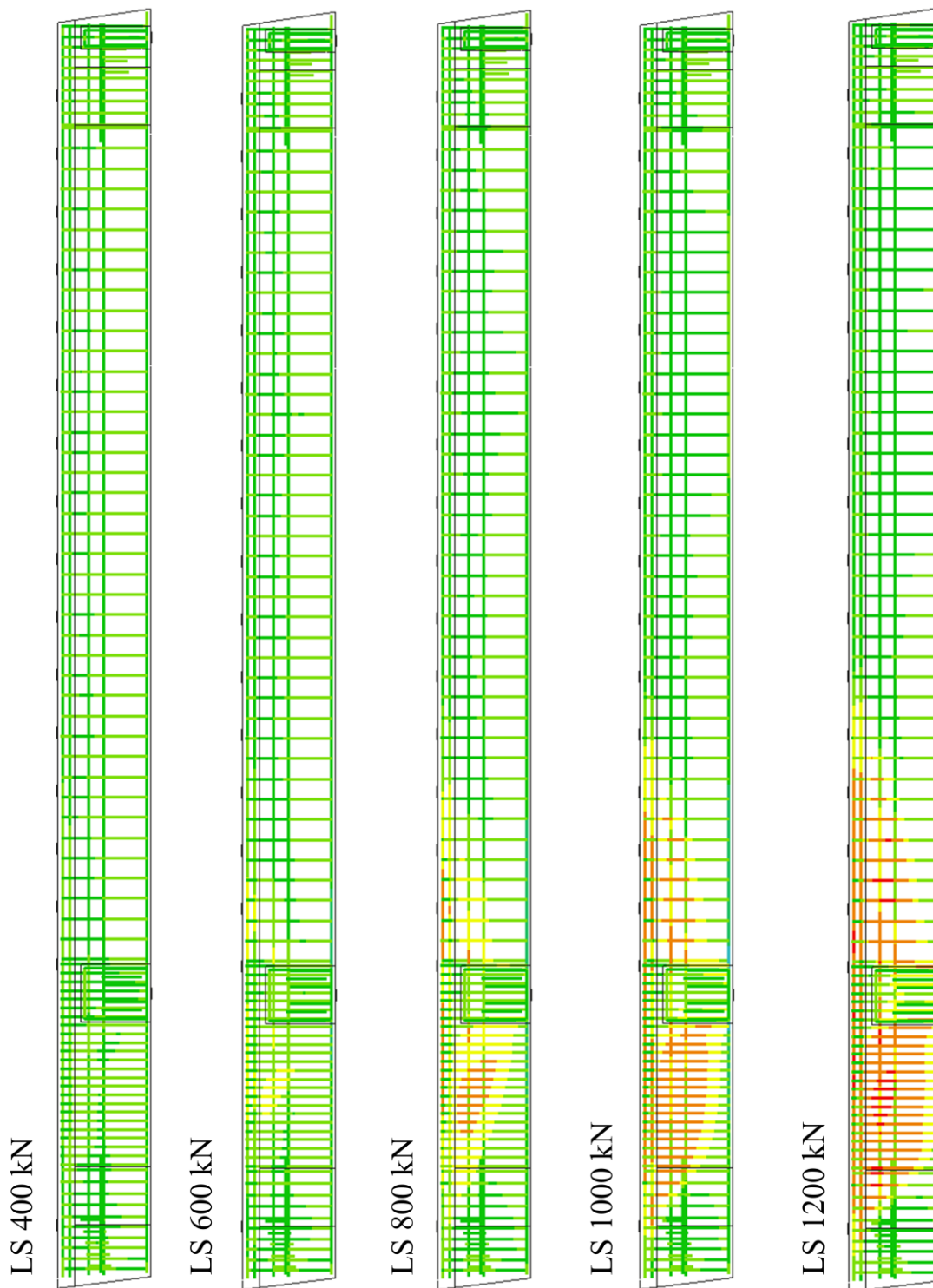


Abbildung A 9-10: Dehnungen in Bewehrung, ETK3  $e = 15$  cm

A 9.11. ETK4 Dehnungen in Bewehrung aus FEM

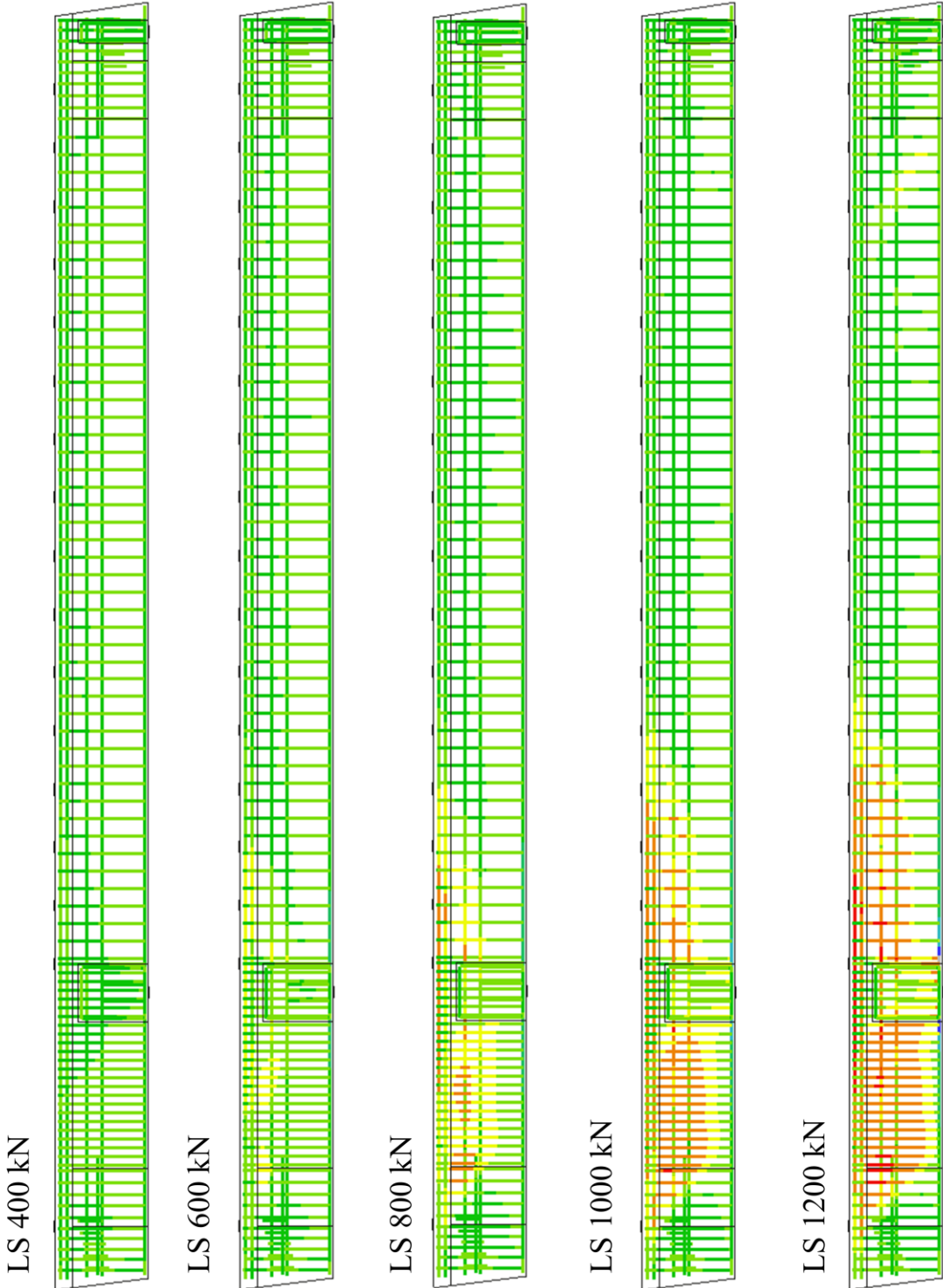


Abbildung A 9-11: Dehnungen in Bewehrung, ETK4 e = 15 cm

A 9.12. ETK5 Dehnungen in Bewehrung aus FEM

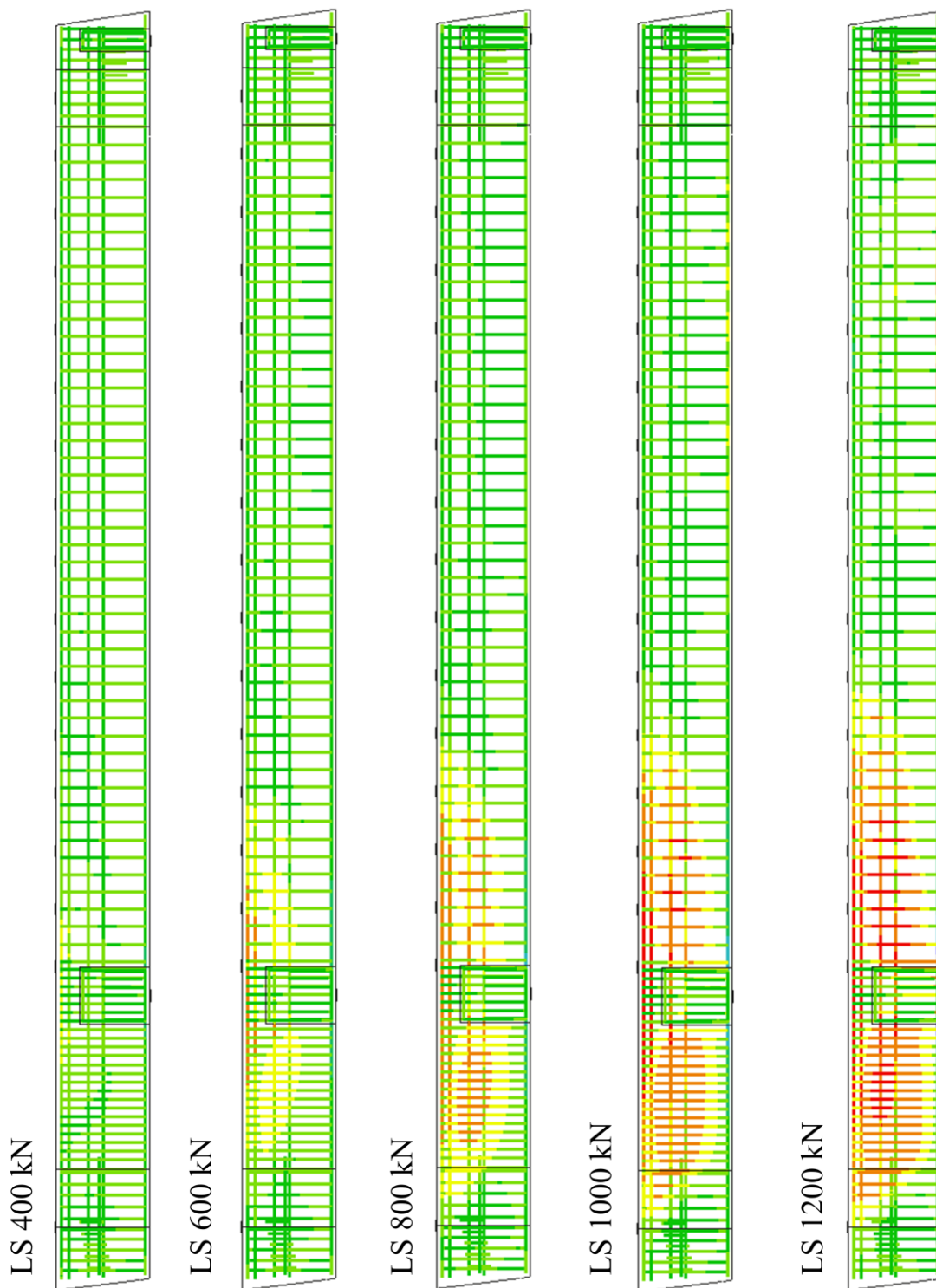


Abbildung A 9-12: Dehnungen in Bewehrung, ETK5  $e = 7,5$  cm

A 9.13. **Mitwirkung der Gurtplatte, numerischer und analytischer Ansatz**

Analytischer Ansatz der Torsionssteifigkeit  $G I_t$

$h/h_f=3,50$

Numerischer Ansatz der Torsionssteifigkeit  $G I_t$  mit Ansys

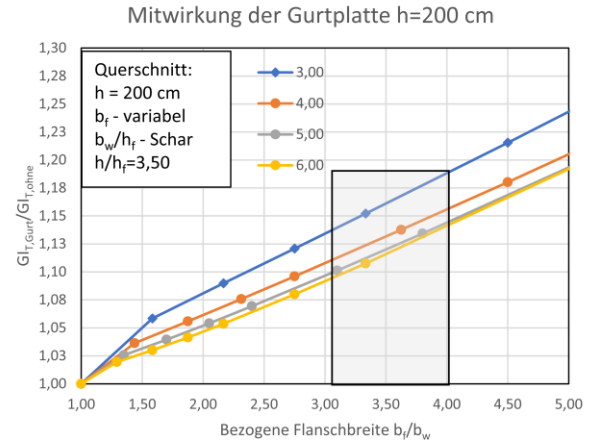
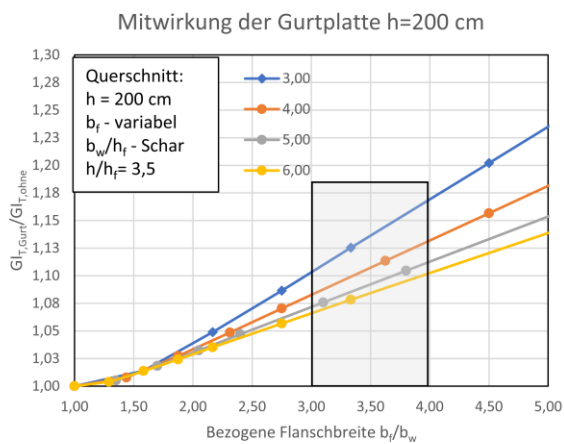
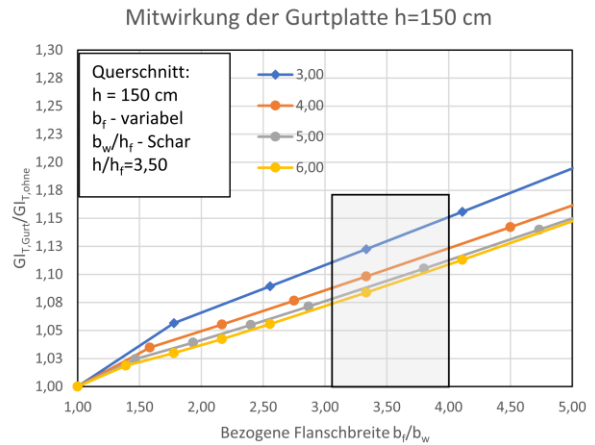
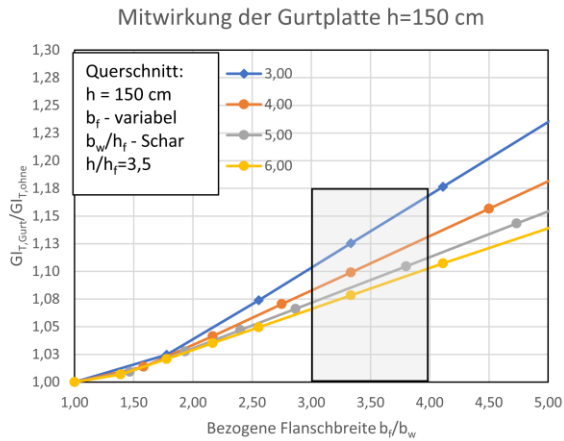
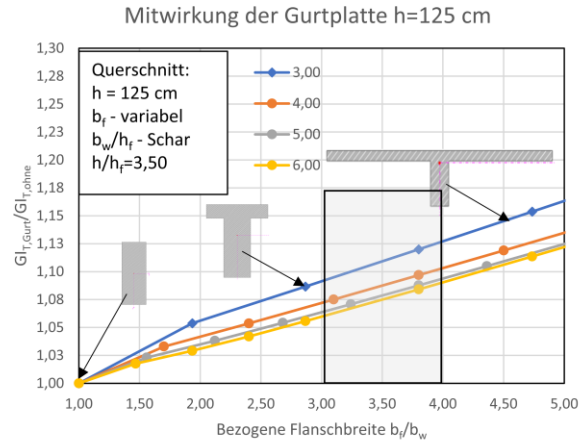
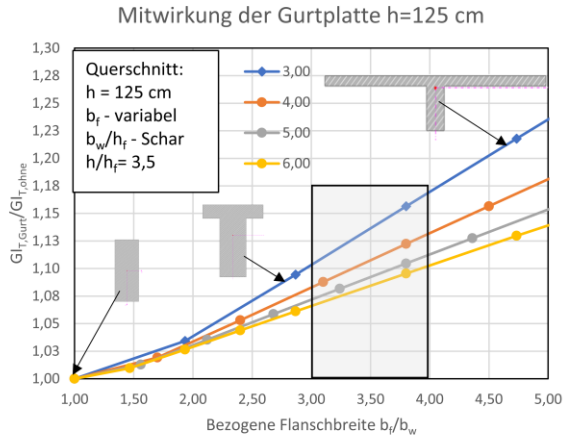


Abbildung A 9-13: Mitwirkung der Gurtplatte