

**Auswertung phasenloser Nahfelddaten  
zur Rekonstruktion der Strom- und Spannungsverteilung  
auf Leiterplatten für die Störaussendungsanalyse**

von der

Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik  
der  
Technischen Universität Dortmund

genehmigte

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades  
Doktor der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)

vorgelegt von

Robert Jan Nowak, M.Sc.

Referent: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Stephan Frei, Technische Universität Dortmund  
Korreferent: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Heyno Garbe, Leibniz Universität Hannover

Tag der mündlichen Prüfung: 22.11.2024



Dieses Werk ist lizenziert unter einer  
Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz.

## Überblick

Im Entwicklungsprozess von Leiterplatten ist sicherzustellen, dass diese keine unzulässigen Feldemissionen aufweisen und die Funktion von benachbarten Geräten oder Komponenten nicht stören. Deshalb wird die feldgebundene Störaussendung gemessen und dabei die Einhaltung von Grenzwerten entsprechend der EMV-Normung gefordert. Jedoch sind die dafür notwendigen Antennenmessungen mit einem hohen Zeit- und Kostenaufwand verbunden, da hierfür spezielle Messumgebungen benötigt werden. Aus diesem Grund finden solche Messungen typischerweise in der Endphase von Entwicklungsprozessen statt. Falls dabei eine Grenzwertüberschreitung festgestellt wird, ist ein aufwendiges Re-Design der Leiterplatte notwendig. Anhand der Nahfelder von Leiterplatten ist es möglich, die Ergebnisse von solchen Antennenmessungen abzuschätzen und darüber hinaus die kritischen Feldquellen exakt zu lokalisieren und zu charakterisieren. Da für die Nahfeldmessung keine spezielle Messumgebung benötigt wird, ist ein solches Vorgehen attraktiv für den Einsatz in frühen Phasen des Entwicklungsprozesses, um frühzeitig kritische Störquellen zu identifizieren und Re-Design-Prozesse rechtzeitig und gezielt zu initiieren.

In dieser Arbeit wird ein Stromrekonstruktionsverfahren zur Bestimmung der Stromverteilungen auf den Leiterbahnen eingeführt, die den wesentlichen Beitrag zu den abgestrahlten Störfeldern der Leiterplatte aufweisen. Hierfür werden bekannte Verfahren aufgegriffen und weiterentwickelt. Dabei werden physikalische Randbedingungen für die gesuchte Stromverteilung eingeführt, die auf der Leitungstheorie basieren und die Genauigkeit der berechneten Ströme deutlich verbessern. Daneben wird ein Lösungsverfahren vorgestellt und evaluiert, mit dem sich auch anhand von phasenlosen Nahfelddaten die Stromverteilung auf Leiterplatten rekonstruieren lässt. Damit hebt sich das neue Verfahren von den bisherigen Arbeiten ab, bei denen für die Stromrekonstruktion die Nahfelddaten in Betrag und Phase bekannt sein müssen. Anhand mehrerer Fallbeispiele wird die weiterentwickelte Methode evaluiert. Mit Hilfe gemessener Nahfelddaten werden Größen wie Eingangsströme, Terminierungsimpedanzen und emittierte Feldstärken bestimmt. Diese rekonstruierten Größen weisen gegenüber den Ergebnissen von Referenzmessungen nur geringe Abweichungen auf. Damit wird das Potenzial der Stromrekonstruktionsmethode zur EMV-Analyse von Leiterplatten belegt.



---

# Inhalt

Nomenklatur .....	D
Funktionen und Operatoren .....	L
Abkürzungen .....	M
1 Einleitung .....	1
1.1 Einführung und Motivation .....	1
1.2 Stand der Technik .....	2
1.2.1 Untersuchungsansätze zur Auswertung von Nahfelddaten .....	2
1.2.2 Ansätze zur Parametrierung für Quellenrekonstruktionsmethoden .....	5
1.3 Zielsetzung .....	7
1.3.1 Diskussion zum Stand der Technik .....	7
1.3.2 Inhalt und Ziele der vorliegenden Arbeit .....	8
1.3.3 Aufbau und Struktur der vorliegenden Arbeit .....	9
2 Inverses Problem zur Stromrekonstruktion .....	10
2.1 Mathematische Grundlagen .....	10
2.1.1 Lösungsansätze .....	10
2.1.2 Kondition .....	11
2.2 Allgemeiner Rekonstruktionsansatz .....	13
2.2.1 Rekonstruktion anhand eines inversen Problems .....	13
2.2.2 Normierung der Felddaten .....	15
2.2.3 Berücksichtigung von Masseflächen .....	15
2.3 Quellenrekonstruktionsverfahren für Leiterplatten .....	17
2.3.1 Rekonstruktion von äquivalenten Quellen .....	17
2.3.2 Rekonstruktion von Stromverteilungen .....	18
2.3.3 Analyse des Literaturstands zur Rekonstruktion von Stromverteilungen .....	19
3 Feldmodelle für die Stromrekonstruktion .....	21
3.1 Segmentierung der Leiterstruktur .....	21
3.2 Dipolmodell .....	22
3.3 Quasistatisches Feldmodell für die Stromrekonstruktion .....	24
3.3.1 Vorgehen zur Entwicklung der quasistatischen Feldmodelle .....	24
3.3.2 Quasistatisches Modell für das magnetische Nahfeld .....	27
3.3.3 Quasistatisches Modell für das elektrische Nahfeld .....	27
3.4 Auslegung und Validierung der Feldmodelle .....	29
3.4.1 Teststruktur zur Untersuchung der Feldmodelle .....	29
3.4.2 Kriterien zur Bewertung der Feldnachbildung .....	31
3.4.3 Qualitativer Einfluss der Segmentierung und Frequenz auf die Feldnachbildung .....	33
3.4.4 Entwicklung eines Kriteriums zur Auslegung der Feldmodelle .....	36
3.4.5 Validierung der nach dem Kriterium ausgelegten Feldmodelle .....	37
3.5 Modell zur Bestimmung des Fernfelds .....	38
4 Erweiterung des inversen Problems .....	41
4.1 Leitungstheorie .....	41
4.1.1 Wellenausbreitung auf Leitungen .....	41
4.1.2 Leitungstheorie für Doppelleiterstrukturen (BTL) .....	42
4.1.3 Leitungstheorie für Mehrleiterstrukturen (MTL) .....	44

4.2	Annahme der Stetigkeit von Stromverteilungen auf Leiterabschnitten.....	48
4.2.1	Zerlegung der Leiterstruktur in Abschnitte und Struktur der Erweiterung.....	49
4.2.2	Annahme einer konstanten Stromverteilung für Vias .....	50
4.2.3	Annahme der Stromverteilung anhand der BTL-Theorie für lange Abschnitte .....	51
4.2.4	Annahme der Stromverteilung anhand der MTL-Theorie für lange parallel liegende Abschnitte .....	52
4.2.5	Bestimmung der Spannungsverteilung auf Leitern bei Verwendung der Leitungstheorie .....	54
4.3	Nebenbedingungen für Ströme und Spannungen auf Basis der Kirchhoffschen Regeln.....	54
4.3.1	Ansatz zur Formulierung der Stetigkeit als Nebenbedingung .....	55
4.3.2	Formulierung der Nebenbedingungen auf Basis der BTL-Theorie.....	55
4.3.3	Formulierung der Nebenbedingungen auf Basis der MTL-Theorie .....	56
4.3.4	Berücksichtigung der Nebenbedingungen im inversen Problem .....	58
4.4	Validierung der Erweiterungen des inversen Problems .....	60
4.4.1	Grundlegende Validierung der Härting des inversen Problems gegenüber Rauscheinflüssen.....	60
4.4.2	Vergleich der Erweiterungen auf Basis der BTL- und MTL-Theorie.....	63
5	Auswertung von phasenlosen Nahfelddaten .....	67
5.1	Verfahren zur Phasenrekonstruktion .....	67
5.1.1	Diskussion zur Wahl eines Verfahrens.....	67
5.1.2	Aufbau des gewählten iterativen Verfahrens zur Phasenrekonstruktion .....	68
5.1.3	Wahl der Abbruchbedingung anhand von Gütekriterien.....	70
5.1.4	Wahl der Anfangswerte und Berücksichtigung von a priori Wissen .....	71
5.2	Auslegung und Evaluation des iterativen Verfahrens .....	73
5.2.1	Konvergenz des Verfahrens und Auslegung von Abbruchkriterien .....	73
5.2.2	Wahl der initialen Phasenverteilung und Mehrdeutigkeit der Lösung.....	76
5.2.3	Frequenzabhängigkeit und Grenzen des iterativen Verfahrens .....	79
6	Einfluss der Felddaten auf die Qualität der Stromrekonstruktion .....	82
6.1	Messung elektromagnetischer Nahfelder .....	82
6.1.1	Elektrische Nahfeldsonden .....	82
6.1.2	Magnetische Nahfeldsonden.....	83
6.1.3	Aufbereitung der Messdaten von Nahfeldsonden .....	84
6.1.4	Messfehler durch den feldintegrierenden Messeffekt.....	85
6.2	Wahl der Beobachtungspunkte.....	86
6.2.1	Vorüberlegungen zur Wahl von Beobachtungspunkten .....	86
6.2.2	Untersuchungen für einen einfachen Leiter über Massefläche .....	87
6.2.3	Untersuchungen für eine Doppelleiterstruktur über Massefläche.....	90
6.3	Beeinflussung der Rekonstruktionsqualität durch den feldintegrierenden Messeffekt von Nahfeldsonden.....	91
6.3.1	Modelle zur Nachbildung des feldintegrierenden Messeffekts .....	92
6.3.2	Beeinflussung der Rekonstruktionsqualität durch die Sondengröße und den Beobachtungsabstand.....	93
6.3.3	Limitierungen der Rekonstruierbarkeit aufgrund der Verfälschung durch den feldintegrierenden Messeffekt von Nahfeldsonden .....	95

---

7	Untersuchungen mit gemessenen Nahfelddaten.....	98
7.1	System zur Messung von Nahfeldverteilungen.....	98
7.1.1	Allgemeiner Aufbau von Nahfeldscannern.....	98
7.1.2	Realisierter Nahfeldscanner.....	99
7.1.3	Messfehler durch metallische Strukturen des Nahfeldscanners.....	100
7.2	Validierung der Stromrekonstruktionsmethode anhand von Messdaten....	102
7.2.1	Aufbau und Messung der Leiterplatte.....	102
7.2.2	Diskussion der rekonstruierten Eingangsströme und -impedanzen.....	105
7.3	Rekonstruktionsanalyse einer SPI-Kommunikation.....	108
7.3.1	Vorstellung und Nahfeldmessung der SPI-Demonstrator-Leiterplatte....	108
7.3.2	Voruntersuchung und Formulierung der Rekonstruktionsaufgabe zur Analyse des Demonstrators.....	110
7.3.3	Auswertung und Diskussion der rekonstruierten Leiterbahnströme.....	112
7.3.4	Diskussion der rekonstruierten Terminierungsimpedanz.....	114
7.4	Feldprädiktion für eine Doppelleiterstruktur.....	116
7.4.1	Untersuchungsszenarien.....	116
7.4.2	Aufbau der Antennenmessung.....	117
7.4.3	Auswertung der Antennenmessungen und Identifikation der Messumgebung.....	120
7.4.4	Bestimmung der Feldprädiktion und Vergleich gegenüber der Antennenmessung.....	123
8	Zusammenfassung.....	127
Anhang	.....	I
A.1	Werkzeuge für Drehoperationen.....	I
A.1.1	atan2-Funktion.....	I
A.1.2	Drehmatrizen.....	I
A.2	Leitungsmodelle.....	I
A.2.1	Vereinfachung der Leitungstheorie-Modelle.....	I
A.2.2	Rundleiterstrukturen.....	III
A.2.3	Mikrostreifenleitung.....	IV
A.3	Rauschmodell für Nahfelddaten.....	V
A.4	CONCEPT-II-Simulationen.....	VI
A.4.1	Aufbau von Simulationsmodellen.....	VI
A.4.2	Automatisierte Durchführung von Simulationen.....	VI
A.4.3	Bestimmung von Spannungsverteilungen entlang von Leitern.....	VI
A.5	Verfahren zur Kalibrierung des Nahfeldscanners.....	VII
A.5.1	Kalibrierung der Position.....	VII
A.5.2	Kalibrierung des Sondenübertragungsfaktors.....	VIII
A.6	Identifikation des ADF4351-Evaluation-Boards.....	VIII
A.7	Kabeldämpfung bei Antennenmessung.....	IX
Literaturangaben	.....	X
Veröffentlichungen des Autors.....		XXI
Betreute Abschlussarbeiten.....		XXIII
Abbildungsverzeichnis.....		XXV
Tabellenverzeichnis.....		XXX
Danksagung.....		XXXI

---

## Nomenklatur

<b>A</b>	Allgemeine Matrix des inversen Problems
$\Delta A$	Abweichung der Matrix <b>A</b> im inversen Problem
<b><math>\mathcal{A}</math></b>	Magnetisches Vektorpotenzial
<b>A<sub>R</sub></b>	Rechteckige Fläche entlang einer Doppelleitung
<b>A<sub>R,i</sub></b>	Rechteckige Fläche zwischen Leiter <i>i</i> und zugehörigem Referenzleiter in einem Mehrleitersystem
<b>A<sub>Z</sub></b>	Zylinderoberfläche entlang eines Leiters einer Doppelleitung
<b>A<sub>ZS</sub></b>	Stirnflächen des Zylinders mit der Fläche <b>A<sub>Z</sub></b>
<b>A<sub>ZM</sub></b>	Mantelfläche des Zylinders mit der Fläche <b>A<sub>Z</sub></b>
<b>A<sub>Z,i</sub></b>	Zylinderoberfläche entlang des <i>i</i> . Leiters in einem Mehrleitersystem
<b>A<sub>ZM,i</sub></b>	Mantelfläche des Zylinders mit der Fläche <b>A<sub>Z,i</sub></b>
<i>a</i>	Ganzzahlige Zählvariable
<i>a'</i>	Hilfsgröße zur Berechnung der effektiven Permittivität einer Leiterbahn
<i>a<sub>AF</sub></i>	Antennenfaktor
<i>a<sub>KD</sub></i>	Dämpfung des Messkabels
<i>a<sub>i</sub></i>	Einfallende Welle am Tor <i>i</i>
<b>b</b>	(Bekannte) Wirkung im inversen Problem
$\Delta b$	Abweichung der Wirkung <b>b</b> im inversen Problem
<i>b</i>	Ganzzahlige Zählvariable
<i>b'</i>	Hilfsgröße zur Berechnung der effektiven Permittivität einer Leiterbahn
<i>b<sub>i</sub></i>	Auslaufende Welle am Tor <i>i</i>
<b>C'</b>	Kapazitätsbelagsmatrix
<i>C'</i>	Kapazitätsbelag
<i>C'<sub>ii</sub></i>	Eigenkapazitätsbelag von Leiter <i>i</i>
<i>C'<sub>ik</sub></i>	Koppelkapazität zwischen Leiter <i>i</i> und Leiter <i>k</i>
<i>c</i>	Ausbreitungsgeschwindigkeit
<i>c<sub>s</sub></i>	Proportionalitätsfaktor zur Auslegung der Segmentlänge
<i>c<sub>{E,H}</sub></i>	Übertragungsfaktoren zwischen der Messspannung und der elektrischen (Index E) bzw. magnetischen (Index H) Feldstärke
<i>D</i>	Leiterabstand der Doppelleiterkonfiguration
<i>D<sub>{H,V}</sub></i>	Diskretisierungszahl für <u>h</u> orizontale bzw. <u>v</u> ertikale Segmente
<i>D<sub>H,min</sub></i>	Minimal notwendige Diskretisierungszahl
<i>d<sub>r</sub></i>	Reihenabstand des Punktegitters
<i>d<sub>S</sub></i>	Schleifendurchmesser von magnetischer Schleifensonden
<i>d<sub>ab</sub></i>	Abstand der Leiter <i>a</i> und <i>b</i>
<i>d<sup>i</sup></i>	Koordinate entlang des Leiters <i>i</i> bzw. des Bereichs <i>i</i>
<b>D</b>	

$d_n^i$	Koordinate des $n$ . Segments von Leiter $i$
$d_{n,m}^i$	Koordinate des $n$ . Segments von Leiter $m$ im Bereich $i$
$d_{\{S,E\}}^i$	Koordinate der <u>S</u> tart- bzw. <u>E</u> ndposition von Leiter $i$ des Bereichs $i$
<b>E</b>	Vektor mit elektrischen Feldstärken
<b>E<sub>Q</sub></b>	Quellenanteile des elektrischen Felds
<b>E<sub>W</sub></b>	Wirbelanteile des elektrischen Felds
<b>E<sub>FF</sub></b>	Emittierte elektrische Feldstärken
<b>E<sub>i</sub></b>	Beitrag des $i$ . Leiters zum elektrischen Feld in einem Mehrleitersystem
<b>e<sub>q</sub></b>	Räumliche Orientierung einer allgemeinen Feldquelle
<b>e'<sub>q</sub>, e<sup>o</sup><sub>q</sub></b>	Transformierte Orientierungen der allgemeinen Feldquelle (vgl. <b>e<sub>q</sub></b> )
<b>e<sub>q,i</sub></b>	Räumliche Orientierung der Feldquelle $i$
<b>e'<sub>q,m</sub></b>	Gespiegelte räumliche Orientierung der Feldquelle $i$
<b>e<sub>{x,y,z,ϕ',θ'}</sub></b>	Einheitsvektor in $x$ -, $y$ -, $z$ -, $\phi'$ - oder $\theta'$ -Richtung
<b>e<sub>k</sub></b>	Kanonischer Einheitsvektor mit $k = 1, 2, \dots$
<b>E<sub>{x,y,z}</sub></b>	Elektrische Feldstärke in $x$ -, $y$ - oder $z$ -Richtung
<b>E<sub>M</sub></b>	Gemessene elektrische Feldstärke
<b>E<sub>M,{AK,FR}</sub></b>	In <u>A</u> bsorber <u>k</u> ammer bzw. im <u>f</u> reien <u>R</u> aum gemessene Feldstärke
<b>E<sub>sim</sub></b>	Simulierte elektrische Feldstärke
<b>E<sub>ref</sub></b>	Referenzfeldstärke für das elektrische Feld
<b>F</b>	Normalisierte elektrische und magnetische Felddaten
<b>F<sub>mag</sub></b>	Amplituden bzw. Betrag normalisierter Felddaten <b>F</b>
<b>F<sup>[i]</sup></b>	Normalisierte Felddaten im $i$ . Iterationsschritt
<b>F<sup>h</sup>[i]</b>	Nahfelddaten berechnet auf Basis der Rekonstruktionsergebnisse im $i$ . Iterationsschritt
<b>f<sup>{DIP,QSM,REF}</sup></b>	Vektor mit Feldstärken einer Komponente, die auf Basis des <u>D</u> ipolmodells bzw. des <u>q</u> uasi <u>s</u> tatischen <u>M</u> odells berechnet wurden oder als <u>R</u> eferenz verwendet werden
<b>Δf<sup>{DIP,QSM}</sup></b>	Vektor über die Fehler der anhand des <u>D</u> ipolmodells bzw. des <u>q</u> uasi <u>s</u> tatischen <u>M</u> odells berechneten Feldkomponente
<b>F<sub>1</sub></b>	Hilfsgröße zur Berechnung der effektiven Permittivität einer Leiterbahn
<b>f</b>	Frequenz
<b>f<sub>CLK</sub></b>	Grundfrequenz der SPI-Signale
<b>f<sub>g,stat</sub></b>	Grenzfrequenz der Quasi-TEM-Wellenausbreitung auf Leiterbahnen
<b>f<sub>u</sub></b>	Untersuchungsfrequenzen
<b>f<sub>o</sub></b>	Originale Feldkomponente
<b>f<sub>r</sub></b>	Verrauschte Feldkomponente
<b>f<sub>n</sub><sup>{DIP,QSM,REF}</sup></b>	$n$ . Koeffizient vom Vektor <b>f<sup>{DIP,QSM,REF}</sup></b>
<b>Δf<sub>n</sub><sup>{DIP,QSM}</sup></b>	$n$ . Koeffizient von <b>Δf<sup>{DIP,QSM}</sup></b>
<b>f<sub>n</sub><sup>[i]</sup></b>	$n$ . Koeffizient von <b>F<sup>[i]</sup></b>

$\mathbf{G}'$	Leitwertsbelagsmatrix
$G'$	Leitwertbelag
$G'_{ii}$	Eigenleitwertbelag von Leiter $i$
$G'_{ik}$	Koppelleitwert zwischen Leiter $i$ und Leiter $k$
$\mathbf{H}$	Vektor mit magnetischen Feldstärken
$\mathbf{H}_i$	Beitrag des $i$ . Leiters zum magn. Feld in einem Mehrleitersystem
$H_{\{x,y,z\}}$	Magnetische Feldstärke in $x$ -, $y$ - oder $z$ -Richtung
$H_M$	Gemessene magnetische Feldstärke
$H_{\text{ref}}$	Referenzfeldstärke für das magnetische Feld
$h$	Dicke des Trägermaterials einer Leiterplatte
$h_L$	Leiterhöhe gegenüber der Massefläche
$h_M$	Höhe der Beobachtungspunkte bzw. Messpunkte über der Massefläche
$h_{\{a,b\}}$	Höhe des Leiters $a$ bzw. $b$ über der Massefläche
$\mathbf{I}_S$	Stromverteilung im inversen Problem zur Stromrekonstruktion
$\mathbf{I}_{CA}$	Reduzierter Vektor zur Darstellung des Vektors $\mathbf{I}_S$ unter Annahme von Stetigkeitsbedingungen für die Stromverteilung
$\mathbf{I}_R$	Vektor mit repräsentativen Koeffizienten von $\mathbf{I}_{CA}$
$\mathbf{I}_A$	Vektor mit abhängigen Koeffizienten von $\mathbf{I}_{CA}$
$\mathbf{I}_{\{A,V\},i}$	Segmentströme im Abschnitt $i$ bzw. in $V$ ia $i$
$\mathbf{I}(z)$	Ströme in den Leitern eines Mehrleitersystems an der Position $z$
$\tilde{\mathbf{I}}(z)$	Modale Ströme eines Mehrleitersystems an der Position $z$
$\mathbf{I}_m^{\{+,-\}}$	Hinlaufende (+) bzw. rücklaufende (-) modale Stromwellen
$\mathbf{I}_{(\cdot)}^i$	$i$ . Teilvektor von $\mathbf{I}_{CA}$ für die Repräsentation von Segmentströmen unter Annahme der Stetigkeitsbedingung ( $\cdot$ )
$\mathbf{I}_{\text{BTL}}^i$	$i$ . Vektor in $\mathbf{I}_{CA}$ zur Repräsentation der Segmentströme auf einem Leiterabschnitt anhand der BTL-Theorie (vgl. $\mathbf{I}_{(\cdot)}^i$ )
$\mathbf{I}_{\text{MTL}}^i$	$i$ . Vektor in $\mathbf{I}_{CA}$ zur Repräsentation der Segmentströme auf parallelen Leiterabschnitten in einem Bereich anhand der MTL-Theorie (vgl. $\mathbf{I}_{(\cdot)}^i$ )
$\mathbf{I}^i(d)$	Ströme der parallelen Leiter im Bereich $i$ an der Position $d$ (vgl. $\mathbf{I}(z)$ )
$\mathbf{I}_m^{\{+,-\},i}$	Modale Stromwellen im Bereich $i$ (vgl. $\mathbf{I}_m^+$ und $\mathbf{I}_m^-$ )
$\mathbf{I}_{\text{init}}$	Initialer Stromvektor für das iterative Verfahren
$\hat{\mathbf{I}}[i]$	Rekonstruierte Stromverteilung im $i$ . Iterationsschritt
$\mathcal{J}_i$	Einheitsmatrix der Dimension $i$
$\mathcal{J}_A$	Matrix zur Abbildung abhängiger Koeffizienten $\mathbf{I}_A$ auf $\mathbf{I}_{CA}$
$\mathcal{J}_R$	Matrix zur Abbildung repräsentativer Koeffizienten $\mathbf{I}_R$ auf $\mathbf{I}_{CA}$
$I_q$	Segmentstrom
$I(z)$	Stromverteilung einer Doppelleitung an der Position $z$
$I_i(z)$	Strom des $i$ . Leiters an der Position $z$ in einem Mehrleitersystem
$I_k^i(d)$	Strom des $k$ . Leiters an der Position $z$ im Bereich $i$

$I_{\{\text{rek,ref}\},i}$	Rekonstruierter Strom bzw. <u>Referenz</u> strom für das $i$ . Segment
$I_{\{\text{h,r}\}}$	<u>H</u> inlaufende bzw. <u>r</u> ücklaufende Stromwelle
$I_{\{\text{h,r}\}}^i$	<u>H</u> inlaufende bzw. <u>r</u> ücklaufende Stromwelle im Leiterabschnitt $i$
$I_i^n$	$i$ . Segmentstrom in Via $n$
$I_C^i$	$i$ . Strom in $I_{CA}$ zur Repräsentation der Segmentströme eines Vias
$I_{\text{in}}$	Stromfluss in den Eingang einer Leitung
$I_T$	Stromfluss in die Terminierung einer Leitung
$\hat{I}_n^{[i]}$	$n$ . Koeffizient der rekonstruierten Stromverteilung im $i$ . Iterationsschritt
$\hat{I}_{\{\text{CLK,SDO,SDI}\}}$	Rekonstruierter Strom der CLK-, SDO- bzw. SDI-Leiterbahn
$I_{\text{CLK,CT6}}$	Gemessener Strom der CLK-Leiterbahn
$i$	Ganzzahlige Zählvariable
$i_{\text{max}}$	Maximal mögliche Anzahl an Iterationsschritten
<b>J</b>	Stromdichte
$J_i$	Stromdichte im Leiter $i$ in einem Mehrleitersystem
$j$	Ganzzahlige Zählvariable
<b>K<sub>NB</sub></b>	Matrix zur Darstellung der Kirchhoffschen Regeln als Nebenbedingung
$K_F$	Anzahl der Koeffizienten des Vektors $\boldsymbol{\varphi}^{[i]}$
$K_I$	Anzahl der Koeffizienten des Vektors $\hat{\mathbf{I}}^{[i]}$
$K$	Natürliche Zahl (obere Schranke für $k$ )
$k$	Ganzzahlige Zählvariable
<b>L</b>	Gewichtungsmatrix bei Regularisierung eines inversen Problems
<b>L'</b>	Induktivitätsbelagsmatrix
$L_E$	Längeneinheit
$L'$	Induktivitätsbelag
$L'_{ii}$	Eigeninduktivitätsbelag von Leiter $i$
$L'_{ik}$	Induktivitätsbelag zwischen den Leitern $k$ und $i$
$l_{\text{seg}}$	Segmentlänge
$l_{\text{seg,max}}$	Maximal zulässige Segmentlänge
$l_M$	Monopollänge von elektrischen Monopolsonden
$M_{\{x,y,z\}}$	Dipolmoment in $x$ -, $y$ - oder $z$ -Richtung
$M$	Natürliche Zahl (obere Schranke für $m$ )
$m$	Ganzzahlige Zählvariable
<b>N<sub>F</sub></b>	Normierungsmatrix für das inverse Problem zur Quellenrekonstruktion
$N_{\{r,s\}}$	<u>R</u> eihenanzahl bzw. <u>S</u> paltenanzahl der Punktegitter
$N$	Natürliche Zahl (obere Schranke für $n$ )
$n$	Ganzzahlige Zählvariable

## Nomenklatur

---

$\mathbf{p}_b$	Position des allgemeinen Beobachtungspunkts
$\mathbf{p}_{b,i}$	Position des $i$ . Beobachtungspunkts
$\mathbf{p}_q$	Position der allgemeinen Feldquelle
$\mathbf{p}_{q,i}$	Position der $i$ . Feldquelle
$\mathbf{p}'_{q,m}$	Gespiegelte Position der $i$ . Feldquelle
$\mathbf{p}_{\{S,E\}}$	Position des <u>S</u> tart- bzw. <u>E</u> ndpunkts einer geradlinigen Verbindung
$\mathbf{R}'$	Widerstandsbelagsmatrix
$\mathbf{R}_{\{x,y,z\}}(\alpha)$	Drehmatrix zur Rotation mit dem Winkel $\alpha$ um die $x$ -, $y$ - bzw. $z$ -Achse
$\mathbf{r}$	Orientierter Abstandsvektor
$\mathbf{r}', \mathbf{r}^\circ$	Transformierter orientierter Abstandsvektor
$R$	Natürliche Zahl
$R'$	Widerstandsbelag
$R'_i$	Widerstandsbelag des $i$ . Leiters in einem Mehrleitersystem
$R_M$	Eingangswiderstand des Messgeräts
$R_{\{h,v\}}$	Hilfsgröße zur Berechnung der <u>h</u> orizontalen bzw. <u>v</u> ertikalen Feldstärken des emittierten Felds von Leiterplatten
$r$	Länge des Abstandsvektors $\mathbf{r}$
$r_{\{x,y,z\}}$	$x$ -, $y$ - oder $z$ -Komponente des Abstandsvektors $\mathbf{r}$
$r'_{\{x,y,z\}}$	$x$ -, $y$ - oder $z$ -Komponente des transformierten Abstandsvektors $\mathbf{r}'$
$r'_\pm$	Abstand zwischen Enden der Feldquelle zum Beobachtungspunkt
$r_{\{a,b\}}$	Radien der Rundleiter $a$ bzw. $b$
$r^k(d)$	Reflexionsfaktor an der Position $d$ auf Leiter $k$
$\mathbf{S}$	Vektor mit mehreren Quellenstärken (vgl. $s_i$ )
$s_i$	Quellenstärke der $i$ . Feldquelle
$s_{ij}$	Streuparameter von Tor $j$ zu Tor $i$
$\mathbf{T}_{\{I,U\}}$	Transformationsmatrizen zwischen tatsächlichen und modalen Strömen (Index I) bzw. Spannungen (Index U) in einem Mehrleitersystem
$\mathbf{T}_I^i$	Transformationsmatrix im Bereich $i$ (vgl. $\mathbf{T}_I$ )
$\mathbf{t}_{\{I,U\},k}^i(d)$	Funktion zur Abbildung der modalen Stromwellen $\mathbf{I}_{\text{MTL}}^i$ auf den Strom (Index I) bzw. die Spannung (Index U) an der Position $d$ im Leiter $k$
$t$	Höhe einer Leiterbahn
$\mathbf{U}(z)$	Spannungen in den Leitern eines Mehrleitersystems an der Position $z$
$U(z)$	Spannungsverteilung einer Doppelleitung an der Position $z$
$U_i(z)$	Spannung des $i$ . Leiters an der Position $z$ in einem Mehrleitersystem
$U_{\{\text{rek,ref}\},i}$	<u>R</u> ekonstruierte Spannung bzw. <u>R</u> eferenzspannung am $i$ . Segment
$U_M$	Messspannung bzw. Spannungsabfall am Messwiderstand $R_M$
$U_{\text{in}}$	Spannungsabfall über den Eingang einer Leitung
$U_T$	Spannungsabfall über die Terminierung einer Leitung
H	

$v$	Hilfsgröße zur Berechnung der emittierten Feldstärke einer Leiterplatte
$w$	Breite einer Leiterbahn
$\mathbf{x}$	(Gesuchte) Ursache im inversen Problem
$\hat{\mathbf{x}}$	Allgemeine Lösung des inversen Problems
$\hat{\mathbf{x}}_{\{LS,R\}}$	<u>L</u> east- <u>S</u> quares- bzw. <u>r</u> egularisierte Lösung des inversen Problems
$\Delta\mathbf{x}$	Abweichung der Ursache im inversen Problem
$X_{(\cdot)}$	Zufallsgröße
$x_{\{b,q\}}$	$x$ -Position des <u>B</u> eobachtungspunkts bzw. der Feld <u>q</u> uelle
$\mathbf{Y}$	Admittanzmatrix
$y_{\{b,q\}}$	$y$ -Position des <u>B</u> eobachtungspunkts bzw. der Feld <u>q</u> uelle
$\mathbf{Z}_0$	Wellenimpedanzmatrix eines Mehrleitersystems
$\mathbf{Z}_0^i$	Wellenimpedanzmatrix im Bereich $i$
$Z_0$	Wellenimpedanz einer Doppelleitung
$Z_0^i$	Wellenimpedanz von Leiter $i$
$Z_{in}$	Eingangsimpedanz
$\hat{Z}_{in}$	Rekonstruierte Eingangsimpedanz
$\hat{Z}_{in,korr}$	Rekonstruierte Eingangsimpedanz mit nachträglicher Korrektur
$\hat{z}_{in}$	Bezogene (korrigierte) rekonstruierte Eingangsimpedanz
$Z_T$	Terminierungsimpedanz
$\hat{Z}_T$	Rekonstruierte Terminierungsimpedanz
$z_{\{b,q\}}$	$z$ -Position des <u>B</u> eobachtungspunkts bzw. der Feld <u>q</u> uelle
$\Delta z$	Länge eines infinitesimalen Leitungsabschnitts
$z_{GND}$	Position auf der $z$ -Achse einer Massefläche in der $x$ - $y$ -Ebene
$\alpha$	Winkel
$\alpha_R$	Regularisierungsparameter
$\alpha_{\{E,H\}}$	Faktor zur Normalisierung des inversen Problems auf Basis der elektrischen (Index E) bzw. magnetischen (Index H) Feldstärken
$\beta$	Wellenzahl bzw. Phasenkonstante einer Ausbreitung
$\Gamma_{CA}$	Erweiterungsmatrix zur Repräsentation der Stromverteilung $\mathbf{I}_S$ mit $\mathbf{I}_{CA}$
$\Gamma_R$	Matrix zur Abbildung von $\mathbf{I}_R$ auf $\mathbf{I}_{CA}$
$\Gamma_{(\cdot)}^i$	$i$ . Teilmatrix von $\Gamma_{CA}$ zur Abbildung des Vektors $\mathbf{I}_{(\cdot)}^i$ auf Segmentströme anhand der Stetigkeitsbedingung $(\cdot)$
$\Gamma_C^i$	$i$ . Matrix in $\Gamma_{CA}$ zur Repräsentation der Segmentströme anhand des konstanten Stroms $I_C^i$ (vgl. $\Gamma_{(\cdot)}^i$ )

## Nomenklatur

---

$\Gamma_{\text{BTL}}^i$	$i$ . Matrix in $\Gamma_{\text{CA}}$ zur Repräsentation der Segmentströme auf einem Leiterabschnitt anhand der BTL-Theorie (vgl. $\Gamma_{(\cdot)}^i$ )
$\Gamma_{\text{MTL}}^i$	$i$ . Matrix in $\Gamma_{\text{CA}}$ zur Repräsentation der Segmentströme auf einem Leiterabschnitt anhand der MTL-Theorie (vgl. $\Gamma_{(\cdot)}^i$ )
$\mathbf{\gamma}$	Matrix der modalen Fortpflanzungskonstanten
$\mathbf{\gamma}^i$	Matrix der modalen Fortpflanzungskonstanten für den $i$ . Bereich
$\Delta_{\text{I},i}$	Gütekriterium über die mittlere Änderung der rekonstruierten Stromverteilung im $i$ . Iterationsschritt
$\Delta_{\varphi,i}$	Gütekriterium über die mittlere Änderung der rekonstruierten Phaseninformation im $i$ . Iterationsschritt
$\Delta_{\text{F},i}$	Gütekriterium über die Qualität der Feldapproximation im $i$ . Iterationsschritt
$\gamma$	Fortpflanzungskonstante
$\gamma^i$	Fortpflanzungskonstante für den Leiter $i$
$\gamma_{\text{m},i}$	Modale Fortpflanzungskonstante der $i$ . Mode
$\varepsilon$	Permittivität
$\varepsilon_r$	Relative Permittivität
$\varepsilon_{\text{r,eff}}$	Effektive relative Permittivität
$\varepsilon_{\{\varphi,\text{I},\text{F}\}}$	Schwellenwerte zur Formulierung von Abbruchbedingungen für die Gütekriterien $\Delta_{\text{I},i}$ (Index I), $\Delta_{\varphi,i}$ (Index $\varphi$ ) und $\Delta_{\text{F},i}$ (Index F)
$\theta$	Elevation-Winkel zur Raumtransformation von Quellen
$\theta'$	Elevation-Winkel zwischen Quelle und Beobachtungspunkt
$\vartheta$	Winkel zwischen eigentlicher Ursache und projizierter Ursache des inversen Problems
$\kappa_{\{\mathbf{A},\mathbf{b}\}}$	Kondition des inversen Problems bezüglich Abweichungen der Matrix $\mathbf{A}$ bzw. dem Vektor $\mathbf{b}$
$\mu$	Permeabilität
$\mu_r$	Relative Permeabilität
$\mu_{\text{r,eff}}$	Effektive relative Permeabilität
$\rho$	Elektrische Ladung
$\sigma_i$	$i$ . Singulärwert einer Matrix
$\sigma_a$	Leitfähigkeit von Leiter $a$
$\sigma_{\text{M}}$	Leitfähigkeit des Ausbreitungsmediums
$\sigma_{\text{eff}}$	Effektive Leitfähigkeit des Ausbreitungsmediums
$\sigma_{\text{mag}}$	Standardabweichung des Amplitudenrauschens
$\sigma_{\text{phs}}$	Standardabweichung des Phasenrauschens
J	

$\varphi^{[0]}$	Initiale Phasenverteilung für das iterative Verfahren
$\varphi^{[i]}$	Bestimmte Phasenverteilung im $i$ . Iterationsschritt
$\varphi$	Elektrisches Skalarpotenzial
$\phi$	Azimet-Winkel zur Raumtransformation von Quellen
$\phi'$	Azimet-Winkel zwischen Quelle und Beobachtungspunkt
$\Delta\varphi_n^{[i]}$	Differenz des $n$ . Koeffizienten der bestimmten Phasenverteilung zwischen den Iterationsschritten $i$ und $i - 1$
$\Psi_F$	Normalisierte Feldübertragungsmatrixfunktion im inversen Problem zur Stromrekonstruktion
$\Psi_{\{E,H\}}$	Feldübertragungsmatrixfunktion von mehreren Quellen auf die elektrischen (Index E) bzw. magnetischen (Index H) Feldstärken
$\Psi_{\{E,H\},Dipol}$	Feldübertragungsmatrixfunktion der Momente eines Hertzschen Dipols auf die elektrischen (Index E) bzw. magnetischen (Index H) Feldstärken
$\Psi_{\{E,H\}}$	Feldübertragungsfunktion einer einzelnen Quelle auf die elektrischen (Index E) bzw. magnetischen (Index H) Feldstärken
$\tilde{\Psi}_{\{E,M\}}$	Erweiterte Feldübertragungsfunktion einer einzelnen Quelle zur Berücksichtigung einer PEC-Massefläche (analog zu $\Psi_{\{E,H\}}$ )
$\Psi_{\{E,H\}}^{\{DIP,QSM\}}$	Feldübertragungsfunktion einer einzelnen Quelle auf Basis des <u>D</u> ipolmodells bzw. <u>q</u> uasi <u>s</u> tatischen <u>M</u> odells zur Bestimmung der elektrischen (Index E) bzw. magnetischen (Index H) Feldstärke
$\Psi'_{E,\{Q,W\}}$	Feldübertragungsfunktion einer einzelnen Quelle auf den <u>Q</u> uellen- bzw. <u>W</u> irbelanteil des elektrischen Felds
$\Psi_{\{x,y,z\}}^{FF}$	Feldübertragungsfunktion eines Dipols auf einer Leiterplatte auf die $x$ -, $y$ - bzw. $z$ -Komponente des emittierten elektrischen Felds
$\Psi_E^{FF}$	Feldübertragungsfunktion eines Dipols auf einer Leiterplatte auf alle Komponenten der emittierten elektrischen Feldstärke
$\Psi'_{\{E,M\}}$	<u>E</u> lektrischer bzw. <u>m</u> agnetischer Fluss bezogen auf die Leitungslänge
$\omega$	Kreisfrequenz

---

## Funktionen und Operatoren

$ \cdot $	Komponentenweise Betragsbildung
$\arg(\cdot)$	Phase des Arguments
$(\cdot)^*$	Komplexe Konjugation
$\operatorname{Re}(\cdot)$	Realteil des Arguments
$\operatorname{Im}(\cdot)$	Imaginärteil des Arguments
$\ \cdot\ _k$	Norm zur Basis $k$ , falls $k$ nicht notiert, gilt $k = 2$
$\lceil \cdot \rceil$	Aufrundungsfunktion
$(\cdot) \circ (\cdot)$	Hadamard-Produkt zur komponentenweisen Multiplikation
$\operatorname{median}(\cdot)$	Median bzw. Zentralwert der Zahlenmenge im Argument
$\mathcal{U}(x, y)$	Gleichverteilung zwischen $x, y \in \mathbb{R}$
$\mathcal{N}(x, y)$	Normalverteilung mit Mittelwert $x$ und Standardabweichung $y$
$\sin(\cdot)$	Sinusfunktion
$\cos(\cdot)$	Kosinusfunktion
$\tan(\cdot)$	Tangensfunktion
$\cot(\cdot)$	Kotangensfunktion
$\arctan(\cdot)$	Arkustangens
$\operatorname{arsinh}(\cdot)$	Areasinus hyperbolicus
$\operatorname{arcosh}(\cdot)$	Areakosinus hyperbolicus
$\operatorname{atan2}(\cdot)$	Erweiterung der $\arctan$ -Funktion, Definition in (A.1)
$\ln(\cdot)$	Natürlicher Logarithmus
$\exp(\cdot), e^{(\cdot)}$	Exponentialfunktion
$\operatorname{sgn}(\cdot)$	Signumfunktion
$\Pi(\cdot)$	Rechteckfunktion, Definition in (3.17)
$\delta(\cdot)$	Delta-Distribution
$\Delta(\cdot)$	Laplace-Operator
$\operatorname{grad}(\cdot)$	Gradient
$\kappa_2(\cdot)$	Relative Konditionszahl des Arguments, Definition in (2.8)
$\operatorname{err}_{\text{mean}}(\mathbf{f}, \{\text{DIP}, \text{QSM}\})$	Mittlere Abweichung der mit dem <u>D</u> ipolmodell oder dem <u>q</u> uasistatischen <u>M</u> odell bestimmten Feldkomponente(n) $\mathbf{f}$ gegenüber Referenzdaten, Definition in (3.44) bzw. (3.46)
$\operatorname{err}_{\text{max}}(\mathbf{f}, \{\text{DIP}, \text{QSM}\})$	Maximale Abweichung der mit dem <u>D</u> ipolmodell oder dem <u>q</u> uasistatischen <u>M</u> odell bestimmten Feldkomponente(n) $\mathbf{f}$ gegenüber Referenzdaten, Definition in (3.45) bzw. (3.47)

---

## Abkürzungen

BTL	<u>B</u> asic <u>T</u> ransmission- <u>L</u> ine (z. B. eine Doppelleiterstruktur)
CLK	<u>C</u> lock
CM	<u>C</u> ommon- <u>M</u> ode
DIP	<u>D</u> ipolmodell
DM	<u>D</u> ifferential- <u>M</u> ode
EFIE	<u>E</u> lectric <u>F</u> ield <u>I</u> ntegral <u>E</u> quations, dt. elektrische Feldintegralgleichungen
EMV	<u>E</u> lektromagnetische <u>V</u> erträglichkeit
HF	<u>H</u> och <u>f</u> requenz
IC	<u>I</u> ntegrated <u>C</u> ircuit, dt. integrierter Schaltkreis
KI	<u>K</u> ünstliche <u>I</u> ntelligenz
MTL	<u>M</u> ulticonductor <u>T</u> ransmission- <u>L</u> ine (z. B. eine Mehrleiterstruktur)
NWA	<u>N</u> etz <u>w</u> er <u>k</u> analysator
PEC	<u>P</u> erfect <u>E</u> lectric <u>C</u> onductor, dt. idealer elektrischer Leiter
PWS	<u>P</u> lane- <u>W</u> ave- <u>S</u> pectrum
QSM	<u>Q</u> uasi <u>s</u> tatisches <u>M</u> odell
REF	<u>R</u> eferenz
SDI	<u>S</u> erial- <u>D</u> ata- <u>I</u> n
SDO	<u>S</u> erial- <u>D</u> ata- <u>O</u> ut
SPI	<u>S</u> erial <u>P</u> eripheral <u>I</u> nterface
TEM	<u>T</u> ransversal <u>e</u> lektrom <u>a</u> gnetisch
VIA	<u>V</u> ertical <u>I</u> nterconnect <u>A</u> ccess, dt. Durchkontaktierung



---

# 1 Einleitung

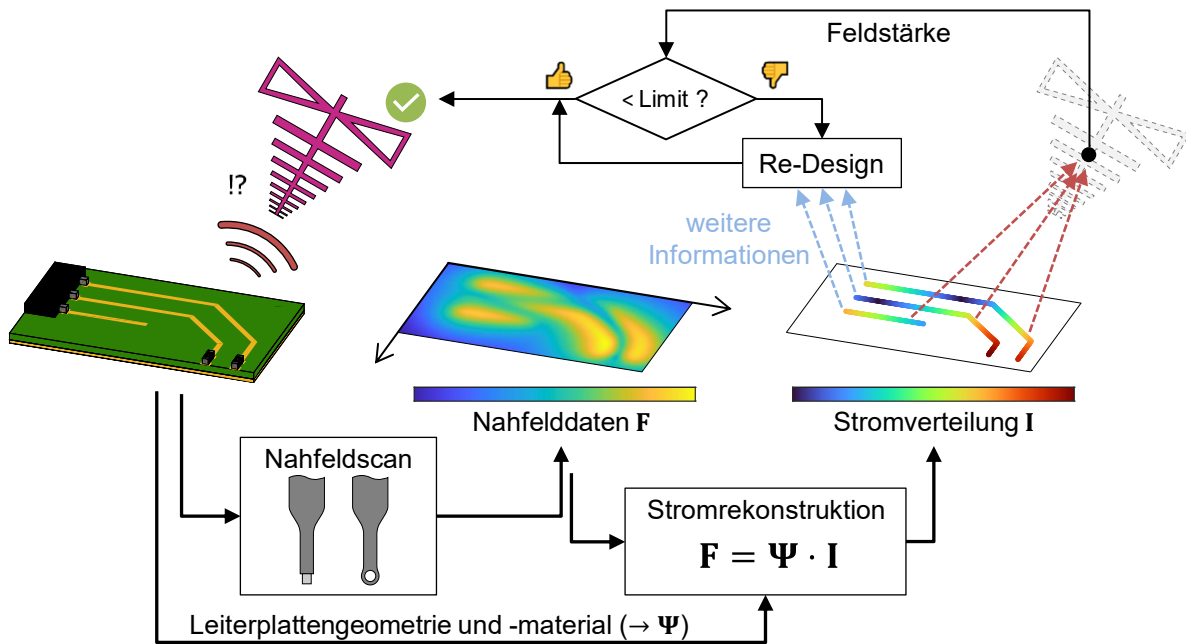
Nachfolgend wird das Thema nahfeldbasierte Analyseverfahren für Leiterplatten eingeführt und es werden die in dieser Arbeit behandelten Fragestellungen motiviert. Daraufhin wird der Stand der Technik zu diesem Themengebiet vorgestellt. Dieser wird im letzten Unterkapitel dieses Kapitels diskutiert und anhand der Diskussion werden die Ziele dieser Arbeit entwickelt.

## 1.1 Einführung und Motivation

Als Nahfeld werden die elektromagnetischen Felder in der unmittelbaren Umgebung einer Feldquelle bezeichnet. Die Auswertung von Nahfelddaten ist für viele Bereiche der Elektrotechnik interessant, da auf diese Weise berührungslos und zerstörungsfrei aussagekräftige Kenntnisse über Komponenten und Geräte gewonnen werden können. Es existieren verschiedene nahfeldbasierte Verfahren sowohl für kleine Objekte, wie einzelne ICs (engl. Integrated Circuits), als auch für große Objekte, wie z. B. Antennen. Eine konkrete Anwendung für ICs ist die vergleichende Analyse von Bauteilen, welche z. B. die gleiche Funktion haben, aber unterschiedlich aufgebaut sind, weil sie von verschiedenen Herstellern stammen. So lassen sich auch Eigenschaften über die EMV (elektromagnetische Verträglichkeit) bestimmen und vergleichen, die auf anderen Wegen nur schwer spezifizierbar oder messbar sind. Andere Möglichkeiten zur Verwertung von Nahfelddaten finden sich bei der Analyse von Antennen. Hier wird z. B. anhand der Nahfelddaten das Fernfeld einer Antenne bestimmt, woraus sich unter anderem die Richtcharakteristik der untersuchten Antenne ableiten lässt.

Ebenso lassen sich mithilfe von Nahfelddaten Geräte und Komponenten wie z. B. Leiterplatten analysieren, die in der Größenordnung zwischen kleinen ICs und großen Antennen liegen. Dabei sind die oben genannten Analyseverfahren übertragbar und es existieren noch weitere Methoden, um z. B. die EMV-Eigenschaften einer Leiterplatte zu charakterisieren oder zu optimieren. Ein Beispiel hierfür ist die Identifikation von ungewollten (Feld-)Kopplungen, die zwischen einzelnen Baugruppen auf einer Leiterplatte auftreten und so zu Funktionseinschränkungen führen können. Eine weitere Untersuchungsmöglichkeit für Leiterplatten ist neben der Bestimmung der Fernfeldemission auch die Charakterisierung der konkreten Störquellen. Das in dieser Arbeit verfolgte Vorgehen für eine solche Analyse ist in Abbildung 1-1 illustriert und wird nachfolgend erläutert.

Im Rahmen eines Nahfeldscans werden mithilfe von Nahfeldsonden die Nahfelddaten einer Leiterplatte aufgenommen. Diese Daten werden mit einer Stromrekonstruktionsmethode ausgewertet, um die tatsächliche Stromverteilung auf der Leiterplatte zu bestimmen. Hierfür werden Information über Geometrie und die Materialien der untersuchten Leiterplatte verwendet. Die so bestimmten Stromverteilungen bieten mehrere Optionen für die Analyse der EMV der Leiterplatte. Zunächst lässt sich mit den Strömen die Fernfeldemission in alle Raumrichtungen bestimmen. Dies kann bereits in einem frühen Stadium der Hardwareentwicklung genutzt werden, um bspw. abzuschätzen, ob eine Leiterplatte die Anforderungen an die Störaussendung erfüllt, ohne zeit- und kostenintensive Antennenmessungen durchführen zu müssen. Im Falle einer Grenzwertüberschreitung kann darüber hinaus das Bauteil bzw. die Baugruppe identifiziert werden, welche die kritische Feldemission verursacht. Dabei lassen sich die Rekonstruktionsergebnisse nutzen, um einen gezielten und damit kosteneffizienten Re-Design-Prozess zu initiieren.



**Abbildung 1-1: Anwendung einer nahfeldbasierten Stromrekonstruktionsmethode zur Bestimmung der Feldemission einer Leiterplatte mit der Option zum geführten Re-Design anhand der Rekonstruktionsergebnisse.**

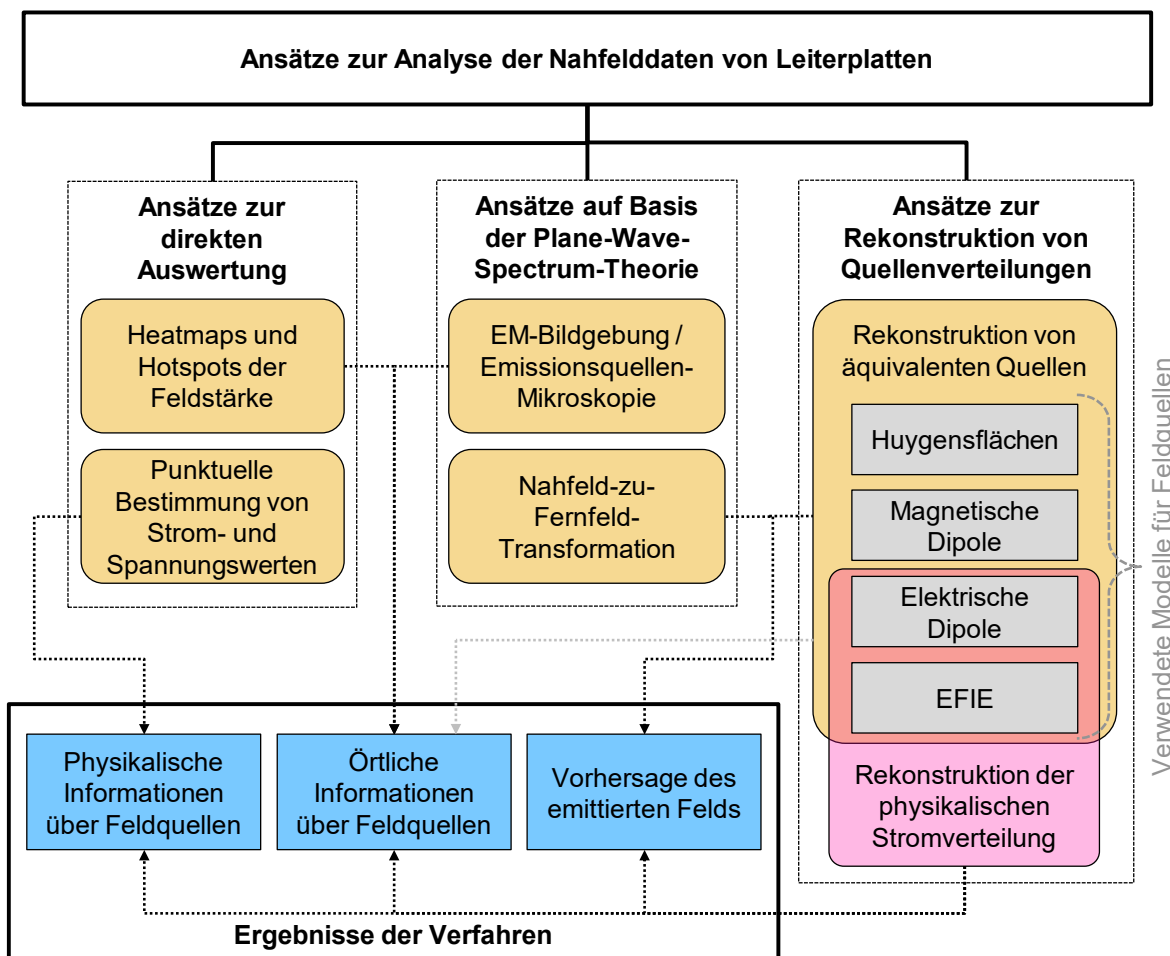
Abschließend sei angemerkt, dass eine ähnliche Analyse von kritischen Feldquellen auch mit anderen Methoden denkbar ist. Eine Möglichkeit besteht in der direkten Messung der Spannungen und Ströme auf einer Leiterplatte mit der anschließenden Abschätzung der Feldemission anhand von analytischen Ausdrücken. Hierfür ist die Kontaktierung von Tastköpfen an bestimmte Stellen der Leiterplatte wie z. B. Leiterbahnen notwendig. Dies ist im Allgemeinen für praxisnahe Leiterplatten jedoch nicht möglich, da Leiterbahnen z. B. auf Zwischenlagen „vergraben“ oder durch Bauteile verdeckt sein können. Daneben ist es auch denkbar, mit Hilfe von Simulationswerkzeugen das Fernfeld zu berechnen und die emittierenden Bereiche zu lokalisieren. Dabei ist die Aussagekraft von derart bestimmten Ergebnissen mit der Komplexität der verwendeten Simulationsmodellen verknüpft. Oft ist der Aufwand für eine aussagekräftige Simulationsanalyse höher als der für die Messung und Auswertung von Nahfelddaten. Damit ist die Analyse von Leiterplatten anhand von Nahfelddaten zu präferieren.

## 1.2 Stand der Technik

Es gibt verschiedene Ansätze, um anhand von Nahfelddaten Informationen über die EMV-Eigenschaften einer Leiterplatte zu gewinnen. Eine Auswahl solcher Ansätze wird in diesem Unterkapitel in zwei Schritten präsentiert. Zunächst werden grundlegenden Konzepte vorgestellt und eingeordnet, mit denen sich Nahfelddaten auswerten lassen. Anschließend werden im zweiten Teil mathematischen Lösungsansätze präsentiert, welche für die konkrete Umsetzung dieser Konzepte benötigt werden.

### 1.2.1 Untersuchungsansätze zur Auswertung von Nahfelddaten

Die in der Literatur beschriebenen Ansätze zur Auswertung von Nahfelddaten können in drei Kategorien eingeordnet werden, wobei innerhalb der Kategorien die Ansätze jeweils in Untergruppen bzw. Unterkategorien zusammengefasst werden können. Die daraus entstehende Einteilung ist in Abbildung 1-2 dargestellt und wird nachfolgend



**Abbildung 1-2: Einteilung von Untersuchungsansätzen zur Analyse von Nahfelddaten.**

erläutert. Hierbei wird auch aufgezeigt, welche Ergebnisse typischerweise mit den Ansätzen bestimmt werden.

Die erste Kategorie von Ansätzen umfasst die Verfahren, welche Informationen anhand einer direkten Auswertung der Nahfelddaten gewinnen. Dies ist bspw. bei der kontaktlosen Strom- und Spannungsmessung der Fall, bei welcher aus den Messwerten des magnetischen oder elektrischen Feldes direkt physikalische Informationen wie der Strom in einer Leiterbahn oder die Spannung zu einem Referenzpotenzial bestimmt werden [1], [2], [3], [4]. Daneben ist es auch möglich, Feldmesswerte flächig über einer Leiterplatte zu messen und die Feldstärken als Heatmap zu analysieren. Dabei beschäftigen sich [5], [6], [7], [8] mit Algorithmen, um solche Feldscans mit möglichst wenig Messpunkten zu erstellen, um die für die Messung benötigte Zeit gering zu halten. In diesen Feldscans können Bereiche als Hotspots identifiziert werden, die sich durch überdurchschnittlich hohe Feldstärken bemerkbar machen [9]. Diese Hotspots können bspw. auf Fehler in Schirmen [10], auf fehlerhafte Kontaktstellen an den Übergängen zu Masseflächen [11] oder auf anderweitige potenzielle Störquellen bzw. Kopplungsmechanismen hinweisen [10]. Entsprechend ist es mit einem solchen Analyseansatz möglich, örtliche Informationen über potenzielle Störquellen zu bestimmen. In der zweiten Kategorie werden die Untersuchungsansätze zusammengefasst, welche die Plane-Wave-Spectrum (PWS) Theorie verwenden. Dabei wird angenommen, dass sich das beobachtete elektromagnetische Feld als ebene Welle im Raum ausbreitet [12]. Diese Theorie wird bspw. in Nahfeld-zu-Fernfeld-Methoden genutzt, um anhand der gemessenen Nahfeldverteilung einer Leiterplatte die Störemissionen im Fernfeld abzuschätzen [13]. Ebenfalls wird dieser Ansatz bei der sogenannten

Emissionsquellen-Mikroskopie verwendet. Bei dieser wird „rückwärts“ zur eigentlichen Fortpflanzungsrichtung das elektromagnetische Feld auf Höhe der Leiterplatte berechnet, um so Quellen des Feldes zu lokalisieren [14], [15].

Der Großteil der nahfeldbasierten Analyseansätze lässt sich in die Kategorie der Rekonstruktion von Quellen einordnen. Bei diesen Ansätzen werden die untersuchten Leiterplatten durch konzentrierte oder verteilte Feldquellen repräsentiert, welche auf Basis gemessener Nahfelddaten parametrisiert werden. Dabei können die Verfahren in zwei Unterkategorien eingeteilt werden, welche sich hinsichtlich der Struktur der verwendeten Feldquellen unterscheiden. Die Rekonstruktion von äquivalenten Quellen ist eine dieser Unterkategorien. Hierbei werden die zu rekonstruierenden Quellen unabhängig von der Leiterplattenstruktur bzw. den tatsächlichen Feldquellen der Leiterplatte gewählt. Vorrangig wird damit das Ziel verfolgt, mit dieser äquivalenten Quellenverteilung bestmöglich das gemessene Nahfeld nachzubilden. Die gefundenen Quellenmodelle eignen sich typischerweise dazu, das emittierte Feld an einem beliebigen Ort zu prognostizieren, wie z. B. in [16]. Dem gegenüber stehen die Ansätze zur Rekonstruktion der physikalischen Stromverteilung. Innerhalb dieser Kategorie werden Feldquellen parametrisiert, die anhand der tatsächlichen Leiterplattenstruktur positioniert sind. Wie mit äquivalenten Quellverteilungen ist auch mit den so rekonstruierten Stromverteilungen die Vorhersage des emittierten Feldes an einem beliebigen Ort möglich. Dabei bieten sie jedoch den Vorteil, die tatsächliche Ursache für die Feldemission darzustellen.

Im Folgenden werden konkrete Verfahren aus diesen Unterkategorien vorgestellt. Dabei orientiert sich die Vorstellung an den verwendeten Modellen für die Feldquellen. Zunächst wird auf die Verfahren zur Rekonstruktion von äquivalenten Quellen eingegangen.

Einige Verfahren nutzen Huygensflächen bzw. das Äquivalenzprinzip von Love. Hierbei werden anhand der gemessenen Nahfeldverteilung auf einer (Hüll-)Fläche äquivalente elektrische und magnetische Stromverteilungen bestimmt [17], [18]. Wie in [19], [20], [21] exemplarisch gezeigt wird, sind so Vorhersagen über das emittierte elektromagnetische Feld möglich.

Andere Verfahren zeichnen sich dadurch aus, dass elektrische und/oder magnetische Dipole als äquivalente Quellen verwendet werden. Arbeiten wie [10], [22], [23], [24], [25], [26], [27], [28], [29] erläutern das grundlegende Vorgehen bei diesen Ansätzen. Die Parametrisierung der Quellen erfolgt anhand von mathematischen Methoden, die im nachfolgenden Abschnitt detailliert vorgestellt werden. Mit den parametrisierten Dipolen sind Vorhersagen über das emittierte Feld an einer beliebigen Position möglich, wobei auch die Beeinflussung durch die Umgebung, z. B. durch Streuung und Reflexionen, berücksichtigt werden kann [24], [27], [30], [31], [32].

Es gibt auch Verfahren zur Rekonstruktion von äquivalenten Quellen, welche auf den elektrischen Feldintegralgleichungen (engl.: electric field integral equations, EFIE [17]) basieren. Dabei werden Strombelegungen auf flächigen Strukturen als Feldquellen angenommen, die mithilfe der gemessenen Nahfelddaten bestimmt werden [33], [34], [35], [36]. Anders als bei Verfahren auf Basis von Huygensflächen wird hier gefordert, dass die Quellen im Bereich der Leiterplatte liegen. Anhand dieser bestimmten äquivalenten Stromverteilung können ähnliche Vorhersagen über das emittierte Feld getroffen werden wie mit einem äquivalenten Dipolmodell.

Hierbei sei angemerkt, dass mit äquivalenten Dipolmodellen sowie mit äquivalenten Stromverteilungen potenziell auch örtliche Informationen über Feldquellen gefunden werden können [37]. Zwischen der Quellenstärke im parametrisierten Feldmodell und

der tatsächlichen Stromdichte der untersuchten Struktur kann in bestimmten Fällen eine hohe Übereinstimmung festgestellt werden. Dies hängt unter anderem von der untersuchten Struktur, der gewählten Position und Anzahl der äquivalenten Quellen und der Höhe bzw. dem Abstand des gemessenen Nahfelds ab [34].

Bei den Verfahren zur Rekonstruktion der physikalischen Stromverteilung ist die Bestimmung der tatsächlichen Stromverteilung hingegen das Ziel. Hierbei wird grundsätzlich wie bei der Rekonstruktion von äquivalenten Quellen vorgegangen, jedoch unterscheiden sich die Stromrekonstruktionsverfahren durch zwei wesentliche Merkmale. Dies betrifft zunächst die Position der Feldquellen, die rekonstruiert werden. Diese werden entsprechend der potenziell feldabstrahlenden Strukturen positioniert, wie bspw. entlang von Leiterbahnen. Somit ist für die Applikation solcher Verfahren die Verwendung von Strukturinformationen der untersuchten Leiterplatte notwendig. Der zweite wesentliche Unterschied liegt in der Art der verwendeten Feldmodelle. Hier werden ausschließlich Feldmodelle verwendet, für die ein elektrischer Stromfluss die Ursache der Felderzeugung ist. Somit eignen sich nur Modelle wie elektrische Dipole oder Modelle auf Basis der EFIE, da sich bei diesen der Stromfluss direkt aus der rekonstruierten Quellenstärke ergibt [38], [39], [40], [41], [42].

### **1.2.2 Ansätze zur Parametrierung für Quellenrekonstruktionsmethoden**

Wie zuvor beschrieben, wird bei den Verfahren zur Quellenrekonstruktion eine Quellenverteilung anhand von gegebenen Nahfelddaten parametrisiert. In diesem Abschnitt werden die dafür verwendeten mathematischen Algorithmen und Methoden vorgestellt. Dabei wird aufgezeigt, welche Parameter der Quellenverteilung mit dem jeweiligen Ansatz bestimmbar sind und in welcher Form die Nahfeldverteilung dafür bekannt sein muss.

Eine Quellenverteilung wird durch mehrere Größen vollständig definiert, wie bspw. im Fall eines Dipolmodells durch die Anzahl, Position, Orientierung und Momente der verwendeten Dipole. Bei der Wahl des Ansatzes zur Parametrierung dieser Quellen ist entscheidend, welche der Größen vorgegeben und welche Größen die Freiheitsgrade sind, die es anhand von Nahfelddaten zu bestimmen gilt. Im einfachsten Fall ist die Quellenverteilung so weit definiert, dass lediglich die Quellenstärken zu bestimmen sind, z. B. in Form von Dipolmomenten [25], [39]. Es ist jedoch auch möglich, dass zusätzlich Größen wie bspw. die Anzahl, Position und Ausrichtung der konkreten Feldquellen zu bestimmen sind [22], [43].

Für die Anwendbarkeit von mathematischen Verfahren zur Parametrierung ist daneben entscheidend, ob nur der Betrag der Nahfeldkomponenten bekannt ist („phasenlose“ Daten), oder ob auch die Phaseninformation für jeden Messpunkt bekannt ist („komplexwertige“ Daten). Diese Phaseninformation gibt die Phasenverschiebung zwischen den einzelnen gemessenen Feldstärken wieder. Um diese Phasen zu erfassen, wird typischerweise ein zusätzliches Referenzsignal ausgewertet, das anhand eines Tastkopfes auf der Leiterplatte oder mit einer zweiten Feldsonde im Nahfeld der Leiterplatte gemessen wird. Somit ist die Messung der Phaseninformation mit einem höheren Aufwand verbunden, insbesondere wenn Baugruppen der untersuchten Leiterplatte unterschiedlich getaktet sind.

Die für diese Arbeit relevanten mathematischen Algorithmen und Methoden zur Parametrierung lassen sich in drei Kategorien einsortieren. Diese Kategorien sind in Tabelle 1-1 dargestellt, wobei zusätzlich abgebildet wird, welche Parameter der Quellenverteilung mit komplexwertigen bzw. phasenlosen Nahfelddaten bestimmbar sind. Nachfolgend werden die Algorithmen und Methoden erläutert.

**Tabelle 1-1: Übersicht der bestimmbaren Parameter von Quellenverteilungen für die vorgeschlagenen Lösungsansatzkategorien in Abhängigkeit von komplexwertigen bzw. phasenlosen Nahfelddaten als Ausgangsdaten.**

	Quellenstärke bestimmbar		Anzahl, Position und/oder Orientierung von Quellen zusätzlich bestimmbar	
	mit komplexwertigen Nahfelddaten	bzw. phasenlosen Nahfelddaten		
Deterministische Lösungsansätze	✓	✗	✗	✗
Deterministische iterative Ansätze	✓	✓	✗	✗
Heuristische und KI-basierte Ansätze	✓	✓	✓	✓

✓: bestimmbar  
 ✗: nicht bestimmbar

Wenn auf Basis von komplexwertigen Nahfelddaten lediglich die Quellenstärke einer sonst vollständig definierten Quellenverteilung bestimmt werden soll, dann lässt sich die Parametrierung als lineares inverses Problem formulieren. Um diese Probleme zu lösen, werden in der Literatur Least-Square-Ansätze [23], [39], [44], Gradientenabstiegsverfahren [20], [33] oder auch Ansätze auf Basis von reduzierten Singulärwertzerlegungen [25] vorgeschlagen. Daneben werden auch Regularisierungsverfahren zur Lösung dieser linearen Probleme vorgeschlagen, da diese Verfahren die Beeinflussung durch Rauschen in den Nahfelddaten reduzieren [24], [31], [41], [45]. Innerhalb dieser Arbeit werden diese Verfahren zur Kategorie der deterministischen Lösungsansätze zusammengefasst.

Die zweite Kategorie von Algorithmen sind deterministische iterative Lösungsansätze. Hierzu gehören Verfahren, bei denen im Rahmen einer Iteration wiederholt das inverse Problem zur Quellenrekonstruktion gelöst wird. Dabei werden phasenlose Nahfelddaten ausgewertet und in jedem Iterationsschritt erfolgt eine genauere Rekonstruktion der Phaseninformation. So wird es möglich, Quellenstärken auch auf Basis von phasenlosen Nahfelddaten zu bestimmen. [46], [47] sind Beispiele für einfache Implementierungen dieses Konzepts. Auch komplexere Verfahren, wie bspw. in [35], [36] vorgestellt, gehören zu dieser Kategorie. Hierbei wird das inverse Problem in eine Kostenfunktion eingebettet, die mit einer speziellen Methode der konjugierten Gradienten optimiert wird.

Abschließend ist die Kategorie von Ansätzen zu nennen, welche das Quellenmodell hinsichtlich Anzahl, Position, Orientierung sowie Stärke der Quellen und auch anderer Größen parametrieren können. Hierfür werden heuristische Methoden wie z. B. ein evolutionärer Ansatz vorgeschlagen [22], [42], [48], [49], [50]. Daneben finden sich in der Literatur auch Methoden auf Basis von künstlichen Intelligenzen (KI) [30], [32], [51]. Insbesondere bei Ansätzen dieser Methodenkategorie ist es möglich, sowohl für phasenlose als auch komplexwertige Nahfelddaten die Parameter der Quellenverteilung zu bestimmen. Für diese Verfahren sei jedoch erwähnt, dass diese mit einem hohen Aufwand verbunden sind bezüglich der Implementierung und der Anwendung, z. B. bei der Erzeugung von Trainingsdaten für KI-Methoden. Daneben ist für solche Verfahren die Wahrscheinlichkeit höher suboptimale Lösungen zu finden.

## 1.3 Zielsetzung

Wie im vorangegangenen Unterkapitel 1.2 aufgezeigt, gibt es eine Vielzahl von Ansätzen für die Auswertung der Nahfelddaten von Leiterplatten. In diesem Unterkapitel werden die vorgestellten Ansätze eingeordnet. Hierbei liegt der Fokus auf den in Abschnitt 1.2.1 vorgestellten Konzepten zur Auswertung von Nahfelddaten. Die Schwächen und Potenziale dieser Ansätze werden zunächst diskutiert. Darauf aufbauend werden im Abschnitt 1.3.2 die Ziele dieser Arbeit formuliert. Zum Abschluss des Unterkapitels wird die weitere Struktur der Arbeit präsentiert.

### 1.3.1 Diskussion zum Stand der Technik

Der Fokus der Diskussion zum Stand der Technik liegt auf den Ansätzen zur Auswertung von Nahfelddaten. Die Diskussion der mathematischen Methoden aus Abschnitt 1.2.2 erfolgt im weiteren Verlauf der Arbeit, da dies nur vor dem Hintergrund der Umsetzung eines konkreten Ansatzes zur Nahfelddatenauswertung möglich ist.

Zunächst wird der Ansatz aufgegriffen, anhand von einzelnen Messungen des Nahfelds die Ströme und Spannungen auf einer Leiterplatte kontaktlos zu bestimmen. Wie in Abschnitt 1.1 skizziert wird, ist die Abschätzung der Feldemission anhand dieser Informationen mithilfe von analytischen Ausdrücken möglich, jedoch sind nur für simple Leiterplatten aussagekräftige Ergebnisse erwartbar. Dies lässt sich dadurch begründen, dass zur Bestimmung der Ströme und Spannungen punktuelle Feldmessungen unabhängig voneinander ausgewertet werden. Bei der Untersuchung einer Leiterplatte mit mehreren Leiterbahnen wird bei der Feldmessung die resultierende Überlagerung der Felder von allen Leitern erfasst. Mit diesen Messwerten ist eine genaue Bestimmung der Ströme und Spannungen in den einzelnen Leiterbahnen im Allgemeinen nicht möglich. Daher ist die unabhängige Auswertung von punktuellen Feldmessungen nicht zur Analyse von Leiterplatten geeignet.

Daneben können Heatmaps eingesetzt werden, um kritische Bereiche auf einer Leiterplatte anhand von Hotspots zu finden. Einige Beispiele zeigen, dass auf diese Weise kritische Feldquellen identifiziert werden können [10], [11]. Doch ist es ebenso möglich, dass kritische Quellen in einer Heatmap keine Auffälligkeiten zeigen und somit übersehen werden können, wie z. B. in [V6] präsentiert. Damit erweist sich die gleichzeitige Auswertung von mehreren Feldmessungen im Vergleich zur oben diskutierten unabhängigen Auswertung einzelner Feldmessungen als geeigneter. Jedoch sind bei der einfachen Betrachtung der Feldstärken anhand einer Heatmap kritische Feldquellen lediglich bezüglich ihrer Position bestimmbar oder können sogar übersehen werden. Dementsprechend eignet sich dieses Vorgehen nicht zur zuverlässigen EMV-Analyse von Leiterplatten.

Bei Anwendung der Analyseansätze auf Basis der PWS-Theorie müssen die Nahfelddaten in einem äquidistanten Gitter oberhalb der Leiterplatte gemessen werden. Somit ist die Umsetzung solcher Verfahren mit einer hohen Messzeit verbunden. Darüber hinaus werden mit der PWS-Theorie nur für hohe Frequenzen verlässliche Ergebnisse erzielt. Daher sind solche Analyseansätze nur eingeschränkt für Untersuchung der EMV von Leiterplatten geeignet.

Die Ansätze zur Quellenrekonstruktion haben keine derartigen Limitierungen bezüglich des untersuchbaren Frequenzbereichs. Zur Diskussion dieser Ansätze werden die Einordnungen in Unterkategorien, wie in Abbildung 1-2 dargestellt, verwendet. Die Ansätze zur Rekonstruktion von äquivalenten Quellen bzw. Huygensflächen eignen sich, um die Feldemission von beliebig komplexen Leiterplatten gut nachzubilden, jedoch

werden die eigentlichen Ursachen für die Emission nicht bestimmt. Auf diese Weise sind die Ergebnisse von Störaussendungsmessungen abschätzbar. Falls dabei jedoch kritische Emissionen festgestellt werden, liefert das Rekonstruktionsergebnis nur wenige Anhaltspunkte für die konkrete Ursache der Emission. Im Gegensatz dazu werden bei der Stromrekonstruktion die tatsächlichen physikalischen Ursachen für die Emission bestimmt. Damit bietet dieser Ansatz den zusätzlichen Vorteil, kritische Feldquellen zu identifizieren und Informationen für ein gezieltes Re-Design bereitzustellen. Jedoch haben Stromrekonstruktionsverfahren gegenüber den Verfahren zur Rekonstruktion von äquivalenten Quellen einige Schwächen. Zunächst benötigen diese Verfahren weitere Informationen, wie z. B. die Geometriedaten der untersuchten Leiterplatte. Diese liegen jedoch typischerweise vor, insbesondere wenn die untersuchte Leiterplatte aus der eigenen Entwicklung stammt. Daneben weisen die im Abschnitt 1.2.1 benannten Verfahren bezüglich der Komplexität der zu untersuchenden Strukturen Limitierungen auf und es werden nur für sehr simple Strukturen gute Ergebnisse bestimmt. Doch durch Erweiterungen des Verfahrens wie z. B. in [V5] zeigt sich ein Weiterentwicklungspotenzial des Stromrekonstruktionsansatzes. Anhand solcher Erweiterungen wird die Analyse von komplexeren Leiterplatten möglich und die Ergebnisqualität verbessert.

### **1.3.2 Inhalt und Ziele der vorliegenden Arbeit**

In dieser Arbeit werden mehrere Weiterentwicklungen für Verfahren zur Stromrekonstruktion vorgeschlagen und evaluiert. Die dafür betrachteten Leiterplattenstrukturen und Untersuchungsszenarien werden in diesem Abschnitt vorgestellt und eingegrenzt. Anschließend werden konkrete Ziele formuliert, die durch die Weiterentwicklung der Stromrekonstruktionsmethode erreicht werden sollen.

Mit den weiterentwickelten Stromrekonstruktionsverfahren sollen Leiterplatten hinsichtlich ihrer EMV analysiert werden, wobei die emittierten Felder im Fokus stehen. Die betrachteten Leiterplatten haben eine Kantenlänge von 100 mm bis 160 mm. Für die Analysen wird angenommen, dass die Leiterplatten bezüglich ihrer Geometrie und ihrer Materialien vollständig bekannt sind. Darüber hinaus wird die Annahme getroffen, dass die Leiterbahnen die Hauptursache für die Feldemission sind. Dementsprechend werden Bauteile auf den Leiterplatten zugunsten eines reduzierten Modellierungsaufwands vernachlässigt.

Sämtliche Betrachtungen in dieser Arbeit erfolgen im Frequenzbereich. Dabei wird das Frequenzband vom niedrigen zweistelligen Megahertzbereich bis 1 GHz untersucht. Das Analyseverfahren wird somit insbesondere für Frequenzen evaluiert, die für die Nutzsignale vieler Störquellen auf Leiterplatten relevant sind, wie z. B. Taktsignale von Mikrocontrollern. Die Einkopplung in benachbarte Leitungen von Kommunikationssystemen kann ebenfalls analysiert werden. Darüber hinaus ist eine Anwendung der weiterentwickelten Methodik für tiefere und höhere Frequenzen grundsätzlich möglich, um bspw. die Störemissionen zu quantifizieren, welche Wireless-Kommunikationen beeinträchtigen können.

Bei der Weiterentwicklung der Stromrekonstruktionsverfahren ist von besonderem Interesse, inwieweit sich durch Erweiterungen des Verfahrens die Ergebnisqualität verbessern lässt. Hierzu wird konkret das Ziel formuliert, dass die Robustheit des Verfahrens gegenüber Messfehlern verbessert werden soll. Daneben soll es auch möglich werden, komplexere Leiterplattenstrukturen zu untersuchen. Die Qualität der rekonstruierten Stromverteilungen soll gut genug sein, um anhand dieser Verteilungen

zuverlässige Aussagen über die emittierten Feldstärken der betrachteten Leiterplatte zu treffen.

Ein weiteres Ziel dieser Arbeit betrifft das Verbesserungspotenzial von Stromrekonstruktionsverfahren bezüglich ihrer Implementierung. Konkret stellt sich die Frage, inwieweit durch die Optimierung von Feldmodellen oder auch die Auswahl der verwendeten Nahfelddaten bessere Rekonstruktionsergebnisse erzielbar sind.

Zur Anwendung der Stromrekonstruktionsverfahren [38], [39], [41] werden Nahfelddaten benötigt, die in Betrag und Phase bekannt sein müssen. Der damit verbundene Aufwand bei der Messung von Nahfeldern macht diese Verfahren unattraktiv. Aus diesem Grund wird als weiteres Ziel definiert, die Rekonstruktion von Stromverteilung anhand von phasenlosen Nahfelddaten zu ermöglichen. Hierbei soll im Gegensatz zu [42] ein effizientes Vorgehen zur Rekonstruktion gefunden werden. Darüber hinaus ist zu untersuchen, welche Grenzen sich bei der Auswertung von phasenlosen Daten ergeben.

### **1.3.3 Aufbau und Struktur der vorliegenden Arbeit**

Im zweiten Kapitel dieser Arbeit werden zunächst die Grundlagen zu Stromrekonstruktionsverfahren eingeführt. Dies umfasst die mathematische Beschreibung als inverses Problem sowie die Kontextualisierung dieser Beschreibung zum Zweck der Quellenrekonstruktion. Darauf aufbauend wird die allgemeine Struktur von inversen Problemen zur Stromrekonstruktion eingeführt, welche das Fundament dieser Arbeit darstellt. Dann werden konkrete Stromrekonstruktionsverfahren analysiert.

In Orientierung an diese Analyse werden in Kapitel 3 die Feldmodelle eingeführt, die für die konkrete Formulierung eines inversen Problems zur Stromrekonstruktion benötigt werden. Neben dieser Vorstellung wird in dem Kapitel auch die Auslegung dieser Modelle behandelt.

Im vierten Kapitel wird eine Erweiterung des inversen Problems zur Stromrekonstruktion vorgeschlagen. Diese basiert im Wesentlichen auf der Leitungstheorie, die in diesem Kapitel kurz eingeführt wird. Das Kapitel schließt mit einer Validierung der Erweiterung.

Um das inverse Problem zur Stromrekonstruktion mit phasenlosen Nahfelddaten zu lösen, wird ein spezielles Berechnungsverfahren benötigt. Dieses wird in Kapitel 5 vorgestellt und evaluiert. Dabei wird auf die Grenzen des Verfahrens eingegangen.

Mit Kapitel 6 widmet sich diese Arbeit den Felddaten, welche für die Stromrekonstruktion verwendet werden. Dieses Kapitel erläutert die Messsonden zur Erfassung dieser Felddaten und behandelt darauf aufbauend die Frage, inwiefern durch unvermeidliche Messfehler die Rekonstruktionsqualität beeinflusst wird. Daneben wird auch eine Empfehlung zur Wahl der Messpunkte erarbeitet, an denen die Felddaten bevorzugt erfasst werden sollten.

Im 7. Kapitel wird die Anwendung des weiterentwickelten Stromrekonstruktionsverfahrens auf Messdaten vorgestellt. Hierzu wird zunächst das verwendete Messsystem präsentiert. Anschließend wird anhand von drei Untersuchungen das vorgeschlagene Verfahren zur nahfelddatenbasierten Analyse von Leiterplatten evaluiert.

Mit einer Zusammenfassung wird diese Arbeit abgeschlossen. Im Rahmen dieser Zusammenfassung wird evaluiert, ob und inwieweit die oben formulierten Ziele erreicht wurden.

---

## 2 Inverses Problem zur Stromrekonstruktion

Zunächst werden die mathematischen Grundlagen zu inversen Problemen eingeführt. Dabei wird neben der Lösung auch auf die Bewertung dieser Probleme eingegangen. Anschließend wird in Abschnitt 2.2 der allgemeine Rekonstruktionsansatz vorgestellt. Dieser wird im darauffolgenden Abschnitt 2.3 konkretisiert, indem die Ausformulierung für die Rekonstruktion von äquivalenten Quellen und die Rekonstruktion von Stromverteilungen präsentiert werden. Abgeschlossen wird der Abschnitt 2.3 und damit auch dieses Kapitel durch eine detaillierte Analyse des Literaturstands von Stromrekonstruktionsverfahren.

### 2.1 Mathematische Grundlagen

Bei einem inversen Problem wird die Beziehung zwischen einer Ursache und die durch sie hervorgerufenen Wirkung betrachtet. Wie in [52], [53] werden diese Beziehungen durch ein lineares Gleichungssystem dargestellt, in dem Ursache und Wirkung durch die Vektoren  $\mathbf{x}$  und  $\mathbf{b}$  repräsentiert werden. Durch die Matrix  $\mathbf{A}$  wird der Zusammenhang zwischen diesen Größen beschrieben. Damit lässt sich die allgemeine Form

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \quad \mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times n}, \mathbf{x} \in \mathbb{C}^n, \mathbf{b} \in \mathbb{C}^m \quad (2.1)$$

zur Darstellung von inversen Problemen angeben. Für diese Gleichung gilt es, anhand der bekannten Wirkung  $\mathbf{b}$  die Ursache  $\mathbf{x}$  zu bestimmen. Während die Ursache  $n$  Unbekannte beinhaltet, ist die Wirkung aus  $m$  Beobachtungen bzw. Messwerten zusammengesetzt. Dabei wird in (2.1) davon ausgegangen, dass die Ursache-Wirkungs-Beziehung mit komplexwertigen Ausdrücken formuliert wird. Demgegenüber wird in der Literatur bei vielen Methoden ein rein reellwertiges inverses Problem angenommen. Um diese Methoden dennoch auf das komplexwertige Problem (2.1) anwenden zu können, wird daher bei Bedarf ein äquivalentes Ersatzproblem mit den Real- und Imaginärteilen des eigentlichen Problems aufgebaut:

$$\begin{bmatrix} \operatorname{Re}(\mathbf{A}) & -\operatorname{Im}(\mathbf{A}) \\ \operatorname{Im}(\mathbf{A}) & \operatorname{Re}(\mathbf{A}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \operatorname{Re}(\mathbf{x}) \\ \operatorname{Im}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}(\mathbf{b}) \\ \operatorname{Im}(\mathbf{b}) \end{bmatrix}. \quad (2.2)$$

Im nachfolgenden Abschnitt werden Ansätze und Algorithmen behandelt, um inverse Probleme zu lösen. Anschließend wird die Bewertung dieser Probleme anhand der Kondition vorgestellt.

#### 2.1.1 Lösungsansätze

Um die  $n$  Unbekannten der Ursache  $\mathbf{x}$  eindeutig bestimmen zu können, müssen mindestens genauso viele Beobachtungen  $m$  im Vektor  $\mathbf{b}$  bekannt sein [54, S. 250]. Sofern die Anzahl der Beobachtungen und der Unbekannten gleich ist, also  $m = n$  gilt, ist genau dann eine eindeutige Bestimmung der Ursache möglich, wenn die Matrix  $\mathbf{A}$  regulär ist [54, S. 209], [55, S. 580f]. Typischerweise liegen mehr Beobachtungen als Unbekannte vor ( $m > n$ ), wodurch das Gleichungssystem überbestimmt ist [53, S. 62], [54, S. 205]. Nur wenn die Matrix  $\mathbf{A}$  und der Vektor  $\mathbf{b}$  ohne Fehler bekannt sind und der Rang der Matrix  $\mathbf{A}$  voll ist, kann für diesen Fall die Ursache  $\mathbf{x}$  eindeutig bestimmt werden [52, S. 85–88]. Da jedoch in der Regel die Beobachtungen im Vektor  $\mathbf{b}$  z. B. durch Messrauschen verfälscht sind, oder aufgrund von Modellierungsfehlern oder fehlerhaften Abschätzungen die Matrix  $\mathbf{A}$  Ungenauigkeiten enthält, existiert für diesen Fall keine eindeutige Lösung [52, S. 85], [54, S. 250]. Dies motiviert die Bestimmung einer Ursache  $\hat{\mathbf{x}}$ , welche das Gleichungssystem (2.1) „möglichst gut“ erfüllt [54, S. 250].

In diesem Abschnitt wird ein kurzer Überblick über einige Ansätze gegeben, um so eine Lösung zu bestimmen.

Der elementarste Ansatz ist das lineare Ausgleichsproblem (engl.: Least Squares Problem). Hierbei wird das Betragsquadrat des Residuums von (2.1) minimiert [52, S. 86], [54, S. 251], [56, S. 184]:

$$\hat{\mathbf{x}}_{LS} = \arg \min_{\mathbf{x} \in \mathbb{C}^n} \|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|_2^2. \quad (2.3)$$

Es existieren verschiedene Verfahren, um die so beschriebene Ursache  $\hat{\mathbf{x}}_{LS}$  zu bestimmen. In [56], [57], [58] werden einige vorgestellt. Dabei ist hervorzuheben, dass  $\hat{\mathbf{x}}_{LS}$  eindeutig ist, falls der Rang von  $\mathbf{A}$  voll ist [52, S. 86–88], [53, S. 63], [54, S. 251–252]. Bei einigen inversen Problemen führt die Auswertung als lineares Ausgleichsproblem zu nicht sinnvollen Lösungen bzw. Ursachen, da diese z. B. sehr sensitiv auf Fehler in der Wirkung  $\mathbf{b}$  reagieren [52, S. 85]. Für diese Probleme können geeignete Lösungen mit Verfahren bestimmt werden, die a priori Informationen verwenden [58, S. 23]. Ein möglicher Ansatz hierfür ist die generalisierte Tikhonov-Regularisierung. Diese kann als eine Erweiterung von (2.3) betrachtet werden, bei der zusätzlich die Minimierung des Ausdrucks  $\|\mathbf{Lx}\|_2^2$  gefordert wird, wobei  $\mathbf{L} \in \mathbb{C}^{p \times n}$  gilt [52, S. 115], [59, S. 197ff]:

$$\hat{\mathbf{x}}_R = \arg \min_{\mathbf{x} \in \mathbb{C}^n} (\|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|_2^2 + \alpha_R \|\mathbf{Lx}\|_2^2). \quad (2.4)$$

Weitere Bedingungen an die Matrix  $\mathbf{L}$  werden in [59, S. 197ff] aufgezählt. Die so beschriebene Ursache bzw. die regularisierte Lösung  $\hat{\mathbf{x}}_R$  hängt auch vom Regularisierungsparameter  $\alpha_R$  ab, welcher die zusätzliche Minimierungsaufgabe  $\|\mathbf{Lx}\|_2^2$  gegenüber dem Residuum von  $\|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|_2^2$  gewichtet. Um diesen optimal zu wählen und so bspw. die Robustheit gegenüber Messrauschen zu erhöhen, empfiehlt [52, S. 128] die „Generalized Cross Validation“ [60] oder das L-Kurven-Kriterium [61]. Je nach konkretem Fall liefert das eine oder andere Kriterium ein  $\alpha_R$ , mit dem bessere Ergebnisse bestimmt werden [52, S. 128].

Wenn für  $\mathbf{L}$  die Einheitsmatrix gewählt wird, dann ist mit (2.4) die klassische Tikhonov-Regularisierung gegeben [58, S. 38], [59, S. 117ff]. In diesem Fall wird die Norm der Ursache  $\mathbf{x}$  minimiert, wodurch die (numerische) Stabilität der Lösung verstärkt wird [59, S. 118]. Dieser Ansatz liefert insbesondere für die Probleme bessere Ergebnisse, für welche eine „glatte“ Lösung erwartet wird. Hierzu gehören unter anderem Verteilungen mit stetigen Verläufen, wie z. B. Stromverteilungen [52, S. 120].

### 2.1.2 Kondition

Grundsätzlich führt ein fehlerhafter Wert im Vektor  $\mathbf{b}$  dazu, dass bei der Lösung des inversen Problems der Vektor  $\mathbf{x}$  mit einem Fehler berechnet wird. Dabei kann mit der Kondition der Matrix  $\mathbf{A}$  abgeschätzt werden, wie sensitiv die Lösung auf solche Fehler reagiert.

Die Herleitung der Kondition erfolgt analog zu [53, S. 27–28], [56, S. 120–121], [62, S. 58–59]. Dazu wird (2.1) um die Abweichungen  $\Delta \mathbf{b}$  und  $\Delta \mathbf{x}$  erweitert, um die Fehler in der Wirkung  $\mathbf{b}$  und der Ursache  $\mathbf{x}$  darzustellen:

$$\mathbf{A}(\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}) = \mathbf{b} + \Delta \mathbf{b}. \quad (2.5)$$

Durch die (relative) Kondition  $\kappa_2(\mathbf{A})$  der Matrix  $\mathbf{A}$  werden diese Abweichungen in das folgende Verhältnis gebracht [53, S. 27–28], [56, S. 120–121], [62, S. 124]:

$$\frac{\|\Delta \mathbf{x}\|_2}{\|\mathbf{x}\|_2} \leq \kappa_2(\mathbf{A}) \frac{\|\Delta \mathbf{b}\|_2}{\|\mathbf{b}\|_2}. \quad (2.6)$$

Dabei ist die Kondition für nicht quadratische Matrizen als

$$\kappa_2(\mathbf{A}) = \frac{\max_{\mathbf{x} \neq 0} (\|\mathbf{Ax}\|_2 / \|\mathbf{x}\|_2)}{\min_{\mathbf{x} \neq 0} (\|\mathbf{Ax}\|_2 / \|\mathbf{x}\|_2)} \quad (2.7)$$

definiert [56, S. 232], [62, S. 124]. Sofern der Rang der Matrix  $\mathbf{A}$  voll ist, lässt sich diese Zahl anhand der Singulärwerte  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n (> 0)$  von  $\mathbf{A}$  bestimmen [52, S. 91], [56, S. 266–267], [62, S. 146]:

$$\kappa_2(\mathbf{A}) = \frac{\sigma_1}{\sigma_n}. \quad (2.8)$$

Mit dieser Kondition lässt sich die Sensitivität des linearen Ausgleichsproblem auf Abweichungen  $\Delta\mathbf{A}$  bzw.  $\Delta\mathbf{b}$  von  $\mathbf{A}$  bzw.  $\mathbf{b}$  abschätzen. Hierzu wird betrachtet, welche Abweichung  $\Delta\mathbf{x}$  durch die Abweichungen  $\Delta\mathbf{A}$  und  $\Delta\mathbf{b}$  im inversen Problem hervorgerufen wird:

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{LS}} + \Delta\mathbf{x} = \arg \min_{\mathbf{x} \in \mathbb{C}^n} \|(\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A})\mathbf{x} - (\mathbf{b} + \Delta\mathbf{b})\|_2^2. \quad (2.9)$$

Mit den Konditionen  $\kappa_{\mathbf{b}}$  und  $\kappa_{\mathbf{A}}$  werden die Verhältnisse der relativen Abweichungen von  $\mathbf{A}$  bzw.  $\mathbf{b}$  und der relativen Abweichung der Lösung  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{LS}}$  dargestellt [53, S. 64–66], [56, S. 281–284], [62, S. 124–127]:

$$\frac{\|\Delta\mathbf{x}\|_2}{\|\hat{\mathbf{x}}_{\text{LS}}\|_2} \leq \frac{\kappa_2(\mathbf{A})}{\underbrace{\cos \vartheta}_{=\kappa_{\mathbf{b}}}} \frac{\|\Delta\mathbf{b}\|_2}{\|\mathbf{b}\|_2}, \quad (2.10)$$

$$\frac{\|\Delta\mathbf{x}\|_2}{\|\hat{\mathbf{x}}_{\text{LS}}\|_2} \leq \underbrace{\left( \kappa_2(\mathbf{A}) + (\kappa_2(\mathbf{A}))^2 \tan \vartheta \right)}_{=\kappa_{\mathbf{A}}} \frac{\|\Delta\mathbf{A}\|_2}{\|\mathbf{A}\|_2}. \quad (2.11)$$

Dabei wird  $\vartheta$  wie in [53, S. 64–66], [56, S. 281–284], [62, S. 124–127] definiert durch:

$$(a) \quad \cos \vartheta = \frac{\|\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_{\text{LS}}\|_2}{\|\mathbf{b}\|_2}, \quad (b) \quad \sin \vartheta = \frac{\|\mathbf{b} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_{\text{LS}}\|_2}{\|\mathbf{b}\|_2}. \quad (2.12)$$

Entsprechend [52, S. 91], [56, S. 282–284], [62, S. 127] gilt somit grundsätzlich, dass die Sensitivität des linearen Ausgleichsproblems linear bzw. quadratisch von der Kondition  $\kappa_2(\mathbf{A})$  abhängt (vgl. (2.11)). Falls das Residuum des Ausgleichsproblems nominell klein gegenüber der Norm der beobachteten Wirkung ist, dann gilt entsprechend [56, S. 282–284], [62, S. 127]:

$$(a) \quad \cos \vartheta \xrightarrow{\|\mathbf{b} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_{\text{LS}}\|_2 \ll \|\mathbf{b}\|_2} 1 \quad (b) \quad \tan \vartheta \xrightarrow{\|\mathbf{b} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_{\text{LS}}\|_2 \ll \|\mathbf{b}\|_2} 0. \quad (2.13)$$

Für diesen Fall ergibt sich für die Kondition des inversen Problems eine einfache Proportionalität zu  $\kappa_2(\mathbf{A})$ .

Abschließend ist anzumerken, dass der Wert einer Kondition stets größer-gleich 1 ist, also  $\kappa_2(\cdot), \kappa_{\mathbf{A}}, \kappa_{\mathbf{b}} \geq 1$  gilt. Wenn die Kondition klein ist, wird von einem gut konditionierten Problem gesprochen, wohingegen ein schlecht konditioniertes Problem durch eine hohe Kondition gekennzeichnet ist [52, S. 91]. Entsprechend (2.10) und (2.11) ist bei einem schlecht konditionierten Problem ein großer Fehler  $\Delta\mathbf{x}$  zu erwarten, wenn z. B. Modellierungsfehler in  $\mathbf{A}$  oder Messrauschen in  $\mathbf{b}$  vorliegen. Daher sollte versucht werden, inverse Probleme so zu stellen, dass ihre Kondition möglichst klein ist.

## 2.2 Allgemeiner Rekonstruktionsansatz

Die allgemeine Ursache-Wirkungs-Beziehung von inversen Problemen wird in diesem Unterkapitel für Feldquellen und die durch sie hervorgerufenen Feldstärken kontextualisiert. Das Ziel ist es dabei, mit beobachteten Felddaten die verursachenden Feldquellen zu rekonstruieren. Die hierfür verwendete elementare Beschreibung wird in diesem Unterkapitel eingeführt. Zusätzlich werden zwei häufig verwendete Erweiterungen dieser Beschreibung vorgestellt, die Normalisierung der Felddaten sowie die Berücksichtigung von Masseflächen.

### 2.2.1 Rekonstruktion anhand eines inversen Problems

Grundsätzlich können inverse Probleme mit elektrischen Felddaten (z. B. in [34], [39]), mit magnetischen Felddaten (z. B. in [10], [23], [24], [35], [44], [46]) oder auch mit einer Kombination elektrischer und magnetischer Felddaten (z. B. in [21], [25], [28], [47]) aufgestellt werden. Dabei liegen die Felddaten an  $N$  Beobachtungspunkten  $b_1, b_2, \dots, b_N$  vor, deren Position durch die Vektoren  $\mathbf{p}_{b,1}, \mathbf{p}_{b,2}, \dots, \mathbf{p}_{b,N}$  gegeben ist. Wie in Abbildung 2-1(a) dargestellt, können diese Punkte in einem äquidistanten Gitter verteilt sein, jedoch ist dies nicht zwingend notwendig.

Zur formalen Beschreibung wird ein kartesisches Koordinatensystem gewählt. Entsprechend zeigen sich am Beobachtungspunkt  $n$ , der in Abbildung 2-1(b) dargestellt ist, das elektrische Feld

$$\mathbf{E}(\mathbf{p}_{b,n}) = [E_x(\mathbf{p}_{b,n}) \quad E_y(\mathbf{p}_{b,n}) \quad E_z(\mathbf{p}_{b,n})]^T \quad (2.14)$$

und das magnetische Feld

$$\mathbf{H}(\mathbf{p}_{b,n}) = [H_x(\mathbf{p}_{b,n}) \quad H_y(\mathbf{p}_{b,n}) \quad H_z(\mathbf{p}_{b,n})]^T. \quad (2.15)$$

Dabei sind im Allgemeinen an allen  $N$  Beobachtungspunkten jeweils alle 3 Feldkomponenten bekannt. Die elektrischen und magnetischen Felddaten werden in den Vektoren  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{H}$  zusammengefasst:

$$(a) \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}(\mathbf{p}_{b,1}) \\ \mathbf{E}(\mathbf{p}_{b,2}) \\ \vdots \\ \mathbf{E}(\mathbf{p}_{b,N}) \end{bmatrix}, \quad (b) \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(\mathbf{p}_{b,1}) \\ \mathbf{H}(\mathbf{p}_{b,2}) \\ \vdots \\ \mathbf{H}(\mathbf{p}_{b,N}) \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

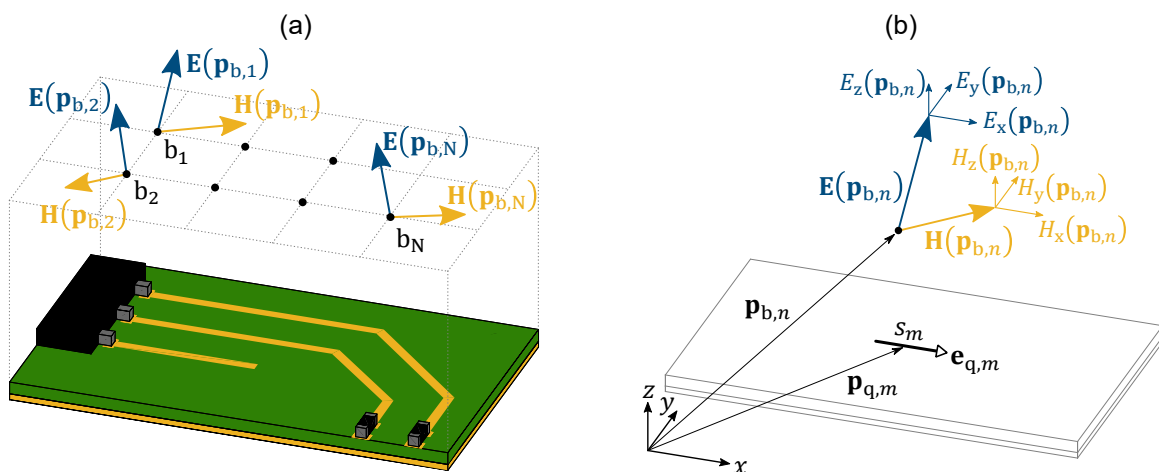


Abbildung 2-1: Exemplarische Darstellung der Beobachtungspunkte, an welchen die zur Rekonstruktion verwendeten Felddaten aufgenommen werden (a), sowie die Darstellung des Feldes an einem Punkt, welches von einer exemplarischen Quelle erzeugt wird (b).

Anhand dieser beobachteten Wirkung wird ein inverses Problem aufgebaut, bei dem die Ursache in Form von Feldquellen unbekannt ist. Typischerweise werden dazu mehrere elementare Feldquellen angenommen, die sich durch ihre Position, Orientierung und Quellenstärke unterscheiden. Für die konkrete Formulierung einer Ursache-Wirkungs-Beziehung wird ein Feldmodell benötigt, das die hervorgerufene Feldstärke jeder Feldquelle formal beschreibt. Je nach gewähltem Modell können dabei noch weitere Parameter eine Rolle spielen, wie z. B. die räumliche Ausdehnung der Feldquellen. Diese Parameter, die Positionen und Orientierungen der Feldquellen, und insbesondere deren Anzahl, müssen für die Formulierung des inversen Problems vorab festgelegt werden. Lediglich die Quellenstärke wird als Unbekannte angenommen.

Vor diesem Hintergrund wird die exemplarische Feldquelle  $m$  in Abbildung 2-1(b) betrachtet. Ihre Position ist durch den Vektor  $\mathbf{p}_{q,m}$  bekannt, ihre Orientierung  $\mathbf{e}_{q,m}$  ist definiert (in Abbildung 2-1(b) exemplarisch in  $x$ -Richtung dargestellt) und ihre Quellenstärke wird mit  $s_m$  angegeben. Abhängig vom gewählten Feldmodell werden die Übertragungsfunktionen  $\Psi_E(\mathbf{p}_{b,n}, \mathbf{p}_{q,m}, \mathbf{e}_{q,m})$  und  $\Psi_H(\mathbf{p}_{b,n}, \mathbf{p}_{q,m}, \mathbf{e}_{q,m})$  abgeleitet, welche die Quellenstärke auf die erzeugten elektrischen (Index E) oder magnetischen (Index H) Feldstärken am Punkt  $\mathbf{p}_{b,n}$  abbilden:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \mathbf{E}(\mathbf{p}_{b,n}) &= \Psi_E(\mathbf{p}_{b,n}, \mathbf{p}_{q,m}, \mathbf{e}_{q,m}) \cdot s_m, \\ \text{(b)} \quad \mathbf{H}(\mathbf{p}_{b,n}) &= \Psi_H(\mathbf{p}_{b,n}, \mathbf{p}_{q,m}, \mathbf{e}_{q,m}) \cdot s_m. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Um die hervorgerufenen Feldstärken von  $M$  Feldquellen zu beschreiben, werden die Quellstärken  $s_1, s_2, \dots, s_M$  im Vektor  $\mathbf{S}$  zusammengefasst:

$$\mathbf{S} = [s_1 \quad s_2 \quad \dots \quad s_M]^T. \quad (2.18)$$

Die Superposition der Feldstärken aus (2.17) wird für alle  $M$  Feldquellen mit

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \mathbf{E}(\mathbf{p}_{b,n}) &= [\Psi_E(\mathbf{p}_{b,n}, \mathbf{p}_{q,1}, \mathbf{e}_{q,1}) \quad \Psi_E(\mathbf{p}_{b,n}, \mathbf{p}_{q,2}, \mathbf{e}_{q,2}) \quad \dots \quad \Psi_E(\mathbf{p}_{b,n}, \mathbf{p}_{q,M}, \mathbf{e}_{q,M})] \cdot \mathbf{S}, \\ \text{(b)} \quad \mathbf{H}(\mathbf{p}_{b,n}) &= [\Psi_H(\mathbf{p}_{b,n}, \mathbf{p}_{q,1}, \mathbf{e}_{q,1}) \quad \Psi_H(\mathbf{p}_{b,n}, \mathbf{p}_{q,2}, \mathbf{e}_{q,2}) \quad \dots \quad \Psi_H(\mathbf{p}_{b,n}, \mathbf{p}_{q,M}, \mathbf{e}_{q,M})] \cdot \mathbf{S} \end{aligned} \quad (2.19)$$

angegeben. Die elektrischen und magnetischen Felddaten  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{H}$  an allen Messpunkten ergeben sich dementsprechend durch Kombination der Berechnungsvorschriften für die einzelnen Beobachtungspunkte:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \mathbf{E} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \Psi_E(\mathbf{p}_{b,1}, \mathbf{p}_{q,1}, \mathbf{e}_{q,1}) & \Psi_E(\mathbf{p}_{b,1}, \mathbf{p}_{q,2}, \mathbf{e}_{q,2}) & \dots & \Psi_E(\mathbf{p}_{b,1}, \mathbf{p}_{q,M}, \mathbf{e}_{q,M}) \\ \Psi_E(\mathbf{p}_{b,2}, \mathbf{p}_{q,1}, \mathbf{e}_{q,1}) & \Psi_E(\mathbf{p}_{b,2}, \mathbf{p}_{q,2}, \mathbf{e}_{q,2}) & \dots & \Psi_E(\mathbf{p}_{b,2}, \mathbf{p}_{q,M}, \mathbf{e}_{q,M}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Psi_E(\mathbf{p}_{b,N}, \mathbf{p}_{q,1}, \mathbf{e}_{q,1}) & \Psi_E(\mathbf{p}_{b,N}, \mathbf{p}_{q,2}, \mathbf{e}_{q,2}) & \dots & \Psi_E(\mathbf{p}_{b,N}, \mathbf{p}_{q,M}, \mathbf{e}_{q,M}) \end{bmatrix}}_{=\Psi_E} \cdot \mathbf{S}, \\ \text{(b)} \quad \mathbf{H} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \Psi_H(\mathbf{p}_{b,1}, \mathbf{p}_{q,1}, \mathbf{e}_{q,1}) & \Psi_H(\mathbf{p}_{b,1}, \mathbf{p}_{q,2}, \mathbf{e}_{q,2}) & \dots & \Psi_H(\mathbf{p}_{b,1}, \mathbf{p}_{q,M}, \mathbf{e}_{q,M}) \\ \Psi_H(\mathbf{p}_{b,2}, \mathbf{p}_{q,1}, \mathbf{e}_{q,1}) & \Psi_H(\mathbf{p}_{b,2}, \mathbf{p}_{q,2}, \mathbf{e}_{q,2}) & \dots & \Psi_H(\mathbf{p}_{b,2}, \mathbf{p}_{q,M}, \mathbf{e}_{q,M}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Psi_H(\mathbf{p}_{b,N}, \mathbf{p}_{q,1}, \mathbf{e}_{q,1}) & \Psi_H(\mathbf{p}_{b,N}, \mathbf{p}_{q,2}, \mathbf{e}_{q,2}) & \dots & \Psi_H(\mathbf{p}_{b,N}, \mathbf{p}_{q,M}, \mathbf{e}_{q,M}) \end{bmatrix}}_{=\Psi_H} \cdot \mathbf{S}. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Dabei werden die Feldübertragungsmatrixfunktionen  $\Psi_E$  und  $\Psi_H$  für die elektrischen und magnetischen Felddaten definiert, welche die Quellenstärken jeweils auf die Felddaten abbilden. Die Gleichungen in (2.20) lassen sich zusammenfassen zu

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_E \\ \Psi_H \end{bmatrix} \cdot \mathbf{S}. \quad (2.21)$$

Mit dieser Gleichung wird die Ursache-Wirkungs-Beziehung zwischen der Stärke der Feldquellen und den hervorgerufenen Feldstärken beschrieben. Diese dient als grundlegende Formulierung des inversen Problems zur Rekonstruktion von Feldquellen auf Basis von Felddaten.

## 2.2.2 Normierung der Felddaten

Die elektrischen und magnetischen Felddaten in (2.21) haben grundsätzlich unterschiedliche Einheiten und können darüber hinaus auch nominell um Größenordnungen variieren. Dies kann dazu führen, dass entweder die elektrischen oder magnetischen Felddaten die Lösung des inversen Problems dominieren, da das Residuum von (2.21) und damit auch die Lösung primär durch die nominell größeren Werte bestimmt werden. Aus diesem Grund wird eine Normierung des inversen Problems eingeführt, um die Größenordnungen der Felddaten anzugleichen. Hierzu wird die quadratische Normierungsmatrix  $\mathbf{N}_F$  verwendet, die von links an (2.21) multipliziert wird:

$$\underbrace{\mathbf{N}_F \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{bmatrix}}_{=\mathbf{F}} = \underbrace{\mathbf{N}_F \cdot \begin{bmatrix} \Psi_E \\ \Psi_H \end{bmatrix}}_{=\Psi_F} \cdot \mathbf{S}. \quad (2.22)$$

Aus dem Produkt dieser Normierungsmatrix ergeben sich die normalisierten Felddaten  $\mathbf{F}$  und die normalisierte Feldübertragungsfunktion  $\Psi_F$ . Die elektrischen bzw. magnetischen Felddaten werden jeweils um den Faktor  $\alpha_E$  bzw.  $\alpha_H$  skaliert. Entsprechend ergibt sich die Normierungsmatrix zu

$$\mathbf{N}_F = \begin{bmatrix} \alpha_E \mathbf{J}_{3N} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \alpha_H \mathbf{J}_{3N} \end{bmatrix}, \quad (2.23)$$

wobei  $\mathbf{J}_{3N}$  die Einheitsmatrix ist, deren Dimension mit  $3N$  entsprechend den  $N$  Beobachtungspunkten gewählt ist (vgl. (2.16)). In der Literatur werden für die Faktoren  $\alpha_E$  und  $\alpha_H$  verschiedene Ansätze vorgeschlagen, die sich bspw. an der jeweiligen maximal gemessenen Feldstärke orientieren oder die Normen der Felddaten und/oder Matrizen des inversen Problems verwenden [25], [47], [A7]. In [A7] werden verschiedene Ansätze zur Wahl der Faktoren  $\alpha_E$  und  $\alpha_H$  diskutiert. Dabei wird gezeigt, dass die Wahl von  $\alpha_E$  und  $\alpha_H$  anhand der Norm von  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{H}$  die besten Rekonstruktionsergebnisse liefert. Daher werden in dieser Arbeit die Faktoren stets wie folgt gewählt:

$$(a) \quad \alpha_E = \frac{1}{\|\mathbf{E}\|_2}, \quad (b) \quad \alpha_H = \frac{1}{\|\mathbf{H}\|_2}. \quad (2.24)$$

## 2.2.3 Berücksichtigung von Masseflächen

Leiterplatten sind ein-, zwei- oder mehrlagig aufgebaut [63, S. 434]. Die Ausführung von möglichst vielen Lagen als durchgängige Leiterfläche wird z. B. von [63, S. 442–444, 456–458], [64, S. 434–436] empfohlen. Dabei stellt die Verwendung von Masseflächen sicher, dass der Rückstrom der Signalpfade eine möglichst kleine Schleifenfläche aufspannt und die Impedanzen des Gesamtstrompfads minimiert werden. Darüber hinaus werden auch die Abstrahlungs- und Einkopplungseffekte reduziert. Die Beeinflussung von elektromagnetischen Feldern durch Masseflächen ist insbesondere bei der Auswertung der Nahfelddaten im inversen Problem zu berücksichtigen. In diesem Abschnitt wird allgemein vorgestellt, wie der Effekt einer Massefläche modelliert und im inversen Problem berücksichtigt wird.

Für die in dieser Arbeit betrachteten Leiterplatten wird gefordert, dass diese aus mindestens zwei Lagen aufgebaut sind. Hierbei befinden sich die Signalleiterbahnen auf

der oberen Außenlage. Darunter liegt eine Massefläche, die keine Schlitzte oder andere Unterbrechungen in den Bereichen unterhalb der Leiterbahnen aufweist. Für diese Massefläche wird zusätzlich gefordert, dass diese lediglich die Rückströme führt, die durch die Signalleiterbahnen auf der oberen Außenlage hervorgerufen werden. Außerdem wird angenommen, dass die Massefläche alle elektromagnetischen Felder hinreichend abschirmt, die in tieferen Lagen erzeugt werden.

Die Leiterbahnen und Masseflächen von Leiterplatten sind in der Regel aus Kupfer und damit sehr gute elektrische Leiter. Zur Modellierung einer Massefläche wird daher angenommen, dass sie ein perfekter elektrischer Leiter (engl.: perfect electric conductor, PEC) ist. Aus pragmatischen Gründen wird für das Modell zusätzlich die Annahme getroffen, dass die Massefläche unendlich weit ausgedehnt ist. Aus der angenommenen idealen Leitfähigkeit folgt, dass innerhalb der Massefläche kein elektrisches Feld auftritt [65, S. 80]. Somit verschwinden die Tangentialkomponente des elektrischen Felds und die Normalkomponente des magnetischen Felds an der Oberfläche der Massefläche [65, S. 81], [66, S. 168]. Um die sich so ergebenden Randbedingungen zu berücksichtigen, wird in der Literatur die Spiegelungsmethode vorgeschlagen [66, S. 168–170], [67, S. 92–95]. Bei dieser Methode werden anstelle der Massefläche weitere Feldquellen in die Anordnung eingefügt, sodass das resultierende elektromagnetische Feld der originalen und der neu eingefügten Feldquellen die Randbedingungen erfüllt. Dabei wird für jede Feldquelle eine zusätzliche Feldquelle an der Position eingefügt, die sich aus der Spiegelung an der Oberfläche der Massefläche ergibt [17, S. 315–323], [65, S. 81–83], [66, S. 168–170]. Dies ist in Abbildung 2-2 für eine exemplarische Massefläche dargestellt, deren Oberfläche sich in der  $x$ - $y$ -Ebene bei  $z = 0$  befindet. Konkret ist abgebildet, wie die Feldquellen entlang einer Leiterschleife mit der Höhe  $h_L$  gespiegelt werden. Für die zusätzlichen Feldquellen gilt, dass sie jeweils ein Feld mit der gleichen Quellenstärke wie die originale Quelle erzeugen, wobei jedoch ihre Orientierung verändert wird. Konkret bedeutet es für Ladungen, dass die Polarität wechselt [66, S. 169–170]. Daneben werden die Flussrichtungen von Stromkomponenten umgekehrt, die parallel zur Massefläche fließen. Jedoch bleibt die Flussrichtung für Ströme bestehen, die senkrecht zur Massefläche ausgerichtet sind [17, S. 315–323], [65, S. 81–83]. Diese Regeln zur Änderung der Orientierung für Ströme sind in Abbildung 2-2 rechts dargestellt. Abschließend sei zur Spiegelungsmethode erwähnt, dass die feldäquivalente Darstellung nur in dem Raum oberhalb der Massefläche gültig ist.

Bei der Formulierung von Gleichungen zur Rekonstruktion von Quellen ist es möglich, die Spiegelungsmethode direkt anzuwenden, um den Effekt von Masseflächen zu berücksichtigen. Hierzu wird für jede Feldquelle  $m$  die Übertragungsfunktion  $\Psi_{\{E,M\}}(\mathbf{p}_{b,m}, \mathbf{p}_{q,m}, \mathbf{e}_{q,m})$  aus (2.17) um die Wirkung der gespiegelten Feldquelle erweitert. Dementsprechend ergeben sich die erweiterten Feldübertragungsfunktionen

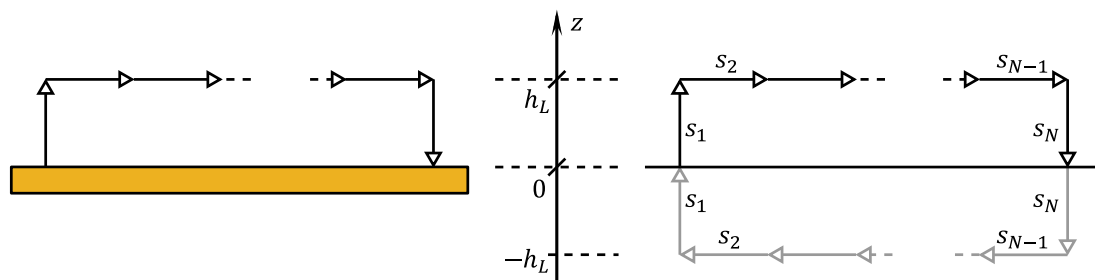


Abbildung 2-2: Schematische Darstellung von Feldquellen (als Pfeile) über einer Massefläche (links) sowie ihre feldäquivalente Darstellung auf Basis der Spiegelungsmethode (rechts).

$\tilde{\Psi}_{\{E,M\}}(\mathbf{p}_{b,n}, \mathbf{p}_{q,m}, \mathbf{e}_{q,m})$ , welche analog den Zusammenhang zwischen elektrischer bzw. magnetischer Feldstärke und der Quellstärke  $s_m$  der Feldquelle  $m$  beschreiben:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \mathbf{E}(\mathbf{p}_{b,n}) &= \tilde{\Psi}_E(\mathbf{p}_{b,n}, \mathbf{p}_{q,m}, \mathbf{e}_{q,m}) \cdot s_m, \\ \text{(b)} \quad \mathbf{H}(\mathbf{p}_{b,n}) &= \tilde{\Psi}_M(\mathbf{p}_{b,n}, \mathbf{p}_{q,m}, \mathbf{e}_{q,m}) \cdot s_m. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Um die erweiterten Feldübertragungsfunktionen anzugeben, müssen zunächst die Position  $\mathbf{p}'_{q,m}$  und die Orientierung  $\mathbf{e}'_{q,m}$  der gespiegelten Quelle bestimmt werden. Hierzu wird angenommen, dass sich die Massefläche parallel zur  $x$ - $y$ -Ebene bei  $z = z_{\text{GND}}$  befindet. So ergibt sich die Position zu

$$\mathbf{p}'_{q,m} = \mathbf{p}_{q,m} \circ [0 \ 0 \ -1]^T + [0 \ 0 \ 2z_{\text{GND}}]^T \quad (2.26)$$

und Orientierung zu

$$\mathbf{e}'_{q,m} = \mathbf{e}_{q,m} \circ [-1 \ -1 \ 1]^T, \quad (2.27)$$

wobei mit dem Operator  $(\cdot) \circ (*)$  das Hadamard-Produkt gemeint ist, dass als komponentenweise Multiplikation der Vektoren definiert ist. Damit werden die erweiterten Feldübertragungsfunktionen allgemein angeben als

$$\tilde{\Psi}_{\{E,M\}}(\mathbf{p}_{b,n}, \mathbf{p}_{q,m}, \mathbf{e}_{q,m}) = \underbrace{\Psi_{\{E,M\}}(\mathbf{p}_{b,n}, \mathbf{p}_{q,m}, \mathbf{e}_{q,m})}_{\text{eigentliche Quelle}} + \underbrace{\Psi_{\{E,M\}}(\mathbf{p}_{b,n}, \mathbf{p}'_{q,m}, \mathbf{e}'_{q,m})}_{\text{gespiegelte Quelle}}. \quad (2.28)$$

## 2.3 Quellenrekonstruktionsverfahren für Leiterplatten

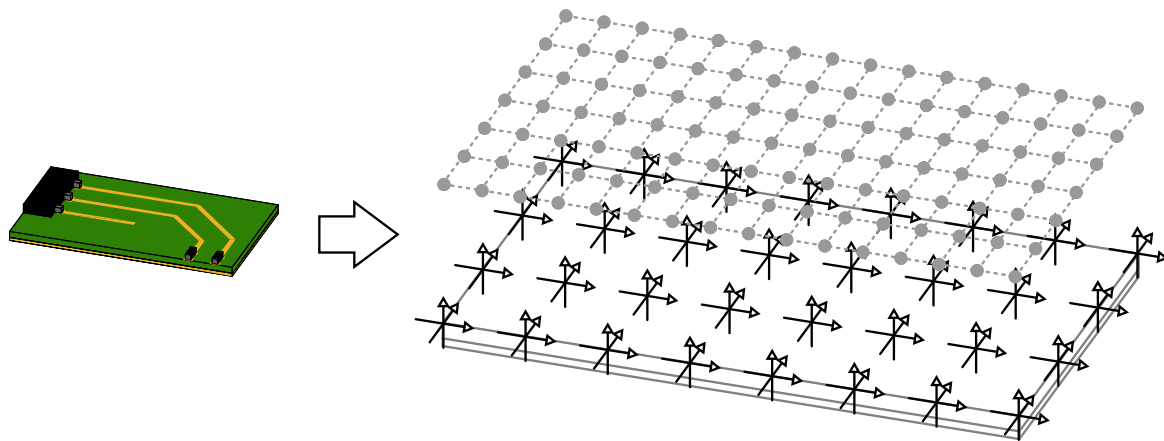
Mit dem oben eingeführten allgemeinen Rekonstruktionsansatz werden in dieser Arbeit Leiterplatten untersucht. Das Vorgehen hierzu wird in diesem Unterkapitel zunächst für die Rekonstruktion von äquivalenten Quellenmodellen vorgestellt. Anschließend wird darauf aufbauend die Stromrekonstruktion für Leiterplatten eingeführt. Das Unterkapitel schließt mit der Analyse von konkreten Implementierungen von solcher Verfahren.

### 2.3.1 Rekonstruktion von äquivalenten Quellen

In der Literatur wird vorwiegend das Ziel verfolgt, mit der inversen Problemformulierung (2.21) bzw. (2.22) äquivalente Quellen zu bestimmen. Die Motivation und das typische Vorgehen hierfür werden nachfolgend erläutert.

Das Konzept von äquivalenten Quellen lässt sich auf das Äquivalenzprinzip von Love [17, S. 329] zurückführen. Demnach kann für eine bekannte Feldverteilung eine Quellenverteilung bestimmt werden, welche die zugrundeliegende Feldverteilung ohne Fehler wiedergibt, jedoch nicht mit der tatsächlichen Feldquelle übereinstimmt. Mit dieser sogenannten äquivalenten Quellenverteilung können auch die emittierten Felder bestimmt werden. Demnach eignet sich dieser Ansatz insbesondere für die Untersuchung von Leiterplatten, über die keinerlei Informationen bekannt sind.

Aus diesem Mangel an Informationen folgt die These, dass sich an jeder Position auf der Leiterplatte potenziell eine Feldquelle befinden kann. Daher werden im gesamten Bereich der Leiterplatte Feldquellen angenommen, die mit dem inversen Problem (2.21) zu bestimmen sind. Hierbei werden bspw. Flächenelemente mit homogenen Strombelegungen, die lückenlos über der Leiterplatte angeordnet sind [34], [35], [68] oder äquidistante Gitter von Dipolen [25], [27], [28] verwendet. Letzteres ist exemplarisch in Abbildung 2-3 dargestellt. Um sicherzustellen, dass an jedem Ort der Leiterplatte eine Feldquelle nachgebildet werden kann, werden sogenannte Tripel in einem



**Abbildung 2-3: Exemplarische Darstellung der gewählten Quellen (als Pfeile) und der Beobachtungspunkte für das inverse Problem bei Verwendung von äquivalenten Quellen.**

äquidistanten Gitter angeordnet. Dabei besteht ein Tripel aus 3 orthogonalen Quellen, um die Ausprägung von Feldern in alle Raumrichtungen darstellen zu können.

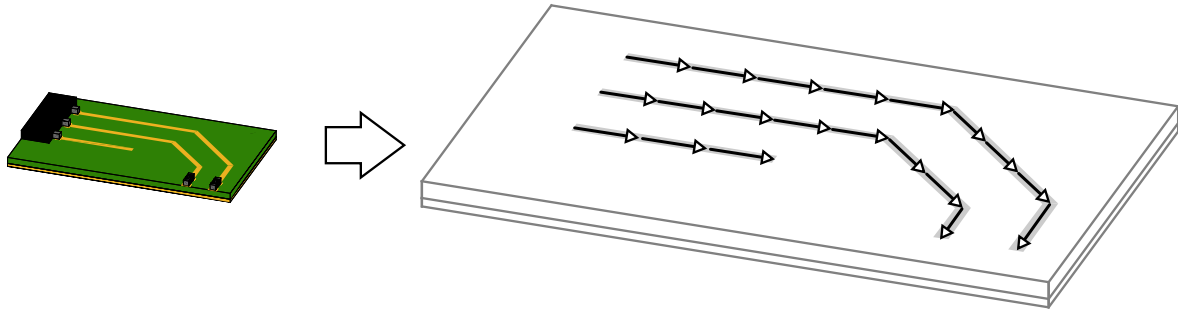
Um ein geeignetes inverses Problem zu formulieren, das zu validen Ergebnissen für die äquivalenten Quellen führt, müssen die Beobachtungspunkte so gewählt werden, dass die dort vorliegenden Feldstärken alle wesentlichen Informationen beinhalten. Hierfür eignen sich insbesondere jene Beobachtungspunkte, die nah an den eigentlichen Feldquellen liegen. Da die Position dieser Quellen nicht bekannt ist, wird daher typischerweise das elektromagnetische Feld im gesamten Bereich über der Leiterplatte bspw. mit einem planaren äquidistanten Punktegitter abgetastet. Ein solches Punktegitter ist in Abbildung 2-3 dargestellt.

In der Praxis werden an diesen Punkten häufig nicht alle Komponenten gemessen, da das elektrische bzw. magnetische Feld in bestimmten Richtungen eine höhere Amplitude als in anderen Richtungen aufweist. So werden bspw. bevorzugt die Magnetfeldkomponenten in  $x$ - und  $y$ -Richtung verwendet, die parallel zur Leiterplattenfläche liegen, und die  $z$ -Komponente vernachlässigt [21], [23], [24], [25], [44], [46], [47]. Für solche vernachlässigte Komponenten sind die zugehörigen Zeilen in  $\Psi_E$  und  $\Psi_H$  bzw. in  $\Psi_F$  im inversen Problem (2.22) zu entfernen. Um eine valide Lösung des inversen Problems zu gewährleisten, werden jedoch mindestens so viele Feldstärken wie äquivalente Quellen benötigt. Typischerweise werden deutlich mehr Felddaten ausgewertet, um die äquivalenten Quellen zu rekonstruieren, damit der Einfluss von Messrauschen reduziert wird.

### 2.3.2 Rekonstruktion von Stromverteilungen

Im Vergleich zur Rekonstruktion von äquivalenten Quellen wird bei der Stromrekonstruktion das Ziel verfolgt, mit dem inversen Problem (2.22) die tatsächlichen Feldquellen zu bestimmen. Hierbei wird die elementare Annahme getroffen, dass die elektrischen und magnetischen Felder im Wesentlichen durch die Stromverteilung in den Leiterbahnen erzeugt werden. In diesem Abschnitt wird das Vorgehen erläutert, wie anhand von Nahfelddaten diese Stromverteilung bestimmt wird.

Zur Anwendung von Stromrekonstruktionsverfahren ist es grundsätzlich notwendig, die Geometrie der Leiterbahnen der untersuchten Leiterplatte zu kennen. Diese sind im Entwicklungsprozess von Hardware üblicherweise durch CAD-Daten bekannt oder können mit Hilfe von bildgebenden Verfahren bestimmt werden [42].



**Abbildung 2-4: Exemplarische Darstellung der Quellen für das inverse Problem zur Stromrekonstruktion (als Pfeile).**

Ähnlich wie bei der Rekonstruktion von äquivalenten Quellen wird für die Stromrekonstruktion das inverse Problem aus (2.21) bzw. (2.22) verwendet, um Feldquellen anhand von Nahfelddaten zu bestimmen. Jedoch unterscheidet sich das Vorgehen in zwei wesentlichen Punkten. Zunächst werden, basierend auf der Annahme, dass die Stromverteilung auf diesen Leiterbahnen die primäre Ursache der hervorgerufenen Felder ist, Feldquellen ausschließlich entlang der Leiterbahnen angenommen [38], [39], [40], [41]. Daneben wird gefordert, dass die Stärke der Feldquellen dem Strom auf den Leiterbahnen entspricht bzw. dieser sich daraus ableiten lässt. Somit repräsentiert der Vektor  $\mathbf{S}$  in (2.22), der die Quellenstärken zusammenfasst, bei der Stromrekonstruktion die Stromverteilung der untersuchten Anordnung. Daher wird für die Stromrekonstruktion das inverse Problem aus (2.22) konkretisiert durch

$$\mathbf{F} = \Psi_{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{I}_{\mathbf{S}}, \quad (2.29)$$

wobei  $\mathbf{I}_{\mathbf{S}}$  gleichzeitig die gesuchte Stromverteilung und die Ströme der Feldquellen darstellt. Um hierbei  $\Psi_{\mathbf{F}}$  aufzustellen, kommen nur die Feldmodelle in Frage, denen ein elektrischer Strom als Ursache zugrunde liegt, wie z. B. Hertzsche Dipole ([38], [41]) oder flächige Strombelegungen [39], [40]. Damit ist auch die Orientierung der Feldquellen so zu wählen, dass jeweils der Strom der Feldquelle an der Leiterbahn ausgerichtet ist [39], [40], [41]. Eine Quellenanordnung, die diese Anforderungen erfüllt, ist in Abbildung 2-4 dargestellt.

### 2.3.3 Analyse des Literaturstands zur Rekonstruktion von Stromverteilungen

In diesem Abschnitt werden konkrete Stromrekonstruktionsverfahren bezüglich der Schwächen in ihrer Beschreibung und ihren Ergebnissen analysiert. Ebenso werden in der Literatur präsentierte Ansätze herausgearbeitet, die noch nicht vollständig ausgeschöpfte Potenziale beinhalten. In diesem Zuge werden Möglichkeiten zur Verbesserung der Stromrekonstruktionsmethode diskutiert.

Die elementarste Schwäche der Stromrekonstruktion mit dem inversen Problem (2.29) zeigt sich in den Arbeiten [39], [41], [42]: Entlang von Leiterbahnen ist die rekonstruierte Stromverteilung nicht stetig. Dies wird insbesondere in [41], [42] herausgearbeitet, indem neben der Amplitude auch die Phase der rekonstruierten Ströme untersucht wird. Hier sind für direkt benachbarte Ströme Phasensprünge von bis zu  $180^\circ$  beobachtbar. In den Ergebnissen von [38], [39] ist ein solches Verhalten der rekonstruierten Stromverteilung nicht direkt ersichtlich. Dies liegt unter anderem daran, dass diese Eigenschaft nicht im Fokus der Ergebnisdiskussionen liegt.

Die Literatur liefert verschiedene Ansätze, um die oben beschriebene Schwäche zu beseitigen. Eine Gruppe von Ansätzen umfasst die Verwendung von elaborierten Lösungsverfahren für das inverse Problem. In [38], [41], [42] werden für diesen Zweck

Regularisierungsverfahren (siehe Abschnitt 2.1.1) vorgeschlagen. Wie in [41], [42] gezeigt wird, werden so zwar bessere Ergebnisse bestimmt, jedoch weisen die rekonstruierten Amplituden und Phasen dennoch signifikante Abweichungen gegenüber den zu erwartenden Werten auf. Ein anderes Beispiel für ein Lösungsverfahren wird in [42, Kap. 4.7.4] vorgeschlagen. Hier wird die Lösung von (2.29) in eine Optimierung eingebettet, welche eine Ähnlichkeit der Phase von benachbarten Strömen erzwingt. Zwar werden bessere Ergebnisse erzielt, jedoch ist die Rekonstruktion mit einem sehr hohen Rechenaufwand verbunden. Daneben orientiert sich die geforderte Ähnlichkeit zwischen den Phasen nur grob an physikalischen Grundlagen.

Ein anderer Ansatz zur Beseitigung der Unstetigkeit in den rekonstruierten Stromverteilungen lässt sich in [38] finden. In diesen Arbeiten wird bei der Lösung des inversen Problems gefordert, dass das Rekonstruktionsergebnis der Leitungstheorie genügen muss. Konkret wird hierzu in [38] die Kenntnis über die Wellenimpedanz und die Terminierung einer Leiterbahn angenommen. Jedoch wird in [38] nicht beschrieben, wie diese Annahmen verwendet werden, um bessere Rekonstruktionsergebnisse zu bestimmen. Die dabei erzielte Qualität der Ergebnisse motiviert, den Ansatz der Verwendung der Leitungstheorie weiter auszuschöpfen. Jedoch erscheint es sinnvoll, die Leitungstheorie schon bei der Formulierung des inversen Problems zu berücksichtigen und dabei keine Kenntnis über die Terminierung vorauszusetzen.

Beim Vergleich der oben genannten Arbeiten fällt auf, dass die geometrische Ausdehnung der Feldquellen unterschiedlich gewählt wird. Bei [38], [41], [42] wird zwar umfassend die Positionierung von Feldquellen diskutiert, jedoch keine Empfehlung zur Wahl von Anzahl oder Ausdehnung der Quellen erarbeitet. [39] präsentiert anhand einer einfachen Untersuchung das Ergebnis, dass die Ausdehnung der Feldquellen möglichst groß zu wählen ist. Konkret werden die räumlichen Ausdehnungen der Feldquellen mit 2,5 % der Wellenlänge vorgeschlagen. Entsprechend dieser Auslegung wäre z. B. bei 100 MHz die Größe einer Quelle mit ca. 7,5 cm zu wählen, was für die Untersuchung von Leiterplatten im Europakarten-Format [69] oder kleiner als nicht sinnvoll erscheint. Demgegenüber wird in [38], [41], [42] kein systematisches Vorgehen zur Wahl dieses Parameters beschrieben oder referenziert. In der Literatur zur Rekonstruktion von äquivalenten Quellen wird diese Auslegung nicht behandelt, da die Quellengröße für diese Verfahren nicht von Relevanz ist. Daher ergibt sich bezüglich der Auslegung der Feldmodelle die Motivation, Kriterien zu Wahl der räumlichen Ausdehnung zu erarbeiten.

In [45] wird herausgearbeitet, dass weniger Felddaten für eine valide Rekonstruktion benötigt werden, wenn das Feldmodell aufgrund der Kenntnis über die Position der Leiterbahnen so ausgelegt wird, dass nur dort Feldquellen sind, wo auch Leiter sind. Vor diesem Hintergrund ergibt sich die Frage, ob die Messung des Nahfelds anhand eines planaren äquidistanten Punktegitters notwendig ist. Vielmehr sollte evaluiert werden, ob es z. B. ausreicht, Felddaten nur an den Positionen zu messen, wo sie signifikante Informationen für das inverse Problem beinhalten. Dadurch lässt sich die Messzeit und damit der Aufwand für die Anwendung des Verfahrens reduzieren. Daneben wird die Auswahl an Feldkomponenten eingeschränkt, die für die Rekonstruktion verwendet werden. In dieser Arbeit werden wie z. B. in [28] nur die horizontalen Komponenten des Magnetfelds und die vertikalen Komponenten des elektrischen Felds verwendet, da diese nach [28] aussagekräftig und gut messbar sind.

### 3 Feldmodelle für die Stromrekonstruktion

Im oben eingeführten abstrakten inversen Problem werden die Stromverteilung (als Ursache) und das hervorgerufene Feld (als Wirkung) mithilfe der Feldübertragungsfunktionsmatrix  $\Psi_F$  in Beziehung gesetzt. Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der konkreten Formulierung der Matrix  $\Psi_F$ . Hierfür wird zunächst ein Vorgehen vorgestellt, um die Leiterstruktur einer untersuchten Leiterplatte zu segmentieren. Auf diese Weise werden die Positionen und Orientierungen der Feldquellen bestimmt, deren Feldwirkung in  $\Psi_F$  zusammengefasst wird. Anschließend werden in den Unterkapiteln 3.2 und 3.3 zwei Modelle vorgestellt, mit welchen die Feldwirkung modelliert und die Einträge in der Matrix  $\Psi_F$  konkret formuliert werden. Dann folgt eine Analyse dieser Feldmodelle, in der die Qualität der Feldnachbildung untersucht wird. Anhand dieser Analyse werden Bedingungen für die Auslegung der Modelle bzw. der Segmentierung der untersuchten Leiterstruktur erarbeitet. Abschließend wird ein spezielles Feldmodell eingeführt, das für Leiterplattenkonfigurationen zur Berechnung von emittierten Fernfeldern verwendet wird.

#### 3.1 Segmentierung der Leiterstruktur

Wie in Abschnitt 2.3.2 erläutert, werden entlang der untersuchten Leiterstruktur Feldquellen positioniert, mit denen das hervorgerufene Nahfeld beschrieben und das inverse Problem zur Stromrekonstruktion aufgebaut wird. Für diese Positionierung der Feldquellen wird in diesem Unterkapitel ein grundlegendes Vorgehen vorgestellt, das die untersuchte Leiterstruktur segmentiert. Dabei werden jedem Segment nicht nur eine Position, sondern auch eine Orientierung und eine räumliche Ausdehnung zugeordnet. Anhand dieser Parameter werden für die Segmente Feldquellen erzeugt.

Als Leiterstruktur einer Leiterplatte wird die Menge aller geradlinigen galvanischen Verbindungen betrachtet. Demnach gehören sowohl die Leiterbahnen als auch die Vias (Vertical Interconnect Access, dt. Durchkontaktierung) zu der Leiterstruktur. Jeder geradlinigen Verbindung wird ein Startpunkt und ein Endpunkt zugeordnet, wobei die Positionen dieser Punkte durch die Vektoren  $\mathbf{p}_S$  und  $\mathbf{p}_E$  angegeben werden, wie in Abbildung 3-1 dargestellt ist. Jede geradlinige Verbindung wird in gleichlange Segmente unterteilt. Die exemplarische Verbindung aus Abbildung 3-1 besteht aus  $M \in \mathbb{N}$  Segmente und dementsprechend gilt für die Segmentlänge  $l_{\text{seg}}$ :

$$l_{\text{seg}} = \frac{\|\mathbf{p}_E - \mathbf{p}_S\|_2}{M}. \quad (3.1)$$

Für die später eingeführten Feldmodelle wird die Segmentlänge als räumliche Ausdehnung der Feldquelle angenommen. Alle Segmente auf diesem Leiterabschnitt haben die Orientierung  $\mathbf{e}_q$ , die durch die Richtung des Leiterabschnitts vorgegeben wird:

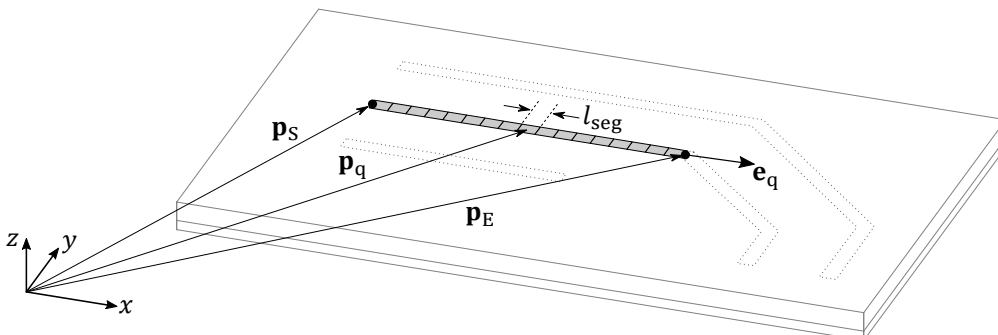


Abbildung 3-1: Exemplarische Darstellung der Segmentierung einer Leiterbahn.

$$\mathbf{e}_q = \frac{1}{\|\mathbf{p}_E - \mathbf{p}_S\|_2} (\mathbf{p}_E - \mathbf{p}_S). \quad (3.2)$$

Die Positionen der Segmente werden anhand der Segmentmittelpunkte vorgegeben. Für die Segmente auf dem Leiterabschnitt in Abbildung 3-1 wird diese Position mit dem Vektor  $\mathbf{p}_q$  wie folgt angegeben:

$$\mathbf{p}_q = \mathbf{p}_S + \left( \left( m - \frac{1}{2} \right) \cdot l_{\text{seg}} \right) \mathbf{e}_q, \quad m = 1, \dots, M. \quad (3.3)$$

In den nachfolgenden Unterkapiteln werden Feldmodelle für die so beschriebenen Segmente vorgestellt. Dabei wird angenommen, dass die Segmente eine fadenförmige, konstante Strombelegung mit dem Strom  $I_q$  führen, deren Zählpfeilrichtung der Orientierung  $\mathbf{e}_q$  des Segments entspricht. Gleichzeitig lässt sich mit der Menge aller Segmentströme die Stromverteilung der Leiterplatte angeben.

## 3.2 Dipolmodell

In vielen Veröffentlichungen werden Hertzsche Dipole als Feldquellen für das inverse Problem zur Quellenrekonstruktion vorgeschlagen, wie z. B. in [24], [25], [27], [28], [42]. Gegenüber Modellen, die auf den elektrischen Feldintegralgleichungen basieren, haben Dipole den Vorteil, dass für das hervorgerufene Nah- und Fernfeld formal geschlossene Lösungen angegeben werden können. Dies motiviert die Verwendung des Dipolmodells zur Formulierung der Matrix  $\Psi_F$ , die in diesem Unterkapitel vorgestellt wird.

Die Feldstärken des hervorgerufenen elektromagnetischen Felds eines Hertzschen Dipols werden durch das Dipolmoment bestimmt. Dieses Moment ist eine gerichtete Größe, wobei ihr Betrag dem Produkt aus Dipolstrom und Dipollänge entspricht. Die klassische Beschreibung erfolgt in Kugelkoordinaten und kann z. B. in [17], [70], [71] nachvollzogen werden. In der vorliegenden Arbeit wird jedoch analog zu [24], [25], [27], [28], [42] eine Beschreibung in kartesischen Koordinaten verwendet. Um das elektromagnetische Feld eines beliebig orientierten Stroms zu beschreiben, wird die Beschreibung des Dipoltripels aus [42, Kap. 2.2.5.1] aufgegriffen und wie in [V4], [V5] weiterentwickelt.

Um einen beliebig orientierten Strom darzustellen, werden am Punkt der Feldquelle drei raumachsenparallele Dipole mit den Dipolmomenten  $M_x$ ,  $M_y$  und  $M_z$  angenommen, wie sie in Abbildung 3-2(a) dargestellt sind. Der Punkt der Feldquelle hat die Identität

$$\mathbf{p}_q = [x_q \quad y_q \quad z_q]^T \quad (3.4)$$

und der Beobachtungspunkt, an dem das elektromagnetische Feld anzugeben ist, wird durch den Vektor

$$\mathbf{p}_b = [x_b \quad y_b \quad z_b]^T \quad (3.5)$$

beschrieben. Zur leichteren Beschreibung werden der orientierte Abstandsvektor

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= \mathbf{p}_b - \mathbf{p}_q \\ &= [r_x \quad r_y \quad r_z]^T \end{aligned} \quad (3.6)$$

sowie der tatsächliche Abstand

$$r = \|\mathbf{r}\|_2 \quad (3.7)$$

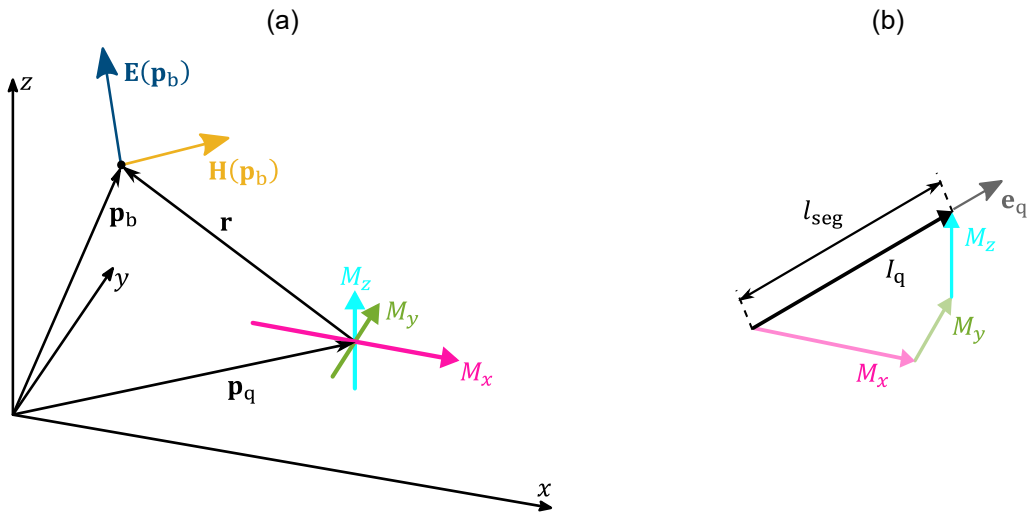


Abbildung 3-2: Schematische Darstellung von drei orthogonalen Hertzischen Dipolen an einem Beobachtungspunkt (a) sowie die Repräsentation der Dipolmomente durch den orientierten Segmentstrom (b).

eingeführt. Hierbei wird gefordert, dass der Beobachtungspunkt und der Ort der Quelle nicht identisch sein dürfen und somit

$$\mathbf{r} \in \mathbb{R}^3 \setminus \{[0 \ 0 \ 0]^T\} \quad (3.8)$$

gilt. Nach [42, Kap. 2.2.5.1] ergeben sich für das oben eingeführten Dipoltripel das elektrische und magnetische Feld zu

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \mathbf{E}(\mathbf{p}_b) &= \Psi_{E,\text{Dipol}}(\mathbf{p}_b, \mathbf{p}_q) \cdot [M_x \ M_y \ M_z]^T, \\ \text{(b)} \quad \mathbf{H}(\mathbf{p}_b) &= \Psi_{H,\text{Dipol}}(\mathbf{p}_b, \mathbf{p}_q) \cdot [M_x \ M_y \ M_z]^T \end{aligned} \quad (3.9)$$

wobei für die Übertragungsfunktionen

$$\begin{aligned} \Psi_{E,\text{Dipol}}(\mathbf{p}_b, \mathbf{p}_q) &= \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi} \left( \left( \frac{1}{r^3} + \frac{j\beta}{r^2} \right) \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{j\omega\epsilon} \left( -\frac{3}{r^5} - \frac{j3\beta}{r^4} + \frac{\beta^2}{r^3} \right) \cdot \begin{bmatrix} r_y^2 + r_z^2 & -r_x r_y & -r_x r_z \\ -r_x r_y & r_x^2 + r_z^2 & -r_y r_z \\ -r_x r_z & -r_y r_z & r_x^2 + r_y^2 \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (3.10)$$

und

$$\Psi_{H,\text{Dipol}}(\mathbf{p}_b, \mathbf{p}_q) = \left( \frac{1}{r^3} + \frac{j\beta}{r^2} \right) \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi} \cdot \begin{bmatrix} 0 & r_z & -r_y \\ -r_z & 0 & r_x \\ r_y & -r_x & 0 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

gilt. Die Wellenzahl  $\beta$  wird mit

$$\beta = \omega \sqrt{\epsilon\mu} \quad (3.12)$$

angegeben, wobei  $\epsilon$  und  $\mu$  die Permittivität und Permeabilität des Ausbreitungsmediums sind und  $\omega$  die Kreisfrequenz ist. Die Dipolmomente  $M_x$ ,  $M_y$  und  $M_z$  in (3.9) werden anhand der Länge  $l_{\text{seg}}$ , der Orientierung  $\mathbf{e}_q$  und des Stroms  $I_q$  von dem Segment

beschrieben, für welches das Dipoltripel die Feldwirkung nachbilden soll. Dies wird in Abbildung 3-2(b) illustriert. Die Dipolmomente ergeben sich wie folgt:

$$[M_x \quad M_y \quad M_z]^T = \mathbf{e}_q \cdot l_{\text{seg}} \cdot I_q. \quad (3.13)$$

Aus (3.9) und (3.13) folgen die Beschreibungen

$$\mathbf{E}(\mathbf{p}_b) = \underbrace{\Psi_{\mathbf{E},\text{Dipol}}(\mathbf{p}_b, \mathbf{p}_q) \cdot \mathbf{e}_q \cdot l_{\text{seg}} \cdot I_q}_{=\Psi_{\mathbf{E}}^{\text{DIP}}(\mathbf{p}_b, \mathbf{p}_q, \mathbf{e}_q)} \quad (3.14)$$

für das elektrische Feld sowie

$$\mathbf{H}(\mathbf{p}_b) = \underbrace{\Psi_{\mathbf{H},\text{Dipol}}(\mathbf{p}_b, \mathbf{p}_q) \cdot \mathbf{e}_q \cdot l_{\text{seg}} \cdot I_q}_{=\Psi_{\mathbf{H}}^{\text{DIP}}(\mathbf{p}_b, \mathbf{p}_q, \mathbf{e}_q)} \quad (3.15)$$

für das magnetische Feld. Hierbei werden die Übertragungsfunktionen  $\Psi_{\mathbf{E}}^{\text{DIP}}(\mathbf{p}_b, \mathbf{p}_q, \mathbf{e}_q)$  und  $\Psi_{\mathbf{H}}^{\text{DIP}}(\mathbf{p}_b, \mathbf{p}_q, \mathbf{e}_q)$  aus (2.17) identifiziert. Damit lässt sich das inverse Problem so formulieren, wie es in (2.29) gegeben ist.

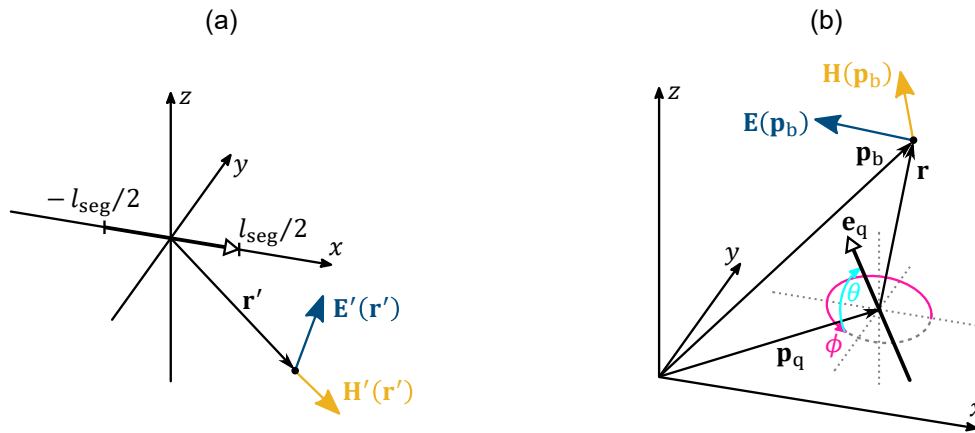
### 3.3 Quasistatisches Feldmodell für die Stromrekonstruktion

Mit dem zuvor eingeführten Dipolmodell wird das von den einzelnen Leitersegmenten hervorgerufene Feld durch eine punktförmige Feldquelle beschrieben, obwohl der Strom in den Segmenten räumlich verteilt ist. Diese Diskrepanz motiviert den Einsatz von Feldmodellen, welche auf einer ausgedehnten Stromverteilung basieren. In der Literatur werden aus diesem Grund häufig Modelle verwendet, die auf den elektrischen Feldintegralgleichungen basieren, siehe z. B. [39]. Wie oben bereits angedeutet, ist es jedoch nicht möglich, für diese Modelle analytische geschlossene Ausdrücke für die exakten hervorgerufenen elektromagnetischen Felder anzugeben. Unter der Annahme von quasistatischen Verhältnissen lassen sich dennoch geschlossene Beschreibungen finden. Hierbei wird der Ausbreitungscharakter der elektromagnetischen Felder vernachlässigt, indem das einfache Durchflutungsgesetz ohne Verschiebungsflussdichte zur Bestimmung der Felder verwendet wird [72, S. 145–148]. Dementsprechend eignen sich die mit dieser Annahme ermittelten Beschreibungen nur, um die Felder im Nahbereich der Leiterplatte anzugeben.

In diesem Unterkapitel werden Feldmodelle unter der Annahme von quasistatischen Verhältnissen entwickelt. Im nachfolgenden Abschnitt wird zunächst das dafür gewählte Vorgehen beschrieben. Dieses basiert darauf, dass die Feldbeschreibung für einen einfachen Fall so verallgemeinert wird, dass die Felder von beliebig komplexen Strukturen beschreibbar sind. Im Anschluss werden die Beschreibungen der magnetischen und elektrischen Nahfelder für den einfachen Fall hergeleitet.

#### 3.3.1 Vorgehen zur Entwicklung der quasistatischen Feldmodelle

Um anhand von quasistatischen Feldgleichungen das elektrische und magnetische Feld für ein Segment allgemein zu bestimmen, wird das in [A5] vorgeschlagene Vorgehen verwendet. Hierfür werden die Beschreibungen der auftretenden Felder zunächst für einen einfachen Fall bestimmt. Diese Feldbeschreibungen werden anschließend mithilfe von Rotationen und Translationen in den allgemeinen Fall überführt. In diesem Abschnitt werden alle benötigten Größen sowie die notwendigen Raumtransformationen eingeführt.



**Abbildung 3-3: Anordnung des Leitersegments, für welches die Beschreibung des erzeugten elektrischen bzw. magnetischen Felds gefunden wird (a), sowie der allgemeine Fall eines Segments mit beliebiger Position und Orientierung (b).**

Als Ausgangspunkt für die Entwicklung dient das in Abbildung 3-3(a) dargestellte Segment. Dieses Segment ist entlang der  $x$ -Achse ausgerichtet und der Segmentmittelpunkt befindet sich im Ursprung. Die Stromverteilung wird durch

$$\mathbf{J}([x \ y \ z]^T) = \Pi\left(\frac{x}{l_{\text{seg}}}\right) \delta(y) \delta(z) \cdot I_q \cdot \mathbf{e}_x \quad (3.16)$$

angegeben, wobei  $\delta(\cdot)$  die Delta-Distribution ist, und die Rechteckfunktion  $\Pi(\cdot)$  wie folgt definiert ist:

$$\Pi(x) = \begin{cases} 1 & |x| < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & |x| = \frac{1}{2} \\ 0 & |x| > \frac{1}{2} \end{cases} \quad (3.17)$$

In den nachfolgenden Abschnitten werden für diese Anordnung die elektrischen und magnetischen Felder  $\mathbf{E}'(\mathbf{r}')$  und  $\mathbf{H}'(\mathbf{r}')$  am Ort  $\mathbf{r}'$  bestimmt, wobei für  $\mathbf{r}'$  gilt:

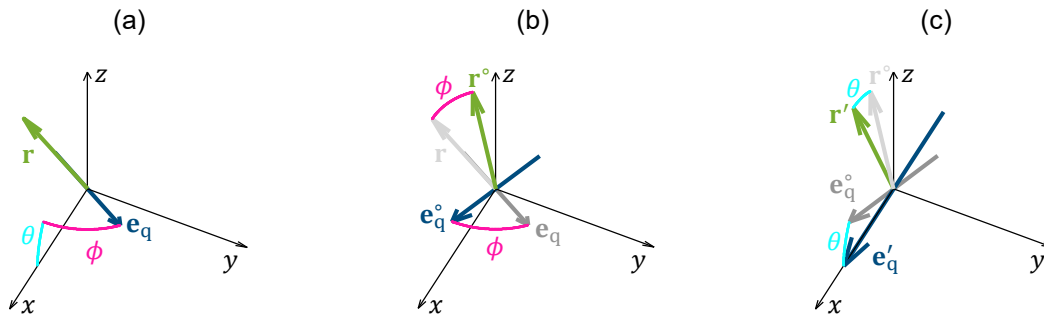
$$\mathbf{r}' = [r'_x \ r'_y \ r'_z]^T. \quad (3.18)$$

Die gefundenen Feldbeschreibungen werden anhand von Raumtransformationen so angepasst, dass sie die hervorgerufenen Felder für den in Abbildung 3-3(b) dargestellten allgemeinen Fall beschreiben. Zur geometrischen Beschreibung der Anordnung werden die in (3.4) bis (3.7) eingeführten Größen verwendet, jedoch gilt für  $\mathbf{r}'$  abweichend:

$$\mathbf{r}' \in \mathbb{R}^3 \setminus \{[a \ 0 \ 0]^T \mid a \in [-l_{\text{seg}}/2, l_{\text{seg}}/2]\}. \quad (3.19)$$

Für die Bestimmung der Raumtransformation werden zunächst die Schritte beschrieben, welche die Geometrie des allgemeinen Falls in Abbildung 3-3(b) auf die Geometrie des elementaren Falls in Abbildung 3-3(a) übertragen. Die inverse Ausführung dieser Sequenz ist die gesuchte Raumtransformation für die elektrischen und magnetischen Felddaten  $\mathbf{E}'(\mathbf{r}')$  und  $\mathbf{H}'(\mathbf{r}')$ .

Im ersten Schritt wird der Mittelpunkt des Segments aus Abbildung 3-3(b) in den Ursprung verschoben. Nach dieser Translation liegt der in Abbildung 3-4(a) dargestellte Fall vor, bei welchem das verschobene Segment nach wie vor in Richtung  $\mathbf{e}_q$  orientiert ist. Diese Anordnung wird nun so rotiert, dass das Segment wie in Abbildung 3-3(a) in



**Abbildung 3-4: Exemplarische Darstellung der Drehungen von der Segmentorientierung und des Vektors  $\mathbf{r}$  mit der grundlegenden Visualisierung beider Drehwinkel (a), der beginnenden Drehung um die z-Achse (b) und der abschließenden Drehung um die y-Achse (c).**

x-Richtung zeigt. Dies erfolgt anhand einer zweiteiligen Operation. Zuerst erfolgt eine Drehung um den Winkel  $\phi$  entlang der z-Achse, die  $\mathbf{e}_q$  auf  $\mathbf{e}_q^\circ$  abbildet. Anschließend wird die Anordnung um den Winkel  $\theta$  entlang der y-Achse rotiert, wodurch sich die Segmentrichtung von  $\mathbf{e}_q^\circ$  zu  $\mathbf{e}'_q$  ändert. Die jeweils resultierenden Anordnungen nach den Rotationen um die Winkel  $\phi$  und  $\theta$  sind in Abbildung 3-4(b) und (c) präsentiert. Zur formalen Darstellung dieser Koordinatentransformation werden die Drehmatrizen  $\mathbf{R}_y(\alpha)$  und  $\mathbf{R}_z(\alpha)$  verwendet, die jeweils eine Drehung um den Winkel  $\alpha$  um die y- bzw. z-Achse als Drehachse bewirken. Der konkrete Aufbau dieser Matrizen ist in Anhang A.1 gegeben. Die benötigten Drehwinkel  $\phi$  und  $\theta$  werden durch die Orientierung  $\mathbf{e}_q$  des Segments vorgegeben:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \phi &= \text{atan2}(\mathbf{e}_q \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_q \mathbf{e}_x), \\ \text{(b)} \quad \theta &= \text{atan2}(\mathbf{e}_q \mathbf{e}_z, \|\mathbf{e}_q(\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y)\|_2). \end{aligned} \quad (3.20)$$

Die Definition der atan2-Funktion ist Anhang A.1 angegeben. So lässt sich die oben beschriebene zweiteilige Rotationsoperation formal darstellen:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \mathbf{e}_q^\circ &= \mathbf{R}_z(-\phi) \cdot \mathbf{e}_q, \\ \text{(b)} \quad \mathbf{e}'_q &= \mathbf{R}_y(\theta) \cdot \mathbf{e}_q^\circ = \mathbf{R}_y(\theta) \mathbf{R}_z(-\phi) \cdot \mathbf{e}_q. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Diese Rotationsoperation wird auf den Abstandsvektor  $\mathbf{r}$  übertragen, der so über  $\mathbf{r}^\circ$  zu  $\mathbf{r}'$  transformiert wird (vgl. Abbildung 3-4). Unter der Berücksichtigung der Identität (3.6) gilt:

$$\mathbf{r}' = \mathbf{R}_y(\theta) \underbrace{\mathbf{R}_z(-\phi) \cdot \overbrace{(\mathbf{p}_b - \mathbf{p}_q)}^{\mathbf{r}}}_{=\mathbf{r}^\circ}. \quad (3.22)$$

Dabei entspricht der Vektor  $\mathbf{r}'$  dem Beobachtungsort aus Abbildung 3-3(a). Mit (3.22) lassen sich somit die Feldstärken  $\mathbf{E}'(\mathbf{r}')$  und  $\mathbf{H}'(\mathbf{r}')$  bestimmen, wofür die Feldbeschreibung des elementaren Falls aus Abbildung 3-3(a) verwendet wird. Diese Feldstärken werden anschließend durch die inverse Ausführung der Transformationsschritte zu den Feldstärken  $\mathbf{E}(\mathbf{p}_b)$  und  $\mathbf{H}(\mathbf{p}_b)$  überführt, die im allgemeinen Fall aus Abbildung 3-3(b) vorliegen:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \mathbf{E}(\mathbf{p}_b) &= \mathbf{R}_z(\phi) \mathbf{R}_y(-\theta) \cdot \mathbf{E}'(\mathbf{r}'), \\ \text{(b)} \quad \mathbf{H}(\mathbf{p}_b) &= \mathbf{R}_z(\phi) \mathbf{R}_y(-\theta) \cdot \mathbf{H}'(\mathbf{r}'). \end{aligned} \quad (3.23)$$

### 3.3.2 Quasistatisches Modell für das magnetische Nahfeld

Bei Annahme von quasistatischen Verhältnissen lässt sich das durch eine Stromverteilung  $\mathbf{J}$  hervorgerufene Magnetfeld  $\mathbf{H}$  mit dem (verallgemeinerten) Biot-Savartschen Gesetz bestimmen [65, S. 47–51], [66, S. 254–256], [67, S. 173–175], [72, S. 117–120]:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \iiint_{V_q} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}_q) \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}_q)}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_q\|_2^3} dV_q. \quad (3.24)$$

Anhand dieser Formel wird das Magnetfeld  $\mathbf{H}'(\mathbf{r}')$  der elementaren Anordnung aus Abbildung 3-3 (a) bestimmt. Dazu wird die Stromverteilung (3.17) in (3.24) eingesetzt und das Integral aufgelöst. Analog zu [65, S. 25], [67, S. 177] ergibt sich so das Magnetfeld zu

$$\mathbf{H}'(\mathbf{r}') = I_q \cdot \underbrace{\begin{cases} \frac{1}{4\pi(r_y'^2 + r_z'^2)} \left( \frac{l_{\text{seg}}}{2} + r_x' \right) \frac{l_{\text{seg}}}{r_+'} + \frac{l_{\text{seg}}}{2} - r_x' \frac{l_{\text{seg}}}{r_-'} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -r_z' \\ r_y' \end{bmatrix}, & r_y'^2 + r_z'^2 > 0 \\ \mathbf{0}, & r_y'^2 + r_z'^2 = 0 \end{cases}}_{=\Psi_H'(\mathbf{r}')} \quad (3.25)$$

mit

$$r_{\pm}' = \sqrt{\left( \frac{l_{\text{seg}}}{2} \pm r_x' \right)^2 + r_y'^2 + r_z'^2}. \quad (3.26)$$

In (3.25) wird die Übertragungsfunktion  $\Psi_H'(\mathbf{r}')$  abgelesen, die den Segmentstrom  $I_q$  auf die magnetische Feldstärke am Ort  $\mathbf{r}'$  überträgt. Entsprechend (3.23b) ergibt sich damit für den allgemeinen Fall die Magnetfeldstärke am Ort  $\mathbf{p}_b$  zu

$$\mathbf{H}(\mathbf{p}_b) = \underbrace{\mathbf{R}_z(\phi) \mathbf{R}_y(-\theta) \cdot \Psi_H'(\mathbf{R}_y(\theta) \mathbf{R}_z(-\phi) \cdot (\mathbf{p}_b - \mathbf{p}_q))}_{=\Psi_H^{\text{QSM}}(\mathbf{p}_b, \mathbf{p}_q, \mathbf{e}_q)} \cdot I_q. \quad (3.27)$$

In dieser Beschreibung wird die Übertragungsfunktion  $\Psi_H^{\text{QSM}}(\mathbf{p}_b, \mathbf{p}_q, \mathbf{e}_q)$  identifiziert, welche der abstrakten Form in (2.17b) genügt.

### 3.3.3 Quasistatisches Modell für das elektrische Nahfeld

Unter quasistatischen Verhältnissen lässt sich das elektromagnetische Feld einer Anordnung anhand des magnetischen Vektorpotenzials  $\mathcal{A}$  und des elektrischen Skalarpotenzials  $\varphi$  bestimmen. Dabei werden die Stromdichte  $\mathbf{J}$  und die Ladungsdichte  $\rho$  als Ursache für das elektromagnetische Feld angenommen. Nach [71, S. 409–412], [72, S. 98–103 & 121–124] unterliegen die Potenzialfunktionen den folgenden partiellen Differenzialgleichungen:

$$\Delta \mathcal{A} = -\mu \mathbf{J}, \quad (3.28)$$

$$\Delta \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon}. \quad (3.29)$$

Hierbei wird mit  $\mu$  die Permeabilität und mit  $\varepsilon$  die Permittivität des Raums angegeben. Aus den Lösungen der Differenzialgleichungen lassen sich der Quellenanteil

$$\mathbf{E}_Q = -\text{grad}(\varphi) \quad (3.30)$$

und der Wirbelanteil

$$\mathbf{E}_W = -j\omega\mathcal{A}. \quad (3.31)$$

des elektrischen Felds bestimmen. Die Überlagerung beider Anteile beschreibt das resultierende elektrische Feld [72, S. 135–137]:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_Q + \mathbf{E}_W. \quad (3.32)$$

Diese Anteile werden im Folgenden für die Anordnung aus Abbildung 3-3(a) nacheinander bestimmt. Die gefundenen Ausdrücke werden anschließend zusammengeführt, um das elektrische Feld für den allgemeinen Fall aus Abbildung 3-3(b) zu beschreiben.

Zunächst werden das magnetische Vektorpotenzial und damit auch der Wirbelanteil des elektrischen Felds bestimmt. Nach [65, S. 47–50], [72, S. 98–103] ergibt sich das Vektorpotenzial zu

$$\mathcal{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_{V_q} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}_q)}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_q\|_2} dV_q. \quad (3.33)$$

Dieses Integral wird für die Stromverteilung (3.17) bestimmt und nach (3.31) folgt so für den Wirbelanteil  $\mathbf{E}'_W(\mathbf{r}')$  des elektrischen Felds:

$$\mathbf{E}'_W(\mathbf{r}') = I_q \cdot \mathbf{e}_x \left( -\frac{j\omega\mu}{4\pi} \right) \cdot \underbrace{\begin{cases} \operatorname{arsinh} \frac{\left(\frac{l_{\text{seg}}}{2} + r'_x\right) r'_- + \left(\frac{l_{\text{seg}}}{2} - r'_x\right) r'_+}{r_y'^2 + r_z'^2}, & r_y'^2 + r_z'^2 > 0 \\ \operatorname{sgn}(r'_x) \cdot \ln \frac{2r'_x + l_{\text{seg}}}{2r'_x - l_{\text{seg}}}, & r_y'^2 + r_z'^2 = 0. \end{cases}}_{=\Psi'_{E,W}(\mathbf{r}')} \quad (3.34)$$

Bei dieser Formel wird die Übertragungsfunktion  $\Psi'_{E,W}(\mathbf{r}')$  abgelesen, welche die Stromstärke  $I_q$  und die Stärke des erzeugten Wirbelfelds in Beziehung setzt.

Um das elektrische Skalarpotenzial und damit auch den Quellenanteil des elektrischen Felds zu bestimmen, muss zunächst die Ladungsverteilung der Anordnung aus Abbildung 3-3(a) ermittelt werden. Diese wird anhand der Kontinuitätsgleichung [71, S. 407f], [72, S. 56–59] aus der Stromverteilung (3.17) abgeleitet [A7]:

$$\begin{aligned} \rho([x \ y \ z]^T) &= -\frac{1}{j\omega} \operatorname{div}(\mathbf{J}([x \ y \ z]^T)) \\ &= -\frac{1}{j\omega} \left( \delta\left(x + \frac{l_{\text{seg}}}{2}\right) - \delta\left(x - \frac{l_{\text{seg}}}{2}\right) \right) \delta(y)\delta(z) \cdot I_q. \end{aligned} \quad (3.35)$$

Für die so bestimmte punktförmige Ladungsverteilung lässt sich das elektrische Skalarpotenzial wie folgt berechnen [71, S. 171], [72, S. 98–103]:

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \iiint_{V_q} \frac{\rho(\mathbf{r}_q)}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_q\|_2} dV_q. \quad (3.36)$$

Ähnlich zu [72, S. 81–83] folgt für das elektrische Skalarpotenzial:

$$\varphi(\mathbf{r}') = -\frac{1}{j\omega} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon} \left( \frac{1}{r'_+} - \frac{1}{r'_-} \right) \cdot I_q. \quad (3.37)$$

Entsprechend (3.30) lässt sich der Quellenanteil  $\mathbf{E}'_Q(\mathbf{r}')$  des elektrischen Felds angeben als

$$\mathbf{E}'_{\mathbf{Q}}(\mathbf{r}') = -\frac{1}{j\omega} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon} \underbrace{\left( \frac{1}{(r'_+)^3} \begin{bmatrix} r'_x + \frac{l_{\text{seg}}}{2} \\ r'_y \\ r'_z \end{bmatrix} - \frac{1}{(r'_-)^3} \begin{bmatrix} r'_x - \frac{l_{\text{seg}}}{2} \\ r'_y \\ r'_z \end{bmatrix} \right)}_{=\Psi'_{\mathbf{E},\mathbf{Q}}(\mathbf{r}')} \cdot I_{\mathbf{Q}}. \quad (3.38)$$

Hierbei wird die Übertragungsfunktion  $\Psi'_{\mathbf{E},\mathbf{Q}}(\mathbf{r}')$  identifiziert, welche die Stromstärke  $I_{\mathbf{Q}}$  und die Feldstärke des Quellanteils in Bezug setzt.

Mit der Zusammenführung entsprechend (3.32) lässt sich auf Basis von (3.34) und (3.38) die resultierende Gesamtfeldstärke des elektrischen Felds für den allgemeinen Fall aus Abbildung 3-3(b) angeben:

$$\mathbf{E}(\mathbf{p}_b) = \underbrace{\mathbf{R}_z(\phi)\mathbf{R}_y(-\theta)}_{=\Psi_{\mathbf{E}}^{\text{QSM}}(\mathbf{p}_b, \mathbf{p}_q, \mathbf{e}_q)} \left( \Psi'_{\mathbf{E},\mathbf{Q}}(\mathbf{r}') + \Psi'_{\mathbf{E},\mathbf{W}}(\mathbf{r}') \right) \cdot I_{\mathbf{Q}}. \quad (3.39)$$

Hierbei gilt die Identität (3.22) für  $\mathbf{r}'$ . In (3.39) wird die Übertragungsfunktion  $\Psi_{\mathbf{E}}^{\text{QSM}}(\mathbf{p}_b, \mathbf{p}_q, \mathbf{e}_q)$  abgelesen, die der Form (2.17a) genügt, und mit welcher das inverse Problem konkret formuliert werden kann.

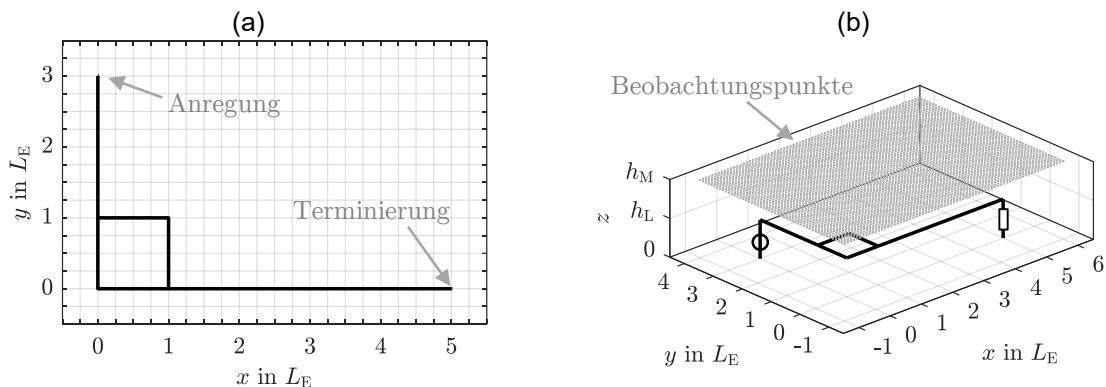
### 3.4 Auslegung und Validierung der Feldmodelle

Die oben eingeführten Feldmodelle weisen inhärente Modellierungsfehler auf. Das Dipolmodell bildet das Feld anhand von Punktquellen nach und beim quasistatischen Feldmodell werden die Effekte des Verschiebungsflusses vernachlässigt. In diesem Unterkapitel werden daher die Feldmodelle hinsichtlich ihrer Eignung für die Stromrekonstruktion analysiert und Kriterien erarbeitet, die eine gute Feldnachbildung im Nahbereich der Leiterplatte sicherstellen.

Im nachfolgenden Abschnitt werden für diese Untersuchungen eine flexible Teststruktur sowie geeignete Bewertungskriterien eingeführt. Anschließend werden die elektromagnetischen Felder dieser Teststruktur mit den eingeführten Feldmodellen approximiert und bewertet. Hierbei wird der Einfluss von verschiedenen Parametern untersucht. Auf dieser Grundlage wird in Abschnitt 3.4.4 die Formulierung eines Kriteriums für die Auslegung der Feldmodelle erarbeitet. Dieses Kriterium zur Auslegung wird abschließend validiert.

#### 3.4.1 Teststruktur zur Untersuchung der Feldmodelle

Für alle Untersuchungen in diesem Unterkapitel wird die in Abbildung 3-5 dargestellte Teststruktur verwendet, die sich am grundsätzlichen Aufbau einer Leiterplatte



**Abbildung 3-5: Darstellung der Referenzstruktur in der Draufsicht (a) sowie in einer perspektivischen Ansicht mit der Darstellung der verwendeten Messpunkte (b).**

orientiert. Indem die Beeinflussung durch ein Leiterplattensubstrat vernachlässigt wird und die Leiterbahnen sowie Vias mit Rundleitern nachgebildet werden, wird der Aufbau zusätzlich idealisiert. Der Radius der Rundleiter beträgt 0,01 mm. Um diesen Aufbau flexibel als Nachbildung von sowohl großen als auch kleinen Strukturen nutzen zu können, wird die Geometrie anhand von Parametern beschrieben. Dabei werden die horizontalen Ausdehnungen der Strukturen in der Längeneinheit  $L_E$  angegeben, wie in Abbildung 3-5(a) dargestellt ist. Für diese Längeneinheit  $L_E$  wird in den nachfolgenden Untersuchungen eine konkrete Länge gewählt. Die Leiterhöhe wird mit dem Parameter  $h_L$  beschrieben (vgl. Abbildung 3-5(b)). Ähnlich zu einer Leiterplatte sind die horizontalen Leiter über vertikale Verbindungselemente mit einer idealen Massefläche verbunden, welche in der  $x$ - $y$ -Ebene bei  $z = 0$  liegt. Auf diesen vertikalen Elementen befinden sich entsprechend der Beschriftung in Abbildung 3-5(a) eine ideale Spannungsquelle (1 V) zur Anregung der Struktur und eine Terminierung durch einen Widerstand ( $100 \Omega$ ).

Für die Analysen der Feldmodelle wird das elektrische und magnetische Nahfeld an Punkten ausgewertet, die auf einer planaren Fläche über dieser Struktur liegen. Diese Fläche ist parallel zur Massefläche ausgerichtet und in Abbildung 3-5(b) durch graue Punkte dargestellt. Die Höhe der Fläche gegenüber der Massefläche wird mit der Messpunkthöhe  $h_M$  angegeben. Die Punkte zur Auswertung liegen in  $x$ -Richtung zwischen  $-L_E$  und  $6 L_E$  und in  $y$ -Richtung zwischen  $-L_E$  und  $4 L_E$ . Zueinander haben die Punkte einen äquidistanten Abstand von  $L_E/10$ .

Zur Anwendung der Feldmodelle muss die Struktur segmentiert werden, wobei auch die Segmentierung anhand von Parametern erfolgt. Die ganzzahlige Diskretisierungszahl  $D_H$  gibt an, in wie viele Segmente ein horizontales Leiterstück der Länge  $L_E$  aufgeteilt wird. Somit ergibt sich die Länge der Segmente von allen horizontalen Leitern zu

$$l_{\text{seg}} = \frac{L_E}{D_H}. \quad (3.40)$$

Ausgehend von dieser Segmentlänge wird die Segmentierung der vertikalen Leiter so gewählt, dass die Segmente auf diesen Abschnitten maximal gleich lang sind. Daraus ergibt sich für die Segmentierung der vertikalen Leiterelemente die Diskretisierungszahl  $D_V$  wie folgt:

$$D_V = \left\lceil \frac{h_L}{l_{\text{seg}}} \right\rceil. \quad (3.41)$$

Analog zu (3.40) ergibt sich damit die Segmentlänge für die vertikalen Leiter aus dem Quotienten der Leiterhöhe  $h_L$  und der Diskretisierungszahl  $D_V$ . Dabei ist aufgrund der Wahl von (3.41) die Segmentlänge der vertikalen Leiter kleiner-gleich der Segmentlänge der horizontalen Leiter.

Um für die Teststruktur eine Referenzlösung zu bestimmen, wird der Feldsimulator CONCEPT-II [73] verwendet. Mit diesem Tool werden auf Basis der Momentenmethode zu einer vorgegebenen Frequenz die Felddaten an den Punkten auf der Fläche bei  $z = h_M$  sowie die Stromverteilung in allen Leitern berechnet. Dabei wird die Stromverteilung auf der Leiterstruktur durch sogenannte Basisfunktionen repräsentiert. Die Anzahl und Verteilung dieser Basisfunktionen wird identisch zu der oben eingeführten Segmentierung der Leiterstruktur gewählt, sodass sich die simulierten Stromamplituden der Basisfunktionen als Segmentströme interpretieren lassen. Dementsprechend werden die simulierten Stromverteilungen genutzt, um mithilfe der Feldübertragungsmatrixfunktionen  $\Psi_E$  und  $\Psi_H$  aus (2.20) das durch die Feldmodelle approximier

Nahfeld zu bestimmen. Die so berechneten Feldstärken werden mit den in CONCEPT-II simulierten Feldstärken verglichen, die als Referenzlösung betrachtet werden. Bei einer CONCEPT-II-Simulation wird gefordert, dass die Stromverteilung eines geradlinigen Leiters durch mindestens 3 Basisfunktionen nachgebildet werden soll [73, S. 7]. Da die Basisfunktionen in der Simulation und die Segmentierung der Anordnung identisch gewählt werden, folgt für die Diskretisierungszahlen  $D_H$  und  $D_V$  die Einschränkung, dass diese größer-gleich 3 sein müssen.

### 3.4.2 Kriterien zur Bewertung der Feldnachbildung

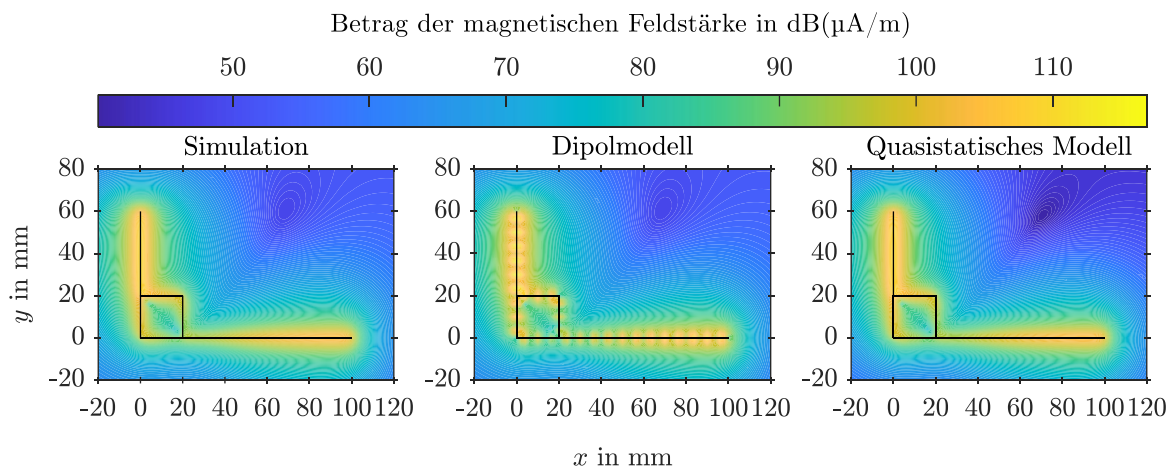
In diesem Abschnitt wird die oben eingeführte Teststruktur für einen exemplarischen Parametersatz ausgewertet und die mit dem Feldmodell bestimmte Feldnachbildung betrachtet. Anhand dieser Betrachtung werden die weiter unten genutzten Kriterien zur Bewertung der Feldnachbildung erarbeitet.

Für die exemplarische Auswertung wird die Teststruktur mit dem Parametersatz aus Tabelle 3-1 aufgebaut bzw. segmentiert. Aufgrund der kleinen Diskretisierungszahl  $D_H$ , die für dieses Szenario vorliegt, ist eine schlechte Approximation des Felds durch die Feldmodelle zu erwarten. Somit dient das Szenario dazu, die jeweiligen Schwächen der Feldmodelle zu illustrieren. In Abbildung 3-6 sind die mit der Simulation sowie die mit den Feldmodellen bestimmten Beträge der magnetischen Feldstärken exemplarisch dargestellt. Bei der Feldapproximation durch das Dipolmodell zeigt sich die elementare Eigenschaft, dass diese das Feld anhand von Punktquellen nachbilden. Entsprechend fallen insbesondere Fehler im Bereich der Leiterstruktur auf. Hingegen wird mit dem quasistatischen Modell das Magnetfeld an Orten fehlerhaft bestimmt, die weiter von der Leiterstruktur entfernt sind, wie bspw. im Bereich ( $x > 60$  mm)  $\wedge$  ( $y > 40$  mm). Dies lässt sich durch die Annahme von quasistatischen Verhältnissen bei der Entwicklung der Feldmodelle erklären.

In Orientierung an diesen Schwächen werden Bewertungskriterien entwickelt, mit denen die einzelnen Komponenten des elektromagnetischen Felds bewertet werden. Zu diesem Zweck wird die allgemeine Feldkomponente  $f^{(\cdot)}$  mit der Identität

**Tabelle 3-1: Parametersatz zur exemplarischen Untersuchung der Teststruktur.**

$L_E$	$h_L$	$h_M$	$D_H$	Frequenz
20 mm	2 mm	4 mm	3	1 GHz



**Abbildung 3-6: Exemplarische Darstellung der magnetischen Feldstärke der Teststruktur zur Untersuchung der Feldapproximation für den Parametersatz aus Tabelle 3-1.**

$$\mathbf{f}^{(\cdot)} = [f_1^{(\cdot)} \quad f_2^{(\cdot)} \quad \dots \quad f_N^{(\cdot)}]^T, \quad N = 71 \cdot 51 \quad (3.42)$$

eingeführt. Dabei ergibt sich  $N$  entsprechend des oben definierten Gitters von Punkten, an denen die Felddaten bestimmt werden (vgl. Abschnitt 3.4.1). Um zu notieren, ob es sich bei der angegebenen Feldkomponente um simulierte oder approximierte Felddaten handelt, werden die folgenden Bezeichnungen an der hochgestellten Position verwendet:

- REF: in CONCEPT-II simulierte Referenzdaten
- DIP: mit dem Dipolmodell approximierte Felddaten
- QSM: mit dem quasistatischen Modell approximierte Felddaten

Für die Auslegung der Bewertungskriterien ist zu beachten, dass die Feldkomponenten unterschiedliche Größenordnungen haben können. Daneben liegen auch unterschiedliche Einheiten beim Vergleich von elektrischen und magnetischen Felddaten vor. Daher werden die Felddaten normiert, um die Vergleichbarkeit zu gewährleisten. Für diese Normierung ist zu berücksichtigen, dass die Fehler der Feldnachbildungen sowohl bei hohen Feldamplituden in der unmittelbaren Nähe der Leiter als auch bei schwächeren Feldstärken in weiterer Entfernung auftreten. Zusätzlich ist zu beachten, dass bei der Stromrekonstruktion das inverse Problem so gelöst wird, dass das Residuum minimiert wird und daher signifikant durch hohe Feldstärken beeinflusst werden kann. Vor dem Hintergrund wird eine Normierung mit einem globalen Wert anstelle von lokalen Bezugswerten verwendet, da so Abweichungen bei schwachen Feldamplituden weniger ins Gewicht fallen. Aus Gründen der Anschaulichkeit wird als Skalierungsfaktor die maximale simulierte Feldstärke der betrachteten Feldkomponente verwendet.

Um den Fehler der Feldnachbildung zu bewerten, wird der Fehlervektor  $\Delta \mathbf{f}^{\{\text{DIP}, \text{QSM}\}}$  eingeführt, der an jedem Beobachtungspunkt die normierte Differenz zwischen der approximierten und der simulierten Feldstärke angibt:

$$\Delta \mathbf{f}^{\{\text{DIP}, \text{QSM}\}} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta f_n^{\{\text{DIP}, \text{QSM}\}} \\ \vdots \end{bmatrix} = \frac{1}{\max |f_n^{\text{REF}}|} \begin{bmatrix} \vdots \\ |f_n^{\{\text{DIP}, \text{QSM}\}} - f_n^{\text{REF}}| \\ \vdots \end{bmatrix}. \quad (3.43)$$

Die so beschriebenen Fehler der Feldnachbildungen werden untersucht, indem die Mittelwerte („mean“) und Maximalwerte („max“) bestimmt werden. Damit folgt als Bewertungskriterien die mittlere Abweichung als

$$\text{err}_{\text{mean}}(\mathbf{f}, \{\text{DIP}, \text{QSM}\}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta f_i^{\{\text{DIP}, \text{QSM}\}} \quad (3.44)$$

und die maximale Abweichung mit

$$\text{err}_{\text{max}}(\mathbf{f}, \{\text{DIP}, \text{QSM}\}) = \max_{i=1, \dots, N} (\Delta f_i^{\{\text{DIP}, \text{QSM}\}}). \quad (3.45)$$

Um mehrere Komponenten gleichzeitig zu bewerten, werden zusätzlich

$$\text{err}_{\text{mean}}(\mathbf{f}_1 \& \mathbf{f}_2 \& \dots \& \mathbf{f}_N, \{\text{DIP}, \text{QSM}\}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{err}_{\text{mean}}(\mathbf{f}_i, \{\text{DIP}, \text{QSM}\}) \quad (3.46)$$

und

$$\text{err}_{\text{max}}(\mathbf{f}_1 \& \mathbf{f}_2 \& \dots \& \mathbf{f}_N, \{\text{DIP}, \text{QSM}\}) = \max_{i=1, \dots, N} (\text{err}_{\text{max}}(\mathbf{f}_i, \{\text{DIP}, \text{QSM}\})) \quad (3.47)$$

eingeführt.

### 3.4.3 Qualitativer Einfluss der Segmentierung und Frequenz auf die Feldnachbildung

In diesem Abschnitt werden die grundlegenden Einflussfaktoren untersucht, durch welche sich die Qualität der Feldnachbildung von den eingeführten Feldmodellen ergibt. Hierzu werden die betrachteten Einflussfaktoren zunächst herausgearbeitet. Im Rahmen von Parameterstudien werden dann die Einflüsse dieser Faktoren qualitativ untersucht. Als Ergebnis folgt eine Einschätzung über die Eignung der Modelle, um anhand dieser das inverse Problem zur Stromrekonstruktion aufzubauen.

Ein elementarer Einflussfaktor für die Qualität der Feldnachbildung ist die Entfernung zwischen der Feldursache und dem Beobachtungsort. Diese Entfernung wird dabei, ähnlich wie bei Antennen, anhand einer elektrischen Länge betrachtet, die sich z. B. nach [74, S. 3.1-3.2] als Quotient aus dem geometrischen Abstand und der Wellenlänge der betrachteten Felder ergibt. Die Untersuchung dieses Einflussfaktors kann dementsprechend anhand von Parameterstudien über den geometrischen Abstand oder die Wellenlänge bzw. Frequenz erfolgen. Dabei ist die Untersuchung insbesondere für das quasistatische Modell von Interesse, da die für die Herleitung getroffene Annahme über quasistatische Verhältnisse lediglich für elektrisch kurze Abstände zulässig ist.

Ein weiterer Einflussfaktor zeigt sich bei der mit dem Dipolmodell approximierten Feldverteilung in Abbildung 3-6. Aufgrund der grob gewählten Segmentierung sind Fehler in der Nähe der Leiterstruktur zu beobachten, die jedoch mit zunehmendem Abstand zu den Leitern abnehmen. Ebenso ist zu erwarten, dass der Fehler im Bereich der Leiterstruktur geringer wird, wenn die Leiterstruktur mit einer größeren Anzahl von Segmenten nachgebildet wird. Entsprechend wird die Relation zwischen Segmentierung und Beobachtungsabstand als weiterer Einflussfaktor identifiziert.

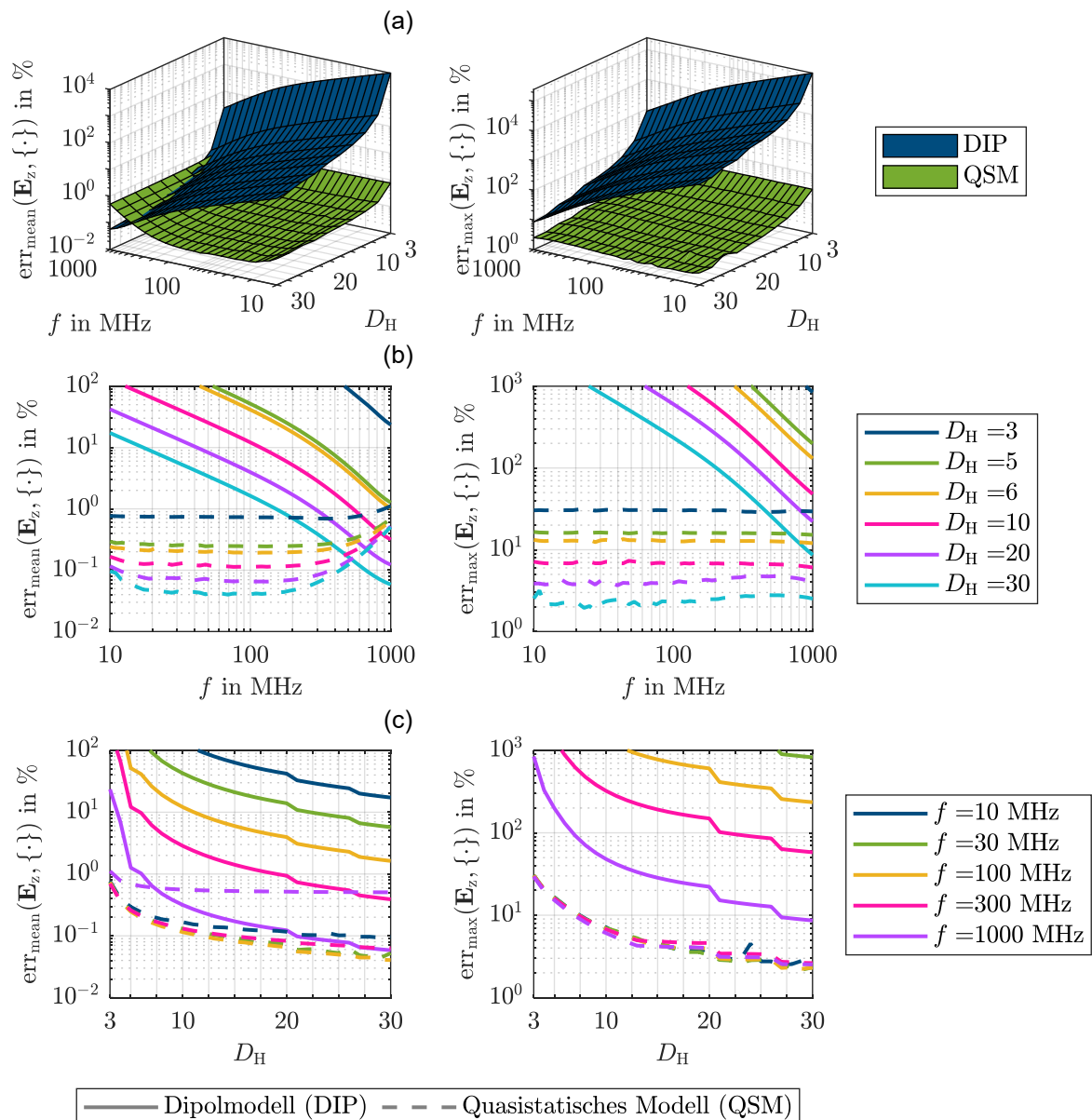
Für beide der oben beschriebenen Einflussfaktoren ist der geometrische Abstand zwischen den Feldquellen und den Beobachtungspunkten eine relevante Größe. Um dennoch beide Einflussfaktoren unabhängig voneinander zu untersuchen, werden Parameterstudien über die Frequenz und die Segmentierung mit einem konstanten Beobachtungsabstand durchgeführt. Alle weiteren Parameter der Teststruktur werden so gewählt, dass sich realistische Szenarien für die Nahfelduntersuchung einer Leiterplatte ergeben. Die so gewählten Parameter der Teststruktur sowie die untersuchten Parameterräume für Frequenz und Segmentierung sind in Tabelle 3-2 gelistet.

Wie in Kapitel 2 ausgeführt, werden in dieser Arbeit für die Stromrekonstruktion die horizontalen Komponenten des Magnetfelds und die vertikalen Komponenten des elektrischen Felds als Datengrundlage verwendet. Daher wird im Folgenden die Qualität der Approximation dieser Komponenten durch die Feldmodelle untersucht.

Zunächst werden in Abbildung 3-7 die Abweichungen bezüglich der vertikalen Komponente des elektrischen Felds betrachtet. In Teilbild (a) ist zu erkennen, dass die minimalen und maximalen Abweichungen beider Modelle grundsätzlich bei einer feineren Segmentierung abnehmen. Jedoch sind für die Feldmodelle verschiedenartige Frequenzabhängigkeiten zu beobachten. Wie in Abbildung 3-7(b) dargestellt ist, nehmen die Abweichungen des Dipolmodells mit zunehmender Frequenz ab. Dem gegenüber sind für das quasistatische Modell die maximalen Abweichungen nahezu

**Tabelle 3-2: Parameter der Teststruktur für die Parameterstudie über die Segmentierung und die Frequenz.**

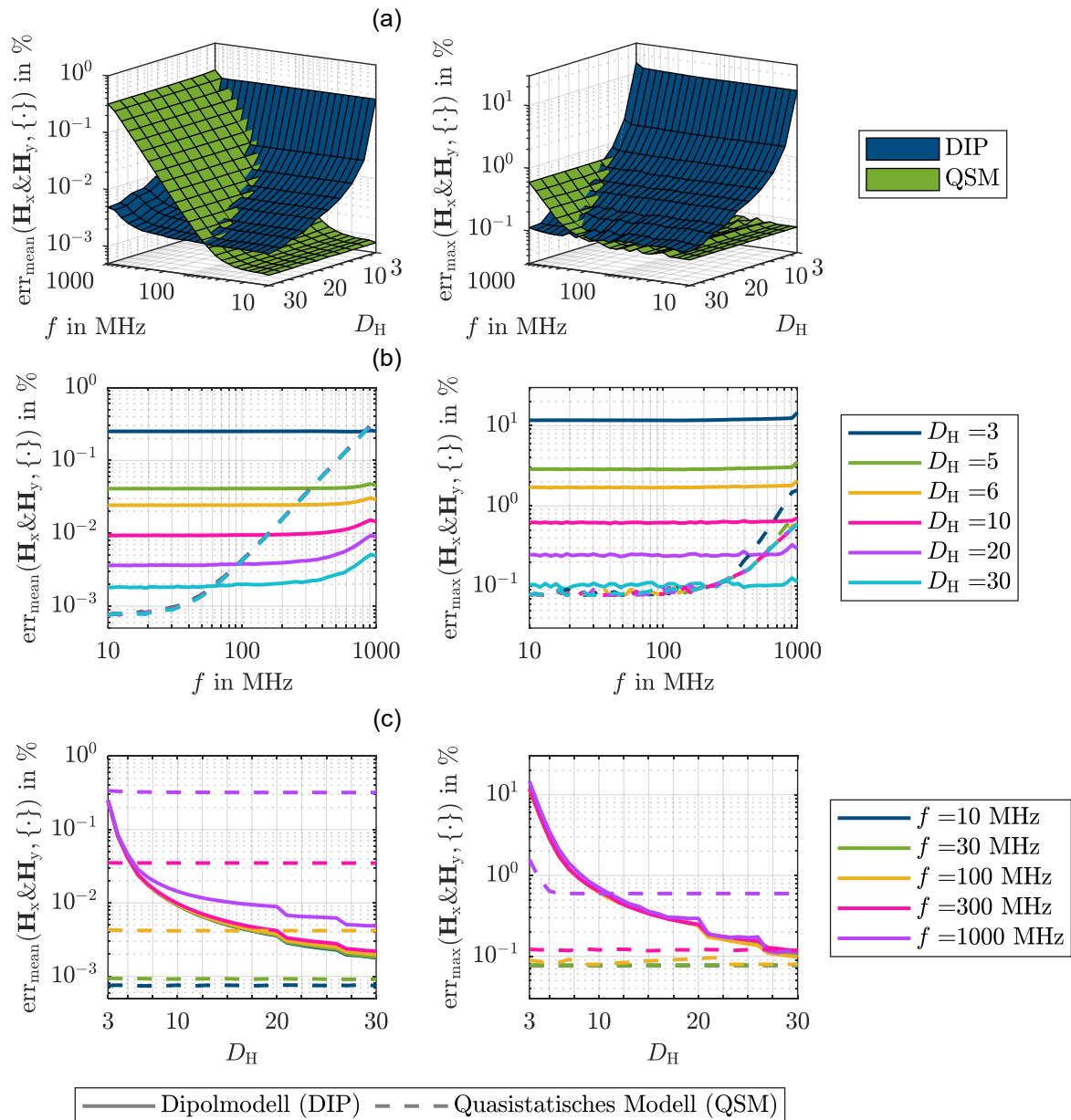
$L_E$	$h_L$	$h_M$	$D_H$	Frequenz
10 mm	1,5 mm	4 mm	3 ... 30	10 MHz ... 1 GHz



**Abbildung 3-7: Mittlere und maximale Abweichungen der Feldapproximationen der vertikalen Komponente des elektrischen Felds für die Parameter aus Tabelle 3-2.**

frequenzunabhängig und die mittleren Abweichungen nehmen für höhere Frequenzen zu. In diesem Zusammenhang ergeben sich Konstellationen, bei denen die mittlere Abweichung des quasistatischen Modells größer ist als die des Dipolmodells. Hierbei liegen die Abweichungen des quasistatischen Modells jedoch unterhalb von 1 %. Dieser Fehler wird als akzeptabel angesehen. In Abbildung 3-7(c) ist die Abhängigkeit der Abweichungen über die gewählte Segmentierung dargestellt, welche mit der Diskretisierungszahl  $D_H$  angegeben ist. Mit Ausnahme der mittleren Abweichung bei 1000 MHz zeigt sich für das quasistatische Modell eine vernachlässigbare Frequenzabhängigkeit. Aufgrund dieses Vorteils und den grundsätzlich geringen Abweichungen im gesamten betrachteten Parameterraum wird daher das quasistatische Modell zur Approximation der vertikalen elektrischen Feldstärke im Nahfeld empfohlen.

Die Abweichungen der Modelle für die horizontalen Komponenten des magnetischen Felds werden in analoger Form untersucht und sind in Abbildung 3-8 dargestellt. Anders als für das elektrische Feld sind in Teilbild (a) Fälle zu beobachten, in denen entweder das Dipolmodell oder das quasistatische Modell eine geringere Abweichung



**Abbildung 3-8: Mittlere und maximale Abweichungen der Feldapproximationen der horizontalen Komponenten des magnetischen Felds für die Parameter aus Tabelle 3-2.**

bestimmen. In Abbildung 3-8(b) und (c) ist für das Dipolmodell zu sehen, dass die maximale Abweichung nahezu frequenzunabhängig ist und lediglich von der Segmentierung abhängt. Ähnliches spiegelt sich in der mittleren Abweichung wider. Umgekehrt zeigt sich für die Abweichungen des quasistatischen Modells eine Frequenzabhängigkeit und eine Unabhängigkeit von der Segmentierung. Dabei sind die Abweichungen beider Modelle gering, sofern eine hinreichend feine Segmentierung (mit z. B.  $D_H > 10$ ) vorliegt. Um magnetische Nahfelder nachzubilden, wird im Weiteren das Dipolmodell verwendet, da dieses bezüglich der Segmentierung und Frequenz ein ähnliches Verhalten wie das quasistatische Modell für das elektrische Feld aufweist. Diese Kombination der Feldmodelle bietet damit den Vorteil, dass bei einer hinreichend feinen Segmentierung eine gute Nachbildung der Nahfelder für alle relevante Frequenzen zu erwarten ist. Somit ist es möglich, das inverse Problem zur Stromrekonstruktion für alle Untersuchungsfrequenzen mit derselben Segmentierung der Leiterstruktur aufzustellen.

### 3.4.4 Entwicklung eines Kriteriums zur Auslegung der Feldmodelle

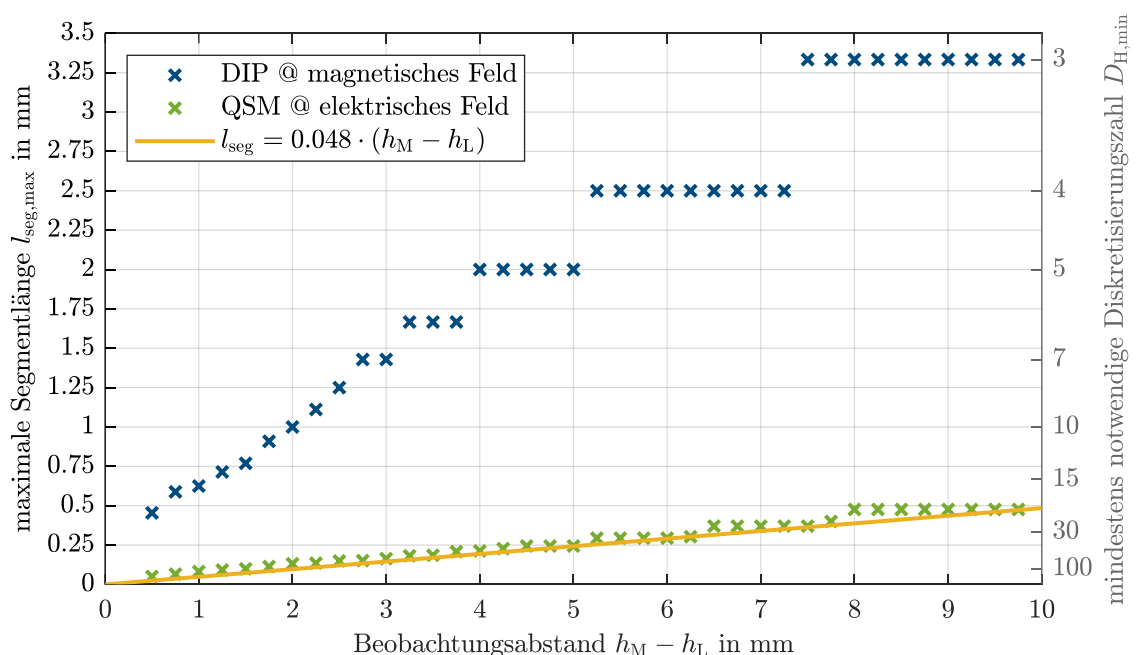
Hier werden die Untersuchungen des vorangegangenen Abschnitts fortgesetzt und diskutiert, wie die Segmentierung zu wählen ist, um mit der vorgeschlagenen Feldmodellkombination eine gute Feldnachbildung zu erreichen. Als Ergebnis folgt ein Kriterium zur Auslegung der Feldmodelle bzw. der Segmentierung der Leiterstruktur, das beim Formulieren des inversen Problems der Stromrekonstruktion zu berücksichtigen ist. Es werden die maximalen Abweichungen entsprechend (3.45) und (3.47) für das horizontale magnetische Feld und das vertikale elektrische Feld untersucht. Wie im Abschnitt zuvor erläutert, sind die Abweichungen von dem Beobachtungsabstand und von der Segmentierung abhängig. Dies motiviert die Untersuchung beider Größen in einer Parameterstudie, um ein Kriterium zur Wahl einer geeigneten Segmentierung zu formulieren. Dementsprechend wird für diese Untersuchung die Teststruktur mit den Parametern aus dem Abschnitt zuvor aufgegriffen, wobei die Messpunkthöhe  $h_M$  und die Diskretisierungszahl  $D_H$  variiert werden. Da keine signifikante Frequenzabhängigkeit für die vorgeschlagene Feldmodellkombination zu beobachten ist, werden die Feldnachbildungen für eine exemplarische Frequenz bestimmt und ausgewertet. In Tabelle 3-3 sind die konkreten Parameter der Teststruktur und die betrachteten Parameterräume angeben.

Bei der Parameterstudie wird so vorgegangen, dass für jede Messpunkthöhe die Segmentierung der Teststruktur so lange verfeinert bzw. die Diskretisierungszahl so lange erhöht wird, bis die maximalen Abweichungen folgende Bedingungen erfüllen:

$$\begin{aligned}
 & \text{(a) } \text{err}_{\max}(\mathbf{H}_x \& \mathbf{H}_y, \text{DIP}) \leq 1 \%, \\
 & \text{(b) } \text{err}_{\max}(\mathbf{E}_z, \text{QSM}) \leq 1 \%.
 \end{aligned}
 \tag{3.48}$$

**Tabelle 3-3: Parameter der Teststruktur für die Parameterstudie zur Bestimmung einer hinreichenden Diskretisierung.**

$L_E$	$h_L$	$h_M$	$D_H$	Frequenz
10 mm	1,5 mm	0,5 mm ... 10 mm	3 ... 265	100 MHz



**Abbildung 3-9: Maximal zulässige Segmentlänge bzw. erforderliche Diskretisierungszahl zur Segmentierung der Feldmodelle in Abhängigkeit vom Beobachtungsabstand.**

Die so ermittelten notwendigen Diskretisierungszahlen  $D_{H,\min}$  für das Dipolmodell (zur Nachbildung des Magnetfelds) und des quasistatischen Modells (zur Nachbildung des elektrischen Felds) sind in Abbildung 3-9 dargestellt. Zusätzlich werden die Diskretisierungszahlen entsprechend (3.40) in maximal zulässige Segmentlängen  $l_{\text{seg,max}}$  umgerechnet. Diese Ergebnisse werden über den Beobachtungsabstand angegeben, der sich als Differenz aus der Messpunkthöhe  $h_M$  und der Leiterhöhe  $h_L$  ergibt.

Grundsätzlich ist zu beobachten, dass zur Nachbildung des elektrischen Felds eine feinere Segmentierung erforderlich ist als zur Nachbildung des magnetischen Felds. Unter der Annahme, dass die Feldnachbildung beider Modelle auf derselbe Segmentierung basiert, sind die Ergebnisse des quasistatischen Modells entscheidend für die Formulierung eines Kriteriums zur Auslegung. Des Weiteren ist zu sehen, dass bei kleineren Beobachtungsabständen eine feinere Segmentierung notwendig ist. Dabei zeichnet sich insbesondere für das quasistatische Modell ein nahezu lineares Verhältnis zwischen dem Beobachtungsabstand und der maximalen Segmentlänge ab. An dieser Beobachtung orientiert, wird eine lineare Funktion bestimmt, welche diese Beziehung widerspiegelt und die zulässige Segmentlänge nach oben hin beschränkt:

$$l_{\text{seg}} \leq c_s \cdot (h_M - h_L), \quad c_s \in \mathbb{R}. \quad (3.49)$$

Zur Bestimmung der Steigung  $c_s$  wird für alle in Abbildung 3-9 dargestellten Datenpunkte der Quotient aus Segmentlänge und Beobachtungsabstand bestimmt und der kleinste dabei gefundene Wert als Steigung  $c_s$  verwendet:

$$\begin{aligned} c_s &= \min \left( \frac{l_{\text{seg,max}}}{h_M - h_L} \right) \\ &= \frac{1000}{20625} \approx 0,048. \end{aligned} \quad (3.50)$$

In Abbildung 3-9 ist für die gefundene Steigung der Graph von der mit (3.49) beschriebenen Grenze dargestellt. Diese Bedingung wird in dieser Arbeit als Kriterium zur Segmentierung der Leiterstruktur verwendet.

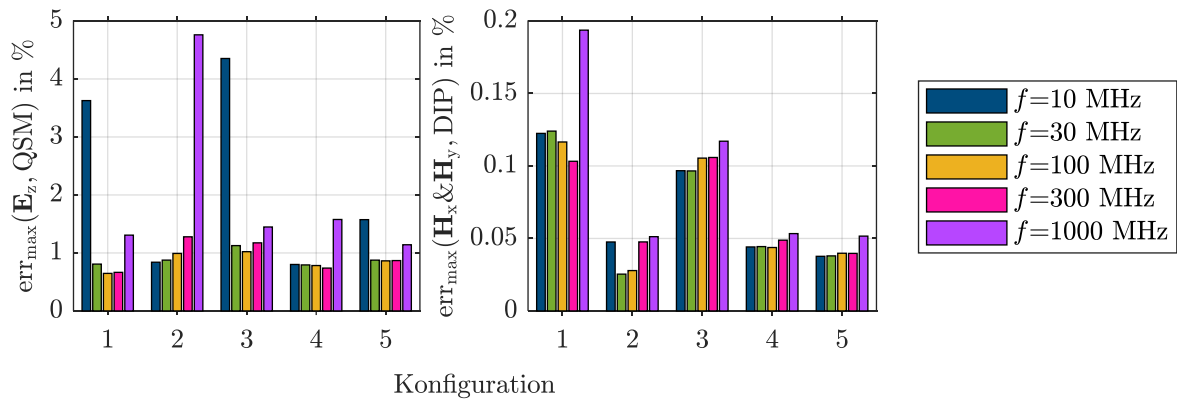
### 3.4.5 Validierung der nach dem Kriterium ausgelegten Feldmodelle

Das Kriterium für die Segmentierung der Leiterstruktur bzw. der Auslegung der Feldmodelle wird oben anhand einer exemplarischen Struktur entwickelt. In diesem Abschnitt wird diskutiert, ob dieses Vorgehen allgemein auch für andere Strukturen zu validen Feldmodellen führt.

Hierzu wird die Qualität der Feldnachbildung für fünf exemplarische Konfigurationen der Teststruktur untersucht. Die Parameter dieser Konfigurationen sind in Tabelle 3-4 gelistet. Gegenüber dem in Tabelle 3-3 beschriebenen Aufbau sind die hier betrachteten Strukturen ausgedehnter (Konfiguration 1 und 2) bzw. kompakter (Konfiguration 3, 4 und 5) aufgebaut. Dabei werden die Felddaten zu verhältnismäßig kurzen (Konfiguration 1 und 3) und weiten (Konfiguration 2 und 4) Beobachtungsabständen ausgewertet. Gemäß (3.49) wird die Segmentierung in Form der Diskretisierungszahl  $D_H$  gewählt, wobei  $D_H$  ggf. aufgerundet wird.

**Tabelle 3-4: Parameter der Konfigurationen für die Untersuchung zur Validierung der Feldmodelle mit Auslegung nach Segmentierungskriterium.**

Konfiguration	1	2	3	4	5
$L_E$ in mm	20	20	5	5	2
$h_L$ in mm	3	3	0,5	0,5	0,5
$h_M$ in mm	5	10	2	8	4



**Abbildung 3-10: Maximale Abweichungen der Feldapproximationen bei verschiedenen exemplarischen Frequenzen für die in Tabelle 3-4 gelisteten Konfigurationen.**

Die Qualität der Feldnachbildung wird wie im Abschnitt zuvor durch die maximalen Abweichungen der vertikalen Komponenten des elektrischen Felds sowie der horizontalen Komponente des magnetischen Felds quantifiziert. Diese Abweichungen sind für verschiedene Untersuchungsfrequenzen in Abbildung 3-10 dargestellt. Für das magnetische Feld sind nur vernachlässigbare Abweichungen zu beobachten. Bei der Nachbildung des elektrischen Felds sind die Abweichungen größer. Insbesondere zeigen sich für sehr niedrige Frequenzen bei kurzen Beobachtungsabständen (Konfiguration 1 und 3) sowie bei hohen Frequenzen und einem weiteren Beobachtungsabstand (Konfiguration 2) Schwächen. Da jedoch für alle Konfigurationen der maximale Fehler unterhalb von 5 % liegt, werden die eingeführten Modelle sowie das erarbeitete Kriterium zur Auslegung als hinreichend geeignet eingestuft.

### 3.5 Modell zur Bestimmung des Fernfelds

Die Formulierung der Feldmodelle  $\Psi_E$  und  $\Psi_H$  in (2.20) lässt sich nicht nur zur Beschreibung des Nahfelds der untersuchten Leiterplatte verwenden, um das inverse Problem zur Stromrekonstruktion aufzustellen. Ebenso können die Matrizen auch mit dem Ziel formuliert werden, die Feldstärke an einem beliebigen Punkt im Raum zu berechnen. Auf diese Weise ist es möglich, Aussagen über die Feldemission einer Leiterplatte auf Basis der rekonstruierten Stromverteilung zu treffen. Dabei eignen sich jedoch die in Kapitel 3.2 und 3.3 erarbeiteten Feldmodelle nur bedingt, um die elektromagnetischen Felder an einem beliebigen Ort zu bestimmen. Dies wird in diesem Abschnitt erläutert und es wird ein Modell präsentiert, das sich für die Berechnung des emittierten elektrischen Felds eignet.

Das Dipolmodell ist grundsätzlich geeignet, um die magnetische Feldstärke an einem beliebigen Punkt zu bestimmen. Insbesondere da klassische Leiterplattensubstrate eine relative Permeabilität von ca. 1 aufweisen, ist eine Beeinflussung durch das Leiterplattenmaterial nicht zu erwarten. Hingegen kann die elementare Annahme darüber, dass zwischen der Feldquelle und dem Beobachtungspunkt quasistatische Verhältnisse vorliegen, nicht allgemein erfüllt werden. Dementsprechend ist das quasistatische Feldmodell nicht geeignet, um die Emission von magnetischen Feldern zu berechnen.

Bei der Bestimmung von emittierten elektrischen Feldstärken versagen beide oben eingeführten Modelle, da diese jeweils die Permittivität des Leiterplattensubstrats vernachlässigen [64, S. 265], [75]. Aus diesem Grund wird für die Berechnung der elektrischen Felder im Fernfeld ein modifiziertes Dipolmodell eingeführt, das auf [76], [77]

basiert. Die Herleitung dieses modifizierten Modells erfolgt anhand des Reziprozitätstheorems und kann in [75], [78] nachvollzogen werden. Dabei wird davon ausgegangen, dass sich die Einkopplung des elektrischen Felds in die Leiterstruktur reziprok zur Emission der Feldstärke verhält. Hierbei verwenden [75], [78] jeweils die Beschreibung des elektrischen Felds als ebene Wellenfront. Entsprechend wird mit dem modifizierten Dipolmodell nur der Fernfeldanteil des elektrischen Felds beschrieben. Somit kann das Modell nicht zur Darstellung der elektrischen Felder im Nahbereich der Leiterplatte verwendet werden.

Entsprechend [75], [76], [77], [78] wird für das modifizierte Dipolmodell gefordert, dass sich in der  $x$ - $y$ -Ebene eine (PEC-)Massefläche befindet. Alle Leiterbahnen befinden sich auf der Höhe  $h_L$ . Die relative Permittivität des Leiterplattensubstrats ist  $\varepsilon_r$ .

Wie in Unterkapitel 3.2, erfolgt die geometrische Beschreibung des Modells mit (3.4) bis (3.7), wobei für  $\mathbf{r}$  die Einschränkung

$$r_z > 0 \quad (3.51)$$

gilt. Analog zu [76], [77] erfolgt die Darstellung des Modells in Kugelkoordinaten. Entsprechend werden die Winkel  $\phi'$  und  $\theta'$  eingeführt, um die Ausrichtung des Vektors  $\mathbf{r}$  zu beschreiben, mit dem relativ zum Segmentmittelpunkt die Position angegeben wird, an der die emittierte Feldstärke berechnet wird:

$$\begin{aligned} \text{(A)} \quad \phi' &= \text{atan2}(r_y, r_x), \\ \text{(b)} \quad \theta' &= \text{atan2}\left(\sqrt{r_x^2 + r_y^2}, r_z\right). \end{aligned} \quad (3.52)$$

Die Beschreibung des Stromsegmentes als Dipoltripel aus Abschnitt 3.2 wird aufgegriffen, um die hervorgerufenen Feldstärken zu bestimmen. Dementsprechend werden nachfolgend Teilmodelle eingeführt, die das Feld von Dipolen mit  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Orientierung beschreiben. Unter der Verwendung der Hilfsgrößen

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad R_v &= \frac{1 - \frac{jv}{\varepsilon_r \cos \theta'} \cdot \tan(\beta v h_L)}{1 + \frac{jv}{\varepsilon_r \cos \theta'} \cdot \tan(\beta v h_L)}, & \text{(b)} \quad R_h &= \frac{1 + \frac{jv}{\cos \theta'} \cdot \cot(\beta v h_L)}{1 - \frac{jv}{\cos \theta'} \cdot \cot(\beta v h_L)}, \\ \text{(c)} \quad v &= \sqrt{\varepsilon_r - \sin^2 \theta'} \end{aligned} \quad (3.53)$$

ergibt sich nach [76], [77] das elektrische Feld eines Dipols in  $x$ -Ausrichtung zu:

$$\mathbf{E}_x = \frac{j\omega\mu_0}{4\pi r} e^{-j\beta r} \cdot \underbrace{\left( (R_v - 1) \cos \theta' \cos \phi' \cdot \mathbf{e}_{\theta'} + (R_h + 1) \sin \phi' \cdot \mathbf{e}_{\phi'} \right)}_{=\Psi_x^{\text{FF}}} \cdot M_x. \quad (3.54)$$

Hierbei werden für die Richtungsvektoren  $\mathbf{e}_{\phi'}$  und  $\mathbf{e}_{\theta'}$  die kartesischen Identitäten

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \mathbf{e}_{\phi'} &= \begin{bmatrix} -\sin \phi' \\ \cos \phi' \\ 0 \end{bmatrix}, & \text{(b)} \quad \mathbf{e}_{\theta'} &= \begin{bmatrix} \cos \theta' \sin \phi' \\ \cos \theta' \cos \phi' \\ -\sin \theta' \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.55)$$

verwendet [79, S. 169–170]. In (3.54) wird die Übertragungsfunktion  $\Psi_x^{\text{FF}}$  identifiziert. Mit dieser wird die Feldstärke formuliert, die ein in  $y$ -Richtung orientierter Dipol hervorruft, indem die in Abschnitt 3.3.1 eingeführten Rotationsoperationen verwendet werden:

$$\mathbf{E}_y = \mathbf{R}_z \left( \frac{\pi}{2} \right) \cdot \underbrace{\Psi_x^{\text{FF}} \Big|_{\phi' \rightarrow \phi' - \frac{\pi}{2}}}_{=\Psi_y^{\text{FF}}} \cdot M_y. \quad (3.56)$$

Dabei wird die Übertragungsfunktion  $\Psi_y^{\text{FF}}$  isoliert. Entsprechend [76], [77] ergibt sich das hervorgerufene Feld von einem Dipol in  $z$ -Richtung mit

$$\mathbf{E}_z = \underbrace{\frac{j\omega\mu_0}{4\pi r} e^{-j\beta r} \cdot \cos(\beta v z') \cdot \frac{(R_h + 1) \sin \theta'}{\varepsilon_r \cos(\beta v h_L)}}_{=\Psi_z^{\text{FF}}} \cdot \mathbf{e}_{\theta'} \cdot M_z, \quad (3.57)$$

wobei mit  $z'$  die Höhe des Dipols über der Massefläche (bei  $z = 0$ ) angegeben wird. In dieser Gleichung wird die Übertragungsfunktion  $\Psi_z^{\text{FF}}$  abgelesen. Unter Berücksichtigung von (3.13) lässt sich damit die emittierte elektrische Feldstärke  $\mathbf{E}_{\text{FF}}$  als

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\text{FF}} &= [\Psi_x^{\text{FF}} \quad \Psi_y^{\text{FF}} \quad \Psi_z^{\text{FF}}] \cdot [M_x \quad M_y \quad M_z]^T \\ &= \underbrace{[\Psi_x^{\text{FF}} \quad \Psi_y^{\text{FF}} \quad \Psi_z^{\text{FF}}]}_{=\Psi_E^{\text{FF}}(\mathbf{p}_b, \mathbf{p}_q, \mathbf{e}_q)} \cdot \mathbf{e}_q \cdot l_{\text{seg}} \cdot I_q \end{aligned} \quad (3.58)$$

angeben. Damit folgt schließlich die Übertragungsfunktion  $\Psi_E^{\text{FF}}(\mathbf{p}_b, \mathbf{p}_q, \mathbf{e}_q)$  auf Basis der von [76], [77] eingeführten modifizierten Dipole. Diese lässt sich analog zu den bereits eingeführten Feldmodellen verwenden, um das emittierte elektrische Feld einer Leiterplatte zu berechnen.

---

## 4 Erweiterung des inversen Problems

Das in Abschnitt 2.3.2 eingeführte Konzept der Stromrekonstruktion wird in diesem Kapitel weiterentwickelt, indem das inverse Problem (2.29) um Informationen über die physikalisch möglichen Stromverteilungen auf Leiterplatten erweitert wird. Die Leitungstheorie dient dafür als Basis und wird dementsprechend im Unterkapitel 4.1 eingeführt. Anschließend wird gezeigt, wie mit der Beschreibung der Stromverteilung durch die Leitungstheorie die Freiheitsgrade des inversen Problems reduzierbar sind. Dazu wird im zweiten Unterkapitel eine entsprechende Erweiterung eingeführt, durch die grundsätzlich physikalische Stromverteilungen auf den Leiterbahnen gefordert werden, und welche darüber hinaus Aussagen über die Spannungsverteilung ermöglicht. Dazu ergänzend wird im dritten Unterkapitel gezeigt, wie mit den Kirchhoffschen Regeln die Topologie der Leiterstruktur berücksichtigt werden kann. Im abschließenden Unterkapitel 4.4 werden die eingeführten Erweiterungen validiert und ihr Vorteil gegenüber den klassischen Stromrekonstruktionsverfahren gezeigt.

### 4.1 Leitungstheorie

In diesem Unterkapitel werden die Grundlagen der Leitungstheorie eingeführt. Dazu wird zunächst erläutert, wie sich elektromagnetische Wellen entlang von Leitungen ausbreiten. Anschließend wird die Leitungstheorie zur Beschreibung dieser Größen entlang von Doppelleiterstrukturen vorgestellt. Danach wird die Leitungstheorie für Mehrleitersysteme eingeführt.

Die hier vorgestellten Modelle sind allgemein formuliert. Um sie für eine konkrete Leiterkonfiguration anzuwenden, werden weitere Berechnungsvorschriften zur Ermittlung von Leitungsbelägen benötigt. Die für diese Arbeit relevanten Berechnungsvorschriften sind in Anhang A.2 angegeben.

In diesem Unterkapitel wird analog zur Literatur angenommen, dass die betrachteten Leiterstrukturen in  $z$ -Richtung liegen. Es wird darüber hinaus gefordert, dass sich der Querschnitt der Leiter entlang der  $z$ -Achse nicht verändert. Für die Beschreibung mit der Leitungstheorie muss ein Referenzleiter gewählt werden. In dieser Arbeit ist dies stets eine unendlich weit ausgedehnte PEC-Massefläche.

#### 4.1.1 Wellenausbreitung auf Leitungen

Mit der Leitungstheorie wird die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen auf Leitungsstrukturen modelliert. Anhand der resultierenden Feldverteilung ergeben sich die Ströme und Spannungen auf den Leitungen. In diesem Abschnitt wird erläutert, in welcher Form diese Wellen auftreten und wie sie für die vorliegende Arbeit modelliert werden.

Entlang einer Leitungsstruktur enthält das elektromagnetische Feld grundsätzlich Feldkomponenten in alle Raumrichtungen [80], [81], [82]. Diese Ausbreitung der sogenannten Lecher-Wellen [18] oder hybriden Wellen [67], [83] lässt sich durch die Superposition von verschiedenen Moden modellieren. Dabei sind Moden jeweils ab spezifischen Grenzfrequenzen ausbreitungsfähig [18], [67], [71], [80], [81], [82], [83]. Die Grundwelle hat eine untere Grenzfrequenz von 0 Hz und besitzt unter idealen Voraussetzungen die Eigenschaft, dass nur transversal zur Leiterrichtung elektromagnetische Feldkomponenten auftreten, also eine TEM-Wellenausbreitung vorliegt [18], [80], [81], [82], [83]. Dies wird durch die klassische Leitungstheorie modelliert.

Bei Berücksichtigung von realen Materialeigenschaften wie z. B. der endlichen Leitfähigkeit von Leitern oder der Permittivität des Leiterplattensubstrats treten jedoch auch lateral zur Leiterichtung elektromagnetische Felder auf. Auch wenn die Feldstärken dieser Komponenten mit der Frequenz zunehmen [83], sind diese jedoch meist vernachlässigbar [71], [80], [81], [82], [83], [84]. In diesem Fall liegt eine Quasi-TEM-Wellenausbreitung vor, bei der sich die Felder, Ströme und Spannungen entlang der Leiter hinreichend genau durch die idealisierte TEM-Wellenausbreitung beschreiben lassen [18], [80], [81].

Mit zunehmender Frequenz werden höheren Moden der Wellenausbreitung ausbreitungsfähig [81], [82], [83]. Diese werden von der klassischen Leitungstheorie nicht berücksichtigt, wodurch entsprechende Modellierungen limitiert sind. Jedoch liegen die Grenzfrequenzen der höheren Moden für typische Leiterplattenstrukturen im Gigahertzbereich [71], [80]. Da in dieser Arbeit nur Frequenzen bis 1 GHz untersucht werden, ist die klassische Leitungstheorie als Modellgrundlage hinreichend.

#### 4.1.2 Leitungstheorie für Doppelleiterstrukturen (BTL)

Zunächst wird für den grundlegenden Fall einer Doppelleiterstruktur die Leitungstheorie eingeführt. Diese Anordnung wird im weiteren Verlauf der Arbeit mit „BTL“ (Basic Transmission-Line) bezeichnet. In Abbildung 4-1 ist diese Leitungsstruktur schematisch dargestellt, wobei der Referenzleiter als Massefläche ausgeführt ist. Die aus der Leitungstheorie resultierende Stromverteilung  $I(z)$  und Spannungsverteilung  $U(z)$  werden anhand der auftretenden Felder bestimmt (vgl. [67], [71], [80]).

Zunächst wird das Induktionsgesetz [71, Kap. 26.2] über die rechteckige Fläche  $A_R$  zwischen den Leitern entlang der Leitungslänge  $\Delta z$  ausgewertet:

$$\oint_{\partial A_R} \mathbf{E} \, ds = -j\omega \iint_{A_R} \mu \mathbf{H} \, dA. \quad (4.1)$$

Zur Auflösung des geschlossenen Linienintegrals auf der linken Seite werden die Spannungen verwendet, die sich am Rand der Fläche ergeben. Der Spannungsabfall entlang des Leiters wird durch das ohmsche Gesetz ausgedrückt. Hierfür wird der Widerstandsbelag  $R'$  eingeführt, welcher den Leiterwiderstand bezogen auf die Länge angibt. Es gilt

$$\oint_{\partial A_R} \mathbf{E} \, ds = -U(z) + \Delta z R' I(z) + U(z + \Delta z). \quad (4.2)$$

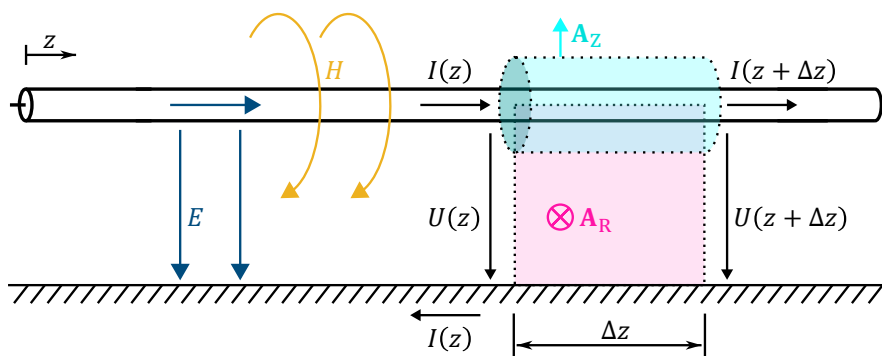


Abbildung 4-1: Schematische Darstellung einer Doppelleiterstruktur mit den auftretenden elektromagnetischen Feldern, den Flächen, die für die Herleitung der Telegraphengleichungen ausgewertet werden, und den auftretenden Strömen und Spannungen.

Dies wird (4.1) eingesetzt und die sich ergebende Gleichung wird umgeformt. Für das Ergebnis dieser Umformung wird der Grenzwert  $\Delta z \rightarrow 0$  bestimmt:

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{U(z + \Delta z) - U(z)}{\Delta z} = - \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \left( R' I(z) + j\omega \frac{1}{\Delta z} \iint_{A_R} \mu \mathbf{H} \, d\mathbf{A} \right). \quad (4.3)$$

Der Grenzwert für das Flächenintegral über das Magnetfeld wird als magnetischer Fluss  $\Psi'_M(z)$  an der Position  $z$  interpretiert. Dieser Fluss lässt sich entsprechend der Definition der Induktivität mit dem Strom  $I(z)$  und dem Induktivitätsbelag  $L'$  darstellen:

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta z} \iint_{A_R} \mu \mathbf{H} \, d\mathbf{A} = \Psi'_M(z) = L' I(z). \quad (4.4)$$

Damit folgt als Grenzwert von (4.3) die folgende Beziehung zwischen Strom und Spannung:

$$\frac{d}{dz} U(z) = -(R' + j\omega L') I(z). \quad (4.5)$$

Eine weitere Beziehung zwischen diesen Größen wird aus der Kontinuitätsgleichung abgeleitet. Diese wird über die geschlossene Zylinderoberfläche  $A_z$  in Abbildung 4-1 ausgewertet und auf die Leitungslänge  $\Delta z$  bezogen:

$$0 = \frac{1}{\Delta z} \oiint_{A_z} \mathbf{J} + j\omega \varepsilon \mathbf{E} \, d\mathbf{A}. \quad (4.6)$$

Das Integral wird in die Teilintegrale über die Stirnflächen  $A_{zS}$  und die Mantelfläche  $A_{zM}$  des Zylinders aufgeteilt. Auch für diese Gleichung wird später der Grenzwert  $\Delta z \rightarrow 0$  bestimmt. Entsprechend wird die Gleichung

$$0 = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta z} \iint_{A_{zS}} \mathbf{J} + j\omega \varepsilon \mathbf{E} \, d\mathbf{A} + \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta z} \iint_{A_{zM}} \mathbf{J} + j\omega \varepsilon \mathbf{E} \, d\mathbf{A} \quad (4.7)$$

im Weiteren betrachtet. Der Beitrag über die Stirnflächen wird durch die ein- und ausfließenden Ströme  $I(z)$  und  $I(z + \Delta z)$  dargestellt, wobei der Verschiebungsfluss im Leiter vernachlässigt wird:

$$\frac{1}{\Delta z} \iint_{A_{zS}} \mathbf{J} + j\omega \varepsilon \mathbf{E} \, d\mathbf{A} \approx \frac{I(z + \Delta z) - I(z)}{\Delta z}. \quad (4.8)$$

Die Beiträge der elektrischen Stromdichte  $\mathbf{J}$  und der Verschiebungsflussdichte  $j\omega \varepsilon \mathbf{E}$  zum Integral über die Mantelfläche werden getrennt voneinander betrachtet. Das Integral der Stromdichte  $\mathbf{J}$  über die Mantelfläche beschreibt den Ableitstrom zwischen den Leitern. Für den Grenzwert  $\Delta z \rightarrow 0$  wird dieser Ableitstrom an der Position  $z$  durch den Leitwertbelag  $G'$  und die Spannung  $U(z)$  repräsentiert:

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta z} \iint_{A_{zM}} \mathbf{J} \, d\mathbf{A} = G' U(z). \quad (4.9)$$

Das Integral über die Verschiebungsflussdichte entspricht für  $\Delta z \rightarrow 0$  dem elektrischen Fluss  $\Psi'_E(z)$ . Gemäß der Definition der Kapazität wird dieser Fluss durch den Kapazitätsbelag  $C'$  und die Spannung  $U(z)$  ausgedrückt:

$$\frac{1}{\Delta z} \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \iint_{A_M} \varepsilon \mathbf{E} \, d\mathbf{A} = \Psi'_E(z) = C' U(z). \quad (4.10)$$

Damit ergibt sich (4.7) zu

$$\frac{d}{dz} I(z) = -(G' + j\omega C') U(z). \quad (4.11)$$

Die Beziehungen (4.5) und (4.11) sind die verkoppelten Differenzialgleichungen zur Beschreibung der Strom- und Spannungsverteilung. Um ihre Verkopplung aufzulösen, werden die Gleichungen nach  $z$  differenziert und ineinander eingesetzt. Damit ergeben sich die Telegraphengleichungen [18], [80], [81], [82], [85]:

$$(a) \quad \frac{d^2}{dz^2} I(z) = \gamma^2 I(z), \quad (b) \quad \frac{d^2}{dz^2} U(z) = \gamma^2 U(z) \quad (4.12)$$

mit der Fortpflanzungskonstante  $\gamma$ , für welche

$$\gamma^2 = (R' + j\omega L')(G' + j\omega C') \quad (4.13)$$

gilt. Diese Fortpflanzungskonstante beschreibt die Ausbreitungseigenschaften der TEM-Wellen und damit die Form der Strom- und Spannungsverteilung entlang der Leitung. Dies zeigt sich in der allgemeinen Lösung von (4.12a), welche die Stromverteilung mit einer hinlaufenden Stromwelle  $I_h$  und einer rücklaufenden Stromwelle  $I_r$  beschreibt [18], [80], [81], [82], [85]:

$$I(z) = I_h e^{-\gamma z} - I_r e^{+\gamma z}. \quad (4.14)$$

Wird diese Lösung in (4.11) eingesetzt, folgt eine Beschreibung der Spannungsverteilung [18], [80], [81], [82], [85]:

$$U(z) = \frac{1}{Z_0} (I_h e^{-\gamma z} + I_r e^{+\gamma z}). \quad (4.15)$$

Hierbei wird die Wellenimpedanz  $Z_0$  verwendet:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}. \quad (4.16)$$

### 4.1.3 Leitungstheorie für Mehrleiterstrukturen (MTL)

Eine TEM-Wellenausbreitung kann auch für  $(n + 1)$  parallele Leiter beobachtet werden. Die Beschreibung dieser Wellenausbreitung und die damit einhergehende Verkopplung der Leiter wird in diesem Abschnitt eingeführt. Dabei gilt für die Anzahl der Leiter  $n \geq 1$ , wobei sich mit  $n = 1$  die oben behandelte BTL-Anordnung als Spezialfall ergibt. In dieser Arbeit werden Anordnungen mit  $n \geq 2$  als „MTL“ (Multiconductor Transmission-Line) bezeichnet.

Die Herleitung der MTL-Theorie erfolgt analog zur Herleitung der BTL-Theorie und wird anhand der schematischen Darstellung des  $(n + 1)$ -Leitersystems in Abbildung 4-2 vollzogen. Dabei ist der Leiter 0 der Referenzleiter, der in der Abbildung als Massefläche ausgeführt ist. Die Beschreibung der Strom- und Spannungsverteilung erfolgt zunächst für Leiter  $i$  und wird anschließend auf alle weiteren Leiter übertragen. Dabei erfolgt die Beschreibung wieder anhand der auftretenden Felder [80], [86].

Die Strom- und Spannungsverteilung des  $i$ . Leiters werden mit  $I_i(z)$  und  $U_i(z)$  bezeichnet. Um eine Beziehung zwischen diesen Größen zu finden, wird wie bei der BTL-

Theorie des Induktionsgesetzes für die Fläche  $A_{R,i}$  ausgewertet, die sich zwischen dem Leiter  $i$  und dem Referenzleiter aufspannt:

$$\oint_{\partial A_{R,i}} \mathbf{E} \, ds = -j\omega \iint_{A_{R,i}} \mu \mathbf{H} \, d\mathbf{A}. \quad (4.17)$$

Das Kurvenintegral über das elektrische Feld wird wie in (4.2) aufgelöst, wobei der Widerstandsbelag des  $i$ . Leiters mit  $R'_i$  bezeichnet wird. In (4.21) wird das Magnetfeld  $\mathbf{H}$  durch die Überlagerung der einzelnen Feldbeiträge  $\mathbf{H}_1, \dots, \mathbf{H}_n$  dargestellt, welche von den Leiterströmen  $I_1, \dots, I_n$  hervorgerufen werden. Entsprechend ergibt sich der magnetische Fluss zu

$$\iint_{A_{R,i}} \mu \mathbf{H} \, d\mathbf{A} = \iint_{A_{R,i}} \mu \sum_{k=1}^n \mathbf{H}_k \, d\mathbf{A} = \sum_{k=1}^n \left( \iint_{A_{R,i}} \mu \mathbf{H}_k \, d\mathbf{A} \right). \quad (4.18)$$

Analog zur Herleitung der BTL-Theorie wird der Grenzwert  $\Delta z \rightarrow 0$  von (4.21) untersucht. Dieser wird zunächst allgemein mit

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{U_i(z + \Delta z) - U_i(z)}{\Delta z} = - \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \left( R'_i I_i(z) + j\omega \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{\Delta z} \iint_{A_{R,i}} \mu \mathbf{H}_k \, d\mathbf{A} \right) \right) \quad (4.19)$$

angegeben. Um die einzelnen Flüsse in dieser Gleichung zu beschreiben, wird die Definition der Induktivität aus (4.4) aufgegriffen und verallgemeinert. Dementsprechend wird durch das Produkt aus Induktivitätsbelag  $L'_{ik}$  und Strom  $I_k(z)$  im  $k$ . Leiter der am Leiter  $i$  hervorgerufene magnetische Fluss beschrieben:

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta z} \iint_{A_{R,i}} \mu \mathbf{H}_k \, d\mathbf{A} = L'_{ik} I_k(z). \quad (4.20)$$

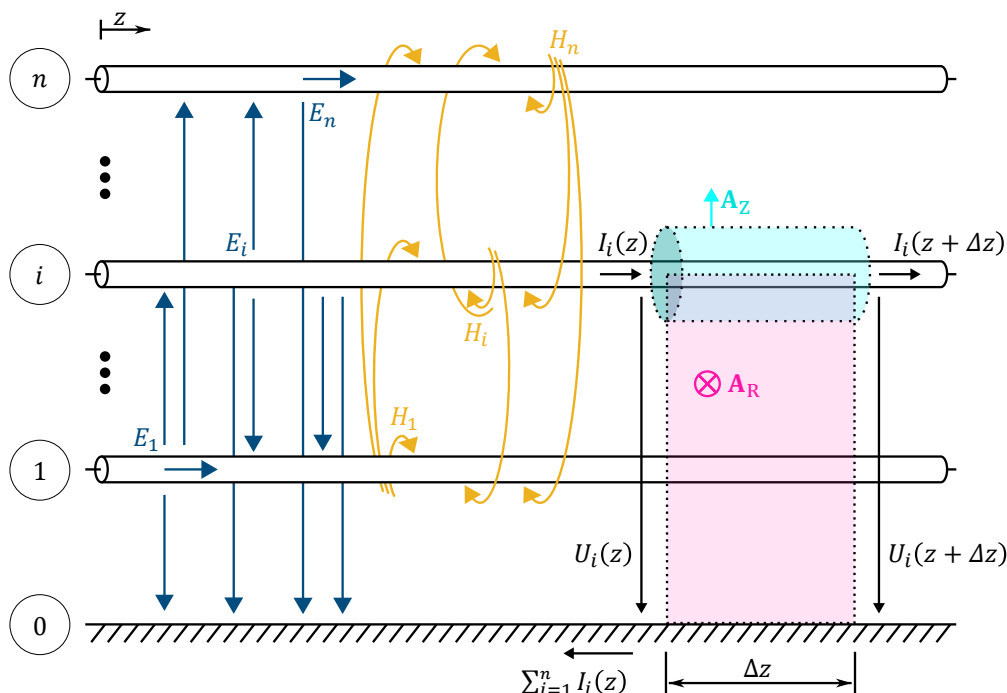


Abbildung 4-2: Schematische Darstellung eines  $(n + 1)$  Leitersystems mit den auftretenden elektromagnetischen Feldern, den Flächen, die für die Herleitung der Telegraphengleichungen genutzt werden und den Strömen und Spannungen für Leiter  $i$ .

Dabei wird zwischen der Eigeninduktivität (im Fall  $k = i$ ) und der Koppelinduktivität (im Fall  $k \neq i$ ) unterschieden. Der Grenzwert von (4.19) ergibt sich damit zu

$$\frac{d}{dz} U_i(z) = -R'_i I_i(z) - j\omega \left( \sum_{k=1}^n L'_{ik} I_k(z) \right) \quad (4.21)$$

und verallgemeinert folgt für alle Leiter:

$$\frac{d}{dz} \underbrace{\begin{bmatrix} U_1(z) \\ \vdots \\ U_n(z) \end{bmatrix}}_{=\mathbf{U}(z)} = - \left( \underbrace{\begin{bmatrix} R'_1 & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & R'_n \end{bmatrix}}_{=\mathbf{R}'} + j\omega \underbrace{\begin{bmatrix} L'_{11} & \cdots & L'_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L'_{n1} & \cdots & L'_{nn} \end{bmatrix}}_{=\mathbf{L}'} \right) \underbrace{\begin{bmatrix} I_1(z) \\ \vdots \\ I_n(z) \end{bmatrix}}_{=\mathbf{I}(z)}. \quad (4.22)$$

Hierbei werden die Spannungen und Ströme aller Leiter an der Stelle  $z$  in den Vektoren  $\mathbf{U}(z)$  und  $\mathbf{I}(z)$  zusammengefasst. Die Beläge werden in der Widerstandsbelagsmatrix  $\mathbf{R}'$  und der Induktivitätsbelagsmatrix  $\mathbf{L}'$  zusammengestellt.

Neben dem Induktionsgesetz wird auch die Kontinuitätsgleichung ausgewertet, um wie bei der Herleitung der BTL-Theorie eine zweite Beziehung zwischen  $\mathbf{U}(z)$  und  $\mathbf{I}(z)$  zu bestimmen. Dazu wird die Kontinuitätsgleichung für die Zylinderoberfläche  $\mathbf{A}_{z,i}$  in Abbildung 4-2 ausgewertet und auf die Länge  $\Delta z$  bezogen:

$$0 = \frac{1}{\Delta z} \oint_{\mathbf{A}_{z,i}} \mathbf{J} + j\omega \varepsilon \mathbf{E} \, d\mathbf{A}. \quad (4.23)$$

Wie im Abschnitt zuvor werden die Beiträge von Stirn- und Mantelflächen getrennt betrachtet (vgl. (4.7)), wobei sich die Beiträge an den Stirnflächen wie in (4.8) mit den Strömen  $I_i(z)$  und  $I_i(z + \Delta z)$  ergeben. Im Integral über die Mantelflächen  $\mathbf{A}_{ZM,i}$  werden die Strömungsfelder  $\mathbf{J}$  und  $j\omega \varepsilon \mathbf{E}$  in die einzelnen elektrischen Stromdichten  $\mathbf{J}_k$  und Verschiebungsflussdichten  $j\omega \varepsilon \mathbf{E}_k$  zerlegt, die vom Leiter  $i$  zum Leiter  $k$  bzw. zum Referenzleiter (im Fall  $k = i$ ) fließen. Damit wird (4.23) angegeben als

$$\begin{aligned} \frac{I_i(z + \Delta z) - I_i(z)}{\Delta z} &= -\frac{1}{\Delta z} \iint_{\mathbf{A}_{ZM,i}} \overbrace{\mathbf{J} + j\omega \varepsilon \mathbf{E}}^{=\sum_{k=1}^n \mathbf{J}_k + j\omega \varepsilon \mathbf{E}_k} \, d\mathbf{A} \\ &= -\sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{\Delta z} \iint_{\mathbf{A}_{ZM,i}} \mathbf{J}_k \, d\mathbf{A} + \frac{1}{\Delta z} \iint_{\mathbf{A}_{ZM,i}} j\omega \varepsilon \mathbf{E}_k \, d\mathbf{A} \right). \end{aligned} \quad (4.24)$$

Wie bei der BTL-Theorie werden durch die Integrale über die Beiträge  $\mathbf{J}_k$  und  $j\omega \varepsilon \mathbf{E}_k$  die einzelnen Ableitströme und elektrischen Flüsse zwischen den Leitern beschrieben. Analog zu (4.9) und (4.10) werden diese Größen anhand von Leitwertbelägen bzw. Kapazitätsbelägen und der Spannung zwischen den Leitern dargestellt. So werden zwischen dem Leiter  $i$  und dem Leiter  $k$  mithilfe des Koppelleitwerts  $G'_{ik}$  und der Koppelkapazität  $C'_{ik}$  die Integrale wie folgt repräsentiert:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta z} \iint_{\mathbf{A}_{ZM,i}} \mathbf{J}_k \, d\mathbf{A} &= G'_{ik} (U_i(z) - U_k(z)), \\ \text{(b)} \quad \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta z} \iint_{\mathbf{A}_{ZM,i}} \varepsilon \mathbf{E}_k \, d\mathbf{A} &= C'_{ik} (U_i(z) - U_k(z)), \end{aligned} \quad \forall i \neq k. \quad (4.25)$$

Gleichermaßen werden mit dem Eigenleitwertbelag  $G'_{ii}$  und dem Eigenkapazitätsbelag  $C'_{ii}$  der Ableitstrom und der elektrische Fluss zwischen dem Leiter  $i$  und dem Referenzleiter angegeben:

$$(a) \quad \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta z} \iint_{A_{ZM,i}} \mathbf{J}_i \, d\mathbf{A} = G'_{ii} U_i(z),$$

$$(b) \quad \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta z} \iint_{A_{ZM,i}} \varepsilon \mathbf{E}_i \, d\mathbf{A} = C'_{ii} U_i(z).$$
(4.26)

Damit ergibt sich für den  $i$ . Leiter der Grenzwert  $\Delta z \rightarrow 0$  von (4.24) zu

$$\frac{d}{dz} I_i(z) = - \sum_{k=1}^n (G'_{ik} + j\omega C'_{ik}) U_i(z) + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n (G'_{ik} + j\omega C'_{ik}) U_k(z).$$
(4.27)

Diese Gleichung wird analog für alle anderen Leiter des Systems aufgestellt, um eine weitere Beziehung zwischen den Strom- und Spannungsverteilungen der Leiter zu formulieren. Alle so gewonnenen Gleichungen werden in einem Gleichungssystem zusammengefasst, wobei die Leitwertbelagsmatrix  $\mathbf{G}'$  und die Kapazitätsbelagsmatrix  $\mathbf{C}'$  eingeführt werden:

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} I_1(z) \\ \vdots \\ I_n(z) \end{bmatrix} = - \left( \underbrace{\begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n G'_{1k} & \cdots & -G'_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -G'_{n1} & \cdots & \sum_{k=1}^n G'_{nk} \end{bmatrix}}_{=\mathbf{G}'} + j\omega \underbrace{\begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n C'_{1k} & \cdots & -C'_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -C'_{n1} & \cdots & \sum_{k=1}^n C'_{nk} \end{bmatrix}}_{=\mathbf{C}'} \right) \begin{bmatrix} U_1(z) \\ \vdots \\ U_n(z) \end{bmatrix}.$$
(4.28)

Wie bei der BTL-Theorie werden die gekoppelten Differenzialgleichungssysteme (4.22) und (4.28) nach  $z$  differenziert und ineinander eingesetzt, um die Telegraphengleichungen für MTLs zu erhalten:

$$(a) \quad \frac{d^2}{dz^2} \mathbf{I}(z) = (\mathbf{G}' + j\omega \mathbf{C}') (\mathbf{R}' + j\omega \mathbf{L}') \cdot \mathbf{I}(z),$$

$$(b) \quad \frac{d^2}{dz^2} \mathbf{U}(z) = (\mathbf{R}' + j\omega \mathbf{L}') (\mathbf{G}' + j\omega \mathbf{C}') \cdot \mathbf{U}(z).$$
(4.29)

Die Lösung dieser entkoppelten Differenzialgleichungssysteme erfolgt anhand einer Ähnlichkeitstransformation [80], [87]. Von den hierbei verwendeten Transformationsmatrizen  $\mathbf{T}_I$  und  $\mathbf{T}_V$  wird gefordert, dass sie die Matrixprodukte in (4.29) auf dieselbe Diagonalmatrix  $\boldsymbol{\gamma}^2$  abbilden [88]:

$$(a) \quad \mathbf{T}_I^{-1} (\mathbf{G}' + j\omega \mathbf{C}') (\mathbf{R}' + j\omega \mathbf{L}') \mathbf{T}_I = \boldsymbol{\gamma}^2,$$

$$(b) \quad \mathbf{T}_V^{-1} (\mathbf{R}' + j\omega \mathbf{L}') (\mathbf{G}' + j\omega \mathbf{C}') \mathbf{T}_V = \boldsymbol{\gamma}^2.$$
(4.30)

Die Diagonalmatrix  $\boldsymbol{\gamma}^2$  enthält die modalen Fortpflanzungskonstanten  $\gamma_{m,1}, \dots, \gamma_{m,n}$  des betrachteten Leitersystems, die ähnlich wie bei der BTL-Theorie die Ausbreitungseigenschaften der Wellen im Leitersystem beschreiben. Sie hat die Struktur

$$\boldsymbol{\gamma}^2 = \begin{bmatrix} \gamma_{m,1}^2 & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \gamma_{m,n}^2 \end{bmatrix}. \quad (4.31)$$

Im Weiteren wird lediglich das Differenzialgleichungssystem zur Beschreibung der Stromverteilung betrachtet und gelöst, da die Erweiterung des inversen Problems diese Lösung aufgreift. Unter Verwendung der Transformationsmatrizen lässt sich das Differenzialgleichungssystem (4.29a) entkoppeln und darstellen als

$$\underbrace{\frac{d^2}{dz^2} \mathbf{T}_I^{-1} \mathbf{I}(z)}_{=\frac{d^2}{dz^2} \tilde{\mathbf{I}}(z)} = \underbrace{\mathbf{T}_I^{-1} (\mathbf{G}' + j\omega \mathbf{C}') (\mathbf{R}' + j\omega \mathbf{L}') \mathbf{T}_I}_{=\boldsymbol{\gamma}^2} \cdot \underbrace{\mathbf{T}_I^{-1} \mathbf{I}(z)}_{=\tilde{\mathbf{I}}(z)}. \quad (4.32)$$

Hier wird die modale Stromverteilung  $\tilde{\mathbf{I}}(z)$  identifiziert, welche über die Transformationsmatrix  $\mathbf{T}_I$  mit der eigentlichen Stromverteilungen verknüpft ist [80], [87]. Die Lösung von (4.32) erfolgt analog zu (4.14) und basiert auf den hin- und rücklaufenden modalen Stromwellen  $\mathbf{I}_m^+$  und  $\mathbf{I}_m^-$  [80]:

$$\tilde{\mathbf{I}}(z) = e^{-\boldsymbol{\gamma}z} \mathbf{I}_m^+ - e^{+\boldsymbol{\gamma}z} \mathbf{I}_m^- \quad (4.33)$$

mit

$$e^{\pm \boldsymbol{\gamma}z} = \begin{bmatrix} e^{\pm \gamma_{m,1}z} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & e^{\pm \gamma_{m,n}z} \end{bmatrix}. \quad (4.34)$$

Damit ergibt sich die tatsächliche Stromverteilung [80], [87] zu

$$\mathbf{I}(z) = \mathbf{T}_I (e^{-\boldsymbol{\gamma}z} \mathbf{I}_m^+ - e^{+\boldsymbol{\gamma}z} \mathbf{I}_m^-). \quad (4.35)$$

Wird diese in (4.28) eingesetzt, folgen die Spannungsverteilungen der Leiter [80]:

$$\mathbf{U}(z) = \underbrace{-(\mathbf{G}' + j\omega \mathbf{C}')^{-1} \mathbf{T}_I \boldsymbol{\gamma} \mathbf{T}_I^{-1}}_{=\mathbf{Z}_0} \mathbf{T}_I (e^{-\boldsymbol{\gamma}z} \mathbf{I}_m^+ + e^{+\boldsymbol{\gamma}z} \mathbf{I}_m^-). \quad (4.36)$$

Hierbei wird ähnlich zur Wellenimpedanz in der BTL-Theorie die Wellenimpedanzmatrix  $\mathbf{Z}_0$  definiert [80], [87].

## 4.2 Annahme der Stetigkeit von Stromverteilungen auf Leiterabschnitten

Die direkte Lösung des inversen Problems der Stromrekonstruktion in (2.29) führt im Allgemeinen zu einer Stromverteilung, die entlang der Leiterbahnen nicht stetig ist [39], [41], [42]. Dies liegt daran, dass die Ströme im Vektor  $\mathbf{I}_S$  unabhängig voneinander in den Gleichungen des inversen Problems formuliert werden. Entsprechend werden bei der Lösung die Werte für die Koeffizienten von  $\mathbf{I}_S$  so bestimmt, dass diese das Residuum von (2.29) minimieren, ohne dabei physikalische Bedingungen wie die oben vorgestellte Leitungstheorie zu respektieren. In diesem Unterkapitel wird gezeigt, wie sich das inverse Problem erweitern lässt, sodass die zu rekonstruierenden Stromverteilungen physikalische Annahmen erfüllen. Dazu werden die Ströme im Vektor  $\mathbf{I}_S$  durch konstante Ströme oder auch anhand der Leitungstheorie durch Stromwellen repräsentiert.

Zu diesem Zweck wird im nachfolgenden Abschnitt ein Verfahren zur Zerlegung einer Leiterstruktur eingeführt, da die Annahmen über die Stromverteilung für einzelne Abschnitte der Leiterstruktur formuliert werden. Anschließend werden in den Abschnitten 4.2.2 bis 4.2.4 die konkreten Formulierungen präsentiert, wenn konstante

Stromverteilungen oder Stromverteilungen auf Basis der BTL- oder MTL-Theorie angenommen werden. Final wird präsentiert, wie sich im inversen Problem die Spannungsverteilungen für die Leiterabschnitte angeben lassen, deren Stromverteilung mithilfe der Leitungstheorie modelliert wird.

#### 4.2.1 Zerlegung der Leiterstruktur in Abschnitte und Struktur der Erweiterung

Mit der Leitungstheorie wird die Stromverteilung auf geradlinigen Leiterstrukturen beschrieben. Da jedoch die Strukturen auf Leiterplatten in der Regel komplexer sind, ist es notwendig, diese Strukturen so zu zerlegen, dass sie durch eine endliche Anzahl von geraden Leiterabschnitten dargestellt werden. Im folgenden Abschnitt wird diese Zerlegung vorgestellt, die dazu verwendete Terminologie eingeführt und das Vorgehen zur Formulierung von Annahmen über die Stromverteilung skizziert. Dies wird anhand der exemplarischen Leiterstruktur einer Leiterplatte illustriert, die in Abbildung 4-3 dargestellt ist.

In den betrachteten Leiterstrukturen werden grundsätzlich durchgängige Verbindungszüge zwischen Anschlusspunkt und Terminierung als Leiter bezeichnet. Die exemplarische Leiterplattenstruktur in Abbildung 4-3 hat dementsprechend 3 Leiter. Zu den Leitern gehören sowohl die horizontalen als auch die vertikalen Verbindungselemente, wie z. B. die Leiterbahnen und Vias einer Leiterplatte.

Die Leiter werden in sogenannte Leiterabschnitte unterteilt. Diese Unterteilung erfolgt im ersten Schritt an den Knickstellen, wie z. B. an Leiter 1 aus Abbildung 4-3 zwischen dem 1. Via und dem 1. Abschnitt oder dem 3. und 4. Abschnitt. Daneben werden die Verbindungszüge an den Positionen in Leiterabschnitte aufgeteilt, an denen parallel liegende Leiterabschnitte starten oder enden. In Abbildung 4-3 erfolgt eine solche Aufteilung zwischen dem 1. und 2. Abschnitt, da an dieser Position der 9. Abschnitt endet. Die oben beschriebene Zerlegung wird auf die Segmentierung der Leiterstruktur (vgl. Abschnitt 3.1) übertragen. Dementsprechend werden jeweils die Segmentströme, die im selben Abschnitt bzw. Via liegen, zusammen in eine Gruppe sortiert. Bei Segmenten, die in zwei Abschnitten liegen, wird der Segmentstrom dem Abschnitt zugeordnet, in dem der größere Teil des Segments liegt. Somit präsentiert sich die Stromverteilung  $\mathbf{I}_S$  als

$$\mathbf{I}_S = [\mathbf{I}_{A,1}^T \quad \mathbf{I}_{A,2}^T \quad \cdots \quad \mathbf{I}_{A,13}^T \quad \mathbf{I}_{V,1}^T \quad \mathbf{I}_{V,2}^T \quad \cdots \quad \mathbf{I}_{V,6}^T]^T, \quad (4.37)$$

wobei die Segmentströme des  $n$ . Abschnitts bzw. des  $n$ . Vias im Vektor  $\mathbf{I}_{A,n}$  bzw.  $\mathbf{I}_{V,n}$  gruppiert sind. Mit Annahmen über die Stromverteilungen werden einer oder auch mehrere dieser Vektoren durch das Produkt der Matrix  $\mathbf{\Gamma}_{(\cdot)}^i$  und des Vektors  $\mathbf{I}_{(\cdot)}^i$  repräsentiert:

$$\mathbf{I}_{\{A,V\},n} = \mathbf{\Gamma}_{(\cdot)}^i \cdot \mathbf{I}_{(\cdot)}^i. \quad (4.38)$$

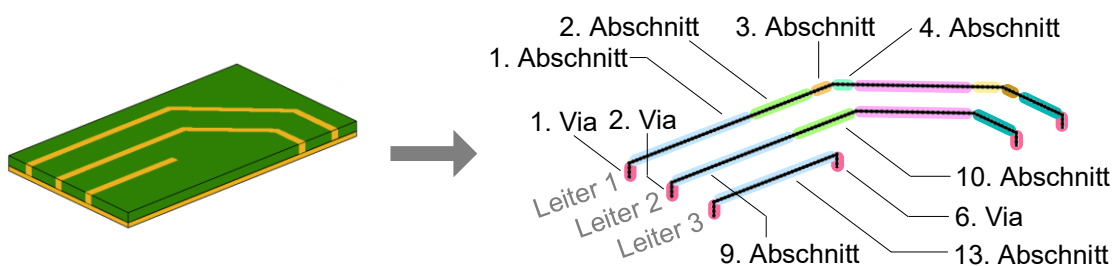


Abbildung 4-3: Zerlegung der Leiterstruktur einer Leiterplatte in Abschnitte, für welche Annahmen zur Stromverteilung getroffen werden.

Dabei enthält der Vektor  $\mathbf{I}_{(\cdot)}^i$  Einträge, welche die Segmentströme anhand von einzelnen Stromwerten oder durch Wellengrößen unter Verwendung der Leitungstheorie repräsentieren. Die Matrix  $\mathbf{\Gamma}_{(\cdot)}^i$  wird ausschließlich unter Verwendung der Geometrie- und Strukturparameter formuliert. In den nachfolgenden Abschnitten werden die konkreten Formulierungen von  $\mathbf{\Gamma}_{(\cdot)}^i$  und  $\mathbf{I}_{(\cdot)}^i$  vorgestellt, wobei der Index  $i$  für die Modelle zur Annahme einer Stromverteilung verwendet wird und unabhängig von den Indizes der Segmente und Vias gewählt wird.

Alle so formulierten Annahmen über die Stromverteilungen werden zusammengeführt, um damit die vollständige Stromverteilung  $\mathbf{I}_S$  darzustellen:

$$\mathbf{I}_S = \begin{bmatrix} \vdots \\ \mathbf{I}_{A,n} \\ \vdots \\ \mathbf{I}_{V,k} \\ \vdots \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \ddots & & & & \\ & \mathbf{\Gamma}_{(\cdot)}^i & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \mathbf{\Gamma}_{(\cdot)}^j & \\ & & & & \ddots \end{bmatrix}}_{=\mathbf{\Gamma}_{CA}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots \\ \mathbf{I}_{(\cdot)}^i \\ \vdots \\ \mathbf{I}_{(\cdot)}^j \\ \vdots \end{bmatrix}}_{=\mathbf{I}_{CA}} \quad (4.39)$$

Hierbei werden die Matrizen  $\mathbf{\Gamma}_{(\cdot)}^i$  und die Vektoren  $\mathbf{I}_{(\cdot)}^i$  in der Erweiterungsmatrix  $\mathbf{\Gamma}_{CA}$  und im reduzierten Vektor  $\mathbf{I}_{CA}$  zusammengefasst. Mit diesem Matrix-Vektorprodukt wird das inverse Problem aus (2.29) erweitert:

$$\underbrace{\mathbf{F}}_{\text{Felddaten}} = \underbrace{\mathbf{\Psi}_F}_{\text{Feldmodell}} \cdot \underbrace{\mathbf{\Gamma}_{CA}}_{\text{Erweiterungsmatrix}} \cdot \underbrace{\mathbf{I}_{CA}}_{\text{reduzierten Vektor}} \quad (4.40)$$

Die sich ergebende Gleichung ist ebenfalls als inverses Problem zu interpretieren, wobei nun anhand der Felddaten  $\mathbf{F}$  der Vektor  $\mathbf{I}_{CA}$  bestimmt wird. Mit einer Lösung für  $\mathbf{I}_{CA}$  folgt die Stromverteilung der untersuchten Leiterstruktur anhand von (4.39).

#### 4.2.2 Annahme einer konstanten Stromverteilung für Vias

Für Vias und sehr kurze Abschnitte wird angenommen, dass entlang dieser Elemente eine konstante Stromverteilung vorliegt. Entsprechend der Literatur [70, S. 18f], [72, S. 137] ist diese Annahme insbesondere zutreffend, wenn der Abschnitt kürzer als ein Zehntel der Wellenlänge ist.

Die Formulierung dieser Annahme entsprechend der Form (4.38) wird nachfolgend vorgestellt. Zur Veranschaulichung erfolgt dies für die Segmentströme in den Vias der oben eingeführten Beispielstruktur, die in Abbildung 4-4 mit ihren Bezeichnungen dargestellt sind. Das Via  $n$  (respektive der Abschnitt  $n$ ) beinhaltet die Segmentströme  $I_1^n, \dots, I_M^n$ . Entsprechend der Annahme einer konstanten Stromverteilung haben alle Segmente die Stromstärke  $I_c^i$ :

$$\mathbf{I}_{V,n} = [I_1^n \quad \dots \quad I_M^n]^T = \underbrace{[1 \quad \dots \quad 1]^T}_{=\mathbf{\Gamma}_c^i} \cdot I_c^i \quad (4.41)$$

Diese Gleichung erfüllt die Form (4.38) und die Matrix  $\mathbf{\Gamma}_c^i$  wird darin identifiziert, mit der die Annahme der konstanten Stromverteilung formuliert wird. Die allgemeine Größe

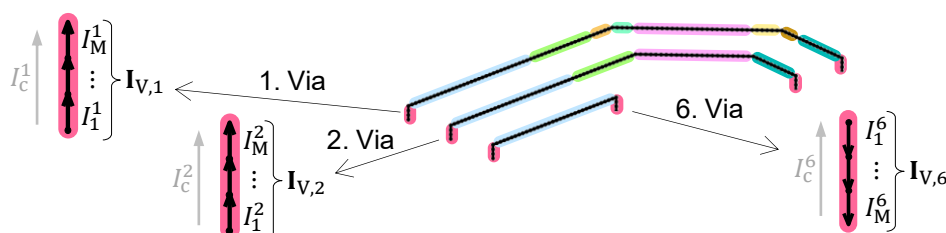


Abbildung 4-4: Exemplarische Stromsegmente in den Vias einer Leiterplattenstruktur.

$\mathbf{I}_{\odot}^i$  ergibt sich dabei als skalarer Wert  $I_c^i$ . Damit lassen sich die Segmentströme in den Vias in Abbildung 4-4 gemäß (4.39) wie folgt darstellen:

$$\mathbf{I}_S = \begin{bmatrix} \vdots \\ \mathbf{I}_{V,1} \\ \mathbf{I}_{V,2} \\ \vdots \\ \mathbf{I}_{V,6} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \ddots & & & & & \\ & \Gamma_C^1 & & & & \\ & & \Gamma_C^2 & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & \Gamma_C^6 & \\ & & & & & \ddots \end{bmatrix}}_{=\Gamma_{CA}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots \\ I_c^1 \\ I_c^2 \\ \vdots \\ I_c^6 \end{bmatrix}}_{=\mathbf{I}_{CA}}. \quad (4.42)$$

### 4.2.3 Annahme der Stromverteilung anhand der BTL-Theorie für lange Abschnitte

Auf längeren Leiterabschnitten stellt sich grundsätzlich eine inhomogene Stromverteilung ein. Hier wird präsentiert, wie eine solche Stromverteilung nach der BTL-Theorie (vgl. Abschnitt 4.1.2) für einen einzelnen Leiterabschnitt in der Form (4.38) darstellbar ist. Dabei wird vorausgesetzt, dass sich diese Leiterabschnitte über einer Massefläche befinden, die als Referenzleiter dient.

Anhand des in Abbildung 4-5 dargestellten Leiterabschnitts  $i$  wird die Beschreibung der Stromverteilung (4.14) in die Form (4.38) überführt. Dazu wird entlang des Leiterabschnitts das lokale Koordinatensystem  $d^i$  eingeführt. Hier haben die Start- und Endpositionen des Abschnitts die Koordinaten  $d_S^i$  und  $d_E^i$ . Die Segmentmittelpunkte sind bei den Koordinaten  $d_1^i, d_2^i, \dots, d_M^i$ , wobei  $M$  die Anzahl von Segmenten im betrachteten Abschnitt ist.

Nach (4.14) wird die Stromverteilung auf dem  $i$ . Abschnitt durch die hinlaufende Stromwelle  $I_h^i$ , die rücklaufende Stromwelle  $I_r^i$  und die Fortpflanzungskonstante  $\gamma^i$  beschrieben. Für die Stromwerte an den Segmentmittelpunkten folgt damit die Beschreibung

$$\begin{bmatrix} I(d_1^i) \\ I(d_2^i) \\ \vdots \\ I(d_M^i) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} e^{-\gamma^i d_1^i} & -e^{\gamma^i d_1^i} \\ e^{-\gamma^i d_2^i} & -e^{\gamma^i d_2^i} \\ \vdots & \vdots \\ e^{-\gamma^i d_M^i} & -e^{\gamma^i d_M^i} \end{bmatrix}}_{=\Gamma_{BTL}^i} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} I_h^i \\ I_r^i \end{bmatrix}}_{=\mathbf{I}_{BTL}^i}, \quad (4.43)$$

wobei die hin- und rücklaufenden Stromwellen im Vektor  $\mathbf{I}_{BTL}^i$  zusammengefasst werden. Da zur Formulierung der Matrix  $\Gamma_{BTL}^i$  lediglich die Geometrie- und

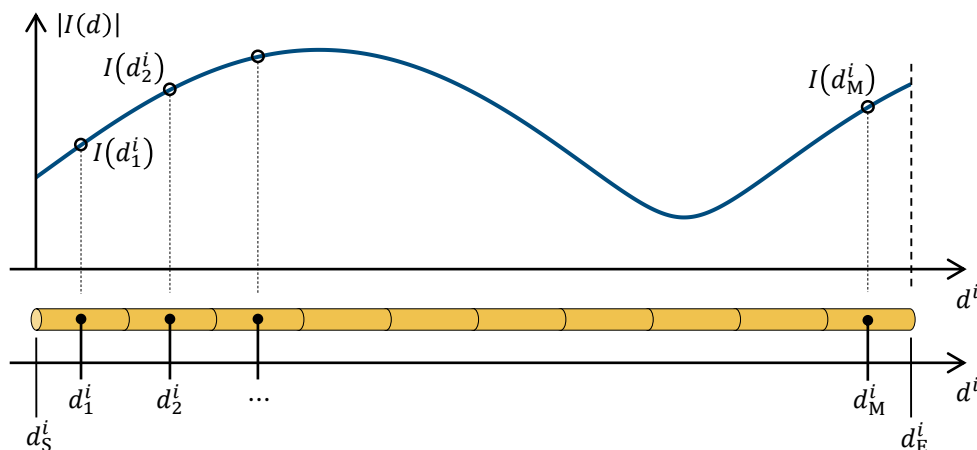


Abbildung 4-5: Schematische Darstellung der Stromverteilung mit Markierung der Segmentströme und Segmenten für den  $i$ . Leiterabschnitt.

Strukturinformationen von Leiterabschnitt  $i$  benötigt werden, erfüllt (4.43) damit die Form von (4.38). Dementsprechend lassen sich die Segmentströme der exemplarischen Leiterstruktur aus Abbildung 4-3 im Formalismus von (4.39) wie folgt ausdrücken:

$$\mathbf{I}_S = \begin{bmatrix} \vdots \\ \mathbf{I}_{A,3} \\ \mathbf{I}_{A,4} \\ \vdots \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & \Gamma_{\text{BTL}}^1 & & \\ & & \Gamma_{\text{BTL}}^2 & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}}_{=\Gamma_{\text{CA}}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots \\ \mathbf{I}_{\text{BTL}}^1 \\ \mathbf{I}_{\text{BTL}}^2 \\ \vdots \end{bmatrix}}_{=\mathbf{I}_{\text{CA}}} \quad (4.44)$$

#### 4.2.4 Annahme der Stromverteilung anhand der MTL-Theorie für lange parallel liegende Abschnitte

Die Strom- und Spannungsverteilungen auf mehreren parallelen Leitern werden mit der MTL-Theorie modelliert (vgl. Abschnitt 4.1.3). Hier wird präsentiert, wie diese Beschreibung als Annahme für die Stromverteilung von mehreren parallelen Leiterabschnitten verwendet werden kann und wie dementsprechend die Struktur (4.38) aufgebaut wird.

Bei diesem Vorgehen werden nicht nur die Segmentströme für einen einzelnen Leiterabschnitt durch ein Matrix-Vektor-Produkt ersetzt, sondern direkt für mehrere Abschnitte auf unterschiedlichen Leitern. Dabei müssen diese Leiterabschnitte parallel verlaufen und dürfen nicht zueinander versetzt sein. Darüber hinaus wird gefordert, dass diese Leiterabschnitte über einer gemeinsamen Massefläche positioniert sind, die im Weiteren als Referenzleiter angenommen wird.

In Abbildung 4-3 sind die Leiterabschnitte, die diese Eigenschaft gemeinsam erfüllen, jeweils mit derselben Farbe hinterlegt, wie bspw. die Abschnitte 1, 9 und 13 oder auch

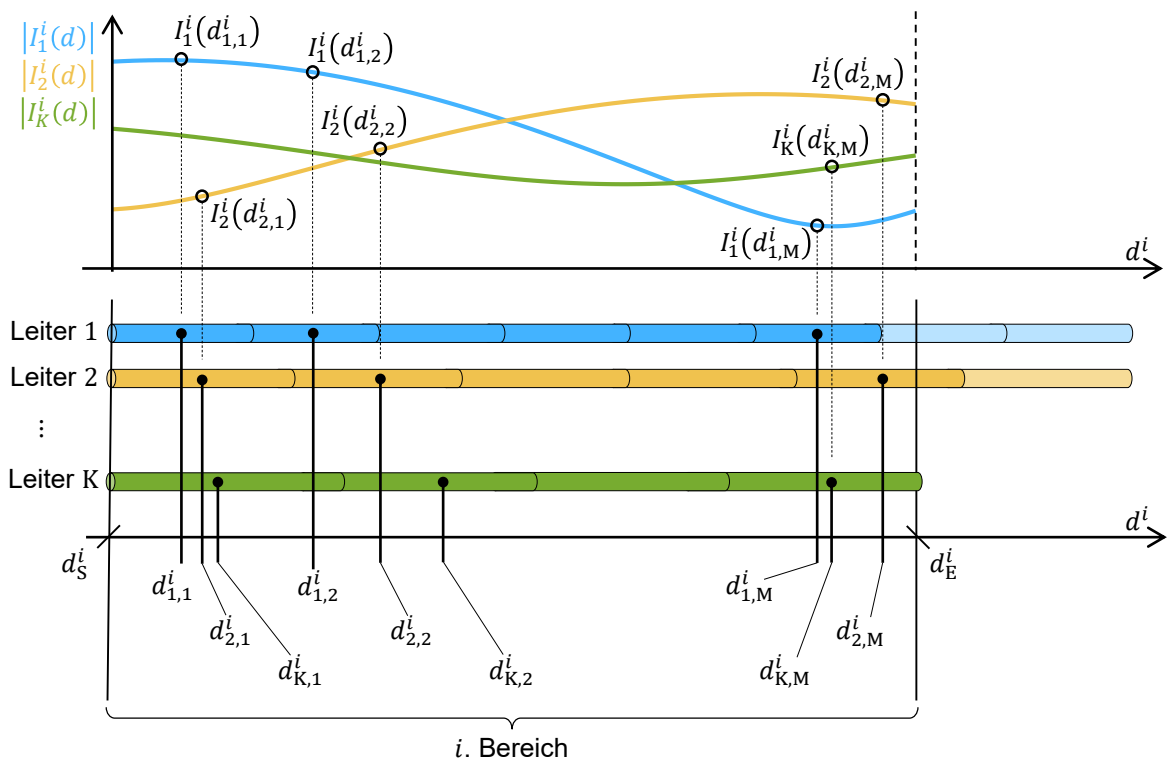


Abbildung 4-6: Darstellung der  $K$  parallelen Leiter im  $i$ . Bereich mit Positionsangaben der Leitersegmente im lokalen Koordinatensystem des Bereichs sowie schematische Darstellung der zugehörigen Stromverteilung auf den Leitern.

die Abschnitte 2 und 10. Ein solcher Verbund von Leiterabschnitten wird als Bereich bezeichnet.

In Abbildung 4-6 ist der exemplarische Bereich  $i$  mit  $K$  Leitern gezeigt, für die nachfolgend die Segmentströme in der Form (4.38) beschrieben werden. Analog zu Abschnitt 4.2.3 wird für den Bereich das lokale Koordinatensystem  $d^i$  eingeführt, das parallel zu den Leiterabschnitten verläuft. In diesem Koordinatensystem startet bzw. endet der Bereich bei  $d_S^i$  bzw.  $d_E^i$ . Die Mittelpunkte der Segmente vom  $k$ . Leiterabschnitt haben die Koordinaten  $d_{k,1}^i, d_{k,2}^i, \dots, d_{k,M}^i$ , wobei  $M$  die Anzahl der Segmente des betrachteten Leiterabschnitts ist.

Nach (4.35) wird die Stromverteilung  $\mathbf{I}^i(d^i)$  im Bereich  $i$  durch die modalen Stromwellen  $\mathbf{I}_m^{+,i}$  und  $\mathbf{I}_m^{-,i}$ , die Transformationsmatrix  $\mathbf{T}_I^i$  sowie die modalen Fortpflanzungskonstanten  $\boldsymbol{\gamma}^i$  beschrieben. Diese Beschreibung wird als das Matrix-Vektor-Produkt

$$\mathbf{I}^i(d^i) = \begin{bmatrix} I_1^i(d^i) \\ I_2^i(d^i) \\ \vdots \\ I_K^i(d^i) \end{bmatrix} = \mathbf{T}_I^i \begin{bmatrix} e^{-\boldsymbol{\gamma}^i d^i} & -e^{+\boldsymbol{\gamma}^i d^i} \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{I}_m^{+,i} \\ \mathbf{I}_m^{-,i} \\ \mathbf{I}_m \end{bmatrix}}_{=\mathbf{I}_{\text{MTL}}^i} \quad (4.45)$$

dargestellt, wobei die modalen Stromwellen im Vektor  $\mathbf{I}_{\text{MTL}}^i$  zusammengefasst werden. Der so beschriebene Vektor  $\mathbf{I}^i(d^i)$  enthält dabei die Ströme von allen  $K$  Leitern. Es werden jedoch nur die einzelnen Koeffizienten des Vektors benötigt, um die Segmentströme in den einzelnen Leitern darzustellen, da die Auswertungspositionen  $d^i$  nicht identisch sind. Daher wird (4.45) von links mit dem kanonischen Einheitsvektor  $\mathbf{e}_k$  multipliziert, um den Strom im  $k$ . Leiter an der Position  $d^i$  zu beschreiben:

$$I_k^i(d^i) = \underbrace{\mathbf{e}_k^T \cdot \mathbf{T}_I^i \begin{bmatrix} e^{-\boldsymbol{\gamma}^i d^i} & -e^{+\boldsymbol{\gamma}^i d^i} \end{bmatrix}}_{=\mathbf{t}_{I,k}^i(d^i)} \cdot \mathbf{I}_{\text{MTL}}^i. \quad (4.46)$$

In dieser Formel wird die Funktion  $\mathbf{t}_{I,k}^i(d^i)$  definiert. Diese liefert für eine gegebene Position  $d^i$  einen Zeilenvektor, der die modalen Stromwellen  $\mathbf{I}_{\text{MTL}}^i$  auf den Stromwert an der betreffenden Position im  $k$ . Leiter abbildet. Dieses Vorgehen hat den Vorteil, dass mit der Funktion  $\mathbf{t}_{I,k}^i(d^i)$  die Segmentströme für jeden Leiter im Bereich darstellbar sind, ohne dass die parallel liegenden Leiter spezielle Anforderungen bezüglich ihrer Segmentierung erfüllen müssen.

Entsprechend lassen sich alle Segmentströme in dem betrachteten Bereich wie folgt darstellen:

$$\begin{bmatrix} I_1^i(d_{1,1}^i) \\ I_1^i(d_{1,2}^i) \\ \vdots \\ I_2^i(d_{2,1}^i) \\ I_2^i(d_{2,2}^i) \\ \vdots \\ I_K^i(d_{K,M}^i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_{I,1}^i(d_{1,1}^i) \\ \mathbf{t}_{I,1}^i(d_{1,2}^i) \\ \vdots \\ \mathbf{t}_{I,2}^i(d_{2,1}^i) \\ \mathbf{t}_{I,2}^i(d_{2,2}^i) \\ \vdots \\ \mathbf{t}_{I,K}^i(d_{K,M}^i) \end{bmatrix} \cdot \mathbf{I}_{\text{MTL}}^i. \quad (4.47)$$

$=\Gamma_{\text{MTL}}^i$

Da sich die Funktion  $\mathbf{t}_{I,k}^i(d^i)$  allein durch die Geometrie- und Strukturparameter der Leiterabschnitte im Bereich  $i$  ergibt, erfüllt (4.47) die Form (4.38). Somit wird in (4.47) die Matrix  $\Gamma_{\text{MTL}}^i$  identifiziert, die zusammen mit den modalen Stromwellen  $\mathbf{I}_{\text{MTL}}^i$  die Stromverteilung für mehrere parallel liegende Leiterabschnitte beschreibt. Damit

lassen sich gemäß (4.39) die Segmentströme der Abschnitte 1, 9, 10 (als MTL-Bereich 1) und der Abschnitte 2 und 10 (als MTL-Bereich 2) aus Abbildung 4-3 wie folgt angeben:

$$\mathbf{I}_s = \begin{bmatrix} \vdots \\ \mathbf{I}_{A,1} \\ \mathbf{I}_{A,9} \\ \mathbf{I}_{A,13} \\ \mathbf{I}_{A,2} \\ \mathbf{I}_{A,10} \\ \vdots \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \ddots & & & & & & \\ & \Gamma_{\text{MTL}}^1 & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & \Gamma_{\text{MTL}}^2 & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \ddots \end{bmatrix}}_{=\Gamma_{\text{CA}}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots \\ \mathbf{I}_{\text{MTL}}^1 \\ \mathbf{I}_{\text{MTL}}^2 \\ \vdots \end{bmatrix}}_{=\mathbf{I}_{\text{CA}}} \quad (4.48)$$

#### 4.2.5 Bestimmung der Spannungsverteilung auf Leitern bei Verwendung der Leitungstheorie

Mit (4.15) und (4.36) werden die Stromverteilungen auf Leiterabschnitte mit (modalen) Stromwellen beschrieben. Diese Formulierungen werden im folgenden Abschnitt aufgegriffen und verwendet, um im Kontext der Gleichung (4.40) die Spannungen auf den Leitungen zu formulieren. Damit ist es bspw. möglich, nach der Lösung des inversen Problems auch eine rekonstruierte Spannungsverteilung zu bestimmen.

Zunächst wird der Fall behandelt, bei welchem die Stromverteilung auf dem  $i$ . Leiterabschnitt mithilfe der BLT-Theorie beschrieben wird (vgl. Abschnitt 4.2.3). Unter Kenntnis der Wellenimpedanz  $Z_0^i$  (siehe (4.16)) ergibt sich die Spannung  $U$  an der Stelle  $d^i$  zu

$$U(d^i) = Z_0^i [e^{-\gamma^i d^i} \quad e^{+\gamma^i d^i}] \cdot \mathbf{I}_{\text{BTL}}^i \quad (4.49)$$

Wenn wie in Abschnitt 4.2.4 die MTL-Theorie zur Beschreibung der Stromverteilung auf den Leiterabschnitten im  $i$ . Bereich Verwendung findet, wird die Wellenimpedanzmatrix  $\mathbf{Z}_0^i$  (vgl. (4.36)) benötigt, um die Spannungen auf diesen Leitern zu beschreiben. Entsprechend (4.36) ergibt sich der Vektor  $\mathbf{U}^i$ , der die Spannung auf allen Leitungen an der Position  $d^i$  enthält, zu

$$\mathbf{U}^i(d^i) = \mathbf{Z}_0^i \mathbf{T}_1^i [e^{-\gamma^i d^i} \quad e^{+\gamma^i d^i}] \cdot \mathbf{I}_{\text{MTL}}^i \quad (4.50)$$

Analog zu (4.46) wird die Funktion  $\mathbf{t}_{U,k}^i(d^i)$  definiert, um die Spannung auf dem  $k$ . Leiter zu erhalten:

$$\mathbf{t}_{U,k}^i(d^i) = \mathbf{e}_k^T \cdot \mathbf{Z}_0^i \mathbf{T}_1^i [e^{-\gamma^i d^i} \quad e^{+\gamma^i d^i}]. \quad (4.51)$$

Damit ergibt sich die Spannung auf dem  $k$ . Leiter an der Position  $d^i$  zu

$$U_k^i(d^i) = \mathbf{t}_{U,k}^i(d^i) \cdot \mathbf{I}_{\text{MTL}}^i \quad (4.52)$$

### 4.3 Nebenbedingungen für Ströme und Spannungen auf Basis der Kirchhoffschen Regeln

Mit den oben eingeführten Annahmen über die Stromverteilungen werden bei der Lösung des inversen Problems Ströme rekonstruiert, die entlang der Leiterabschnitte stetig sind. Diese Stetigkeit wird jedoch nicht an den Übergängen der Abschnitte gefordert. Nach den Kirchhoffschen Regeln müssen die Stromverteilungen aber auch an diesen Übergängen stetig sein. Dies motiviert die Formulierung der in diesem

Unterkapitel behandelten Nebenbedingung, welche die Stetigkeit der Stromverteilung an den Übergängen von Leiterabschnitten fordert.

Im nachfolgenden Abschnitt wird zunächst eine allgemeine Struktur eingeführt, um die Kirchhoffschen Regeln als Nebenbedingung für das inverse Problem (4.40) aufzustellen. Anschließend wird in den Abschnitten 4.3.2 und 4.3.3 das Vorgehen zur konkreten Formulierung der Bedingungen erläutert. Abschließend wird präsentiert, wie sich die aufgestellte Nebenbedingung direkt in das inverse Problem integrieren lässt, um die Anzahl der unbekannt Werte darin zu reduzieren.

#### 4.3.1 Ansatz zur Formulierung der Stetigkeit als Nebenbedingung

Die untersuchte Leiterstruktur wird, wie in Abschnitt 4.2.1 beschrieben, in mehrere Leiterabschnitte unterteilt, die miteinander ideal leitfähig verbunden sind. An diesen Verbindungsstellen unterliegen die Ströme und Spannungen den Kirchhoffschen Regeln [71, S. 29–33]. Konkret bedeutet dies, dass nach der Knotenregel die Summe aller ein- und ausfließenden Ströme  $I_n$  gleich null sein muss:

$$\sum_n I_n = 0. \quad (4.53)$$

Diese Forderung gilt für die Übergänge zwischen allen Leiterabschnitten, unabhängig davon, ob für die Leiterabschnitte eine konstante Stromverteilung oder eine Stromverteilung auf Basis der Leitungstheorie angenommen wird.

Eine weitere Forderung wird auf Basis der Kirchhoffschen Maschenregel formuliert. Demnach ist die Summe aller Spannungen  $U_n$  in einer Masche ebenfalls null:

$$\sum_n U_n = 0. \quad (4.54)$$

Nach dieser Regel muss die Spannung an den Enden von zwei Leiterabschnitten gleich sein, wenn diese direkt miteinander verbunden sind. Dabei ist zu beachten, dass diese Forderung nur für die Übergänge von Leiterabschnitten formulierbar ist, an denen für beide Leiterabschnitte die Stromverteilungen jeweils anhand der Leitungstheorie beschrieben werden (vgl. Abschnitt 4.2.5).

Die Formulierung der Kirchhoffschen Regeln (4.53) und (4.54) muss auf Basis des Vektors  $\mathbf{I}_{CA}$  erfolgen, damit sich Gleichungen ergeben, die als Nebenbedingung für das inverse Problem (4.40) nutzbar sind. Aus diesem Grund wird die Struktur

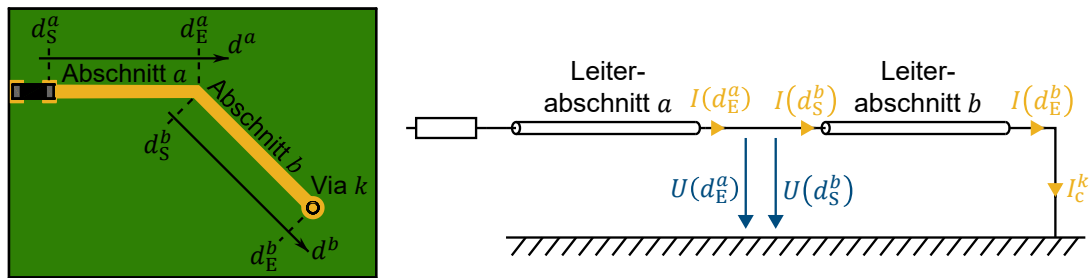
$$\mathbf{K}_{NB} \cdot \mathbf{I}_{CA} = \mathbf{0} \quad (4.55)$$

verwendet. Nachfolgend wird die konkrete Darstellung der Kirchhoffschen Regeln (4.53) und (4.54) anhand der Matrix  $\mathbf{K}_{NB}$  präsentiert.

#### 4.3.2 Formulierung der Nebenbedingungen auf Basis der BTL-Theorie

Zunächst wird der Fall vorgestellt, dass die Stromverteilungen auf Leiterabschnitten auf Basis der BTL-Theorie angenommen werden (siehe Abschnitt 4.2.3). Zu diesem Zweck wird der exemplarische Bereich einer Leiterplatte betrachtet, welcher in Abbildung 4-7 dargestellt ist. Die Leiterabschnitte  $a$  und  $b$  sowie das Via  $k$  bilden einen durchgängigen Verbindungszug. Der Vektor  $\mathbf{I}_{CA}$  beinhaltet die Stromwellen  $\mathbf{I}_{BTL}^a$  und  $\mathbf{I}_{BTL}^b$  sowie den Strom  $I_c^k$  zur Repräsentation der Stromverteilungen auf den Leiterabschnitten und dem Via.

Innerhalb der Leiterabschnitte werden die Koordinatensysteme  $d^a$  und  $d^b$  verwendet. Dementsprechend befindet sich die Übergangsstelle zwischen den Abschnitten an der



**Abbildung 4-7: Exemplarischer Leiterplattenausschnitt (links) mit Schaltungstopologie (rechts) zur Erläuterung der Formulierung der Nebenbedingungen bei Verwendung der BTL-Theorie.**

Position  $d_E^a$  (für Abschnitt  $a$ ) bzw. an der Position  $d_S^b$  (für Abschnitt  $b$ ). In Orientierung an die Beschreibung der Ströme in (4.43) wird die Kirchhoffsche Knotenregel (4.57) somit wie folgt formuliert:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dots & & & & \dots \\ [e^{-\gamma^a d_E^a} & -e^{+\gamma^a d_E^a}] & -[e^{-\gamma^b d_S^b} & -e^{+\gamma^b d_S^b}] & \dots \\ \dots & & & & \dots \end{bmatrix}}_{=\mathbf{K}_{\text{NB}}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots \\ \mathbf{I}_{\text{BTL}}^a \\ \mathbf{I}_{\text{BTL}}^b \\ \vdots \end{bmatrix}}_{=\mathbf{I}_{\text{CA}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots \\ I(d_E^a) - I(d_S^b) \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}}_{=0}. \quad (4.56)$$

Hierbei muss das Vorzeichen der Koeffizienten in der Matrix  $\mathbf{K}_{\text{NB}}$  korrekt gewählt werden. Da in dem betrachteten Beispiel der Anfang und das Ende von zwei Leiterabschnitten verknüpft sind, müssen keine Vorzeichen der Koeffizienten in  $\mathbf{K}_{\text{NB}}$  angepasst werden, um die Kirchhoffsche Knotenregel korrekt darzustellen. Wenn zwei Leiterabschnitte an ihren Anfängen oder Enden verknüpft sind, ist die Anpassung der Vorzeichen notwendig.

Entsprechend (4.50) erfolgt die Formulierung der Maschenregel (4.58) mit

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dots & & & & \dots \\ Z_0^a [e^{-\gamma^a d_E^a} & e^{+\gamma^a d_E^a}] & -Z_0^b [e^{-\gamma^b d_S^b} & e^{+\gamma^b d_S^b}] & \dots \\ \dots & & & & \dots \end{bmatrix}}_{=\mathbf{K}_{\text{NB}}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots \\ \mathbf{I}_{\text{BTL}}^a \\ \mathbf{I}_{\text{BTL}}^b \\ \vdots \end{bmatrix}}_{=\mathbf{I}_{\text{CA}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots \\ U(d_E^a) - U(d_S^b) \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}}_{=0}. \quad (4.57)$$

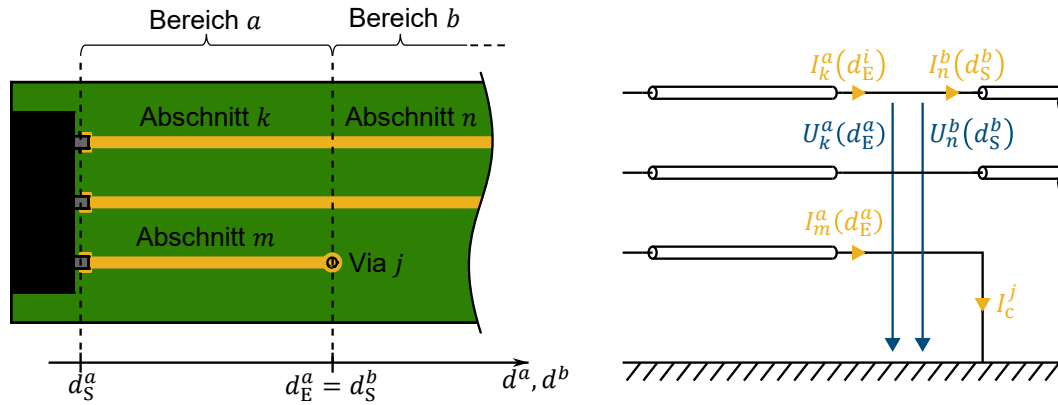
Beim Übergang vom Leiterabschnitt  $b$  zu dem Via  $k$  wird die Knotenregel (4.57) durch

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dots & & & & \dots \\ \dots & [e^{-\gamma^b d_E^b} & -e^{+\gamma^b d_E^b}] & \dots & -1 & \dots \\ \dots & & & & & \dots \end{bmatrix}}_{=\mathbf{K}_{\text{NB}}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots \\ \mathbf{I}_{\text{BTL}}^b \\ \vdots \\ I_C^k \end{bmatrix}}_{=\mathbf{I}_{\text{CA}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots \\ I(d_E^b) - I_C^k \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}}_{=0}. \quad (4.58)$$

ausgedrückt. Hierbei ist ähnlich wie bei (4.56) die Orientierung des Stroms in dem Via zu beachten. Sofern die Stromrichtung entgegengesetzt definiert ist, muss dies durch die entsprechende Anpassung von Vorzeichen in  $\mathbf{K}_{\text{NB}}$  berücksichtigt werden.

### 4.3.3 Formulierung der Nebenbedingungen auf Basis der MTL-Theorie

Nun wird die konkrete Formulierung der Kirchhoffschen Regeln in der Matrix  $\mathbf{K}_{\text{NB}}$  für den Fall erläutert, in welchem die Stromverteilungen auf Leiterabschnitten mit der MTL-Theorie beschrieben werden. Dies erfolgt anhand des exemplarischen Leiterplattenausschnitts in Abbildung 4-8. Im Bereich  $a$  wird die Strom- und



**Abbildung 4-8: Exemplarischer Leiterplattenausschnitt (links) mit Schaltungstopologie (rechts) zur Erläuterung der Formulierung der Nebenbedingungen bei Verwendung der MTL-Theorie.**

Spannungsverteilung der 3 Leiterbahnen mit den modalen Stromwellen  $\mathbf{I}_{\text{MTL}}^a$  im Vektor  $\mathbf{I}_{\text{CA}}$  angegeben. Für den Bereich  $b$  folgt die Repräsentation der Ströme durch die modalen Stromwellen  $\mathbf{I}_{\text{MTL}}^b$ . Daneben wird das Via  $j$  mit dem konstanten Strom  $I_c^j$  im Vektor  $\mathbf{I}_{\text{CA}}$  berücksichtigt.

Innerhalb der Bereiche  $a$  und  $b$  werden die lokalen Koordinatensysteme  $d^a$  und  $d^b$  verwendet. Da in diesem Beispiel die Ausrichtung dieser Koordinatensysteme parallel ist, könnte ein gemeinsames Koordinatensystem verwendet werden, in dem die Position  $d_E^a$  vom Ende von Bereich  $a$  identisch zur Position  $d_S^b$  vom Start des Bereichs  $b$  ist. Um jedoch den generellen Fall zu beschreiben, werden nachfolgend  $d_S^b$  und  $d_E^a$  allgemein verwendet.

Die Kirchhoffschen Regeln müssen für jeden Übergang zwischen Leiterabschnitten in der Anordnung einzeln aufgestellt werden. Dies wird zunächst für den obersten Leiter in Abbildung 4-8 präsentiert, der in den Bereichen  $a$  und  $b$  liegt, und in diesen Bereichen in die Abschnitte  $k$  und  $n$  zerlegt ist. Mit der Funktion  $\mathbf{t}_{I,k}^i(d^i)$  aus (4.46) lässt sich die zu erfüllende Kirchhoffsche Knotenregel (4.57) zwischen den Abschnitten direkt angeben:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{t}_{I,k}^a(d_E^a) & -\mathbf{t}_{I,n}^b(d_S^b) & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}}_{=\mathbf{K}_{\text{NB}}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots \\ \mathbf{I}_{\text{MTL}}^a \\ \mathbf{I}_{\text{MTL}}^b \\ \vdots \end{bmatrix}}_{=\mathbf{I}_{\text{CA}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots \\ I_k^a(d_E^a) - I_n^b(d_S^b) \\ \vdots \\ =0 \end{bmatrix}}_{=0}. \quad (4.59)$$

Wie bei (4.56) ist hier auch durch eine Anpassung der Vorzeichen der Koeffizienten in der Matrix  $\mathbf{K}_{\text{NB}}$  zu berücksichtigen, ob an dem betrachteten Übergang zwei Anfänge oder Enden von Leiterabschnitten verbunden sind.

Analog wird mit der Funktion  $\mathbf{t}_{U,k}^i(d^i)$  aus (4.51) die Maschenregel (4.58) formuliert:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{t}_{U,k}^a(d_E^a) & -\mathbf{t}_{U,n}^b(d_S^b) & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}}_{=\mathbf{K}_{\text{NB}}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots \\ \mathbf{I}_{\text{MTL}}^a \\ \mathbf{I}_{\text{MTL}}^b \\ \vdots \end{bmatrix}}_{=\mathbf{I}_{\text{CA}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots \\ U_k^a(d_E^a) - U_n^b(d_S^b) \\ \vdots \\ =0 \end{bmatrix}}_{=0}. \quad (4.60)$$

Am Beispiel der unteren Leiterbahn in Abbildung 4-8 wird die Formulierung der Knotenregel (4.57) für den Übergang zu einem Leiterabschnitt mit einer konstanten

Stromverteilung präsentiert. Die Knotenregel, welche zwischen der Verbindung von Leiterabschnitt  $m$  und Via  $j$  vorliegt, wird durch

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \mathbf{t}_{I,m}^a(d_E^a) & \dots & -1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}}_{=\mathbf{K}_{NB}} \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ I_c^j \\ \vdots \end{bmatrix}}_{=\mathbf{I}_{CA}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots \\ I_m^a(d_E^a) - I_c^j \\ \vdots \end{bmatrix}}_{=0} \quad (4.61)$$

ausgedrückt. Ähnlich wie oben ist auch hier zu beachten, dass in Abhängigkeit von der gewählten Orientierung des Stroms  $I_c^j$  das Vorzeichen eines der Koeffizienten in der Matrix  $\mathbf{K}_{NB}$  ggf. angepasst werden muss, um die Knotenregel korrekt wiederzugeben.

#### 4.3.4 Berücksichtigung der Nebenbedingungen im inversen Problem

Zur Rekonstruktion einer Stromverteilung, die sowohl entlang der Leiterabschnitte als auch an den Übergängen zwischen den Leiterabschnitten stetig ist, muss das inverse Problem (4.40) unter der Nebenbedingung (4.55) gelöst werden. Um solche Probleme zu lösen, existieren geeignete Algorithmen [89, S. 136–137], [90, S. 68–70 & 155–167]. Die Berechnung solcher Lösungen ist jedoch deutlich aufwendiger als die Lösung von inversen Problemen ohne Nebenbedingungen. Aus diesem Grund wird in diesem Abschnitt ein Vorgehen entwickelt, das ähnlich zur Variablenreduktion in [90, S. 163] die Nebenbedingung direkt in das inverse Problem integriert. Auf diese Weise wird eine Erweiterung des inversen Problems hergeleitet, das der Nebenbedingung (4.55) genügt und das gleichzeitig weniger Unbekannte hat.

Die grundlegende Idee des Vorgehens wird anhand der Beispielstruktur in Abbildung 4-9 illustriert, die aus  $R$  verketteten Leiterabschnitten mit 2 vertikalen Anschlusselementen besteht. Für die Leiterabschnitte 1 bis  $R$  werden jeweils Stromverteilungen auf Basis der BTL-Theorie angenommen. Damit ergeben sich die folgenden Dimensionen für die Unbekannten  $\mathbf{I}_{CA}$  im inversen Problem (4.40) und für die Matrix  $\mathbf{K}_{NB}$  in der Nebenbedingung (4.55):

$$(a) \quad \mathbf{I}_{CA} \in \mathbb{C}^{2R+2}, \quad (b) \quad \mathbf{K}_{NB} \in \mathbb{C}^{2R \times (2R+2)}. \quad (4.62)$$

Diese Dimension von  $\mathbf{I}_{CA}$  ergibt sich durch die zwei konstanten Ströme auf den vertikalen Elementen und den jeweils zwei Wellengrößen für jeden der  $R$  Leiterabschnitte. An den Übergängen zwischen den Abschnitten ergeben sich jeweils zwei Gleichungen durch die Knoten- und Maschenregel, also in Summe  $2(R - 1)$  Gleichungen. Daneben wird an den Verbindungen zu den vertikalen Elementen jeweils nur eine Gleichung anhand der Knotenregel formuliert, wodurch 2 weitere Gleichungen in  $\mathbf{K}_{NB}$  zu berücksichtigen sind. Dementsprechend hat die Matrix  $\mathbf{K}_{NB}$

$$2(R - 1) + 2 = 2R \quad (4.63)$$

Zeilen. Hierbei ist hervorzuheben, dass die Zeilen der Matrix linear unabhängig sind.

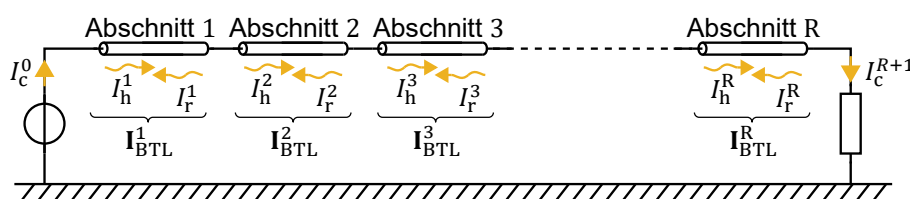


Abbildung 4-9: Exemplarische Darstellung einer Kette von Leiterabschnitten.

Wenn für diese Beispielanordnung zwei Koeffizienten vom Vektor  $\mathbf{I}_{CA}$  bekannt wären, könnten alle weiteren Koeffizienten durch die Auswertung der Nebenbedingung (4.55) bestimmt werden. Dies eröffnet die Idee, dass alle möglichen Stromverteilungen der Anordnung durch lediglich zwei Koeffizienten des Vektors  $\mathbf{I}_{CA}$  darstellbar sind. In diesem Fall ist es möglich, für diese Anordnung ein inverses Problem zur Stromrekonstruktion zu formulieren, das nur diese beiden Koeffizienten als Unbekannte hat. Die konkrete Umsetzung dieser Idee wird nachfolgend für den allgemeinen Fall vorgestellt, für den folgende Dimensionen gelten:

$$(a) \quad \mathbf{K}_{NB} \in \mathbb{C}^{N \times M}, \quad (b) \quad \mathbf{I}_{CA} \in \mathbb{C}^M, \quad N < M. \quad (4.64)$$

Die Koeffizienten des Vektors  $\mathbf{I}_{CA}$  werden in zwei Gruppen aufgeteilt. Zur ersten Gruppe gehören alle Koeffizienten, durch welche im erweiterten inversen Problem die Stromverteilung final repräsentiert wird. Dies sind also diejenigen Koeffizienten, die im neuen inversen Problem als unbekannte Werte verbleiben. Alle anderen Koeffizienten gehören zur zweiten Gruppe und zeichnen sich dadurch aus, dass diese durch die Variablen der ersten Gruppe und der Matrix  $\mathbf{K}_{NB}$  bestimmbar sind. Daher werden die Koeffizienten aus der zweiten Gruppe als abhängige Größen bezeichnet und im Vektor  $\mathbf{I}_A$  zusammengefasst. Demgegenüber sind die Koeffizienten der ersten Gruppe die repräsentativen Größen des angestrebten inversen Problems, die im Vektor  $\mathbf{I}_R$  zusammengeführt sind. Für die Dimensionen der Vektoren gilt:

$$(a) \quad \mathbf{I}_R \in \mathbb{C}^{M-N}, \quad (b) \quad \mathbf{I}_A \in \mathbb{C}^N. \quad (4.65)$$

Daneben werden die Matrizen  $\mathbf{J}_R$  und  $\mathbf{J}_A$  eingeführt, welche die Vektoren  $\mathbf{I}_R$  und  $\mathbf{I}_A$  auf Vektor  $\mathbf{I}_{CA}$  abbilden:

$$\mathbf{I}_{CA} = \mathbf{J}_R \cdot \mathbf{I}_R + \mathbf{J}_A \cdot \mathbf{I}_A. \quad (4.66)$$

Damit die Matrizen diese Eigenschaft erfüllen, enthalten ihre Spalten ausschließlich die kanonischen Einheitsvektoren  $\mathbf{e}_k$ . Der konkrete Aufbau der Matrizen ist davon abhängig, welche Einträge von  $\mathbf{I}_{CA}$  zu  $\mathbf{I}_R$  bzw.  $\mathbf{I}_A$  gruppiert werden. Die konkrete Wahl der Matrizen  $\mathbf{J}_R$  und  $\mathbf{J}_A$  wird später erläutert. Zur besseren Verständlichkeit werden die Matrizen zunächst wie folgt gewählt:

$$(a) \quad \mathbf{J}_A = [\mathbf{e}_1 \quad \mathbf{e}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{e}_N], \quad (4.67)$$

$$(b) \quad \mathbf{J}_R = [\mathbf{e}_{N+1} \quad \mathbf{e}_{N+2} \quad \cdots \quad \mathbf{e}_M].$$

Jedoch gilt grundsätzlich entsprechend den Dimensionsangaben in (4.65):

$$(a) \quad \mathbf{J}_R \in \mathbb{R}^{M \times (M-N)}, \quad (b) \quad \mathbf{J}_A \in \mathbb{R}^{M \times N}. \quad (4.68)$$

Die Identität (4.66) von  $\mathbf{I}_{CA}$  wird in die Nebenbedingung (4.55) eingesetzt und es folgt:

$$\mathbf{0} = \mathbf{K}_{NB} \cdot \mathbf{J}_R \cdot \mathbf{I}_R + \underbrace{\mathbf{K}_{NB} \cdot \mathbf{J}_A}_{\in \mathbb{C}^{N \times N}} \cdot \mathbf{I}_A. \quad (4.69)$$

In dieser Gleichung ist das Matrixprodukt  $\mathbf{K}_{NB} \cdot \mathbf{J}_A$  quadratisch. Wenn  $\mathbf{K}_{NB} \cdot \mathbf{J}_A$  zudem invertierbar ist, lässt sich (4.69) umformen zu

$$\Leftrightarrow \mathbf{I}_A = -(\mathbf{K}_{NB} \cdot \mathbf{J}_A)^{-1} \cdot \mathbf{K}_{NB} \cdot \mathbf{J}_R \cdot \mathbf{I}_R. \quad (4.70)$$

Damit resultiert die Berechnungsvorschrift, mit der sich die abhängigen Größen  $\mathbf{I}_A$  aus den repräsentativen Größen  $\mathbf{I}_R$  und der Matrix  $\mathbf{K}_{NB}$  ergeben. Ebenso folgt eine Berechnungsvorschrift für  $\mathbf{I}_{CA}$  in Abhängigkeit von  $\mathbf{I}_R$ , wenn (4.70) in (4.66) eingesetzt wird:

$$\mathbf{I}_{CA} = \underbrace{(\mathbf{J}_R - \mathbf{J}_A \cdot (\mathbf{K}_{NB} \cdot \mathbf{J}_A)^{-1} \cdot \mathbf{K}_{NB} \cdot \mathbf{J}_R)}_{=\mathbf{I}_R} \cdot \mathbf{I}_R. \quad (4.71)$$

In dieser Formel wird die Abbildungsmatrix  $\Gamma_R$  abgelesen. Mit dem Einsetzen von (4.71) in (4.40) folgt das neue inverse Problem

$$\mathbf{F} = \Psi_F \cdot \Gamma_{CA} \cdot \Gamma_R \cdot \mathbf{I}_R, \quad (4.72)$$

in dem die Nebenbedingung (4.55) implizit berücksichtigt wird.

Für die konkrete Anwendung dieses Vorgehens ist es entscheidend, welche Einträge aus  $\mathbf{I}_{CA}$  für die Konstruktion von  $\mathbf{I}_R$  ausgewählt werden, da sich hieraus alle weiteren Variablen für dieses Verfahren ergeben. Die umfassenden Untersuchungen in [A9] zeigen, dass abhängig von dieser Wahl die Kondition des erweiterten inversen Problems aus (4.72) stark variiert. In allen nachfolgenden Untersuchungen wird der Vektor  $\mathbf{I}_R$  verwendet, für den das erweiterte inverse Problem die kleinste Konditionszahl entsprechend

$$\min_{\mathbf{I}_R} (\kappa_2(\Psi_F \cdot \Gamma_{CA} \cdot \Gamma_R)) \quad (4.73)$$

liefert, um trotz Störeinflüssen bestmögliche Rekonstruktionsergebnisse zu berechnen. Um einen geeigneten Vektor  $\mathbf{I}_R$  zu finden wird ein Brute-Force-Ansatz verwendet.

## 4.4 Validierung der Erweiterungen des inversen Problems

In diesem Abschnitt wird der Effekt von den oben vorgestellten Erweiterungen des inversen Problems untersucht. Hierzu findet zunächst eine grundlegende Validierung statt, bei welcher der Nutzen der Erweiterung des inversen Problems grundsätzlich analysiert wird. Im zweiten Teil folgt die Gegenüberstellung und Diskussion von Rekonstruktionsergebnissen, die jeweils mit der Erweiterung auf Basis der BTL- und MTL-Theorie erzielt werden.

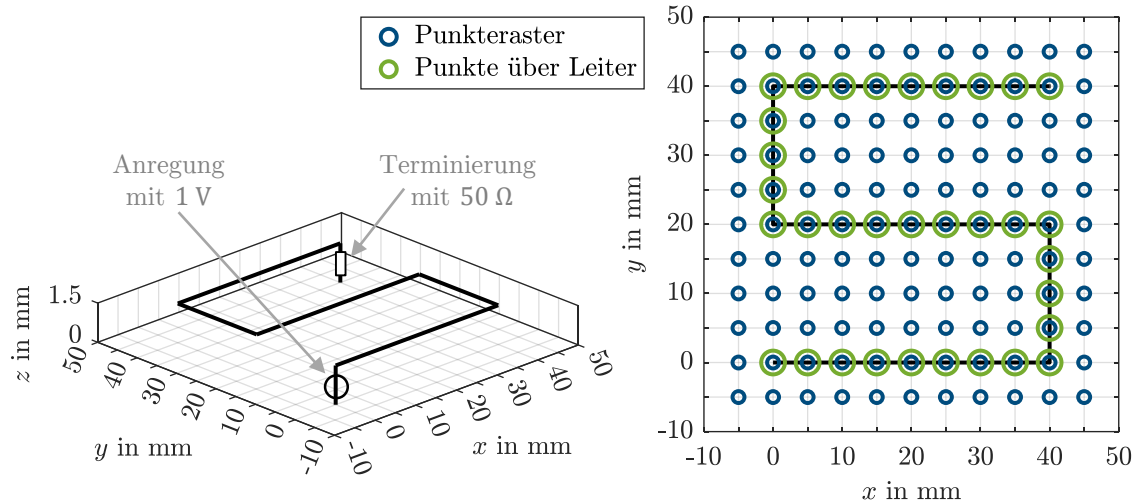
Die eingeführten Erweiterungen werden neben den hier vorgestellten Untersuchungen auch in weiteren Veröffentlichungen validiert. Z. B. findet sich in [V5] eine Validierung auf Basis von gemessenen Nahfelddaten und in [V10] eine Gegenüberstellung von rekonstruierten und gemessenen Spannungsverteilungen.

### 4.4.1 Grundlegende Validierung der Härting des inversen Problems gegenüber Rauscheinflüssen

Für eine exemplarische Struktur werden die Rekonstruktionsergebnisse mit und ohne die oben vorgestellten Erweiterungen des inversen Problems verglichen und diskutiert. Hierbei dient das Vorgehen zur Stromrekonstruktion in [42] als Ausgangsbasis bzw. Benchmark. Die auf diese Weise bestimmten Rekonstruktionsergebnisse werden den Ergebnissen gegenübergestellt, die unter Verwendung der oben eingeführten Erweiterungen bestimmt werden. Hierbei werden die Effekte durch die Annahme von Stromverteilungen (siehe Unterkapitel 4.2) und die Berücksichtigung von Nebenbedingungen (siehe Unterkapitel 4.3) aufbauend betrachtet.

Als exemplarische Struktur wird der S-förmige Leiter verwendet, der in Abbildung 4-10 dargestellt ist. Dieser Rundleiter hat einem Durchmesser von 0,1 mm und seine Leitfähigkeit wird als ideal angenommen. Der Leiter liegt flach in einer Höhe von 1,5 mm gegenüber einer idealen Massefläche, die bei  $z = 0$  angenommen wird. Am Nahende (bei  $x = y = 0$ ) wird der Leiter mit einer idealen Spannungsquelle mit 1 V angeregt und die Terminierung erfolgt am Fernende (bei  $x = y = 40$  mm) mit einem 50  $\Omega$ -Widerstand.

Um die Stromverteilung in dieser Struktur zu rekonstruieren, werden Felddaten in der Höhe  $z = 5$  mm ausgewertet (3,5 mm Beobachtungsabstand zum Leiter). Es werden



**Abbildung 4-10: Aufbau der S-förmigen Leiterstruktur mit den Punkten, an denen die für die Rekonstruktion verwendeten Felddaten vorliegen.**

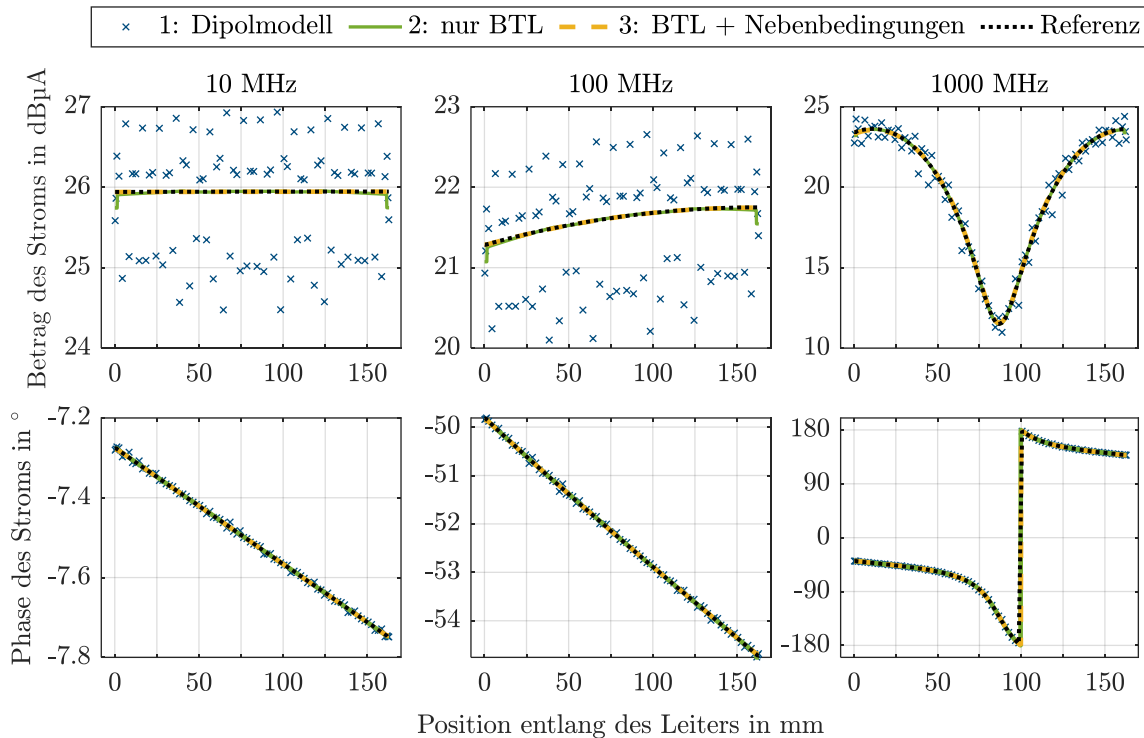
zwei unterschiedliche Punkteanordnungen verwendet, an denen die Felddaten für die Rekonstruktion ausgewertet werden. Ein gleichmäßiges Punkteraster mit 121 Punkten und ein reduziertes Set aus 33 Punkten, die genau über dem Leiter liegen. Beide Punkteanordnungen sind in Abbildung 4-10 dargestellt.

Wie in den Untersuchungen in [42] werden für die Stromrekonstruktion ausschließlich die komplexwertigen, horizontalen, magnetischen Feldkomponenten als Datengrundlage verwendet. Zur Rekonstruktion werden drei verschiedene Ansätze verwendet, deren Merkmale in Tabelle 4-1 gelistet sind. Ansatz 1 ist ähnlich zur Methodik in [42], bei der die Felddaten von allen Punkten im Raster über der Struktur ausgewertet werden. Dementsprechend wird auch die Tikhonov-Regularisierung zur Lösung des inversen Problems verwendet. Um mit diesem Vorgehen möglichst gute Ergebnisse zu erzielen, wird die Struktur in verhältnismäßig lange Segmente bzw. Dipole diskretisiert (horizontale Segmentlänge: 2 mm, vertikale Segmentlänge: 0,5 mm) [38], [39]. Bei Ansatz 2 und 3 wird hingegen für die Struktur ein Rekonstruktionsmodell mit der in Abschnitt 3.4 vorgeschlagenen Segmentierung aufgebaut, dass die oben eingeführten Erweiterungen des inversen Problems berücksichtigt. Da die parallel liegenden Abschnitte der Leiterstruktur einen verhältnismäßig großen Abstand aufweisen, lässt sich die Verkopplungen der Leiter vernachlässigen und die Beschreibung der Stromverteilung mit der MTL-Theorie ist nicht notwendig. Aus diesem Grund werden in dieser Untersuchung lediglich die Erweiterungen auf Basis der BTL-Theorie verwendet.

Um die für die Rekonstruktion benötigten Felddaten zu erzeugen, wird die Struktur in CONCEPT-II simuliert (vgl. Anhang A.4). Die dabei simulierte Stromverteilung wird als Referenzergebnis in der Gegenüberstellung der Rekonstruktionsergebnisse

**Tabelle 4-1: Merkmale der Rekonstruktionsansätze, die für die Bestimmung der Stromrekonstruktion der S-förmigen Leiterstruktur verwendet werden.**

Rekonstruktionsansatz	verwendete Felddaten	verwendete Erweiterungen	Lösungsansatz des inversen Problems
1	Punkteraster	(keine)	Tikhonov-Regularisierung
2	Punkte über Leiter	nur BTL (ohne Nebenbedingen)	Least Square
3	Punkte über Leiter	BTL mit Nebenbedingungen	Least Square

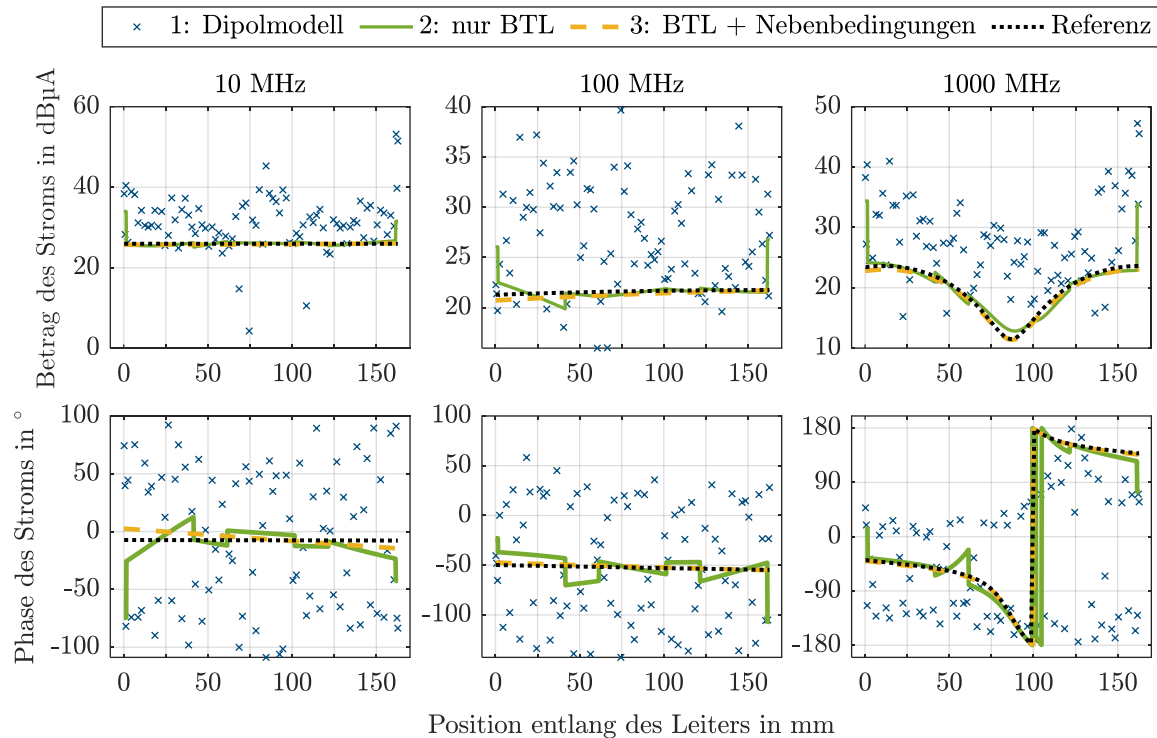


**Abbildung 4-11: Rekonstruierte Stromverteilung für die S-förmige Struktur anhand von rauschfreien Felddaten.**

berücksichtigt. Um mögliche Frequenzabhängigkeiten zu identifizieren, werden die Simulationen und Rekonstruktionen exemplarisch für 10 MHz, 100 MHz und 1000 MHz durchgeführt.

In Abbildung 4-11 sind die rekonstruierten Stromverteilungen für Felddaten ohne Rauscheinfluss dargestellt. Ähnlich zu den Ergebnissen von [42] lässt sich für den Betrag der mit Ansatz 1 rekonstruierten Stromverteilung eine Streuung von ca. 1 dB um den Referenzwert feststellen. Die Ergebnisse von Ansatz 2 und 3 zeigen hinsichtlich des Betrags nahezu keine Unterschiede zum Referenzergebnis mit Ausnahme der Strombeträge, welche für die vertikalen Anschlüsselemente mit dem 2. Ansatz bestimmt werden. Mit allen Ansätzen wird die Phase der Stromverteilung sehr gut rekonstruiert. Eine Frequenzabhängigkeit des Fehlers ist nicht zu beobachten.

In einer zweiten Betrachtung werden die Rekonstruktionsergebnisse für rauschbehaftete Felddaten untersucht. Hierzu werden die simulierten Felddaten entsprechend dem Vorgehen in Anhang A.3 künstlich verrauscht. Es wird dabei ein Pegelrauschen mit einer Standardabweichung von  $\sigma_{\text{mag}} = 0,5$  dB und ein Phasenrauschen mit einer Standardabweichung von  $\sigma_{\text{phs}} = 15^\circ$  gewählt. In Abbildung 4-12 sind exemplarische Rekonstruktionsergebnisse für auf diese Weise verrauschte Felddaten dargestellt. Insbesondere die mit Ansatz 1 rekonstruierten Stromverteilungen zeigen einen deutlich höheren Fehler als zuvor. Der Betrag weicht um bis zu 15 dB ab und die Phaseninformationen werden ebenfalls mit signifikanten Fehlern bestimmt. Auch die Fehler für die Rekonstruktionsergebnisse von Ansatz 2 und 3 nehmen zu. Die Abweichungen des rekonstruierten Betrags liegen im Rahmen von 3 dB für Ansatz 2 und 1 dB für Ansatz 3. Bei den mit Ansatz 2 bestimmten Stromverteilungen sind Sprünge im Verlauf des Betrags und der Phase an den Übergängen zwischen den geraden Leiterabschnitten zu beobachten. Für die rekonstruierte Phase zeichnen sich signifikante Fehler bei den mit Ansatz 2 berechneten Stromverteilungen ab. Aufgrund der zusätzlichen Berücksichtigung der Kirchhoffschen Regeln bei Ansatz 3 treten solche Abweichungen bei den bestimmten Stromverteilungen nicht auf und es werden genauere Ergebnisse



**Abbildung 4-12: Rekonstruierte Stromverteilung für die S-förmige Struktur anhand von rauschbehafteten Felddaten.**

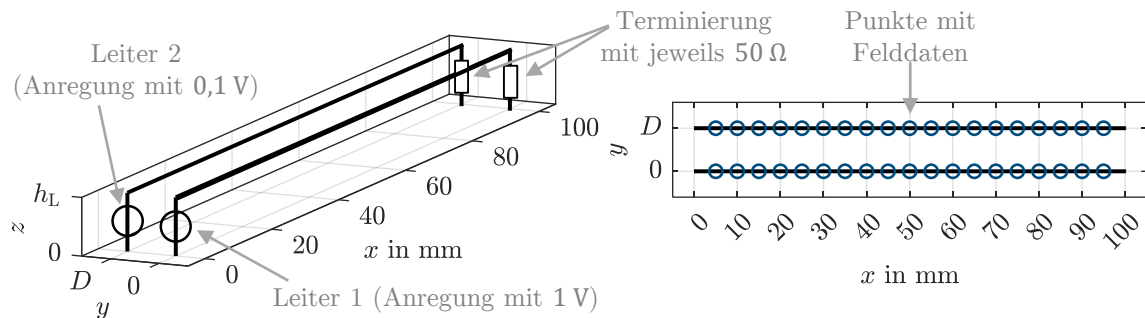
ermittelt als mit Ansatz 2. Eine signifikante Frequenzabhängigkeit der Rekonstruktionsqualität ist auch in dieser Untersuchung nicht beobachtbar.

Zusammenfassend zeigen die Rekonstruktionsergebnisse für die rauschfreien und rauschbehafteten Felddaten, dass durch die Erweiterung des inversen Problems mit weniger Felddaten genauere Rekonstruktionsergebnisse bestimmt werden. Zudem ist eine Härting des Rekonstruktionsverfahrens gegenüber Rauscheinflüssen durch die Erweiterungen klar erkennbar. Die Qualität dieser Härting wird insbesondere dadurch unterstrichen, dass die Fehler der mit Ansatz 2 und 3 rekonstruierten Stromverteilungen signifikant kleiner sind als die mit Ansatz 1 erzielten Ergebnisse, obwohl für Ansatz 2 und 3 deutlich weniger Felddaten verwendet werden.

#### 4.4.2 Vergleich der Erweiterungen auf Basis der BTL- und MTL-Theorie

Für das inverse Problem werden Erweiterungen vorgeschlagen, die sowohl mit der BTL-Theorie als auch mit der MTL-Theorie formuliert werden können. In diesem Abschnitt werden diese beiden Erweiterungen gegenübergestellt und anhand der Rekonstruktionsergebnisse diskutiert, die mit den jeweiligen Erweiterungen erzielt werden können. Entsprechend der verwendeten Theorie werden diese Ansätze im folgenden Abschnitt als BTL-Erweiterung und MTL-Erweiterung bezeichnet. Dabei wird jeweils die Stetigkeit zwischen den Abschnitten entsprechend Unterkapitel 4.3 berücksichtigt. Im Rahmen des Vergleichs wird die Qualität der Spannungsrekonstruktion untersucht und validiert.

Für diese Untersuchung wird die in Abbildung 4-13 dargestellte Doppelleiterstruktur verwendet. Beide Leiter der Struktur sind als Rundleiter ausgeführt, haben einen Durchmesser von 0,2 mm und ihr Abstand zueinander ist mit  $D$  angegeben. Sie befinden sich über einer idealen Massefläche, die bei  $z = 0$  angenommen wird, und haben gegenüber der Massefläche jeweils die Höhe  $h_L$ , die im Rahmen der Untersuchung genauso wie der Abstand  $D$  variiert wird. Die Leitfähigkeit wird als ideal angenommen



**Abbildung 4-13: Darstellung der Doppelleiterstruktur mit dem Abstand  $D$  und der Punkte, an denen die für die Rekonstruktion verwendeten Felddaten vorliegen.**

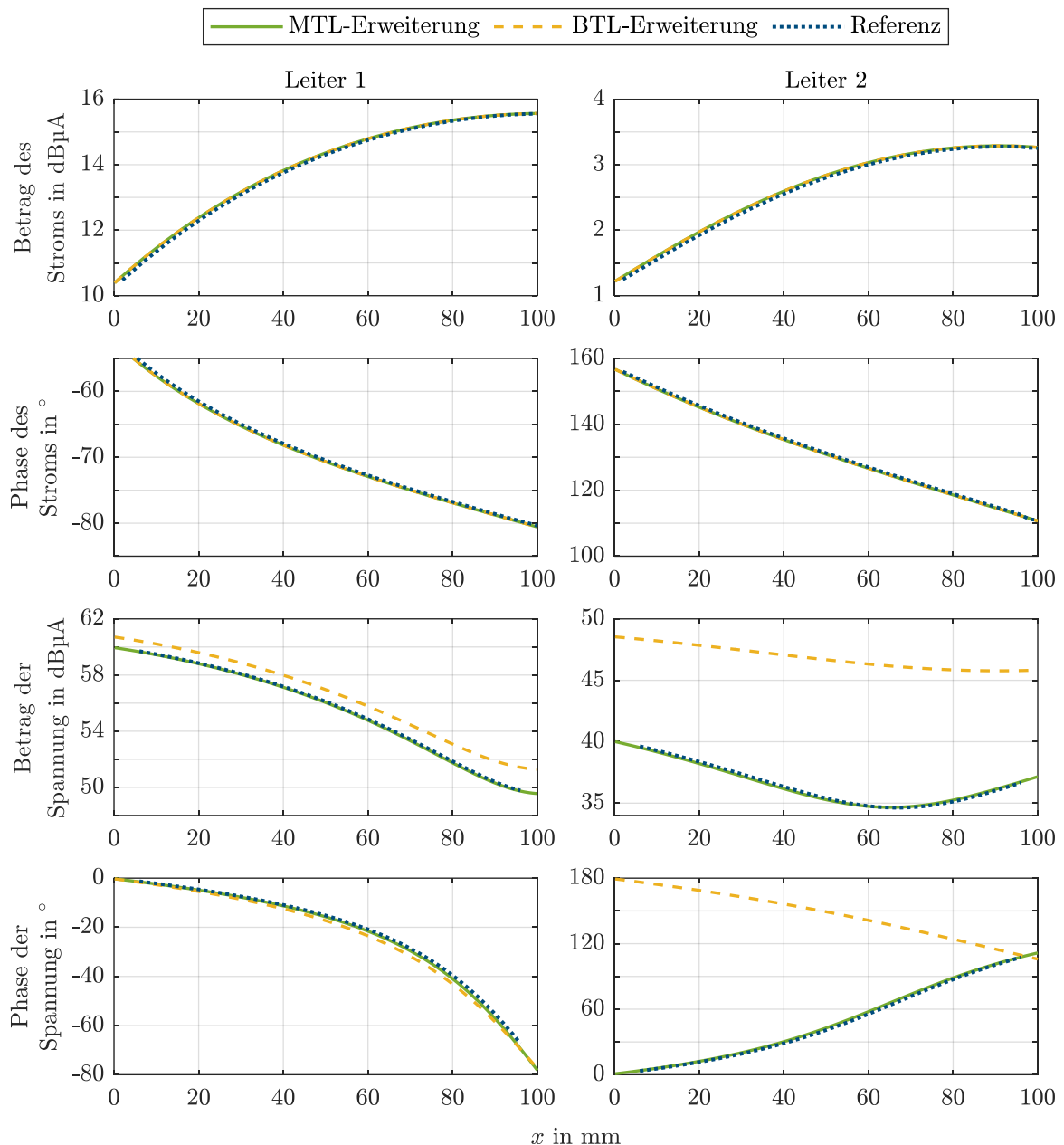
und beide Leiter werden jeweils mit einer Impedanz von  $50 \Omega$  am Fernende ( $x = 100 \text{ mm}$ ) terminiert. Leiter 1 (bei  $y = 0$ ) wird mit einer idealen Spannungsquelle mit  $1 \text{ V}$  angeregt und die Anregung von Leiter 2 (bei  $y = D$ ) erfolgt phasengleich mit einer idealen Spannungsquelle in Höhe von  $0,1 \text{ V}$ . Beide Leiter werden jeweils am Nahende bei  $x = 0$  stimuliert.

Die für die Stromrekonstruktion verwendeten Felddaten werden an den Punkten ausgewertet, die in Abbildung 4-13 dargestellt sind. Die Punkte befinden sich in der Höhe  $z = 5 \text{ mm}$ . Es werden nur die  $y$ -Komponenten des magnetischen Felds und die  $z$ -Komponenten des elektrischen Felds für die Rekonstruktion verwendet.

Die Anordnung wird in CONCEPT-II simuliert (vgl. Anhang A.4), um die Felddaten für die Rekonstruktion zu erhalten. Hierbei werden auch die Strom- und Spannungsverteilungen auf den Leitern bestimmt, die nachfolgenden als Referenzwerte dienen.

Zunächst werden exemplarisch für den Leiterabstand  $D = 1 \text{ mm}$  und die Leiterhöhe  $h_L = 1,5 \text{ mm}$  die Strom- und Spannungsverteilungen bei  $500 \text{ MHz}$  untersucht, die jeweils mit der BTL- und MTL-Erweiterung rekonstruiert werden. Diese Ergebnisse sind in Abbildung 4-14 dargestellt. Für beide Leiter sind die mit den oben genannten Erweiterungen rekonstruierten Stromverteilungen nahezu identisch. Die rekonstruierten Ströme weisen vernachlässigbare Abweichungen gegenüber den Referenzwerten auf. Mit den Erweiterungen werden jedoch unterschiedliche Spannungsverteilungen bestimmt. Dabei weisen die Ergebnisse der Rekonstruktion mit der MTL-Erweiterung eine sehr gute Übereinstimmung mit den Referenzwerten auf. Die Abweichungen der mit der BTL-Erweiterung bestimmten Ergebnisse fallen für Leiter 1 kleiner aus als für Leiter 2. Da demgegenüber die Stromverteilungen durch beide Erweiterungen korrekt rekonstruiert werden, zeigt diese Untersuchung, dass die Berücksichtigung der Koppeleffekte zwischen den Leitungen notwendig für die korrekte Spannungsrekonstruktion ist. Dies ist der entscheidende Unterschied der MTL-Erweiterung gegenüber der BTL-Erweiterung.

Ausgehend von diesen Beobachtungen werden in einer zweiten Untersuchung die mit den verschiedenen Erweiterungen erzielbaren Rekonstruktionsergebnisse für verschiedene Frequenzen und Geometrien analysiert. Da die rekonstruierten Stromverteilungen für beide Erweiterungen nur marginale Unterschiede aufweisen, werden lediglich die Ergebnisse für die Spannungsverteilungen bzw. deren Abweichungen gegenüber den simulierten Verteilungen untersucht. Hierzu werden die relativen Abweichungen zwischen den rekonstruierten Spannungen und den Referenzwerten berechnet. Der Referenzwert wird in der Simulation entsprechend Anhang A.4.3 an  $N$  Positionen bestimmt und mit  $U_{\text{ref},i}$  angegeben. Zur Berechnung der relativen Abweichung wird die rekonstruierte Spannung ggf. linear interpoliert und mit  $U_{\text{rek},i}$  angegeben. Für



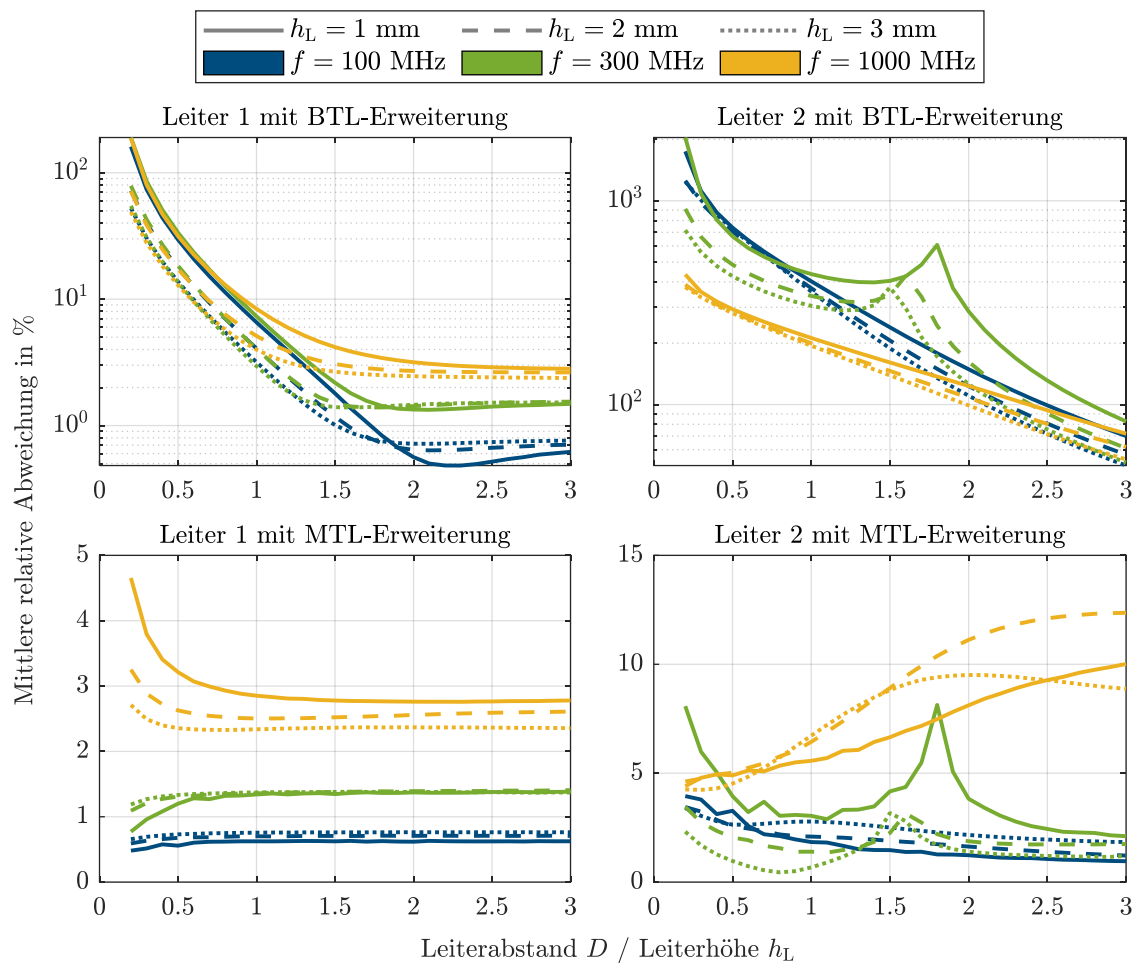
**Abbildung 4-14: Rekonstruierte Strom- und Spannungsverteilungen auf den Leitern der Doppelleiterstruktur für 500 MHz bei einem Leiterabstand von 1 mm und einer Leiterhöhe von 1,5 mm.**

beide Leiter werden jeweils die Mittelwerte über den Betrag der relativen Abweichung berechnet:

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{U_{\text{rek},i} - U_{\text{ref},i}}{U_{\text{ref},i}} \right|. \quad (4.74)$$

Diese mittleren relativen Abweichungen werden exemplarisch für drei Frequenzen zu je drei unterschiedlichen Leiterhöhen  $h_L$  bestimmt. Dabei wird zusätzlich der Leiterabstand  $D$  variiert.

In Abbildung 4-15 sind die relativen Abweichungen in Abhängigkeit vom Leiterabstand dargestellt, wobei dieser auf die Leiterhöhe  $h_L$  bezogen ist. Hierbei ist grundsätzlich zu beobachten, dass sich die Abweichungen für verschiedene Leiterhöhen bei derselben Frequenz (jeweils in derselben Farbe dargestellt) überwiegend ähnlich verhalten. Des



**Abbildung 4-15: Mittelwert des Betrags des relativen Fehlers der rekonstruierten Spannungsverteilungen auf der Doppelleiterstruktur in Abhängigkeit des Leiterabstands für verschiedene Leiterhöhen bei verschiedenen Frequenzen.**

Weiteren ist zu beobachten, dass die Abweichungen mit der Frequenz zunehmen. Dies lässt sich durch die verwendeten Feldmodelle erklären, welche für höhere Frequenzen das tatsächliche Feld ungenauer beschreiben (vgl. Unterkapitel 3.4).

Wie zuvor werden für alle untersuchten Fälle mit der MTL-Erweiterung signifikant bessere Ergebnisse bestimmt. Hierbei sind die Abweichungen für Leiter 1 ab  $D/h_L > 0,5$  nahezu unabhängig vom Leiterabstand. Für kleinere Abstände treten bei 1000 MHz größere Abweichungen auf, welche dennoch vernachlässigbar sind. Ebenso treten größere Abweichungen bei 1000 MHz für die rekonstruierten Spannungen entlang von Leiter 2 auf. Diese könnten durch die fehlerhafte Modellierung des Felds für höhere Frequenzen erklärt werden.

Die mit der BTL-Erweiterung bestimmten Ergebnisse zeigen erwartungsgemäß das Verhalten, bei dem die Abweichungen bei zunehmendem Leiterabstand abnehmen. Hierbei ist für Leiter 1 ab ca.  $D/h_L > 2$  eine Konvergenz der Abweichungen auf das Niveau zu beobachten, welche mit der MTL-Erweiterung erreicht wird. Ein solches Verhalten ist für die Ergebnisse mit der BTL-Erweiterung für Leiter 2 nicht zu erkennen. Abschließend ist für alle untersuchten Fälle festzustellen, dass die mit der BTL-Erweiterung erzielten Ergebnisse höhere Abweichungen aufweisen als die Ergebnisse, die mit der MTL-Erweiterung berechnet werden. Insbesondere für geringe Leiterabstände ist daher die MTL-Erweiterung für das inverse Problem zu bevorzugen.

---

## 5 Auswertung von phasenlosen Nahfelddaten

Das inverse Problem zur Stromrekonstruktion beschreibt sowohl in der klassischen Form (2.29) als auch in der erweiterten Form (4.72) einen komplexwertigen Zusammenhang zwischen der Stromverteilung und den Nahfelddaten. Entsprechend müssen die Felddaten durch Amplitude und Phase bekannt sein, damit die Lösung des inversen Problems mit den Verfahren aus Abschnitt 2.1.1 berechnet werden kann.

Wenn das Nahfeld mit Zeitbereichsmesstechnik erfasst wird, lassen sich diese Informationen anhand einer (diskreten) Fourier-Transformation bestimmen. Jedoch ist dieser Ansatz bezüglich der Messgenauigkeit limitiert, da Analog-Digital-Wandler mit einer hinreichenden Auflösung für hohe Frequenzen nicht verfügbar sind. Aus diesem Grund empfiehlt sich für Untersuchungen bei höheren Frequenzen die Verwendung von Frequenzbereichsmesstechnik. Mit solchen Geräten ist die Amplitude eines Signals sehr genau messbar, jedoch wird die Phaseninformation des Signals in der Regel nicht erfasst. Zwar existieren Messmethoden wie z. B. [91], um die Phaseninformation zu messen, jedoch sind diese Methoden sehr aufwendig. Darüber hinaus weisen die so gemessenen Phaseninformationen insbesondere für schwache Signale größere Ungenauigkeiten auf.

Wie in Abschnitt 1.2.2 vorgestellt, ist die Rekonstruktion der Stromverteilung anhand von phasenlosen Nahfelddaten mit speziellen Lösungsverfahren möglich. In diesem Kapitel wird dies aufgegriffen, ein geeignetes Lösungsverfahren für das erweiterte Stromrekonstruktionsverfahren ausgewählt und im Detail vorgestellt. Die Eignung des Verfahrens wird anhand von Fallbeispielen untersucht. Hierbei wird herausgearbeitet, unter welchen Bedingungen gute Ergebnisse erzielbar sind und welche Grenzen das Verfahren hat.

### 5.1 Verfahren zur Phasenrekonstruktion

In diesem Unterkapitel wird ein Lösungsverfahren zur Stromrekonstruktion anhand von phasenlosen Nahfelddaten eingeführt. Es werden die Anforderungen an ein Verfahren herausgearbeitet, welche die Auswahl eines geeigneten Berechnungsverfahrens ermöglichen. Das ausgewählte iterative Verfahren wird anschließend vorgestellt. Dann werden mehrere Gütekriterien und mögliche Abbruchbedingungen für die Iteration des Verfahrens vorgeschlagen. Abschließend werden die Möglichkeiten zur Wahl der Anfangswerte für das iterative Verfahren präsentiert. Hierbei wird vorgestellt, wie sich a priori Wissen berücksichtigen lässt.

Aus Gründen der Lesbarkeit wird in diesem Unterkapitel die Beschreibung der Stromrekonstruktion als inverses Problem entsprechend (2.29) verwendet. Das Verfahren ist analog auf die erweiterte Form (4.72) übertragbar.

#### 5.1.1 Diskussion zur Wahl eines Verfahrens

Zunächst werden die Anforderungen an ein Lösungsverfahren herausgearbeitet, um anhand von phasenlosen Nahfelddaten eine Stromverteilung mit der in Kapitel 4 entwickelten Formulierung zu bestimmen. Hierzu wird die Klassifikation aus Abschnitt 1.2.2 aufgegriffen. Darauf aufbauend findet eine Diskussion zur Wahl eines geeigneten Lösungsverfahrens statt.

Bei der vorliegenden Problemstellung sind die Positionen und Orientierungen der Feldquellen wie bei den klassischen Stromrekonstruktionsverfahren (siehe Abschnitt 2.3.2) durch die Leiterplattengeometrie gegeben. Dementsprechend kommen zur

Parametrierung der Quellen die Verfahren aus der Gruppe der deterministischen iterativen Ansätze oder aus der Gruppe der heuristischen und KI-basierten Ansätze infrage.

Grundsätzlich ist die Verwendung eines heuristischen Ansatzes zur Stromrekonstruktion wie in [42] möglich. Das dabei verwendete Verfahren basiert auf einem Optimierungsverfahren, das die Phase des Stroms entlang eines Strompfades berücksichtigt und große Phasensprünge unterdrückt. Ein solcher Ansatz wird aufgrund der Erweiterungen aus Kapitel 4 nicht benötigt, da durch die Berücksichtigung der Leitungstheorie physikalisch korrekte Phasenverläufe entlang der Strompfade erzwungen werden. Dementsprechend genügen einfache deterministische iterative Ansätze, um bei deutlich geringerem Rechenaufwand qualitativ ähnliche Rekonstruktionsergebnisse zu erzielen.

Es wird ein einfaches iteratives Verfahren verwendet, das sich maßgeblich an dem Vorgehen aus [46], [47] orientiert. Bewusst wird auf komplexere Verfahren wie z. B. in [35], [36] verzichtet. Für solch komplexere Verfahren kann aufgrund der Verwendung von effizienteren Algorithmen lediglich eine schnellere Konvergenz erwartet werden. Daneben ergibt sich durch die Verwendung eines einfachen iterativen Verfahrens der Vorteil, die Einflussfaktoren des Verfahrens eindeutig zu identifizieren und zu optimieren.

### 5.1.2 Aufbau des gewählten iterativen Verfahrens zur Phasenrekonstruktion

In Abbildung 5-1 sind die einzelnen Schritte des iterativen Verfahrens in einem Programmablaufplan dargestellt. Zum Start des Verfahrens sind die Beträge der Felddaten durch den Vektor  $\mathbf{F}_{\text{mag}}$  bekannt. Ebenso wird die Matrix  $\Psi$  des inversen Problems bestimmt.

Anschließend wird eine initiale Phasenverteilung  $\boldsymbol{\varphi}^{[0]}$  gewählt. Diese Phasenverteilung wird als Anfangswert für das iterative Verfahren betrachtet. Durch diese Verteilung wird für jeden Eintrag vom Vektor  $\mathbf{F}_{\text{mag}}$  eine Phaseninformation vorgegeben. Somit ergibt sich  $\boldsymbol{\varphi}^{[0]}$  als Vektor mit denselben Dimensionen wie  $\mathbf{F}_{\text{mag}}$ . Auf die konkrete Wahl dieser Phasenverteilung wird im Abschnitt 5.1.4 eingegangen. Als letzter Schritt der Initialisierung wird die Zählvariable  $i$  zu 1 gesetzt.

Als erste Operation in einem Iterationsschritt werden die komplexwertigen Ausgangsdaten  $\mathbf{F}^{[i]}$  gebildet. Hierzu werden die bekannten Feldamplituden  $\mathbf{F}_{\text{mag}}$  und die zuletzt bestimmte Phasenverteilung  $\boldsymbol{\varphi}^{[i-1]}$  anhand des Hadamard-Produkts verknüpft:

$$\mathbf{F}^{[i]} = \mathbf{F}_{\text{mag}} \circ \exp(j \boldsymbol{\varphi}^{[i-1]}). \quad (5.1)$$

Entsprechend wird für den ersten Iterationsschritt ( $i = 1$ ) bei dieser Operation die initiale Phasenverteilung verwendet. Für alle weiteren Iterationsschritte ( $i \geq 2$ ) werden rekonstruierte Phaseninformationen verwendet, die zum Ende des vorherigen Iterationsschrittes bestimmt worden sind.

Bei der zweiten Operation wird mit den nach (5.1) bestimmten Felddaten  $\mathbf{F}^{[i]}$  das inverse Problem zur Stromrekonstruktion gelöst. Dabei kann ein beliebiges Lösungsverfahren verwendet werden. In dieser Arbeit wird die Lösung des inversen Problems anhand eines lineares Ausgleichsproblems bestimmt (vgl. Abschnitt 2.1.1 bzw. (2.3)). Damit folgt für den  $i$ . Iterationsschritt das Rekonstruktionsergebnis  $\hat{\mathbf{I}}^{[i]}$ , welches die geschätzte Stromverteilung repräsentiert:

$$\hat{\mathbf{I}}^{[i]} = \arg \min_{\mathbf{I}} \|\Psi \cdot \mathbf{I} - \mathbf{F}^{[i]}\|_2^2. \quad (5.2)$$

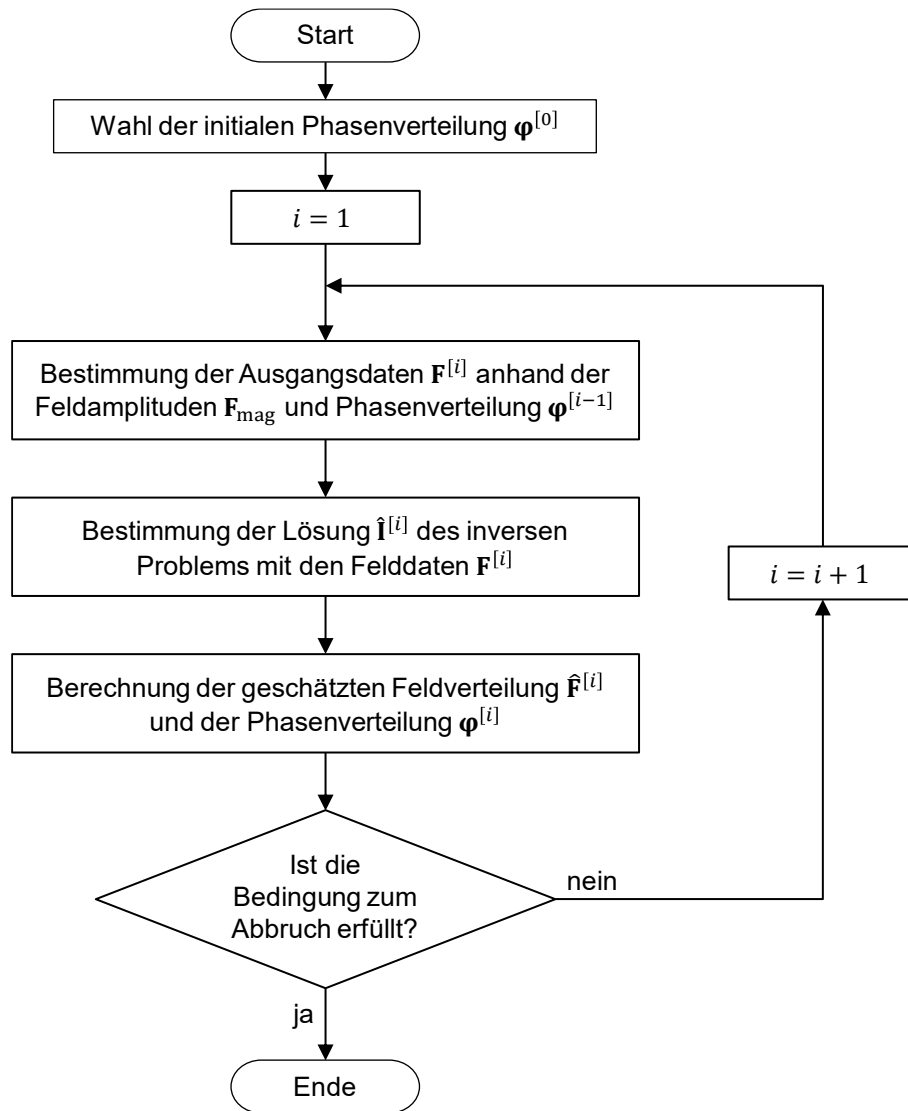


Abbildung 5-1: Programmablaufplan des iterativen Verfahrens zur Phasenrekonstruktion.

Im letzten Teil des Iterationsschritts wird anhand der geschätzten Stromverteilung  $\hat{\mathbf{I}}^{[i]}$  die geschätzte Feldverteilung  $\hat{\mathbf{F}}^{[i]}$  berechnet:

$$\hat{\mathbf{F}}^{[i]} = \Psi \cdot \hat{\mathbf{I}}^{[i]}. \quad (5.3)$$

Diese geschätzte Feldverteilung hat neben einer Amplitudeninformation auch eine Phaseninformation, die den Modellierungen unterliegt, welche zur Bildung des inversen Problems angenommen werden. Diese Phaseninformation wird als die rekonstruierte Phasenverteilung  $\varphi^{[i]}$  betrachtet:

$$\varphi^{[i]} = \arg \hat{\mathbf{F}}^{[i]}. \quad (5.4)$$

Abschließend erfolgt die Prüfung einer Abbruchbedingung. Auf die konkrete Formulierung dieser Bedingung wird im nachfolgenden Abschnitt eingegangen. Wenn diese Bedingung nicht erfüllt ist, wird die Zählvariable  $i$  hochgezählt und es werden mit der zuletzt rekonstruierten Phasenverteilung neue Ausgangsdaten entsprechend (5.1) bestimmt. Andernfalls werden die Phasenverteilung  $\varphi^{[i]}$  und das Rekonstruktionsergebnis  $\hat{\mathbf{I}}^{[i]}$  als die Ergebnisse des iterativen Verfahrens betrachtet.

### 5.1.3 Wahl der Abbruchbedingung anhand von Gütekriterien

Bei der Wahl der Abbruchbedingung ist zu beachten, dass in jedem Iterationsschritt jeweils eine neue Stromverteilung wie auch Phasenverteilung rekonstruiert wird. Sofern das iterative Verfahren konvergent ist, nehmen die Änderungen der rekonstruierten Phasenverteilung  $\boldsymbol{\varphi}^{[i]}$  und des Rekonstruktionsergebnisses  $\hat{\mathbf{I}}^{[i]}$  gegenüber den im Iterationsschritt zuvor bestimmten Werten ab. Daher werden nachfolgend Gütekriterien eingeführt, um diese Änderung der Größen zu quantifizieren. Zusätzlich wird ein weiteres, in der Literatur häufig verwendetes Gütekriterium vorgestellt. Dann wird gezeigt, wie anhand der Gütekriterien konkrete Abbruchbedingungen formuliert werden. Zunächst wird die mittlere Änderung der rekonstruierten Phaseninformation als Gütekriterium  $\Delta_{\varphi,i}$  eingeführt. Diese wird für den Iterationsschritt  $i$  anhand der Differenz der rekonstruierten Phaseninformation für die Schritte  $i$  und  $(i-1)$  definiert:

$$[\Delta\varphi_1^{[i]} \quad \dots \quad \Delta\varphi_{K_F}^{[i]}]^T = \boldsymbol{\varphi}^{[i]} - \boldsymbol{\varphi}^{[i-1]}. \quad (5.5)$$

Dabei ist  $K_F$  die Anzahl der Koeffizienten im Vektor  $\boldsymbol{\varphi}^{[i]}$  bzw.  $\boldsymbol{\varphi}^{[i-1]}$ . Der Mittelwert der Koeffizienten in (5.5) entspricht dem Kriterium  $\Delta_{\varphi,i}$ , wobei zur Mittelwertbildung die Phasendifferenz korrigiert wird, sofern diese größer als  $\pi$  ist:

$$\Delta_{\varphi,i} = \frac{1}{K_F} \sum_{k=1}^{K_F} \min \left\{ \left| \Delta\varphi_k^{[i]} \right|, 2\pi - \left| \Delta\varphi_k^{[i]} \right| \right\}, \quad \forall i \in \mathbb{N}_{\geq 2}. \quad (5.6)$$

Das zweite hier eingeführte Gütekriterium  $\Delta_{I,i}$  beschreibt die Änderung des Rekonstruktionsergebnisses anhand der mittleren relativen Änderung. Dieses Kriterium ergibt sich mit

$$\hat{\mathbf{I}}^{[i]} = [\hat{I}_1^{[i]} \quad \dots \quad \hat{I}_{K_I}^{[i]}]^T \quad (5.7)$$

als

$$\Delta_{I,i} = \frac{1}{K_I} \sum_{k=1}^{K_I} \left| \frac{\hat{I}_k^{[i]} - \hat{I}_k^{[i-1]}}{\hat{I}_k^{[i]}} \right|, \quad \forall i \in \mathbb{N}_{\geq 2}. \quad (5.8)$$

Als drittes Gütekriterium wird ähnlich zu [46], [47] die Qualität der Feldapproximation eingeführt. Das Kriterium  $\Delta_{F,i}$  vergleicht dazu die bekannten Feldamplituden  $\mathbf{F}_{\text{mag}}$  mit den Amplituden der geschätzten Feldverteilung  $\hat{\mathbf{F}}^{[i]}$  aus (5.3). Diese werden mit

$$|\hat{\mathbf{F}}^{[i]}| = [|\hat{f}_1^{[i]}| \quad |\hat{f}_2^{[i]}| \quad \dots \quad |\hat{f}_{K_F}^{[i]}|]^T, \quad \forall i \in \mathbb{N}^* \quad (5.9)$$

angegeben. Das Gütekriterium über die Feldapproximation  $\Delta_{F,i}$  berechnet sich damit nach

$$\Delta_{F,i} = \sqrt{\frac{\|\mathbf{F}_{\text{mag}} - |\hat{\mathbf{F}}^{[i]}|\|}{\|\mathbf{F}_{\text{mag}}\|}}, \quad \forall i \in \mathbb{N}^*. \quad (5.10)$$

Auf Basis dieser drei Kriterien werden Abbruchbedingungen formuliert. Sofern die Kriterien  $\Delta_{\varphi,i}$  oder  $\Delta_{I,i}$  benutzt werden, ist zu beachten, dass mindestens zwei Iterationsschritte erfolgt sein müssen, um die Werte dieser Kriterien zu berechnen. So lässt sich als Abbruchbedingung formulieren, dass die Iteration endet, wenn die Werte der Kriterien die jeweiligen Schwellenwerte  $\epsilon_{\varphi}$ ,  $\epsilon_I$  oder  $\epsilon_F$  unterschreiten. Darüber hinaus wird sinnvollerweise eine maximal mögliche Anzahl  $i_{\text{max}}$  von Iterationsschritten vorgegeben. Zusammenfassend ergeben sich damit die folgenden Bedingungen:

$$\begin{aligned}
 (a) \quad & (i \geq 2) \wedge (\Delta_{\varphi,i} \leq \epsilon_{\varphi}) \vee (i \geq i_{\max}), \\
 (b) \quad & (i \geq 2) \wedge (\Delta_{I,i} \leq \epsilon_I) \vee (i \geq i_{\max}), \\
 (c) \quad & (\Delta_{F,i} \leq \epsilon_F) \vee (i \geq i_{\max}).
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

Diese Bedingungen werden in der vorliegenden Arbeit als Abbruchbedingung für das iterative Verfahren untersucht und verwendet. Denkbar ist darüber hinaus die Nutzung einer Verknüpfung von mehreren Bedingungen als Abbruchbedingung.

#### 5.1.4 Wahl der Anfangswerte und Berücksichtigung von a priori Wissen

Das Konvergenzverhalten eines iterativen Verfahrens hängt unter anderem von den gewählten Anfangswerten ab. Für das hier vorstellte Verfahren trifft dies ebenso zu, weshalb in diesem Abschnitt auf die Wahl der initialen Phasenverteilung  $\boldsymbol{\varphi}^{[0]}$  eingegangen wird. Darüber hinaus wird erläutert, wie sich bei dieser Wahl a priori Wissen berücksichtigen lässt.

Als erste Möglichkeit zur Wahl des Anfangswerts wird vorgeschlagen, für die Koeffizienten von  $\boldsymbol{\varphi}^{[0]}$  jeweils voneinander unabhängige zufällige Zahlen zwischen 0 und  $2\pi$  zu wählen:

$$\boldsymbol{\varphi}^{[0]} \sim \mathcal{U}(0, 2\pi). \tag{5.12}$$

So gewählte Phasenverteilungen sind im Allgemeinen jedoch nicht physikalisch, da auf diese Weise an zwei benachbarten Beobachtungspunkten für die Feldstärken stark variierende Phasen gewählt werden können. Entsprechend ist zu erwarten, dass derart gewählte Anfangswerte die Konvergenz des Verfahrens hinauszögern oder einschränken können.

Im Gegensatz dazu lässt sich eine „physikalisch sinnvollere“ Phasenverteilung  $\boldsymbol{\varphi}^{[0]}$  bestimmen, indem die im inversen Problem eingebetteten physikalischen Modelle genutzt werden. Dazu wird analog zu (5.3) mit einem initialen Stromvektor  $\mathbf{I}_{\text{init}}$  eine komplexwertige Nahfeldverteilung bestimmt, deren Phaseninformationen wie in (5.4) als Anfangswert für das iterative Verfahren verwendet wird:

$$\boldsymbol{\varphi}^{[0]} = \arg(\boldsymbol{\Psi} \cdot \mathbf{I}_{\text{init}}). \tag{5.13}$$

Insbesondere wenn die Matrix  $\boldsymbol{\Psi}$  die in Kapitel 4 eingeführte Erweiterung enthält, werden auf diese Weise Phasenverteilungen bestimmt, denen stetige Stromverteilungen auf der Leiterstruktur zugrunde liegen. Dementsprechend weisen die nach (5.13) bestimmten Phasenverteilungen nicht die Schwächen auf, die oben im Kontext der zufälligen Phasenverteilung nach (5.12) genannt werden. Zur konkreten Wahl einer initialen Phasenverteilung nach (5.13) wird der Stromvektor  $\mathbf{I}_{\text{init}}$  zufällig gewählt. In dieser Arbeit werden dazu die Koeffizienten von  $\mathbf{I}_{\text{init}}$  wie folgt gewählt:

$$\mathbf{I}_{\text{init}} = X_1 \cdot \exp(j \cdot X_2) \quad \text{mit } X_1 \sim \mathcal{U}(0, 1 \text{ A}), \quad X_2 \sim \mathcal{U}(0, 2\pi). \tag{5.14}$$

Für manche Stromrekonstruktionsaufgaben liegen neben der untersuchten Leiterstruktur noch weitere Informationen über die untersuchte Leiterplatte vor. Diese Informationen lassen sich als a priori Wissen berücksichtigen und können bei der Wahl des Stromvektors  $\mathbf{I}_{\text{init}}$  helfen. Dies betrifft insbesondere Kenntnisse darüber, ob die Terminierungen von Leiterbahnen aktiv oder passiv sind. Für passiv terminierte Leiter gilt grundsätzlich, dass die an der Terminierung umgesetzte Wirkleistung größer-gleich null ist. Um solche Forderungen als konkrete Bedingungen an den Stromvektor  $\mathbf{I}_{\text{init}}$  zu formulieren, muss das inverse Problem die Erweiterung um die Leitungstheorie (vgl. Kapitel 4) beinhalten.

Wenn die BTL-Theorie zur Erweiterung des inversen Problems verwendet wird (vgl. Abschnitt 4.3.2), dann enthält der Stromvektor  $\mathbf{I}_{\text{init}}$  die hin- und rücklaufenden Stromwellen  $I_{\text{h}}^k$  und  $I_{\text{r}}^k$ , um die Stromverteilung auf dem  $k$ . Leiterabschnitt darzustellen. Um die gesuchte Bedingung über die Passivität der Terminierung zu formulieren, wird der Reflexionsfaktor  $r^k(d^k)$  an der Position  $d^k$  für diesen Leiterabschnitt eingeführt:

$$r^k(d^k) = \frac{e^{+\gamma^k d^k} I_{\text{r}}^k}{e^{-\gamma^k d^k} I_{\text{h}}^k}. \quad (5.15)$$

Wenn der Leiterabschnitt  $k$  passiv terminiert ist, gilt nach [92, S. 20] für den Reflexionsfaktor am Ende des Leiterabschnitts, dass dieser betragsmäßig kleiner-gleich 1 ist. Daraus folgt allgemein die Bedingung:

$$1 \geq |r^k(d_{\text{E}}^k)| = |e^{2\gamma^k d_{\text{E}}^k}| \cdot \frac{|I_{\text{r}}^k|}{|I_{\text{h}}^k|}$$

$$\Leftrightarrow |I_{\text{h}}^k| \geq |e^{2\gamma^k d^k}| \cdot |I_{\text{r}}^k|. \quad (5.16)$$

Wird zusätzlich angenommen, dass die Leitungsverluste vernachlässigbar sind, dann ist  $\gamma^k$  rein imaginär und es resultiert für den passiv terminierten Leiterabschnitt  $k$  die Bedingung

$$|I_{\text{h}}^k| \geq |I_{\text{r}}^k|. \quad (5.17)$$

Mit der Erweiterung des inversen Problems auf Basis der MTL-Theorie (vgl. Abschnitt 4.3.3) wird die Stromverteilung des  $k$ . Leiterabschnitts, der im  $i$ . Bereich liegt, anhand der modalen Stromwellen  $\mathbf{I}_{\text{MTL}}^i$  beschrieben. Um in diesem Fall zu formulieren, dass der betrachtete Leiterabschnitt passiv terminiert ist, werden die Spannung  $U_{\text{T}}$  und der Strom  $I_{\text{T}}$  am Ort der Terminierung bestimmt. Entsprechend der oben formulierten Forderung an die umgesetzte Wirkleistung müssen diese Größen die folgende Bedingung erfüllen:

$$\text{Re} \left( \underbrace{(\mathbf{t}_{\text{U},k}^i(d_{\text{E}}^i) \cdot \mathbf{I}_{\text{MTL}}^i)}_{=U_{\text{T}}} \cdot \underbrace{(\mathbf{t}_{\text{I},k}^i(d_{\text{E}}^i) \cdot \mathbf{I}_{\text{MTL}}^i)^*}_{=I_{\text{T}}^*} \right) \geq 0. \quad (5.18)$$

Dabei ist  $(\cdot)^*$  der Operator für die Konjugation. Mit (5.16) bis (5.18) lassen sich für alle passiv terminierten Leiterabschnitte Bedingungen für den initialen Stromvektor  $\mathbf{I}_{\text{init}}$  formulieren, mit dem wie oben dargestellt dann eine initiale Phasenverteilung  $\boldsymbol{\varphi}^{[0]}$  bestimmt wird. Diese Phasenverteilung berücksichtigt das vorgegebene a priori Wissen. Für die konkrete Bestimmung eines Stromvektors  $\mathbf{I}_{\text{init}}$  wird in dieser Arbeit pragmatisch vorgegangen, indem der Vektor so lange entsprechend (5.14) zufällig neu gewählt wird, bis seine Koeffizienten alle aufgestellten Bedingungen über die Passivität der Terminierungen erfüllen.

Abschließend sei darauf hingewiesen, dass die Ungleichungen (5.16) bis (5.18) auch als Einschränkung bei der Lösung des inversen Problems der Stromrekonstruktion verwendbar sind. Dies wird in [V10] untersucht. Hierbei zeigt sich, dass durch die Berücksichtigung dieser Ungleichungsbedingungen die Rechenzeit für die Lösung der inversen Probleme erheblich erhöht wird und keine Vorteile für dieses Vorgehen feststellbar sind.

## 5.2 Auslegung und Evaluation des iterativen Verfahrens

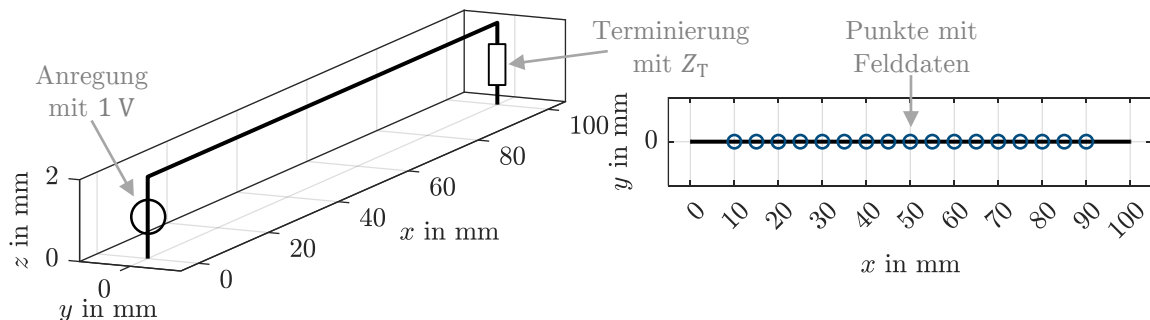
Mit dem oben vorgestellten iterativen Verfahren werden in diesem Unterkapitel für exemplarische Strukturen anhand von phasenlosen Nahfelddaten Rekonstruktionsergebnisse bestimmt und diskutiert. Hierbei werden in drei Abschnitten verschiedene Aspekte des iterativen Verfahrens untersucht. Im ersten Abschnitt wird zunächst auf die Wahl der Abbruchkriterien eingegangen und die Beeinflussung des Konvergenzverhaltens durch Rauschen in den Felddaten untersucht. Im zweiten Abschnitt folgt eine Diskussion zur Wahl der initialen Phasenverteilung. Eine tiefere Analyse zur Frequenzabhängigkeit der erzielten Ergebnisse findet im dritten Abschnitt statt. Hierbei werden die Grenzen des Verfahrens herausgearbeitet.

### 5.2.1 Konvergenz des Verfahrens und Auslegung von Abbruchkriterien

Zunächst wird das grundsätzliche Konvergenzverhalten des iterativen Verfahrens untersucht. Hierbei wird analysiert, wie viele Schritte das Verfahren benötigt, um valide Rekonstruktionsergebnisse zu bestimmen und wie dementsprechend ein geeignetes Abbruchkriterium zu wählen ist. Darüber hinaus wird auch der Einfluss von Rauschen in den Felddaten auf das Konvergenzverhalten des iterativen Verfahrens untersucht. Für diese Untersuchung werden die Rekonstruktionsergebnisse ausgewertet, welche für die in Abbildung 5-2 dargestellte einfache Leiterstruktur berechnet werden. Der Leiter ist rund, hat einen Radius von 0,1 mm und wird als ideal leitfähig angenommen. Er befindet sich über einer idealen Massefläche auf einer Höhe von 2 mm. Damit ergibt sich die Wellenimpedanz  $Z_0$  des Leiters mit ca. 221  $\Omega$ . Die Anregung des Leiters erfolgt anhand einer idealen Spannungsquelle mit 1 V und die Terminierung wird mit der zunächst allgemeinen Impedanz  $Z_T$  gegeben.

Zur Rekonstruktion werden Felddaten an den in Abbildung 5-2 dargestellt Punkten ausgewertet. Diese 17 Punkte liegen 5 mm über der Massefläche bzw. 3 mm über dem Leiter. Zur Rekonstruktion werden nur die absoluten Feldstärken der  $H_y$ - sowie die  $E_z$ -Komponente genutzt, die anhand einer CONCEPT-II-Simulation bestimmt werden (vgl. Anhang A.4).

Die nachfolgende Untersuchung wird mit  $Z_T = 50 \Omega$  bei 10 MHz durchgeführt. Um eine mögliche Beeinflussung des Konvergenzverhaltens durch Rauschen in den Felddaten zu untersuchen, werden die Felddaten mit drei unterschiedlichen Rauschpegeln künstlich verrauscht (siehe Anhang A.3). Die Amplituden der Felddaten werden mit Rauschen beaufschlagt, das anhand der folgenden Standardabweichungen  $\sigma_{\text{mag}}$  bestimmt wird: 0 dB (rauschfrei), 0,25 dB und 1 dB. Da zur Rekonstruktion phasenlose Felddaten verwendet werden, ist die Wahl des Phasenrauschens beim Vorgehen aus Anhang A.3 irrelevant. Für jeden so erzeugten Datensatz wird jeweils 1.000 Mal das iterative

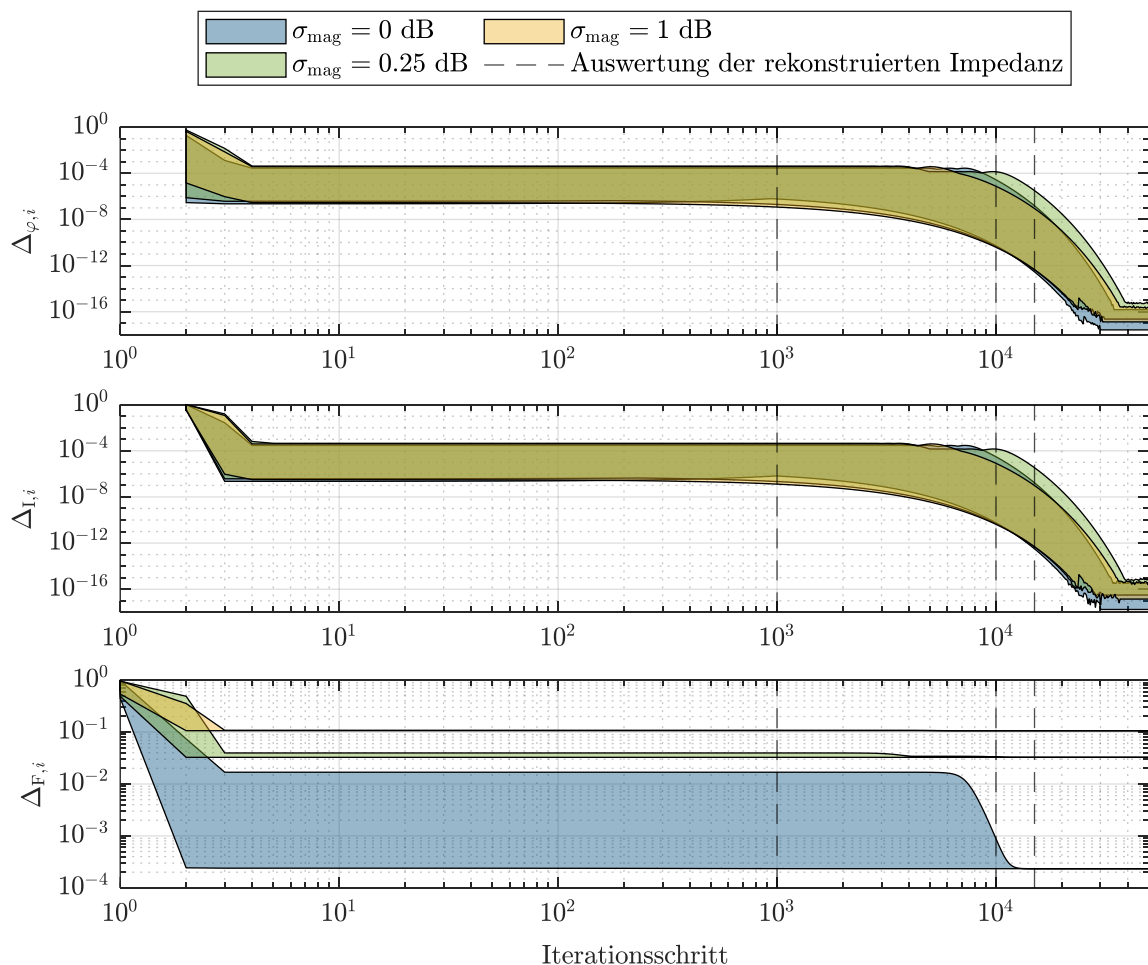


**Abbildung 5-2:** Struktur eines einfachen Leiters mit der Darstellung der Punkte, an welchen die für Rekonstruktion ausgewerteten Felddaten vorliegen.

Verfahren ausgeführt, wobei für jede Ausführung ein neuer zufälliger Anfangswert nach (5.12) gewählt wird. Es wird keine der vorgeschlagenen Abbruchbedingungen verwendet. Jede Ausführung des iterativen Verfahrens durchläuft jeweils 50.000 Iterationsschritte.

Zunächst wird das Konvergenzverhalten des iterativen Verfahrens unabhängig von den Rekonstruktionsergebnissen betrachtet. Dafür werden bei allen Ausführungen des iterativen Verfahrens jeweils die Entwicklungen der Kriterien  $\Delta_{\varphi,i}$  aus (5.6),  $\Delta_{I,i}$  aus (5.8) und  $\Delta_{F,i}$  aus (5.10) über die Iterationsschritte hinweg bestimmt. Um die Gesamtheit dieser Entwicklungen zu bewerten, wird zu jedem Iterationsschritt der minimale und maximale Wert eines Kriteriums berechnet. Durch diese Schranken werden die in Abbildung 5-3 dargestellten Korridore aufgespannt, in denen sich die Werte bzw. die Verläufe der Kriterien befinden.

Das Kriterium  $\Delta_{\varphi,i}$  über die mittlere relative Änderung der Phasenverteilung sowie das Kriterium  $\Delta_{I,i}$  über die mittlere relative Änderung der rekonstruierten Stromverteilung verhalten sich qualitativ und quantitativ sehr ähnlich. Hierbei sind die Verläufe für die betrachteten Rauschpegel nahezu identisch. Für beide Kriterien ist zu beobachten, dass sich ihre Werte schon nach wenigen Iterationsschritten in einem Korridor zwischen  $10^{-7}$  und  $10^{-4}$  bewegen. Ab ca. 3.000 Iterationsschritten beginnen die Korridore zunächst mit der unteren Schranke, ab ca. 10.000 Schritten auch mit der oberen Schranke abzunehmen. Nach etwa 25.000 Schritten erreichen sie ihre minimalen Werte. Dabei sind die Abbruchbedingungen (5.11a) und (5.11b) geeignet, eine hohe

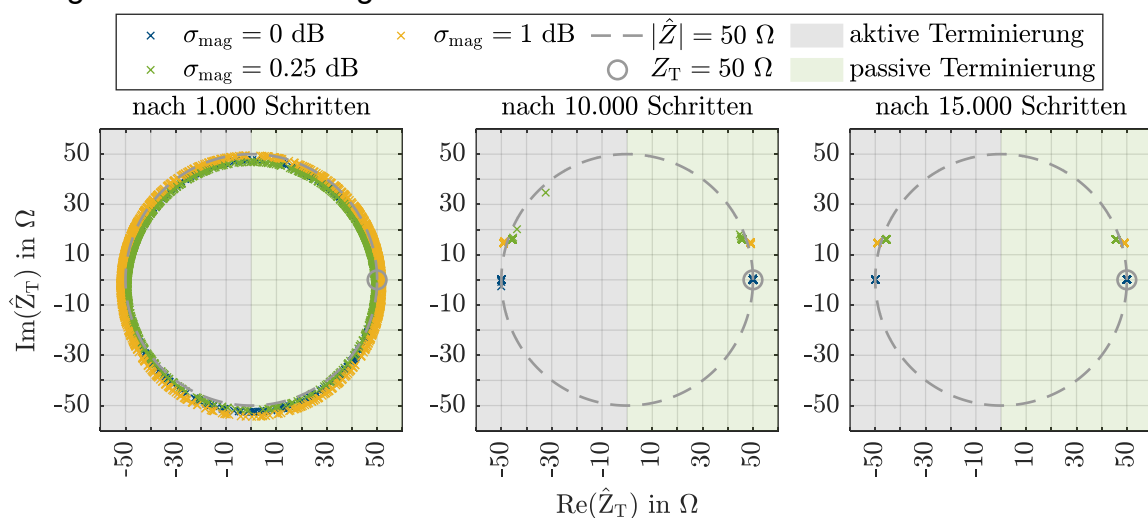


**Abbildung 5-3:** Korridore der Entwicklungen der Kriterien aus (5.6), (5.8) und (5.10) über die Iterationsschritte für verschiedene Rauschpegel mit der Kennzeichnung der Iterationsschritte, für die exemplarische Zwischenergebnisse ausgewertet werden.

Anzahl von Iterationsschritten eindeutig zu identifizieren und damit die Konvergenz des Verfahrens festzustellen.

Demgegenüber ist für das Kriterium  $\Delta_{F,i}$  ein grundsätzlich anderes Verhalten zu beobachten. Anders als bei den Kriterien  $\Delta_{\varphi,i}$  und  $\Delta_{I,i}$  befindet sich die untere Schranke des Korridors schon ab dem zweiten Iterationsschritt auf dem globalen Minimum. Dabei nimmt dieser globale untere Schrankenwert mit dem Rauschpegel  $\sigma_{\text{mag}}$  zu. Die obere Schranke der Korridore hat für die betrachteten Rauschpegel die Ähnlichkeit, dass diese innerhalb der ersten 3 Schritte schnell abfällt und dann auf einem konstanten Niveau verbleibt. Nur bei der Verwendung von rauschfreien Daten hat der Korridor eine Breite, die sich über mehrere Dekaden erstreckt. Die verbleibende Korridorbreite ist schmal bei schwach verrauschten Daten ( $\sigma_{\text{mag}} = 0,25 \text{ dB}$ ) und für die stärker verrauschten Daten ( $\sigma_{\text{mag}} = 1 \text{ dB}$ ) nahezu null. Bei der Auswertung der rauschfreien Daten beginnt die obere Schranke erst ab ca. 7.000 Schritten abzufallen, wodurch sich der Korridor schnell verengt und bei ca. 12.000 Schritten zur Schließung des Korridors führt. Diese Schließung des Korridors ist mit der Abbruchbedingung (5.11c) nicht sicher identifizierbar. Darüber hinaus erscheint das Kriterium  $\Delta_{F,i}$  insbesondere bei der Auswertung von verrauschten Daten unbrauchbar. Da in gemessenen Daten immer mindestens ein schwaches Rauschen vorhanden ist, wird dieses Kriterium als unzureichend für reale Stromrekonstruktionsaufgaben bewertet.

Nach dieser Diskussion der Gütekriterien wird nun das Konvergenzverhalten anhand der Rekonstruktionsergebnisse der 1.000 Ausführungen des iterativen Verfahrens betrachtet. Dazu werden die Zwischenergebnisse für die rekonstruierten Terminierungsimpedanzen  $\hat{Z}_T$  ausgewertet, die nach einer bestimmten Anzahl von Iterationsschritten vorliegen. Bezugnehmend auf die beobachteten Charakteristika der Kriterien  $\Delta_{\varphi,i}$  und  $\Delta_{I,i}$  findet diese Auswertung nach 1.000, 10.000 und 15.000 Iterationsschritten statt (vgl. Markierungen in Abbildung 5-3). Die zu diesen Schritten vorliegenden Rekonstruktionsergebnisse für die Terminierungsimpedanz sind in Abbildung 5-4 dargestellt. Das Zwischenergebnis nach 1.000 Iterationsschritten beinhaltet rekonstruierte Impedanzen, die betragsmäßig korrekt bestimmt werden, jedoch bezüglich der Phaseninformation zufällig verteilt sind. Erst bei 10.000 Iterationsschritten ist zu erkennen, dass die Streuung der rekonstruierten Phase für die Terminierungsimpedanz sehr gering ist. Ab 15.000 Schritten lässt sich anhand der ausbleibenden Streuung der Rekonstruktionsergebnisse die Konvergenz des Verfahrens annehmen. Hierbei ist zu beobachten,



**Abbildung 5-4: Rekonstruierte Terminierungsimpedanz, die anhand der Lösungen des iterativen Verfahrens bei den in Abbildung 5-3 dargestellten Zwischenschritten bestimmt wird.**

dass die Ergebnisse der Verfahren in je zwei verschiedenen Lösungen konvergieren. Auf diese Mehrdeutigkeit wird im nachfolgenden Abschnitt eingegangen.

Die obere Betrachtung zeigt, dass für die betrachtete Stromrekonstruktionsaufgabe mehr als 10.000 Iterationsschritte notwendig sind, damit das iterative Verfahren sicher konvergiert. Diese Anzahl von Iterationsschritten korreliert mit der in Abbildung 5-3 diskutierten Abnahme der Kriterien  $\Delta_{\varphi,i}$  und  $\Delta_{I,i}$ . Entsprechend wird vorgeschlagen, das Erreichen der Konvergenz mit der Erfüllung der Abbruchbedingungen (5.11a) und (5.11b) anzunehmen. Dabei wird für die Schwellwerte

$$(a) \quad \epsilon_{\varphi} = 10^{-12}, \quad (b) \quad \epsilon_I = 10^{-12} \quad (5.19)$$

vorgeschlagen, da die Kriterien  $\Delta_{\varphi,i}$  und  $\Delta_{I,i}$  diese Schwellen erst nach ca. 15.000 bis 30.000 Schritten unterschreiten (vgl. Abbildung 5-3). Sofern nicht anders angegeben, wird in dieser Arbeit bei der Anwendung des iterativen Verfahrens die Abbruchbedingung (5.11b) mit dem Schwellwert (5.19b) verwendet. Auf die Wahl von  $i_{\max}$  wird im nächsten Abschnitt eingegangen.

### 5.2.2 Wahl der initialen Phasenverteilung und Mehrdeutigkeit der Lösung

Um den Einfluss der gewählten initialen Phasenverteilung zu untersuchen, werden Rekonstruktionsergebnisse diskutiert, welche mit dem iterativen Verfahren unter Verwendung der in Abschnitt 5.1.4 vorgeschlagenen Anfangswerte berechnet werden. Hierbei wird auch auf die Mehrdeutigkeit der Lösungen eingegangen, in welche das iterative Verfahren konvergiert.

Für diese Untersuchung dient die in Abschnitt 4.4.2 eingeführte Doppelleiterstruktur als exemplarische Anordnung, wobei hier lediglich die Beträge der Feldkomponenten zur Rekonstruktion verwendet werden. Die Leiterhöhe wird zu  $h_L = 1,5 \text{ mm}$  gewählt und die Punkte, an denen die zur Rekonstruktion verwendeten Felddaten bestimmt werden, befinden sich 5 mm über der idealen Massefläche. Bei 10 MHz wird für drei verschiedene Leiterabstände  $D$  mithilfe des iterativen Verfahrens die Stromverteilung rekonstruiert, deren Qualität anhand der rekonstruierten Terminierungsimpedanzen der Leiter bewertet wird. Dabei werden die rekonstruierten Impedanzen der Terminierungen von Leiter 1 und Leiter 2 mit  $\hat{Z}_{T,1}$  und  $\hat{Z}_{T,2}$  benannt. Entsprechend der tatsächlichen Wahl der Terminierungsimpedanzen jeweils zu  $50 \Omega$  kann das a priori Wissen um die Passivität der Terminierungen wie folgt angegeben werden:

$$\text{Re}(\hat{Z}_{T,1}) \geq 0 \wedge \text{Re}(\hat{Z}_{T,2}) \geq 0. \quad (5.20)$$

Die Rekonstruktion erfolgt jeweils mit dem iterativen Verfahren, wobei die in Tabelle 5-1 gelisteten Ansätze zur Wahl der initialen Phasenverteilung verfolgt werden. Für jeden Ansatz wird das iterative Verfahren jeweils 1.000 Mal ausgeführt, wobei für jede Ausführung ein neuer Anfangswert gewählt wird. Um eine Terminierung des iterativen Verfahrens durch die im Abschnitt zuvor vorgeschlagene Abbruchbedingung sicherzustellen, wird die maximale Anzahl von Iterationsschritten mit  $i_{\max} = 10^6$  gewählt.

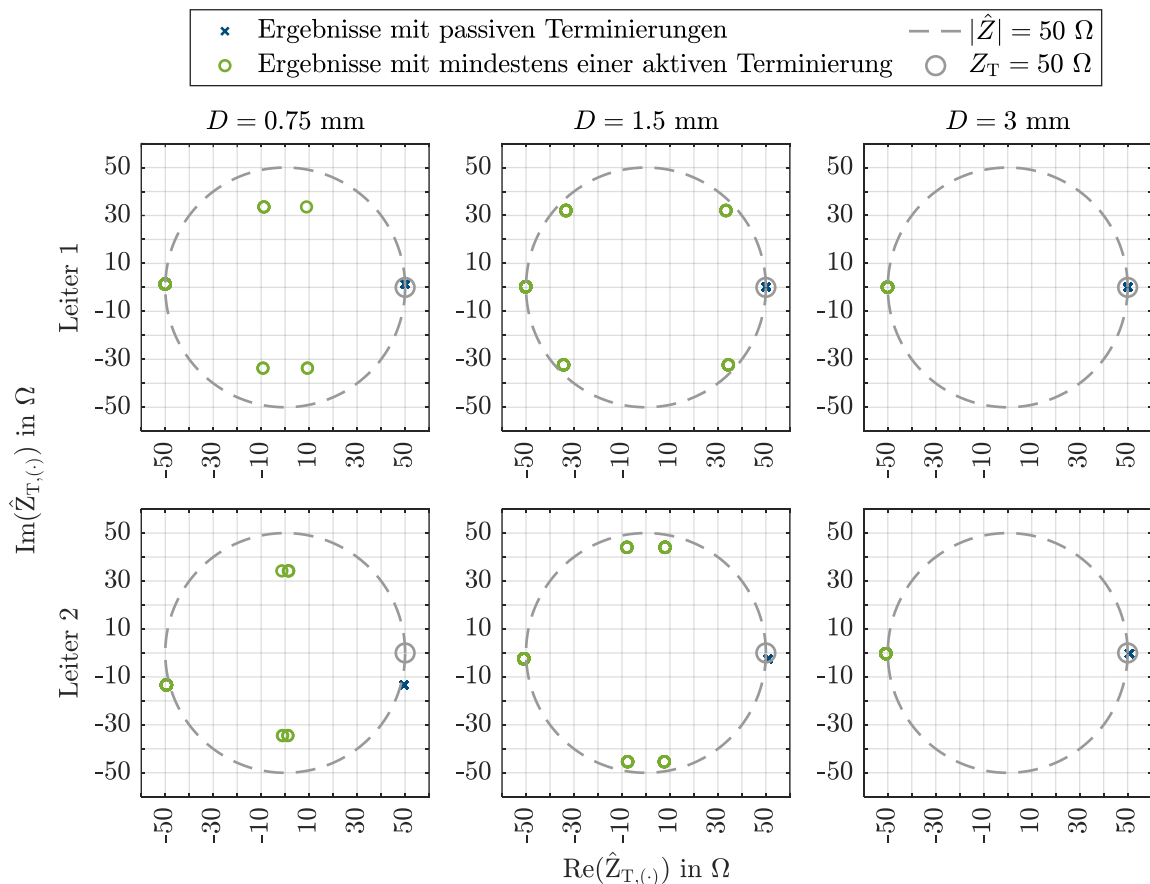
**Tabelle 5-1: Parameter der Ansätze zur Rekonstruktion der Doppelleiterstruktur mit dem iterativen Verfahren.**

	Ansatz 1	Ansatz 2	Ansatz 3
Wahl der initialen Phasenverteilung	zufällige Phasenverteilung nach (5.12)	zufälliger Stromvektor $\mathbf{I}_{\text{init}}$ nach (5.13)	zufälliger Stromvektor $\mathbf{I}_{\text{init}}$ nach (5.13)
Verwendetes a priori Wissen	---	ohne a priori Wissen	Passivität nach (5.20)

Da die rekonstruierten Terminierungsimpedanzen für alle Ansätze in die gleichen Lösungen konvergieren, werden repräsentativ die mit Ansatz 3 berechneten Ergebnisse in Abbildung 5-5 dargestellt. Hierbei sind die Rekonstruktionsergebnisse in blau eingefärbt, welche die Bedingung (5.20) erfüllen. Für alle in grün dargestellten Ergebnisse wird mindestens eine Terminierung so bestimmt, dass sie ein aktives Verhalten aufweist.

Grundsätzlich ist zu beobachten, dass für alle betrachteten Leiterabstände  $D$  das iterative Verfahren in verschiedene Lösungen konvergiert. Die Anzahl und Verteilung der verschiedenen Lösungen hängt dabei vom Leiterabstand  $D$  ab. Während für nah benachbarte Leiter ( $D \leq 1,5$  mm bzw.  $D/h_L < 1$ ) mehr als zwei Lösungen pro Leiter auftreten, sind im Fall  $D = 3$  mm lediglich zwei Lösungen pro Leiter zu beobachten. Dabei sind die Lösungen stets achsensymmetrisch zur Imaginärachse verteilt. Insbesondere ist auch zu beobachten, dass in allen Fällen ausschließlich eine Ergebnisgruppe die Bedingung (5.20) über die Passivität beider Terminierungen erfüllt. Entsprechend ist es möglich, durch die Kenntnis über die Passivität der Terminierungen das korrekte Rekonstruktionsergebnis zu identifizieren.

Zwar konvergieren für alle Ansätze die Ausführungen der iterativen Verfahren in die in Abbildung 5-5 dargestellten Lösungen, jedoch unterscheiden sich dabei die Häufigkeiten, mit denen ein Ergebnis in eine bestimmte Lösung konvergiert. Dies wird für diejenigen Ergebnisse genauer untersucht, welche die Passivitätsbedingung (5.20) erfüllen und damit in die korrekte Lösung konvergieren. In Tabelle 5-2 ist gelistet, wie viele der 1.000 Ausführungen des iterativen Verfahrens eine solche Konvergenz zeigen.



**Abbildung 5-5: Exemplarische Darstellung der mit Ansatz 3 rekonstruierten Terminierungsimpedanzen für Leiter 1 (obere Reihe) und Leiter 2 (untere Reihe) der Doppelleiterstruktur für verschiedene Leiterabstände.**

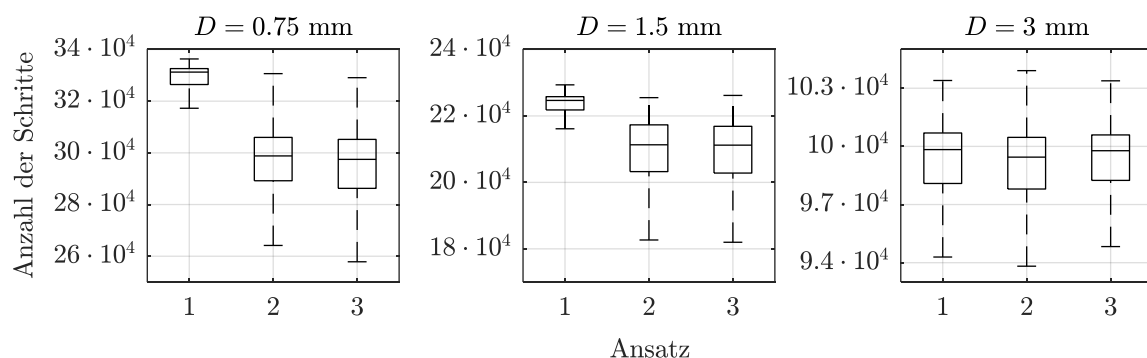
Beim Leiterabstand  $D = 3 \text{ mm}$  und der Verwendung von Anfangswerten nach Ansatz 1 und 2 ist zu beobachten, dass etwa die Hälfte der Ausführungen in die korrekte Lösung konvergiert. Dies entspricht in diesem Fall der Häufigkeit, die unter Annahme eines Laplace-Experiments [55, S. 1408f] gegeben wären. Für die Leiterabstände  $D = 0,75 \text{ mm}$  und  $D = 1,5 \text{ mm}$  liegen die Häufigkeiten zur Konvergenz in die korrekte Lösung über diesem Niveau. Somit lässt sich für diese Anordnungen grundsätzlich feststellen, dass die korrekte Lösung im Vergleich zu anderen Lösungen mit einem gewissen Vorzug gefunden wird. Darüber hinaus ist zu beobachten, dass die Wahl der initialen Phasenverteilung anhand eines zufälligen initialen Stromvektors (Ansatz 2) signifikant häufiger zur korrekten Lösung führt als die Wahl einer völlig zufälligen Phasenverteilung (Ansatz 1). Wenn darüber hinaus der zufällige Stromvektor unter Zuhilfenahme des a priori Wissens gewählt wird (Ansatz 3), konvergieren jeweils mehr als 85 % der Ausführungen des iterativen Verfahrens in die korrekte Lösung. Daher empfiehlt es sich, grundsätzlich den Anfangswert für das iterative Verfahren anhand eines initialen Stromvektors zu verwenden.

Zusätzlich zur oben betrachteten Häufigkeitsverteilung wird die Anzahl an benötigten Iterationsschritten untersucht, nach denen die Abbruchbedingungen erfüllt werden. Diese sind in Abbildung 5-6 für die Ausführungen der iterativen Verfahren dargestellt, welche in die korrekte Lösung konvergieren. Dabei lassen sich keine wesentlichen Unterschiede dahingehend erkennen, ob Anfangswerte gemäß Ansatz 2 oder 3 gewählt werden. Beim Leiterabstand  $D = 3 \text{ mm}$  gilt dies auch für Ansatz 1. Für kleinere Leiterabstände benötigen die iterativen Verfahren mit diesen Anfangswerten mehr Schritte. Diese Beobachtung stützt die Empfehlung, die Anfangswerte für das iterative Verfahren anhand eines initialen Stromvektors zu wählen.

Darüber hinaus zeigt sich anhand der Anzahl der Iterationsschritte, dass die Rekonstruktion der Phaseninformation bzw. der Stromverteilung für kleinere Leiterabstände komplexer bzw. herausfordernder ist. Dabei wird die oben vorgeschlagene Parametrierung der Abbruchbedingung dieser Komplexität gerecht. Die Wahl der maximalen Anzahl an Iterationsschritten mit  $i_{\max} = 10^6$  erweist sich als geeignet und wird für alle nachfolgenden Untersuchungen als Standardwert gewählt.

**Tabelle 5-2: Häufigkeit der Rekonstruktionsergebnisse, die passive Terminierungen entsprechend (5.20) beinhalten.**

	Ansatz 1	Ansatz 2	Ansatz 3
$D = 0,75 \text{ mm}$	255	468	919
$D = 1,5 \text{ mm}$	263	446	858
$D = 3 \text{ mm}$	488	508	893



**Abbildung 5-6: Anzahl der Iterationsschritte bis zur Erfüllung der Abbruchbedingung für Ausführungen, welche in die korrekte Lösung konvergieren.**

### 5.2.3 Frequenzabhängigkeit und Grenzen des iterativen Verfahrens

Die Analysen in den vorangegangenen Abschnitten werden für eine exemplarische Frequenz durchgeführt. Daher wird in diesem Abschnitt eine mögliche Frequenzabhängigkeit der Rekonstruktionsqualität des iterativen Verfahrens untersucht. Hierbei wird auch eine potenzielle Beeinflussung durch Rauschen betrachtet. Die Ergebnisse dieser Untersuchung werden in Form von Grenzen des iterativen Verfahrens formuliert. Für diese Untersuchungen wird das in Abschnitt 5.2.1 eingeführte Setup des einzelnen Leiters über einer Massefläche aufgegriffen, welches in Abbildung 5-2 dargestellt ist. Wie für die ursprüngliche Untersuchung werden die Felddaten für die Rekonstruktion mit einem künstlichen Rauschen beaufschlagt, dessen Stärke mit dem Rauschpegel  $\sigma_{\text{mag}}$  angegeben wird (vgl. Anhang A.3). Die Terminierung des betrachteten Leiters wird nachfolgend allgemein mit der Impedanz  $Z_T$  bezeichnet. Dabei ist die Terminierung stets passiv und die Kenntnis darüber steht a priori zur Verfügung. Dies wird auch bei der Wahl der Anfangswerte berücksichtigt.

Für verschiedene Konfigurationen der Frequenz  $f$ , Terminierungsimpedanz  $Z_T$  und Rauschpegel  $\sigma_{\text{mag}}$  werden die Stromverteilungen mit dem iterativen Verfahren bestimmt. Dabei wird für jede Konfiguration das Verfahren jeweils 100 Mal ausgeführt, wobei für jede Ausführung ein neuer Anfangswert generiert wird. Die Rekonstruktionsergebnisse werden anhand der Eingangsimpedanz der Leiterstruktur bewertet. Dies wird durch das Auftreten von parasitären Effekten bei höheren Frequenzen begründet. Die parasitäre Impedanz überlagert sich am Leiterende mit der vorgegebenen Terminierungsimpedanz. Dadurch können sich die gewählte Terminierungsimpedanz und die tatsächliche bzw. rekonstruierte Terminierungsimpedanz stark unterscheiden, da letztere die gewählte Impedanz und die parasitären Effekte umfasst. Der Einfluss der parasitären Effekte wird jedoch in der simulierten Eingangsimpedanz  $Z_{\text{in}}$  berücksichtigt, welche für die Untersuchung als Referenz dient.

Ebenso wie für die Terminierungsimpedanz werden auch für die Eingangsimpedanz durch das iterative Verfahren mehrere Lösungen bestimmt, die bezüglich ihres Realteils achsensymmetrisch verteilt sind. Da die Passivität der Terminierung bekannt ist, werden die rekonstruierten Eingangsimpedanzen  $\hat{Z}_{\text{in}}$  nachträglich korrigiert, sofern sie ein aktives Verhalten der Terminierung implizieren. Die korrigierte rekonstruierte Eingangsimpedanz  $\hat{Z}_{\text{in,korr}}$  ergibt sich zu

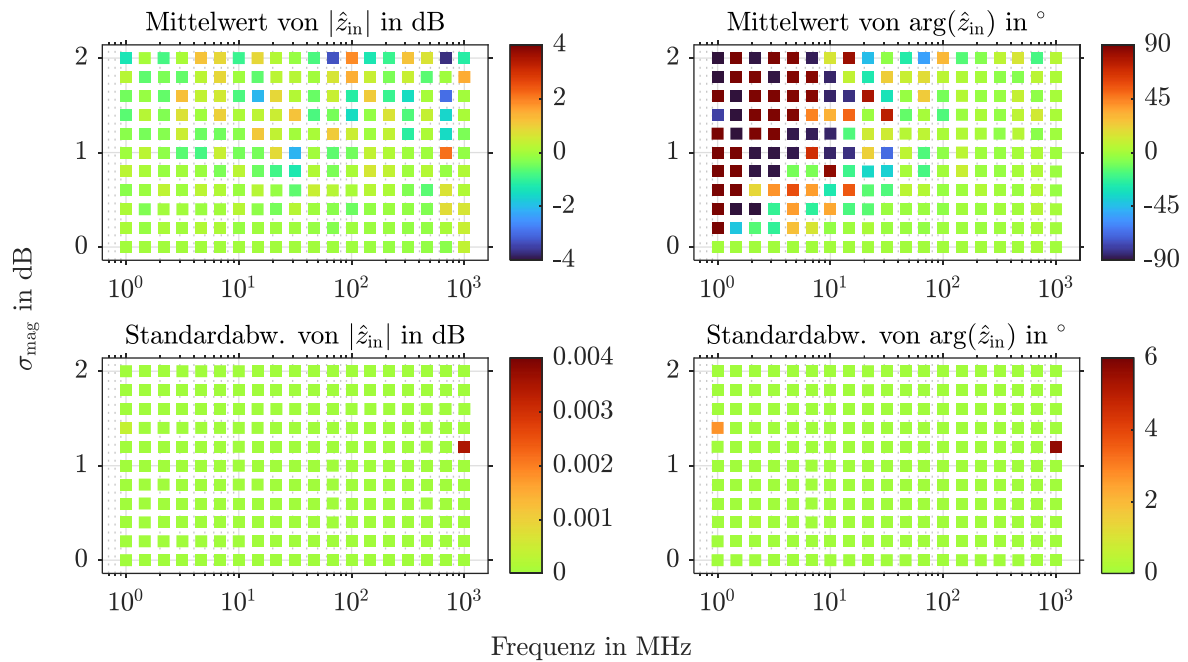
$$\hat{Z}_{\text{in,korr}} = |\text{Re}(\hat{Z}_{\text{in}})| + j \cdot \text{Im}(\hat{Z}_{\text{in}}). \quad (5.21)$$

Zur konkreten Bewertung der Rekonstruktionsqualität wird die bezogene rekonstruierte Eingangsimpedanz entsprechend

$$\hat{z}_{\text{in}} = \frac{\hat{Z}_{\text{in,korr}}}{Z_{\text{in}}}. \quad (5.22)$$

berechnet, die anhand des Betrags  $|\hat{z}_{\text{in}}|$  (in Dezibel) und der Phase  $\arg(\hat{z}_{\text{in}})$  ausgewertet wird. Zur Untersuchung der 100 Rekonstruktionsergebnisse für jede Konfiguration werden die Mittelwerte und Standardabweichungen von  $|\hat{z}_{\text{in}}|$  und  $\arg(\hat{z}_{\text{in}})$  betrachtet.

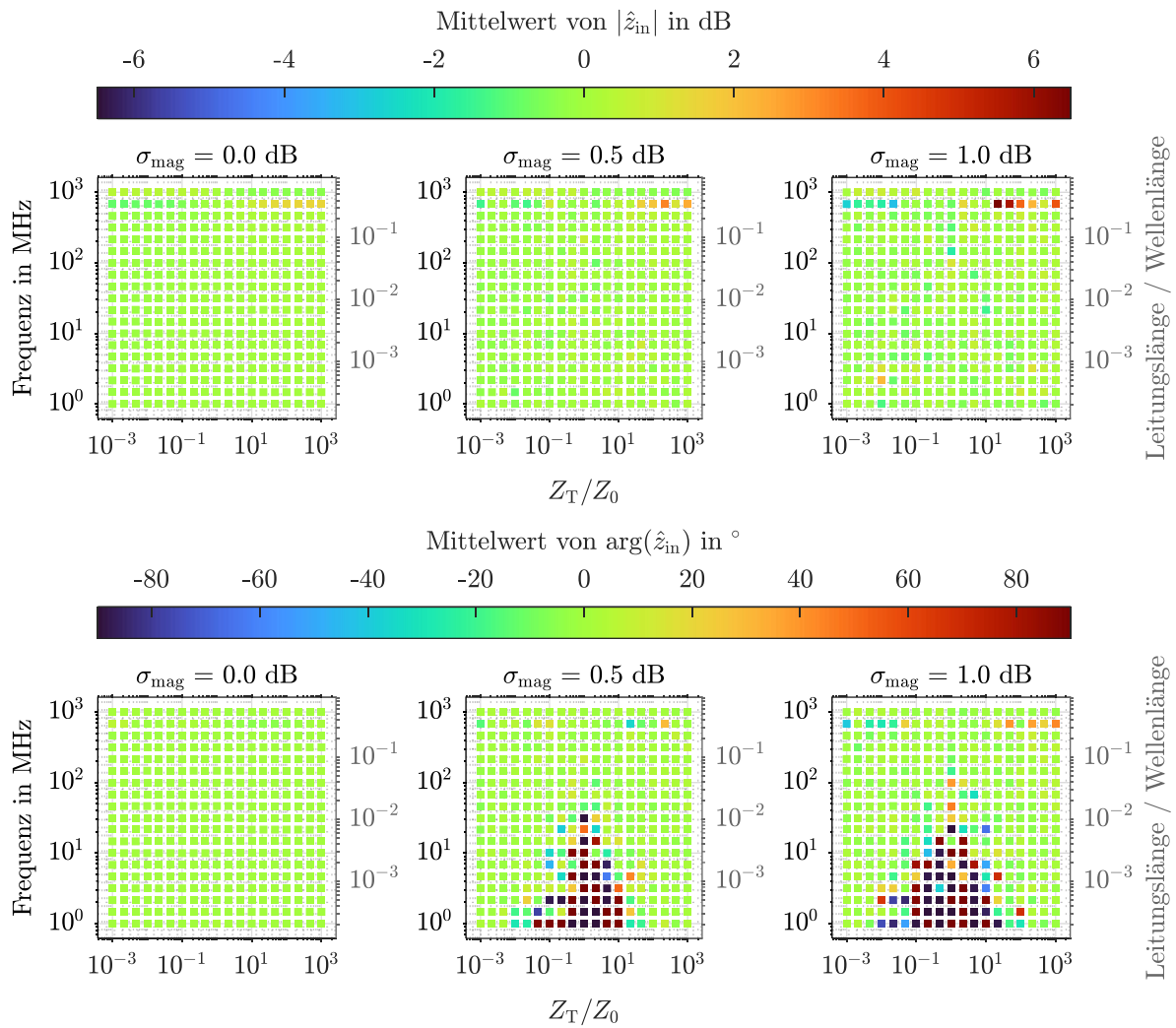
Zunächst wird die Rekonstruktionsqualität des iterativen Verfahrens bezüglich einer grundsätzlichen Frequenzabhängigkeit analysiert. Für diese Teiluntersuchung werden Konfigurationen mit der Terminierungsimpedanz  $Z_T = 50 \Omega$  für verschiedene Rauschpegel untersucht. Die Mittelwerte und Standardabweichungen der Beträge und Phasen der rekonstruierten Eingangsimpedanzen sind in Abbildung 5-7 dargestellt. Aufgrund der sehr kleinen Standardabweichungen von  $|\hat{z}_{\text{in}}|$  und  $\arg(\hat{z}_{\text{in}})$  lässt sich auf eine hohe



**Abbildung 5-7: Mittelwerte und Standardabweichungen der bestimmten Beträge und Phasen der bezogenen geschätzten Eingangsimpedanz der Leiterstruktur in Abhängigkeit von Frequenz und Pegelrauschen bei einem Terminierungswiderstand von  $50 \Omega$ .**

Ähnlichkeit der berechneten Rekonstruktionsergebnisse schließen. Da sich eine weitere Aussage nicht aus den Standardabweichungen ablesen lässt, wird diese im Weiteren nicht betrachtet. Daneben werden im rauschfreien Fall ( $\sigma_{\text{mag}} = 0 \text{ dB}$ ) für alle betrachteten Frequenzen die Eingangsimpedanzen in Betrag und Phase korrekt rekonstruiert. Mit zunehmendem Rauschpegel nehmen die Abweichungen für den Mittelwert  $|\hat{z}_{\text{in}}|$  zu, wobei sich dabei nur eine sehr schwache Frequenzabhängigkeit beobachten lässt. Demgegenüber zeigt sich eine starke Frequenzabhängigkeit beim Mittelwert von  $\arg(\hat{z}_{\text{in}})$ . Unterhalb von 10 MHz betragen die Abweichungen bis zu  $90^\circ$  und erst für Frequenzen oberhalb von 30 MHz gelingt die gute bis sehr gute Rekonstruktion der Eingangsimpedanz. Dabei ist eine schwache Abhängigkeit vom Rauschpegel  $\sigma_{\text{mag}}$  zu erkennen.

Aufbauend darauf wird nun in einer Folgeuntersuchung die Terminierungsimpedanz  $Z_T$  verändert. Zur Verallgemeinerung wird diese Impedanz auf die Wellenimpedanz  $Z_0$  bezogen. Aufgrund der oben beobachteten schwachen Abhängigkeit vom Rauschpegel wird diese Untersuchung nur bei drei exemplarischen Rauschpegeln durchgeführt. Die rekonstruierten Eingangsimpedanzen der so entstehenden Konfigurationen sind anhand der Mittelwerte von  $|\hat{z}_{\text{in}}|$  und  $\arg(\hat{z}_{\text{in}})$  in Abbildung 5-8 dargestellt. Im rauschfreien Fall ( $\sigma_{\text{mag}} = 0 \text{ dB}$ ) werden Betrag und Phase für alle Terminierungsimpedanzen und Frequenzen korrekt geschätzt. Auch mit rauschbehafteten Felddaten ist die Rekonstruktion des Betrags  $|\hat{z}_{\text{in}}|$  sehr gut. Hierbei sind größere Abweichungen nur für die Konfigurationen bei 680 MHz bzw. bei einem Verhältnis der Leitungslänge zur Wellenlänge von 0,23 zu beobachten. Wie in der vorangegangenen Untersuchung zeigt sich anhand der Mittelwerte der Phase  $\arg(\hat{z}_{\text{in}})$ , dass diese oberhalb einer spezifischen Frequenz sehr gut bestimmt wird. Dabei ist diese Grenzfrequenz abhängig von dem Verhältnis der Terminierungsimpedanz zur Wellenimpedanz. Während diese Grenzfrequenz bei der Konfiguration mit einem angepassten Abschluss am höchsten ist, nimmt die Grenzfrequenz für die Bestimmbarkeit der Phase mit dem Grad der Fehlanpassung der Leitung ab.



**Abbildung 5-8: Mittelwerte der bestimmten Beträge und Phasen der bezogenen geschätzten Eingangsimpedanz in Abhängigkeit von der Frequenz und von der Terminierungsimpedanz.**

Aus dieser Analyse lässt sich ableiten, dass zwischen der Genauigkeit der Rekonstruktion und der Ausprägung von Wellenphänomenen ein Zusammenhang vorliegt. Dabei zeigt sich, dass der Betrag der Impedanzen grundsätzlich gut rekonstruiert wird, jedoch die Qualität der rekonstruierten Phase variiert. Es werden bessere Ergebnisse bestimmt, wenn die Welligkeit der Stromverteilung auf den Leitern aufgrund einer Fehlanpassung zunimmt, oder wenn die Anzahl von potenziellen Maxima und Minima aufgrund der abnehmenden Wellenlänge steigt.

## 6 Einfluss der Felddaten auf die Qualität der Stromrekonstruktion

Die Qualität der Rekonstruktion ist maßgeblich abhängig von den für die Rekonstruktion gewählten Felddaten. Dementsprechend ist neben der Formulierung eines geeigneten inversen Problems auch die Wahl der Felddaten entscheidend für die erfolgreiche Rekonstruktion der Strom- und Spannungsverteilung einer Struktur. Auf diese Wahl der Felddaten wird in diesem Kapitel eingegangen.

Dafür werden nachfolgend die Grundlagen zur Messung elektromagnetischer Nahfelder eingeführt. Anschließend wird die Wahl der Beobachtungspunkte diskutiert, an denen die Felddaten für die Rekonstruktion erfasst werden. Dabei werden verschiedene Anordnungen von Beobachtungspunkten untersucht und deren Einfluss auf die Rekonstruktionsqualität analysiert. Im dritten Unterkapitel wird die Beeinflussung der Rekonstruktionsqualität durch den feldintegrierenden Messeffekt von realen Sonden untersucht. Mögliche sich so ergebende Limitierungen werden diskutiert und eine Empfehlung zur Wahl von Messsonden wird erarbeitet.

### 6.1 Messung elektromagnetischer Nahfelder

Mithilfe von Nahfeldsonden werden die Feldstärken des elektromagnetischen Nahfelds in ein messbares Spannungssignal übertragen. In diesem Unterkapitel werden Aufbau und Messeffekte dieser Nahfeldsonden erläutert. Daneben wird auch auf die Auswertung des Messsignals der Nahfeldsonden eingegangen.

#### 6.1.1 Elektrische Nahfeldsonden

In der EMV werden zur Messung von elektrischen Feldstärken vorwiegend zwei Effekte genutzt: die Ladungsinfluenzierung und der Pockels-Effekt [93]. Der Pockels-Effekt findet in optisch-aktiven Kristallen statt und beschreibt die Veränderung der Polarisation von Licht in Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke im Kristall [94], [95]. Um diesen Effekt zur Messung von elektrischen Feldstärken zu nutzen, wird ein Laserstrahl in einen Kristall eingekoppelt und die Veränderung der Polarisierung mit entsprechender Hardware gemessen bzw. ausgewertet. Solche Messsysteme werden aufgrund ihrer außerordentlichen Bandbreite und Dynamik bevorzugt zur Messung von (Fern-)Feldern bei Störfestigkeits- oder Störemissionsprüfungen verwendet [96]. In [97] wird dieser Messeffekt hinsichtlich der Nutzbarkeit in EMV-Nahfeldmessungen evaluiert und festgestellt, dass die Feldmessungen für diesen Zweck sehr temperaturempfindlich sind und nur eine geringe räumliche Auflösung zeigen. Da zudem die Messhardware umfangreich und kostspielig ist, wird in der Regel die Ladungsinfluenzierung als Messeffekt bei der Messung von elektrischen Nahfeldern verwendet. Hierbei wird durch die Coulombkraft des zu messenden Felds ein Stromfluss

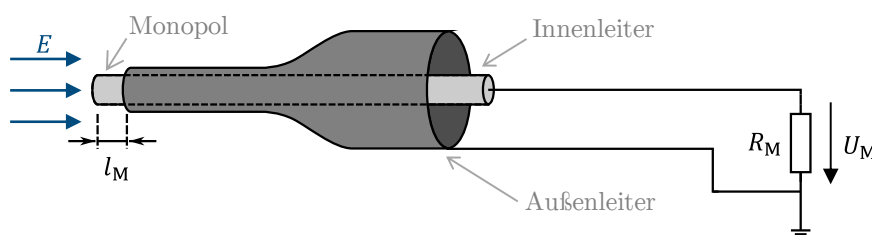


Abbildung 6-1: Schematische Darstellung einer Monopolsonde zur Messung von elektrischen Feldern.

hervorgerufen, welcher am Messgerät einen Spannungsabfall erzeugt und so die Feldstärke messbar macht [93]. Um diesen Effekt gezielt zur Feldmessung zu nutzen, werden vorwiegend Dipol- und Monopolstrukturen eingesetzt [98], [99]. Da in dieser Arbeit nur Monopolsonden zur Nahfeldmessung verwendet werden, sind diese im Folgenden beschrieben.

Wie in Abbildung 6-1 dargestellt besteht die Monopolsonde aus zwei Leitern mit einem koaxialen Aufbau. Das für die Feldmessung relevante Ende ist offen (in der Abbildung links), wobei der Innenleiter typischerweise um die Länge  $l_M$  herausragt. Dieses exponierte Element wird als Monopol bezeichnet. Auf der anderen Seite des koaxialen Aufbaus wird ein Messgerät angeschlossen. Durch die parallel zum Monopol liegende elektrische Feldkomponente wird im Innenleiter bzw. Monopol ein Stromfluss erzeugt. Dieser Strom fließt durch den Widerstand  $R_M$  des Messgeräts und ruft dort die Messspannung  $U_M$  hervor [100]. Entsprechend [17], [101] ergibt sich die Stärke dieses Messeffekts aus dem Integral über die elektrische Feldstärke entlang des Monopols, wobei die Geometrie der Sonde ein Faktor im Integral ist [102], [103]. Dies bestätigt [104] exemplarisch, indem gezeigt wird, dass sich die Messspannung anhand der gewichteten Summe der Feldbeiträge entlang des Monopols abschätzen lässt.

Die Amplitude der Messspannung skaliert dabei mit der Monopollänge  $l_M$  und dem Durchmesser des Monopols (bzw. des Innenleiters) [99]. Bei einer Messung können auch andere Feldkomponenten in die Struktur einkoppeln und so Störungen verursachen [105]. Dieser Störeinfluss kann reduziert werden, indem der Außenleiter durch eine Metallplatte verlängert wird, die ähnlich wie ein Flansch senkrecht zum koaxialen Aufbau steht [99], [105].

### 6.1.2 Magnetische Nahfeldsonden

Magnetische Felder sind mithilfe des Hall-Effekts, des GMR-Effekts (Giant Magnetore-sistance, dt.: Riesenmagnetowiderstand), des Faraday-Effekts oder des Induktionseffekts messbar [98]. Für EMV-Nahfeldmessungen wird vorwiegend der Induktionseffekt genutzt [93]. Hierbei werden kleine Leiterschleifen aufgebaut, in welche durch das zu messende Magnetfeld eine Spannung induziert wird [12], [106]. Die Form dieser Schleifensonden kann beliebig gewählt werden, jedoch werden überwiegend runde oder rechteckige Schleifen in der Literatur beschrieben [107], [108]. Die in dieser Arbeit verwendeten magnetischen Nahfeldsonden haben eine kreisrunde Leiterschleife, wie in Abbildung 6-2 beispielhaft dargestellt. Ebenso wie bei Monopolsonden haben Schleifensonden typischerweise einen koaxialen Aufbau [108]. Die Induktionsschleife wird aufgebaut, indem Innenleiter und Außenleiter miteinander verbunden werden (vgl. Abbildung 6-2). Somit liegt zwischen dem Innen- und Außenleiter die induzierte

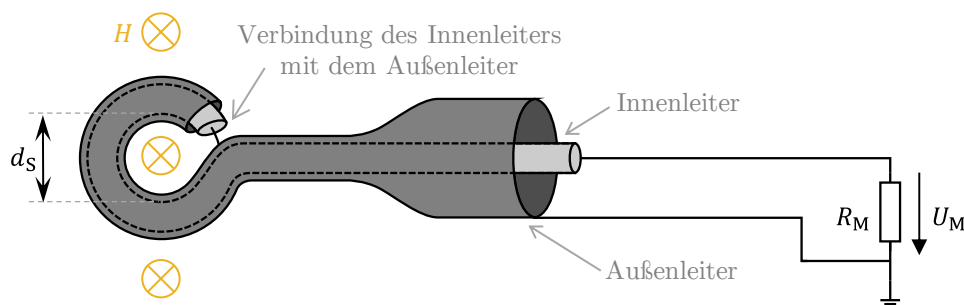


Abbildung 6-2: Schematische Darstellung einer Schleifensonde zur Messung von magnetischen Feldern.

Spannung an, die am Messgerät, das an dem anderen Ende der koaxialen Struktur angeschlossen ist, die Messspannung  $U_M$  über dem Messwiderstand  $R_M$  hervorgerufen. Der wesentliche Parameter zur Beschreibung der Sonde ist der Schleifendurchmesser  $d_s$ . Durch diesen Durchmesser wird die Größe der Schleifenfläche definiert, mit welcher der Messeffekt respektive die induzierte Spannung linear skaliert [12], [106].

Auch bei Schleifensonden ist die unerwünschte Einkopplung von anderen Feldkomponenten möglich. Um solche Einkopplungen zu vermeiden, wird typischerweise der Außenleiter genutzt, um den Innenleiter im Schleifenbereich zu schirmen. Das ist exemplarisch in Abbildung 6-2 dargestellt [98], [108].

### 6.1.3 Aufbereitung der Messdaten von Nahfeldsonden

Durch die oben vorgestellten Messeffekte werden am Sondenausgang Spannungen hervorgerufen, aus denen sich die Feldstärken an den Messpunkten ergeben. In diesem Abschnitt wird beschrieben, wie anhand der Messspannungen die Feldstärken bestimmt werden. In diesem Rahmen wird auf die notwendige Kalibrierung von Nahfeldsonden eingegangen.

Da die Stärke des Messeffekts und somit auch die Messspannung proportional zur Feldstärke an der Feldsonde ist, werden skalare Übertragungsfaktoren verwendet, um die Messspannung in eine Feldstärke zu übertragen [109]. Entsprechend ergeben sich die gemessene elektrische Feldstärke  $E_M$  bzw. die gemessene magnetische Feldstärke  $H_M$  aus dem Produkt der Messspannung  $U_M$  und dem Faktor  $c_E$  bzw.  $c_H$ :

$$(a) \quad E_M = c_E \cdot U_M, \quad (b) \quad H_M = c_H \cdot U_M. \quad (6.1)$$

Dabei ist zu beachten, dass die Faktoren  $c_E$  und  $c_H$  in der Regel frequenzabhängig sind. Daher werden sie häufig im Frequenzbereich als Übertragungsfunktion angegeben.

Die Übertragungsfaktoren bzw. -funktionen hängen von den Geometrie- und Strukturparametern der Nahfeldsonde ab. Daher können diese Faktoren analytisch abgeschätzt werden, indem der Messeffekt sowie die Sondenstruktur modelliert werden, z. B. anhand eines Ersatzschaltbildes [98], [106]. Um alle relevanten parasitären Effekte zu berücksichtigen, müssen Geometrie und Material der betrachteten Sonde sehr genau bekannt sein. Da diese für komplexere Sondenstrukturen häufig nur mit Näherungen vorliegen, dienen die analytischen Modelle für solche Sonden in der Regel nur zur Abschätzung des Übertragungsverhaltens. Daher empfiehlt es sich die Übertragungsfaktoren anhand von Kalibrierungsmessungen zu bestimmen [110], [111], [112], [113], [114]. Bei diesen Verfahren wird die Feldmessung der betrachteten Feldsonde in einem spezifischen Setup ausgewertet. In diesem Setup wird ein elektromagnetisches Feld erzeugt, welches mindestens punktuell sehr genau bekannt ist. So wird an einem Ort die Referenzfeldstärke  $E_{ref}$  bzw.  $H_{ref}$  erzeugt. Diese Feldstärke wird mit den betrachteten Feldsonden gemessen, wobei die Messspannung  $U_M$  erfasst wird. Aus dem Verhältnis dieser Messspannung und der Referenzfeldstärke folgen die Übertragungsfaktoren:

$$(a) \quad c_E = \frac{U_M}{E_{ref}}, \quad (b) \quad c_H = \frac{U_M}{H_{ref}}. \quad (6.2)$$

Dabei ist die Wahl des Setups zur Felderzeugung entscheidend für die Qualität und die Verwendbarkeit der bestimmten Übertragungsfaktoren. Grundsätzlich ist die Verwendung von klassischen Referenzstrukturen, die ein nahezu homogenes Feld erzeugen, wie z. B. TEM-Zellen oder Streifenleitungen, möglich [63], [115], [116]. Aber auch einfache Leiterplatten mit einzelnen Mikrostreifenleitungen können als felderzeugende

Strukturen genutzt werden [110], [111], [112], [113], [114]. Auch wenn für solche Anordnungen Effekte wie z. B. die Beeinflussung des elektrischen Felds durch das Leiterplattensubstrat zu berücksichtigen sind, sind die Referenzfeldstärken mit Feldsimulationen oder aufwendigen analytischen Modellen bestimmbar [110], [111], [112], [113].

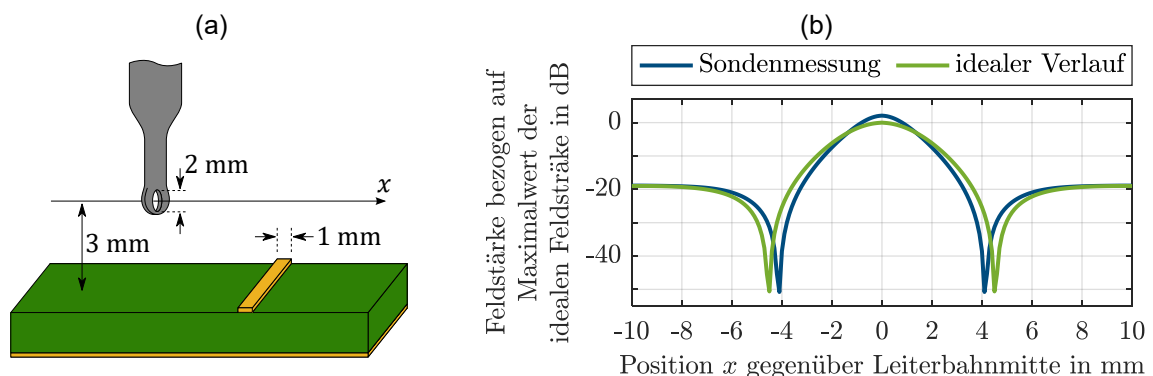
Für bestimmte Sonden, wie z. B. Monopolsonden, existieren Einschränkungen bei der Wahl des Setups zur Felderzeugung. Für diese Sonden werden unterschiedliche Übertragungsfaktoren in Abhängigkeit davon bestimmt, ob das inhomogene Feld einer Mikrostreifenleitung oder das homogene Feld einer TEM-Zelle für die Kalibrierung genutzt wird. Dies ist durch die unterschiedlichen Einkopplungen in den Außenleiter der Sonde erklärbar, welche einen Störeinfluss darstellen [98]. Daher empfiehlt es sich, die Referenzstruktur zur Kalibrierung an dem eigentlichen Messaufbau zu orientieren.

#### 6.1.4 Messfehler durch den feldintegrierenden Messeffekt

Damit die Messeffekte in den Nahfeldsonden eine Messspannung hervorrufen, wirken die ihnen zugrundeliegenden Feldeinkopplungen nicht punktuell, sondern über definierte Bereiche hinweg. Dementsprechend stellt die Messspannung nur eine integrale Aussage über die Feldstärkenverteilung im Sondenbereich dar.

Aufgrund des feldintegrierenden Messeffekts kommt es bei der Messung von Nahfeldern zu einer Verfälschung des Messwerts. Wenn bspw. die Feldstärke quer zu einem Leiter gemessen wird, unterscheidet sich die gemessene Feldverteilung von der tatsächlichen analytischen Verteilung. In Abbildung 6-3(a) ist dieses Setup exemplarisch für eine Magnetfeldmessung mit einer Schleifensonde dargestellt. Dabei orientiert sich der Aufbau an dem in [114] beschriebenen Verfahren, um Nahfeldsonden zu charakterisieren. Der durch den feldintegrierenden Messeffekt der Sonde verfälschte Feldverlauf und der tatsächliche Feldverlauf sind in Abbildung 6-3(b) zu sehen.

Die dargestellten Verfälschungen werden durch die räumliche Auflösung der Nahfeldsonden bestimmt. Es gibt verschiedene Möglichkeiten, diese räumliche Auflösung zu quantifizieren (siehe z. B. IEC-Norm 61967-6 [114]). Dieser Wert korreliert jedoch grundsätzlich mit der Sondengröße, welche bspw. durch die Monopollänge oder den Schleifendurchmesser angegeben wird [117]. Dabei gilt, dass die Auflösung zunimmt, je kleiner die Sonde ist [117]. Mit abnehmender Sondengröße nimmt auch die Stärke des Messeffekts und damit die Sensitivität der Sonden ab. Daher besteht bei der Wahl der Sonde der Zielkonflikt, einerseits eine hinreichend große Sonde zu wählen, sodass das Messsignal gegenüber dem Messrauschen signifikant ist, andererseits die Sonde auch möglichst klein zu wählen, um die erforderliche räumliche Auflösung zu gewährleisten.



**Abbildung 6-3: Schematischer Aufbau der Magnetfeldmessung quer über einer Leiterbahn (a) sowie exemplarische Darstellung der Feldstärken für (b).**

In der Literatur werden verschiedene Verfahren vorgeschlagen, um die räumliche Auflösung durch eine Aufbereitung von Messwerten zu erhöhen. Eine Möglichkeit besteht darin, die Differenz von zwei Feldmessungen auszuwerten, die nur minimal räumlich versetzt sind [117], [118]. Dieses Verfahren erscheint jedoch insbesondere für schwächere Quellen als unpraktikabel, da die Differenz der Messspannungen aus beiden Feldmessungen gegenüber dem Messrauschen signifikant sein muss. Ein anderer Ansatz betrachtet die gemessene Nahfeldverteilung als (zweidimensionale) Faltung zwischen der tatsächlichen Feldverteilung und einer (räumlichen) Aufnahmefunktionen der Nahfeldsonde [100], [119]. Durch die Umkehroperation zur Faltung lässt sich der Aufnahmefehler der Messsonde aus den Messdaten herausrechnen. Dabei werden jedoch viele Anforderungen an die Messdaten gestellt, wie z. B. die strukturierte Messung des Nahfelds in einem äquidistanten Punktegitter. Aufgrund dieser Einschränkung zur Wahl der Messpunkte wird auf eine solche Aufbereitung der gemessenen Nahfelddaten verzichtet.

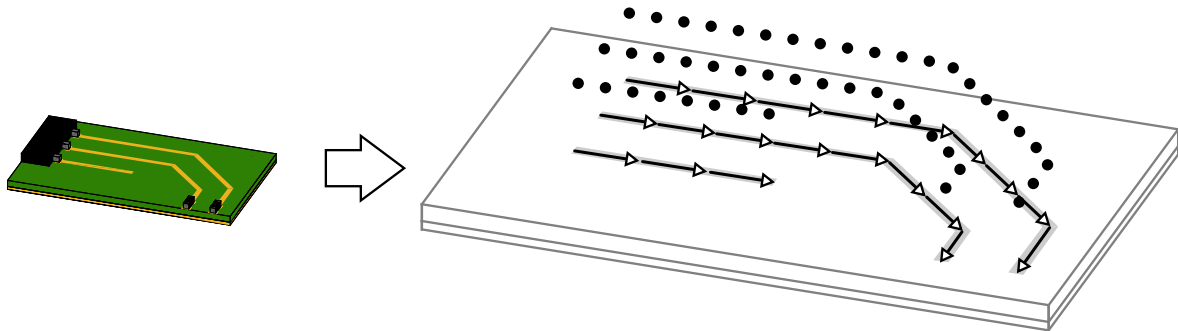
## 6.2 Wahl der Beobachtungspunkte

Durch die Erweiterung des inversen Problems, die in Kapitel 4 vorgestellt wird, nimmt die Anzahl der zu bestimmenden Unbekannten signifikant ab. Damit ergibt sich der Vorteil, dass für die Rekonstruktion weniger Felddaten als beim ursprünglichen inversen Problem benötigt werden, da zur Lösung nur mindestens so viele Felddaten wie Unbekannte im inversen Problem bekannt sein müssen. Dementsprechend ist es nicht zwingend notwendig, die Nahfelddaten in einem äquidistanten Punktegitter zu messen (vgl. Unterkapitel 2.3). Vielmehr bietet das erweiterte inverse Problem die Möglichkeit, die Felddaten an nur wenigen Beobachtungspunkten zu messen, wodurch sich Zeit bei der Messung einsparen lässt. Dennoch muss bei der Wahl der Beobachtungspunkte gewährleistet sein, dass die dort gemessenen Felddaten aussagekräftige Informationen beinhalten und auf diese Weise für die Lösung des inversen Problems geeignet sind.

In diesem Unterkapitel wird diese Wahl der Beobachtungspunkte diskutiert. Hierzu werden im nachfolgenden Abschnitt zunächst einige Vorüberlegungen präsentiert und Thesen aufgestellt. Anschließend werden in einer grundlegenden Untersuchung diese Thesen überprüft. Im abschließenden Abschnitt 6.2.3 wird anhand der Untersuchung einer exemplarischen Struktur eine Empfehlung zur Wahl von Beobachtungspunkten erarbeitet.

### 6.2.1 Vorüberlegungen zur Wahl von Beobachtungspunkten

Die hier vorgestellten Überlegungen betreffen neben der konkreten Positionierung der Beobachtungspunkte auch Einschränkungen an diese Positionierung. Daneben wird auf die Methodik zur Bewertung der Wahl von Beobachtungspunkten eingegangen. Mit den verwendeten Feldmodellen (siehe Kapitel 3) lässt sich grundsätzlich die Feldstärke an einem beliebigen Ort im Nahbereich oberhalb der betrachteten Leiterplatte beschreiben. Daher müssen die Beobachtungspunkte nicht in einem regelmäßigen Gitter formatiert sein. Aus pragmatischen Gründen wird jedoch die Einschränkung eingeführt, dass sich alle Beobachtungspunkte auf der gleichen Höhe befinden bzw. in derselben  $x$ - $y$ -Ebene liegen. Dies wird durch die inhomogene Feldverteilung begründet, die es zu messen gilt. Wie in Abschnitt 6.1.3 erläutert, kann ein messtechnisch ermittelter Übertragungsfaktor bei solchen Strukturen eine leichte Abhängigkeit zum Beobachtungsabstand aufweisen. Um daraus bedingte Fehlereinflüsse zu vermeiden,



**Abbildung 6-4: Exemplarische Darstellung der Feldquellen (als Pfeile) und der Beobachtungspunkte des erweiterten inversen Problems zur Stromrekonstruktion.**

wird daher ein konstanter Beobachtungsabstand gewählt. Somit verbleiben als Freiheitsgrade bei der Wahl der Beobachtungspunkte die Anzahl sowie die horizontale Anordnung (in  $x$ - und  $y$ -Richtung) der Punkte. Daneben wird gefordert, dass an allen Beobachtungspunkten jeweils alle für die Rekonstruktion verwendeten Feldkomponenten aufgenommen werden.

Um das inverse Problem entsprechend Kapitel 4 zu erweitern, müssen die Positionen der Leiterbahnen der untersuchten Leiterplatte bekannt sein. Diese Information lässt sich für die Wahl der Beobachtungspunkte verwenden. Grundsätzlich ist zu beobachten, dass die Feldstärke mit dem Abstand zur Leiterbahn abnimmt (siehe z. B. Abbildung 3-6). Für Beobachtungspunkte mit geringerer Feldstärke ist zu erwarten, dass Messfehler z. B. aufgrund von Rauschen im Allgemeinen höher ausfallen. Anhand der in (2.10) definierten Kondition zeigt sich, dass sich diese Fehler direkt auf die Lösung des inversen Problems auswirken. Somit folgt, dass die Beobachtungspunkte so zu positionieren sind, dass an diesen möglichst hohe Feldstärken gemessen werden. Dies ist insbesondere für Beobachtungspunkte in der unmittelbaren Nähe der Leiterbahnen zu erwarten, wie exemplarisch in Abbildung 6-4 gezeigt wird.

Durch die Wahl der Beobachtungspunkte werden die Feldübertragungsmatrixfunktionen  $\Psi_E$  und  $\Psi_H$  aus (2.20) unmittelbar bestimmt. Dies betrifft dementsprechend auch das Matrixprodukt  $\Psi_F \cdot \Gamma_{CA} \cdot \Gamma_R$  im inversen Problem (4.72). Um schließlich die Wahl der Beobachtungspunkte möglichst allgemein zu bewerten, wird die Auswertung der Kondition des inversen Problems bzw. des Matrixprodukts  $\Psi_F \cdot \Gamma_{CA} \cdot \Gamma_R$  entsprechend (2.8) verwendet. Da die Kondition ein skalarer Wert ist, lässt sich diese gut für verschiedene Konfigurationen von Beobachtungspunkten vergleichen. Daneben kann an der Kondition abgelesen werden, wie sensitiv das resultierende inverse Problem auf Fehler in den Felddaten oder in der Modellierung reagiert (vgl. Abschnitt 2.1.2).

Entsprechend (2.22) ist in der Matrix  $\Psi_F$  eine Normierung durch Felddaten beinhaltet. Da sich diese an den Felddaten orientiert (vgl. (2.24)), diese in den nachfolgenden Untersuchungen jedoch nicht bestimmt werden, wird in diesem Unterkapitel auf die Normierung verzichtet bzw. die Normierungsmatrix  $N_F$  als Einheitsmatrix gewählt.

## 6.2.2 Untersuchungen für einen einfachen Leiter über Massefläche

Zunächst wird die oben erarbeitete Schlussfolgerung geprüft, dass Beobachtungspunkte möglichst nah am Leiter zu wählen sind. Hierzu werden verschiedene Konfigurationen von Beobachtungspunkten für den Aufbau eines einfachen Rundleiters mit einem Radius von 0,1 mm und einer Höhe von 1,5 mm über der Massefläche untersucht. Wie in Abbildung 6-5 dargestellt, ist dieser Leiter entlang der  $y$ -Achse zwischen  $x = 0$  und  $x = 100$  mm aufgebaut. An diesen Positionen befindet sich jeweils ein vertikales

Element. Für alle untersuchten Konfigurationen von Beobachtungspunkten befinden sich die Punkte auf einer Höhe von 4 mm über der Massefläche. Bei der Formulierung des inversen Problems werden lediglich die  $H_y$ - sowie die  $E_z$ -Komponenten berücksichtigt.

Um verschiedene Konfigurationen von Beobachtungspunkten zu beschreiben, werden die Reihenanzahl  $N_r$ , der Reihenabstand  $d_r$  und die Spaltenanzahl  $N_s$ , eingeführt. Wie in Abbildung 6-5 dargestellt, werden die Beobachtungspunkte gitterförmig angeordnet, wobei das Gitter aus  $N_r$  Reihen besteht, die jeweils den Abstand  $d_r$  zueinander aufweisen. Dabei ist das Gitter entlang der  $y$ -Achse mittig zu  $y = 0$  bzw. dem Leiter ausgerichtet. Die  $N_s$  Spalten des Gitters sind äquidistant entlang der  $x$ -Achse verteilt, wobei die erste und die letzte Spalte bei  $x = 0$  und  $x = 100$  mm liegen und  $N_s \geq 2$  gefordert wird.

Es werden mehrere Konfigurationen dieses Gitters untersucht. Dazu werden Tupel bestehend aus  $N_r$  und  $d_r$  gebildet. In Abbildung 6-6 sind die Spalten der so definierten Punktegitter dargestellt, die später als Punktconfigurationen bezeichnet werden. Für jedes dieser Tupel wird jeweils mit  $N_s = 5, 7, 9, \dots, 25$  ein Gitter von

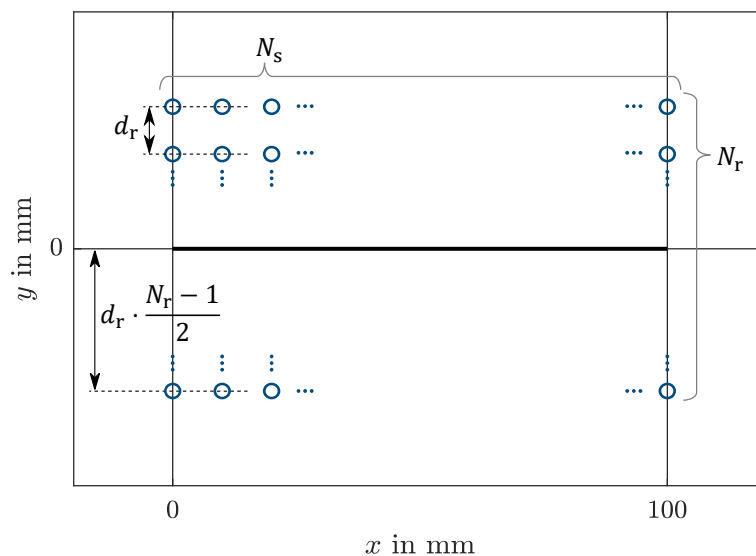


Abbildung 6-5: Parametrierung des Gitters der Beobachtungspunkte.

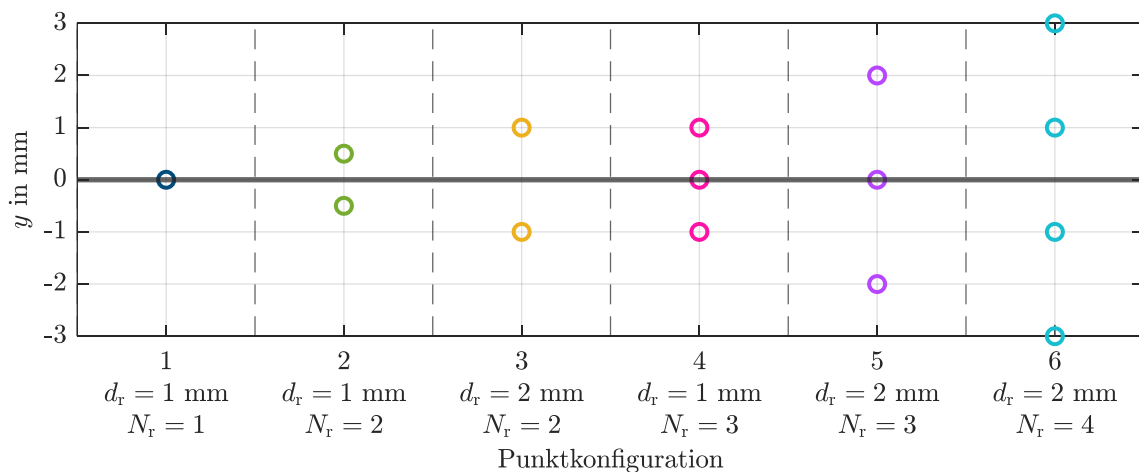
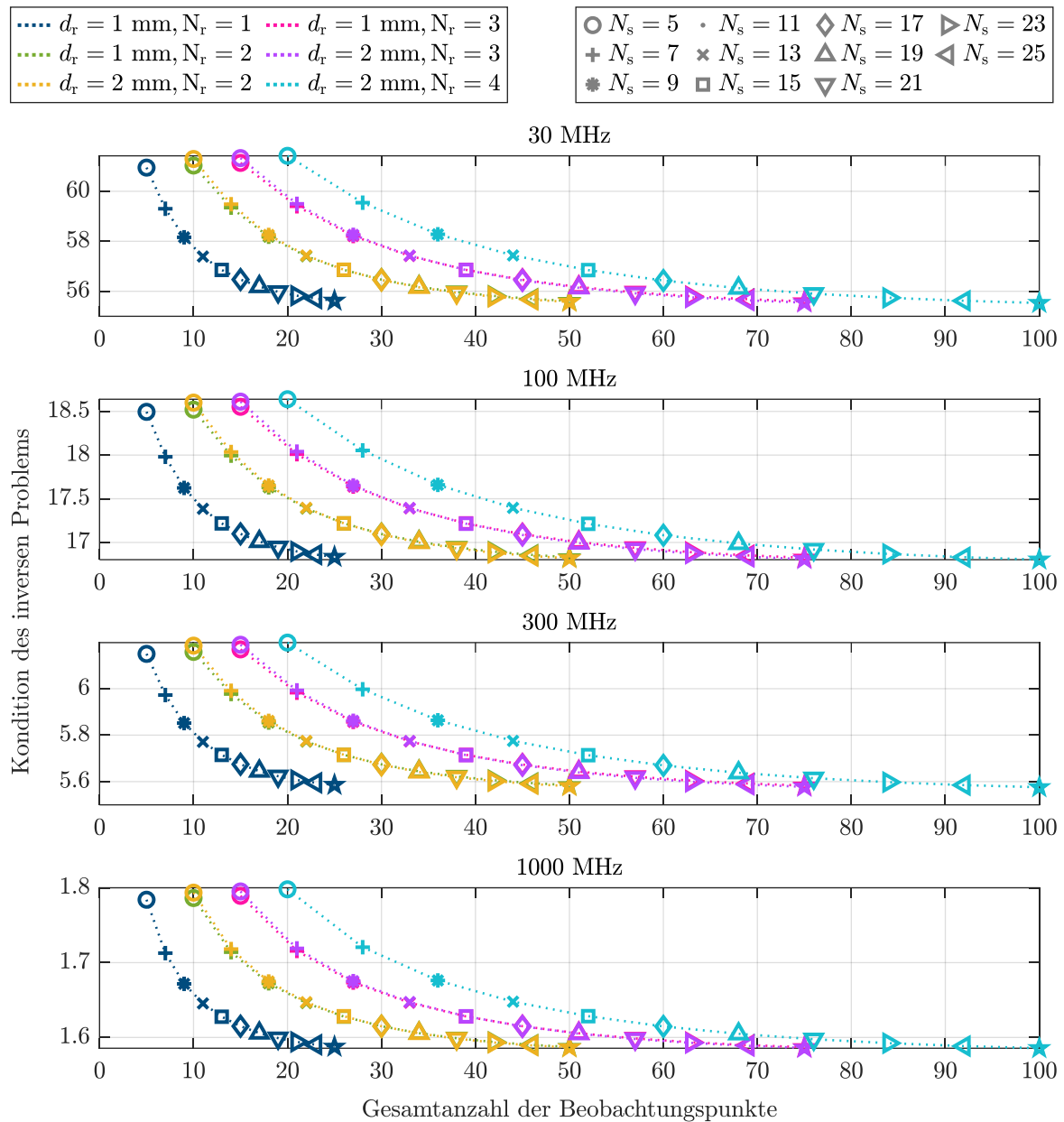


Abbildung 6-6: Exemplarische Spalten der Punktegitter zur Stromrekonstruktion eines einzelnen Leiters über Massefläche.



**Abbildung 6-7: Konditionen des inversen Problems für unterschiedliche Beobachtungspunktegitter für eine einzelne Leitung über Massefläche.**

Beobachtungspunkten erstellt und die Kondition des inversen Problems zu 4 exemplarischen Frequenzen bestimmt. Diese so berechneten Werte für die Konditionen werden in Abbildung 6-7 gezeigt. Um die Vergleichbarkeit der Werte zu erhöhen, werden die Konditionszahlen über der Gesamtanzahl der Beobachtungspunkte im Gitter dargestellt.

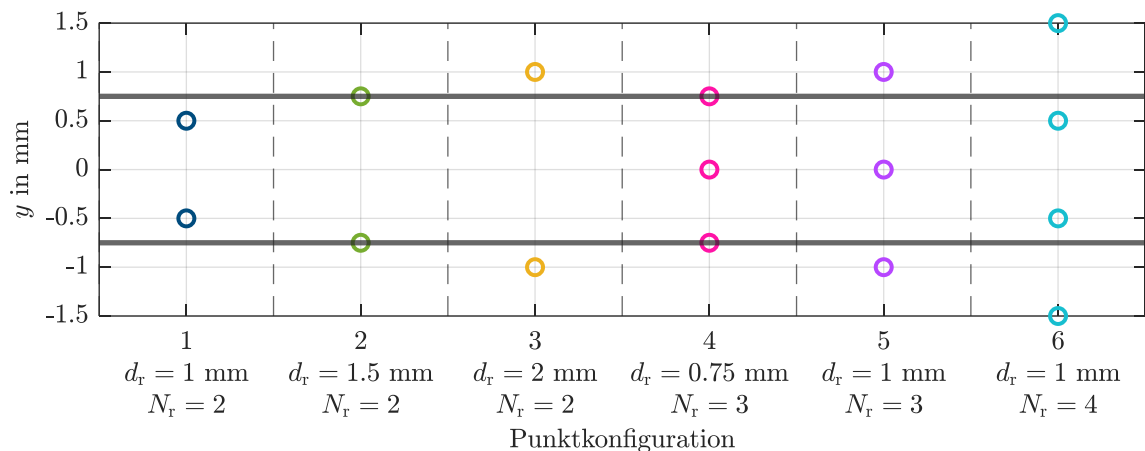
Dabei zeigt sich erwartungsgemäß, dass die Kondition grundsätzlich bei zunehmender Anzahl an Beobachtungspunkten abnimmt. Die Konditionswerte für die Gitter mit gleicher Reihenanzahl sind nahezu identisch. Es ist festzuhalten, dass alle mit Punktconfiguration 1 bestimmten Konditionswerte Pareto-Optima sind. Dabei ist jedoch zu beachten, dass sich die Konditionen nominell nur schwach voneinander unterscheiden. Dennoch lässt sich die Vermutung bestätigen, dass mit Beobachtungspunkten möglichst nah am Leiter die besten Ergebnisse zu erwarten sind.

### 6.2.3 Untersuchungen für eine Doppelleiterstruktur über Massefläche

Um allgemeinere Empfehlungen zur Wahl der Beobachtungspunkte zu erarbeiten, wird in diesem Abschnitt das zuvor eingeführte Untersuchungsszenario um einen weiteren identischen Rundleiter erweitert. Beide Leiter liegen parallel im Abstand von 1,5 mm zueinander bei  $y = \pm 0,75$  mm. Weiterhin wird die oben eingeführte Beschreibung von Beobachtungspunkten anhand eines Gitters verwendet, welches durch die Reihenanzahl  $N_r$ , den Reihenabstand  $d_r$  und die Spaltenanzahl  $N_s$  definiert ist. Erneut werden Punktegitter auf Basis von sechs exemplarischen Tupeln aus  $N_r$  und  $d_r$  gebildet. Die Spalten der sich ergebenden Gitter sind in Abbildung 6-8 dargestellt. Für die Untersuchungen wird, wie zuvor,  $N_s$  mit 5, 7, ..., 25 gewählt.

Die sich ergebenden Konditionswerte werden wieder für 4 exemplarische Frequenzen bestimmt und sind in Abbildung 6-9 über der Gesamtanzahl von Beobachtungspunkten dargestellt. Anders als im Abschnitt zuvor sind dabei wesentliche Unterschiede bezüglich der bestimmten Konditionen erkennbar. Während die Punktconfiguration 1 die schlechtesten Ergebnisse liefert, führt die Punktconfiguration 3 zu den besten Ergebnissen. Diese zeichnen sich dadurch aus, dass die Beobachtungspunkte ausschließlich im bzw. außerhalb des Bereichs zwischen den Leitern liegen. Anhand dieser Beobachtung lässt sich die These aufstellen, dass die Positionierung von Beobachtungspunkten außerhalb des Leiterbereichs zu bevorzugen ist. Die Ergebnisse für die Punktconfigurationen 4 und 5 härten diese These. Die mit Punktconfiguration 5 erzielten Konditionen sind besser als die von Konfiguration 4, wobei der wesentliche Unterschied der Konfigurationen darin besteht, dass die Beobachtungspunkte bei Konfiguration 5 außerhalb des Leiterbereichs liegen. Ähnliches lässt sich aus den Ergebnissen zu Punktconfiguration 6 ableiten. Diese kann als Erweiterung von Konfiguration 1 um zwei Beobachtungspunkte außerhalb des Leiterbereichs betrachtet werden.

Durch diese Ergänzung wird die Kondition des inversen Problems signifikant verbessert. Mit der Punktconfiguration 2, in der ausschließlich Beobachtungspunkte oberhalb der Leiter verwendet werden, werden grundsätzlich gute Ergebnisse erzielt. Die so erzielten Konditionen sind schlechter als die mit Punktconfigurationen 3 und 6 bestimmten Konditionen. Aufgrund der verhältnismäßigen Einfachheit gegenüber den anderen Punktconfigurationen folgt dennoch die Empfehlung zur Wahl von Beobachtungspunkten direkt über den Leitern.



**Abbildung 6-8: Exemplarische Spalten der Punktegitter zur Stromrekonstruktion von zwei Leitern über einer Massefläche.**

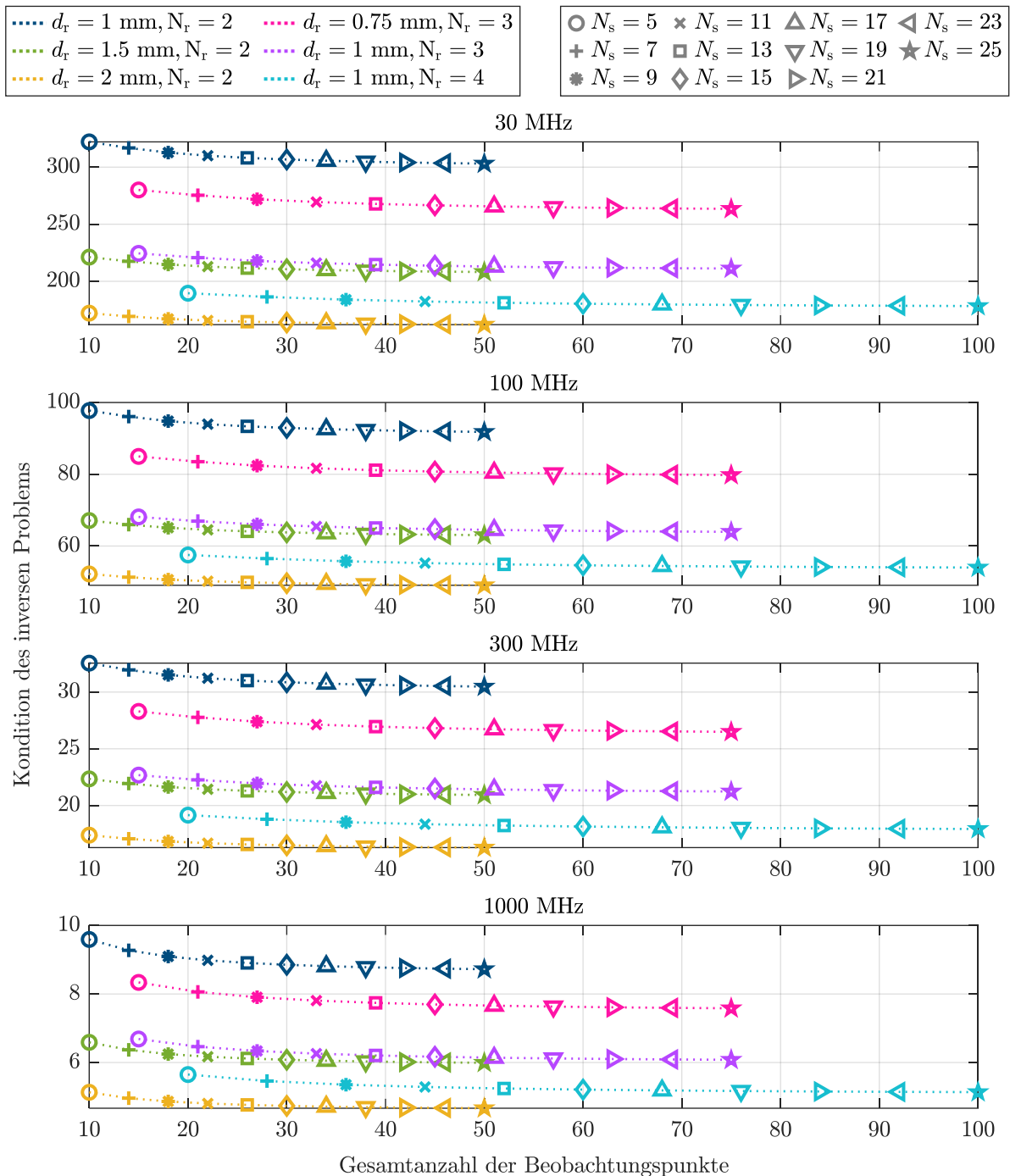


Abbildung 6-9: Konditionen des inversen Problems für unterschiedliche Beobachtungspunktegitter für zwei Leiter über Massefläche.

### 6.3 Beeinflussung der Rekonstruktionsqualität durch den feldintegrierenden Messeffekt von Nahfeldsonden

Wie in Abschnitt 6.1.4 erläutert, bewirkt die Integration der Feldstärken im Bereich der Nahfeldsonde den Messeffekt, was auch zu einer Verfälschung des Messwerts führen kann. Diese Verfälschung ist insbesondere für inhomogene Felder zu erwarten. Die Beeinflussung der Qualität der Stromrekonstruktion auf Leiterplatten durch diesen Fehler wird in diesem Unterkapitel diskutiert. Dabei erfolgt die Bewertung auf Basis von Rekonstruktionsergebnissen, die mit verfälschten Felddaten erzielt werden. Zu

diesem Zweck werden im ersten Abschnitt dieses Unterkapitels Modelle eingeführt, um solche verfälschten Felddaten auf Basis von Simulationsergebnissen zu erzeugen. Anschließend werden zunächst die grundsätzlichen Einflüsse von Sondengröße und Beobachtungsabstand analysiert. In diesem Rahmen wird eine Empfehlung zur Wahl von Sonden für eine konkrete Messaufgabe erarbeitet. Im Abschnitt 6.3.3 werden die Limitierungen bezüglich der Rekonstruierbarkeit herausgearbeitet, die sich durch die Verfälschung aufgrund des feldintegrierenden Messeffekts ergeben.

Für die nachfolgenden Betrachtungen werden andere Fehlereinflüsse auf die Rekonstruktionsqualität vernachlässigt, wie z. B. die Quereinkopplungen von anderen Feldkomponenten, Fehlpositionierungen von Sonden oder kapazitive Kopplungen zwischen Leiterbahnen und Sondenstrukturen. Dementsprechend sind zwar die hier erarbeiteten Empfehlungen für reale Messungen übertragbar, jedoch können die Abweichungen der Rekonstruktionsergebnisse größer ausfallen.

Da lediglich der Einfluss des feldintegrierenden Messeffekts von Nahfeldsonden untersucht wird, werden alle Untersuchungen in diesem Unterkapitel exemplarisch für 100 MHz durchgeführt. Es kann ausgeschlossen werden, dass es für höhere Frequenzen aufgrund der zunehmenden Wellenlänge zu stärkeren Fehlern kommt, da die für die Praxis relevanten Sondengrößen weit unterhalb der Wellenlängen der Untersuchungsfrequenzen liegen.

### 6.3.1 Modelle zur Nachbildung des feldintegrierenden Messeffekts

Nachfolgend werden Modelle entwickelt, die das integrierende Verhalten von Nahfeldsonden nachbilden, indem anhand von Feldsimulationsdaten künstlich verfälschte Feldmesswerte bestimmt werden. Dabei werden die geometrischen Beschreibungen der Sonden aus den Abschnitten 6.1.1 und 6.1.2 aufgegriffen.

Ergänzend zu der dort eingeführten Monopollänge  $l_M$  und dem Schleifendurchmesser  $d_S$  wird die Messpunkthöhe  $h_M$  eingeführt. Diese wird für die Position definiert, an welcher die stärkste Einkopplung des Felds zu erwarten ist. Wie in Abbildung 6-10 dargestellt, ist dies für die elektrische Nahfeldsonde entsprechend [104] an der Monopolspitze. Für die magnetische Schleifsonde ist die maximale Einkopplung des Magnetfelds auf Höhe des Kreismittelpunkts zu erwarten, sofern eine nahezu homogene Feldstärkenverteilung angenommen wird (vgl. Abbildung 6-10).

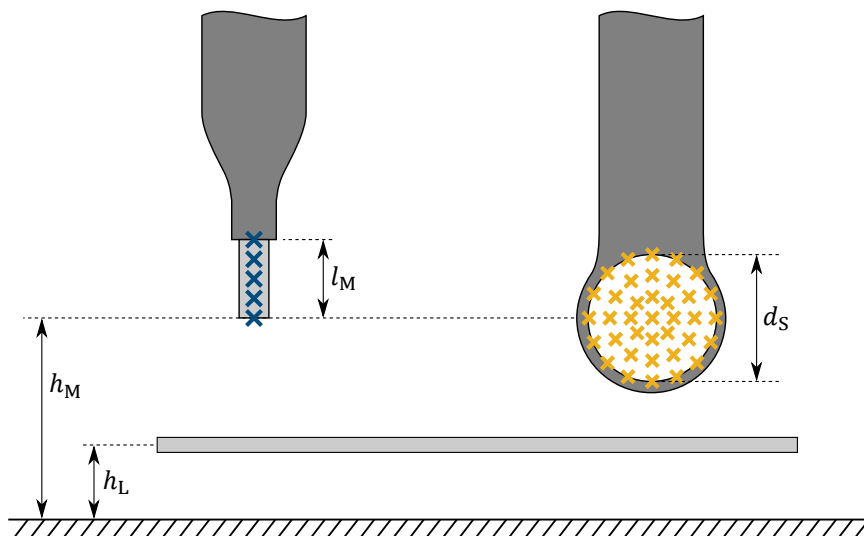


Abbildung 6-10: Geometrische Parameter der Modelle der elektrischen (links) und magnetischen (rechts) Nahfeldsonde mit exemplarischer Darstellung der Punkte, an denen die zur Bestimmung eines Sondenmesswerts simulierte Feldstärken ausgewertet werden.

Für die Modelle zur Nachbildung des feldintegrierenden Messeffekts wird die grundlegende Annahme getroffen, dass sich der Messwert der Sonden durch die einfache Integration der Feldstärken ergibt und Gewichtungen vernachlässigt werden. Zusätzlich wird davon ausgegangen, dass die zum Messeffekt beitragenden Feldstärken lediglich auf den Monopol der elektrischen Monopolsonde beschränkt sind bzw. in der Schleifenfläche der magnetischen Schleifensonde liegen. Die Wirkung von anderen Feldkomponenten außerhalb dieser Bereiche wird vernachlässigt.

Die Integration über die Feldstärke wird approximiert. Hierzu werden im Integrationsbereich an mehreren Punkten die Feldstärken simulativ bestimmt und anschließend der Mittelwert über diese Werte bestimmt. In Abbildung 6-10 sind die dafür verwendeten Punktanordnungen schematisch angedeutet. Für die Monopolsonde werden Punkte verwendet, die fadenförmig und äquidistant entlang des Monopols verteilt sind. Dabei werden in nachfolgenden Untersuchungen 15 Punkte zur Approximation des Feldintegrals verwendet. Bei der Schleifensonde werden an 64 Punkten die Feldstärken bestimmt und gemittelt. Diese Punkte sind rotationssymmetrisch innerhalb der Schleifenfläche verteilt.

### 6.3.2 Beeinflussung der Rekonstruktionsqualität durch die Sondengröße und den Beobachtungsabstand

Zunächst wird die Beeinflussung des Rekonstruktionsergebnisses durch den Messfehler grundsätzlich untersucht, der durch den feldintegrierenden Messeffekt verursacht wird. Hierbei werden die Abhängigkeiten von der gewählten Messpunkthöhe und der gewählten Sondengröße identifiziert und eine Empfehlung zur konkreten Wahl von Sonden bzw. deren Größe erarbeitet.

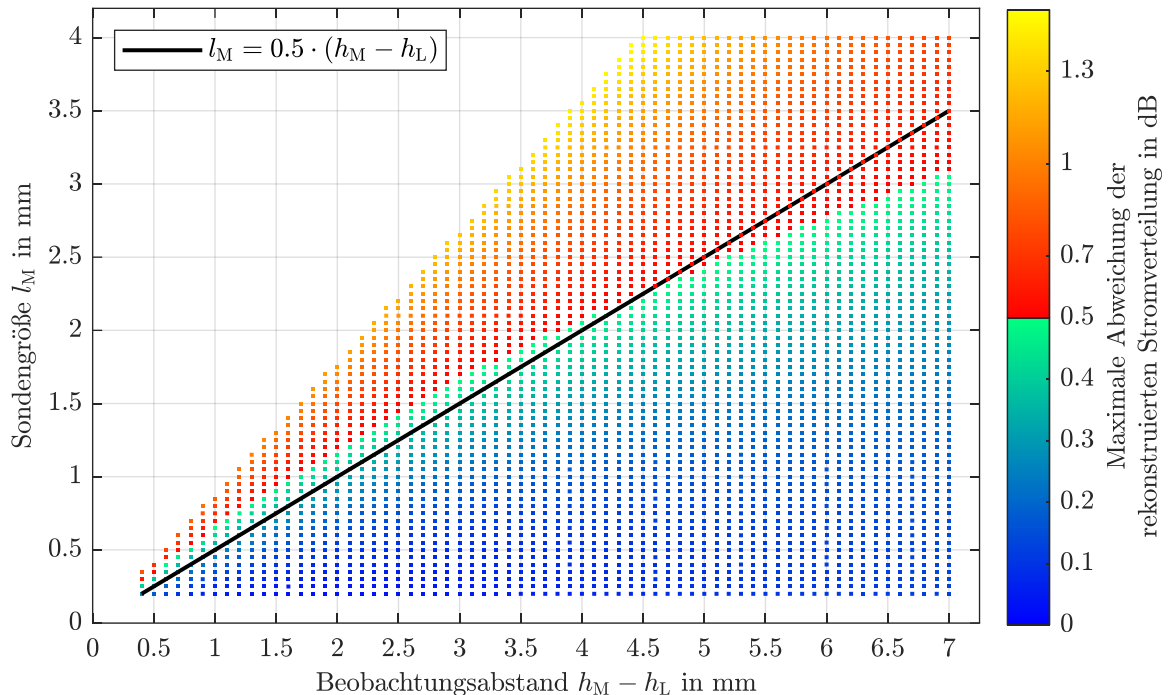
Zu diesem Zweck wird die Stromverteilung auf einer einfachen Struktur rekonstruiert und anhand der Ergebnisqualität erfolgt die Bewertung der Beeinflussung durch den feldintegrierenden Messeffekt. Hierfür wird der Aufbau der Doppelleiterstruktur aus Abbildung 4-13 aufgegriffen und in reduzierter Form für die Untersuchung genutzt. Es werden lediglich der Leiter bei  $y = 0$  sowie die darüber liegenden Beobachtungspunkte verwendet. Der Leiter befindet sich auf der Höhe  $h_L = 1,5 \text{ mm}$ . Im Rahmen der Untersuchung wird die Höhe der Beobachtungspunkte  $h_M$  variiert. Mit einem Widerstand von  $200 \Omega$  wird der Leiter nahezu reflexionsfrei abgeschlossen.

Für die Rekonstruktion werden die  $H_y$ - bzw.  $E_z$ -Komponenten an den Beobachtungspunkten ausgewertet. Dabei werden die Felddaten mit den oben eingeführten Modellen zur Nachbildung der Messfehler von Nahfeldsonden bestimmt. Um die durch die jeweilige Feldmessung verursachten Fehler unabhängig voneinander zu analysieren, wird die Stromverteilung jeweils nur mit den magnetischen bzw. nur mit den elektrischen Felddaten rekonstruiert. Zur Quantifizierung des hervorgerufenen Fehlers wird die rekonstruierte Stromverteilung mit der simulierten Stromverteilung verglichen. Da die Segmentierung der Leiterstruktur in der Simulation und der Rekonstruktion unterschiedlich gewählt sind, werden die rekonstruierten Ströme interpoliert (ähnlich zu den Spannungen in Abschnitt 4.4.2). Für die so interpolierten rekonstruierten Ströme  $I_{rek,i}$  und die simulierten Stromwerte  $I_{ref,i}$  wird die maximale betragsmäßige Abweichung in Dezibel bestimmt:

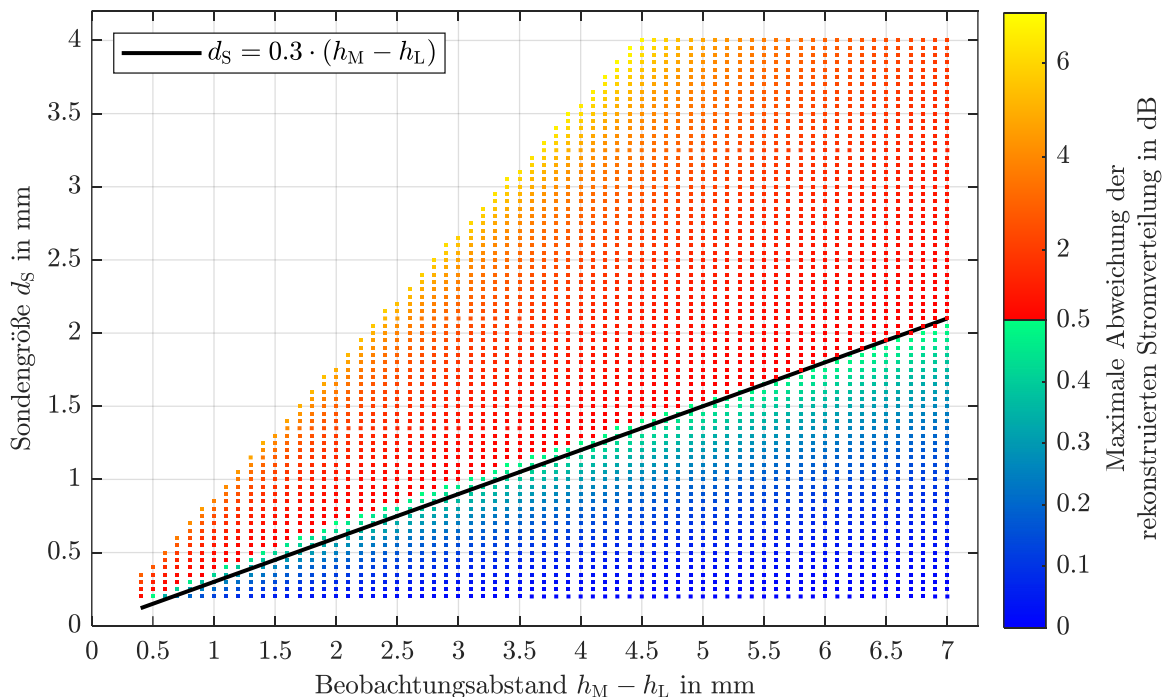
$$\max_i \left| |I_{rek,i}|_{dB} - |I_{ref,i}|_{dB} \right|. \quad (6.3)$$

Diese maximale Abweichung wird für verschiedene realitätsnahe Sondengrößen  $l_M$  bzw.  $d_S$  sowie für verschiedene Beobachtungsabstände  $h_M - h_L$  bestimmt.

Sinnvollerweise werden hierbei nur die Szenarien ausgewertet, für welche die Sondengröße kleiner als der Beobachtungsabstand ist. Die maximalen Abweichungen der mit den elektrischen und magnetischen Felddaten rekonstruierten Stromverteilungen werden in Abbildung 6-11 und Abbildung 6-12 gezeigt. Hierbei werden die Abweichungen, die kleiner-gleich bzw. größer 0,5 dB sind, in blau-grünen bzw. rot-gelben Falschfarben dargestellt. Dabei gilt der Fehler von 0,5 dB als akzeptabel.



**Abbildung 6-11: Maximale Abweichung der rekonstruierten Stromverteilung bei Verwendung von simulierten elektrischen Felddaten unter Berücksichtigung des eingeführten Nahfeldsondenmodells für verschiedene Beobachtungsabstände und Sondengrößen.**



**Abbildung 6-12: Maximale Abweichung der rekonstruierten Stromverteilung bei Verwendung von simulierten magnetischen Felddaten unter Berücksichtigung des eingeführten Nahfeldsondenmodells für verschiedene Beobachtungsabstände und Sondengrößen.**

Zunächst werden die in Abbildung 6-11 gezeigten Ergebnisse analysiert, welche mit den elektrischen Felddaten bestimmt werden. Für alle betrachteten Konfigurationen liegt die maximale Abweichung unter 1,5 dB. Hierbei ist erwartungsgemäß zu beobachten, dass die Abweichung mit der Sondengröße zunimmt. Ebenfalls ist zu sehen, dass bei gleichbleibender Monopollänge die Abweichungen zunehmen, wenn der Beobachtungsabstand abnimmt. Beide Abhängigkeiten werden durch die Inhomogenität des Felds erklärt, welche mit dem Abstand zum Leiter abnimmt. Die Grenzlinie, an welcher die maximale Abweichung den Wert 0,5 dB überschreitet, befindet sich näherungsweise entlang eines konstanten Verhältnisses zwischen Monopollänge  $l_M$  und Beobachtungsabstand  $h_M - h_L$ . Mithilfe einer linearen Regression wird diese Grenzlinie durch eine lineare Funktion angenähert, die ebenfalls in Abbildung 6-11 dargestellt ist. Auf Basis dieser linearen Funktion wird die folgende Bedingung zur Wahl einer Monopolsonde abgeleitet, welche die Größe der Sonde in Abhängigkeit des Beobachtungsabstands limitiert:

$$l_M \leq 0,5 \cdot (h_M - h_L). \quad (6.4)$$

Die Abweichungen der mit den magnetischen Felddaten rekonstruierten Stromverteilungen sind in Abbildung 6-12 dargestellt. Sie zeigen qualitativ das gleiche Verhalten bezüglich der Sondengröße und des Beobachtungsabstands wie die Ergebnisse auf Basis der elektrischen Felddaten. Jedoch sind hier Abweichungen mit 6 dB und mehr zu beobachten. Auch für diese Ergebnisse wird die Grenze, an welcher die maximalen Abweichungen den Wert von 0,5 dB überschreiten, anhand einer linearen Funktion angenähert. Diese wird ebenfalls mit einer linearen Regression bestimmt und ist Abbildung 6-12 gezeigt. Analog wird die Bedingung

$$d_S \leq 0,3 \cdot (h_M - h_L) \quad (6.5)$$

zwischen dem Schleifendurchmesser  $d_S$  und dem Beobachtungsabstand  $h_M - h_L$  als Empfehlung zur Wahl einer magnetischen Nahfeldsonde abgeleitet.

### 6.3.3 Limitierungen der Rekonstruierbarkeit aufgrund der Verfälschung durch den feldintegrierenden Messeffekt von Nahfeldsonden

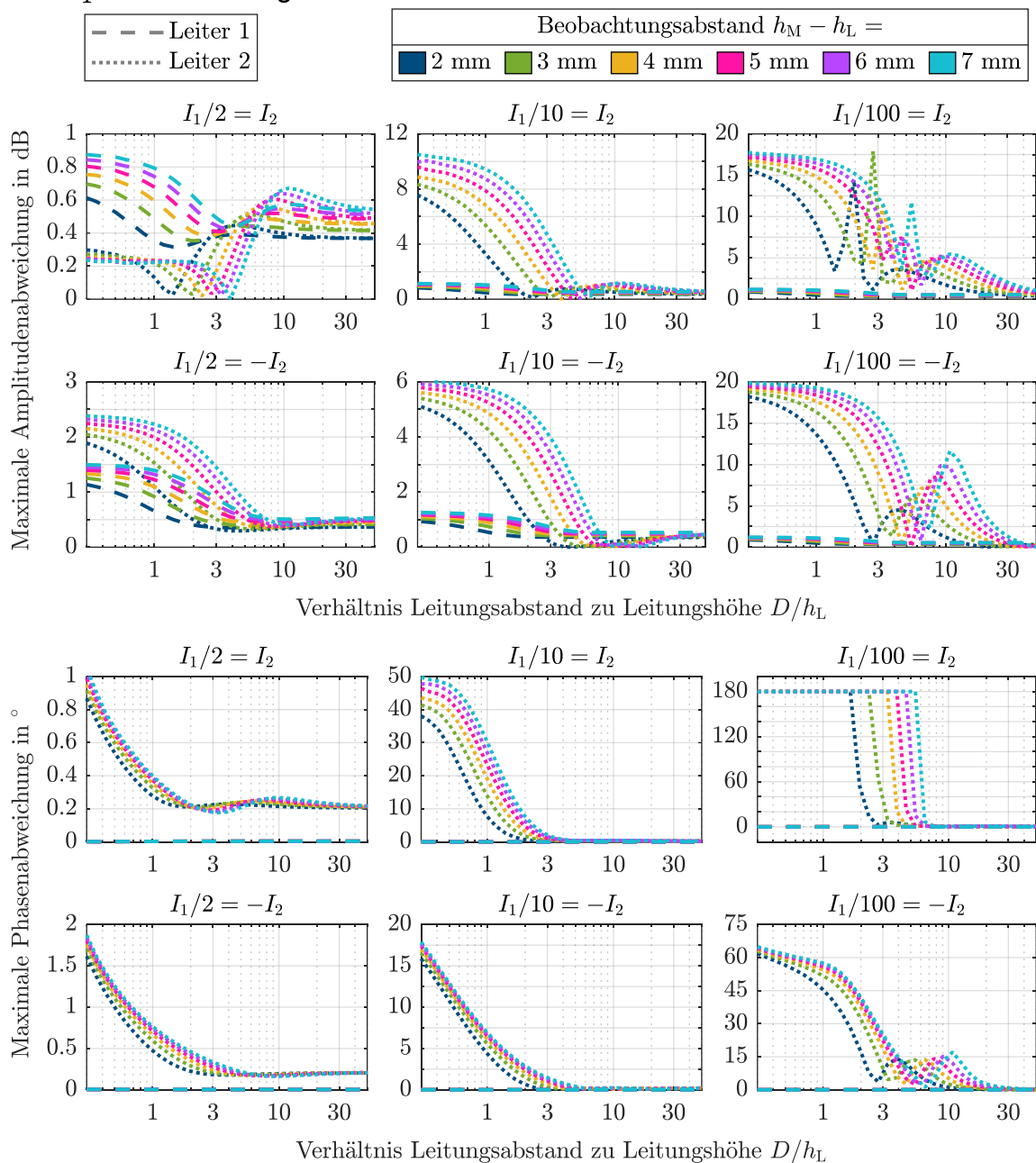
Durch den feldintegrierenden Messeffekt wird nicht nur der Messwert direkt über dem Leiter verfälscht, sondern auch in der Umgebung des Leiters, wie in Abbildung 6-3(b) zu sehen ist. Dies motiviert die in diesem Abschnitt durchgeführte Analyse der Beeinflussung durch den feldintegrierenden Messeffekt auf die Qualität der Stromrekonstruktion für Mehrleitersysteme. Konkret wird untersucht, ob sich durch die Verfälschung Limitierungen bezüglich der Rekonstruierbarkeit von Strömen ergeben.

Für diese Untersuchung wird die in Abbildung 4-13 dargestellte Doppelleiterstruktur mit der Leiterhöhe  $h_L = 1,5$  mm verwendet. Beide Leiter werden mit 200  $\Omega$ -Widerstände nahezu reflexionsfrei abgeschlossen. Die Amplituden der anregenden Spannungsquellen werden so gewählt, dass sich in der Mitte der Leiter (bei  $x = 50$  mm) die vorgegebenen Ströme  $I_1$  und  $I_2$  einstellen. Damit werden verschiedene exemplarische Anregungsszenarien aufgebaut, für die jeweils mit den  $H_y$ - und  $E_z$ -Felddaten an den in Abbildung 4-13 dargestellten Beobachtungspunkten die Stromverteilung rekonstruiert wird. Zusätzlich zur Anregung wird die Messpunkthöhe  $h_M$  variiert. Für jede Messpunkthöhe werden die Felddaten anhand der oben vorgestellten Modelle ermittelt, welche die Verfälschung durch den feldintegrierenden Messeffekt von Nahfeldsonden nachbilden. Dabei werden die Sondengrößen in Abhängigkeit vom Beobachtungsabstand  $h_M - h_L$  entsprechend den Bedingungen (6.4) und (6.5) möglichst groß gewählt.

Es werden Sondengrößen bzw. Beobachtungsabstände verwendet, wie sie für die Nahfeldmessung von Leiterplatten sinnvoll und technisch möglich erscheinen. Wie im vorangegangenen Abschnitt wird die Rekonstruktionsqualität anhand der bestimmten Stromverteilung bewertet. Dazu wird bei jeder Konfiguration die maximale Amplitudenabweichung entsprechend (6.3) und die maximale Phasenabweichung für jeden Leiter bestimmt. Die Abweichung der Phase wird wie folgt berechnet:

$$\max_i \left| \arg \left( \frac{I_{\text{rek},i}}{I_{\text{ref},i}} \right) \right|. \quad (6.6)$$

In Abbildung 6-13 sind diese Abweichungen in Abhängigkeit vom Leiterabstand  $D$  für 6 exemplarische Anregungsszenarien dargestellt, die allgemein anhand der Stromverhältnisse angegeben sind. Zum konkreten Aufbau der Szenarien wird der dominante Strom  $I_1$  immer zu 1 A gewählt.



**Abbildung 6-13:** Maximaler Amplituden- und Phasenfehler der rekonstruierten Stromverteilungen auf Basis von Felddaten, die anhand der Sondenmodelle verfälscht sind, für verschiedene Anregungsszenarien der Doppelleiterstruktur.

In allen betrachteten Anregungsszenarien werden für Leiter 1 die Abweichungen der rekonstruierten Stromverteilung gegenüber den Referenzwerten für alle Beobachtungsabstände und Leiterabstände als akzeptabel angesehen. Für betragsmäßig ähnlich hohe Ströme ( $I_1/2 = \pm I_2$ ) liegen die Abweichungen der Rekonstruktionsergebnisse für Leiter 2 in einem ähnlichen Rahmen und sind ebenso akzeptabel. Erwartungsgemäß nehmen die Amplituden- und Phasenabweichungen der rekonstruierten Stromverteilung auf Leiter 2 zu, wenn der Strom  $I_2$  betragsmäßig gegenüber dem Strom  $I_1$  abnimmt. Zusätzlich ist zu beobachten, dass die Abweichungen zunehmen, wenn der Beobachtungsabstand zunimmt oder der Leiterabstand abnimmt. Bezüglich der Phasenabweichung zeigt sich, dass diese für die Anregungsszenarien mit entgegengerichteten Strömen geringer ausfallen als bei gleichgerichteten Strömen. Ein solcher Zusammenhang lässt sich bei der Amplitudenabweichung jedoch nicht beobachten.

Grundsätzlich zeigt diese Analyse, dass trotz der Verfälschung der Felddaten durch den feldintegrierenden Messeffekt die Ströme von benachbarten Leitern rekonstruierbar sind. Dies gilt insbesondere für Ströme, die eine ähnlich hohe Amplitude aufweisen. Sofern sich die Ströme in benachbarten Leitern signifikant unterscheiden, werden die Ergebnisse der Stromrekonstruktion für die schwächeren Ströme ungenauer.

---

## 7 Untersuchungen mit gemessenen Nahfelddaten

Dieses Kapitel behandelt den Praxistest des oben entwickelten Stromrekonstruktionsverfahrens. Hierzu werden anhand von gemessenen Nahfelddaten Stromrekonstruktionsergebnisse bestimmt und bewertet. Damit hebt sich dieses Kapitel von den vorherigen ab, in denen ausschließlich auf Basis von simulierten Daten bestimmte Aspekte des Verfahrens untersucht worden sind.

Zu Beginn dieses Kapitels wird das System vorgestellt, mit dem die Nahfelddaten für alle nachfolgenden Untersuchungen gemessen werden. Anschließend folgt in Unterkapitel 7.2 eine grundsätzliche Validierung der Rekonstruktionsmethode auf Basis von Messdaten, die durch Amplitude und Phase bekannt sind. Dann folgen zwei Demonstrationen der Stromrekonstruktionsmethode auf Basis von phasenlosen Nahfelddaten. Im Unterkapitel 7.3 werden anhand von phasenlosen Nahfelddaten Leiterbahnen untersucht, welche Kommunikationssignale zwischen zwei ICs führen. Hierbei werden die rekonstruierten Ströme und die Terminierungsimpedanzen analysiert. Die zweite Demonstration in Unterkapitel 7.4 behandelt die Vorhersage von Feldemissionen.

### 7.1 System zur Messung von Nahfeldverteilungen

Der Datensatz, der die gemessene Nahfeldverteilung umfasst, wird als Nahfeldscan bezeichnet. Diese Daten können in dem nach IEC/TR 61967-1-1 [120] definierten Datenformat gespeichert bzw. ausgetauscht werden. Die Systeme, mit denen solche Daten gemessen werden, werden als Nahfeldscanner bezeichnet. Nachfolgend wird zunächst der allgemeine Aufbau solcher Systeme beschrieben. Anschließend wird in Abschnitt 7.1.2 das im Rahmen dieser Arbeit realisierte System vorgestellt. Die durch dieses System verursachten Messfehler werden anschließend diskutiert. Darüber hinaus sind in Anhang A.5 die Beschreibungen der verwendeten Kalibrierungsverfahren für die Positionierung des Scanners sowie die im Scanner verwendeten Nahfeldsonden zu finden.

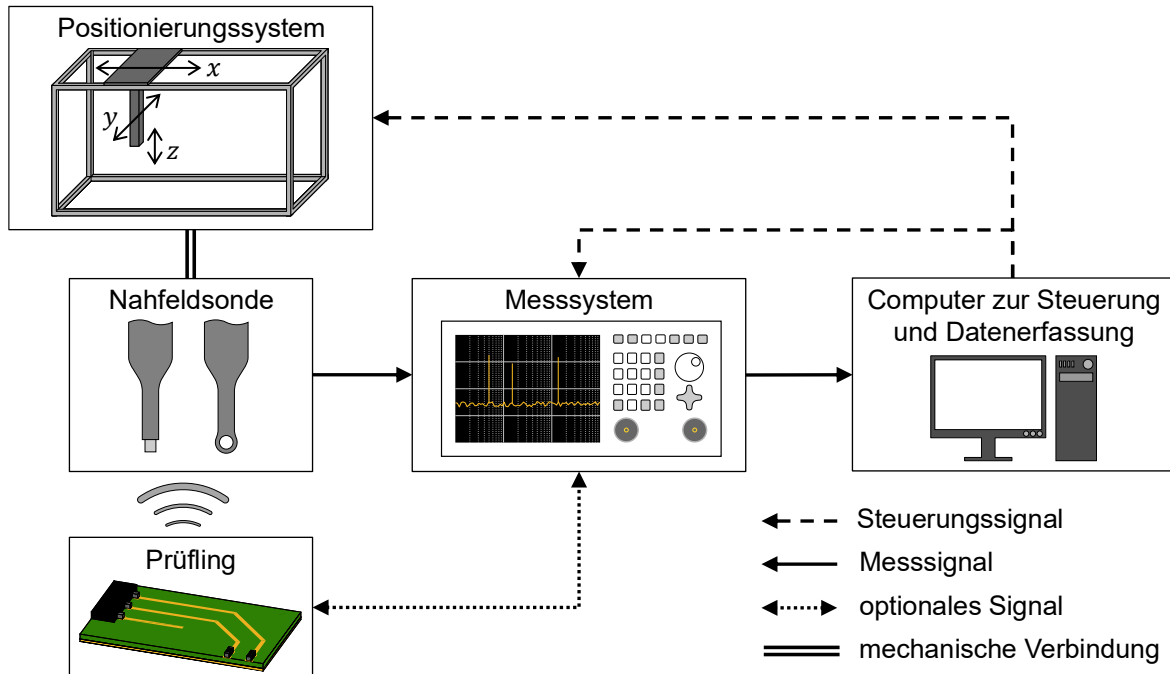
#### 7.1.1 Allgemeiner Aufbau von Nahfeldscannern

Der Aufbau von Nahfeldscannern wird z. B. in der Norm IEC/TS 61967-3 [9, S. 13] oder den Arbeiten [42, S. 52], [121, S. 41] beschrieben. Wie in Abbildung 7-1 schematisch dargestellt ist, lässt sich das Gesamtsystem in mehrere Komponenten unterteilen. Diese werden nachfolgend vorgestellt und die Beziehung zu anderen Komponenten wird erläutert:

- Prüfling: Die elektrische Komponente, deren Nahfeld zu messen ist. In dieser Arbeit sind dies die untersuchten Leiterplatten.
- Nahfeldsonde: Das Messmittel, welches die zu messende elektromagnetische Feldgröße in eine messbare Spannung umsetzt (vgl. Unterkapitel 6.1). Es ist möglich, mehrere Nahfeldsonden in einem System zu nutzen, um während eines Messdurchlaufs verschiedene Komponenten des Nahfelds zu messen.
- Positionierungssystem: Das elektromechanische System, welches die Nahfeldsonde an die Positionen bewegt, an denen das Nahfeld gemessen werden soll.
- Messsystem: Das Messgerät, das die Messspannung am Ausgang der Nahfeldsonde erfasst. Dabei können zu dem Messsystem auch weitere Komponenten gehören, wie bspw. ein Messverstärker oder Relais, um zwischen mehreren Sonden umzuschalten. Optional kann ein direkter Signalpfad zwischen

Messsystem und Prüfling existieren. Dieser kann z. B. dazu dienen, ein vom Messsystem ausgehendes (Trigger-)Signal oder eine Anregung zu führen.

- Computer zur Steuerung und Datenerfassung: Das zentrale Element, welches das Zusammenspiel zwischen dem Positionierungssystem und dem Messsystem steuert. Daneben werden die an den Messpunkten erfassten Felddaten hier aggregiert.



**Abbildung 7-1: Schematische Darstellung der Komponenten eines Nahfeldscanners zur Messung von Nahfeldverteilungen.**

### 7.1.2 Realisierter Nahfeldscanner

Das in dieser Arbeit verwendete System zur Messung von Nahfeldern ist in Abbildung 7-2 dargestellt. Die Basis des Systems und damit ein Großteil der mechanischen Komponenten entstammen aus dem Aufbau eines 3D-Druckers vom Modell Vellmann K8200 [122]. Wie in Abbildung 7-2 zu sehen ist, befindet sich die untersuchte Leiterplatte in einem Aluminiumrahmen, welcher horizontal in  $x$ - und  $y$ -Richtung bewegt wird. Für konkrete Messaufgaben stehen zwei verschiedene Aluminiumrahmen zur Verfügung, in welche Leiterplatten vom Format  $100\text{ mm} \times 160\text{ mm}$  sowie im Format  $100\text{ mm} \times 100\text{ mm}$  eingesetzt werden können.

Die zur Messung verwendeten Nahfeldsonden sind mit Halterungen auf einer Querstrebe montiert, die entlang der  $z$ -Achse bewegt werden kann. Es gibt zwei verschiedene Halterungen. Mit der rechten Halterung (schwarze Elemente in Abbildung 7-2) werden Sonden unbeweglich fixiert, während die linke Halterung (grüne Elemente in Abbildung 7-2) rotierbar ist. Entsprechend wird die rotierbare Halterung für magnetische Nahfeldsonden verwendet, um die horizontalen Feldkomponenten in  $x$ - und  $y$ -Richtung zu messen. Die unbewegliche Halterung eignet sich für elektrische Nahfeldsonden, mit denen lediglich die vertikale Feldkomponente in  $z$ -Richtung gemessen wird.

Für beide Sonden steht jeweils eine Kabelführung zur Verfügung, welche die Verbindung der Sonde mit einem Relais zum Umschalten ermöglicht. Damit die Drehbewegung der rotierbaren Halterung nicht auf das Messkabel übertragen wird, wird eine SMB-Steckverbindung an der Sonde verwendet.

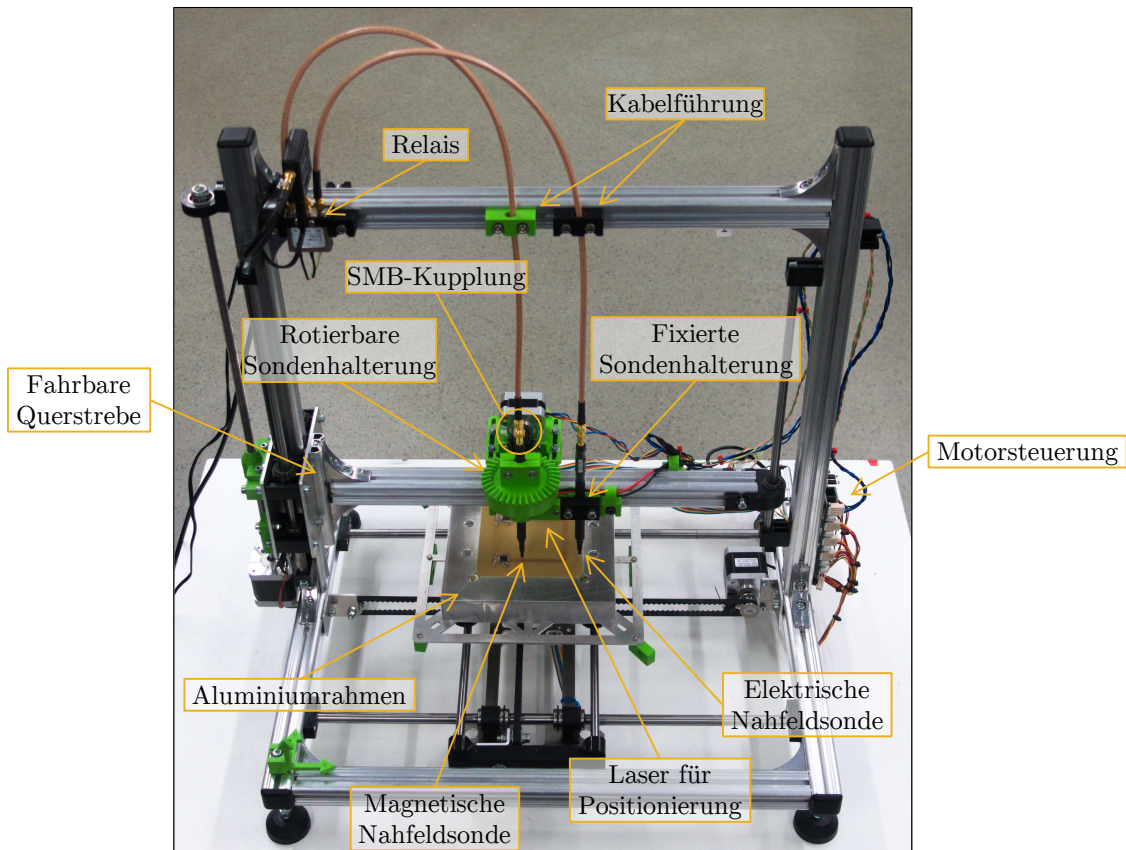


Abbildung 7-2: Foto des realisierten Nahfeldscanners.

Zusätzlich ist im Bereich der Sondenhalterung ein Laser integriert. Dieser ist in Richtung der Leiterplatte orientiert und wird dazu verwendet, den Positionsoffset der Leiterplatte zu bestimmen (weiterführende Informationen in Anhang A.5.1).

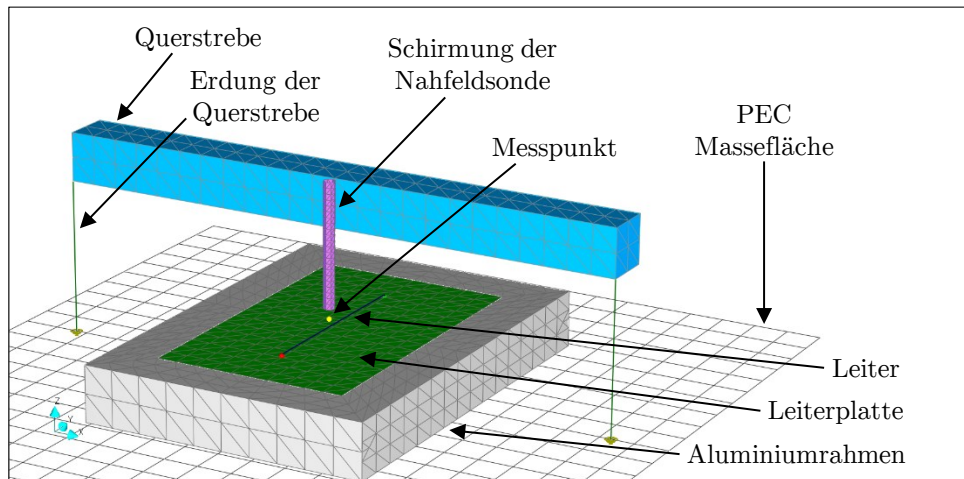
Zur Steuerung der mechanischen Komponenten des Aufbaus wird eine Motorsteuerung auf Basis von [123] verwendet, mit welchem der Vellmann-K8200-3D-Drucker serienmäßig ausgestattet ist. Die Firmware wurde für die Anwendung als Nahfeldscanner angepasst. Zur Steuerung der weiteren Komponenten (Relais zur Sondenumschaltung, Laser zur Ausrichtung, etc.) wird ein Arduino Uno [124] verwendet.

### 7.1.3 Messfehler durch metallische Strukturen des Nahfeldscanners

Da viele Komponenten des Nahfeldscanners aus Metall gefertigt sind, kommt es zu einer Beeinflussung der elektromagnetischen Felder der Leiterplatte durch den Scanner. In diesem Abschnitt wird diese Beeinflussung diskutiert. Hierfür wird der Aufbau der Feldmessung durch den Nahfeldscanner in der Simulationssoftware CONCEPT-II [73] modelliert und untersucht.

In Abbildung 7-3 ist das dafür erstellte Simulationsmodell dargestellt. Für diese Untersuchung wird eine einfache Leiterplatte mit durchgängiger Massefläche und einem einzelnen geraden Leiter als exemplarische Feldquelle verwendet. Der Leiter befindet sich 1,5 mm über der Massefläche und wird durch eine ideale Spannungsquelle mit 1 V angeregt. Auf die Nachbildung eines Leiterplattensubstrats wird verzichtet und der Leiter ist als Rundleiter mit einem Radius von 0,55 mm ausgeführt (Wellenimpedanz  $Z_0 \approx 100 \Omega$ ). Die Terminierung des Leiters ist angepasst.

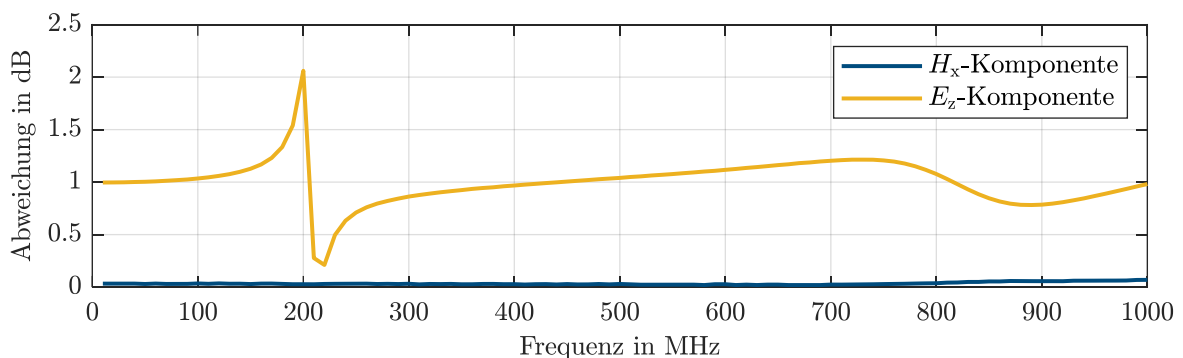
Als metallische Strukturen des Nahfeldscanners werden lediglich der Aluminiumrahmen, in welchem die Leiterplatte eingesetzt ist, und die Querstrebe, welche die Nahfeldsonde trägt, berücksichtigt und modelliert. Zusätzlich wird eine Nahfeldsonde



**Abbildung 7-3: Screenshot des CONCEPT-II-Simulations-Modells vom Nahfeldscanner zur Untersuchung des durch die metallischen Strukturen verursachten Messfehlers.**

anhand ihrer Schirmungsstrukturen nachgebildet. Die geometrischen Abstände zwischen Sondenschirm, Querstrebe und Leiter werden so gewählt, wie sie bei der Messung einer Nahfeldverteilung 4 mm über dem Leiter ausfallen. Entsprechend betragen die Abstände vom Leiter zur Querstrebe 48,5 mm und vom Leiter zum Sondenschirm 9,5 mm. Der Sondenschirm ist galvanisch mit der Querstrebe verbunden, um den Worstcase abzuschätzen. Um weitere mögliche Kopplungen zwischen der Leiterplatte über dem Aluminiumrahmen zu berücksichtigen, wird eine ideale Massefläche angenommen, auf welcher der Rahmen liegt, und mit welcher die Querstrebe beidseitig galvanisch verbunden ist.

Für mehrere Frequenzen werden die Feldstärken an der Position simuliert, zu welcher die Sonde im nachgebildeten Messaufbau ausgerichtet ist. Dieser Punkt befindet sich mittig unter dem Sondenschirm und liegt 4 mm über dem Leiter. Es werden jeweils die elektrischen und magnetischen Feldstärken für den kompletten Aufbau sowie für den reduzierten Aufbau simuliert und gegenübergestellt. Dieser reduzierte Aufbau beinhaltet lediglich die Leiterplatte mit dem Aluminiumrahmen. Der Vergleich der horizontalen magnetischen Feldstärken (in  $x$ -Richtung) und der vertikalen elektrischen Feldstärken (in  $z$ -Richtung) erfolgt in Abbildung 7-4 anhand der Betrachtung ihrer Abweichungen. Für das magnetische Feld ist nur eine geringfügige Beeinflussung durch die metallischen Strukturen zu erkennen. Dem gegenüber tritt für das elektrische Feld eine klare Abweichung von ca. 1 dB auf. Dabei ist im Frequenzbereich um 200 MHz eine Auffälligkeit zu erkennen, welche durch einen Resonanzeffekt erklärt werden könnte.



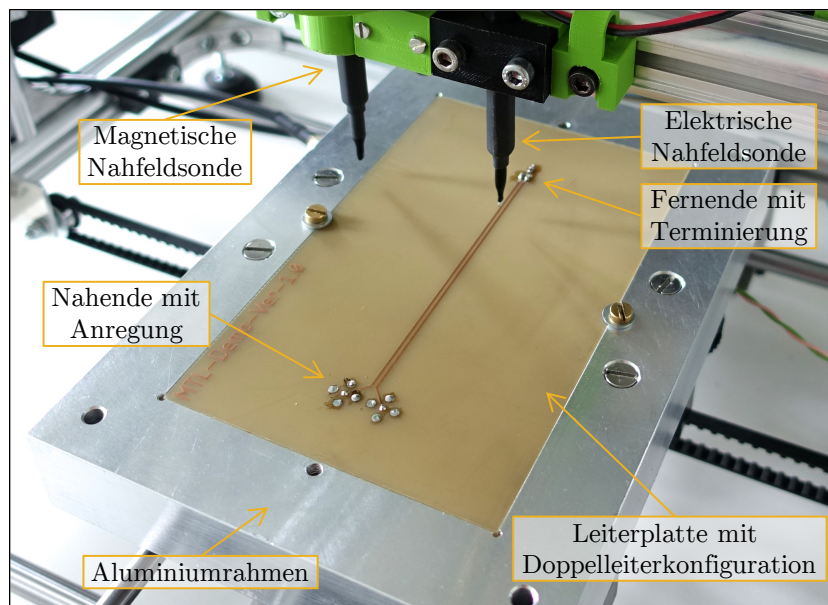
**Abbildung 7-4: Abweichung der simulierten Feldstärke 6,5 mm über der Leiterplatte mit Nahfeldscannerstrukturen gegenüber den simulierten Feldstärken ohne Nahfeldscannerstrukturen.**

Da im realen Messaufbau der SONDENSCHIRM, die Querstrebe und auch die anderen metallischen Strukturen nicht galvanisch verbunden sind, ist eine noch schwächere Beeinflussung der Felder durch den Nahfeldscanneraufbau zu erwarten. Zusätzlich ist zu erwarten, dass die minimale Verfälschung durch den Aufbau im Rahmen einer Kalibrierung der verwendeten Nahfeldsonden im Übertragungsfaktor berücksichtigt wird. Entsprechend zeigt diese exemplarische Untersuchung, dass der Nahfeldscanner die Nahfeldverteilung von Leiterplatten nicht signifikant verändert.

## 7.2 Validierung der Stromrekonstruktionsmethode anhand von Messdaten

Zunächst wird die Stromrekonstruktionsmethode verwendet, um die Stromverteilungen einer einfachen Leiterplatte zu bestimmen. Hierbei geht es um die grundsätzliche Untersuchung der Methode hinsichtlich ihrer Eignung, Messdaten auszuwerten und für diesen Fall korrekte Ergebnisse zu bestimmen. Die dafür verwendeten Felddaten sind durch Betrag und Phase bekannt.

Für diese Untersuchung wird eine Leiterplatte mit parallelen Leiterbahnen verwendet. Ein Foto dieser Leiterplatte ist in Abbildung 7-5 gegeben. Im nachfolgenden Abschnitt werden die Leiterplatte sowie die Messung des Nahfelds beschrieben. Anschließend werden die Rekonstruktionsergebnisse anhand der Eingangsströme und der Eingangsimpedanzen in Abschnitt 7.2.2 diskutiert.

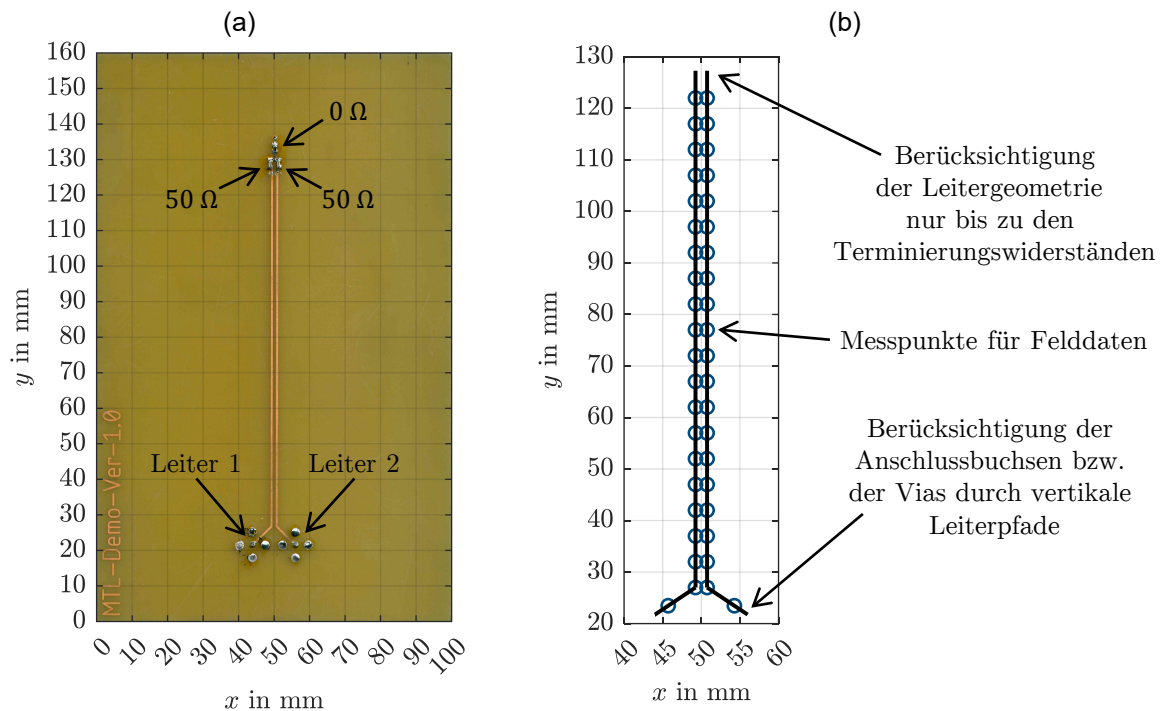


**Abbildung 7-5: Leiterplatte mit Doppelleiterkonfiguration während einer Nahfeldmessung im Nahfeldscanner.**

### 7.2.1 Aufbau und Messung der Leiterplatte

In diesem Abschnitt wird die untersuchte Leiterplatte im Detail vorgestellt. Darauf aufbauend wird kurz auf das Rekonstruktionsmodell eingegangen, das anhand des realen Aufbaus synthetisiert wird. Dann wird beschrieben, wie die Nahfelddaten gemessen werden.

Die untersuchte Leiterplatte ist zweilagig und hat die Dimensionen 100 mm × 160 mm. Auf der Oberseite befinden sich die Leiterbahnen und die Unterseite ist als durchgängige Massefläche ausgeführt. In Abbildung 7-6(a) ist die Oberseite dargestellt. Die

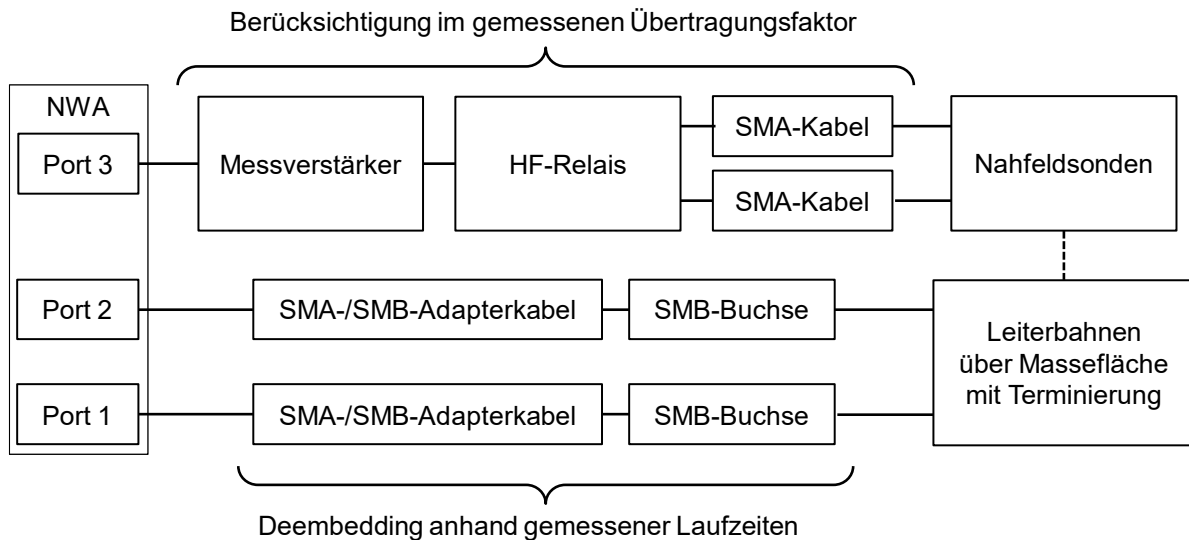


**Abbildung 7-6: Oberseite der Leiterplatte mit Doppelleiterkonfiguration (a) sowie die für die Rekonstruktion berücksichtigten Leiter und Feldmesspunkte (b).**

Leiterbahnen werden jeweils mit SMB-Buchsen an eine Signalquelle angeschlossen und sind mit 50 Ω-Widerständen terminiert. Diese Widerstände sind über einen gemeinsamen 0 Ω-Widerstand und ein Via an die Massefläche angeschlossen. Die Längen der Leitungen zwischen Anschlussbuchse und Terminierungswiderstand betragen jeweils 107,7 mm (diagonal: 7,4 mm, parallel: 100,3 mm), und ihre Breite beträgt 0,6 mm. Das Substrat der Leiterplatte ist 1,5 mm dick, besteht aus FR4 und für dessen relative Permittivität wird 4,7 angenommen. Damit ergibt sich die Wellenimpedanz der Leiterbahnen zu 99,5 Ω und ihre effektive relative Permittivität zu 3,06 (vgl. Anhang A.2.3).

Für die Stromrekonstruktion wird die Leitergeometrie aus Abbildung 7-6(a) vereinfacht, indem lediglich die Leiter zwischen den Anschlussbuchsen und den Terminierungswiderständen berücksichtigt werden. Diese reduzierte Leitergeometrie ist in Abbildung 7-6(b) dargestellt. In diesem Rekonstruktionsmodell sind die Enden der horizontalen Leiter jeweils mit einem vertikalen Leiter an der Massefläche angeschlossen, welche im Modell als ideal leitend und unendlich weit ausgedehnt angenommen wird. Für die Rekonstruktion werden die Felddaten an den in Abbildung 7-6(b) dargestellten Messpunkten aufgenommen. Die Messpunkte haben gegenüber der Massefläche einen Abstand von 5,5 mm und der Beobachtungsabstand zwischen den Messpunkten und den Leitern beträgt 4 mm. An den insgesamt 42 Messpunkten werden jeweils die  $E_z$ - und die  $H_y$ -Komponenten des elektromagnetischen Felds ausgewertet.

Die Anregung der Leiterbahnen und die Messung des elektromagnetischen Felds erfolgen durch den vektoriellen Netzwerkanalysator (NWA) E5071B von Keysight Technologies (vorm. Agilent Technologies) [125]. Dazu werden die Leiterbahnen und die zur Feldmessung verwendeten Nahfeldsonden entsprechend Abbildung 7-7 an die mit Kabel erweiterten und kalibrierten Ports des NWA angeschlossen. Die Parameter des Messgeräts sind in Tabelle 7-1 gelistet. Zur Messung der elektrischen und magnetischen Feldstärke werden die Nahfeldsonden RF-E 10 [126] und RF-U 2.5-2 [127] der Firma Langer EMV-Technik verwendet. Als Messverstärker wird der PA 303 ebenfalls



**Abbildung 7-7: Schematische Darstellung des Messaufbaus zur Feldmessung an der exemplarischen Doppelleiterstruktur.**

**Tabelle 7-1: Parameter der NWA-Messung zur Untersuchung der Doppelleiterstruktur.**

Frequenzbereich	1 MHz ... 1 GHz
Anzahl der Messpunkte	1000 (linear verteilt)
IFBW	100 Hz
Leistung	10 dBm

aus dem Hause Langer EMV-Technik genutzt [128]. Zur Feldmessung werden beide Sonden nacheinander an jedem Messpunkt positioniert und die Streuparameter werden vom NWA aufgezeichnet. Entsprechend liegt als Ergebnis der Feldmessung für jede Feldkomponente an jedem Punkt ein Streuparametersatz vor.

Diese Streuparameter beinhalten die in Abbildung 7-7 dargestellten Verbindungselemente zum Anschluss der Leiterbahnen an Port 1 und 2 des NWAs. Diese werden unter Annahme idealer Ausbreitungseigenschaften anhand der gemessenen Signallaufzeiten deembedded. Die Beeinflussung des Messsignals durch die Verbindungselemente zwischen den Feldsonden und dem Port 3 des NWAs (Kabel, HF-Relais, Messverstärker) sind im gemessenen Übertragungsfaktor berücksichtigt.

Um anhand der aufbereiteten Streuparameter konkrete Feldstärken zu bestimmen, werden Anregungen der Leiterbahnen in der Form vorgegeben, dass sich am Anfang der Leiter die Ströme  $I_{in,1}$  und  $I_{in,2}$  einstellen. Damit können flexibel für verschiedene Anregungsszenarien Felddaten erzeugt werden. Anhand der Eingangsströme werden die Eingangsspannungen  $U_{in,1}$  und  $U_{in,2}$  am Anfang der Leiter bestimmt, indem mit den gemessenen Streuparametern  $s_{11}$ ,  $s_{12}$ ,  $s_{21}$  und  $s_{22}$  die Admittanzmatrix  $\mathbf{Y}$  der Doppelleiterkonfiguration berechnet wird [129, S. 52]:

$$\begin{bmatrix} U_{in,1} \\ U_{in,2} \end{bmatrix} = \mathbf{Y} \cdot \begin{bmatrix} I_{in,1} \\ I_{in,2} \end{bmatrix}, \quad (7.1)$$

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{50 \Omega} \cdot \left( \mathbf{j}_2 + \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \left( \mathbf{j}_2 - \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix} \right). \quad (7.2)$$

Mit den Strömen und Spannungen an Port 1 und 2 sind die Eingangsimpedanzen der Leiterbahnen sowie die einfallenden Wellen  $a_1$  und  $a_2$  bestimmbar mit [129, S. 36]:

$$a_i = \frac{U_{\text{in},i} + 50 \Omega \cdot I_{\text{in},i}}{2\sqrt{50 \Omega}}, \quad i = 1, 2. \quad (7.3)$$

Da das Setup lediglich durch Port 1 und 2 angeregt wird, gilt  $a_3 = 0$  und es ergibt sich die Welle  $b_3$  an Port 3:

$$b_3 = s_{31}a_1 + s_{32}a_2. \quad (7.4)$$

Damit wird die Messspannung

$$U_M = b_3\sqrt{50 \Omega} \quad (7.5)$$

an Port 3 bestimmt, die anhand des gemessenen Übertragungsfaktors der Feldsonden in die gemessene Feldstärke umgerechnet wird. Die resultierenden elektrischen und magnetischen Felddaten liegen in Betrag und Phase vor und werden zur Stromrekonstruktion für die jeweiligen Anregungsszenarien ausgewertet.

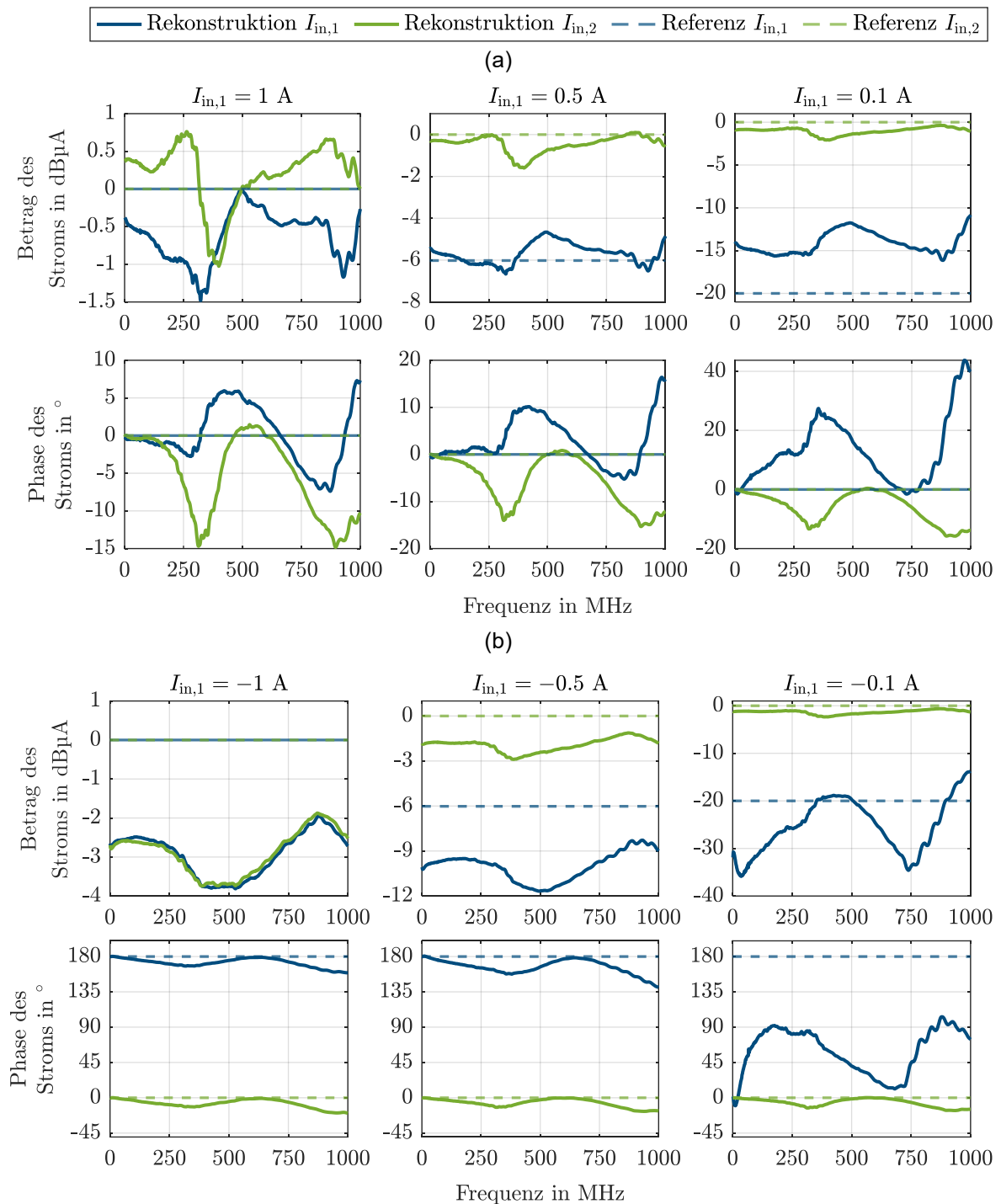
## 7.2.2 Diskussion der rekonstruierten Eingangsströme und -impedanzen

Mit dem oben beschriebenen Vorgehen werden elektromagnetische Felddaten für sechs exemplarische Anregungsszenarien erzeugt. Dabei wird der Eingangsstrom  $I_{\text{in},2}$  von Leiter 2 für alle Szenarien mit 1 A gewählt und der Eingangsstrom  $I_{\text{in},1}$  von Leiter 1 demgegenüber variiert. Auf diese Weise werden ähnlich zu der Untersuchung in Abschnitt 6.3.3 grundlegende Fälle aufgebaut, anhand derer die Validierung der Stromrekonstruktionsmethode möglich ist. Für diese Validierung wird die Rekonstruktionsqualität analysiert, indem die rekonstruierten Eingangsströme und Eingangsimpedanzen mit den Werten verglichen werden, die sich anhand der gemessenen Streuparameter ergeben.

Zunächst werden die rekonstruierten Eingangsströme für die Szenarien betrachtet, in denen die Leiterbahnen phasengleich angeregt werden. Die für diese Szenarien bestimmten Eingangsströme sind in Abbildung 7-8(a) dargestellt. Wenn beide Leiter mit der gleichen Stromstärke angeregt werden, weichen die rekonstruierten Amplituden- und Phaseninformationen um maximal 1,5 dB bzw.  $15^\circ$  ab. Wird Leiter 1 durch einen Eingangsstrom mit der Stärke 0,5 A um 6 dB schwächer bestromt als Leiter 2, nehmen die Abweichungen nur minimal zu. Erst für den Fall, dass Leiter 1 um Faktor 10 schwächer angeregt wird, sind größere Abweichungen zu beobachten. Die Rekonstruktionsergebnisse für den Eingangsstrom von Leiter 1 weichen um ca. 5 dB bis 10 dB bzw. bis zu  $40^\circ$  ab. Die Abweichungen der Rekonstruktionsergebnisse für den stärker angeregten Leiter 2 betragen maximal 2 dB.

In Abbildung 7-8(b) sind die Rekonstruktionsergebnisse für die Szenarien dargestellt, bei denen die Leiter durch entgegengerichtete Ströme angeregt werden. Bei einer betragsmäßig gleichstarken Anregung der Leiter beträgt die Abweichung 2 dB bis 4 dB bzgl. der Amplitude und es sind Abweichungen um bis zu  $20^\circ$  für die Phaseninformation zu beobachten. Diese Abweichungen treten für die Rekonstruktionsergebnisse von Leiter 2 im gleichen Umfang auf, wenn die Anregung von Leiter 1 mit  $I_{\text{in},1} = -0,5$  A gewählt wird. Jedoch ist eine Zunahme der Abweichungen der rekonstruierten Eingangsströme von Leiter 1 zu erkennen. Im Szenario, dass Leiter 1 mit  $-0,1$  A angeregt wird, betragen die Abweichungen für den Eingangsstrom von Leiter 1 bis zu 15 dB. Dabei wird auch die Phase fehlerhaft bestimmt.

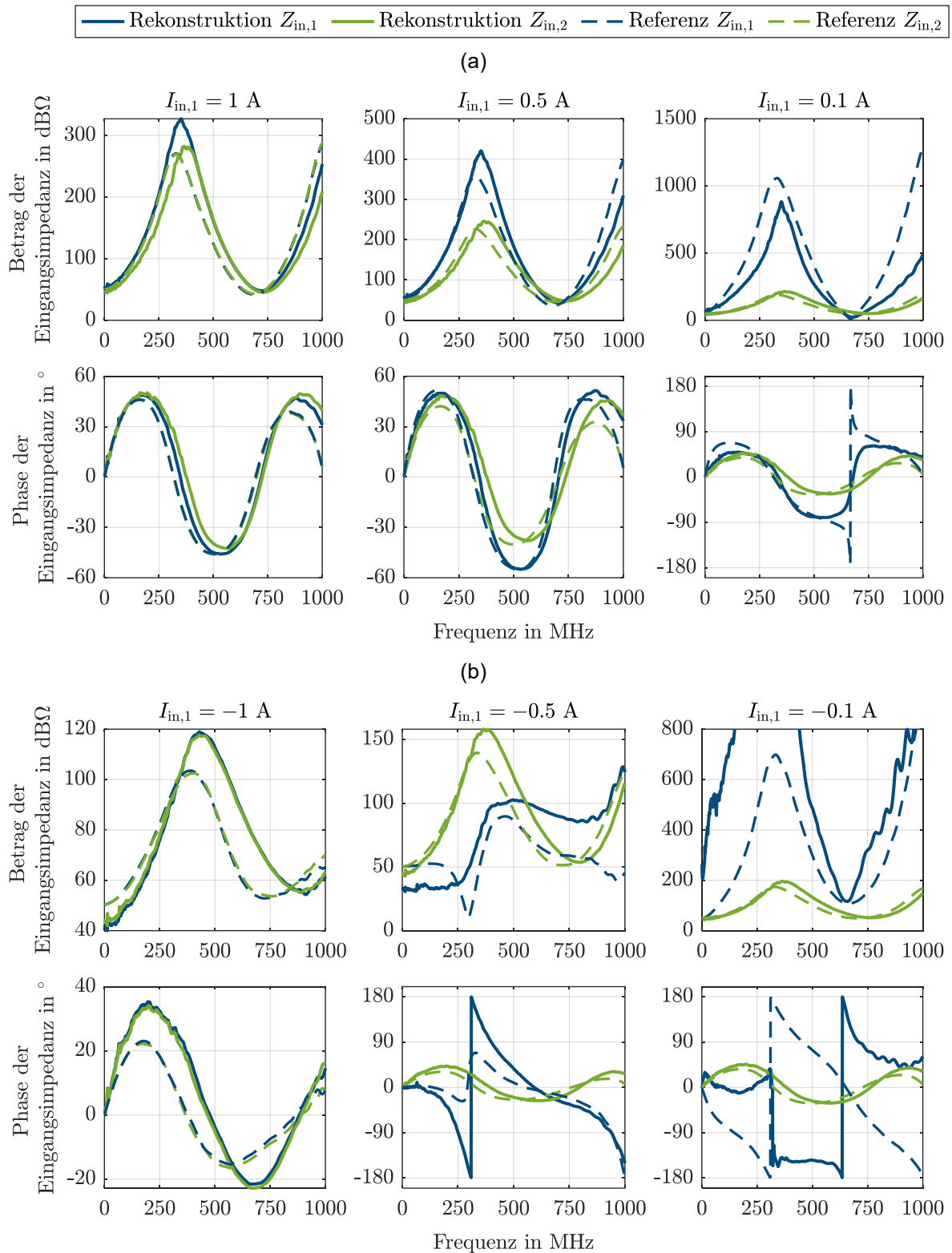
Die bestimmten Eingangsimpedanzen sind in Abbildung 7-9 dargestellt. Für Leiter 2 wird die Impedanz in Betrag und Phase in allen betrachteten Szenarien mit einer Abweichung bestimmt, die als akzeptabel betrachtet wird. Insbesondere für die Szenarien, in denen  $I_{\text{in},1}$  zu  $-0,5$  A sowie  $\pm 0,1$  A gewählt wird, sind größere Abweichungen



**Abbildung 7-8: Rekonstruierte Eingangsströme für Szenarien mit gleichphasigen (a) und entgegengerichteten (b) Anregungen.**

für die Eingangsimpedanz von Leiter 1 zu beobachten. Insgesamt verhalten sich die Ergebnisse für die Eingangsimpedanz qualitativ ähnlich wie die Ergebnisse für den Eingangsstrom. Die mit der Frequenz zunehmenden Abweichungen zwischen der rekonstruierten und der berechneten Impedanz können durch die einfachen Modelle erklärt werden, die zum Deembedding genutzt werden.

Diese Analyse zeigt, dass die mit der Rekonstruktionsmethode berechneten Ergebnisse für die Leiter mit der stärksten Anregung grundsätzlich nur einen geringen Fehler aufweisen. Ebenso sind die Ergebnisse für einen dazu parallel liegenden Leiter gut, wenn dieser mit betragsmäßig gleich starken Strömen angeregt wird. Für Szenarien,



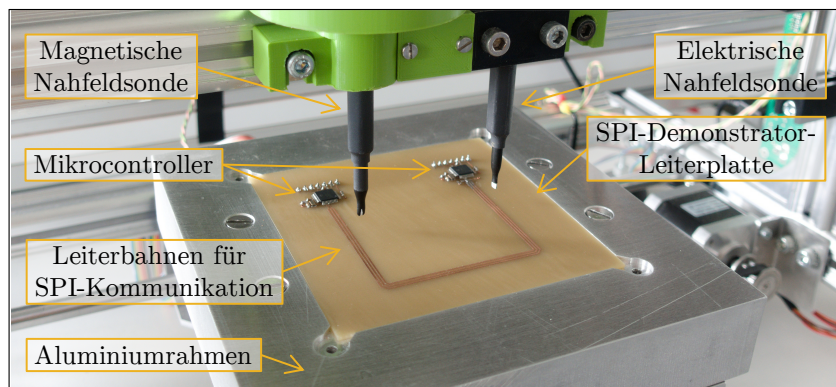
**Abbildung 7-9: Rekonstruierte Eingangsimpedanz für Szenarien mit gleichphasigen (a) und entgegengerichteten (b) Anregungen.**

in welchen ein Leiter deutlich schwächer angeregt wird, nehmen die Rekonstruktionsfehler zu. Bezüglich des Betrags lässt sich das Ergebnis zumindest qualitativ verwenden. Die hier beobachtete Rekonstruktionsqualität ist ähnlich zu den Ergebnissen aus Abschnitt 6.3.3. Überdies ist keine signifikante Abhängigkeit zwischen dem Rekonstruktionsfehler und der Untersuchungsfrequenz zu erkennen.

## 7.3 Rekonstruktionsanalyse einer SPI-Kommunikation

Zur Demonstration der Stromrekonstruktionsmethode werden in diesem Unterkapitel anhand von Rekonstruktionsergebnissen Leiterbahnen analysiert, welche die Kommunikationssignale zwischen zwei Mikrocontrollern führen. Dazu wird die in Abbildung 7-10 gezeigte Demonstrator-Leiterplatte untersucht, auf der eine Serial Peripheral Interface (SPI) Kommunikation realisiert ist. Die bei dieser Kommunikationsverbindung auftretenden Nahfelder werden phasenlos gemessen und mit der Rekonstruktionsmethode ausgewertet. Anhand der Rekonstruktionsergebnisse wird untersucht, inwieweit sich die Methode zur Analyse von realen Strukturen eignet.

Das Vorgehen einer solchen Rekonstruktionsanalyse prägt dabei den Aufbau dieses Unterkapitels. Zunächst wird in Abschnitt 7.3.1 die untersuchte SPI-Demonstrator-Leiterplatte im Detail eingeführt und das Vorgehen zur Messung des Nahfelds beschrieben. Dann werden die Ergebnisse einer Voruntersuchung ausgewertet und anhand dessen eine konkrete Rekonstruktionsaufgabe formuliert. In den Abschnitten 7.3.3 und 7.3.4 werden die rekonstruierten Ströme und Terminierungsimpedanzen diskutiert.



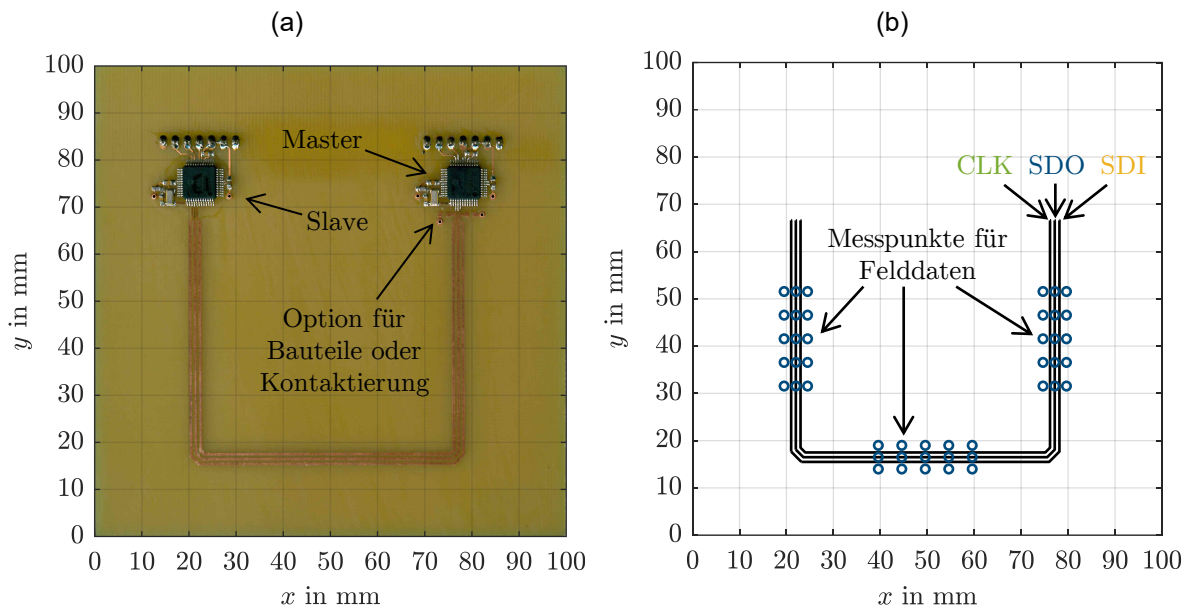
**Abbildung 7-10: SPI-Demonstrator-Leiterplatte während einer Nahfeldmessung im Nahfeldscanner.**

### 7.3.1 Vorstellung und Nahfeldmessung der SPI-Demonstrator-Leiterplatte

Die SPI-Demonstrator-Leiterplatte hat die Abmessungen 100 mm × 100 mm und ihre Unterseite ist als durchgängige Massefläche ausgeführt. Auf der Oberseite befinden sich zwei Mikrocontroller, die jeweilige Peripherie-Beschaltung sowie drei Leiterbahnen, welche die Signale der SPI-Verbindung führen. Die Oberseite ist in Abbildung 7-11(a) dargestellt.

Bei beiden Mikrocontrollern handelt es sich jeweils um den PIC24FJ64GU205 [130] der Firma Microchip Technology. Sie sind mit der identischen Peripherie beschaltet, die sich an der in [130] empfohlenen Minimalkonfiguration orientiert. Dabei beinhaltet die Peripherie-Beschaltung jeweils einen Quarz zur Erzeugung der Taktfrequenz sowie Stützkondensatoren. Über eine Stiftleiste (in Abbildung 7-11(a) oberhalb der Mikrocontroller) werden die Mikrocontroller mit Spannung versorgt (3 V). Ebenfalls kann über diese Stiftleiste eine Kontaktierung der Programmierpins der Mikrocontroller erfolgen.

Unterhalb der Mikrocontroller werden mit jeweils drei Leiterbahnen die Signale der SPI-Kommunikation herausgeführt. Abweichend zum sonst symmetrischen Aufbau befinden sich an den äußeren Leiterbahnen im Bereich des rechten Mikrocontrollers Löt pads. Diese Pads bieten die Option, z. B. Messhardware zu kontaktieren oder weitere Bauteile einzubringen. Für die Peripherie-Beschaltung haben die Leiterbahnen



**Abbildung 7-11: SPI-Demonstrator-Leiterplatte (a), die für die SPI-Kommunikation verwendeten Leiterbahnen und die für den Nahfeldscan verwendeten Messpunkte (b).**

eine Breite von 0,4 mm. Im Bereich  $y < 66,6$  mm beträgt die Leiterbahnbreite 0,6 mm, wobei der Abstand der Leiterbahnen jeweils 1 mm voneinander beträgt. Die Gesamtlängen der Leiterbahnen betragen von innen nach außen ca. 150 mm, 153 mm und 157 mm. In Abbildung 7-11(b) ist die genaue Geometrie der Leiterbahnen für den Bereich  $y < 66,6$  mm dargestellt. Da das Substrat der Leiterplatte identisch zum Leiterplattensubstrat im vorangegangenen Unterkapitel ist, ergeben sich die gleichen Ausbreitungseigenschaften.

Die Mikrocontroller sind so programmiert, dass der linke Mikrocontroller als SPI-Slave fungiert und der rechte Mikrocontroller als SPI-Master den Takt (CLK) der Kommunikationsverbindung auf dem innersten Leiter vorgibt. Die mittlere Leitung trägt das Serial-Data-Out-Signal (SDO) des Masters und auf der äußersten Leitung werden die Serial-Data-In-Nachrichten (SDI) übertragen, die der Slave sendet. Diese Zuordnung ist auch in Abbildung 7-11(b) dargestellt. Als SDO- und SDI-Nachrichten werden sich wiederholende Dummy-Daten verwendet, die eine Länge von 8 Bit haben.

Die von der SPI-Verbindung hervorgerufenen elektrischen und magnetischen Felder werden wie in der Untersuchung im Unterkapitel zuvor mit den Nahfeldsonden RF-E 10 und RF-U 2.5-2 gemessen (siehe Abschnitt 7.2.1). Dabei wird die in Abbildung 7-7 dargestellte Kette aus HF-Relais und Messverstärker genutzt. Zur Messung des SONDENSIGNALS respektive der Feldstärke wird der Messempfänger ESRP3 von Rohde & Schwarz verwendet [131]. Dabei ist der Messempfänger entsprechend der in Tabelle 7-2 gelisteten Parameter eingestellt.

Das Nahfeld der SPI-Demonstrator-Leiterplatte wird an den in Abbildung 7-11(b) dargestellten Punkten gemessen. Dabei werden die Messpunkte teilweise neben den Leiterbahnen positioniert, da entsprechend Abschnitt 6.2.3 so ein besser konditioniertes

**Tabelle 7-2: Messparameter des Messempfängers für die Nahfeldmessung der SPI-Demonstrator-Leiterplatte.**

Mode	Receiver Mode / TD Scan
Resolution Bandwidth	100 Hz
Measurement Time	100 ms
Detector	Pos. Peak bzw. Max. Peak

inverses Problem zu erwarten ist. Alle Messpunkte haben gegenüber der Massefläche einen Abstand von 5,5 mm und der Beobachtungsabstand zu den Leiterbahnen beträgt 4 mm. Es werden die vertikalen elektrischen Feldstärken sowie die horizontalen magnetischen Feldstärken an jedem Beobachtungspunkt gemessen.

### 7.3.2 Voruntersuchung und Formulierung der Rekonstruktionsaufgabe zur Analyse des Demonstrators

Im Rahmen einer Voruntersuchung werden die Messparameter des Messempfängers überprüft und die für die anschließende Rekonstruktionsanalyse relevanten Frequenzen identifiziert. Hierzu werden an einem zufälligen Punkt oberhalb der Leiterbahnen jeweils die elektrische Feldstärke in z-Richtung und die horizontale magnetische Feldstärke senkrecht zu den Leiterbahnen gemessen. Diese Feldstärken werden sowohl für den regulären Betrieb als auch für den Fall gemessen, dass die Mikrocontroller in Betrieb sind, jedoch keine SPI-Kommunikation aufbauen. Die so erfassten Feldstärken sind in Abbildung 7-12 dargestellt. Der Vergleich der gemessenen Feldstärken für beide Fälle zeigt signifikante Anteile in den Spektren, welche durch die SPI-Kommunikation hervorgerufen werden. Dabei sind insbesondere im Spektrum der elektrischen Feldstärke Peaks bei der Frequenz des SPI-Takts sowie den ungeraden Vielfachen davon eindeutig zu beobachten. Eine genaue Auswertung der Peaks zeigt, dass die gemessene Grundfrequenz  $f_{CLK}$  bei 15,58 MHz liegt. Die Langzeitstabilität dieser Grundfrequenz  $f_{CLK}$  lässt sich messtechnisch bestätigen.

Anhand der beobachteten Peaks in den Spektren der elektrischen und magnetischen Feldstärken werden die folgenden 6 Untersuchungsfrequenzen  $f_u$  ausgewählt, für welche die Nahfelddaten gemessen und zur Rekonstruktion ausgewertet werden:

$$f_u = \{a \cdot f_{CLK} \mid a \in \{1,3,5,7,9,11\}\} \quad (7.6)$$

Die Peaks der elektrischen und magnetischen Feldstärken zu diesen Frequenzen sind in Abbildung 7-12 hervorgehoben. Bei den Peaks ist zu beachten, dass für  $9 \cdot f_{CLK}$  und  $11 \cdot f_{CLK}$  die gemessene elektrische Feldstärke nicht signifikant über dem

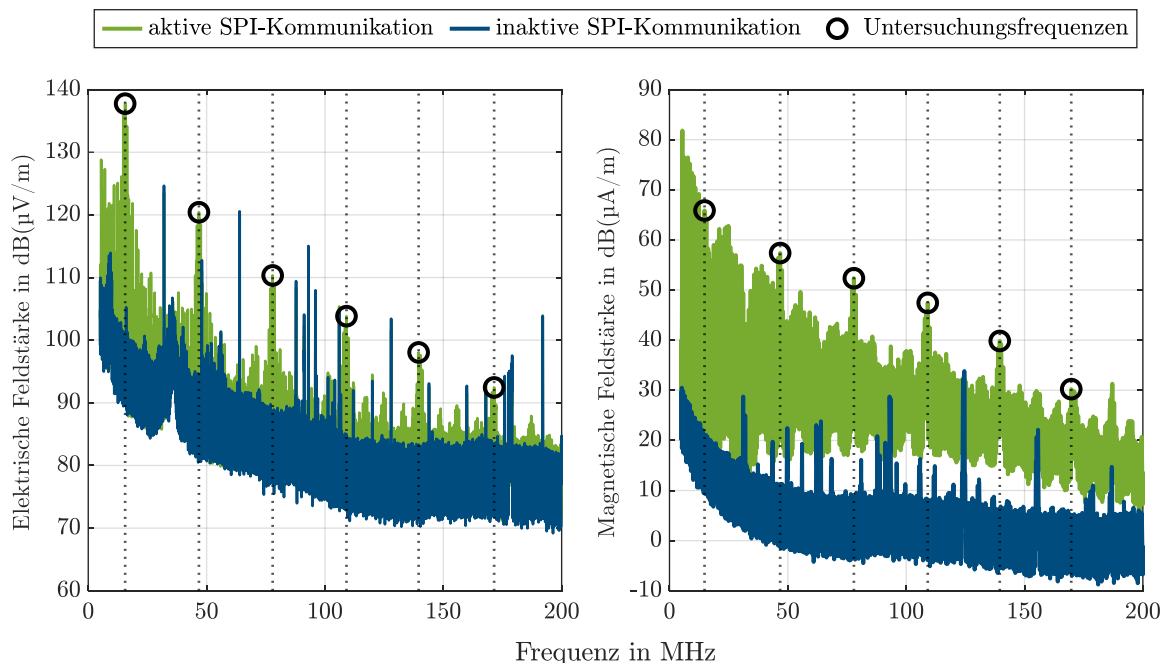
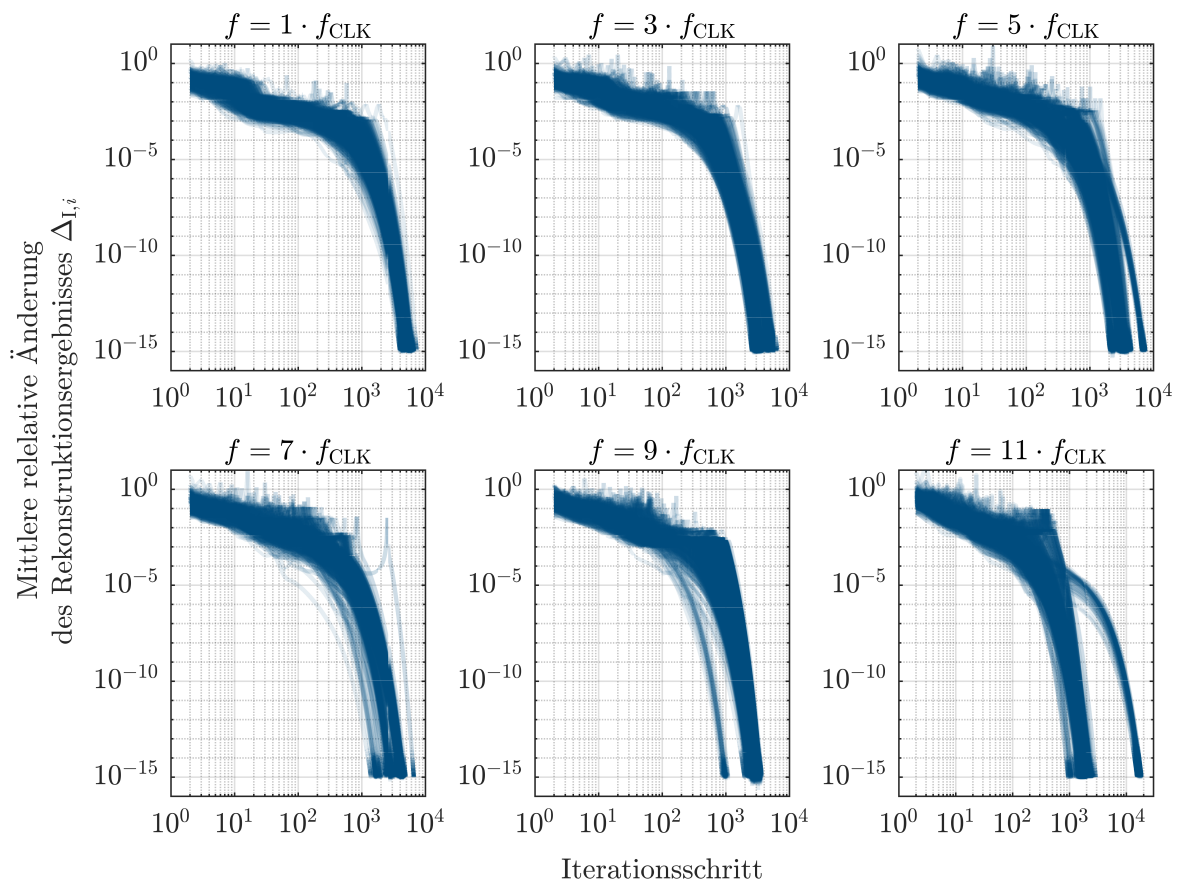


Abbildung 7-12: Exemplarisch gemessene elektrische und magnetische Feldstärken oberhalb der Leiterbahnen der SPI-Demonstrator-Leiterplatte.

Hintergrundrauschen liegt. Daneben ist für das magnetischen Feld bei  $1 \cdot f_{\text{CLK}}$  kein ausgeprägtes Maximum zu beobachten. Durch diese Schwächen der Messdaten bei diesen Frequenzen sind größere Fehler des Rekonstruktionsergebnisses erklärbar. Zur Messung der Nahfelddaten wird an jedem Messpunkt die Feldstärke für jede der in (7.6) beschriebenen Untersuchungsfrequenzen erfasst. Dabei wird jeweils das Spektrum in einem Frequenzband mit der Breite von 2,5 MHz gemessen und der in diesem Spektrum auftretende Maximalwert als Messwert verwendet.

Für die Rekonstruktion werden lediglich die drei parallelen Leiterbahnen betrachtet, welche die SPI-Signale führen und die in Abbildung 7-11(b) dargestellt sind. Im Rekonstruktionsmodell sind diese Leiter an den Enden jeweils mit vertikalen Strompfaden mit der Massefläche verbunden. Alle weiteren Bauteile werden im Rekonstruktionsmodell nicht berücksichtigt. Es werden für jede Untersuchungsfrequenz jeweils 1.000 Rekonstruktionsergebnisse zu je anderen Anfangswerten bestimmt. Dabei wird kein a priori Wissen über die Passivität der Terminierungen bei der Wahl der Anfangswerte berücksichtigt. Abweichend zu den in Abschnitt 5.2.1 erarbeiteten Ergebnissen wird (5.11b) mit  $\epsilon_I = 10^{-15}$  als Abbruchbedingung verwendet.

In Abbildung 7-13 sind die Entwicklungen des Kriteriums (5.8) für die 1.000 Ausführungen des iterativen Verfahrens für alle Untersuchungsfrequenzen dargestellt. Hierbei zeigt sich, dass die Abbruchbedingung in allen Fällen erfüllt wird, wobei jeweils weniger als 20.000 Schritte benötigt werden. Zusätzlich ist festzustellen, dass die Verläufe in Abbildung 7-13 den Korridoren ähneln, die in Abbildung 5-3 dargestellt sind. Dies lässt die Schlussfolgerung zu, dass sich alle Erkenntnisse aus Kapitel 5 für die Auswertung von gemessenen Daten übertragen lassen.



**Abbildung 7-13: Entwicklungen des Kriteriums (5.8) zur Entscheidung des Abbruchs des iterativen Verfahrens für die Stromrekonstruktion der SPI-Demonstrator-Leiterplatte.**

### 7.3.3 Auswertung und Diskussion der rekonstruierten Leiterbahnströme

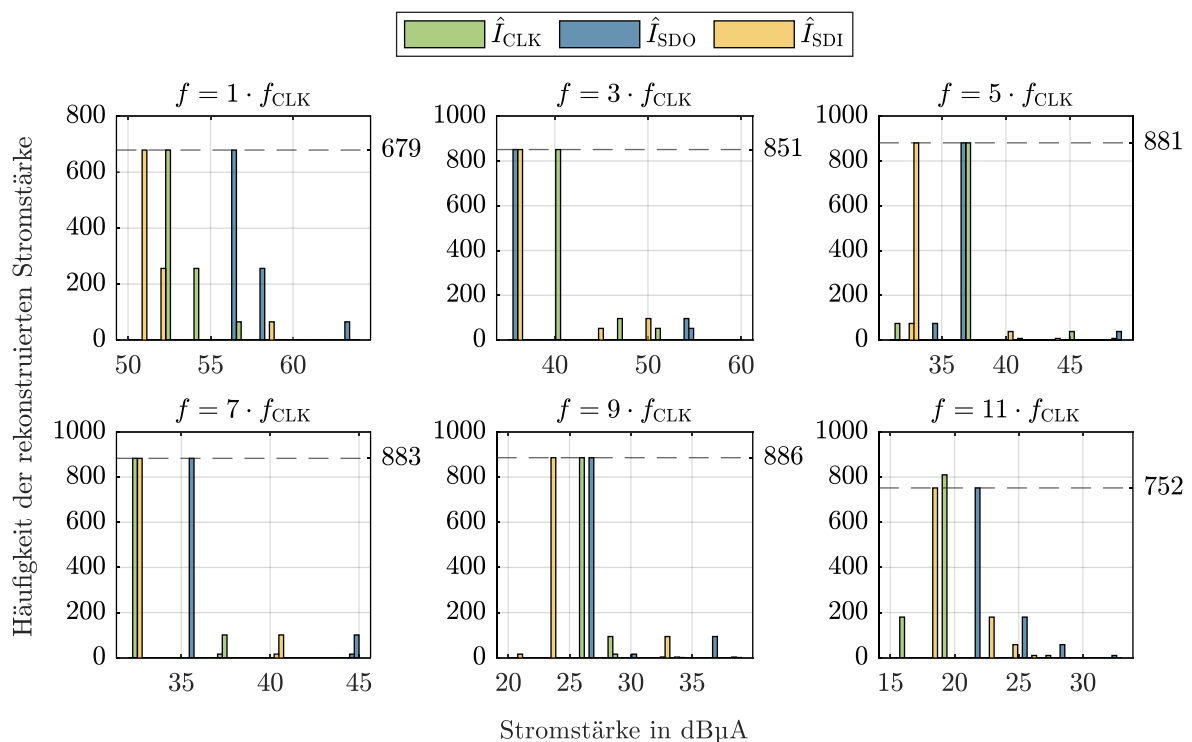
Zunächst werden die rekonstruierten Ströme der jeweils 1.000 Rekonstruktionsergebnisse für die betrachteten Untersuchungsfrequenzen analysiert. Dies erfolgt anhand der Ströme an den Enden der Leiter auf der Seite des SPI-Masters (siehe Abbildung 7-11(b)), welches im Weiteren als Nahende der Leiterbahnen betrachtet wird. Für die rekonstruierten Ströme  $\hat{I}_{CLK}$ ,  $\hat{I}_{SDO}$  und  $\hat{I}_{SDI}$  auf den jeweiligen Leitern wird die Zählpfeilrichtung vom Master-Mikrocontroller ausgehend in Richtung der Leiterbahnen angenommen.

Ähnlich wie in Abschnitt 5.2.2 konvergiert das iterative Verfahren in verschiedene Lösungen. Um zunächst alle bestimmten Ergebnisse zu betrachten, werden die Beträge der rekonstruierten Ströme ausgewertet, die in Abbildung 7-14 als Histogramm dargestellt sind. Dabei ist zu beobachten, dass sich die Größenordnungen der rekonstruierten Strombeträge für die jeweiligen Untersuchungsfrequenzen nicht stark unterscheiden. Zusätzlich tritt eine signifikante Häufung von bestimmten Ergebnissen auf. Die Häufigkeit dieser Ergebnisse ist für alle Frequenzen nahezu identisch mit Ausnahme der Verteilung für  $11 \cdot f_{CLK}$ .

Ausgehend von der in Abschnitt 5.2.2 beobachteten Eigenschaft, dass das iterative Verfahren am häufigsten in die tatsächlich vorliegende Lösung konvergiert, werden die hier am häufigsten auftretenden Ergebnisse für die weitere Analyse identifiziert. Dies erfolgt, indem die Rekonstruktionsergebnisse bestimmt werden, bei denen jeweils alle 3 Ströme im Bereich des Medianwerts liegen. Dieser Bereich umfasst  $\pm 1\%$  des Medians:

$$0,99 \leq \frac{|\hat{I}_{(\cdot)}|}{\text{median}(|\hat{I}_{(\cdot)}|)} \leq 1,01 \quad \forall \hat{I}_{(\cdot)} \in \{\hat{I}_{CLK}, \hat{I}_{SDO}, \hat{I}_{SDI}\} \quad (7.7)$$

Die Häufigkeiten der Rekonstruktionsergebnisse, die diese Bedingung erfüllen, sind in Tabelle 7-3 gelistet. Dabei fällt auf, dass diese identisch zu den maximalen



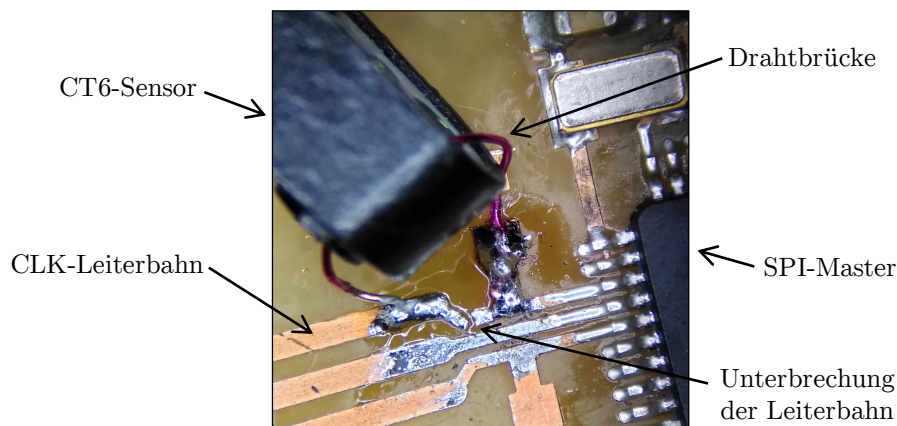
**Abbildung 7-14: Histogramme der rekonstruierten Strombeträge am Mikrocontrollerausgang des SPI-Masters für die betrachteten Untersuchungsfrequenzen.**

Häufigkeiten in Abbildung 7-14 sind. Dies erhärtet die oben formulierte These über den Zusammenhang von Ergebnishäufigkeit und tatsächlicher Lösung. Für die weitere Analyse werden die Rekonstruktionsergebnisse in die Gruppe der validen Ergebnisse, welche die Bedingung (7.7) erfüllen, und die Gruppe der invaliden Ergebnisse aufgeteilt.

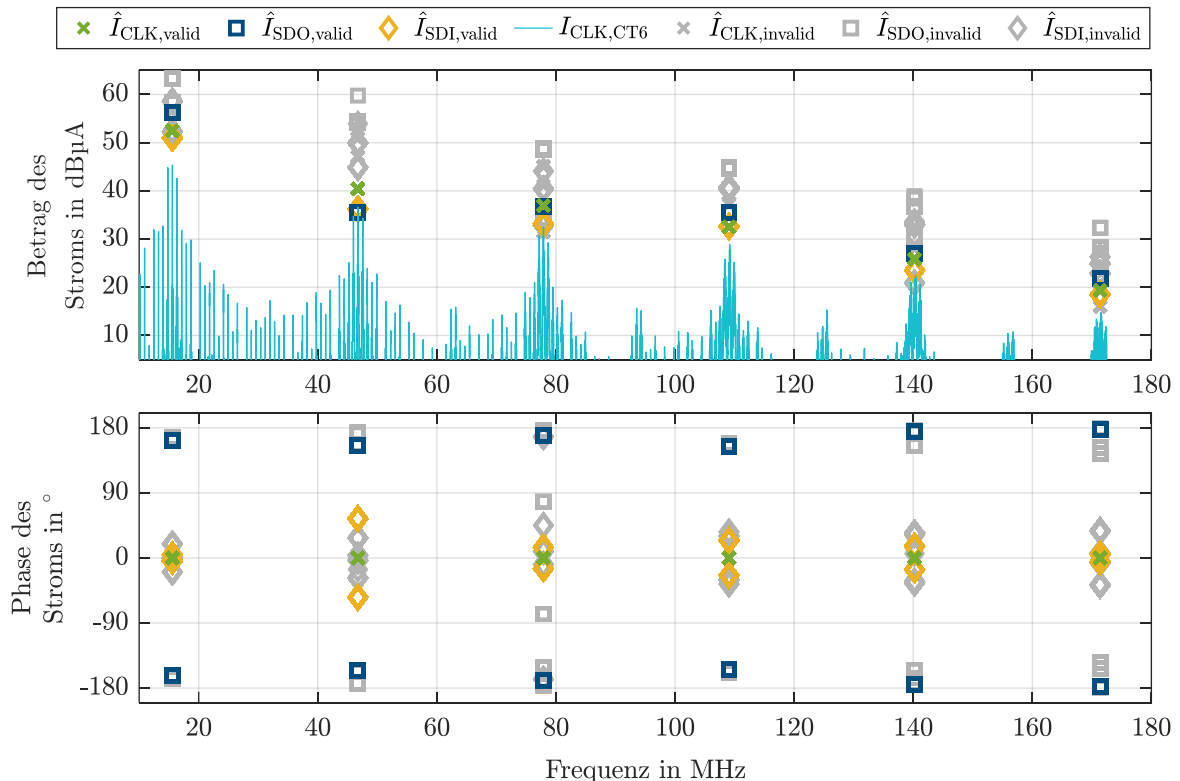
Zur abschließenden Bewertung der rekonstruierten Strombeträge werden diese mit Messwerten verglichen. Hierfür wird exemplarisch der Strom  $I_{CLK,CT6}$  mit einem CT6-Sensors der Firma Tektronix gemessen [132]. Wie in Abbildung 7-15 zu

**Tabelle 7-3: Anzahl der Ergebnisse mit Stromwerten im jeweiligen Median-Bereich.**

Frequenz	$1 \cdot f_{CLK}$	$3 \cdot f_{CLK}$	$5 \cdot f_{CLK}$	$7 \cdot f_{CLK}$	$9 \cdot f_{CLK}$	$11 \cdot f_{CLK}$
Ergebnishäufigkeit im Median-Bereich	679	851	881	883	886	752



**Abbildung 7-15: Strommessung mit CT6-Stromsensor an der CLK-Leitung auf der SPI-Demonstrator-Leiterplatte.**



**Abbildung 7-16: Gemessene und rekonstruierte Ströme am Nahende der Leiter auf der SPI-Demonstrator-Leiterplatte.**

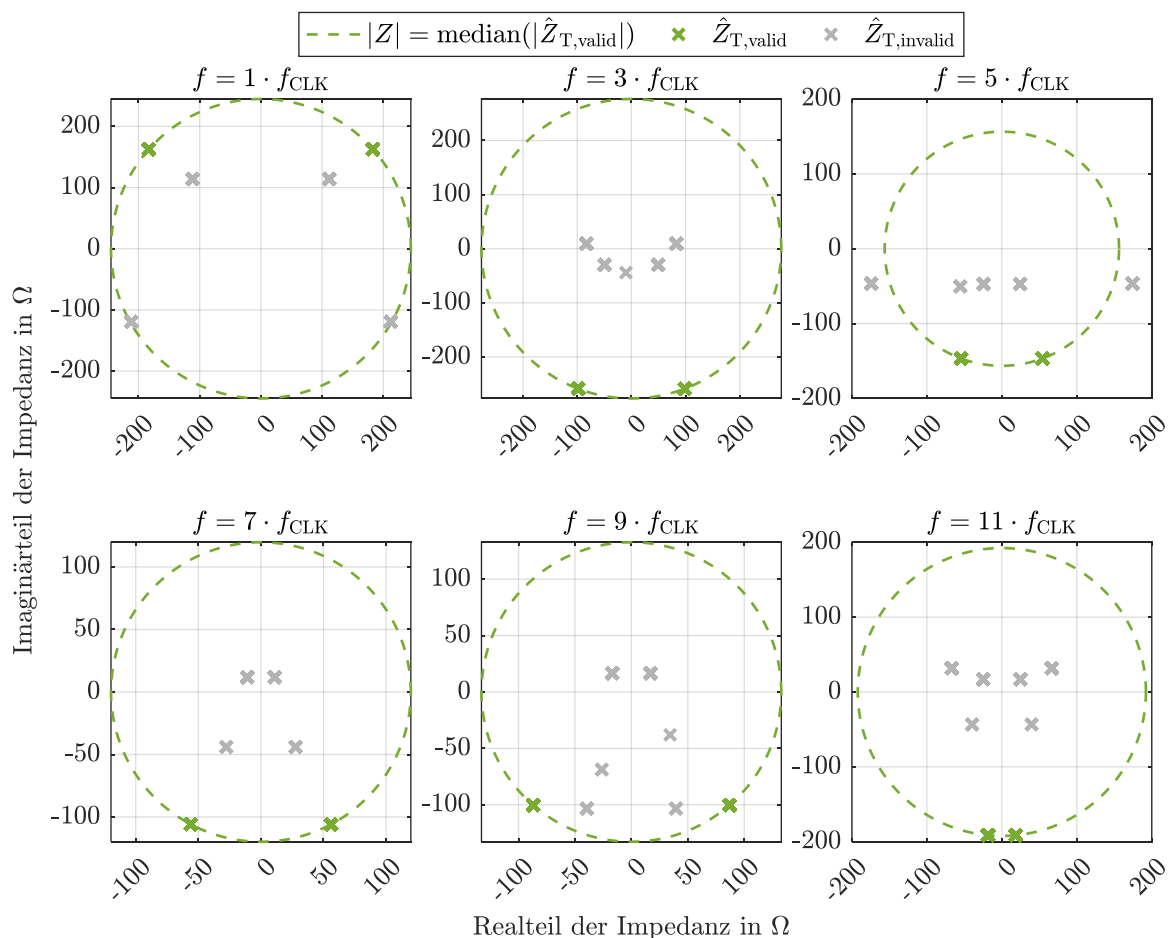
sehen ist, wird zu diesem Zweck die Leiterbahn am Nahende unterbrochen und der Stromsensor eingebracht. Das Messsignal des Stromsensors wird auch mit dem Messempfänger ESRP3 mit den in Tabelle 7-2 gelisteten Parametern gemessen.

In Abbildung 7-16 sind die rekonstruierten und die gemessenen Stromwerte für die Ströme am Nahende der Leiterbahnen dargestellt. Dabei ist die Phase des rekonstruierten Stroms  $\hat{I}_{CLK}$  mit  $0^\circ$  als Referenzphase vorgegeben. Die invaliden Rekonstruktionsergebnisse werden aus Gründen der Vollständigkeit ebenfalls präsentiert. Während für die invaliden Ergebnisse sowohl bezüglich des Betrags als auch der Phase Streuungen zu beobachten sind, ist für die validen Rekonstruktionsergebnisse eine klare Eindeutigkeit bezüglich des Betrags und eine Zweideutigkeit bezüglich der Phase zu sehen. Dabei sind die Ergebnisse für die Phase ähnlich zu den Ergebnissen in Abschnitt 5.2.2 symmetrisch angeordnet.

Der Vergleich der rekonstruierten und gemessenen Strombeträge für den CLK-Ausgang zeigt eine überwiegend gute Übereinstimmung. Die Abweichungen betragen bis zu 4 dB mit Ausnahme der Ergebnisse bei der Grundfrequenz ( $1 \cdot f_{CLK}$ ). Mit einer Abweichung von ca. 7 dB ist das Rekonstruktionsergebnis jedoch noch als gut zu bewerten, da die gemessenen Magnetfeldamplituden für diese Frequenz keine Signifikanz aufweisen.

### 7.3.4 Diskussion der rekonstruierten Terminierungsimpedanz

Zur Diskussion der rekonstruierten Terminierungsimpedanz wird exemplarisch die Terminierung untersucht, welche am Fernende der CLK-Leiterbahn für den Eingang des Mikrocontrollers rekonstruiert wird. Diese rekonstruierten Impedanzen  $\hat{Z}_T$  sind in



**Abbildung 7-17: Rekonstruierte Terminierungsimpedanzen der CLK-Leiterbahn auf der SPI-Demonstrator-Leiterplatte.**

**Tabelle 7-4: Anzahl der Rekonstruktionsergebnisse, die im und außerhalb des Median-Bereichs liegen und eine aktive oder passive Terminierung beinhalten.**

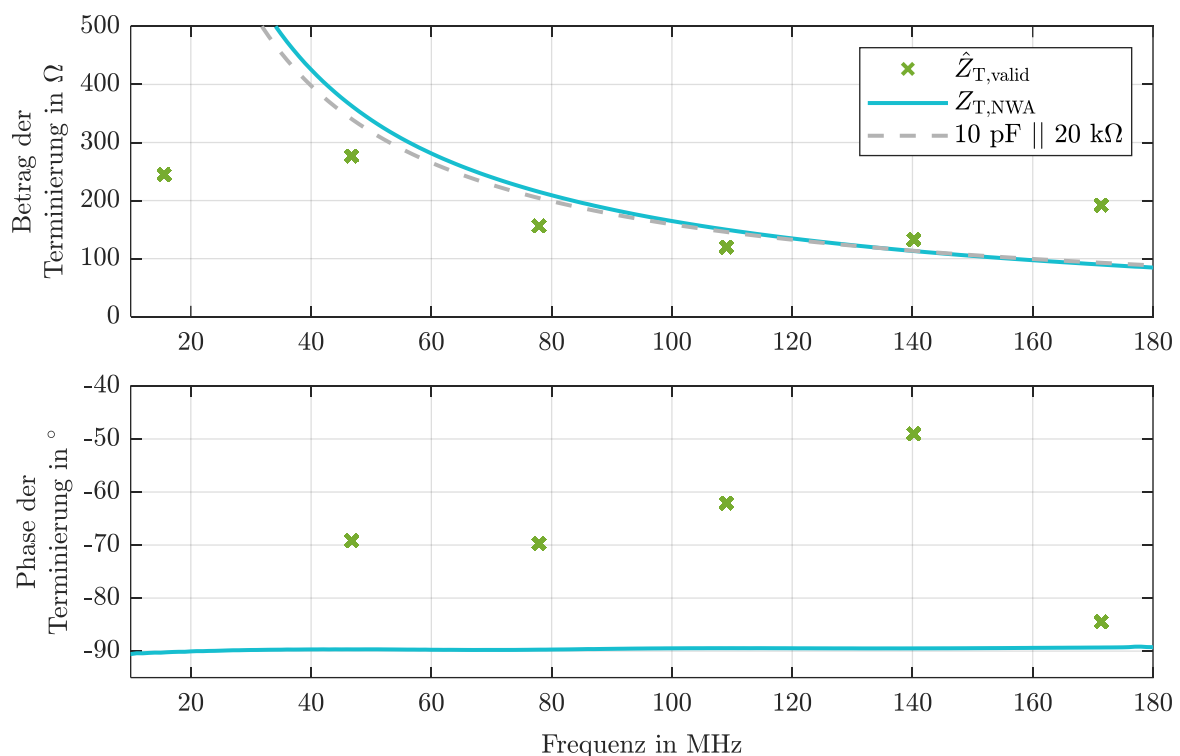
Untersuchungsfrequenz in $f_{CLK}$	1	3	5	7	9	11
im Median-Bereich mit passiver Terminierung	475	441	412	444	438	368
im Median-Bereich mit aktiver Terminierung	460	410	469	439	448	384
außerhalb des Median-Bereichs	65	149	119	117	114	248

Abbildung 7-17 dargestellt, wobei die Ergebnisse danach eingefärbt sind, ob sie gemäß Bedingung (7.7) zur Gruppe der validen oder invaliden Rekonstruktionsergebnisse gehören. Hierbei ist zu beobachten, dass sich alle validen Ergebnisse ausschließlich auf ein symmetrisches Lösungspaar konzentrieren.

Zusätzlich wird die Häufigkeit der Ergebnisse betrachtet. Hierzu wird der Median über den Betrag der rekonstruierten Impedanzen aller validen Ergebnisse bestimmt. Die so ermittelten Medianwerte sind zusätzlich in Abbildung 7-17 dargestellt. Der Median-Bereich ist analog zu (7.7) als  $\pm 1\%$ -Schlauch um die Medianwerte definiert.

Mit Ausnahme der Ergebnisse für die Grundwelle ( $1 \cdot f_{CLK}$ ) liegen alle invaliden Ergebnisse nicht in diesem Median-Bereich. In Tabelle 7-4 sind die konkreten Häufigkeiten darüber gelistet, ob die Ergebnisse für die Terminierung im Median-Bereich liegen und ob sie aktiv oder passiv sind. Dabei treten Ergebnisse mit aktiver und passiver Terminierung wie in Abschnitt 5.2.2 ähnlich häufig auf.

Zur Bewertung der Rekonstruktionsqualität werden die rekonstruierten Impedanzen mit Messwerten für die Terminierungsimpedanz verglichen. Hierzu wird eine 1-Port-Reflexionsmessung mit dem NWA E5071B (vgl. Abschnitt 7.2.1) ausgewertet, bei der die Eingangsimpedanz des Mikrocontrollers gemessen wird. Die gemessenen und rekonstruierten Impedanzen sind in Abbildung 7-18 dargestellt, wobei lediglich die


**Abbildung 7-18: Gemessene und rekonstruierte Terminierungsimpedanzen durch den Mikrocontroller auf der SPI-Demonstrator-Leiterplatte.**

Rekonstruktionsergebnisse abgebildet sind, welche zur Gruppe der validen Ergebnisse zählen und für welche die Terminierung passiv ist. Zur Plausibilisierung der Messergebnisse werden anhand der gemessenen Impedanzwerte die Bauteile einer Parallelschaltung aus Widerstand und Kapazität mit  $20\text{ k}\Omega$  und  $10\text{ pF}$  abgeschätzt. Die Impedanz dieser Schaltung wird zusätzlich in Abbildung 7-18 dargestellt.

Mit Ausnahme der Ergebnisse für die niedrigste und höchste Untersuchungsfrequenz zeigen die rekonstruierten Impedanzen bezüglich des Betrags eine gute Übereinstimmung mit den Messwerten. Dabei lassen sich diese Abweichungen durch die Datengrundlage bei diesen Frequenzen erklären. Lediglich für die höchste Untersuchungsfrequenz wird eine Phaseninformation bestimmt, welche eine geringe Abweichung gegenüber dem Messwert aufweist. Für die niedrigste Frequenz beträgt die Abweichung  $130^\circ$  (nicht in Abbildung 7-18 dargestellt). Bei den anderen Ergebnissen beträgt die Abweichung maximal ca.  $40^\circ$ . Diese Abweichung lässt sich durch die Grenzen der Untersuchungsmethodik erklären, welche in Abschnitt 5.2.3 erarbeitet wurden. Für die analysierte Leiterbahn variiert das Verhältnis von Leitungslänge zu Wellenlänge für die betrachteten Untersuchungsfrequenzen von 0,013 bis 0,148. Daneben liegt die Terminierungsimpedanz im Bereich der Wellenimpedanz der Leiterbahn. Damit bewegen sich die hier durchgeführten Rekonstruktionsaufgaben qualitativ in dem Übergangsbereich zwischen korrekt und fehlerhaft rekonstruierten Phaseninformationen, der in Abbildung 5-8 für die rauschbehafteten Fälle zu beobachten ist. Diese Erklärung für die Abweichungen der Phaseninformationen durch die Grenzen der Methodik erscheinen insbesondere vor dem Hintergrund plausibel, dass die hier betrachtete Struktur komplexer ist als jene, die in Abschnitt 5.2.3 verwendet wird.

## 7.4 Feldprädiktion für eine Doppelleiterstruktur

In diesem Abschnitt wird die Anwendbarkeit der Stromrekonstruktionsmethode zur Prädiktion der Ergebnisse einer Antennenmessungen demonstriert. Eine solche Feldprädiktion lässt sich z. B. mit den Rekonstruktionsergebnissen der SPI-Demonstrator-Leiterplatte aus dem vorangegangenen Unterkapitel berechnen. Jedoch eignet sich diese Leiterplatte nicht für die Demonstration der Feldprädiktion, da die emittierten Felder der SPI-Kommunikation zu schwach und in einer Antennenmessung in Anlehnung an CISPR 25 [133] kaum messbar sind. Aus diesem Grund wird hier die Leiterplatte mit der Doppelleiterkonfiguration aus Unterkapitel 7.2 verwendet und mit einer anderen Anregung untersucht. Konkret wird für diesen veränderten Aufbau die Stromverteilung anhand von phasenlosen Daten bestimmt und mit dieser eine Prädiktion des emittierten elektrischen Felds berechnet. Diese prädizierten Werte werden mit den Werten einer Antennenmessung verglichen.

Der untersuchte Aufbau und die betrachteten Untersuchungsszenarien werden im nachfolgenden Abschnitt 7.4.1 beschrieben. Anschließend wird das Setup der Antennenmessung vorgestellt, mit dem die emittierten Feldstärken der Leiterplatte gemessen werden. Die durch die reale Messumgebung hervorgerufenen Effekte werden in Abschnitt 7.4.3 untersucht und modelliert. Schließlich werden die Werte der Feldprädiktion den Messwerten in Abschnitt 7.4.4 gegenübergestellt.

### 7.4.1 Untersuchungsszenarien

Der Aufbau und die Struktur der Leiterplatte mit Doppelleiterkonfiguration sind in Abschnitt 7.2.1 beschrieben. Für die Demonstration zur Feldprädiktion erfolgt die Anregung der Leiterbahnen mit einem batteriebetriebenen Signalgenerator, dessen Aufbau

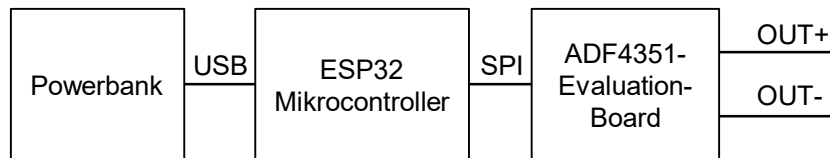


Abbildung 7-19: Aufbau des batteriebetriebenen Signalgenerators.

in Abbildung 7-19 schematisch dargestellt ist. Zur Signalerzeugung wird ein ADF4351-Evaluation-Board [134] verwendet, welches von einem ESP32-Mikrocontroller [135] via SPI gesteuert wird. Entsprechend der vom Mikrocontroller vorgegebenen Frequenz erzeugt das ADF4351-Evaluation-Board zwei Sinussignale, wovon eines am OUT+-Ausgang und das zweite mit  $180^\circ$  Phasenverschiebung am Ausgang OUT- anliegt. Eine Charakterisierung des ADF4351-Evaluation-Boards findet sich in Anhang A.6. Der Mikrocontroller ist so programmiert, dass die Frequenz des ausgegebenen Signals zwischen 40 MHz und 1 GHz in 10-MHz-Schritten variiert wird. Dabei liegt das Sinussignal für jeden Frequenzschritt für 3 ms an. Die Spannungsversorgung erfolgt über eine USB-Powerbank, um Effekte durch Anschlussleitungen zu vermeiden.

Mit diesem Signalgenerator werden 3 verschiedene Untersuchungsszenarien aufgebaut, bei denen die Anregung der Leiterbahnen variiert. Dabei werden zunächst die grundsätzlichen Fälle einer Common-Mode- und einer Differential-Mode-Anregung (CM-/DM-Anregung) untersucht. Zusätzlich wird ein exemplarisches Szenario mit einer Mischanregung aufgebaut, bei welchem die Leiterbahnen unterschiedlich stark angeregt werden. Der Aufbau dieser Szenarien ist in Tabelle 7-5 im Detail gelistet.

Tabelle 7-5: Anregungsszenarien für die Leiterplatte mit der Doppelleiterstruktur zur Untersuchung der Feldprädiktion.

Szenario	1 („CM-Anregung“)	2 („DM-Anregung“)	3 („Mischanregung“)
Anregung der Leiter	L1 und L2 mit T-Stück an OUT+	L1 an OUT+ L2 an OUT-	L1 direkt an OUT+, L2 an OUT- via 3dB-Dämpfungsglied

## 7.4.2 Aufbau der Antennenmessung

Die Antennenmessung zur Erfassung der emittierten Feldstärken der Leiterplatte wird in einer Absorberkammer aufgebaut, die bis 1 GHz den Anforderungen nach CISPR 25 [133] genügt. Diese Absorberkammer nutzt Ferrit-Kacheln an den Wänden und der

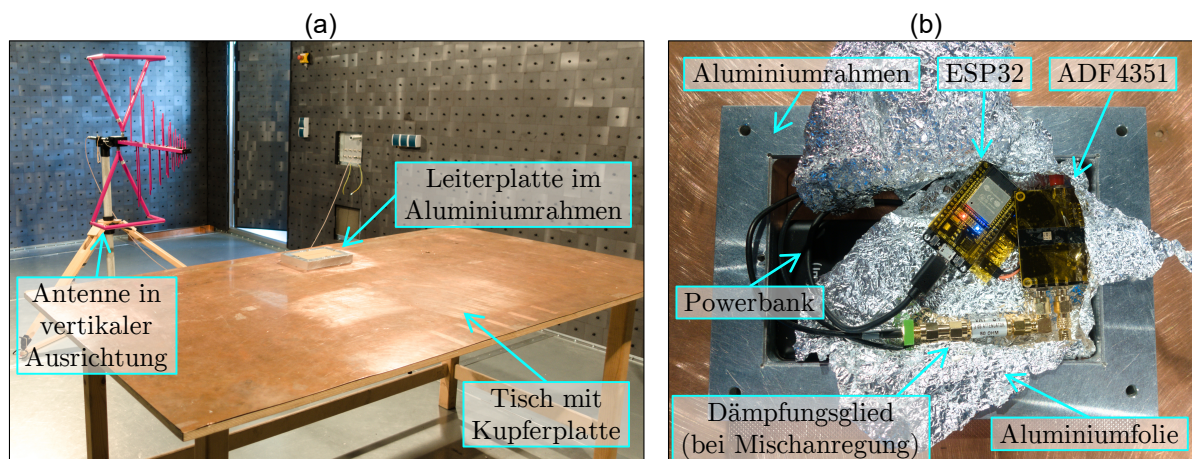


Abbildung 7-20: Fotos vom Aufbau der Antennenmessung (a) und dem Signalgenerator im Aluminiumrahmen (b).

Decke zur Dämpfung der elektromagnetischen Felder und besitzt einen leitfähigen Boden. In Abbildung 7-20(a) ist der Aufbau der Antennenmessung in der Absorberkammer dargestellt, der nachfolgend im Detail erläutert wird.

Die untersuchte Leiterplatte wird mitsamt dem Aluminiumrahmen, der in der Nahfeldmessung als Halterung dient (vgl. Abbildung 7-5), auf einen Holztisch mit einer Kupferoberfläche gelegt. Diese Kupferoberfläche ist nicht geerdet. Die Unterseite der Leiterplatte ist über den Aluminiumrahmen mit der Kupferfläche galvanisch verbunden. Damit bildet die Leiterplatte mit dem Aluminiumrahmen eine gut schirmende Einheit, in welcher der Signalgenerator untergebracht ist. Um das vom Signalgenerator hervorgerufene Feld zusätzlich zu schirmen und um Hohlraumresonanzen zu unterbinden, werden die Komponenten des Signalgenerators zudem mit Aluminiumfolie ummantelt

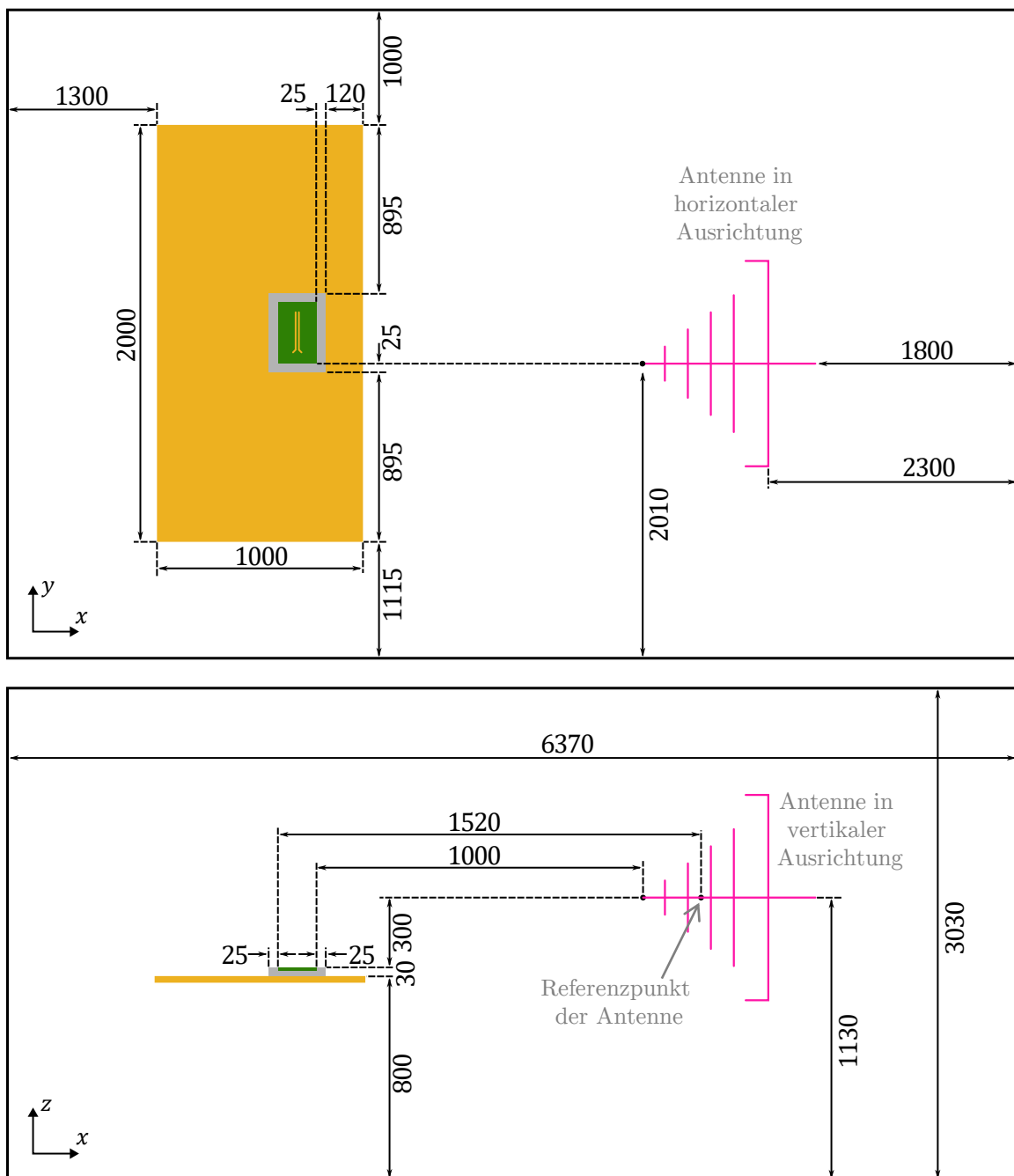


Abbildung 7-21: Aufbau der Antennenmessung mit geometrischen Angaben in der Draufsicht (oben) und in der Seitenansicht (unten).

**Tabelle 7-6: Einstellung des Messempfängers für die Antennenmessung und die Nahfeldmessung der Doppelleiterstruktur.**

Mode	Receiver Mode / TD Scan
Resolution Bandwidth	1 kHz
Measurement Time	870 ms
Detector	Pos. Peak bzw. Max. Peak

(siehe Abbildung 7-20(b)). Wie in Abbildung 7-21 dargestellt, ist der Aluminiumrahmen mit der Leiterplatte auf der Kupferoberfläche in  $y$ -Richtung zentriert und in  $x$ -Richtung zum Rand hin ausgerichtet. Weitere geometrische Details zum Aufbau sind in Abbildung 7-21 zu finden.

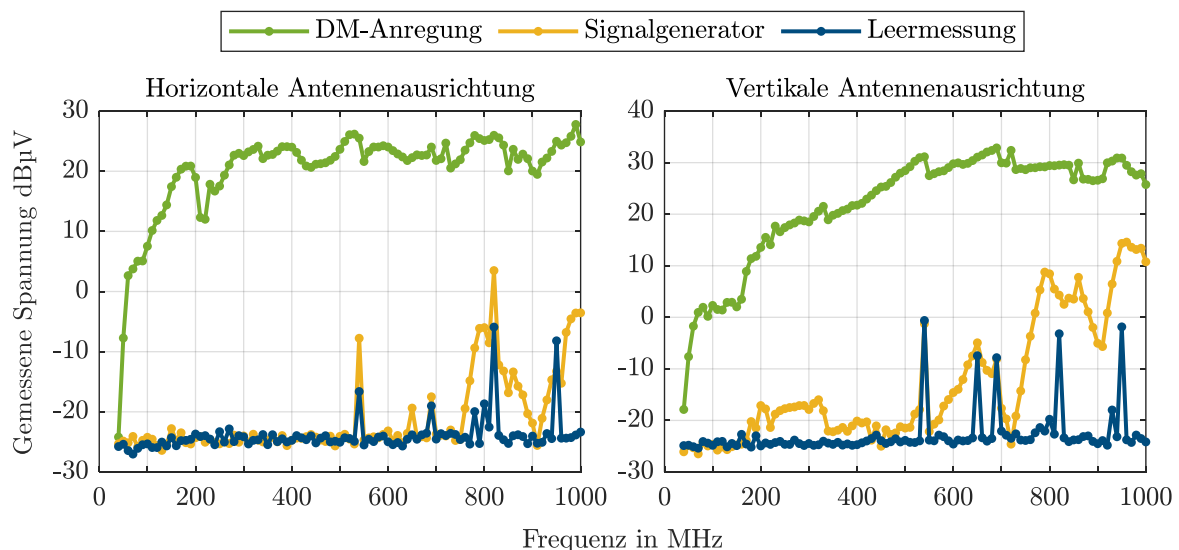
Zur Erfassung der Feldstärke wird die Antenne CBL 6141B der Firma AMETEK CTS verwendet [136]. Der Abstand zwischen der hinteren Kante der Leiterplatte und dem Referenzpunkt der Antenne misst 1,52 m in  $x$ -Richtung. Die Antenne liegt 0,3 m über der Leiterplatte.

Für alle Messungen der Spannung am Antennenfußpunkt wird der Messempfänger ESRP3 von Rhode & Schwarz verwendet. Das Messsignal wird über ein Kabel und eine Durchführung aus der Absorberkammer herausgeführt. Mithilfe von Ferriten auf dem Kabel werden Störeinkopplungen für den niedrigen Frequenzbereich unterbunden. Die Messung erfolgt mit den in Tabelle 7-6 gelisteten Parametern. Dabei wird berücksichtigt, dass der Messempfänger und der Signalgenerator nicht synchronisiert sind. Entsprechend wird durch die verhältnismäßig lange Messzeit und den gewählten Detektor sichergestellt, dass beim Frequenz-Sweep des Signalgenerators zu jeder Frequenz das zu messende Signal zuverlässig erfasst wird.

Um die Aussagekraft der Antennenmessung sicherzustellen, werden mit dem beschriebenen Setup drei Messungen durchgeführt und die Messwerte verglichen:

- eine exemplarische Messung der Feldstärken, welche durch die Doppelleiterstruktur hervorgerufen werden,
- die Messung der Feldstärken, die allein vom Signalgenerator hervorgerufen werden, und
- eine Leermessung, welche den Rauschgrund für die Messungen darstellt.

Für die exemplarische Messung wird Szenario 2 aus Tabelle 7-5 gewählt. Dies wird dadurch begründet, dass für die DM-Anregung die Kompensation der von den Leitern


**Abbildung 7-22: Gegenüberstellung der gemessenen Spannungen am Antennenfußpunkt bei horizontaler und vertikaler Ausrichtung der Antenne.**

hervorgerufenen Felder zu erwarten ist. Daher treten in diesem Szenario die Feldstärken mit der geringsten Amplitude auf. Zur Messung der Feldstärken, die allein vom Signalgenerator erzeugt werden, wird die Messung des Szenarios 2 modifiziert, indem die Anschlusskabel an den SMB-Ports der Leiterplatte getrennt werden. Bei allen Messungen werden jeweils die horizontale und die vertikale Ausrichtung der Antenne berücksichtigt.

Zur Gegenüberstellung werden die gemessenen Antennenfußpunktspannungen verglichen. Diese sind in Abbildung 7-22 dargestellt. Bei der Leermessung zeigt sich, dass die Absorberkammer kein ideales Schirmverhalten aufweist. Ebenso ist für den aufgebauten Schirm aus Aluminiumrahmen, Leiterplatte und Kupferfläche des Tisches keine ideale Abschirmung des Signalgenerators zu beobachten. Jedoch sind die gemessenen Amplituden bei der Messung der angeregten Leiterbahnen für fast alle Frequenzen um mindestens 20 dB größer als die Amplituden der anderen Messungen. Lediglich bei höheren Frequenzen zeigt sich im Fall der vertikalen Antennenausrichtung ein etwas geringerer Abstand zwischen der Messung bei DM-Anregung und der Messung der Felder, die allein vom Signalgenerator hervorgerufen werden. Damit kann angenommen werden, dass die in der Antennenmessung erfassten Feldstärken aussagekräftig sind und primär durch die Stromverteilung auf der Leiterplatte hervorgerufen werden.

### 7.4.3 Auswertung der Antennenmessungen und Identifikation der Messumgebung

In diesem Abschnitt wird erläutert, wie die gemessene Spannung am Fußpunkt der Antenne in eine Feldstärke umgerechnet wird. Hierfür werden auch die systematischen Fehler identifiziert und modelliert, welche durch die Messumgebung und den Aufbau hervorgerufen werden.

Zunächst werden die grundlegenden Übertragungseigenschaften des Aufbaus betrachtet. Um die Spannung am Antennenfußpunkt in die Feldstärke umzurechnen, welche in die Antenne einkoppelt, wird der im Datenblatt beschriebene Antennenfaktor  $a_{AF}$  verwendet [136]. Daneben ist zu berücksichtigen, dass die Messspannung nicht der tatsächlichen Spannung am Antennenfußpunkt entspricht, da diese durch das Messkabel um den Faktor  $a_{KD}$  gedämpft wird. Diese Dämpfung wird anhand einer Streuparametermessung bestimmt (siehe Anhang A.7). Anhand dieser Größen wird die mit dem Messempfänger gemessene Spannung  $U_M$  in die Feldstärke  $E_{M,AK}$  umgerechnet, welche in der Absorberkammer am Referenzpunkt der Antenne vorliegt:

$$E_{M,AK} \Big|_{\text{dB}(\mu\text{V}/\text{m})} = U_M \Big|_{\text{dB}(\mu\text{V})} - a_{KD} \Big|_{\text{dB}} + a_{AF} \Big|_{\text{dB}(1/\text{m})}. \quad (7.8)$$

Es ist zu beachten, dass dieser Messwert nicht der Feldstärke entspricht, welche die untersuchte Struktur im freien Raum emittieren würde, was auf die endlichen Schirmungseigenschaften der Absorberkammer zurückzuführen ist. Dieser systematische Fehler, der durch die Messumgebung hervorgerufen wird, wird nachfolgend anhand des Korrekturfaktors  $a_{AK}$  modelliert. Mit diesem wird die in der Antennenmessung bestimmte Feldstärke auf die eigentliche hervorgerufene Feldstärke übertragen, die im freien Raum messbar wäre. Diese eigentliche Feldstärke wird als  $E_{M,FR}$  bezeichnet und ergibt sich zu:

$$E_{M,FR} \Big|_{\text{dB}(\mu\text{V}/\text{m})} = E_{M,AK} \Big|_{\text{dB}(\mu\text{V}/\text{m})} - a_{AK} \Big|_{\text{dB}}. \quad (7.9)$$

Hierbei ist zu beachten, dass bei horizontaler und vertikaler Ausrichtung der Antenne unterschiedliche Werte für  $a_{AK}$  zu erwarten sind. Dies wird dadurch erklärt, dass die räumliche Ausdehnung der Antenne nicht unwesentlich ist und sich daher durch die Ausrichtung im Raum andere Fehlereinflüsse ergeben.

Um den Korrekturfaktor  $a_{AK}$  zu bestimmen, werden die Antennenmessungen von zwei einfachen Monopolstrukturen mit Simulationsdaten verglichen, mit denen die Feldstärken dieser Strukturen für den freien Raum berechnet werden. Hierzu wird eine horizontale und eine vertikale Monopolstruktur verwendet, da diese jeweils ausgeprägte horizontale bzw. vertikale Feldkomponente erzeugen. Die untersuchten Monopolstrukturen werden in Abbildung 7-23 gezeigt. Wie zu sehen ist, sind beide Strukturen jeweils auf Leiterplatten aufgebaut, die entsprechend Abbildung 7-21 positioniert sind. Durch mehrere Vias sind die durchgängigen Kupferflächen auf der Ober- und Unterseite der Leiterplatte miteinander verbunden. Durch die galvanische Verbindung über den Aluminiumrahmen liegen die Kupferflächen der Leiterplatten auf dem Potenzial des Messstisches. Die Monopole sind jeweils als Rundleiter mit einem Radius von 0,275 mm ausgeführt.

Die Simulation der Monopolstruktur erfolgt in CONCEPT-II. Es werden für jede Monopolstruktur jeweils zwei Simulationsmodelle aufgebaut und ausgewertet, welche die Strukturen mit unterschiedlicher Komplexität nachbilden. In Abbildung 7-24 sind diese Modelle exemplarisch für die vertikale Monopolstruktur dargestellt. Das erste Modell

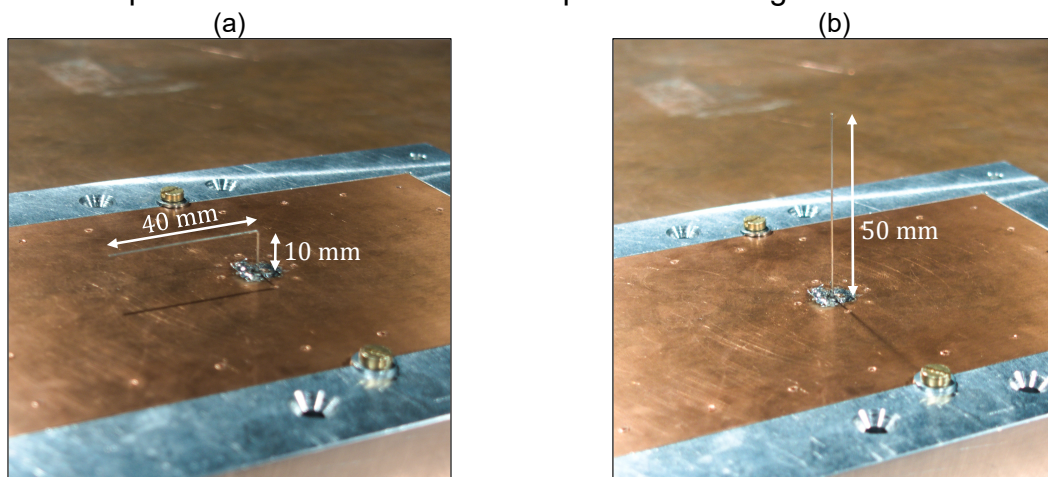


Abbildung 7-23: Horizontale (a) und vertikale (b) Monopolstrukturen mit Bemaßung zur Identifizierung der systematischen Abweichungen der Absorberkammer.

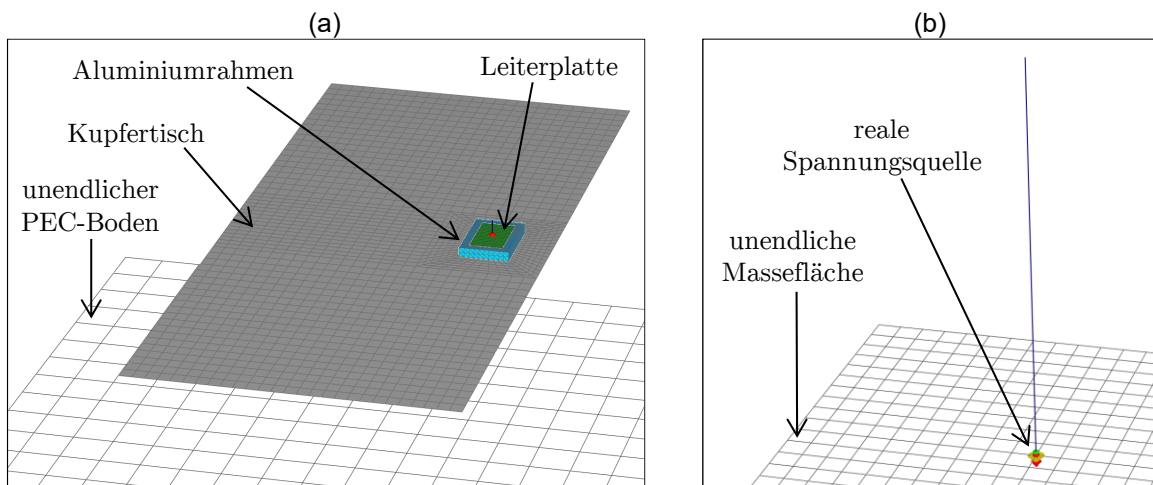


Abbildung 7-24: Screenshots der Simulationsmodelle des vertikalen Monopols mit Berücksichtigung der leitfähigen Strukturen in der Umgebung der Leiterplatte (a) und mit idealisierter Umgebung (b).

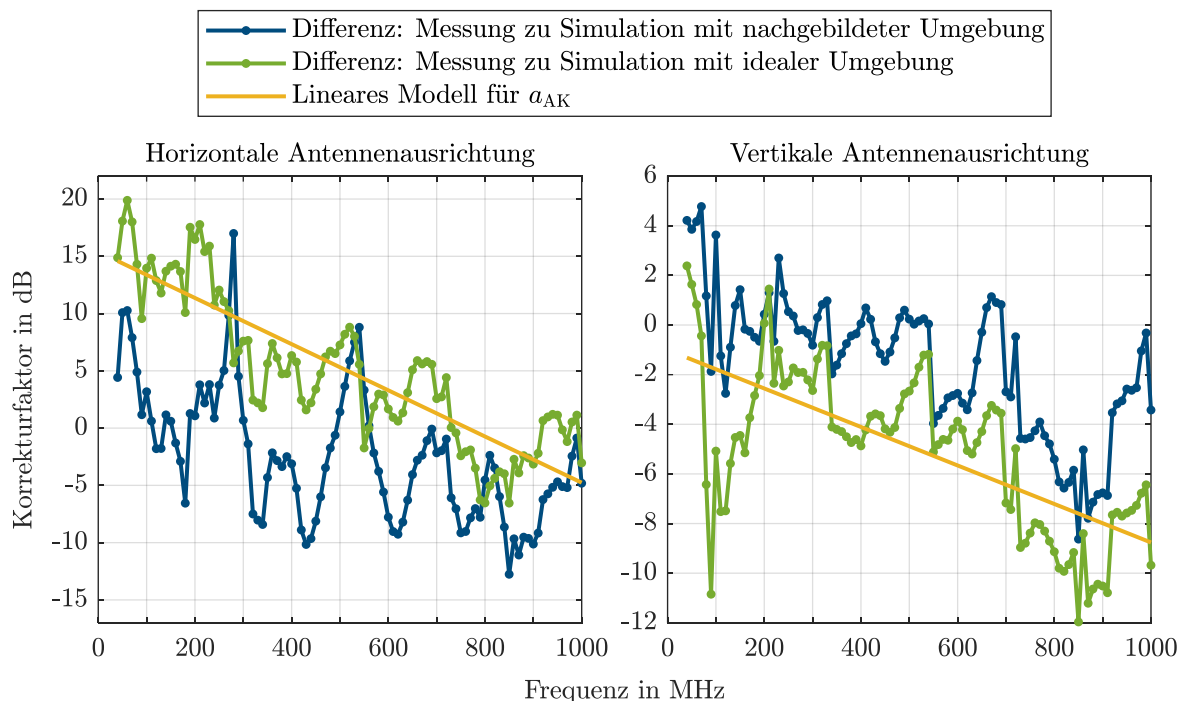
berücksichtigt die Umgebung des Monopols, indem die Leiterplatte, der Aluminiumrahmen und die Kupferoberfläche des Tisches als PEC-Flächen in ihren tatsächlichen geometrischen Abmessungen nachgebildet werden (vgl. Abbildung 7-24(a)). Dabei wird der Boden als ideal leitende unendliche Massefläche angenommen. Das zweite Simulationsmodell idealisiert die Umgebung, indem die Leiterplattenebene als unendliche PEC-Massefläche angenommen wird (vgl. Abbildung 7-24(b)). Der Monopol wird in allen Simulationsmodellen als Linienstruktur aufgebaut und durch eine reale Spannungsquelle angeregt. Diese Spannungsquelle ist direkt über dem Anschluss des Monopols auf der Massefläche positioniert. Ihre Dimensionierung erfolgt anhand der Ausgangsimpedanz und -leistung des Signalgenerators, die zu diesem Zweck messtechnisch erfasst werden (siehe Anhang A.6).

Die mit diesen Modellen simulierten Feldstärken  $E_{sim}$  werden als die Feldstärken angenommen, welche die Monopolstrukturen im freien Raum emittieren. Anhand von (7.9) folgt damit, dass sich der Korrekturfaktor  $a_{AK}$  als Differenz der Pegel von simulierter und in der Absorberkammer gemessener Feldstärke ergibt:

$$a_{AK} \Big|_{dB} = E_{M,AK} \Big|_{dB(\mu V/m)} - E_{sim} \Big|_{dB(\mu V/m)}. \quad (7.10)$$

Diese Differenzen werden jeweils für die horizontale bzw. vertikale Antennenausrichtung mit beiden Simulationsmodellen der horizontalen bzw. vertikalen Monopolstruktur bestimmt und sind in Abbildung 7-25 dargestellt. Zwar zeigen diese Differenzen, dass jeweils mit den beiden Simulationsmodellen unterschiedliche Feldstärken bestimmt werden, jedoch zeichnet sich für die unterschiedlichen Nachbildungen qualitativ das gleiche Frequenzverhalten ab.

Zur konkreten Bestimmung des Korrekturfaktors  $a_{AK}$  werden die Differenzen der Feldstärken ausgewertet, die mit der Simulation der idealisierten Umgebung bestimmt werden. Dies wird dadurch begründet, dass zur Feldprädiktion die Annahme getroffen wird, dass sich die Massefläche der Leiterplatte wie eine unendliche PEC-Massefläche



**Abbildung 7-25: Differenzen zwischen der gemessenen und simulierten Feldstärke für den horizontalen bzw. vertikalen Monopol bei horizontaler bzw. vertikaler Antennenausrichtung sowie Verläufe der linearen Regressionskurven nach (7.11) und (7.12).**

verhält. Die Differenzen werden anhand einer linearen Regressionsgerade nachgebildet, um insbesondere das qualitative Verhalten des durch die Messumgebung verursachten Fehlers nachzubilden. Damit ergeben sich folgende Korrekturgeraden für  $a_{AK}$  für die horizontale und vertikale Feldmessung:

$$a_{AK, \text{horizontal}} \Big|_{\text{dB}} = \left( -20 \frac{\text{dB}}{\text{GHz}} \right) \cdot f + 15,4 \text{ dB}, \quad (7.11)$$

$$a_{AK, \text{vertikal}} \Big|_{\text{dB}} = \left( -7,8 \frac{\text{dB}}{\text{GHz}} \right) \cdot f - 1 \text{ dB}. \quad (7.12)$$

In Abbildung 7-25 sind die Verläufe dieser Geraden zusätzlich dargestellt. Die mittlere absolute Abweichung dieser Geraden gegenüber den eigentlichen Feldstärkedifferenzen beträgt 2,7 dB für die horizontale Antennenausrichtung und 1,8 dB für die vertikale Antennenausrichtung.

#### 7.4.4 Bestimmung der Feldprädiktion und Vergleich gegenüber der Antennenmessung

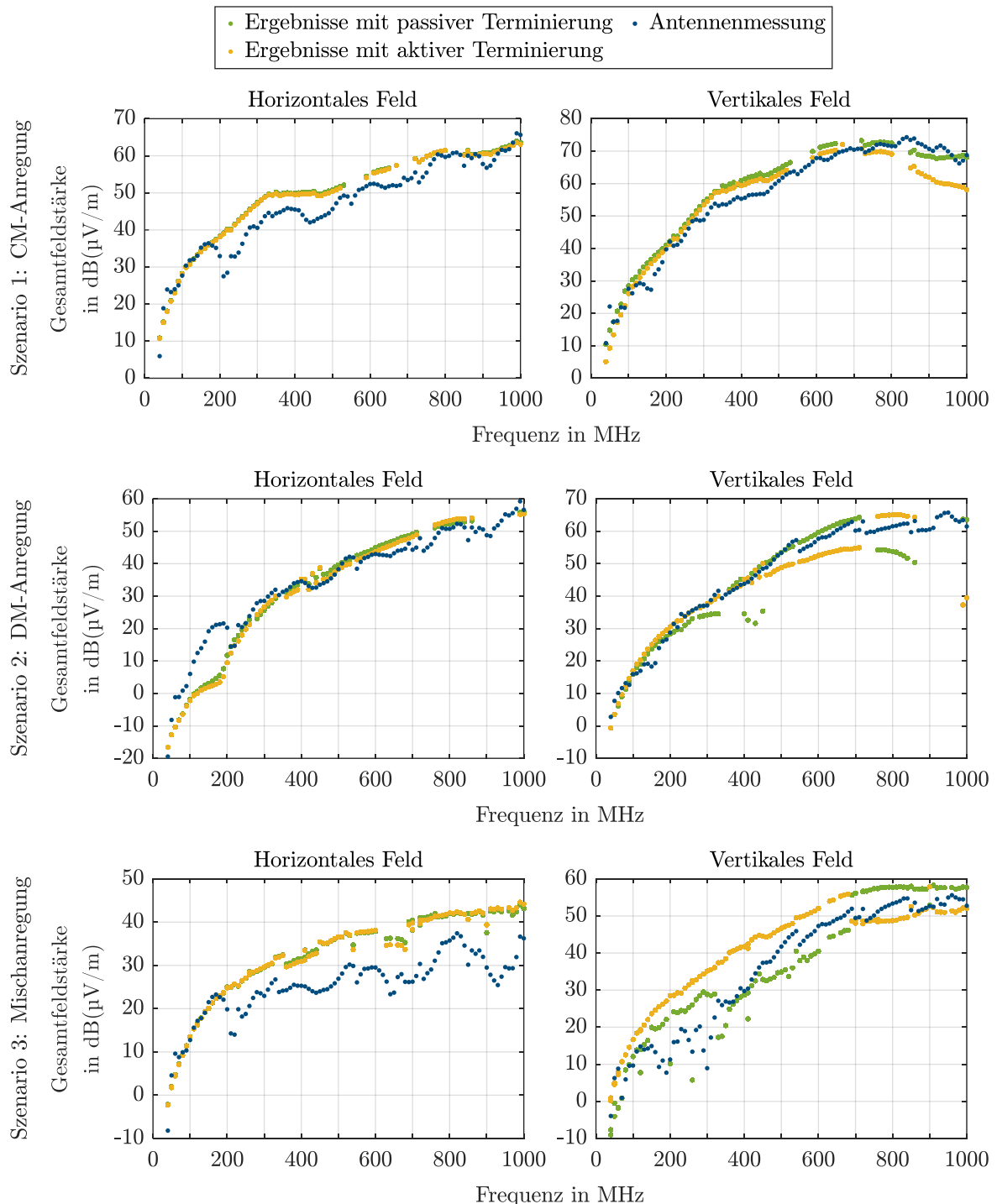
Für alle in Tabelle 7-5 beschriebenen Untersuchungsszenarien wird die Feldprädiktion berechnet. Die hierfür verwendeten Stromverteilungen werden anhand von Nahfelddaten rekonstruiert, die mit dem Messempfänger mit den Parametern aus Tabelle 7-6 gemessen werden. Hierbei werden die gleichen Feldkomponenten an denselben Beobachtungspunkten wie in Abschnitt 7.2.1 erfasst. Mit dem iterativen Verfahren werden für jede Frequenz jeweils 1.000 Rekonstruktionsergebnisse (zu jeweils unterschiedlichen Anfangswerten) bestimmt. Hierbei wird kein a priori Wissen über die Passivität der Terminierungen bei der Wahl der Anfangswerte berücksichtigt und für die Abbruchbedingung (5.11b) wird  $\epsilon_1 = 10^{-15}$  verwendet.

Da die Ausführungen des iterativen Verfahrens in mehrere Lösungen konvergieren, werden analog zu Abschnitt 7.3.3 die validen Rekonstruktionsergebnisse identifiziert, indem die Ströme am Anfang der Leiterbahnen ausgewertet werden. Wie in (7.7) werden anschließend die Rekonstruktionsergebnisse identifiziert, für welche der Betrag der beiden Eingangsströme jeweils um maximal  $\pm 1\%$  von den Medianwerten abweicht. Ausschließlich diese Ergebnisse werden in diesem Abschnitt untersucht. Dabei ist zu beobachten, dass entweder beide Terminierungen als aktiv oder beide Terminierungen als passiv bestimmt werden. Für diese Rekonstruktionsergebnisse wird mit dem Feldmodell aus Abschnitt 3.5 das elektrische Feld am Referenzpunkt der Antenne (Abbildung 7-21) berechnet.

In Abbildung 7-26 sind die an diesem Punkt berechneten Feldstärken der Feldprädiktion sowie die gemessenen Feldstärken für alle drei Untersuchungsszenarien dargestellt. Für einige Szenarien und Frequenzen unterscheiden sich die Werte der Feldprädiktion in Abhängigkeit davon, ob die verwendeten Rekonstruktionsergebnisse aktive oder passive Terminierungen implizieren. Dabei zeigen teilweise die Ergebnisse mit passiver Terminierung, teilweise aber auch die Ergebnisse mit fälschlich bestimmter aktiver Terminierung, eine bessere Übereinstimmung zur Antennenmessung. Daneben fällt auch das Fehlen von Feldprädiktionen für manche Frequenzen auf, wie z. B. im Szenario 2 für den höheren Frequenzbereich. Für diese Fälle genügen den oben beschriebenen Auswahlbedingungen keine der ermittelten Rekonstruktionsergebnisse. Grundsätzlich ist zwischen der Feldprädiktion und den Antennenmesswerten insbesondere für Szenario 1 und 2 eine qualitativ gute Übereinstimmung festzustellen. In bestimmten Fällen zeigen die Feldprädiktion und die Antennenmessung

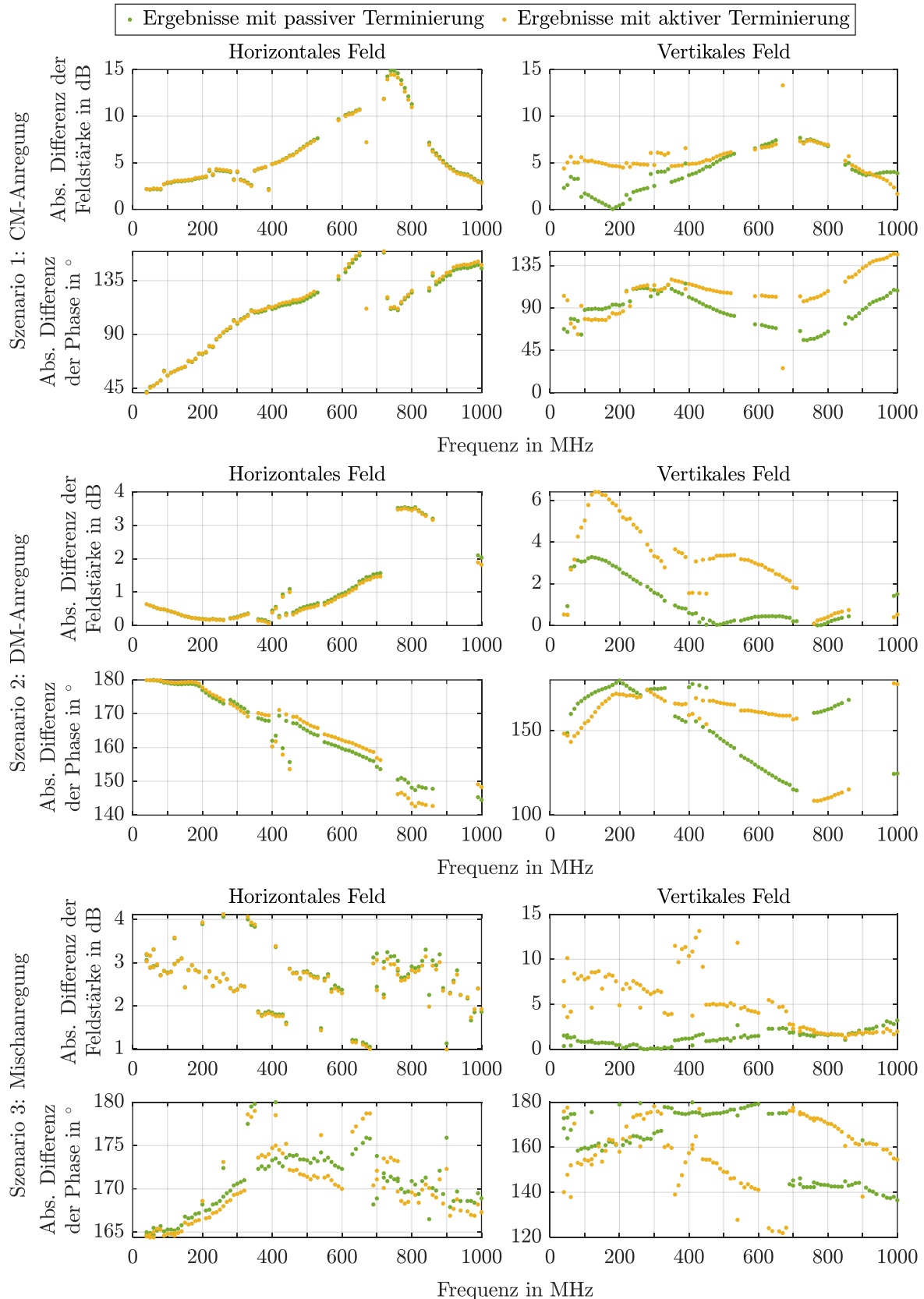
auch quantitativ eine sehr hohe Ähnlichkeit wie bspw. für das vertikale Feld im Szenario 1. Demgegenüber sind die Abweichungen zwischen der Feldprädiktion und der Antennenmessung für Szenario 3 deutlich höher. In diesem Fall lässt sich die Feldprädiktion lediglich als Abschätzung in der Form verwenden, dass die tatsächlich emittierten Feldstärken unterhalb der berechneten Werte liegen.

Neben der Berechnung für die resultierenden Gesamtfeldstärken ist es mit der Feldprädiktion auch möglich, die Feldstärken zu berechnen, welche die einzelnen Strompfade auf der Leiterplatte hervorrufen. Auf diese Weise lässt sich bspw. feststellen, ob die emittierten Felder zweier Leiter eine kompensierende Wirkung haben. Dies wird im Folgenden betrachtet. Dazu werden sowohl die Amplituden- als auch die



**Abbildung 7-26: Prädiktion der emittierten Gesamtfeldstärke gegenüber der korrigierten Antennenmessung für alle betrachteten Anregungsszenarien.**

Phasendifferenz der emittierten Feldstärken der Leiter L1 und L2 bestimmt. Diese Differenzen sind in Abbildung 7-27 dargestellt. Wie zuvor ergeben sich auch in dieser Untersuchung unterschiedliche Werte in Abhängigkeit davon, ob die Ergebnisse eine aktive oder passive Terminierung implizieren.



**Abbildung 7-27: Absolute Betrags- und Phasendifferenz der Feldbeiträge der einzelnen Leiterbahnen für die untersuchten Anregungsszenarien.**

Anhand der Phasendifferenzen für Untersuchungsszenario 1 ist der Rückschluss auf eine CM-Anregung nicht zweifelsfrei möglich. Da für dieses Szenario jedoch die resultierende Gesamtfeldstärke korrekt bestimmt wird (vgl. Abbildung 7-26), folgt, dass zwar der CM-Stromfluss beider Leiter korrekt rekonstruiert wird, jedoch die Zuteilung der Teilströme zu den Leitern misslingt. Hingegen zeigen die Phasendifferenzen für Szenario 2 und 3, dass die von den Leitern hervorgerufenen Felder sich gegenseitig kompensieren. Dies deckt sich mit der gewählten Anregung (vgl. Tabelle 7-5). Dabei ist insbesondere für den unteren Frequenzbereich eine gute qualitative und quantitative Übereinstimmung der berechneten Amplitudendifferenzen mit den zu erwartenden Differenzwerten für die Ergebnisse mit passiver Leiterbahnterminierung zu beobachten. Bei Untersuchungsszenario 2 ist die fast lineare Abnahme der Phasendifferenz für höhere Frequenzen durch die unterschiedlichen Längen der verwendeten Anschlusskabel zwischen Signalgenerator und Leiterplatte erklärbar.

Die Analyse dieser Ergebnisse zeigt, dass die mit der Rekonstruktionsmethode ermittelten Stromverteilungen für alle untersuchten Szenarien mindestens zur Abschätzung des hervorgerufenen Gesamtfelds verwendet werden kann. Für einige Fälle können die emittierten Feldstärken genau berechnet werden. Daneben wird in dieser Demonstration zusätzlich gezeigt, dass mit der Feldprädiktion für einzelne Leiter die Kompensation von Feldern identifizierbar ist, sofern diese vorliegt.

---

## 8 Zusammenfassung

Diese Arbeit behandelt die EMV-Analyse von Leiterplatten anhand eines Rekonstruktionsverfahrens, das mithilfe der Nahfelddaten und der Geometrie der untersuchten Leiterplatte die Stromverteilung der Leiterbahnen bestimmt. Die so berechneten Stromverteilungen erlauben es, die Feldemission der analysierten Leiterplatte abzuschätzen und die konkreten Ursachen für die Emissionen zu identifizieren. Die Grundlage dieser Methode bilden klassische Verfahren, für die in dieser Arbeit verschiedene Erweiterungen und Optimierungen vorgeschlagen werden. Dabei basieren die Erweiterungen unter anderem auf der Forderung von physikalischen Gesetzmäßigkeiten, wie z. B. einer Stromverteilung entsprechend der Leitungstheorie. Des Weiteren werden alle relevanten Details zur konkreten Umsetzung des Verfahrens untersucht und optimiert, wie z. B. die Wahl der Messpunkte zur Erfassung des Nahfelds.

Nach der Einleitung werden im zweiten Kapitel die mathematischen Hintergründe zur Formulierung und Lösung von linear inversen Problemen eingeführt. Auf dieser Basis wird das Vorgehen zur Rekonstruktion von Feldquellen anhand von Nahfelddaten dargestellt und das allgemeine inverse Problem zur Stromrekonstruktion angegeben. In diesem Kontext werden konkrete Implementierungen von Stromrekonstruktionsverfahren dahingehend analysiert, wie diese Verfahren erweitert und welche Aspekte in ihrer Implementierung optimierbar sind.

Im darauffolgenden Kapitel 3 werden Feldmodelle zur Beschreibung des elektromagnetischen Nahfelds vorgestellt und evaluiert. Diese werden benötigt, um das zuvor allgemein eingeführte inverse Problem zur Stromrekonstruktion konkret zu formulieren. Hertzsche Dipole und die Lösung der quasistatischen Feldintegralgleichungen sind die Grundlage für diese Modelle. Anhand einer exemplarischen Struktur wird jeweils die Eignung der Modelle zur Nachbildung des elektrischen und magnetischen Nahfelds analysiert. Hierbei wird herausgearbeitet, dass in dem für die Stromrekonstruktion auf Leiterplattenstrukturen technisch relevanten Frequenzbereich das Dipolmodell zur Nachbildung des Magnetfelds und das quasistatische Modell zur Approximation des elektrischen Nahfelds geeignet sind. Daneben wird eine Regel zur Auslegung der Feldmodelle vorgeschlagen, nach welcher sich die räumliche Ausdehnung der Feldquellen bestimmen lässt. Damit lässt sich die notwendige Segmentierung der untersuchten Leiterstruktur auf Basis des Beobachtungsabstands der Messpunkte des Felds ermitteln. Mit dieser Erkenntnis wird das Ziel der Arbeit erreicht, welches das Verbesserungspotenzial von Stromrekonstruktionsverfahren bezüglich der Implementierung betrifft. Durch die Regel zur Auslegung der Feldmodelle werden Modellierungsfehler im Vergleich zu vorangegangenen Arbeiten stark reduziert und die Qualität der Rekonstruktionsergebnisse entsprechend verbessert.

Eine signifikante Weiterentwicklung der Rekonstruktionsmethode wird in Kapitel 4 vorgestellt. Dabei wird das inverse Problem zur Stromrekonstruktion durch Annahmen über die Stetigkeit der Stromverteilung auf Leiterbahnen erweitert. Hierfür wird die Leitungstheorie eingeführt und verwendet. Zusätzlich werden auch Forderungen wie die Stetigkeit von Strömen an Knickstellen von Leiterbahnen in das inverse Problem eingebracht. Diese Weiterentwicklung der Stromrekonstruktionsmethode wird anhand von mehreren simulativen Untersuchungen evaluiert. Dabei zeigt sich, dass durch die Erweiterungen das inverse Problem deutlich robuster gegenüber Rauscheinflüssen wird, weniger Felddaten benötigt und genauere Rekonstruktionsergebnisse berechnet werden. Damit wird ein weiteres Ziel der Arbeit erfüllt. Zudem lassen sich aufgrund der eingeführten Erweiterung auch weitere Informationen aus dem

Rekonstruktionsergebnis ableiten, wie etwa die Spannungsverteilung auf den Leiterbahnen oder die Impedanzen der Terminierungen.

Um das Ziel der Rekonstruktion von Stromverteilungen auf Basis von phasenlosen Nahfelddaten zu erreichen, wird in Kapitel 5 ein iteratives Lösungsverfahren eingeführt und evaluiert. Bei der Untersuchung des Konvergenzverhaltens zeigt sich, dass dieses Verfahren eine hohe Anzahl an Iterationsschritten benötigt. Um dies für die konkrete Anwendung des Stromrekonstruktionsverfahrens zu gewährleisten, wird eine geeigneten Abbruchbedingung entwickelt und evaluiert. Daneben wird herausgearbeitet, dass bei der Auswertung von phasenlosen Nahfelddaten mehrere Rekonstruktionsergebnisse bestimmt werden. Anhand von a priori Informationen, wie z. B. der Kenntnis über die Passivität von Leiterbahnterminierungen, lässt sich das korrekte Ergebnis identifizieren.

Die Auswahl der zur Rekonstruktion genutzten Felddaten wird in Kapitel 6 diskutiert. Hierzu wird die Positionierung der Messpunkte analysiert, an denen die für die Rekonstruktion verwendeten Felddaten erfasst werden. Dabei wird erarbeitet, dass die Positionierung von Messpunkten direkt oberhalb von Leitern vorteilhaft ist, da dies zu gut konditionierten inversen Problemen führt. Außerdem wird auf den inhärenten Messfehler von Nahfeldsonden eingegangen, der durch den feldintegrierenden Messeffekt verursacht wird. Dazu werden als Grundlage die Messeffekte der verwendeten Nahfeldsonden eingeführt und modelliert. Anhand dieser Modelle und auf Basis von Simulationsdaten wird eine Empfehlung dazu erarbeitet, wie die Sondengröße in Abhängigkeit vom Beobachtungsabstand zu wählen ist, um Rekonstruktionsfehler gering zu halten. Damit wird wie in Kapitel 3 weiteres Verbesserungspotenzial von Stromrekonstruktionsverfahren bezüglich der Implementierung identifiziert und genutzt.

Im 7. Kapitel werden die Erweiterungen des Stromrekonstruktionsverfahrens anhand von gemessenen Nahfelddaten evaluiert und deren Potenzial demonstriert. Hierbei werden sowohl Messdaten verwendet, die mit Betrag und Phase bekannt sind, als auch phasenlose Nahfelddaten, um sowohl die direkte Lösung des inversen Problems als auch die Lösung mit dem iterativen Verfahren zu validieren. So wird für eine Konfiguration mit parallelen Leiterbahnen gezeigt, dass die Eingangsströme und Eingangsimpedanzen gut rekonstruierbar sind, wenn die in den Leitern fließenden Ströme nicht um mehrere Größenordnungen voneinander abweichen. Auch wird für diese Anordnung die Stromverteilung anhand von phasenlosen Nahfelddaten bestimmt. Die mit den rekonstruierten Strömen berechneten emittierten elektrischen Feldstärken zeigen nur kleinere Abweichungen gegenüber den Ergebnissen einer Antennenmessung. Damit erreicht das weiterentwickelte Stromrekonstruktionsverfahren die Qualität, die als Ziel dieser Arbeit definiert wird. Daneben wird mit dem Stromrekonstruktionsverfahren eine praxisnahe Anordnung analysiert. Dazu werden die phasenlosen Nahfelddaten von Leiterbahnen ausgewertet, auf denen eine SPI-Kommunikation stattfindet. Die rekonstruierten Werte für Leiterbahnströme und Terminierungsimpedanzen zeigen gute Übereinstimmungen mit Messwerten, die mit einem Netzwerkanalysator oder mit einem Tastkopf zur Strommessung als Referenz erfasst werden. Somit wird auch das Ziel der Arbeit erreicht, für komplexere Leiterplattenstrukturen gute Ergebnisse zu erzielen.

---

## Anhang

### A.1 Werkzeuge für Drehoperationen

In diesem Abschnitt werden die Werkzeuge eingeführt, die in Abschnitt 3.3.1 zur geometrischen Drehung verwendet werden.

#### A.1.1 atan2-Funktion

Die atan2-Funktion bestimmt den Winkel  $\alpha \in [-\pi, \pi]$ , welcher zwischen der positiven  $x$ -Achse eines zweidimensionalen Koordinatensystems und dem Punkt  $[x \ y]^T$  vorliegt. Entsprechend [137, S. 131], [138, S. 61] ist die Funktion wie folgt definiert:

$$\text{atan2}(y, x) = \begin{cases} \arctan \frac{y}{x} & , x > 0 \\ \text{sgn } y \cdot \left( \pi - \arctan \left| \frac{y}{x} \right| \right) & , x < 0 \\ \text{sgn } y \cdot \frac{\pi}{2} & , x = 0, y \neq 0 \\ 0 & , x = y = 0 \end{cases} . \quad (\text{A.1})$$

#### A.1.2 Drehmatrizen

Anhand der Drehmatrizen  $\mathbf{R}_{\{x,y,z\}}(\alpha)$  wird ein Punkt im dreidimensionalen Raum um den Winkel  $\alpha$  gedreht, wobei die  $\{x, y, z\}$ -Achse die Drehachse ist. Die Drehung erfolgt dabei entsprechend des Rechtssystems. Nach [55, S. 727], [139, S. 301] sind die Drehmatrizen wie folgt definiert:

$$\mathbf{R}_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}, \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbf{R}_y(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix}, \quad (\text{A.3})$$

$$\mathbf{R}_z(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.4})$$

## A.2 Leitungsmodelle

### A.2.1 Vereinfachung der Leitungstheorie-Modelle

Häufig können bei der Modellierung einer Leiterstruktur Annahmen getroffen, welche die Beschreibung anhand der Leitungstheorie vereinfachen. Eine Auswahl dieser Annahmen und die damit einhergehenden Vereinfachungen werden an dieser Stelle vorgestellt.

#### *Effektive Permittivität und Permeabilität*

Allgemein kann das Übertragungsmedium zwischen den Leitern aus einer Kombination aus Materialien bestehen. Ein Beispiel für solch inhomogene Übertragungsmedien sind Mikrostreifenleitungen auf Leiterplatten. Die Wellenausbreitung entlang der Leitungen findet sowohl im Leiterplattensubstrat als auch im Luftraum über der Platine statt. Zur pragmatischen Modellierung solcher inhomogener Übertragungsmedien

werden die effektive relative Permittivität  $\varepsilon_{r,\text{eff}}$ , die effektive relative Permeabilität  $\mu_{r,\text{eff}}$  und die effektive Leitfähigkeit  $\sigma_{\text{eff}}$  eingeführt. Diese Größen repräsentieren unter der Annahme einer TEM-Wellenausbreitung die elektrischen und magnetischen Materialeigenschaften eines virtuellen homogenen Übertragungsmediums, das sich wie das tatsächliche inhomogene Übertragungsmedium verhält [80], [81], [83], [84].

### *Homogenes Übertragungsmedium*

Wenn ein homogenes Übertragungsmedium vorliegt, breiten sich alle elektromagnetischen Wellen mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c$  aus, welche der Lichtgeschwindigkeit entspricht. Durch die Permittivität und Permeabilität des Übertragungsmediums wird diese Geschwindigkeit bestimmt und häufig wird sie anhand der Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c_0$  dargestellt [80], [81], [84], [85]:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} \quad (\text{A.5})$$

Diese Ausbreitungsgeschwindigkeit wird auch durch das Produkt der Induktivitäts- und Kapazitätsbeläge repräsentiert. Es gilt für die Doppelleitung (BTLs) [80], [85]

$$L' C' = \varepsilon\mu = \frac{1}{c^2} \quad (\text{A.6})$$

bzw. für Mehrleitersysteme (MTLs) [80], [87]

$$\mathbf{L}' \mathbf{C}' = \varepsilon\mu \mathbf{J}_n = \frac{1}{c^2} \mathbf{J}_n, \quad (\text{A.7})$$

wobei  $\mathbf{J}_n$  die  $n \times n$ -Einheitsmatrix darstellt. Für isotrope Übertragungsmedien mit der Leitfähigkeit  $\sigma_M$  kann zudem noch die folgende Relation für den Leitwert- und den Kapazitätsbelag bzw. die entsprechenden Belagsmatrizen formuliert werden [80]:

$$\frac{1}{\varepsilon} \mathbf{C}' = \frac{1}{\sigma_M} \mathbf{G}' \quad (\text{A.8})$$

und

$$\frac{1}{\varepsilon} \mathbf{C}' = \frac{1}{\sigma_M} \mathbf{G}'. \quad (\text{A.9})$$

### *Verlustfreie Leitung*

Eine Leitung wird als verlustfrei bezeichnet, wenn der Widerstandsbelag und der Leitwertbelag verschwinden, also  $R' = 0$  und  $G' = 0$  bzw.  $\mathbf{R}' = \mathbf{0}$  und  $\mathbf{G}' = \mathbf{0}$  gelten [71], [80], [85]. In diesem Fall wird die Ausbreitung der TEM-Wellen allein durch die Induktivitäts- und Kapazitätsbeläge bestimmt und die Fortpflanzungskonstante einer Doppelleitung ist rein imaginär [80], [82], [85]. Der Imaginärteil wird als Phasenkonstante  $\beta$  bezeichnet.

Für ein homogenes Übertragungsmedium kann diese Phasenkonstante durch die Permittivität und Permeabilität bzw. die Ausbreitungsgeschwindigkeit angegeben werden [80], [85]:

$$\begin{aligned} \gamma &= j\beta = j\omega\sqrt{\varepsilon\mu} \\ &= j\frac{\omega}{c}. \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Bei einem Mehrleitersystems sind die modalen Fortpflanzungskonstanten ebenfalls rein imaginär, wenn die betrachtete Leitungsstruktur verlustfrei ist. Wenn außerdem das Übertragungsmedium homogen ist, haben alle modalen Fortpflanzungskonstanten den gleichen Wert [80].

## A.2.2 Rundleiterstrukturen

Wie bspw. in [80], [87] dargestellt wird, sind die Leitungsbeläge für Leitersysteme aus Rundleitern anhand von analytischen Ausdrücken gut abschätzbar. Die im Rahmen der Arbeit verwendeten Abschätzungen werden hier kurz anhand der exemplarischen Leiter  $a$  und  $b$  vorgestellt, welche über einer ideal leitfähigen, unendlich weit ausgedehnten Massefläche liegen. Die Leiter sind durch ihre Radien  $r_a$  und  $r_b$ , die Höhen  $h_a$  und  $h_b$  ihrer Mittelpunkte gegenüber der Massefläche sowie dem Abstand zwischen den Leitermittelpunkten  $d_{ab}$  bekannt. In Abbildung A-1 ist diese Geometrie dargestellt. Sofern Stromverdrängungseffekte vernachlässigt werden, ergibt sich der Widerstandsbelag eines Leiters aus seiner Leitfähigkeit sowie seiner Querschnittsfläche. Exemplarisch wird im Folgenden dieser Belag für Leiter  $a$  angegeben, für den die Leitfähigkeit  $\sigma_a$  angenommen wird. Nach [80, S. 142], [87, S. 230] ergibt sich der Widerstandsbelag zu

$$R'_{aa} = \frac{1}{\sigma_a \pi r_a^2}. \quad (\text{A.11})$$

Entsprechend der Annahme einer PEC-Massefläche als Rückleiter ergeben sich für den Leiter  $a$  in der Widerstandsbelagsmatrix die Einträge

$$\mathbf{R}' = \begin{bmatrix} \vdots & & & & \\ \dots & 0 & R'_{aa} & 0 & \dots \\ & & 0 & & \\ \vdots & & & & \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

in der  $a$ . Spalte sowie in der  $a$ . Zeile [80, S. 94], [87, S. 248].

Der Induktivitätsbelag eines einzelnen Leiters über Massefläche wird ebenfalls exemplarisch für Leiter  $a$  angegeben. Dieser wird durch die Leitergeometrie sowie die Permeabilität des Mediums  $\mu$  definiert und ergibt sich nach [80, S. 127], [87, S. 559] zu

$$L'_{aa} = \frac{\mu}{2\pi} \operatorname{arcosh} \left( \frac{h_a}{r_a} \right). \quad (\text{A.13})$$

Der Koppelinduktivitätsbelag zwischen den Leitern  $a$  und  $b$  ergibt sich wie folgt [80, S. 173f], [87, S. 292f]:

$$L'_{ab} = L'_{ba} = \frac{\mu}{4\pi} \ln \left( 1 + \frac{4h_a h_b}{d_{ab}^2} \right). \quad (\text{A.14})$$

Damit ergeben sich für die beiden Leiter in der Induktivitätsbelagsmatrix  $\mathbf{L}'$  die Einträge

$$\mathbf{L}' = \begin{bmatrix} \vdots & & & & \vdots & & & & \\ \dots & 0 & L'_{aa} & 0 & \dots & 0 & L'_{ab} & 0 & \dots \\ & & 0 & & & & 0 & & \\ \vdots & & & & \vdots & & & & \\ \dots & 0 & L'_{ba} & 0 & \dots & 0 & L'_{bb} & 0 & \dots \\ & & 0 & & & & 0 & & \\ \vdots & & & & \vdots & & & & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.15})$$

Anhand dieser Beläge werden die weiteren Beläge entsprechend der Ausführungen in Abschnitt A.2.1 mit Kenntnis der Permittivität, der Permeabilität und der Leitfähigkeit des Ausbreitungsmediums bestimmt [80, S. 126 & 173], [87, S. 231 & 249].

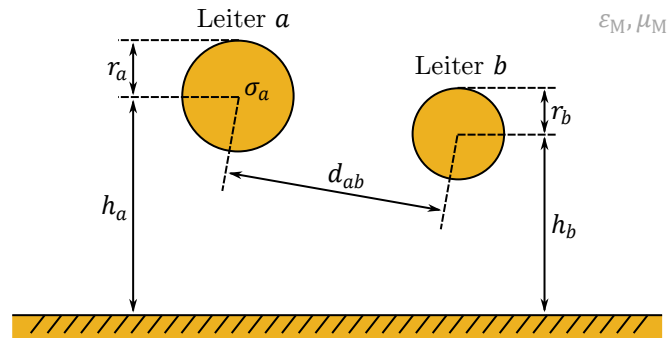


Abbildung A-1: Geometriedarstellung der zwei Rundleiter a und b.

### A.2.3 Mikrostreifenleitung

Die Leiter der in dieser Arbeit betrachteten Leiterplatten sind ausschließlich als Mikrostreifenleitungen ausgeführt, deren Beschreibung in diesem Abschnitt vorgestellt wird. Der Querschnitt solcher Leitungen ist in Abbildung A-2 dargestellt.

Die Mikrostreifenleitung hat die Breite  $w$  und die Höhe  $t$ . Sie liegt auf dem Trägermaterial der Leiterplatte, das die relative Permittivität  $\varepsilon_r$  hat. Die Höhe bzw. Materialdicke des Trägermaterials beträgt  $h$ . Unterhalb dieses Trägermaterials befindet sich eine durchgängige Massefläche. Weiterhin wird angenommen, dass sich das die Leiterplatte umgebende Medium wie Vakuum verhält.

Zur Beschreibung dieser Struktur gibt es verschiedene etablierte Modelle, die bspw. in [83, S. 156f] verglichen werden. Die in dieser Arbeit verwendeten Modelle werden nachfolgend vorgestellt.

Zur Berechnung der effektiven Permittivität wird der in [83, S. 155f], [84, S. 128f], [140] beschriebene Ansatz verwendet. Demnach ergibt sich die effektive relative Permittivität für die Struktur zu

$$\varepsilon_{r,\text{eff}} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \left(1 + 10 \frac{h}{w}\right)^{-a'b'} \quad (\text{A.16})$$

mit den Hilfsgrößen

$$a' = 1 + \frac{1}{49} \ln \left( \frac{\left(\frac{w}{h}\right)^4 + \left(\frac{w}{52h}\right)^2}{\left(\frac{w}{h}\right)^4 + 0,432} \right) + \frac{1}{18,7} \ln \left( 1 + \left(\frac{w}{18,1h}\right)^3 \right) \quad (\text{A.17})$$

und

$$b' = 0,564 \cdot \left(\frac{\varepsilon_r - 0,9}{\varepsilon_r + 3}\right)^{0,053} \quad (\text{A.18})$$

Mit

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_{r,\text{eff}}}} \cdot \ln \left( \frac{F_1 \cdot h}{w} + \sqrt{1 + \left(\frac{2h}{w}\right)^2} \right) \quad (\text{A.19})$$

wird die Wellenimpedanz bestimmt, wobei die Hilfsgröße

$$F_1 = 6 + (2\pi - 6) \cdot \exp \left( - \left( 30,666 \cdot \frac{h}{w} \right)^{0,7528} \right) \quad (\text{A.20})$$

verwendet wird.

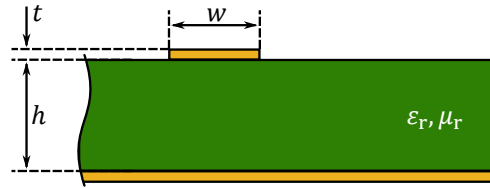


Abbildung A-2: Querschnitt einer Mikrostreifenleitung.

Die Wellenausbreitung entlang einer Mikrostreifenleitung kann mit Quasi-TEM-Wellen für Frequenzen  $f$  hinreichend beschreiben werden, welche unterhalb der Grenzfrequenz  $f_{g,stat}$  liegt:

$$0 < f \leq f_{g,stat}. \quad (\text{A.21})$$

Nach [83, S. 145f] lässt sich die Grenzfrequenz anhand der empirisch gefundenen Formel

$$f_{g,stat} \approx 0,04 \cdot \frac{Z_0 / 1 \Omega}{h / 1 \text{ mm}} \cdot 1 \text{ GHz} \quad (\text{A.22})$$

abschätzen. Alternativ kann die Grenzfrequenz  $f_{g,stat}$  anhand der Grenzfrequenz für die Ausbreitungsfähigkeit von anderen Moden als der Quasi-TEM-Mode abgeschätzt werden. Eine entsprechende Diskussion ist z. B. in [81, S. 150–152], [82, S. 93–96] zu finden.

Die Leitungsbeläge von Mehrleitersystemen aus Mikrostreifenleitungen werden auf Basis von Feldsimulationen bestimmt. Hierfür wird die Software CONMTL [141] verwendet.

### A.3 Rauschmodell für Nahfelddaten

Die elektrischen und magnetischen Felddaten werden wie (2.22) dargestellt im Feldvektor  $\mathbf{F}$  zusammengesetzt. Sofern die Felddaten aus einer analytischen oder numerischen Berechnung resultieren, kann es für bestimmte Untersuchungen notwendig sein, diese Felddaten mit einem künstlichen Rauschen zu beaufschlagen. Auf diese Weise können Nahfelddatensätze erzeugt werden, die ähnlich wie Messdaten fehlerbehaftet sind.

Hierbei wird jede originale komplexwertige Komponente  $f_o$  des Feldvektors  $\mathbf{F}$  jeweils mit zufälligen Werten multipliziert, sodass die verrauschte Komponente  $f_r$  als Produkt folgt. Diese zufälligen Werte werden dabei so gewählt, dass sie die Amplitude und die Phase des Felddatums  $f_o$  unabhängig voneinander verrauschen:

$$f_r = f_o \cdot \underbrace{10^{(X_{\text{mag}}/20)}}_{\text{Amplitudenrauschen}} \cdot \underbrace{\exp(j \cdot X_{\text{phs}})}_{\text{Phasenrauschen}}. \quad (\text{A.23})$$

Dieses Amplituden- und Phasenrauschen wird durch die Zufallsgrößen  $X_{\text{mag}}$  und  $X_{\text{phs}}$  bestimmt, welche Normalverteilungen mit den Standardabweichungen  $\sigma_{\text{mag}}$  und  $\sigma_{\text{phs}}$  unterliegen:

$$X_{\text{mag}} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{\text{mag}}) \quad (\text{A.24})$$

und

$$X_{\text{phs}} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{\text{phs}}). \quad (\text{A.25})$$

Somit kann mit  $\sigma_{\text{mag}}$  das Pegelrauschen des Felddatums in Dezibel und mit  $\sigma_{\text{phs}}$  ein Rauscheinfluss bezüglich der Phase von  $f_o$  angegeben werden.

Da  $X_{\text{mag}}$  und  $X_{\text{phs}}$  zufällig gewählt werden, sind die bestimmten verrauschten Komponenten  $f_r$  bzw. die auf diese Weise modifizierten Nahfelddatensätze einmalig. Daher können Ergebnisse, die mit solchen Daten bestimmt werden, nur eingeschränkt reproduziert werden.

### A.4 CONCEPT-II-Simulationen

Das grundsätzliche Vorgehen für den Aufbau, die Durchführung und die Auswertung von Simulationen in der Feldsimulationssoftware CONCEPT-II [73] wird im zugehörigen Handbuch umfassend beschrieben. Ergänzend zu diesem Vorgehen wird in diesem Teil des Anhangs auf Elemente des Simulationsprozesses eingegangen, welche vom regulären Vorgehen abweichen oder anderweitig zu beachten sind, um die Ergebnisse dieser Arbeit zu reproduzieren.

#### A.4.1 Aufbau von Simulationsmodellen

Sofern es im Rahmen einer Simulationsbeschreibung nicht anders definiert wird, werden alle Simulationen mit einer unendlich weit ausgedehnten PEC-Massefläche durchgeführt. Um insbesondere für die Simulation von Nahfelddaten Rundungsfehler zu vermeiden, wird als „Scaling mode“ eingestellt, dass Strukturen in Millimeter und Radien in Mikrometern angegeben sind. Nach Möglichkeit wird die Segmentierung der untersuchten Strukturen auch für die Wahl der Basisfunktionen verwendet, mit denen in CONCEPT-II die Stromverteilung auf Leiterstrukturen dargestellt wird. Sofern diese Diskretisierung jedoch die Vorgaben bezüglich der Dimensionierung von Basisfunktionen unterschreitet (für Rundleiter z. B. Leiterlänge  $> 3 \cdot$  Leiterradius), wird davon abgewichen. Falls rekonstruierte und simulierte Stromverteilungen verglichen werden, werden die rekonstruierten Daten so interpoliert, dass Werte zu den Positionen berechnet werden, für welche in CONCEPT-II Ströme simuliert werden.

#### A.4.2 Automatisierte Durchführung von Simulationen

Die in dieser Arbeit vorgestellten Ergebnisse sind anhand von automatisierten Simulationen entstanden. Hierzu werden die Simulationsmodelle, die zuvor über die GUI von CONCEPT-II erstellt wurden, über Konsolenbefehle simuliert und die Ergebnisse, die in ASCII-Dateien gespeichert werden, automatisch ausgelesen. Dabei werden insbesondere die simulierten Stromwerte sowie Feldstärken eingelesen. Vor der Ausführung von Simulationsbefehlen werden die Simulationsmodelle teilweise angepasst, um z. B. „Field probes“ an die Positionen zu definieren, an welche Felddaten simulativ zu bestimmen sind.

#### A.4.3 Bestimmung von Spannungsverteilungen entlang von Leitern

Die Berechnung von Spannungen ist in CONCEPT-II nur implizit über einen Spannungsabfall an einer Impedanz vorgesehen. Hierzu wird der simulierte Stromwert mit dem hinterlegten Impedanzwert verrechnet. Um die Spannungsverteilung entlang von Leitern zu bestimmen, wird eine zusätzliche Impedanz in die Simulation eingebracht. Diese wird im Weiteren als „Messimpedanz“ bezeichnet und befindet sich, wie in Abbildung A-3 dargestellt, auf einem zusätzlichen Leiter. Damit der ursprüngliche Aufbau möglichst schwach beeinflusst wird, wird die Impedanz mit  $1 \text{ M}\Omega$  gewählt. Um die Spannungsverteilung entlang einer Leitung zu bestimmen, wird das Leiterstück, das die Messimpedanz trägt, über eine Automatisierung verschoben und der resultierende Aufbau wird erneut simuliert.

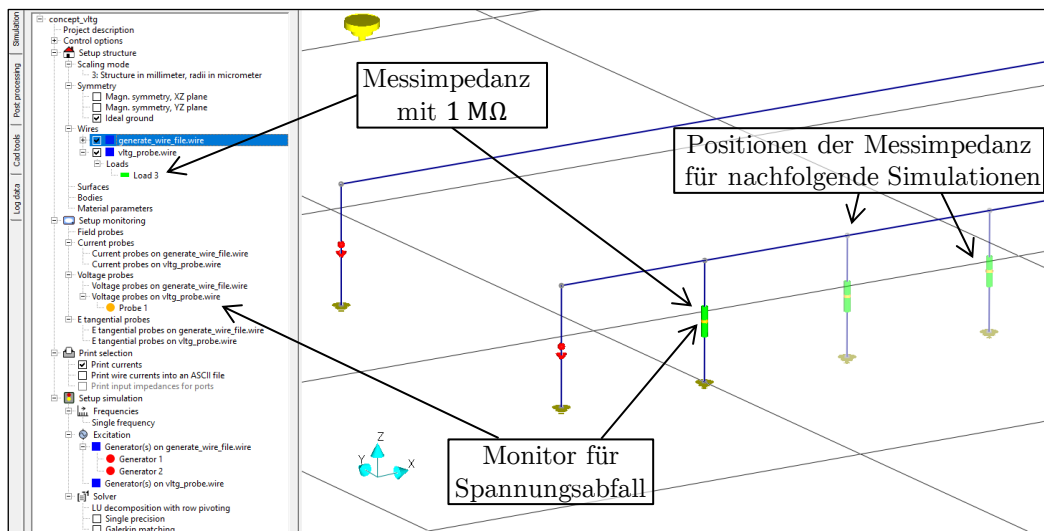


Abbildung A-3: Zusätzliche Impedanz zur Bestimmung der Spannungsverteilung in CONCEPT-II.

## A.5 Verfahren zur Kalibrierung des Nahfeldscanners

Der Kalibrierprozess des Nahfeldscanners lässt sich in zwei einzelne Prozesse unterteilen. Beide Prozesse nutzen dabei eine Kalibrierplatine, deren Struktur in Abbildung A-4 exemplarisch dargestellt ist. Abhängig von der Rahmengröße, in welche die zu untersuchende Leiterplatte im Nahfeldscanner eingesetzt wird, stehen verschiedene Kalibrierplatinen zur Verfügung. Die Unterseite dieser Leiterplatten ist jeweils als durchgängige Massefläche ausgeführt. Nachfolgend werden die einzelnen Prozesse zur Kalibrierung vorgestellt und der Aufbau der Kalibrierleiterplatte in Abbildung A-4 erläutert.

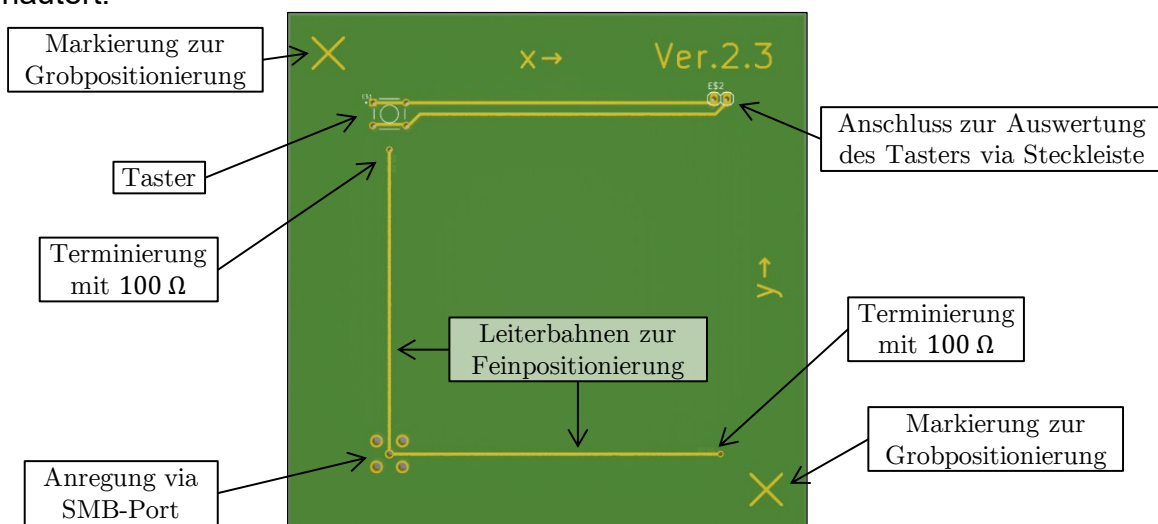


Abbildung A-4: Layout der zur Kalibrierung des Nahfeldscanners verwendeten Leiterplatte.

### A.5.1 Kalibrierung der Position

Bei der Kalibrierung der Position wird der Versatz in  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Richtung bestimmt, der zwischen den Nahfeldsonden und dem Aluminiumrahmen vorliegt. Diese Angaben sind notwendig, um beim Nahfeldscan die Feldsonden präzise an den vorgegebenen Stellen zu positionieren.

Im ersten Schritt wird für diese Kalibrierung eine Grobpositionierung vorgenommen. Hierzu wird der Laser des Nahfeldscanners zu den entsprechenden Markierungen geführt. Mithilfe dieser ersten Schätzung über den  $x$ - und  $y$ -Versatz werden die Sonden über dem Taster positioniert. Anschließend werden die Sonden schrittweise um 0,1 mm abgesenkt, bis der Sondenkopf den Taster betätigt. Durch den bekannten Druckpunkt des Tasters erfolgt eine präzise Messung des Versatzes in  $z$ -Richtung für die Sonden. Abschließend folgt die genaue Bestimmung des Versatzes in  $x$ - und  $y$ -Richtung. Hierzu werden für eine verhältnismäßig geringe Frequenz die Leiterbahnen für die Feinpositionierung angeregt. Diese Frequenz wird mit 100 MHz gewählt, um einen hinreichend starken Messeffekt in den verwendeten Nahfeldsonden hervorzurufen, ohne dass dabei signifikante Wellenphänomene entlang der Leiterbahnen auftreten. Wie in [111] werden die Nahfeldsonden orthogonal über die Leiterbahnen bewegt und das Signal entlang dieser Kontur aufgezeichnet. Anhand der Position, an der die maximale Feldstärke gemessen wird, wird der Versatz in  $x$ - und  $y$ -Richtung bestimmt.

### A.5.2 Kalibrierung des Sondenübertragungsfaktors

Die Bestimmung des Sondenübertragungsfaktors erfolgt wie in Abschnitt 6.1.3 beschrieben, anhand der Messung einer Referenzfeldstärke. Hierzu wird die Kalibrierleiterplatte über den SMB-Port angeregt und das Feld über den Leiterbahnen gemessen, die zur Feinpositionierung verwendet werden. Um eine möglichst konstante Stromverteilung entlang dieser Leiterbahnen zu erzeugen, sind beide Leiterbahnen angepasst terminiert sind. Dabei sind sie so dimensioniert, dass sie eine Wellenimpedanz von  $100 \Omega$  haben. Da die Leiterbahnen parallel an dem SMB-Port angeschlossen sind, hat dieser eine Eingangsimpedanz von  $50 \Omega$ .

Mit Kenntnis der anregenden Spannung bzw. Leistung, wird die Stromverteilung auf der Kalibrierleiterplatte mithilfe der Leitungstheorie bestimmt. Anhand dieser Stromverteilung wird eine Referenzfeldstärke mit einem Feldmodell der Leiterplatte bestimmt, welches entsprechend der Auslegung aus Kapitel 3 aufgebaut ist.

## A.6 Identifikation des ADF4351-Evaluation-Boards

Für einige der Berechnungen in Abschnitt 7.4 wird der aufgebaute batteriebetriebene Signalgenerator auf Basis des ADF4351-Evaluation-Boards [134] als reale Quelle modelliert. Die dafür verwendeten Messdaten werden an dieser Stelle kurz vorgestellt.

Für alle Setups in dieser Arbeit wird das ADF4351-Evaluation-Board mit der größtmöglichen Ausgangsleistung betrieben, die nach [134] 5 dBm beträgt. Anhand einer Messung mit dem Messempfänger ESRP3 von Rhode & Schwarz wird die

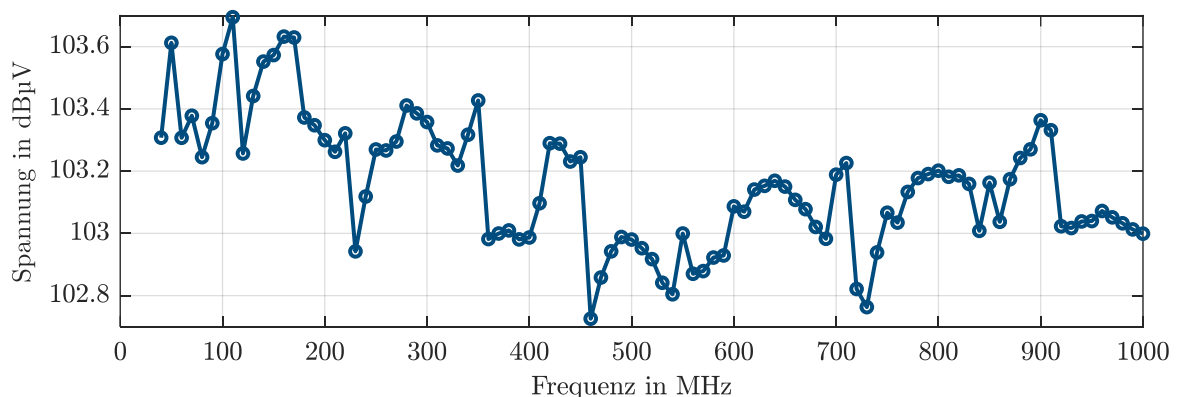


Abbildung A-5: Gemessene Ausgangsspannung des ADF4351-Evaluation-Boards.

Ausgangsspannung des Signalgenerators an einer 50- $\Omega$ -Last gemessen. Es werden die Messparameter aus Tabelle 7-6 verwendet. Die Messergebnisse sind in Abbildung A-5 dargestellt.

Der Innenwiderstand des Signalgenerators wird mit einem NWA anhand einer Reflexionsmessung bestimmt. Der so ermittelte Innenwiderstand ist in Abbildung A-6 dargestellt.

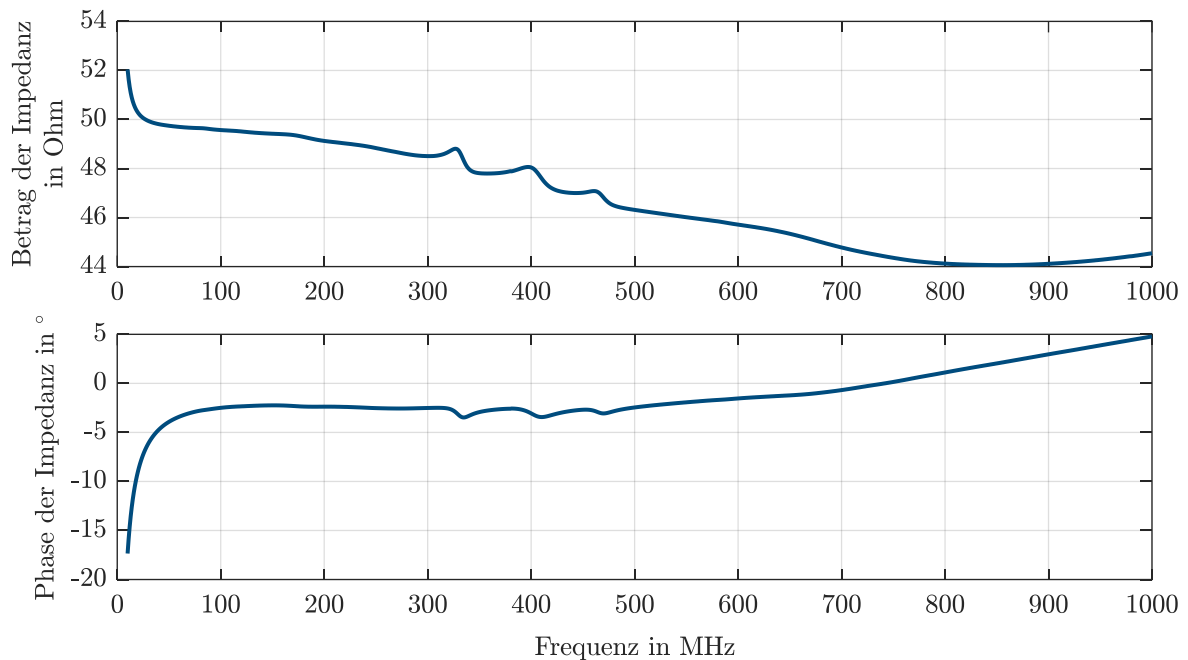


Abbildung A-6: Gemessener Innenwiderstand des ADF4351-Evaluation-Boards.

## A.7 Kabeldämpfung bei Antennenmessung

Für die Antennenmessung wird der Antennenfußpunkt über ein langes Kabel sowie über die Kabeldurchführung der Absorberkammer mit dem Messgerät verbunden. Aufgrund der Länge wird eine nicht zu vernachlässigende Dämpfung durch das Kabel erwartet, die mit einem Netzwerkanalysator gemessen wird. Der Streuparameter  $s_{21}$  wird direkt als Dämpfungsfaktor  $a_{KD}$  interpretiert, der in Abschnitt 7.4.3 eingeführt wird. Die gemessene Dämpfung des Kabels ist in Abbildung A-7 dargestellt.

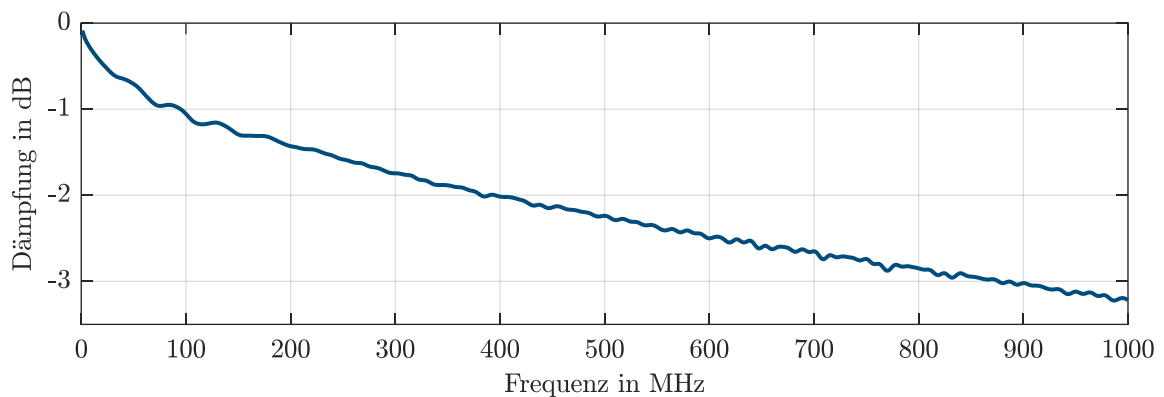


Abbildung A-7: Gemessene Dämpfung des Kabels zwischen Antennenfußpunkt und Messgerät.

---

## Literaturangaben

- [1] S.-W. Guan, C.-W. Kuo, C.-D. Li, und S.-M. Wu, „Multidirectional Trace Current Probe Array Design for Determining ESD Distribution in the Time Domain Through Near-Field Scan“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 62, Nr. 4, S. 987–996, Aug. 2020, doi: 10.1109/TEMC.2019.2953179.
- [2] R. Hou, M. Spirito, F. V. Rijs, und L. C. N. de Vreede, „Contactless Measurement of Absolute Voltage Waveforms by a Passive Electric-Field Probe“, *IEEE Microw. Wirel. Compon. Lett.*, Bd. 26, Nr. 12, S. 1008–1010, Dez. 2016, doi: 10.1109/LMWC.2016.2623250.
- [3] W. Fang *u. a.*, „Noncontact RF Voltage Sensing of a Printed Trace via a Capacitive-Coupled Probe“, *IEEE Sens. J.*, Bd. 18, Nr. 21, S. 8873–8882, Nov. 2018, doi: 10.1109/JSEN.2018.2869908.
- [4] C. Luo *u. a.*, „Collocated and Simultaneous Measurements of RF Current and Voltage on a Trace in a Noncontact Manner“, *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, Bd. 67, Nr. 6, S. 2406–2415, Juni 2019, doi: 10.1109/TMTT.2019.2905204.
- [5] D. Deschrijver, F. Vanhee, D. Pissoot, und T. Dhaene, „Automated Near-Field Scanning Algorithm for the EMC Analysis of Electronic Devices“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 54, Nr. 3, S. 502–510, Jan. 2012, doi: 10.1109/TEMC.2011.2163821.
- [6] S. Serpaud, A. Boyer, S. Ben-Dhia, und F. Coccetti, „Fast and Accurate Near-Field Measurement Method Using Sequential Spatial Adaptive Sampling (SSAS) Algorithm“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 63, Nr. 3, S. 858–869, Juni 2021, doi: 10.1109/TEMC.2020.3025547.
- [7] H. Zhao, X. Li, Z. Chen, und J. Hu, „Skeletonization-Scheme-Based Adaptive Near Field Sampling for Radio Frequency Source Reconstruction“, *IEEE Internet Things J.*, Bd. 6, Nr. 6, S. 10219–10228, Dez. 2019, doi: 10.1109/JIOT.2019.2936819.
- [8] P. Singh, D. Deschrijver, D. Pissoot, und T. Dhaene, „Accurate Hotspot Localization by Sampling the Near-Field Pattern of Electronic Devices“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 55, Nr. 6, S. 1365–1368, Dez. 2013, doi: 10.1109/TEMC.2013.2265158.
- [9] „Integrated circuits – Measurement of electromagnetic emissions – Part 3: Measurement of radiated emissions – Surface scan method“, IEC TS 61967-3, Aug. 2014.
- [10] D. Baudry, C. Arcambal, A. Louis, Bé. Mazari, und P. Eudeline, „Applications of the Near-Field Techniques in EMC Investigations“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 49, Nr. 3, S. 485–493, Aug. 2007, doi: 10.1109/TEMC.2007.902194.
- [11] H. Funato, H. Osaka, und I. Hoda, „Application of a magnetic near-field probe to the differentiation of defective connections“, in *Proc. 2016 IEEE Int. Symp. on*

- Electromagn. Compat.*, Juli 2016, S. 25–29. doi: 10.1109/ISEMC.2016.7571571.
- [12] C. A. Balanis, *Antenna theory: Analysis and design*, 3. Ed. Hoboken, N.J.: Wiley-Interscience, 2012.
- [13] D. Baudry u. a., „Plane wave spectrum theory applied to near-field measurements for electromagnetic compatibility investigations“, *IET Sci. Meas. Amp Technol.*, Bd. 3, Nr. 1, S. 72–83, Jan. 2009.
- [14] J.-C. Zhang, X. Wei, L. Ding, X.-K. Gao, und Z.-X. Xu, „An EM Imaging Method Based on Plane-Wave Spectrum and Transmission Line Model“, *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, Bd. 68, Nr. 10, S. 4161–4168, Okt. 2020, doi: 10.1109/TMTT.2020.3011416.
- [15] P. Maheshwari, H. Kajbaf, V. V. Khilkevich, und D. Pommerenke, „Emission Source Microscopy Technique for EMI Source Localization“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 58, Nr. 3, S. 729–737, Jan. 2016, doi: 10.1109/TEMC.2016.2524594.
- [16] T.-H. Song, X.-C. Wei, J.-J. Ju, W.-T. Liang, und R. X.-K. Gao, „An Effective EMI Source Reconstruction Method Based on Phaseless Near-Field and Dynamic Differential Evolution“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 64, Nr. 5, S. 1506–1513, Okt. 2022, doi: 10.1109/TEMC.2022.3181142.
- [17] C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*, 2nd Edition. Hoboken, N.J.: Wiley, 2011.
- [18] O. Zinke und H. Brunswig, *Lehrbuch der Hochfrequenztechnik*. Berlin; Heidelberg: Springer, 2013.
- [19] X. Gao, J. Fan, Y. Zhang, H. Kajbaf, und D. Pommerenke, „Far-Field Prediction Using Only Magnetic Near-Field Scanning for EMI Test“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 56, Nr. 6, S. 1335–1343, Mai 2014, doi: 10.1109/TEMC.2014.2322081.
- [20] Y. Álvarez, M. Rodríguez, F. Las-Heras, und M. M. Hernando, „On the Use of the Source Reconstruction Method for Estimating Radiated EMI in Electronic Circuits“, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Bd. 59, Nr. 12, S. 3174–3183, Dez. 2010, doi: 10.1109/TIM.2009.2036455.
- [21] H. Weng, D. G. Beetner, und R. E. DuBroff, „Prediction of Radiated Emissions Using Near-Field Measurements“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 53, Nr. 4, S. 891–899, Nov. 2011, doi: 10.1109/TEMC.2011.2141998.
- [22] J.-R. Regue, M. Ribo, J.-M. Garrell, und A. Martin, „A genetic algorithm based method for source identification and far-field radiated emissions prediction from near-field measurements for PCB characterization“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 43, Nr. 4, S. 520–530, Jan. 2001, doi: 10.1109/15.974631.
- [23] Y. Vives-Gilabert, C. Arcambal, A. Louis, F. Daran, P. Eudeline, und B. Mazari, „Modeling Magnetic Radiations of Electronic Circuits Using Near-Field Scanning

- Method“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 49, Nr. 2, S. 391–400, Jan. 2007, doi: 10.1109/TEMC.2006.890168.
- [24] X. Tong, D. W. P. Thomas, A. Nothofer, P. Sewell, und C. Christopoulos, „Modeling Electromagnetic Emissions From Printed Circuit Boards in Closed Environments Using Equivalent Dipoles“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 52, Nr. 2, S. 462–470, Mai 2010, doi: 10.1109/TEMC.2010.2044181.
- [25] Z. Yu, J. A. Mix, S. Sajuyigbe, K. P. Slattery, und J. Fan, „An Improved Dipole-Moment Model Based on Near-Field Scanning for Characterizing Near-Field Coupling and Far-Field Radiation From an IC“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 55, Nr. 1, S. 97–108, Jan. 2013, doi: 10.1109/TEMC.2012.2207726.
- [26] J. Zhang, D. Pommerenke, und J. Fan, „Determining Equivalent Dipoles Using a Hybrid Source-Reconstruction Method for Characterizing Emissions From Integrated Circuits“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 59, Nr. 2, S. 567–575, 2017, doi: 10.1109/TEMC.2016.2638758.
- [27] L. Zhang, L. Zhang, B. Wang, S. Liu, und C. Papavassiliou, „Hybrid Prediction Method for the Electromagnetic Interference Characteristics of Printed Circuit Boards Based on the Equivalent Dipole Model and the Finite-Difference Time Domain Method“, *IEEE Access*, Bd. 6, S. 6520–6529, 2018, doi: 10.1109/ACCESS.2017.2782879.
- [28] W. Liu, Z. Yan, J. Wang, Z. Min, und Z. Ma, „An Improved Equivalent Dipole Moment Source Model Based on Regularization Optimization Method for Near Field-Far Field Conversion“, *IEEE Access*, Bd. 8, S. 42504–42518, Jan. 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.2976907.
- [29] Q. Huang *u. a.*, „A Novel RFI Mitigation Method Using Source Rotation“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 63, Nr. 1, S. 11–18, Feb. 2021, doi: 10.1109/TEMC.2020.2995828.
- [30] Y.-F. Shu, X.-C. Wei, J. Fan, R. Yang, und Y.-B. Yang, „An Equivalent Dipole Model Hybrid With Artificial Neural Network for Electromagnetic Interference Prediction“, *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, Bd. 67, Nr. 5, S. 1790–1797, Mai 2019, doi: 10.1109/TMTT.2019.2905238.
- [31] K. Kwak, T. Bae, K. Hong, H. Kim, und J. Kim, „Accuracy investigation of equivalent dipole arrays for near-field estimation in presence of shielding or dielectric structures“, *Microw Opt Technol Lett Microw. Opt. Technol. Lett.*, Jan. 2019, doi: 10.1002/mop.32223.
- [32] J. Wen, X.-C. Wei, Y.-L. Zhang, und T.-H. Song, „Near-Field Prediction in Complex Environment Based on Phaseless Scanned Fields and Machine Learning“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 63, Nr. 2, S. 571–579, Apr. 2021, doi: 10.1109/TEMC.2020.3004251.
- [33] P. Li und L. J. Jiang, „Source Reconstruction Method-Based Radiated Emission Characterization for PCBs“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 55, Nr. 5, S. 933–940, Okt. 2013, doi: 10.1109/TEMC.2012.2235837.

- [34] H. Rezaei *u. a.*, „Source Reconstruction in Near-Field Scanning Using Inverse MoM for RFI Application“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 62, Nr. 4, S. 1628–1636, Jan. 2020, doi: 10.1109/TEMC.2020.3006031.
- [35] L. Wang, Y. Zhang, F. Han, J. Zhou, und Q. H. Liu, „A Phaseless Inverse Source Method (PISM) Based on Near-Field Scanning for Radiation Diagnosis and Prediction of PCBs“, *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, Bd. 68, Nr. 10, S. 4151–4160, Jan. 2020, doi: 10.1109/TMTT.2020.3006564.
- [36] L. Wang, Y. Zhong, L. Chen, Z. He, J. Zhou, und Q. H. Liu, „Radiation Diagnosis of PCBs and ICs Using Array Probes and Phaseless Inverse Source Method With a Joint Regularization“, *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, Bd. 70, Nr. 2, S. 1442–1453, Feb. 2022, doi: 10.1109/TMTT.2021.3134649.
- [37] Z. A. Wang, J. F. Mao, L. J. Jiang, und P. Li, „Localization and Identification of EMI Sources in Shielding Enclosures Based on a Two-Step Source Reconstruction Method“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 65, Nr. 4, S. 972–981, Aug. 2023, doi: 10.1109/TEMC.2023.3261400.
- [38] H. Weng, D. G. Beetner, R. E. DuBroff, und J. Shi, „Estimation of High-Frequency Currents From Near-Field Scan Measurements“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 49, Nr. 4, S. 805–815, Nov. 2007, doi: 10.1109/TEMC.2007.908264.
- [39] Q. Chen, S. Kato, und K. Sawaya, „Estimation of Current Distribution on Multi-layer Printed Circuit Board by Near-Field Measurement“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 50, Nr. 2, S. 399–405, Jan. 2008, doi: 10.1109/TEMC.2008.921028.
- [40] S. Kato, Q. Chen, und K. Sawaya, „Current Estimation on Multi-Layer Printed Circuit Board with Lumped Circuits by Near-Field Measurement“, *IEICE Trans. Commun.*, Bd. E91.B, Nr. 11, S. 3788–3791, Nov. 2008, doi: 10.1093/iet-com/e91-b.11.3788.
- [41] D. Rinas, P. Ahl, und S. Frei, „PCB current identification based on near-field measurements using preconditioning and regularization“, *Adv. Radio Sci.*, Bd. 14, S. 121–127, Jan. 2016, doi: 10.5194/ars-14-121-2016.
- [42] D. Rinas, „Erstellung von Leiterplatten-Abstrahlmodellen unter Beachtung der dominanten Strompfade“, Dissertation, Technische Universität Dortmund, Dortmund, 2018. doi: 10.17877/DE290R-19073.
- [43] W.-J. Zhao, E.-X. Liu, B. Wang, S.-P. Gao, und C. E. Png, „Differential Evolutionary Optimization of an Equivalent Dipole Model for Electromagnetic Emission Analysis“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, S. 1635–1639, Jan. 2018, doi: 10.1109/TEMC.2018.2797265.
- [44] Q. Huang, F. Zhang, T. Enomoto, J. Maeshima, K. Araki, und C. Hwang, „Physics-Based Dipole Moment Source Reconstruction for RFI on a Practical Cell-phone“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 59, Nr. 6, S. 1693–1700, Dez. 2017, doi: 10.1109/TEMC.2017.2705641.

- [45] H. Zhao, S. Tao, Z. Chen, und J. Hu, „Sparse Source Model for Prediction of Radiations by Transmission Lines on a Ground Plane Using a Small Number of Near-Field Samples“, *IEEE Antennas Wirel. Propag. Lett.*, Bd. 18, Nr. 1, S. 103–107, Jan. 2019, doi: 10.1109/LAWP.2018.2882132.
- [46] Y.-F. Shu, X.-C. Wei, R. Yang, und E.-X. Liu, „An Iterative Approach for EMI Source Reconstruction Based on Phaseless and Single-Plane Near-Field Scanning“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 60, Nr. 4, S. 937–944, Jan. 2018, doi: 10.1109/TEMC.2017.2756902.
- [47] J. Zhang und J. Fan, „Source Reconstruction for IC Radiated Emissions Based on Magnitude-Only Near-Field Scanning“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 59, Nr. 2, S. 557–566, Jan. 2017, doi: 10.1109/TEMC.2016.2638760.
- [48] W.-J. Zhao *u. a.*, „An Effective and Efficient Approach for Radiated Emission Prediction Based on Amplitude-Only Near-Field Measurements“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 54, Nr. 5, S. 1186–1189, Okt. 2012, doi: 10.1109/TEMC.2012.2215874.
- [49] B. Wang, E.-X. Liu, W.-J. Zhao, und C. E. Png, „Reconstruction of Equivalent Emission Sources for PCBs From Near-Field Scanning Using a Differential Evolution Algorithm“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 60, Nr. 6, S. 1670–1677, Jan. 2018, doi: 10.1109/TEMC.2017.2769103.
- [50] T.-H. Song, X.-C. Wei, Z.-Y. Tang, und R. X.-K. Gao, „Broadband Radiation Source Reconstruction Based on Phaseless Magnetic Near-Field Scanning“, *IEEE Antennas Wirel. Propag. Lett.*, Bd. 20, Nr. 1, S. 113–117, Jan. 2021, doi: 10.1109/LAWP.2020.3042538.
- [51] Q. Huang und J. Fan, „Machine Learning Based Source Reconstruction for RF Desense“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 60, Nr. 6, S. 1640–1647, Dez. 2018, doi: 10.1109/TEMC.2018.2797132.
- [52] M. Richter, *Inverse problems: basics, theory and applications in geophysics*, Second edition. in *Lecture notes in geosystems mathematics and computing*. Cham: Birkhäuser, 2020. doi: 10.1007/978-3-030-59317-9.
- [53] P. Deuffhard und A. Hohmann, *Numerische Mathematik 1: Eine algorithmisch orientierte Einführung*, 5. Auflage. Berlin; Boston: De Gruyter, 2019. doi: 10.1515/9783110614329.
- [54] R. W. Freund und R. H. W. Hoppe, Hrsg., *Stoer/Bulirsch: Numerische Mathematik 1*, 10. neu bearb. Aufl. Berlin; Heidelberg: Springer, 2007. doi: 10.1007/978-3-540-45390-1.
- [55] T. Arens, F. Hettlich, C. Karpfinger, U. Kockelkorn, K. Lichtenegger, und H. Stachel, *Mathematik*, 4. Auflage. in *Lehrbuch*. Berlin: Springer Spektrum, 2018.
- [56] D. S. Watkins, *Fundamentals of matrix computations*, 2nd ed. in *Pure and applied mathematics*. New York: Wiley-Interscience, 2002.
- [57] G. H. Golub und C. F. Van Loan, *Matrix computations*, 4. Ed. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 2013.

- [58] A. Kirsch, *An introduction to the mathematical theory of inverse problems*, 3. Ed. Cham: Springer Nature, 2021. doi: 10.1007/978-3-030-63343-1.
- [59] H. W. Engl, M. Hanke-Bourgeois, und A. Neubauer, *Regularization of inverse problems*. Dordrecht: Kluwer Acad. Publ, 2000.
- [60] G. H. Golub, M. Heath, und G. Wahba, „Generalized Cross-Validation as a Method for Choosing a Good Ridge Parameter“, *Technometrics*, Bd. 21, Nr. 2, S. 215–223, Mai 1979, doi: 10.1080/00401706.1979.10489751.
- [61] P. C. Hansen, „Analysis of Discrete Ill-Posed Problems by Means of the L-Curve“, *SIAM Rev.*, Bd. 34, Nr. 4, S. 561–580, Dez. 1992, doi: 10.1137/1034115.
- [62] W. Dahmen und A. Reusken, *Numerik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*, 2. korrigierte Aufl. Berlin; Heidelberg: Springer, 2008.
- [63] A. J. Schwab und W. Kürner, *Elektromagnetische Verträglichkeit*, 6. bearb. und Aktual. Aufl. Berlin: Springer, 2011. doi: 10.1007/978-3-642-16610-5.
- [64] K.-H. Gonschorek, *EMV für Geräteentwickler und Systemintegratoren*. Berlin: Springer, 2005.
- [65] C. R. Paul, *Inductance: Loop and partial*. Hoboken, N.J.: Wiley, 2010.
- [66] G. Wunsch und H.-G. Schulz, *Elektromagnetische Felder*. Berlin: Verl. Technik, 1996.
- [67] M. Leone, *Theoretische Elektrotechnik: Elektromagnetische Feldtheorie für Ingenieure*, 1. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2018. doi: 10.1007/978-3-658-18317-2.
- [68] Q. Huang *u. a.*, „MoM-Based Ground Current Reconstruction in RFI Application“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 60, Nr. 4, S. 1121–1128, Jan. 2018, doi: 10.1109/TEMPC.2018.2791539.
- [69] „IEEE Standard for Mechanical Core Specifications for Microcomputers Using IEC 60603-2 Connectors“, IEEE Std 1101.1, 1998. doi: 10.1109/IEEE-ESTD.1998.88824.
- [70] C. R. Paul, *Introduction to electromagnetic compatibility*, 2. ed. Hoboken, N.J.: Wiley, 2006. doi: 10.1002/0471758159.
- [71] K. Küpfmüller, W. Mathis, und A. Reibiger, *Theoretische Elektrotechnik: Eine Einführung*, 19. aktual. Aufl. in Springer-Lehrbuch. Berlin; Heidelberg: Springer, 2013. doi: 10.1007/978-3-642-37940-6.
- [72] A. J. Schwab, *Begriffswelt der Feldtheorie: Elektromagnetische Felder, Maxwell-Gleichungen, Gradient, Rotation, Divergenz*, 7. bearb. und erg. Aufl. in Springer-Lehrbuch. Berlin; Heidelberg: Springer, 2013. doi: 10.1007/978-3-642-34566-1.
- [73] H.-D. Brüns, „CONCEPT-II Version 12.0, build no. 53“. Hamburg, Juni 2021. [Online]. Verfügbar unter: <http://www.tet.tuhh.de/concept/>
- [74] K. L. Kaiser, *Electromagnetic compatibility handbook*. Boca Raton; London; New York; Washington, D.C.: CRC Press, 2005.

- [75] M. Leone, „Berechnung des Ein- und Abstrahlungsverhaltens von Leiterplatten mit der Momentenmethode“, Dissertation, Technische Universität Hamburg, Hamburg, 2000.
- [76] D. A. Hill, D. G. Camell, K. H. Cavcey, und G. H. Koepke, „Radiated emissions and immunity of microstrip transmission lines: theory and reverberation chamber measurements“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 38, Nr. 2, S. 165–172, Mai 1996, doi: 10.1109/15.494619.
- [77] M. Leone, „Closed-Form Expressions for the Electromagnetic Radiation of Microstrip Signal Traces“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 49, Nr. 2, S. 322–328, Mai 2007, doi: 10.1109/TEMC.2007.897125.
- [78] D. A. Hill, „Radiated emissions and immunity of microstrip transmission lines :: theory and measurements“, National Bureau of Standards, Gaithersburg, MD, NBS TN 1377, 1995. doi: 10.6028/NIST.TN.1377.
- [79] K. Burg, H. Haf, F. Wille, und A. Meister, *Vektoranalysis: Höhere Mathematik für Ingenieure, Naturwissenschaftler und Mathematiker*, 2., Aktualisierte Aufl. 2012. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 2012.
- [80] C. R. Paul, *Analysis of multiconductor transmission lines*, 2. ed. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008.
- [81] D. M. Pozar, *Microwave engineering*, 4. ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2012.
- [82] M. Steer, *Microwave and RF Design: Transmission Lines, Volume 2*, 3. Ed. Raleigh, N.C.: University of North Carolina Press, 2019. doi: 10.5149/9781469656939\_Steer.
- [83] R. K. Hoffmann, *Integrierte Mikrowellenschaltungen: Elektrische Grundlagen, Dimensionierung, technische Ausführung, Technologien*. Berlin; Heidelberg: Springer, 1983. doi: 10.1007/978-3-662-12097-2.
- [84] T. C. Edwards und M. B. Steer, *Foundations for microstrip circuit design*, 4. Ed. Chichester, W.S.: Wiley, 2016.
- [85] H.-G. Unger, *Elektromagnetische Wellen auf Leitungen*, 3., korr. U. erw. Aufl. Heidelberg: Hüthig, 1991.
- [86] M. Giese, „Simulation der elektromagnetischen Wellenausbreitung in komplexen Leitungsstrukturen unter Berücksichtigung von Schirmungseffekten“, Dissertation, Eberhard-Karls-Universität, Tübingen, 2006.
- [87] F. M. Tesche, M. Ianoz, und T. Karlsson, *EMC analysis methods and computational models*. New York: Wiley, 1997.
- [88] C. R. Paul, „Decoupling the multiconductor transmission line equations“, *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, Bd. 44, Nr. 8, S. 1429–1440, Jan. 1996, doi: 10.1109/22.536026.
- [89] M. Papageorgiou, M. Leibold, und M. Buss, *Optimierung: Statische, dynamische, stochastische Verfahren für die Anwendung*, 4. Aufl. Berlin; Heidelberg: Springer Vieweg, 2015.

- [90] P. E. Gill, W. Murray, und M. H. Wright, *Practical optimization*, 11. edition. San Diego: Academic Press, 1997.
- [91] S. Marathe u. a., „Spectrum Analyzer-Based Phase Measurement for Near-Field EMI Scanning“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, S. 848–858, Jan. 2019, doi: 10.1109/TEM.2019.2920344.
- [92] H. Heuermann, *Hochfrequenztechnik*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2009. doi: 10.1007/978-3-8348-9975-0.
- [93] H. Trzaska, *Electromagnetic field measurements in the near field*. Atlanta, GA: Noble Publishing, 2001.
- [94] A. Yariv und P. Yeh, *Optical waves in crystals: propagation and control of laser radiation*. in Wiley series in pure and applied optics. New York: Wiley, 1984.
- [95] W. Bludau, *Lichtwellenleiter in Sensorik und optischer Nachrichtentechnik*. Berlin Heidelberg New York: Springer, 1998.
- [96] K. Pokovic, „Advanced electromagnetic probes for near-field evaluations“, Doctoral Thesis, ETH Zurich, 1999. doi: 10.3929/ethz-a-003823823.
- [97] C. David, B. David, und L. Anne, „Development of an optical near-field test bench for EMC application“, in *Proc. 10th Int. Symp. on Electromagn. Compat.-EMC EUROPE*, York, Sep. 2011, S. 531–536.
- [98] M. G. Spang, „Einsatz von Feldsonden mit mehreren Ausgängen in EMV-Nahfeldmessungen von Leiterplatten“, Dissertation, Friedrich-Alexander-Universität, Erlangen, 2012.
- [99] D. Baudry, A. Louis, und B. Mazari, „Characterization of the Open-Ended Coaxial Probe Used for Near-Field Measurements in EMC Applications“, *Prog. Electromagn. Res.*, Bd. 60, S. 311–333, 2006, doi: 10.2528/PIER05112501.
- [100] A. Tankielun, „Data Post-Processing and Hardware Architecture of Electromagnetic Near-Field Scanner“, Dissertation, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, Hannover, 2008.
- [101] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*. in IEEE Press series on electromagnetic waves. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1993.
- [102] W. Liu, Z. Yan, J. Wang, X. Yan, und J. Fan, „An Ultrawideband Electric Probe Based on U-Shaped Structure for Near-Field Measurement From 9 kHz to 40 GHz“, *IEEE Antennas Wirel. Propag. Lett.*, Bd. 18, Nr. 6, S. 1283–1287, Juni 2019, doi: 10.1109/LAWP.2019.2915258.
- [103] D. Wang, X.-C. Wei, E.-X. Liu, und R. X.-K. Gao, „Probe Design and Source Reconstruction for Near-Field Scanning and Modeling“, *IEEE Electromagn. Compat. Mag.*, Bd. 12, Nr. 1, S. 75–86, 2023, doi: 10.1109/MEMC.2023.10136447.
- [104] Y. Gao, A. Lauer, Q. Ren, und I. Wolff, „Calibration of electric coaxial near-field probes and applications“, *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, Bd. 46, Nr. 11, S. 1694–1703, Nov. 1998, doi: 10.1109/22.734563.

- [105] J. S. Dahele und A. L. Cullen, „Electric Probe Measurements on Microstrip“, *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, Bd. 28, Nr. 7, S. 752–755, Juli 1980, doi: 10.1109/TMTT.1980.1130162.
- [106] M. Kanda, „An Electromagnetic Near-Field Sensor for Simultaneous Electric and Magnetic-Field Measurements“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. EMC-26, Nr. 3, S. 102–110, Aug. 1984, doi: 10.1109/TEMC.1984.304200.
- [107] G.-R. Choi und H. H. Park, „Analytical Probe Factor Models for Rectangular Loop Probes Used in Near-Field Measurements“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, S. 1781–1790, 2021, doi: 10.1109/TEMC.2021.3089906.
- [108] J. Dyson, „Measurement of near fields of antennas and scatterers“, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Bd. 21, Nr. 4, S. 446–460, Juli 1973, doi: 10.1109/TAP.1973.1140518.
- [109] M. Kanda, „Standard probes for electromagnetic field measurements“, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Bd. 41, Nr. 10, S. 1349–1364, Okt. 1993, doi: 10.1109/8.247775.
- [110] T. Dimitrijević, A. Atanaskovic, N. S. Dončov, D. W. P. Thomas, C. Smartt, und M. H. Baharuddin, „Calibration of the loop probe for the near-field measurement“, *Int. J. Microw. Wirel. Technol.*, Bd. 12, Nr. 9, S. 878–884, Nov. 2020, doi: 10.1017/S1759078720000690.
- [111] J. Zhang, K. W. Kam, J. Min, V. V. Khilkevich, D. Pommerenke, und J. Fan, „An Effective Method of Probe Calibration in Phase-Resolved Near-Field Scanning for EMI Application“, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Bd. 62, Nr. 3, S. 648–658, Jan. 2013, doi: 10.1109/TIM.2012.2218678.
- [112] A. Boyer, N. Nohier, F. Caignet, und S. B. Dhia, „Closed-Form Expressions of Electric and Magnetic Near-Fields for the Calibration of Near-Field Probes“, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Bd. 70, S. 1–15, 2021, doi: 10.1109/TIM.2021.3126376.
- [113] S. Marathe, M. Soerensen, V. Khilkevich, D. Pommerenke, J. Min, und G. Muchaidze, „Effect of Inhomogeneous Medium on Fields Above GCPW PCB for Near-Field Scanning Probe Calibration Application“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 61, Nr. 1, S. 3–10, Jan. 2019, doi: 10.1109/TEMC.2018.2817119.
- [114] „Integrated circuits – Measurement of electromagnetic emissions, 150 kHz to 1 GHz – Part 6: Measurement of conducted emissions – Magnetic probe method“, IEC 61967-6 Ed1.1, 2008.
- [115] „Road vehicles - Component test methods for electrical disturbances from narrowband radiated electromagnetic energy - Part 3: Transverse electromagnetic (TEM) cell“, ISO 11452-3, Sep. 2016.
- [116] „Road vehicles - Component test methods for electrical disturbances by narrowband radiated electromagnetic energy - Part 5: Stripline“, ISO 11452-5, Apr. 2002.

- [117] Y.-T. Chou und H.-C. Lu, „Space Difference Magnetic Near-Field Probe With Spatial Resolution Improvement“, *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, Bd. 61, Nr. 12, S. 4233–4244, Dez. 2013, doi: 10.1109/TMTT.2013.2288089.
- [118] R. Kantor und I. V. Shvets, „Measurement of electric-field intensities using scanning near-field microwave microscopy“, *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, Bd. 51, Nr. 11, S. 2228–2234, Nov. 2003, doi: 10.1109/TMTT.2003.818938.
- [119] T. Claeys, G. A. E. Vandenbosch, und D. Pissoot, „Analysis of Different Scalar Probe Compensation Methods for an Array of Near-Field EMI Probes“, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Bd. 63, Nr. 2, S. 344–352, Apr. 2021, doi: 10.1109/TEMC.2020.3008387.
- [120] International Electrotechnical Commission, „Integrated circuits – Measurement of electromagnetic emissions – Part 1-1: General conditions and definitions – Near-field scan data exchange format“, IEC/TR 61967-1-1 Ed.2, 2015.
- [121] X. Tong, „Simplified equivalent modelling of electromagnetic emissions from printed circuit boards“, Ph.D. thesis, University of Nottingham, Nottingham, 2010.
- [122] „3D-Drucker K8200“, Velleman Group nv, Okt. 2023. Zugegriffen: 6. Oktober 2023. [Online]. Verfügbar unter: <https://www.velleman.eu/products/view?id=412554>
- [123] „3Drag controller“, RepRapWiki-Community, Aug. 2019. [Online]. Verfügbar unter: [http://reprap.org/wiki/3Drag\\_controller](http://reprap.org/wiki/3Drag_controller)
- [124] Arduino S.r.l., „Arduino Uno“, Rev. 3, März 2024. Zugegriffen: 21. März 2024. [Online]. Verfügbar unter: <https://docs.arduino.cc/resources/datasheets/A000066-datasheet.pdf>
- [125] Keysight Technologies, Inc., „Agilent E5070B/E5071B ENA Series RF Network Analyzers. User’s Guide“. 2007. Zugegriffen: 16. November 2021. [Online]. Verfügbar unter: <https://www.keysight.com/de/de/assets/9018-05241/user-manuals/9018-05241.pdf>
- [126] „RF-E 10. E-Feldsonde 30 MHz bis 3 GHz“. Zugegriffen: 29. August 2023. [Online]. Verfügbar unter: <https://www.langer-emv.de/de/download/35/10/rf-e-10-e-feldsonde-30-mhz-bis-3-ghz.pdf>
- [127] „RF-U 2.5-2. H-Feldsonde 30 MHz bis 3 GHz“. Zugegriffen: 29. August 2023. [Online]. Verfügbar unter: <https://www.langer-emv.de/de/download/35/11/rf-u-2-5-2-h-feldsonde-30-mhz-bis-3-ghz.pdf>
- [128] Langer EMV-Technik GmbH, „PA 303 SMA. Vorverstärker 100 kHz bis 3 GHz“. Zugegriffen: 17. Januar 2022. [Online]. Verfügbar unter: <https://www.langer-emv.de/de/product/vorverstaerker/37/pa-303-sma-set-vorverstaerker-100-khz-bis-3-ghz/520/pa-303-sma-vorverstaerker-100-khz-bis-3-ghz/42>
- [129] R. Mavaddat, *Network scattering parameters*, 1. Ed. Singapore: World Scientific Publishing, 1996.

- [130] „PIC24FJ64GP205/GU205 Family. 16-Bit eXtreme Low-Power Microcontrollers with USB in Low Pin Count Packages“, 2020. Zugegriffen: 8. April 2024. [Online]. Verfügbar unter: <https://ww1.microchip.com/downloads/en/Device-Doc/PIC24FJ64GP205-GU205-Family-Data-Sheet-DS30010221D.pdf>
- [131] „R&S ESRP. EMI Test Receiver. User Manual“. Zugegriffen: 2. Dezember 2021. [Online]. Verfügbar unter: [https://scdn.rohde-schwarz.com/ur/pws/dl\\_downloads/dl\\_common\\_library/dl\\_manuels/gb\\_1/e/esrp\\_2/ESRP\\_UserManual\\_en\\_08.pdf](https://scdn.rohde-schwarz.com/ur/pws/dl_downloads/dl_common_library/dl_manuels/gb_1/e/esrp_2/ESRP_UserManual_en_08.pdf)
- [132] „Instruction Manual: CT6 - High Frequency AC Current Probe“, Rev. A. Zugegriffen: 2. Juli 2021. [Online]. Verfügbar unter: [https://download.tek.com/manual/071045300\\_RevA.pdf](https://download.tek.com/manual/071045300_RevA.pdf)
- [133] „Vehicles, boats and internal combustion engines - Radio disturbance characteristics - Limits and methods of measurement for the protection of on-board receivers“, CISPR 25 Ed. 4.0, 2015.
- [134] Analog Devices, Inc., „ADF4351. Wideband Synthesizer with Integrated VCO“, Rev. A, 2017. [Online]. Verfügbar unter: <https://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/ADF4351.pdf>
- [135] Espressif Systems, „ESP32 Series Datasheet“, v4.5, 2024. Zugegriffen: 8. April 2024. [Online]. Verfügbar unter: [https://www.espressif.com/sites/default/files/documentation/esp32\\_datasheet\\_en.pdf](https://www.espressif.com/sites/default/files/documentation/esp32_datasheet_en.pdf)
- [136] AMETEK CTS GmbH, „CBL 6141B. Compact X-Wing BiLog Antenna 30 MHz to 2 GHz“. Zugegriffen: 21. Februar 2023. [Online]. Verfügbar unter: [https://www.ametek-cts.com/-/media/ametekcts/importdata/documents/datasheets/teseq/cbl\\_6141b\\_datasheet\\_e01.pdf](https://www.ametek-cts.com/-/media/ametekcts/importdata/documents/datasheets/teseq/cbl_6141b_datasheet_e01.pdf)
- [137] S. Thrun, W. Burgard, und D. Fox, *Probabilistic robotics*. in Intelligent robotics and autonomous agents. Cambridge, Mass: MIT Press, 2005.
- [138] „IEEE Standard for Floating-Point Arithmetic“, IEEE Std 754, 2019. Zugegriffen: 26. April 2022. [Online]. Verfügbar unter: <https://doi.org/10.1109/IEEE-ESTD.2019.8766229>
- [139] I. N. Bronštejn, K. A. Semendjaev, G. Musiol, und H. Mühlig, Hrsg., *Taschenbuch der Mathematik*, 8. vollst. überarb. Aufl. Frankfurt am Main: Harri Deutsch, 2012.
- [140] E. Hammerstad und O. Jensen, „Accurate Models for Microstrip Computer-Aided Design“, in *Proc. 1980 IEEE MTT-S Int. Microw. Symp. Dig.*, Mai 1980, S. 407–409. doi: 10.1109/MWSYM.1980.1124303.
- [141] H.-D. Brüns, „CONMTL Version 1.0, build no. 10“. Hamburg, März 2020. [Online]. Verfügbar unter: <https://www.tet.tuhh.de/concept/mehrfachleitungsanalyse/>

---

## Veröffentlichungen des Autors

- [V1] S. Frei, A. Mushtaq, K. Hermes, und **R. Nowak**, „Current distribution in shielded cable-connector systems for power transmission in electric vehicles“, in *2018 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility and 2018 IEEE Asia-Pacific Symposium on Electromagnetic Compatibility (EMC/APEMC)*, Singapore: IEEE, Mai 2018, S. 881–886. doi: [10.1109/ISEMC.2018.8393908](https://doi.org/10.1109/ISEMC.2018.8393908).
- [V2] A. Henke, **R. Nowak**, und S. Frei, „Analytic Calculation of Shielding Effect of Vehicular Body on Low Frequency Magnetic Fields Induced by High Voltage Cables“, in *2018 International Symposium on Electromagnetic Compatibility (EMC EUROPE)*, Amsterdam: IEEE, Aug. 2018, S. 90–95. doi: [10.1109/EMCEurope.2018.8485111](https://doi.org/10.1109/EMCEurope.2018.8485111).
- [V3] A. Henke, **R. Nowak**, und S. Frei, „Analytische Berechnung der Schirmwirkung von Karosserieblechen und Einsatz von aktiver Kompensation gegen niederfrequente Magnetfelder von HV-Leitungen in Elektrofahrzeugen“, in *emv: Internationale Fachmesse und Kongress für Elektromagnetische Verträglichkeit*, Düsseldorf: Frankfurt/Main : mesago, 2018, S. 320–329. doi: [10.15488/4360](https://doi.org/10.15488/4360).
- [V4] **R. Nowak** und S. Frei, „Einsatz eines iterativen Nahfeldscanverfahrens zur Ermittlung der Stromverteilung von Leiterplatten anhand eines Multi-Dipol-Modells“, in *emv: Internationale Fachmesse und Kongress für Elektromagnetische Verträglichkeit*, Düsseldorf: Frankfurt/Main : mesago, 2018, S. 439–448. doi: [10.15488/4374](https://doi.org/10.15488/4374).
- [V5] **R. Nowak** und S. Frei, „Reconstruction of Current Distribution and Termination Impedances of PCB-Traces by Magnetic Near-Field Data and Transmission-Line Theory“, in *2018 International Symposium on Electromagnetic Compatibility (EMC EUROPE)*, Amsterdam: IEEE, Aug. 2018, S. 579–584. doi: [10.1109/EMCEurope.2018.8485103](https://doi.org/10.1109/EMCEurope.2018.8485103).
- [V6] **R. Nowak** und S. Frei, „Reconstruction of Current Distribution on a Given Conductor Structure Using Frequency Domain Near-Field Data without Phase Information“, in *2019 International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC EUROPE*, IEEE, Sep. 2019, S. 668–673. doi: [10.1109/EMCEurope.2019.8872074](https://doi.org/10.1109/EMCEurope.2019.8872074).
- [V7] A. Henke, **R. J. Nowak**, und S. Frei, „Potentiale der kombinierten H- und E-Feldmessung für die Bestimmung von Spannungs- und Stromverteilungen in Leiterbahnen“, in *emv: Internationale Fachmesse und Kongress für Elektromagnetische Verträglichkeit*, Köln: Aachen : Apprimus, 2020, S. 121–128. doi: [10.15488/10019](https://doi.org/10.15488/10019).
- [V8] **R. J. Nowak**, A. Henke, und S. Frei, „Characterization of EMI Sources from Reconstructed Current Distributions Based on Phase-Less Electric and

- Magnetic Near-Field Data“, in *2020 International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC EUROPE*, IEEE, Sep. 2020, S. 1–6. doi: [10.1109/EMCEUROPE48519.2020.9245636](https://doi.org/10.1109/EMCEUROPE48519.2020.9245636).
- [V9] **R. J. Nowak**, A. Henke, und S. Frei, „Rekonstruktion von Betrag und Phase von Leiterbahnströmen aus phasenlos gemessenen Nahfelddaten“, in *emv: Internationale Fachmesse und Kongress für Elektromagnetische Verträglichkeit*, Köln: Aachen: Apprimus, 2020. doi: [10.15488/10040](https://doi.org/10.15488/10040).
- [V10] **R. Nowak** und S. Frei, „Investigation of an Iterative Method for Finding of Currents, Voltages and Termination Impedances of PCB Traces Based on Phaseless Near-field Data“, in *2021 IEEE International Joint EMC/SI/PI and EMC Europe Symposium*, Juli 2021, S. 509–514. doi: [10.1109/EMC/SI/PI/EMCEurope52599.2021.9559240](https://doi.org/10.1109/EMC/SI/PI/EMCEurope52599.2021.9559240).
- [V11] **R. J. Nowak** und S. Frei, „Nahfeldbasierte Charakterisierung eines schnellen Bus-Systems zur Bestimmung des Störpotentials und der Auslegung von Filtermaßnahmen“, in *Proceedings EMV Kongress 2022: Internationale Fachmesse und Kongress für Elektromagnetische Verträglichkeit*, Köln; Aachen: Apprimus, 2022, S. 109–116. doi: [10.15488/12566](https://doi.org/10.15488/12566).
- [V12] A. Villar-Martinez, L. Ortiz-de-Zarate, L. Rodriguez-Gil, U. Hernandez-Jayo, J. Garcia-Zubia, I. Angulo, C. Terkowsky, T. R. Ortelt, U. Wilkesmann, **R. Nowak**, S. Frei, C. Arguedas-Matarrita, E. Montero-Miranda und P. Orduña, „LabsLand Electronics Laboratory: Distributed, Scalable and Reliable Remote Laboratory for Teaching Electronics“, in *Open Science in Engineering*, Cham: Springer Nature Switzerland, 2023, S. 261–272. doi: [10.1007/978-3-031-42467-0\\_24](https://doi.org/10.1007/978-3-031-42467-0_24).
- [V13] **R. J. Nowak**, M. Lemke und S. Frei, „Messtechnische Validierung und Rechenzeitoptimierung für ein nahfeldbasiertes Stromrekonstruktionsverfahren zur Prädiktion von Antennenmessergebnissen“, in *Proceedings EMV Kongress 2024: Internationale Fachmesse und Kongress für Elektromagnetische Verträglichkeit*, Köln; Aachen: Apprimus, 2024, S. 297–304. doi: [10.15488/16993](https://doi.org/10.15488/16993).

---

## Betreute Abschlussarbeiten

- [A1] S. Evirgen, „Entwicklung eines universellen Ansteuerungskonzepts für Nahfeldscanner zur Bestimmung elektromagnetischer Felder von Leiterplatten“, Bachelorarbeit, Technische Universität Dortmund, Dortmund, 2017.
- [A2] M. Gerten, „Bestimmung der Stromverteilung von benachbarten Leiterbahnen mithilfe der Verteilung des magnetischen Feldes“, Bachelorarbeit, Technische Universität Dortmund, Dortmund, 2017.
- [A3] M. Greger, „Layout-basierte Simulation, Messung und Optimierung der EMV einer CAN-Motortreiber-Platine“, Bachelorarbeit, Technische Universität Dortmund, Dortmund, 2018.
- [A4] F. Kappel, „Entwicklung und Aufbau eines Nahfeldscanner-Sondensystems mit automatischer Kalibration zur vektoriiellen Messung des magnetischen Feldes“, Bachelorarbeit, Technische Universität Dortmund, Dortmund, 2018.
- [A5] L. Kussel, „Implementierung und Vergleich von numerischen Berechnungsverfahren für das magnetische Nahfeld von Leiterplatten“, Bachelorarbeit, Technische Universität Dortmund, Dortmund, 2018.
- [A6] J. Gronostay, „Einbindung von elektrischen Feldmessdaten in Layout-basierten Nahfeldscanverfahren“, Bachelorarbeit, Technische Universität Dortmund, Dortmund, 2019.
- [A7] A. Henke, „Rekonstruktion von Stromverteilungen auf Leiterplatten basierend auf Nahfeldmessungen unter Berücksichtigung der Mehrleiter-Theorie“, Masterarbeit, Technische Universität Dortmund, Dortmund, 2019.
- [A8] D. Hallmann, „Analyse von räumlichen Auflösungsgrenzen in EMV-Nahfeldmessverfahren bei komplexen Platinenleiterbahnstrukturen“, Bachelorarbeit, Technische Universität Dortmund, Dortmund, 2020.
- [A9] M. Lemke, „Bestimmung der Abschlussimpedanzen von Platinenleiterbahnen aus phasenlosen EMV-Nahfeldmessungen“, Bachelorarbeit, Technische Universität Dortmund, Dortmund, 2020.
- [A10] D. Yilmaz, F. Kappel, L. Kussel, M. Rolle, O. Sahin und T. Arendt, „Aufbau und Evaluation eines Scanners zur EMV-Untersuchung von Leiterplatten auf Basis von Low-Budget-Hardware“, Projektgruppe, Technische Universität Dortmund, Dortmund, 2020.
- [A11] F. Kappel, „Vergleichende Analyse verschiedener Stromrekonstruktionsverfahren zur Bestimmung der Störaussendung von Leiterplatten basierend auf Nahfeldmessungen“, Masterarbeit, Technische Universität Dortmund, Dortmund, 2021.
- [A12] L. Kappel, „Nahfeldbasierte Rekonstruktion von Platinenströmen zur Bestimmung von Abschlussimpedanzen und der EMV-Analyse von schnellen Bussystemen“, Bachelorarbeit, Technische Universität Dortmund, Dortmund, 2021.

- [A13] J. Beck, „Analyse der Grenzen von Stromrekonstruktionsverfahren für komplexe Platinenleiterbahnstrukturen auf Basis von EMV-Nahfeldmessungen“, Bachelorarbeit, Technische Universität Dortmund, Dortmund, 2022.
- [A14] P. L. Bergner, „Analyse der Vorhersagequalität von stromrekonstruierten Scanverfahren für Leiterplatten im Vergleich zu direkten EMV-Antennenmessungen“, Bachelorarbeit, Technische Universität Dortmund, Dortmund, 2022.

---

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1-1: Anwendung einer nahfeldbasierten Stromrekonstruktionsmethode zur Bestimmung der Feldemission einer Leiterplatte mit der Option zum geführten Re-Design anhand der Rekonstruktionsergebnisse. ....	2
Abbildung 1-2: Einteilung von Untersuchungsansätze zur Analyse von Nahfelddaten.....	3
Abbildung 2-1: Exemplarische Darstellung der Beobachtungspunkte, an welchen die zur Rekonstruktion verwendeten Felddaten aufgenommen werden (a), sowie die Darstellung des Feldes an einem Punkt, welches von einer exemplarischen Quelle erzeugt wird (b). ....	13
Abbildung 2-2: Schematische Darstellung von Feldquellen (als Pfeile) über einer Massefläche (links) sowie ihre feldäquivalente Darstellung auf Basis der Spiegelungsmethode (rechts). ....	16
Abbildung 2-3: Exemplarische Darstellung der gewählten Quellen (als Pfeile) und der Beobachtungspunkte für das inverse Problem bei Verwendung von äquivalenten Quellen.....	18
Abbildung 2-4: Exemplarische Darstellung der Quellen für das inverse Problem zur Stromrekonstruktion (als Pfeile). ....	19
Abbildung 3-1: Exemplarische Darstellung der Segmentierung einer Leiterbahn. ....	21
Abbildung 3-2: Schematische Darstellung von drei orthogonalen Hertzschen Dipolen an einem Beobachtungspunkt (a) sowie die Repräsentation der Dipolmomente durch den orientierten Segmentstrom (b).....	23
Abbildung 3-3: Anordnung des Leitersegments, für welches die Beschreibung des erzeugten elektrischen bzw. magnetischen Felds gefunden wird (a), sowie der allgemeine Fall eines Segments mit beliebiger Position und Orientierung (b).....	25
Abbildung 3-4: Exemplarische Darstellung der Drehungen von der Segmentorientierung und des Vektors $r$ mit der grundlegenden Visualisierung beider Drehwinkel (a), der beginnenden Drehung um die $z$ -Achse (b) und der abschließenden Drehung um die $y$ -Achse (c). ....	26
Abbildung 3-5: Darstellung der Referenzstruktur in der Draufsicht (a) sowie in einer perspektivischen Ansicht mit der Darstellung der verwendeten Messpunkte (b)...	29
Abbildung 3-6: Exemplarische Darstellung der magnetischen Feldstärke der Teststruktur zur Untersuchung der Feldapproximation für den Parametersatz aus Tabelle 3-1. ....	31
Abbildung 3-7: Mittlere und maximale Abweichungen der Feldapproximationen der vertikalen Komponente des elektrischen Felds für die Parameter aus Tabelle 3-2. ....	34
Abbildung 3-8: Mittlere und maximale Abweichungen der Feldapproximationen der horizontalen Komponenten des magnetischen Felds für die Parameter aus Tabelle 3-2. ....	35
Abbildung 3-9: Maximal zulässige Segmentlänge bzw. erforderliche Diskretisierungszahl zur Segmentierung der Feldmodelle in Abhängigkeit vom Beobachtungsabstand.....	36

Abbildung 3-10: Maximale Abweichungen der Feldapproximationen bei verschiedenen exemplarischen Frequenzen für die in Tabelle 3-4 gelisteten Konfigurationen. ....	38
Abbildung 4-1: Schematische Darstellung einer Doppelleiterstruktur mit den auftretenden elektromagnetischen Feldern, den Flächen, die für die Herleitung der Telegraphengleichungen ausgewertet werden, und den auftretenden Strömen und Spannungen. ....	42
Abbildung 4-2: Schematische Darstellung eines $n + 1$ Leitersystems mit den auftretenden elektromagnetischen Feldern, den Flächen, die für die Herleitung der Telegraphengleichungen genutzt werden und den Strömen und Spannungen für Leiter $i$ . ....	45
Abbildung 4-3: Zerlegung der Leiterstruktur einer Leiterplatte in Abschnitte, für welche Annahmen zur Stromverteilung getroffen werden. ....	49
Abbildung 4-4: Exemplarische Stromsegmente in den Vias einer Leiterplattenstruktur. ....	50
Abbildung 4-5: Schematische Darstellung der Stromverteilung mit Markierung der Segmentströme und Segmenten für den $i$ . Leiterabschnitt. ....	51
Abbildung 4-6: Darstellung der $K$ parallelen Leiter im $i$ . Bereich mit Positionsangaben der Leitersegmente im lokalen Koordinatensystem des Bereichs sowie schematische Darstellung der zugehörigen Stromverteilung auf den Leitern. ....	52
Abbildung 4-7: Exemplarischer Leiterplattenausschnitt (links) mit Schaltungstopologie (rechts) zur Erläuterung der Formulierung der Nebenbedingungen bei Verwendung der BTL-Theorie. ....	56
Abbildung 4-8: Exemplarischer Leiterplattenausschnitt (links) mit Schaltungstopologie (rechts) zur Erläuterung der Formulierung der Nebenbedingungen bei Verwendung der MTL-Theorie. ....	57
Abbildung 4-9: Exemplarische Darstellung einer Kette von Leiterabschnitten. ....	58
Abbildung 4-10: Aufbau der S-förmige Leiterstruktur mit den Punkten, an denen die für die Rekonstruktion verwendeten Felddaten vorliegen. ....	61
Abbildung 4-11: Rekonstruierte Stromverteilung für die S-förmige Struktur anhand von rauschfreien Felddaten. ....	62
Abbildung 4-12: Rekonstruierte Stromverteilung für die S-förmige Struktur anhand von rauschbehafteten Felddaten. ....	63
Abbildung 4-13: Darstellung der Doppelleiterstruktur mit dem Abstand $D$ und der Punkte, an denen die für die Rekonstruktion verwendeten Felddaten vorliegen. ...	64
Abbildung 4-14: Rekonstruierte Strom- und Spannungsverteilungen auf den Leitern der Doppelleiterstruktur für 500 MHz bei einem Leiterabstand von 1 mm und einer Leiterhöhe von 1,5 mm. ....	65
Abbildung 4-15: Mittelwert des Betrags des relativen Fehlers der rekonstruierten Spannungsverteilungen auf der Doppelleiterstruktur in Abhängigkeit des Leiterabstands für verschiedene Leiterhöhen bei verschiedenen Frequenzen. ....	66
Abbildung 5-1: Programmablaufplan des iterativen Verfahrens zur Phasenrekonstruktion. ....	69
Abbildung 5-2: Struktur eines einfachen Leiters mit der Darstellung der Punkte, an welchen die für Rekonstruktion ausgewerteten Felddaten vorliegen. ....	73

Abbildung 5-3: Korridore der Entwicklungen der Kriterien aus (5.6), (5.8) und (5.10) über die Iterationsschritte für verschiedene Rauschpegel mit der Kennzeichnung der Iterationsschritte, für die exemplarische Zwischenergebnisse ausgewertet werden. ....	74
Abbildung 5-4: Rekonstruierte Terminierungsimpedanz, die anhand der Lösungen des iterativen Verfahrens bei den in Abbildung 5-3 dargestellten Zwischenschritten bestimmt wird. ....	75
Abbildung 5-5: Exemplarische Darstellung der mit Ansatz 3 rekonstruierten Terminierungsimpedanzen für Leiter 1 (obere Reihe) und Leiter 2 (untere Reihe) der Doppelleiterstruktur für verschiedene Leiterabstände. ....	77
Abbildung 5-6: Anzahl der Iterationsschritte bis zur Erfüllung der Abbruchbedingung für Ausführungen, welche in die korrekte Lösung konvergieren. ....	78
Abbildung 5-7: Mittelwerte und Standardabweichungen der bestimmten Beträge und Phasen der bezogenen geschätzten Eingangsimpedanz der Leiterstruktur in Abhängigkeit von Frequenz und Pegelrauschen bei einem Terminierungswiderstand von $50 \Omega$ . ....	80
Abbildung 5-8: Mittelwerte der bestimmten Beträge und Phasen der bezogenen geschätzten Eingangsimpedanz in Abhängigkeit von der Frequenz und von der Terminierungsimpedanz. ....	81
Abbildung 6-1: Schematische Darstellung einer Monopolsonde zur Messung von elektrischen Feldern. ....	82
Abbildung 6-2: Schematische Darstellung einer Schleifensonde zur Messung von magnetischen Feldern. ....	83
Abbildung 6-3: Schematischer Aufbau der Magnetfeldmessung quer über einer Leiterbahn (a) sowie exemplarische Darstellung der Feldstärken für (b). ....	85
Abbildung 6-4: Exemplarische Darstellung der Feldquellen (als Pfeile) und der Beobachtungspunkte des erweiterten inversen Problems zur Stromrekonstruktion. ....	87
Abbildung 6-5: Parametrierung des Gitters der Beobachtungspunkte. ....	88
Abbildung 6-6: Exemplarische Spalten der Punktegitter zur Stromrekonstruktion eines einzelnen Leiters über Massefläche. ....	88
Abbildung 6-7: Konditionen des inversen Problems für unterschiedliche Beobachtungspunktegitter für eine einzelne Leitung über Massefläche. ....	89
Abbildung 6-8: Exemplarische Spalten der Punktegitter zur Stromrekonstruktion von zwei Leitern über einer Massefläche. ....	90
Abbildung 6-9: Konditionen des inversen Problems für unterschiedliche Beobachtungspunktegitter für zwei Leiter über Massefläche. ....	91
Abbildung 6-10: Geometrische Parameter der Modelle der elektrischen (links) und magnetischen (rechts) Nahfeldsonde mit exemplarischer Darstellung der Punkte, an denen die zur Bestimmung eines Sondenmesswerts simulierten Feldstärken ausgewertet werden. ....	92
Abbildung 6-11: Maximale Abweichung der rekonstruierten Stromverteilung bei Verwendung von simulierten elektrischen Felddaten unter Berücksichtigung des eingeführten Nahfeldsondenmodells für verschiedene Beobachtungsabstände und Sondengrößen. ....	94

Abbildung 6-12: Maximale Abweichung der rekonstruierten Stromverteilung bei Verwendung von simulierten magnetischen Felddaten unter Berücksichtigung des eingeführten Nahfeldsondenmodells für verschiedene Beobachtungsabstände und Sondengrößen.....	94
Abbildung 6-13: Maximaler Amplituden- und Phasenfehler der rekonstruierten Stromverteilungen auf Basis von Felddaten, die anhand der Sondenmodelle verfälscht sind, für verschiedene Anregungsszenarien der Doppelleiterstruktur...	96
Abbildung 7-1: Schematische Darstellung der Komponenten eines Nahfeldscanners zur Messung von Nahfeldverteilungen.....	99
Abbildung 7-2: Foto des realisierten Nahfeldscanners. ....	100
Abbildung 7-3: Screenshot des CONCEPT-II-Simulations-Modells vom Nahfeldscanner zur Untersuchung des durch die metallischen Strukturen verursachten Messfehlers. ....	101
Abbildung 7-4: Abweichung der simulierten Feldstärke 6,5 mm über der Leiterplatte mit Nahfeldscannerstrukturen gegenüber den simulierten Feldstärken ohne Nahfeldscannerstrukturen.....	101
Abbildung 7-5: Leiterplatte mit Doppelleiterkonfiguration während einer Nahfeldmessung im Nahfeldscanner. ....	102
Abbildung 7-6: Oberseite der Leiterplatte mit Doppelleiterkonfiguration (a) sowie die für die Rekonstruktion berücksichtigten Leiter und Feldmesspunkte (b). ....	103
Abbildung 7-7: Schematische Darstellung des Messaufbaus zur Feldmessung an der exemplarischen Doppelleiterstruktur.....	104
Abbildung 7-8: Rekonstruierte Eingangsströme für Szenarien mit gleichphasigen (a) und entgegengerichteten (b) Anregungen. ....	106
Abbildung 7-9: Rekonstruierte Eingangsimpedanz für Szenarien mit gleichphasigen (a) und entgegengerichteten (b) Anregungen.....	107
Abbildung 7-10: SPI-Demonstrator-Leiterplatte während einer Nahfeldmessung im Nahfeldscanner. ....	108
Abbildung 7-11: SPI-Demonstrator-Leiterplatte (a), die für die SPI-Kommunikation verwendeten Leiterbahnen und die für den Nahfeldscan verwendeten Messpunkte (b). ....	109
Abbildung 7-12: Exemplarisch gemessene elektrische und magnetische Feldstärken oberhalb der Leiterbahnen der SPI-Demonstrator-Leiterplatte.....	110
Abbildung 7-13: Entwicklungen des Kriteriums (5.8) zur Entscheidung des Abbruchs des iterativen Verfahrens für die Stromrekonstruktion der SPI-Demonstrator-Leiterplatte.....	111
Abbildung 7-14: Histogramme der rekonstruierten Strombeträge am Mikrocontrollerausgang des SPI-Masters für die betrachteten Untersuchungsfrequenzen. ....	112
Abbildung 7-15: Strommessung mit CT6-Stromsensor an der CLK-Leitung auf der SPI-Demonstrator-Leiterplatte.....	113
Abbildung 7-16: Gemessene und rekonstruierte Ströme am Nahende der Leiter auf der SPI-Demonstrator-Leiterplatte. ....	113
Abbildung 7-17: Rekonstruierte Terminierungsimpedanzen der CLK-Leiterbahn auf der SPI-Demonstrator-Leiterplatte. ....	114

Abbildung 7-18: Gemessene und rekonstruierte Terminierungsimpedanzen durch den Mikrocontroller auf der SPI-Demonstrator-Leiterplatte. ....	115
Abbildung 7-19: Aufbau des batteriebetriebenen Signalgenerators.....	117
Abbildung 7-20: Fotos vom Aufbau der Antennenmessung (a) und dem Signalgenerator im Aluminiumrahmen (b). ....	117
Abbildung 7-21: Aufbau der Antennenmessung mit geometrischen Angaben in der Draufsicht (oben) und in der Seitenansicht (unten). ....	118
Abbildung 7-22: Gegenüberstellung der gemessenen Spannungen am Antennenfußpunkt bei horizontaler und vertikaler Ausrichtung der Antenne. ....	119
Abbildung 7-23: Horizontale (a) und vertikale (b) Monopolstrukturen mit Bemaßung zur Identifizierung der systematischen Abweichungen der Absorberkammer.....	121
Abbildung 7-24: Screenshots der Simulationsmodelle des vertikalen Monopols mit Berücksichtigung der leitfähigen Strukturen in der Umgebung der Leiterplatte (a) und mit idealisierter Umgebung (b). ....	121
Abbildung 7-25: Differenzen zwischen der gemessenen und simulierten Feldstärke für den horizontalen bzw. vertikalen Monopol bei horizontaler bzw. vertikaler Antennenausrichtung sowie Verläufe der linearen Regressionskurven nach (7.11) und (7.12).....	122
Abbildung 7-26: Prädiktion der emittierten Gesamtfeldstärke gegenüber der korrigierten Antennenmessung für alle betrachteten Anregungsszenarien. ....	124
Abbildung 7-27: Absolute Betrags- und Phasendifferenz der Feldbeiträge der einzelnen Leiterbahnen für die untersuchten Anregungsszenarien.....	125
Abbildung A-1: Geometriedarstellung der zwei Rundleiter <i>a</i> und <i>b</i> . ....	IV
Abbildung A-2: Querschnitt einer Mikrostreifenleitung.....	V
Abbildung A-3: Zusätzliche Impedanz zur Bestimmung der Spannungsverteilung in CONCEPT-II.....	VII
Abbildung A-4: Layout der zur Kalibrierung des Nahfeldscanners verwendeten Leiterplatte. ....	VII
Abbildung A-5: Gemessene Ausgangsspannung des ADF4351-Evaluation-Boards.....	VIII
Abbildung A-6: Gemessener Innenwiderstand des ADF4351-Evaluation-Boards. ....	IX
Abbildung A-7: Gemessene Dämpfung des Kabels zwischen Antennenfußpunkt und Messgerät. ....	IX

---

## Tabellenverzeichnis

Tabelle 1-1: Übersicht der bestimmbar Parameter von Quellenverteilungen für die vorgeschlagenen Lösungsansatzkategorien in Abhängigkeit von komplexwertigen bzw. phasenlosen Nahfelddaten als Ausgangsdaten. ....	6
Tabelle 3-1: Parametersatz zur exemplarischen Untersuchung der Teststruktur. ....	31
Tabelle 3-2: Parameter der Teststruktur für die Parameterstudie über die Segmentierung und die Frequenz. ....	33
Tabelle 3-3: Parameter der Teststruktur für die Parameterstudie zur Bestimmung einer hinreichenden Diskretisierung. ....	36
Tabelle 3-4: Parameter der Konfigurationen für die Untersuchung zur Validierung der Feldmodelle mit Auslegung nach Segmentierungskriterium. ....	37
Tabelle 4-1: Merkmale der Rekonstruktionsansätze, die für die Bestimmung der Stromrekonstruktion der S-förmigen Leiterstruktur verwendet werden. ....	61
Tabelle 5-1: Parameter der Ansätze zur Rekonstruktion der Doppelleiterstruktur mit dem iterativen Verfahren. ....	76
Tabelle 5-2: Häufigkeit der Rekonstruktionsergebnisse, die passive Terminierungen entsprechend (5.20) beinhalten. ....	78
Tabelle 7-1: Parameter der NWA-Messung zur Untersuchung der Doppelleiterstruktur. ....	104
Tabelle 7-2: Messparameter des Messempfängers für die Nahfeldmessung der SPI-Demonstrator-Leiterplatte. ....	109
Tabelle 7-3: Anzahl der Ergebnisse mit Stromwerten im jeweiligen Median-Bereich. ....	113
Tabelle 7-4: Anzahl der Rekonstruktionsergebnisse, die im und außerhalb des Median-Bereichs liegen und eine aktive oder passive Terminierung beinhalten. ....	115
Tabelle 7-5: Anregungsszenarien für die Leiterplatte mit der Doppelleiterstruktur zur Untersuchung der Feldprädiktion. ....	117
Tabelle 7-6: Einstellung des Messempfängers für die Antennenmessung und die Nahfeldmessung der Doppelleiterstruktur. ....	119

---

## Danksagung

Diese Promotion wäre nie entstanden, wenn bestimmte Menschen und Einrichtungen meinen bisherigen Lebensweg nicht begleitet hätten. Erst durch sie habe ich die Chance und den Mut bekommen, aber auch die Kreativität und die Ausdauer entwickelt, diesen Weg bis zum Ziel zu verfolgen. Dafür will ich mich sehr herzlich bedanken! Mein erster Dank gebührt dabei meinem Doktorvater, Prof. Stephan Frei. Er hat in mir das Potenzial zur Promotion gesehen, noch lange bevor ich diese für mich in Betracht gezogen habe. Danke für die Gelegenheit zu promovieren, danke für die vielen Gespräche und Diskussionen, und auch danke dafür, dass Sie immer an mich geglaubt haben.

Ebenso gilt mein Dank Prof. Heyno Garbe. Ich bedanke mich für die Übernahme des Korreferats dieser Arbeit und für die herzliche Aufnahme in die EMV-Community. Ohne Sie und Ihr Team hätte ich nie so viele Kontakte in die wissenschaftliche Welt aufbauen können.

Meinem wissenschaftlichen Umfeld habe ich mindestens ebenso zu danken. Ich wäre auf meinem Weg ohne die fachlichen und fachfremden Diskussionen, den inhaltlichen und nicht inhaltlichen Austausch, das Zusammenarbeiten an Themen, das Feedback zu meinen Arbeiten, die Hilfsbereitschaft bei all meinen Anliegen, das Korrigieren meiner Fehler und vieles mehr, nicht weitergekommen. Zu diesem Umfeld zähle ich die aktiven und ehemaligen Mitarbeitenden des Arbeitsgebiets Bordsysteme, aber auch die vielen Freunde und Bekannten, die an der Technischen Universität Dortmund und auch an anderen Universitäten im wissenschaftlichen und nichtwissenschaftlichen Bereich arbeiten oder gearbeitet haben. Ebenso gehören die Studierenden dazu, die ich im Rahmen von Abschlussarbeiten oder studentischen Tätigkeiten betreuen durfte, und die Kommilitonen, mit denen ich zusammen studiert habe. Ich bin sehr glücklich, euch kennengelernt zu haben, und stolz darauf, dass ich mit euch zusammenarbeiten durfte.

Dass ich ein Studium anfangen konnte und in die Ausgangssituation für eine Promotion gekommen bin, ist der Verdienst der Schulen, die ich besucht habe, und der Lehrkräfte, die mich stets gefördert haben. Besonders dankbar bin ich dafür, dass ich als Schüler meine Begeisterung für Technik am Max-Born-Berufskolleg in Recklinghausen ausleben durfte und mir dort der richtige Impuls gegeben wurde, mich für ein Studium einzuschreiben. Ohne diese Unterstützung wäre mein Lebensweg anders verlaufen.

Nicht weniger danke ich meiner Familie und meinen Freunden. Ohne meinen Opa und meinen Vater wäre ich nicht derart für Technik begeistert und hätte wahrscheinlich zwei linke Hände bekommen. Dass ich als Kind nie falsch abgebogen bin, Freiraum zum Entwickeln hatte und in allen Angelegenheiten unterstützt wurde, verdanke ich meiner Mutter und meiner Oma. Meinem Bruder und meinen Freunden danke ich dafür, dass sie immer hilfsbereit sind und immer ein offenes Ohr für mich haben - egal worum es geht. Euch allen bin ich dafür und für noch so viel mehr dankbar.

Der größte Dank gilt meiner Partnerin. Sie hat mich auf den leichten und schweren Abschnitten des Wegs zur Promotion begleitet und mich immer unterstützt. Durch sie hatte ich stets Ausdauer, Motivation und Kraft, um weiterzumachen. Sie gibt mir das Gefühl, alles zu schaffen. Du bist für mich die Größte! ❤️

Ihnen und Euch vielen Dank für alles. Die Erfahrungen und Erkenntnisse aus meiner Zeit als Promovierender werden mich mein Leben lang begleiten. Ich schätze mich sehr glücklich, diese Zeit erlebt zu haben, und wünsche mir, dass die entstandenen Verbindungen ebenso lange bestehenden bleiben. Glück auf!