

BINDER, Karin; RÖßNER, Michael; BÜCHTER, Theresa; EICHLER, Andreas & STEIB, Nicole
München, Kassel, Regensburg

Ein quantitativer empirischer Vergleich 14 verschiedener Visualisierungsformate zu Bayesianischen Aufgaben

1. Einleitung und theoretischer Hintergrund

Bayesianische Aufgaben werden von Laien wie Expertinnen und Experten häufig falsch gelöst (Gigerenzer & Hoffrage, 1995, McDowell & Jacobs, 2017). Selbst Ärztinnen und Ärzte unterliegen in solchen Situationen häufig Fehltrüben, obwohl es zum medizinischen Alltag gehört, derartige statistische Informationen (siehe Tab. 1) erfolgreich interpretieren zu können. Zahlreiche empirische Befunde verdeutlichen jedoch, dass 1) natürliche Häufigkeiten statt Wahrscheinlichkeiten (siehe Tab. 1) und 2) Visualisierungen (siehe Abb. 1) bei der Lösungsfindung unterstützen können (McDowell & Jacobs, 2017, Binder et al., 2015; Böcherer-Linder & Eichler, 2019).

Zu einem medizinischen Test sind folgende Informationen bekannt:

100 von 1000 Personen sind krank.	Eine Person ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 10,0% krank.
85 von den 100 kranken Personen bekommen in dem medizinischen Test ein positives Testergebnis.	Eine kranke Person bekommt in dem medizinischen Test mit einer Wahrscheinlichkeit von 85,0% ein positives Testergebnis.
180 von den 900 nicht kranken Personen bekommen dennoch in dem medizinischen Testergebnis ein positives Testergebnis.	Eine nicht kranke Person bekommt mit einer Wahrscheinlichkeit von 20,0% in dem medizinischen Test dennoch ein positives Testergebnis.

Frage in natürlichen Häufigkeiten: Wie viele der Personen mit einem positiven Testergebnis sind tatsächlich krank?

Frage in Anteilen: Welcher Anteil der Personen mit einem positiven Testergebnis ist tatsächlich krank?

Frage in Wahrscheinlichkeiten: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person mit einem positiven Testergebnis tatsächlich krank ist?

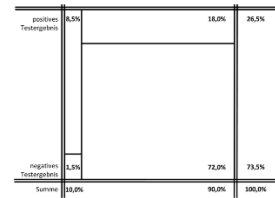
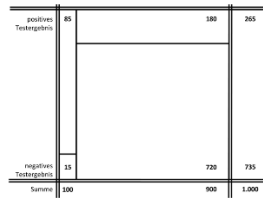
Tabelle 1: Bayesianische Aufgabe links im Häufigkeitsformat, rechts im Wahrscheinlichkeitsformat.

Vierfeldertafel

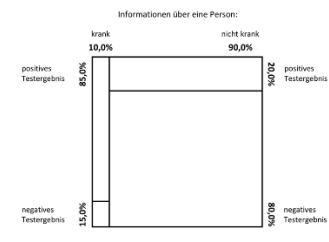
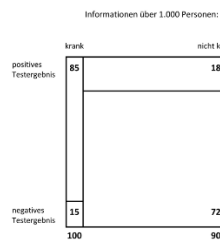
Personen	krank	nicht krank	
positives Testergebnis	85	180	265
negatives Testergebnis	15	720	735
Summe	100	900	1.000

Person	krank	nicht krank	
positives Testergebnis	8,5%	18,0%	26,5%
negatives Testergebnis	1,5%	72,0%	73,5%
Summe	10,0%	90,0%	100,0%

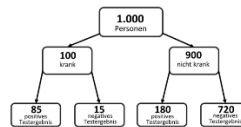
Graphische Vierfeldertafel



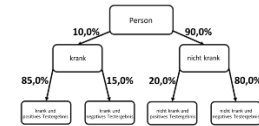
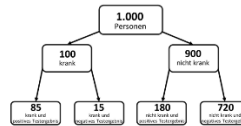
Einheitsquadrat



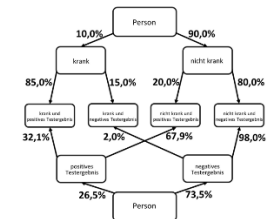
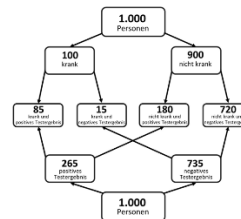
Baum (implizit)



Baum (explizit)



Doppelbaum



Netz

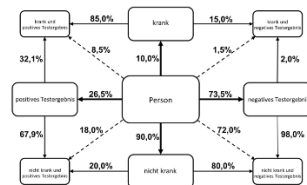
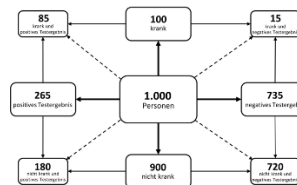


Abb. 1: 14 verschiedene Visualisierungsformate: Sieben Visualisierungen, die jeweils mit absoluten Häufigkeiten (links) oder Prozenten (rechts) ausgefüllt werden können. Die Version mit Prozenten bezeichnen wir analog zur Textvariante auch als Wahrscheinlichkeitsformat.

Dabei gibt es jedoch Visualisierungen, die besonders hilfreich sind, aber auch solche, mit denen Versuchspersonen nicht erfolgreicher sind als in einer reinen Textversion (Binder et al., 2015). So ist beispielsweise bei den in der Schule häufig eingesetzten Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln für die erfolgreiche Lösung einer Aufgabe ganz entscheidend, ob diese absolute Häufigkeiten enthalten oder Prozente. Im Baumdiagramm ist dies naheliegend, da die unterschiedlichen Informationsformate auch mit verschiedenen möglichen Lösungsalgorithmen verbunden sind (z. B. Antwort auf die Frage in Wahrscheinlichkeiten: $\frac{0,1 \cdot 0,85}{0,1 \cdot 0,85 + 0,9 \cdot 0,2}$ vs. in Anteilen: $\frac{85}{85+180}$). Bei der Vierfeldertafel hingegen unterscheiden sich die typischen richtigen Lösungsalgorithmen jedoch nicht (z. B. Antwort auf die Frage in Wahrscheinlichkeiten: $\frac{0,085}{0,265}$ vs. in Anteilen: $\frac{85}{265}$) und dennoch wirkt sich das Informationsformat deutlich auf die Performanz von Versuchspersonen aus. Neben diesen bereits in der Schule etablierten Visualisierungen werden aber für den schulischen Stochastikunterricht weitere Visualisierungen vorgeschlagen, wie beispielsweise Doppelbäume, Netzdiagramme oder Einheitsquadrate. Ein umfassender systematischer Vergleich vieler verschiedener Darstellungen und weiterer Einflussparameter fehlt allerdings bislang.

2. Forschungsfragen und Methode

Aufgrund der bisher gemischten Erkenntnisse zur Wirksamkeit von Visualisierungen und der Empfehlung Anteile statt Wahrscheinlichkeiten zu repräsentieren (Krauss et al., 2020; Böcherer-Linder, 2018; Loibl & Leuders, 2024), untersucht die vorliegende Studie unter anderem folgende Forschungsfragen:

- Liegt bei allen Visualisierungen ein Formateffekt vor (d.h. Aufgaben werden mit Anteilen besser gelöst als mit Wahrscheinlichkeiten, aber schlechter als mit natürlichen Häufigkeiten)?
- Welche Visualisierungen helfen abhängig vom Informationsformat am meisten?

Im Rahmen des DFG-Projekts FehlBa bearbeiteten 2.400 Studierenden unterschiedlicher Fachrichtungen je 6 Bayesianische Aufgaben, die sich hinsichtlich folgender Faktoren unterschieden:

- Informationsformat (Häufigkeiten vs. Wahrscheinlichkeiten)
- Frage nach Häufigkeiten/Anteilen (bei Repräsentation im Häufigkeitsformat) bzw. nach Wahrscheinlichkeiten (bei Wahrscheinlichkeitsformat)
- Repräsentation (Text [Tab. 1] oder eine der 7 Visualisierungen [Abb. 1])
- Zahlenset

- Kontext (medizinischer Kontext [Tab. 1] vs. Märchenkontext)

3. Ergebnisse und Diskussion

Bei allen untersuchten Visualisierungen lag die Lösungsrate im Anteilsformat über der Lösungsrate im Wahrscheinlichkeitsformat und unter der Lösungsrate im Häufigkeitsformat. Im Wahrscheinlichkeitsformat erzielten Versuchspersonen mit den Visualisierungen, bei denen die gesuchte Wahrscheinlichkeit direkt abgelesen werden kann (d.h. Doppelbaum und Netzdiagramm) erwartungsgemäß die besten Ergebnisse. Im Anteilsformat waren hingegen die Lösungsraten bei der (graphischen) Vierfeldertafel am höchsten, während im Format natürlicher Häufigkeiten die Performanz zwischen den Visualisierungen weniger stark variierte.

Insgesamt zeigen sich deutliche Unterschiede hinsichtlich der Lösungsrate abhängig vom Informationsformat und von der dargestellten Visualisierung. Auch hinsichtlich der typischen Fehler, die in den Bearbeitungen der Aufgaben beobachtet werden können, zeigen sich Effekte des Informationsformaten und der Visualisierung: Bestimmte Visualisierungen provozieren manche typischen Fehler, bewahren aber gleichzeitig vor anderen typischen Fehlern. Lehrkräfte sollten sich im Unterricht über diese unterschiedlichen typischen Fehler bewusst sein und könnten gezielt Visualisierungen nutzen, um mit den Schülerinnen und Schülern über typische Fehler ins Gespräch zu kommen.

Literatur

- Binder, K., Krauss, S., & Wiesner, P. (2020). A new visualization for probabilistic situations containing two binary events: the frequency net. *Frontiers in Psychology, 11*, 750.
- Böcherer-Linder, K., Eichler, A., & Vogel, M. (2018). The Bayes' rule: principles of cognitive psychology and empirical studies on how to quantify nested-sets relations. *Journal für Mathematik-Didaktik, 39*, 127-146.
- Eichler, A., Böcherer-Linder, K., & Vogel, M. (2020). Different visualizations cause different strategies when dealing with Bayesian situations. *Frontiers in Psychology, 11*.
- Gigerenzer, G., & Hoffrage, U. (1995). How to improve Bayesian reasoning without instruction: Frequency formats. *Psychological Review, 102*(4), 684–704.
- Krauss, S., Weber, P., Binder, K., & Bruckmaier, G. (2020). Natürliche Häufigkeiten als numerische Darstellungsart von Anteilen und Unsicherheit—Forschungsdesiderate und einige Antworten. *Journal für Mathematik-Didaktik, 41*(2), 485-521.
- Loibl, K., & Leuders, T. (2024). Thinking in proportions rather than probabilities facilitates Bayesian reasoning. In *Proceedings of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society* (Vol. 46).
- McDowell, M., & Jacobs, P. (2017). Meta-analysis of the effect of natural frequencies on Bayesian reasoning. *Psychological bulletin, 143*(12), 1273.