

Ressourcenorientierte Mathematikförderung in der Primarstufe

Pilotierung eines Förderkonzepts

Sarah Schulze  und Jan Kuhl 

Editor's
Choice

Fachgebiet Unterrichtsentwicklungsforschung mit dem Schwerpunkt Inklusion, Fakultät Rehabilitationswissenschaften,
Technische Universität Dortmund, Deutschland

Zusammenfassung: *Hintergrund:* Frühe mathematische Kompetenzen bilden den Grundstein für die Entwicklung von Rechenkompetenzen und somit für einen erfolgreichen Einstieg in Schulmathematik. Schüler_innen, die in diesem Bereich erste Rückstände zeigen, weisen ein erhöhtes Risiko auf, langfristig Schwierigkeiten im mathematischen Lernen zu haben. Jedoch besteht hier auch ein vielversprechender Ansatzpunkt für die Prävention dieser Schwierigkeiten. Für die anknüpfenden arithmetischen Kompetenzen, die im Zuge der ersten Schuljahre erworben werden sollen, liegen jedoch keine umfassenden, evidenzbasierten und kompakten Förderprogramme vor. Dieses Desiderat haben wir zum Anlass genommen, ein Förderkonzept zu entwickeln, welches an die Förderung früher mathematischer Kompetenzen anknüpft und die Lücke zu Rechenkompetenzen schließt. *Methoden:* In einer Pilotstudie wurde das entwickelte Förderkonzept in einem Prä-Post-Kontrollgruppendesign ($N = 60$) auf Fördereffekte untersucht. *Ergebnisse:* Die Trainingsgruppe ($n = 28$) zeigt im Vergleich zur Kontrollgruppe ($n = 32$) nur in einer der erfassten mathematischen Variablen über die Zeit einen signifikant größeren Leistungszuwachs. *Diskussion:* Eine Überarbeitung des Förderprogramms könnte in der stärkeren Berücksichtigung von verschiedenen Repräsentationsmodi zum Aufbau von mathematischen Grundvorstellungen bestehen.

Schlüsselwörter: Interventionsstudie, Mathematikförderung, frühe mathematische Kompetenzen, Rechenschwäche

Resource-Sensitive Math Intervention in Primary School: A Pilot Study

Abstract: *Background:* Early mathematical competencies are the foundation for understanding arithmetic's and thus for successful entry into school mathematics. Students who show initial deficits in this area are at higher risk for long-term difficulties in mathematical learning. However, this is also a promising starting point for the prevention of mathematical learning difficulties. However, to date, there are no comprehensive, evidence-based, and compact intervention programs for the subsequent arithmetical competencies in first grade. To address this lack, we developed an intervention that links to the development of early mathematical competencies and closes the gap to arithmetical skills in first grade. *Methods:* In a pilot study with a pre-post control group design ($N = 60$) we examined the effects of the developed intervention. *Results:* The training group ($n = 28$) shows a significantly greater increase in performance compared to the control group ($n = 32$) in only one of the mathematical variables measured. *Diskussion:* A revision of the intervention could take greater account of the different representation modes for building basic mathematical concepts.

Keywords: Intervention, mathematical training, early numeracy, mathematical learning difficulties

Einleitung

Der Erwerb früher mathematischer Kompetenzen – im Sinne von Vorläuferfertigkeiten des Rechnens – ist richtungsweisend für die weitere Lernentwicklung in Mathematik (Krajewski, 2003; Schulz et al., 2018). Schüler_innen, die hier bereits Wissenslücken aufweisen, haben ein erhöhtes Risiko für persistierende Mathematikschwierigkeiten. Folglich wird hier ein Ansatzpunkt für die Prävention von Rechenschwäche postuliert (Krajewski & Ennemo-

ser, 2013) und eine frühzeitige Diagnostik und Förderung empfohlen. Als inhaltliche Anforderung an gute Förderansätze identifizieren Krajewski und Simanowski (2017) (1) Inhaltsspezifität, (2) Entwicklungsorientierung sowie (3) Verwendung von Materialien und Vorgehensweisen, die Arbeitsgedächtnis, Aufmerksamkeitssteuerung und Selbstregulation entlasten. Weiterhin sollten Förderprogramme empirisch evaluiert sein. Bei den Programmen zur Förderung früher mathematischer Kompetenz erfüllt das Förderprogramm *Mengen, zählen, Zahlen* (MZZ) von

Krajewski, Nieding und Schneider (2010) im deutschsprachigen Raum diese Anforderungen (Krajewski & Simanowski, 2017; zur empirischen Evaluation siehe Ise, Dolle, Pixner & Schulte-Körne, 2012). Das MZZ ist für den Vorschuleinsatz konzipiert und evaluiert. Bei Schüler_innen mit schwachen Rechenleistungen ist eine Förderung früher mathematischer Kompetenz aber noch bis in die zweite Hälfte der ersten Klasse wirksam und eine adaptierte Version des MZZ wurde mit guten Effekten evaluiert (Ennemoser, Sinner & Krajewski, 2015; Sinner, 2011). Für die entwicklungslogisch an den vom MZZ adressierten Inhaltsbereich anknüpfenden Kompetenzen, wie das Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben, gibt es zwar gute didaktische Ansätze und didaktisches Material (z.B. PIKAS, o.D.), jedoch keine den Kriterien von Krajewski und Simanowski (2017) entsprechende und evaluiertes Förderprogramm. Vor allem stellen viele der vorhandenen Materialien hohe Anforderungen an Aufmerksamkeits- und Gedächtnisressourcen, was einer effizienten Nutzung dieser individuellen kognitiven Ressourcen entgegensteht (Hasselhorn & Gold, 2017). Diesen Bedarf haben wir zum Anlass genommen, ein Förderprogramm zu entwickeln, das den Prinzipien *Entwicklungsorientierung* und *Ressourcenorientierung* folgt. Die vorliegende Untersuchung zielte auf die erstmalige Prüfung der Wirksamkeit des Förderprogramms ab.

Entwicklungsorientierte Mathematikförderung

Orientiert sich die Förderung einer spezifischen Kompetenz an deren typischer Entwicklung, wird diese entwicklungsangemessen gefördert (Krajewski, Nieding & Schneider, 2008). Die Voraussetzung hierfür ist, dass es ein Entwicklungsmodell und allgemeine Entwicklungsregeln gibt, die für alle Lernenden gelten (Kuhl, Hecht & Vossen, 2021; Kuhl, Hecht & Euker, 2016). Die Entwicklung wird dabei bereichsspezifisch verstanden. Nicht durch den allgemeinen Entwicklungsstand kann bestimmt werden, inwiefern sich eine Schülerin/ein Schüler einen bestimmten Lerninhalt angeeignet hat, sondern durch die Betrachtung des inhaltspezifischen Vorwissens (Kuhl et al., 2021). In der Didaktik der Mathematik wird in diesem Zusammenhang auch von *Verstehensgrundlagen* gesprochen (Kuhl et al., 2021; Prediger & Schink, 2014). Fragen nach dem Lernziel, dem aktuellen Lernstand und den nächsten Lernschritten sind hierbei leitend.

Für den Erwerb früher mathematischer Kompetenzen – im Sinne von Vorläuferfertigkeiten des Rechnens – liegen bereits verschiedene Entwicklungsmodelle vor (z.B. von Aster, Kucian, Schweiter & Martin, 2005; Krajewski, 2003; Krajewski, 2007, 2013; Fritz & Ricken, 2008; Zusam-

menfassend Fischer, Roesch & Moeller, 2017), die u. a. die Basis von Förderprogrammen oder Diagnostikinstrumenten bilden.

Krajewski (2003, 2007, 2013) beschreibt im Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung (ZGV) wie sich frühe mathematische Kompetenzen über drei Ebenen entwickeln. Ausgehend von der Ziffernkenntnis und der Zahlenfolge vertiefen Lernende ihr Zahlverständnis zunehmend, wobei ein zentraler Meilenstein in der Verknüpfung von Zahlen und präzisen Mengen besteht (Krajewski, 2013). Das Modell endet auf der dritten Ebene mit der Verknüpfung von Zahlen und Mengenrelationen. Lernende, die diese Kompetenzen erworben haben, wissen, dass eine Zahl in verschiedene Portionen zerlegt werden kann, und können den Unterschied zwischen zwei Zahlen wieder durch eine Zahl beschreiben (der Unterschied zwischen 7 und 4 ist 3). Anschließende mathematische Kompetenzen, wie das (flexible) Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben, werden durch das Modell nicht beschrieben.

Jedoch lässt sich auch für die anknüpfenden Lernziele beschreiben, welche Lernschritte vollzogen werden. Die Idee, das mathematische Lernen an der Struktur des Lerngegenstandes zu orientieren, wurde bereits seit den 1980er-Jahren von Kutzer (1982, 1999) mit dem Prinzip des *struktur- und niveaurorientierten Lernens* verfolgt. Die Mehrdimensionalität von Lernprozessen wird hier zum Anlass genommen zwischen der *Komplexität* eines Lerngegenstandes und dem *Niveau*, auf dem sich die Lernenden gedanklich mit dem Lerngegenstand auseinandersetzen, zu unterscheiden. Bei der Komplexität handelt es sich um die Sachstruktur eines Lerngegenstandes, welche sich von einfach bis komplex erstreckt (Kutzer, 1999). Hier besteht eine zentrale Frage darin, welche strukturellen Anforderungen ein bestimmter Lerngegenstand hat. Um diese aufzuschlüsseln, können wiederum Entwicklungsmodelle oder Bildungsstandards herangezogen werden. Die Gliederung dieser Sachstruktur erfolgt anhand der Frage, welche Teilkompetenzen Schüler_innen haben müssen, um ein bestimmtes mathematisches Problem zu lösen (Kutzer, 1999). Beispielsweise müssen Lernende Vorstellungen von Zahlen im Zahlenraum bis 10 und Vorstellungen zu Rechenoperationen haben, um Additionsaufgaben im Zahlenraum bis 10 lösen zu können. Gleichzeitig ist dabei wichtig, auf welchem Niveau die Sachverhalte verinnerlicht werden. Ausgehend von der konkreten Handlung kann die Auseinandersetzung auf der vorstellenden Handlungsebene oder auf der Ebene der abstrakten Denkopoperation stattfinden (Kutzer, 1999). Dieses Prinzip findet sich auch bei Bruner, Oliver und Grennfield (1971), die das sogenannte *EIS-Prinzip* formulierten, bei dem ein mathematischer Sachverhalt auf drei Darstellungsebenen – enaktiv, ikonisch, symbolisch –

erarbeitet wird. Der flexible Wechsel zwischen der Handlung mit Materialien (z. B. Wendepfättchen) und der bildlichen oder rein symbolischen Ebene ist ein zentrales Ziel der Mathematikförderung (z. B. Gaidoschik, 2019; Wartha & Schulz, 2013).

Die Schritte zu einem bestimmten Lernziel lassen sich bei Kutzer in ein sogenanntes Lernstrukturgitter einordnen, in dem auf der Vertikalen das Niveau und auf der Horizontalen die Komplexität abgetragen wird (Kutzer, 1999; Waniek, 1999). So kann der Lernprozess differenziert aufgeschlüsselt und dargestellt werden, womit sich der Ansatz besonders gut für die Planung einer entwicklungsorientierten Förderung eignet. Da die Prinzipien nach wie vor von Relevanz für die Planung von Unterricht und Förderung sind, haben Sasse und Schulzeck (2021) auf Basis von Kutzers Überlegungen die sogenannte Differenzierungsmatrix entwickelt, die sich auf das Lernen in allen Fächern bezieht. Die wesentlichen Prinzipien sind hier erhalten geblieben und es ergeben sich somit mindestens drei Möglichkeiten der Differenzierung: nach Lernniveau, nach Komplexität und nach beiden Dimensionen gleichzeitig. Ein komplexer Lerninhalt kann etwa auf der Ebene der konkreten Handlung bearbeitet werden oder aber es wird mit einem weniger komplexen Inhalt auf rein gedanklicher Ebene gearbeitet.

Die Strukturierung anhand des Lernstrukturgitters ist jedoch für die Entwicklung eines Förderprogramms nicht ausreichend. So müssen die Felder, die sich innerhalb der Matrix ergeben, konkretisiert werden, wozu fachdidaktische Materialien und Ansätze erforderlich sind. Diese werden in den Ausführungen zum Förderkonzept beschrieben.

Ressourcenorientierte Mathematikförderung

Neben der Entwicklungsorientierung sollte die Förderung dem Prinzip der Ressourcenorientierung (Hecht, 2014; Krajewski & Ennemoser, 2010) folgen. Das Lernen stellt generell hohe Anforderungen an die Informationsverarbeitung: Es müssen neue Informationen aufgenommen, verarbeitet und zu bestehendem Wissen in Beziehung gesetzt werden, darüber hinaus soll das Wissen auch noch langfristig gespeichert und möglichst gut abgerufen werden können.

Zusätzlich zu den Vorwissenslücken haben Schüler_innen mit Lernschwierigkeiten oftmals gleichzeitig schwache Arbeitsgedächtnis- und Aufmerksamkeitsfunktionen (Hecht, 2014; Krajewski & Ennemoser, 2010). Beim Arbeitsgedächtnis (AG) handelt es sich um ein internes kognitives System, das dazu dient, Informationen kurze Zeit zu speichern und zu verarbeiten, womit es eine wichtige individuelle Voraussetzung für erfolgreiches Lernen

ist (Hasselhorn & Gold, 2017). Für den Lernbereich Mathematik wurden die Zusammenhänge mit AG-Fähigkeiten vielfach bestätigt (im Überblick: Friso-van den Bos, van der Ven, Kroesbergen & van Luit, 2013). Das AG ist eng mit Aufmerksamkeitsfunktionen verbunden, was sich auch in den Modellvorstellungen zum AG und zur Informationsverarbeitung widerspiegelt (Cowan, 2014). Bevor Informationen im AG aufrechterhalten und verarbeitet werden können, müssen diese erst durch Aufmerksamkeit ausgewählt werden, hierbei ist es notwendig, gleichzeitig irrelevante Informationen auszublenden, da der Speicherplatz sowohl zeitlich als auch mengenmäßig begrenzt ist (Baddeley, 1986, 2012). Lernmaterialien und Lernaufgaben stellen neben inhaltlichen Anforderungen auch Anforderungen aufgrund der Darstellung und des Instruktionsdesigns. Ein Aufgabenblatt, das irrelevante Informationen und viele verschiedene Darstellungen enthält, ist tendenziell ressourcenbelastender als ein reduziert gestaltetes und gut strukturiertes Aufgabenblatt mit wenigen zentralen Formaten.

Die *Cognitive Load Theory* (Sweller, 1989, 2010; Sweller & Chandler, 1991) befasst sich mit der Belastung des kognitiven Systems beim Lernen und so wurden im Rahmen der Theorie eine Reihe von Prinzipien erforscht, durch die das Lernen effizienter gestaltet werden kann. Darunter z. B. das Aussparen von irrelevanten und ablenkenden Reizen, wie sie teilweise in Form von Bildern, Anekdoten oder Fun Facts im Lernmaterial zu finden sind. Weitere Prinzipien wurden für den deutschen Sprachraum u. a. von Krajewski und Ennemoser (2010) sowie Hecht (2014) formuliert:

- auf das Vorwissen und die kognitiven Ressourcen abgestimmte Anforderungen
- Aufbau und Automatisierung von inhaltspezifischem Basiswissen
- Darstellungen, die sich an der Struktur des Lerngegenstands orientieren
- sichtbares Lernziel und intuitiv erkennbare Lösungswege
- eindeutige Darstellungen
- Verzicht auf irrelevante und ablenkende Illustrationen
- Verzicht auf unnötige Formatwechsel
- klare Darstellung von nicht intuitiv erfassbaren Strukturen
- räumlich nahe und integrierte Darstellung von zusammengehörigen Informationen
- Beispiele, die den Transfer auf komplexe Anforderungen erlauben
- (Kuhl et al., 2021, S. 49)

Mit einem ressourcenschonend gestalteten Instruktionsdesign, das auf den Prinzipien der CLT basiert, können die individuellen Lernvoraussetzungen so berücksich-

tigt werden, dass Lernende ihre vorhandenen kognitiven Ressourcen möglichst effizient nutzen können (Kuhl et al., 2021). Die Prinzipien der Ressourcenorientierung beziehen sich teilweise auf die Darstellungen/Aufgabengestaltung und teilweise auf die inhaltlich passgenaue Förderung sowie die Orientierung an der Struktur des Lerngegenstandes. Somit kommt die o.g. Entwicklungsorientierung gleichzeitig auch der Ressourcenorientierung nach. Welchen Effekt die Verwendung ressourcenschonenden Materials auf die Übungsleistung von Schüler_innen hat, konnte Hecht (2014) in einer Gruppenstudie mit 343 Zweitklässler_innen herausstellen. In der Studie zeigte sich, dass die Übungsleistung beim Lernen mit ressourcenschonendem Material (vorwiegend Anpassung des Aufgabendesigns) besser ist als die Übungsleistung beim Lernen mit konventionellem Vergleichsmaterial. Weitere Evidenz für die Wirksamkeit der Ressourcenorientierung stammt aus Studien zu den einzelnen Prinzipien (z. B. de Koning, Rop & Paas, 2020; Sundararajan & Adesope, 2020; Sweller & Chandler, 1991).

Das Förderkonzept

Es wurde ein entwicklungsorientiertes sowie ressourcenorientiertes Förderkonzept entwickelt, das an die Vorläuferfertigkeiten des Rechnens anknüpft und dessen Module und Fördereinheiten flexibel eingesetzt werden können.

Im Anfangsunterricht geht es vor allem um den Erwerb von Grundvorstellungen zu den Rechenoperationen Addition und Subtraktion. Das flexible Lösen von Aufgaben des kleinen Einspluseins und Einsminuseins fällt jedoch nicht in den Bereich, der durch das oben genannte ZGV-Modell beschrieben wird. Für ein tragfähiges Verständnis der Rechenoperationen sind Teilkompetenzen erforderlich, die sich parallel zu den Vorläuferfertigkeiten entwickeln und ausdifferenzieren. So etwa das Verständnis für Operationszeichen und das Stellenwertverständnis (Fischer et al., 2017). Eine weitere Kompetenz, die für das Rechnen als grundlegend angesehen wird, ist die automatisierte Zahlzerlegung (Hasemann & Gasteiger, 2014). Die Zahlzerlegung findet sich auf der dritten Ebene des ZGV-Modells im relationalen Zahlverständnis wieder, muss jedoch stetig auf neue Zahlenräume übertragen werden. Diese sogenannte Verschiebung in der intraindividuellen Entwicklung (Ennemoser, Krajewski & Sinner, 2017) muss in der Förderung berücksichtigt werden.

Im Zuge der Entwicklung der Förderung wurden die folgenden vier Inhaltsbereiche ausgearbeitet, anhand derer schließlich konkrete Fördermodule ausgestaltet wurden:

- Automatisierte Zahlzerlegung im Zahlenraum bis 10 (Zahlzerlegung),

- Symbol- und Konventionswissen (Symbole und Konventionen),
- Zahlenraumerweiterung auf den Zahlenraum bis 20 (ZR 20) und
- Grundaufgaben des kleinen Einspluseins und Einsminuseins (Rechnen).

Das entwickelte Förderkonzept folgt einer modularen Struktur. Jedes Modul besteht aus Bausteinen, bei denen der Schwerpunkt auf verschiedenen Teilkompetenzen liegt, die für ein umfassendes und flexibles Verständnis notwendig sind. Das Modul *Zahlzerlegung* besteht u. a. aus den Bausteinen *Quasi-simultane Anzahlerfassung*, *Mengen und Zahlen zerlegen* sowie *Zerlegungen mit 5*.

Auf Ebene der Bausteine gibt es wiederum Einheiten, die sich den Kategorien *Einführen*, *Festigen* oder *Automatisieren* zuordnen lassen (Abb. 1). Das Fördermanual umfasst daher eine Vielfalt von Einheiten, auf die je nach Bedarf flexibel zurückgegriffen werden kann. Durch die Orientierung am Prinzip des strukturorientierten Lernens wurden die Dimensionen Niveau und Komplexität berücksichtigt. Auf der Dimension Niveau handelt es sich jedoch nicht um eine Entwicklung, die nur in eine Richtung, von konkreter zu symbolischer Ebene, verläuft. Für ein tiefes Verständnis sind hier vor allem Wechsel zwischen den Repräsentationsmodi zentral (Bruner et al., 1971).

Bei der Materialauswahl und -entwicklung ging es, im Sinne der Ressourcenorientierten Lernförderung, um die Auswahl von wenigen zentralen Arbeitsmitteln, auf die immer wieder zurückgegriffen werden soll. Als zentrales Arbeitsmaterial wird im entwickelten Förderkonzept auf das 20er-Feld mit entsprechenden Plättchen zurückgegriffen. Es ermöglicht eine strukturierte Anzahlerfassung sowie das Entdecken von Zusammenhängen und Beziehungen, welches für den Aufbau von nicht-zählenden Rechenstrategien wichtig ist (Rasch & Schütte, 2012, Scherer & Moser Opitz, 2010, Wittmann & Müller, 2009). Es lässt sich zudem leicht in eine bildliche Darstellung überführen und ist anschlussfähig an den höheren Zahlenraum. Letzteres ist gleichzeitig im Sinne der Ressourcenschonung. Bei der Gestaltung von Arbeitsblättern, wird die Ressourcenschonung zudem durch den Verzicht auf irrelevante Informationen umgesetzt. Und auch der Aufbau von inhaltspezifischem Wissen und ein hoher Grad an Automatisierung dienen der Schonung von limitierten AG-Ressourcen.

Um die Bausteine und Einheiten didaktisch umzusetzen, wurde auf Übungen, Materialien und Formate zurückgegriffen, die sich bereits praktisch bewährt haben oder zu denen es einzelne positive Befunde gibt. So ist die Nutzung von Strukturen, wie der Bezug zur 5er-Struktur (Kraft der Fünf) und zur 10er-Struktur wesentlich, um etwa das kardinale Zahlverständnis zu fördern (Häsel-

Weide, Nührenbörger, Moser Opitz & Wittich, 2014; Sinner, 2016). Neben dem 20er-Feld sind Übungen mit Fingern und Fingerbildern (Gaidoschik, 2019, Sinner, 2016) ein zentrales Element des Förderprogramms. Für die Ablösung von zählenden Rechenstrategien sollen die Finger hierbei statisch genutzt werden (Gaidoschik, 2019), wobei z.B. Anzahlen mit den Fingern in einem Zug – im Sinne eines Fingerbildes – gezeigt werden sollen. Ein weiterer Fokus liegt auf dem Verändern von Anzahlen, insbesondere auf dem Halbieren und Verdoppeln (Gaidoschik, 2019), um gezielt Kernaufgaben zu automatisieren, die schließlich die Nutzung von Ableitungsstrategien ermöglichen. Der Aufbau von Vorstellungen zu Zahlen und Operationen wird durch Einheiten gefördert, in denen die Materialhandlungen (z.B. am 20er-Feld) in Anlehnung an das Vierphasenmodell von Wartha und Schulz (2013) rein gedanklich vollzogen werden sollen. Hierbei sind die Schüler_innen etwa dazu aufgefordert, die Veränderung einer Fingerzahl zu beschreiben (*Wie viele Finger sind eingeklapppt und wie viele Finger sind ausgeklapppt, wenn ich 3 Finger zeige?*). Im Bereich Symbol- und Konventionwissen liegt auf der Erarbeitung des Verständnisses für das Gleichheitszeichen. Damit das Gleichheitszeichen damit verknüpft wird, dass gleich viel auf beiden Seiten vorliegt, wird die Erarbeitung mit einer sogenannten *Rechenwaage* verfolgt. Diese ist ähnlich dem Arbeiten mit einer Balkenwaage (z.B. Gaidoschik, 2019; Wember, 2006), jedoch auf rein bildlicher Ebene. Hier wird nicht nur auf der rein symbolischen Ebene, sondern auch auf der bildlichen Ebene gearbeitet, um die Inhalte aus den

vorangegangenen Modulen aufzugreifen. Ein Einblick in die Fördereinheiten findet sich unter: <https://tu-dortmund.sciebo.de/s/DmBZjckjX6JO6D1>

Methoden

Stichprobe und Untersuchungsdesign

Die Effekte der Förderung wurden in einem Prä-Post-Kontrollgruppen-Design mit zwei Gruppen untersucht. Um Schüler_innen für die Förderung zu identifizieren, nahmen 512 Erstklässler_innen aus insgesamt 8 nordrhein-westfälischen Grundschulen zur Mitte des Schuljahres an einem Screening zur Erfassung Mathematischer Basiskompetenzen teil. Die Schüler_innen, die an der Förderung teilnehmen konnten, wurden aufgrund ihrer Testergebnisse im Screening ausgewählt. Als Kriterium für die Auswahl wurde hier ein Prozentrang < 25 festgelegt. Ein weiteres Kriterium bestand in einer Mindestpunktzahl von 5 Rohwertpunkten auf der ersten Ebene des eingesetzten Tests. Bei weniger als 5 Rohwertpunkten eignen sich die Inhaltsbereiche der entwickelten Förderung nicht und eine passende Förderung sollte zunächst auf basalere Kompetenzen abzielen. Kriteriengeleitet wurden so schließlich 60 Schüler_innen in die Stichprobe aufgenommen, diese verteilen sich etwa hälftig auf Trainings- und Kontrollgruppe. Die teilnehmenden Schulen entschieden zu Beginn, ob sie als Trainings- oder

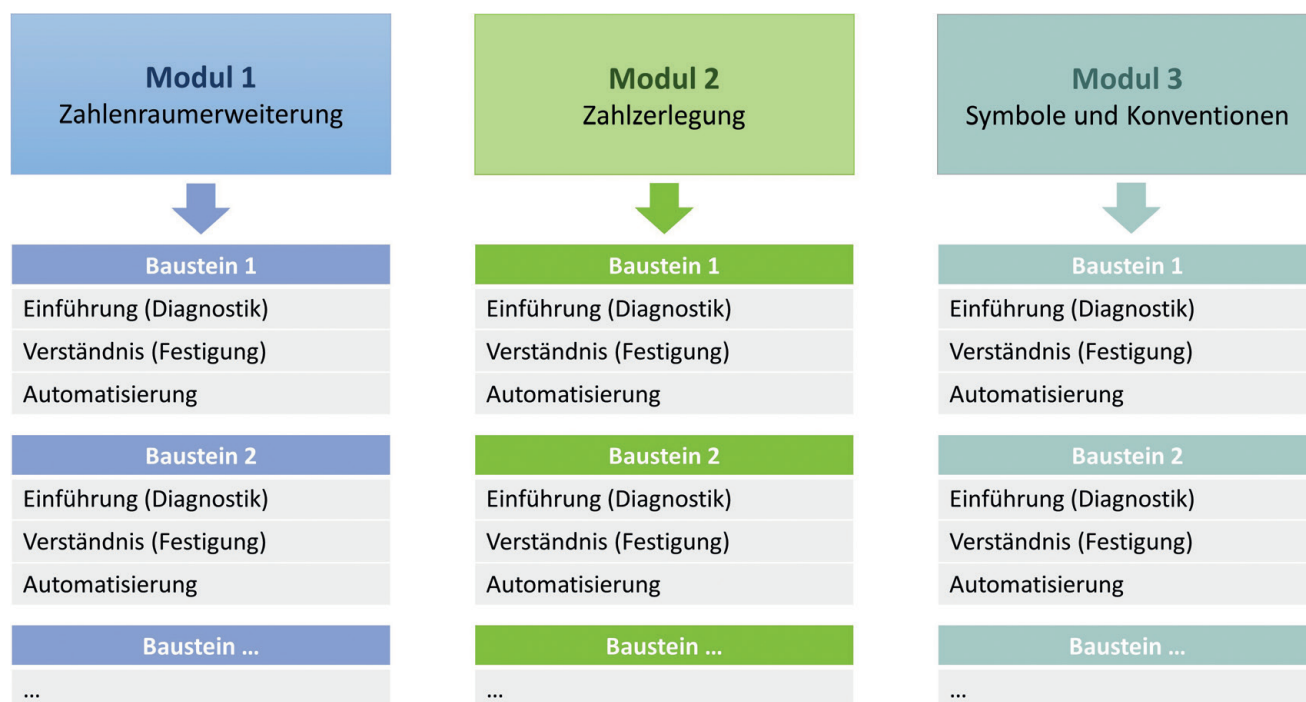


Abbildung 1. Modulare Struktur des Förderkonzepts.

Kontrollgruppen-Schule am Projekt teilnehmen. Einzig eine Schule wurde aufgrund ihrer Größe an beiden Formen beteiligt. Insofern war aufgrund der Kontextbedingungen keine randomisierte Zuweisung der Schüler_innen zu den Gruppen möglich.

Da das entwickelte Förderkonzept an eine Förderung mathematischer Basiskompetenzen in der ersten Klasse anknüpft, musste sichergestellt werden, dass die Lernenden der Stichprobe über entsprechende Kompetenzen verfügen. Daher nahmen die Schüler_innen vor der eigentlichen Förderung an 3 Sitzungen einer adaptierten MZZ-Förderung teil. Anschließend nahm die Trainingsgruppe über einen Zeitraum von 8 Wochen an 16 Fördersitzungen des entwickelten Förderkonzepts teil. Die Sitzungen fanden zweimal wöchentlich zu 45 Minuten als Kleingruppenförderung (4–6 Schüler_innen) statt und wurden von Wissenschaftlichen Mitarbeiter_innen und geschulten Hilfskräften durchgeführt. Sie entwickelten die Fördersitzungen anhand des Manuals selbstständig, um die Förderung auf den individuellen Lernstand der teilnehmenden Schüler_innen anzupassen. Um trotzdem einen gewissen Grad an Standardisierung zu gewährleisten, wurde ein gemeinsamer Orientierungsrahmen vorgegeben. Dieser Rahmen sah vor, dass der Schwerpunkt zunächst auf dem Modul *Zahlzerlegung* liegt und parallel mit der *Zahlenraumerweiterung* gearbeitet wird. Das Ziel der automatisierten Zahlzerlegung im Zahlenraum bis 10 sollte anschließend über folgende Schritte erreicht werden: Zerlegungen der 5, Zerlegungen der 10 alle Zerlegungen aller anderen Zahlen bis 10. Durch eine Kombination aus Einheiten zum Einführen, Festigen und Automatisieren soll dabei die verständnisbasierte Automatisierung erreicht werden. Anschließend soll der Inhaltsbereich *Symbole & Konventionen* bearbeitet werden. Die beiden zuvor bearbeiteten Module laufen dann nur noch in kleinen Übungen zur Automatisierung mit, die Schüler_innen konnten sich hierbei aber auf unterschiedlichen Stufen befinden.

In der Pilotstudie haben die Schüler_innen der Kontrollgruppe kein spezielles Training erhalten, es ist jedoch möglich, dass diese an Förderstunden der jeweiligen Schule teilgenommen haben. Unmittelbar nach den 16 Fördersitzungen folgten die Posttests.

Testverfahren

Für das Screening und den Posttest wurden der *Test mathematischer Basiskompetenzen ab Schuleintritt* (MBK 1+; Ennemoser et al., 2017) eingesetzt. Das Verfahren differenziert gut im unteren Leistungsbereich und ist durch die Möglichkeit der Gruppentestung besonders ökonomisch. Die theoretische Grundlage des Tests ist das ZGV-Modell von Krakjewski (z.B. Krakjewski & Ennemoser, 2013).

Als weiterer Prä- und Posttest wurde der *Ergänzungstest Basisrechnen* aus dem MBK 1+ eingesetzt, welcher den Automatisierungsgrad arithmetischer Fakten und somit die elementaren Rechenfertigkeiten misst. Hier müssen die Schüler_innen innerhalb von 40 Sekunden maximal 20 Aufgaben des kleinen Einspluseins im Zahlenraum bis 10 lösen. Die Normstichprobe löst im Mittel 12.07 Aufgaben pro Minute (Anzahl der Rohpunkte/Testzeit \times 60).

Ein weiteres Instrument zur Erhebung der arithmetischen Kompetenzen wurde selbst entwickelt (*Mathematiktest Rechnen*). Um Deckeneffekte im Posttest zu vermeiden, handelt es sich um einen Speedtest, der drei Aufgabenbereiche umfasst. Der Test umfasst Additions- und Subtraktionsaufgaben, Ergänzungsaufgaben (Platzhalteraufgaben), Aufgaben zum Größenvergleich sowie zwei Verständnisaufgaben, bei denen es um die Bedeutung von Relationszeichen geht.

Als Kontrollvariable wurden anhand des CFT 1-R (Weiß & Osterland, 2012) einmalig die fluide Intelligenz erfasst. Der CFT 1-R ist ein eindimensionaler Intelligenztest, der als Gruppentest einsetzbar ist und für den Altersbereich von 5;4 bis 9;11 normiert ist. Zudem eignet er sich durch relativ sprachfreie Aufgaben auch bei sprachlichen Barrieren (Kuhl, Schulze & Wittich, 2022).

Als weitere Kontrollvariablen wurden einige AG-Fähigkeiten erfasst. Die Operationalisierung erfolgte hier anhand der AG-Komponenten aus dem Modell von Baddeley (z.B. Baddeley, 1986). Als Indikator für die Leistungsfähigkeit der phonologischen Schleife wurde das *Zahlennachsprechen vorwärts* aus dem HAWIK IV (Petermann & Petermann, 2007) eingesetzt. Hierbei werden Ziffernfolgen dargeboten, die nachgesprochen werden sollen. Der visuell-räumliche Notizblock wurde durch zwei Aufgaben erfasst. Die statische Komponente des visuell-räumlichen Notizblocks wurde durch eine selbst entwickelte *Matrixspannenaufgabe* in Anlehnung an Schuchardt (2008) gemessen. Als Indikator für den dynamischen Teil wurde eine *Corsiblockaufgabe*, wiederum in Anlehnung an Schuchardt (2008), eingesetzt. Die zentrale Exekutive wird häufig als ein Sammelsurium von übergeordneten Koordinations- und Verarbeitungsfunktionen beschrieben. Wir haben zwei zentral-exekutive Funktionen erfasst, die sich in empirischen Untersuchungen bereits als trennbare Funktionen herausgestellt haben: die Hemmung oder auch *Inhibition* und das sogenannte *Updating* (Miyake et al., 2000). Mit Updating ist das Aufrechterhalten und Manipulieren bzw. Aktualisieren von AG-Inhalten gemeint (Schuchardt & Mähler, 2016), welches z.B. beim Kopfrechnen erforderlich ist, wenn Zwischenergebnisse gespeichert werden müssen. Wir haben die Updateingleistung durch das *Zahlennachsprechen rückwärts* aus dem HAWIK-IV (Petermann & Petermann, 2007) operationalisiert. Die kognitive Fähigkeit *Inhibiti-*

on, also das Hemmen einer automatischen oder dominanten Reaktion, wurde durch den Untertest *Schnelles Benennen Farbe* aus dem BISC (Jansen, Mannhaupt, Marx & Skowronek, 2002) erhoben. Der Test basiert auf dem STROOP-Paradigma, es muss bei einem in einer falschen Farbe dargestellten Obst bzw. Gemüse die richtige Farbe genannt werden.

Datenanalyse

Zunächst wurden die beiden Gruppen mittels *t*-Tests für unabhängige Stichproben auf Vortestunterschiede und Unterschiede in den erhobenen individuellen kognitiven Lernvoraussetzungen untersucht. Die Prüfung der Trainingseffekte erfolgte durch zweifaktorielle Varianzanalysen mit Messwiederholung, sie wurden sowohl für den Gesamttest MBK 1 + wie auch für die drei Ebenen des Tests berechnet. Auch für den Ergänzungstest Basisrechnen und den Mathematiktest Rechnen wurden auf diese Weise nach Trainingseffekten gesucht. Um die Größe der Effekte einzuschätzen, berechneten wir zudem die um Vortestunterschiede korrigierte Effektstärke nach Klauer (1993).

Neben den Interventionseffekten interessierten uns zudem die Zusammenhänge mit den individuellen kognitiven Lernvoraussetzungen, diese haben wie mit Korrelationsanalysen geprüft.

Ergebnisse

Deskriptive Statistiken der Screeningstichprobe

Die Gesamtstichprobe bestand aus 512 Erstklässler_innen (44.3% weiblich), die im Mittel $M = 6.93$ Jahre ($SD = 0.97$) alt waren. Im MBK 1 + erreichten die Schüler_innen einen durchschnittlichen Gesamtwert von $M = 32.91$ ($SD =$

12.04), womit unsere Screeningstichprobe etwas unter dem Mittelwert der Normstichprobe des MBK 1 + zum Zeitpunkt des 2. Quartals liegt ($M = 35.29$, $SD = 9.73$).

Deskriptive Statistiken der Risikostichprobe

Die durch das Screening identifizierte Risikostichprobe ($n = 60$) erreichte im MBK 1 + einen durchschnittlichen Gesamtwert von $M = 21.66$ ($SD = 4.53$), dies entspricht einem Prozentrang von 11. Diese Stichprobe nahm an den weiteren Prätests teil. Im Ergänzungstest Basisrechnen erreichten die Schüler_innen einen Rohwert von $M = 6.90$ ($SD = 3.93$), dies entspricht umgerechnet 10.35 Aufgaben pro Minute und somit einem Prozentrang von 7. Im selbstentwickelten Mathematiktest Rechnen erreichten die Lernenden einen durchschnittlichen Rohwert von 29.42 Punkten ($SD = 9.92$).

Die Ergebnisse der *t*-Tests zeigen, dass sich die beiden Gruppen vor der Intervention weder im MBK 1 + noch im selbstentwickelten Mathematiktest (Mathematik Rechnen) überzufällig unterscheiden (Tab. 2). Nur auf Ebene 2 des MBK 1 + besteht ein signifikanter Unterschied. Allerdings weist die Trainingsgruppe hier eine geringfügig schlechtere Ausgangslage auf. Gleiches gilt für den Ergänzungstest Basisrechnen (Tab. 2). In der Intelligenzleistung weisen beide Gruppen die gleiche Ausgangslage auf (Tab. 1). Im AG unterscheiden sich die beiden Gruppen hingegen im visuell-räumlichen Notizblock sowie im Updating (Tab. 1), wobei die Schüler_innen der Trainingsgruppe stets die schwächere Ausgangslage haben. Im Rahmen der Gruppenuntersuchung kann also von einem konservativen Vorgehen gesprochen werden.

Trainingseffekte

Die varianzanalytischen Ergebnisse zeigen bezüglich des MBK 1 + Gesamttest einen signifikanten Haupteffekt der

Tabelle 1. Vergleich der Ausgangsleistungen in den individuellen kognitiven Lernvoraussetzungen mittels *t*-Test

	Trainingsgruppe	Kontrollgruppe	t-Test	
	<i>M</i> (<i>SD</i>)	<i>M</i> (<i>SD</i>)	<i>t</i>	<i>p</i>
CFT 1-R	31.43 (13.28)	35.03 (13.35)	$t(55.763) = 1.03$.15
Phonologische Schleife	3.50 (1.11)	4.03 (1.35)	$t(55) = 1.63$.11
Visuell-räumlicher Notizblock	3.00 (0.99)	4.07 (1.23)	$t(55) = 3.61$	<.001**
Zentrale Exekutive (Updating)	2.14 (0.93)	3.10 (1.24)	$t(55) = 3.30$.002**
Zentrale Exekutive (Inhibition)	24.71 (22.55)	16.75 (23.44)	$t(54,999) = -1.31$.19

Anmerkungen: * signifikant auf dem Niveau von .05, ** signifikant auf dem Niveau von .01.

Zeit an ($F[1.000] = 27.903, p = <.01$). Das heißt, dass sich die Schüler_innen – unabhängig von ihrer Gruppenzugehörigkeit – signifikant in ihren mathematischen Basiskompetenzen steigerten. Betrachten wir die einzelnen Ebenen des MBK 1+, zeigt sich ebenfalls ein Haupteffekt der Zeit auf Ebene 2 ($F[1.000] = 17.219, p = <.01$) und Ebene 3 ($F[1.000] = 33.492, p = <.01$) des Tests, jedoch nicht auf Ebene 1 ($F[1.000] = .207, p = .651$). Für den Ergänzungstest Basisrechnen ($F[1.000] = 14.236, p = <.01$) sowie für den Mathematiktest Rechnen ($F[1.000] = 33.536, p = <.01$) bildete sich ebenfalls ein Haupteffekt der Zeit ab.

Weiterhin zeigen die Ergebnisse, dass es ausschließlich im Ergänzungstest Basisrechnen einen signifikanten Interaktionseffekt gibt (Tab. 2). Die Trainingsgruppe hat sich hier über die Zeit stärker verbessert als die Kontrollgruppe, auch wenn die Kontrollgruppe im Nachtest immer noch leicht vor der Trainingsgruppe liegt. Die Trainingsgruppe startete im Basisrechnen mit einer schwächeren Ausgangsleistung und konnte im Nachtest fast an die Leistung der Kontrollgruppe anschließen. Mit $d_{\text{korr}} = 0.48$ handelt es sich um einen kleinen bis mittleren Effekt.

Zusammenhänge mit den individuellen kognitiven Lernvoraussetzungen

Die Korrelationsanalysen zeigen in der Risikostichprobe nur wenige und geringe Zusammenhänge zwischen den AG-Funktionen und den mathematischen Leistungen. Die Nachtestleistung im Mathematiktest Rechnen korreliert mit dem visuell-räumlichen Notizblock ($r = .33^*$) und der zentral-exekutiven Funktion Updating ($r = .28^*$). Eine weitere signifikante Korrelation liegt zwischen der Vortestleistung im Ergänzungstest Basisrechnen und dem visuell-räumlichen Notizblock vor ($r = .27^*$). Ein anderes Bild zeigt sich bei der Intelligenzleistung, die mit mehreren der mathematischen Variablen korreliert: Nachtest MBK 1 + ($r = .31^*$), Vortest Basisrechnen ($r = .35^{**}$), Nachtest Basisrechnen ($r = .27^*$), Vortest Mathematiktest Rechnen ($r = .32^*$) und Nachtest Mathematiktest Rechnen ($r = .42^{**}$). Die Vortestleistung im MBK 1 + korreliert nicht signifikant mit den Werten im CFT 1-R.

Ein interessantes Ergebnismuster bildete sich bei den Zusammenhängen zwischen den mathematischen Vari-

Tabelle 2. Deskriptive Statistiken und Gruppenvergleiche in den abhängigen Variablen

	Trainingsgruppe	Kontrollgruppe	Vortestunterschiede		Vortest-Nachtest-Vergleich		
	<i>M (SD)</i>	<i>M (SD)</i>	<i>t</i>	<i>p</i>	Interaktion	<i>p</i>	<i>d_{korr}</i>
MBK 1 + gesamt					$F(1.000) = .071$.791	0.10
Vortest	20.90 (4.80)	22.45 (4.19)	$t(58) = 1.35$.18			
Nachtest	26.98 (9.76)	29.19 (8.47)					
MBK 1 + Ebene 1					$F(1.000) = .361$.550	-0.09
Vortest	6.82 (1.26)	7.14 (1.20)	$t(58) = 1.00$.32			
Nachtest	6.50 (2.10)	7.19 (1.80)					
MBK 1 + Ebene 2					$F(1.000) = .018$.893	0.07
Vortest	8.57 (2.15)	9.81 (2.28)	$t(58) = 2.16$.04*			
Nachtest	10.04 (2.74)	11.38 (2.70)					
MBK 1 + Ebene 3					$F(1.000) = .008$.927	-0.03
Vortest	5.50 (3.16)	5.50 (2.94)	$t(58) = .000$	1.00			
Nachtest	10.46 (6.64)	10.63 (5.70)					
Basisrechnen					$F(1.000) = 5.400$.024*	0.48
Vortest	5.68 (3.12)	7.97 (4.20)	$t(58) = 2.34$.02*			
Nachtest	8.39 (3.70)	8.90 (3.90)					
Mathematik Rechnen					$F(1.000) = .986$.325	-0.18
Vortest	27.79 (9.22)	30.84 (10.43)	$t(58) = 1.20$.24			
Nachtest	33.80 (11.40)	39.65 (12.30)					

Anmerkungen: * = signifikant auf dem Niveau von .05, ** = signifikant auf dem Niveau von .01; d_{korr} = um Vortestunterschiede korrigierte Effektstärke nach Klauer (1993).

ablen ab. Wie zu erwarten, zeigten sich viele starke positive Korrelationen zwischen den Testleistungen. So korrelieren die Vortestleistungen im Basisrechnen und im Mathematiktest Rechnen in hohem Maße mit ihren jeweiligen Nachttestleistungen (Tab. 3). Das ist insofern plausibel, da das Vorwissen im gleichen Inhaltsbereich generell ein sehr guter Prädiktor für zukünftige Leistungen ist (Neubauer & Stern, 2008). Die beiden Tests korrelieren zu beiden Testzeitpunkten auch miteinander in hohem Maße ($r = .51^{**}$ bis $r = .68^{**}$). Da es sich beim Mathematiktest Rechnen um ein selbstentwickeltes Testinstrument handelt, deutet dieses Ergebnis gleichzeitig in Richtung seiner konvergenten Validität. Bei MBK 1 + gibt es keine signifikanten Zusammenhänge zwischen Vor- und Nachttestleistung (Tab. 3). Auch mit den anderen mathematischen Nachttestleistungen korreliert die Vortestleistung im MBK 1 + nicht. Anders verhält es sich bei der Nachttestleistung im MBK 1+, hier zeigen sich hohe signifikante Korrelationen zu den anderen mathematischen Nachttestleistungen (Tab. 3).

Diskussion

Das Ziel der vorliegenden Studie bestand in der erstmaligen Prüfung des entwickelten Förderprogramms, das an das Training früher mathematischer Kompetenzen anknüpft und die Brücke zu arithmetischen Kompetenzen bildet. Die Ergebnisse der Interventionsstudie sind, trotz des weniger strengen Designs, noch nicht überzeugend. Dies deutet einerseits auf den Überarbeitungsbedarf am Förderprogramm hin, andererseits können fehlende Effekte auch aus Schwierigkeiten bei der Implementation resultieren.

Ein Ansatzpunkt für die Überarbeitung besteht, laut Rückmeldung der Förderkräfte, in der stärkeren Berücksichtigung der Arbeit auf enaktiver Ebene. Hier könnten

sich ein intensiveres Arbeiten auf der enaktiven Ebene sowie häufigere Rückbezüge positiv auf den Aufbau von Grundvorstellungen auswirken.

Trotzdem ist es oft schwierig, Effekte für Interventionen nachzuweisen, die nicht unter laborähnlichen Bedingungen untersucht werden, sondern im ökologisch validen schulischen Setting (Müller & Fritz-Stratmann, 2017). Das Design der vorliegenden Studie hat eine hohe ökologische Validität, da die Erforschung der Förderung unter den Bedingungen stattfand, unter denen das Förderprogramm auch genutzt werden soll. Eine Ausnahme stellt hier die Förderung durch externe Förderkräfte dar, die sich jedoch zum Teil als zusätzliche Hürde erwies. Die Förderkräfte berichteten Verhaltensschwierigkeiten, die das Lernen zusätzlich beeinträchtigt haben. Es liegt nahe, dass die aktive Lernzeit geringer ausgefallen ist als geplant. Dies ist nicht untypisch, da Lern- und Verhaltensschwierigkeiten häufig zusammenfallen, das zeigt sich nicht nur in der Praxis, sondern auch in der Forschung. So tritt in der schulischen Interventionsforschung oft das Problem auf, dass Verhaltensauffälligkeiten die Umsetzung einer Maßnahme erschweren oder ihre Wirksamkeit reduzieren (Schulze, Lüke & Kuhl, 2020). Ein Ansatzpunkt könnte hier in der Kombination aus mathematischer Förderung und weiteren Interventionsbausteinen bestehen, die auf das Verhalten (z.B. Förderung von Selbstregulation, Lauth, Grünke & Brunstein, 2014) abzielen. Um diese Vermutungen abzusichern, soll in zukünftigen Arbeiten auch der Implementationsprozess untersucht werden. Dies betrifft zum Beispiel die Untersuchung konkreter Fördersituationen und die Frage unter welchen Bedingungen ein Förderprogramm effektiv ist.

Zudem hat sich gezeigt, dass mehr Zeit für die Arbeit mit den Modulen eingeplant werden muss. Für den Bereich des Problemlösens haben Kong, Yan, Serceki und Swanson (2021) gezeigt, dass die größten Effektstärken intensivere Fördersitzungen erfordern (50 Minuten pro Fördersitzung und 34 Sitzungen insgesamt).

Tabelle 3. Zusammenhänge zwischen den mathematischen Variablen (Korrelationen nach Pearson)

		MBK 1+ gesamt		Basisrechnen		Mathematik Rechnen	
		Vortest	Nachttest	Vortest	Nachttest	Vortest	Nachttest
MBK 1+ gesamt	Vortest	–	.20	.23	.27*	.24	.45**
	Nachttest	.20	–	.53**	.48**	.57**	.57**
Basisrechnen	Vortest	.23	.53**	–	.57**	.68**	.61**
	Nachttest	.27*	.48**	.57**	–	.52**	.51**
Mathematik Rechnen	Vortest	.24	.57**	.68**	.52**	–	.64**
	Nachttest	.45**	.57**	.61**	.51**	.64**	–

Anmerkungen: * = signifikant auf dem Niveau von .05, ** = signifikant auf dem Niveau von .01.

Im Ergänzungstest Basisrechnen verzeichnete die Trainingsgruppe im Vergleich zur Kontrollgruppe über die Zeit einen größeren Leistungszuwachs. Dies ist insofern überraschend, da der Test den Automatisierungsgrad arithmetischen Faktenwissens misst, es geht also um das möglichst schnelle Abrufen von Ergebnissen einfacher Rechenaufgaben. Dies war nicht explizit Inhalt der Förderung, inwiefern es sich tatsächlich um einen echten Transfereffekt handelt, bleibt jedoch zu diskutieren. Zudem könnte der Speedtest von der Schreibgeschwindigkeit beeinflusst sein, diese wurde in der vorliegenden Arbeit nicht kontrolliert. Beide Gruppen verbesserten sich im MBK 1 + und somit in ihren frühen mathematischen Kompetenzen. Trotzdem können wir anhand der Ergebnisse nicht mit Sicherheit sagen, inwiefern der Effekt auf tragfähigen mathematischen Vorstellungen gründet. Es ist möglich, dass ein fehlendes Verständnis mathematischer Konzepte durch rein auswendig gelernte Rechenaufgaben kompensiert wird (Ennemoser et al., 2017). In qualitativen Studiensoll der Fokus darauf gerichtet werden, welche Lösungsstrategien (nicht-zählende Strategien) und welche Grundvorstellungen die Schüler_innen entwickelt haben.

Dass sich die ausgewählten Schüler_innen unabhängig von der Zuteilung zu Trainings- oder Kontrollgruppe über die Zeit verbesserten, ist jedoch ein positiver Befund. Dass sich lediglich auf Ebene 1 des MBK 1 + kein Haupteffekt der Zeit zeigte, ist ebenfalls plausibel. Die Ebene wird über Aufgaben operationalisiert, bei denen es um das Schreiben von Zahlen und die Zahlenfolge bis 20 geht. Hier starteten auch die Schüler_innen der Risikostichprobe mit einer Vortestleistung, die sich nicht wesentlich zum Mittelwert der Normstichprobe unterschied (Normstichprobe: $M = 7.19$, $SD = 2.13$, Risikostichprobe: $M = 7$, $SD = 1.23$). Wir weisen auch darauf hin, dass die Schüler_innen der Kontrollgruppe weiterhin an den schulischen Fördergruppen teilnahmen und somit nicht „untrainiert“ waren. Auf Basis der Screening-Ergebnisse wurde ein Risikostatus zugewiesen, sodass die schulischen Fördermaßnahmen auch für diese Gruppe intensiviert wurden.

Weitere Limitationen der vorliegenden Arbeit müssen in künftig mit strengeren Designs überwunden werden. So erfolgten keine Follow-up Messungen, die Auskunft über die zeitliche Stabilität der Effekte liefern. Ebenso bleibt unklar, ob es zeitverzögerte Effekte der Förderung gab. In der praktischen Erprobung ist zudem aufgefallen, dass die Fördergruppen in ihrem mathematischen Vorwissen immer noch sehr heterogen waren und einige Schüler_innen hartnäckige Schwierigkeiten im mathematischen Lernen hatten, sodass z.T. nicht mit allen Modulen des Förderkonzepts gearbeitet wurde. Dies hat möglicherweise dazu beigetragen, dass die Effekte gering blieben.

Eine weitere Limitation könnte aus dem eingesetzten Test resultieren. Hier fiel der MBK 1 + Vortest auf, für den sich keine signifikanten Zusammenhänge zu den übrigen mathematischen Kompetenzen zeigten. Das stellt ein überraschendes Ergebnis dar, da das Vorwissen typischerweise der beste Prädiktor für das Lernen im gleichen Inhaltbereich ist (Neubauer & Stern, 2008). Somit wäre zu erwarten, dass der stärkste Zusammenhang zwischen MBK 1 + Vortest und MBK 1 + Nachtest auftritt. Da der Nachtest mit den übrigen mathematischen Leistungen korreliert, liegt ein besonderes Augenmerk auf den Vortest. Auch in Hinblick auf die Zusammenhänge mit der Intelligenzleistung stellt der MBK 1 + Vortest eine Ausnahme dar, alle übrigen mathematischen Variablen korrelieren signifikant mit der Intelligenz. Dabei fallen die gefundenen Korrelationen etwas geringer aus als die Zusammenhänge, die in der Literatur für Mathematik- und Intelligenzleistung berichtet werden, sie liegen meistens zwischen .40 und .60 (Grube & Seitz-Stein, 2012).

In der praktischen Durchführung als Gruppentest erwies sich der MBK 1 + in unserer Studie als relativ anspruchsvoll. Vor allem die Instruktionen waren für einige Schüler_innen unverständlich. Für zukünftige Studien, die mit dem Instrument arbeiten, empfehlen wir, als weitere Einflussgröße z.B. die Sprachkompetenz zu erfassen. Andererseits könnten diese Befunde auch auf die Spezifität unserer Stichprobe hindeuten. Die in der Literatur häufig berichteten Zusammenhänge zwischen Mathematik und AG (z.B. Alloway & Alloway, 2010; Friso-van den Bos et al., 2013) vielen in unserer Studie sehr gering aus. Auch diesem Befund soll in Folgestudien nachgegangen werden.

Limitationen

Mit Rücksicht auf die genannten Limitationen, die mit der vorliegenden Pilotstudie einhergehen, ermuntern uns die Befunde dennoch, unsere entwicklungs- und ressourcenorientierte Intervention weiter zu beforschen. In zukünftigen Studien müssen die Limitationen (Follow-up-Messungen, Testinstrumente, Kontrolle von weiteren Lernvoraussetzungen, Anzahl der Interventionssitzungen, Kontrolle der Implementation) überwunden werden. Darüber hinaus sollten die Prinzipien, die dem Förderkonzept zu Grunde liegen, in experimentellen Designs auf ihre Wirksamkeit untersucht werden, so zum Beispiel die Prinzipien der Ressourcenorientierung.

Relevanz für die Praxis

Die positive Entwicklung beider Gruppen lässt sich zudem als vorsichtiger Hinweis auf die Bedeutung der frühzei-

tigen Diagnostik interpretieren. Für die schulische Praxis bedeutet das, dass eine frühestmögliche Identifikation von Schüler_innen mit ersten Vorwissenslücken angezeigt ist, um Fördermaßnahmen zu intensivieren, so wie es etwa beim Konzept des *adaptiven Unterrichts* angedacht ist. Für eine positive Lernentwicklung müssen die Ergebnisse der Diagnostik zur Anpassung von Unterricht und Förderung genutzt werden – es ist möglich, dass sich dieser Effekt in der vorliegenden Arbeit abgebildet hat. Dann können auch mit unterschiedlichen, qualitativ hochwertigen Fördermaßnahmen Effekte erzielt werden.

Literatur

- Alloway, T. P. & Alloway, R. G. (2010). Investigating the predictive roles of working memory and IQ in academic attainment. *Journal of Experimental Child Psychology*, 106(1), 20 – 29.
- Aster, M. von, Kucian, K., Schweiter, M. & Martin, E. (2005). Rechenstörung im Kindesalter. *Monatsschrift Kinderheilkunde*, 153, 614 – 622.
- Baddeley, A. D. (1986). *Working memory*. Oxford: University Press.
- Baddeley, A. D. (2012). Working memory: theories, models, and controversies. *Annual review of psychology*, 63, 1 – 29. <https://doi.org/10.1146/annurev-psych-120710-100422>
- Bruner, J. S., Oliver, R. S. & Greenfield, P. M. (1971). *Studien zur kognitiven Entwicklung*. Stuttgart: Kohlhammer.
- Cowan, N. (2014). Working Memory Underpins Cognitive Development, Learning, and Education. *Educational Psychology Review*, 26(2), 197 – 223. <https://doi.org/10.1007/s10648-013-9246-y>
- Ennemoser, M., Krajewski, K. & Sinner, D. (2017). *Test mathematischer Basiskompetenzen ab Schuleintritt* (1. Aufl.). Göttingen: Hogrefe.
- Ennemoser, M., Sinner, D. & Krajewski, K. (2015). Kurz- und langfristige Effekte einer entwicklungsorientierten Mathematikförderung bei Erstklässlern mit drohender Rechenschwäche. *Lernen und Lernstörungen*, 4, 43 – 59.
- Fischer, U., Roesch, S. & Moeller, K. (2017). Diagnostik und Förderung bei Rechenschwäche: Messen wir, was wir fördern wollen? *Lernen und Lernstörungen*, 6, 25 – 38.
- Friso-van den Bos, I., van der Ven, S. H., Kroesbergen, E. H. & van Luit, J. E. (2013). Working memory and mathematics in primary school children: A meta-analysis. *Educational Research Review*, 10, 29 – 44. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2013.05.003>
- Fritz, A. & Ricken, G. (2008). *Rechenschwäche*. München: Ernst Reinhardt.
- Gaidoschik, M. (2019). *Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern. Ein Leitfaden für die Unterrichtspraxis* (11. Aufl.). Hamburg: Persen.
- Grube, D. & Seitz-Stein, K. (2012). Arbeitsgedächtnis und Rechnen. In M. Hasselhorn & C. Zoelch (Hrsg.), *Funktionsdiagnostik des Arbeitsgedächtnisses* (S. 145 – 157). Göttingen: Hogrefe.
- Hasemann, K. & Gasteiger, H. (2014). *Anfangsunterricht Mathematik*. Heidelberg: Springer Spektrum.
- Hasselhorn, M. & Gold, A. (2017). *Pädagogische Psychologie: Erfolgreiches Lernen und Lehren* (4. Aufl.). *Standards Psychologie*. Stuttgart: Kohlhammer.
- Häsel-Weide, U., Nührenböcker, M., Moser Opitz, E. & Wittich, C. (2014). *Ablösung vom zählenden Rechnen. Fördereinheiten für heterogene Lerngruppen*. Seelze: Friedrich.
- Hecht, T. (2014). *Ressourcenorientierte Lernförderung in der Grundschule: der Einfluss des Aufgabendesigns auf die Übungsleistungen von Zweitklässlern in Rechtschreiben und Mathematik*. http://geb.uni-giessen.de/geb/volltexte/2014/10981/pdf/HechtAgnesTeresa_2014_07_08.pdf
- Ise, E., Dolle, K., Pixner, S. & Schulte-Körne, G. (2012). Effektive Förderung rechenschwacher Kinder – Eine Metaanalyse. *Kindheit und Entwicklung*, 21, 181 – 192.
- Jansen, H., Mannhaupt, G., Marx, H. & Skowronek, H. (2002). *Bielefelder Screening zur Früherkennung von Lese-Rechtschreibschwierigkeiten (BISC)*. Göttingen: Hogrefe.
- Klauer, K. J. (1993). *Denktraining für Jugendliche*. Göttingen: Hogrefe.
- Kong, J. E., Yan, C., Serceki, A. & Swanson, H. L. (2021). Word-problem-solving interventions for elementary students with learning disabilities: a selective meta-analysis of the literature. *Learning Disability Quarterly*, 44(4), 248 – 260. <https://doi.org/10.1177/0731948721994843>
- de Koning, B. B., Rop, G. & Paas, F. (2020). Effects of spatial distance on the effectiveness of mental and physical integration strategies in learning from split-attention examples. *Computers in Human Behavior*, 110, 106379. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2020.106379>
- Krajewski, K. (2003). *Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule*. Hamburg: Kovač.
- Krajewski, K. (2007). Entwicklung und Förderung der vorschulischen Mengen-Zahlen-Kompetenz und ihre Bedeutung für die mathematischen Schulleistungen. In G. Schulte-Körne (Hrsg.), *Legasthenie und Dyskalkulie: Aktuelle Entwicklungen in Wissenschaft, Schule und Gesellschaft* (S. 325 – 332). Bochum: Winkler.
- Krajewski, K. (2013). Wie bekommen die Zahlen einen Sinn? ein entwicklungspsychologisches Modell der zunehmenden Verknüpfung zwischen Zahlen und Größen. In M. von Aster & J. H. Lorenz (Hrsg.), *Rechenstörungen bei Kindern* (2. Aufl., S. 155 – 179). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.
- Krajewski, K. & Ennemoser, M. (2010). Die Berücksichtigung begrenzter Arbeitsgedächtnisressourcen in Unterricht und Lernförderung. In H.-P. Trollenier, W. Lenhard & P. Marx (Hrsg.), *Brennpunkte der Gedächtnisforschung: Entwicklungs- und pädagogisch-psychologische Perspektiven* (S. 337 – 365). Göttingen: Hogrefe.
- Krajewski, K. & Ennemoser, M. (2013). Entwicklung und Diagnostik der Zahl-Größen-Verknüpfung zwischen 3 und 8 Jahren. In M. Hasselhorn, A. Heinze, W. Schneider & U. Trautwein (Hrsg.), *Diagnostik mathematischer Kompetenzen* (S. 41 – 65). Göttingen: Hogrefe.
- Krajewski, K., Niding, G. & Schneider, W. (2008). Kurz- und langfristige Effekte mathematischer Frühförderung im Kindergarten durch das Programm „Mengen, zählen, Zahlen“. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 40, 135 – 146.
- Krajewski, K., Niding, G. & Schneider, W. (2010). *Mengen, zählen, Zahlen. Die Welt der Mathematik verstehen. Förderkonzept*. Berlin: Cornelsen.
- Krajewski, K. & Simanowski, S. (2017). Qualitätskriterien für Förderansätze zur Prävention von Rechenschwäche. *Frühförderung interdisziplinär*, 36, 93 – 105. <https://doi.org/10.2378/fi2017.art08d>
- Kuhl, J., Hecht, T. & Euker, N. (2016). Grundprinzipien des Unterrichts und der Förderung von Kindern und Jugendlichen mit intellektueller Beeinträchtigung – Entwicklungs-, Ressourcen- und Lebensweltorientierung. In J. Kuhl & N. Euker (Hrsg.), *Evidenzbasierte Diagnostik und Förderung von Kindern und Jugendlichen mit intellektueller Beeinträchtigung* (S. 39 – 64). Göttingen: Hogrefe.
- Kuhl, J., Hecht, T. & Vossen, A. (2021). Evidenzbasierte Förderung bei Lernschwierigkeiten. In J. Kuhl, A. Vossen, N. Hartung & C. Wittich (Hrsg.), *Evidenzbasierte Förderung bei Lernschwierigkeiten in der Grundschule* (S. 40 – 49). München: Ernst Reinhardt Verlag.
- Kuhl, J., Schulze, S. & Wittich, C. (2022). Intelligenz – Konstrukt und Diagnostik. In Gebhardt, M., Scheer, D., Schurig, M., Suggate, S. P., Jungjohann, J., Zurbruggen, C. L. A., ... Stenneken, P. (Hrsg.), *Hand-*

- buch sonderpädagogische Diagnostik. Verfügbar unter <https://www.osf.io/927g8>.
- Kuhl, J., Sinner, D. & Ennemoser, M. (2012). Training quantity-number competencies in students with intellectual disabilities. *Journal of Cognitive Education and Psychology*, 11(2), 128–142. <https://doi.org/10.1891/1945-8959.11.2.128>
- Kutzer, R. (1982). Anmerkungen zum Struktur- und Niveauorientierten Unterricht. In H. Probst (Hrsg.), *Kritische Behindertenpädagogik in Theorie und Praxis. Beiträge zum gleichnamigen Studentenkongress der Fachgruppe Sonderpädagogik in Marburg 1978* (S. 29–62). Solms-Oberbiel: Jarick Oberbiel.
- Kutzer, R. (1999). Überlegungen zur Unterrichtssituation im Sinne strukturorientierten Lernens. In H. Probst (Hrsg.), *Mit Behinderung muss gerechnet werden. Der Marburger Beitrag zur lernprozessorientierten Diagnostik, Beratung und Förderung* (S. 15–69). Solms-Oberbiel: Jarick Oberbiel.
- Lauth, G. W., Grünke, M. & Brunstein J. C. (2014). Vermittlung von Lernstrategien und selbstreguliertem Lernen. In G. W. Lauth, M. Grünke, & J. C. Brunstein (Hrsg.), *Interventionen bei Lernstörungen: Förderung, Training und Therapie in der Praxis* (S. 262–276; 2. Aufl.). Göttingen: Hogrefe.
- Miyake, A., Friedman, N. P., Emerson, M. J., Witzki, A. H., Howerter, A. & Wager, T. D. (2000). The unity and diversity of executive functions and their contributions to complex “frontal lobe” tasks: A latent variable analysis. *Cognitive Psychology*, 41, 49–100.
- Müller, A. & Fritz-Stratmann, A. (2017). Implementation des Trainingsprogrammes Kalkule in der Grundschule. *Lernen und Lernstörungen*, 6, 7–17. <https://doi.org/10.1024/2235-0977/a000158>
- Neubauer, A. & Stern, E. (2008). *Lernen macht intelligent. Warum Begabung gefördert werden muss* (2. Aufl.). München: Dt. Verlags-Anstalt.
- Petermann, F. & Petermann, U. (2007). *Hamburg-Wechsler-Intelligenztest für Kinder – IV (HAWIK-IV)* (2. Aufl.). Bern: Huber.
- PIKAS (Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik) (o.D.). *Ma-the inklusiv mit PIKAS*. Verfügbar unter <https://pikas-mi.dzlm.de/>
- Prediger, S. & Schink, A. (2014). Verstehensgrundlagen aufarbeiten im Mathematikunterricht – fokussierte Förderung statt rein methodischer Individualisierung. *Pädagogik*, 66, 21–25.
- Rasch, R. & Schütte, S. (2012) Zahlen und Operationen. In G. Walther, M. van den Heuvel-Panhuizen, D. Granzer & O. Köller (Hrsg.), *Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret* (S. 66–88). Berlin: Cornelsen.
- Sasse, A. & Schulzeck, U. (2021). Die Differenzierungsmatrix als Rahmen für Planung und Reflexion inklusiven Unterrichts. In A. Sasse & U. Schulzeck (Hrsg.), *Inklusiven Unterricht planen, gestalten und reflektieren: Die Differenzierungsmatrix in Theorie und Praxis* (S. 11–34). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Scherer, P. & Moser Opitz, E. (2010). *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe*. Heidelberg: Spektrum.
- Schuchardt, K. (2008). *Arbeitsgedächtnis und Lernstörungen. Differenzielle Analysen der Funktionstüchtigkeit des Arbeitsgedächtnisses bei Kindern mit Lernstörungen*. Dissertation: Göttingen.
- Schuchardt, K. & Mähler, C. (2016). Exekutive Funktionen bei Kindern mit Lernstörungen. *Praxis der Kinderpsychologie und Kinderpsychiatrie*, 65, 389–405.
- Schulz, F., Wyschkon, A., Gallit, F. S., Poltz, N., Moraske, S., Kucian, K., von Aster, M. & Esser, G. (2018). Rechenprobleme von Grundschulkindern: Persistenz und Schulerfolg nach fünf Jahren. *Lernen und Lernstörungen*, 7, 67–80. <https://doi.org/10.1024/2235-0977/a000206>
- Schulze, S., Lüke, T. & Kuhl, J. (2020). Working Memory Sensitive Math Intervention for Primary School Students – A Multiple Baseline Design Study. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*, 18, 213–240.
- Sinner, D. (2011). *Prävention von Rechenschwäche durch ein Training mathematischer Basiskompetenzen in der ersten Klasse*. <http://geb.uni-giessen.de/geb/volltexte/2011/8198/>
- Sinner, D. (2016). *Zählendes Rechnen überwinden – Zahlenraum bis 20. Leicht verständliche Handlungsanleitungen, praktische Übungen und Arbeitsblätter für Klasse 1*. Augsburg: Auer.
- Sundararajan, N. & Adesope, O. (2020). Keep it Coherent: A Meta-Analysis of the Seductive Details Effect. *Educational Psychology Review*, 32(3), 707–734. <https://doi.org/10.1007/s10064-020-09522-4>
- Sweller, J. (1989). Cognitive technology: Some procedures for facilitating learning and problem solving in mathematics and science. *Journal of Educational Psychology*, 81, 457–466.
- Sweller, J. (2010). Cognitive Load Theory: Recent theoretical advances. In J. L. Plass, R. Moreno & R. Brünken (Hrsg.), *Cognitive Load Theory* (S. 29–47). Cambridge, New York: Cambridge University Press.
- Sweller, J. & Chandler P. (1991). Evidence for Cognitive Load Theory. *Cognition and Instruction*, 8, 351–362.
- Waniek, D. (1999). Überlegungen zum Konzept einer lernprozessorientierten Diagnostik und Didaktik und seiner Bedeutung im elementaren Mathematikunterricht. In H. Probst (Hrsg.), *Mit Behinderung muss gerechnet werden. Der Marburger Beitrag zur lernprozessorientierten Diagnostik, Beratung und Förderung* (S. 70–104). Solms-Oberbiel: Jarick Oberbiel.
- Wartha, S. & Schulz, A. (2013). *Rechenproblemen vorbeugen* (2. Aufl.). Berlin: Cornelsen.
- Weiß, R. H. & Osterland, J. (2012). *CFT 1-R: Grundintelligenztest Skala 1*. Göttingen: Hogrefe.
- Wember, F. B. (2006). Mathematik unterrichten – eine Subsidiäre Aktivität? Nicht nur bei Kindern mit Lernschwierigkeiten. In P. Scherer (Hrsg.), *Produktives Lernen für Kinder mit Lernschwächen*. 2. Aufl. (S. 230–245). Leipzig: Klett.
- Wittmann, E.C. & Müller, G. (2009). *Das Zahlenbuch. Handbuch zum Frühförderprogramm*. Stuttgart: Klett.

Historie

Manuskript eingereicht: 27.02.2024

Manuskript angenommen: 04.07.2024

Onlineveröffentlichung: 26.07.2024

Förderung

Open-Access-Veröffentlichung ermöglicht durch die Technische Universität Dortmund.

ORCID

Sarah Schulze

 <https://orcid.org/0000-0001-9036-5254>

Jan Kuhl

 <https://orcid.org/0000-0002-5500-0281>



Dr. Sarah Schulze

Fachgebiet Unterrichtsentwicklungsforschung mit dem Schwerpunkt Inklusion
 Fakultät Rehabilitationswissenschaften
 Technische Universität Dortmund
 Otto-Hahn-Str. 6
 44227 Dortmund
 Deutschland
 sarah.schulze@tu-dortmund.de