

KOSIOL, Timo; MENZEL, Marielena; GEISLER, Sebastian &
RACH, Stefanie
Magdeburg, Potsdam

Validierungskompetenz beim Modellieren mit Funktionen - Konzeptualisierung und Operationalisierung

Validierungskompetenz beschreiben

Modellierungskompetenz wird als Teil der allgemeinen mathematischen Kompetenzen beschrieben und ihre Entwicklung gilt als wichtiges Ziel des Mathematikunterrichts (KMK, 2022). Modellierungskompetenz meint dabei die Fähigkeit, die reale Welt mithilfe mathematischer Modelle zu erschließen. Mögliche Teilprozesse beim Anwenden dieser Kompetenz werden in idealisierten Modellierungskreisläufen beschrieben (Kaiser et al., 2023). Für das Modellieren mit Funktionen lässt sich der in Abb. 1 dargestellte Kreislauf zugrunde legen (vgl. Blum & Leiß, 2007; Eichler & Vogel, 2013).

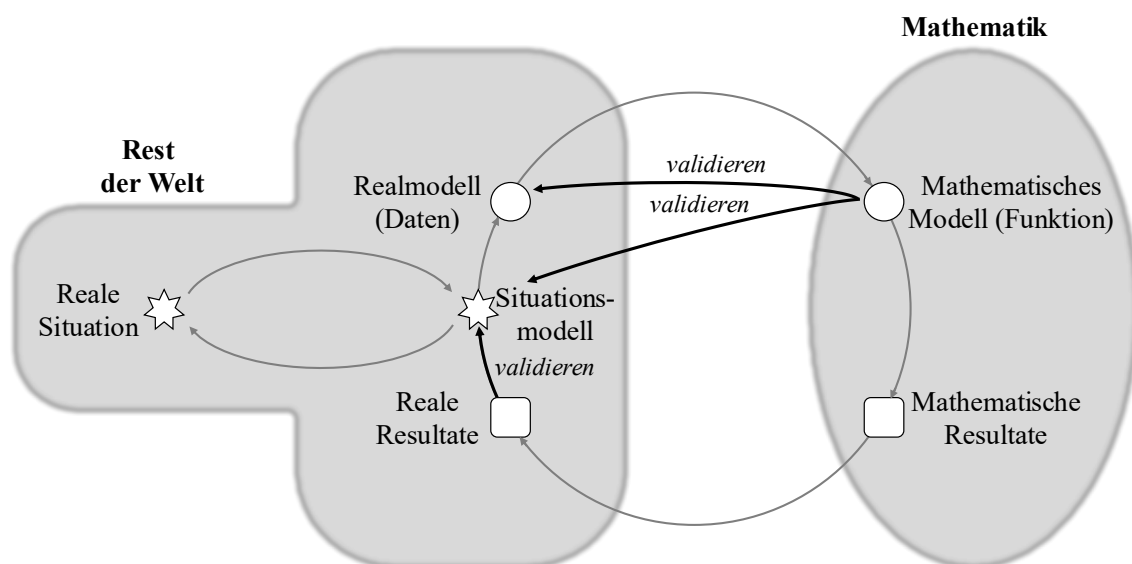


Abb. 1: Modellierungskreislauf in Anlehnung an Blum & Leiß (2007)

In diesem Kreislauf wird Validierungskompetenz benötigt, um Modelle und Resultate kritisch zu hinterfragen, zu reflektieren und alternative Lösungswege zu überprüfen bzw. Teile des Modells zu revidieren oder Teilschritte des Modellierungskreislaufes ggf. erneut zu durchlaufen (vgl. Cevikbas et al., 2022; Hankeln & Beckschulte, 2020; Kaiser et al., 2023).

Czocher (2018) unterscheidet verschiedene Arten des Validierens, bei denen jeweils einer der Teilschritte des Kreislaufes anhand eines vorherigen Teilschritts validiert wird. Anhand des in Abb. 1 dargestellten Kreislaufes lassen sich für eine Funktion als mathematisches Modell die Validierung anhand des Situationsmodells bzw. anhand der Daten unterscheiden. Zudem werden

reale Resultate anhand des Situationsmodells validiert. Weitere Arten des Validierens wären denkbar, z. B. die Validierung mathematischer Resultate anhand des mathematischen Modells. Wir konzentrieren uns aber auf die Validierung des mathematischen Modells oder der Resultate anhand von Aspekten der realen Welt.

Validierungskompetenz messen

Bisherige Ansätze, Modellierungskompetenz zu messen, lassen sich nach einem holistischen und einem atomistischen Ansatz unterscheiden (Blomhøj & Jensen, 2003), wobei der atomistische Ansatz überwiegt (Cevikbas et al., 2022). Während holistische Ansätze Modellierungskompetenz anhand der Leistung messen, Modellierungsprozesse vollständig zu durchlaufen, differenzieren atomistische Ansätze einzelne Teilkompetenzen aus, deren Beherrschen notwendig für die erfolgreiche Bearbeitung von Modellierungsaufgaben ist (Kaiser et al., 2023). Validierungskompetenz, als eine dieser Teilkompetenzen, lässt sich empirisch von den anderen Teilkompetenzen und von einer holistischen Modellierungskompetenz trennen (Brand, 2020; Hankeln & Beckschulte, 2020). Bisher wurde Validierungskompetenz primär im Kontext der Geometrie und zum Teil zu linearen Gleichungen erhoben, wobei die Prozesse Validieren und Interpretieren häufig als Teilkompetenzen zusammengefasst wurden (Brand, 2020; Zöttl, 2010; als einzelne Teilkompetenzen jedoch bei Hankeln & Beckschulte, 2020). Dabei wurden u. a. Items genutzt, die einfordern, ein gegebenes mathematisches Modell oder ein gegebenes Resultat z. T. mit Hilfe von Stützpunktwissen zu überprüfen.

Entwicklung eines Testinstruments zur Validierungskompetenz

Das Ziel dieses Beitrags ist es, die Entwicklung eines Testinstruments für die Validierungskompetenz von Lernenden beim Modellieren mit Funktionen zu beschreiben. Dabei wurde die folgende Frage adressiert:

Wie lässt sich die Validierungskompetenz beim Modellieren mit Funktionen konzeptualisieren und operationalisieren?

Konzeptualisierung: Validierungskompetenz wird als die Fähigkeit aufgefasst, ein erreichtes (Zwischen-)Ergebnis innerhalb des Modellierungskreislaufs anhand des eigenen Wissens und vorherigen Schritten des Kreislaufes zu überprüfen und dieses Ergebnis, wenn nötig, zu modifizieren. Die Konzeptualisierung ist in Abb. 2 dargestellt.

Als Validierungsfacetten wird die Validierung des mathematischen Modells fokussiert. Die Funktion, die genutzt wird, um die Zusammenhänge in der Realität zu beschreiben, kann anhand des Situationsmodells bzw. der Daten

validiert werden. Zudem wird das Validieren der Resultate anhand des Situationsmodells als Teil des Validierens verstanden.

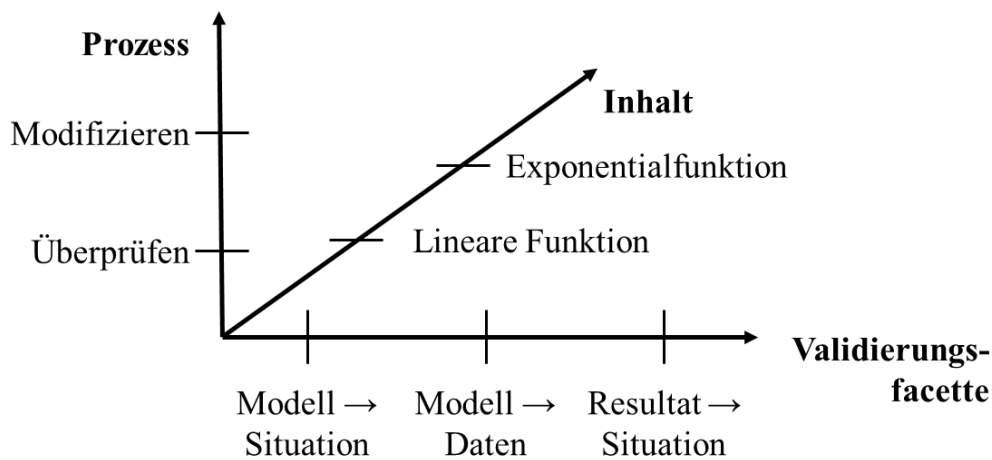


Abb. 2: Rahmenmodell zur Messung von Validierungskompetenz bei Funktionen

Für den Prozess des Validierens lässt sich unterscheiden, ob das Modell bzw. das Resultat kritisch überprüft wird oder ob das Modell modifiziert wird, um die Situation bzw. die Daten angemessener zu beschreiben. Als Inhaltsbereich werden lineare und Exponentialfunktionen gewählt, ein Übertragen des Modells auf andere Funktionstypen ist denkbar.

Operationalisierung: Bezüglich der Validierung des Modells wird entweder die Passung einer Funktion zur gegebenen Situation bzw. zu den Daten überprüft oder eingefordert, einen Funktionsterm oder -graphen so zu verändern, dass er besser zu der Situation bzw. den Daten passt. Die Daten sind in Tabellenform oder im Koordinatensystem und die Funktion als Graph oder Term gegeben. Vor allem multiple-Choice-Items werden verwendet. Als Indikator für das Überprüfen von Resultaten anhand der Situation wird Stützpunktwissen verwendet. Stützpunktwissen hilft dabei, die Plausibilität eines Resultats zu beurteilen und wird anhand von Items operationalisiert, die adäquate Vorstellungen zu den Größen *Länge*, *Zeit* und *Temperatur* einfordern.

Ausblick

Für das Modellieren mit Funktionen fehlte bisher ein Testinstrument, das die Validierungskompetenz atomistisch erfasst. Ein solches Instrument kann helfen, die Entwicklung dieser Kompetenz und ihre Rolle beim Modellieren besser zu verstehen. Im Rahmen des BMBF-geförderten Projekts *Ex2MoMa* ("Experimentieren zur Förderung von Modellierungskompetenzen und Motivation in Mathematik") wird das entwickelte Testinstrument genutzt, um die Validierungskompetenz von Lernenden zu messen und deren Entwicklung im Rahmen einer Interventionsstudie zu analysieren. Dazu wird das

Testinstrument mit Item-Response-Theorie Methoden analysiert. Im Rahmen der Intervention werden Experimente und Modellieren kombiniert (Geisler & Rach, 2023).

Literatur

- Blomhøj, M. & Jensen, T. H. (2003). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications*, 22(3), 123-139. <https://doi.org/10.1093/teamat/22.3.123>
- Blum, W. & Leiß, D. (2007). How do Students and Teachers Deal with Modelling Problems? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Hrsg.), *Mathematical Modelling* (S. 222-231). Woodhead Publishing. <https://doi.org/https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.221>
- Brand, S. (2020). Erfassung unterschiedlicher Dimensionen von Modellierungskompetenzen im Rahmen eines vergleichenden Interventionsprojekts. In G. Greefrath & K. Maaß (Hrsg.), *Modellierungskompetenzen – Diagnose und Bewertung* (S. 45-63). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-662-60815-9_3
- Cevikbas, M., Kaiser, G. & Schukajlow, S. (2021). A systematic literature review of the current discussion on mathematical modelling competencies: state-of-the-art developments in conceptualizing, measuring, and fostering. *Educational Studies in Mathematics*, 109(2), 205-236. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10104-6>
- Czocher, J. A. (2018). How does validating activity contribute to the modeling process? *Educational Studies in Mathematics*, 99(2), 137-159. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9833-4>
- Eichler, A. & Vogel, M. (2013). *Leitidee Daten und Zufall* (2. Aufl.). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-00118-6>
- Geisler, S. & Rach, S. (2023). Who benefits from modelling tasks combined with experiments? Effects of students' affective traits and learning situations on situational interest and feeling of competence. *Quadrante*, 32(2), 130-152. <https://doi.org/10.48489/quadrante.31452>
- Hankeln, C. & Beckschulte, C. (2020). Teilkompetenzen des Modellierens und ihre Erfassung – Darstellung einer Testentwicklung. In G. Greefrath & K. Maaß (Hrsg.), *Modellierungskompetenzen – Diagnose und Bewertung* (S. 65-86). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-662-60815-9_4
- Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R. & Greefrath, G. (2023). Mathematisches Modellieren. In R. Bruder, A. Büchter, H. Gasteiger, B. Schmidt-Thieme & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 399-428). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-662-66604-3_13
- KMK (2022). *Bildungsstandards für das Fach Mathematik Erster Schulabschluss und Mittlerer Schulabschluss (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004 und vom 04.12.2003, i.d.F. vom 23.06.2022)*. Abgerufen am 29.11.2024 von https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-ESA-MSA-Mathe.pdf
- Zöttl, L., Ufer, S. & Reiss, K. (2010). Modelling with Heuristic Worked Examples in the KOMMA Learning Environment. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(1), 143-165. <https://doi.org/10.1007/s13138-010-0008-9>