

Neuartiges modulares numerisches Framework zur Beschreibung von gasförmigen Isolationstrecken bei HGÜ-Anwendungen

Von der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik
der Technischen Universität Dortmund genehmigte

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)

vorgelegt von

Philipp Huber, M. Sc.

Referent: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Frank Jenau, Technische Universität Dortmund

Korreferent: Apl. Prof. Dr.-Ing. Dirk Schulz, Technische Universität Dortmund

Tag der mündlichen Prüfung: 22.10.2025

Philipp Huber, M. Sc.

Neuartiges modulares numerisches Framework zur Beschreibung von gasförmigen
Isolationsstrecken bei HGÜ-Anwendungen

Genehmigte Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades Doktor der
Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing) der Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik der
Technischen Universität Dortmund

Prüfungskommission:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Martin Pfof, Technische Universität Dortmund (Vorsitz)

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Frank Jenau, Technische Universität Dortmund

Apl. Prof. Dr.-Ing. Dirk Schulz, Technische Universität Dortmund

Apl. Prof. Dr.-Ing. Ulf Häger, Technische Universität Dortmund

Ort und Tag der mündlichen Prüfung: Dortmund, 22.10.2025

Kurzfassung

Die vorliegende Dissertation beschäftigt sich mit der physikalisch basierten Modellierung und Simulation gasförmiger Isolationsstrecken in Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragungssystemen (HGÜ), insbesondere unter dem Einfluss neuartiger Spannungsbeanspruchungen. Vor dem Hintergrund der Energiewende und der zunehmenden Anwendung modularer MMC-Konverter entstehen bislang wenig untersuchte Belastungsszenarien, bei denen klassische Verfahren der Isolationskoordination an ihre Grenzen stoßen.

Im Fokus steht das veränderte elektrische Verhalten gasförmiger Isolierstoffe bei Mischbeanspruchung, etwa durch die Überlagerung von Schaltstoßspannungen mit bestehender DC-Vorbelastung – ein Phänomen, das insbesondere bei Pol-Erd-Fehlern auftritt und normativ bislang unzureichend abgebildet ist.

Zur Analyse wird ein ganzheitliches, modular aufgebautes Simulationsframework entwickelt, das mikroskopische stochastische Monte-Carlo-Modelle mit makroskopischen deterministischen Feldmodellen koppelt. Diese basieren auf konservativen Transportgleichungen und erlauben die effiziente Berechnung zeitlich aufgelöster Stromverläufe unter realitätsnahen Bedingungen. Ergänzend werden neuartige Verfahren zur Bestimmung des Koronaeinsatzgradienten sowie zur Behandlung von Raumladungsdichten mit Lagrange-Multiplikatoren vorgestellt. Für stark inhomogene Felder und überlagerte Beanspruchungen wird ein bestehendes Leadermodell erweitert und über eine Kopplung mit dem Koronamodell physikalisch konsistent ergänzt.

Die entwickelten Methoden werden analytisch und experimentell validiert und auf praxisrelevante Anwendungsszenarien übertragen. Im Mittelpunkt stehen die Bewertung von Korona- und Koppelströmen an hybriden HGÜ-Freileitungen sowie die Abstandsdimensionierung unter betrieblich realistischen Bedingungen.

Die Arbeit liefert mit dem entwickelten Simulationsframework ein flexibel einsetzbares Werkzeug zur modellbasierten Analyse komplexer Beanspruchungssituationen. Die gewonnenen Erkenntnisse schließen normative Lücken bei Mischbeanspruchung, verbessern die Prognosefähigkeit elektrischer Feldverläufe und tragen zur sicheren und physikalisch basierten Auslegung künftiger HGÜ-Systeme bei.

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	iii
1. Einleitung	1
1.1. Status Quo	3
1.2. Forschungsmotivation und Problemstellung	9
1.3. Zielsetzung der Arbeit	14
1.4. Lösungsmethodik	15
1.5. Struktureller Aufbau der Arbeit	17
2. Kontextualisierung	19
2.1. Ionisierungsvorgänge in Gasen	19
2.2. Elektrischer Durchschlag	22
2.2.1. Im homogenen elektrischen Feld	22
2.2.2. Im stark inhomogenen elektrischen Feld	23
2.2.2.1. Koronaentladungen	23
2.2.2.2. Leaderentladungen	26
2.2.3. Einflussparameter auf die Ausbildung von ionisierenden Kanälen	28
2.3. Mathematische Beschreibung von Transportphänomenen in Gasen	29
2.3.1. Elektrostatisches Potential	31
2.3.2. Hydrodynamische Modellierung	31
2.3.2.1. Klassisches hydrodynamisches Modell (Modell 1. Ordnung)	33
2.3.3. Streuprozesse	34
2.3.4. Stromdichte des ionisierenden Kanals	37
2.4. Zur Modellbildung von Koronaentladungen an Freileitungen	38
2.4.1. Betriebsführung von HGÜ-Freileitungen	38
2.4.1.1. Bündelleiter	38
2.4.1.2. Grenzwerte bei Freileitungen	39
2.4.2. Charakteristik von Koronaentladungen	40
2.4.2.1. Eigenschaften von HDÜ-Systemen	41
2.4.2.2. Eigenschaften von HGÜ-Systemen	41
2.4.2.3. Eigenschaften von hybriden AC/DC-Systemen	42
2.4.3. Methoden zur Bestimmung der Koronaentsatzfeldstärke	43
2.4.4. Methoden zur Bestimmung von Koronaentladungen	44
2.4.4.1. Berechnung unipolarer Koronaentladungen	45
2.4.4.2. Berechnung bipolarer Koronaentladungen	46
2.4.4.3. Berechnung des Ionenstroms	47
2.4.4.4. Analytische Berechnung des Ionenstroms	47

2.4.4.5.	Experimentelle Methode	48
2.5.	Zur Isolationskoordination in gasförmigen Isoliermitteln	49
2.5.1.	Neuartige Überspannungen	49
2.5.2.	Modellierung Impulsspannungsbeanspruchungen	50
2.5.3.	Normative Verfahren zur Abstandsdimensionierung	52
2.5.4.	Selbstkonsistentes Leadermodell	53
2.5.5.	Erweiterung der Isolationskoordination: Einfluss überlagerter Ionenströme	58
2.6.	Zu Transportparametern gasförmiger Isoliermedien	60
2.6.1.	Methoden zur Ermittlung von Transportparametern	60
2.6.1.1.	Zweitermapproximation	63
2.6.1.2.	Monte-Carlo-Methode	64
2.6.1.3.	Empirische Bestimmung der Ionenbeweglichkeit in Luft	65
3.	Entwicklung des modularen numerischen Frameworks	67
3.1.	Bestimmung der Transportparameter für Isoliertgase	67
3.1.1.	Makroskopische Observablen der Elektronen	68
3.1.1.1.	Monte-Carlo-Simulation	68
3.1.1.2.	Validierung der Transportparameter von Elektronen in N_2	71
3.1.1.3.	Ergebnisse der Transportkoeffizienten für Elektronen	73
3.1.1.4.	Zwischenfazit	80
3.1.2.	Makroskopische Observablen der Ionen	81
3.1.2.1.	Erweiterung zur Berechnung der Transportparameter für Ionen	82
3.1.2.2.	Validierung der Transportparameter von Ionen	83
3.1.2.3.	Ergebnisse der Transportkoeffizienten für Ionen	87
3.1.2.4.	Zwischenfazit	89
3.2.	Neuartige Methode zur Berechnung des Koronaeinsatzgradienten	92
3.2.1.	Benchmark und Validierung	95
3.2.1.1.	Propagation der injizierten Testpartikel	100
3.2.2.	Zwischenfazit	103
3.3.	Neuartige Methode zur Berechnung transienter Partikeldichten	104
3.3.1.	Diskontinuierliche Galerkin-Methode	105
3.3.2.	Analyse der Erhaltungseigenschaften der DG-Methode	108
3.3.3.	Optimierungsbasierte Randbedingung für die Emission von Raumladung	113
3.3.3.1.	Diskussion der Synthese aus DG-Methode und Lagrange-Optimierung	115
3.3.4.	Numerische Strategien für nichtlineare Feld-Raumladungs-Kopplungen	118
3.3.5.	Strategien zur Behandlung transienter Potentiale	121
3.3.5.1.	Experimentelle Methodik	122
3.3.5.2.	Validierung des transienten Ionenstroms	129
3.3.6.	Zwischenfazit	136
3.4.	Neuartige Methode zur Abstandsdimensionierung	138
3.4.1.	Im homogenen elektrischen Feld	139
3.4.1.1.	Validierung mittels Paschen-Gesetz	139

3.4.2.	Im stark inhomogenen elektrischen Feld	140
3.4.2.1.	Numerische Umsetzung	145
3.4.2.2.	Sensitivitätsanalyse und Benchmark	149
3.4.2.3.	Erweiterung der Leadersimulation um DC-Vorspannung und Vorionisationseffekte	154
3.4.3.	Zwischenfazit	158
4.	Ionenströme an HGÜ-Freileitungen	161
4.1.	Koronaesatzgradient bei Regen und Kondensation	161
4.2.	Hybrides Freileitungssystem	163
4.3.	Bipolares Freileitungssystem	166
4.4.	Resümee zur Berechnung des Ionenstroms und Koppelstroms	167
5.	Isolationskoordination in Systemen der HGÜ	169
5.1.	Abstandsdimensionierung für quasi-homogene Felder	169
5.2.	Raumladungsdichteverteilung in MMC-Konverterhallen	171
5.3.	Abstandsdimensionierung in MMC-Konverterhallen	175
5.4.	Resümee zur Isolationskoordination in Systemen der HGÜ	177
6.	Analyse und Bewertung der Methoden und Ergebnisse	179
6.1.	Überlagerte Ionenströme im Fehlerfall an Freileitungen	179
6.1.1.	Analyse überlagerter Ionenstromimpulse im Fehlerfall	181
6.1.1.1.	Anstiegszeit	181
6.1.1.2.	Rückenhalfwertszeit	182
6.1.1.3.	Scheitelwert	185
6.2.	Peek-Äquivalent alternativer Isoliergase	186
6.3.	Hydrodynamisches Modell	186
6.3.1.	Einfluss der Diffusion	187
6.3.2.	Eingabeparameter der Simulationen	187
6.3.3.	Vorgabe von Anfangsverteilungen	188
6.4.	Analyse des Leaders zur Abstandsdimensionierung	188
6.5.	Bewertung der Forschungsfragen	189
7.	Zusammenfassung und Ausblick	195
A.	Tensoralgebra	199
B.	Zusammenhänge Geschwindigkeit, Energie, Druck und Temperatur	201
C.	Verwendete Elektronen-Kollisionen und Wirkungsquerschnitte	203
D.	Herleitung Stromdichte des ionisierenden Kanals	205
E.	Messtechnisches Setup	207
F.	Geschwindigkeitsvektor nach einer Monte-Carlo-Kollision	209

G. Verwendete Ion-Kollisionen und Wirkungsquerschnitte	211
H. Runge-Kutta-Verfahren	213
I. Versuchsaufbau zur Validierung	215
J. Pseudocode der Dispersionsrichtung	217
Abbildungsverzeichnis	219
Tabellenverzeichnis	221
Symbolverzeichnis	223
Literaturverzeichnis	233
Publikationsverzeichnis	251
Betreute wissenschaftliche Abschlussarbeiten	253

1. Einleitung

„Die natürlichen Systeme der Erde können mit unseren Anforderungen nicht Schritt halten.“

Mit diesen eindringlichen Worten eröffnete UN-Generalsekretär António Guterres den Umweltgipfel 2022 in Stockholm – genau 50 Jahre nach der ersten Konferenz der Vereinten Nationen über die Umwelt des Menschen an gleicher Stelle [1]. Bereits 1972 wurde dort in einer Deklaration mit 26 Prinzipien und einem begleitenden Aktionsplan mit 109 Empfehlungen der Grundstein für die internationale Umwelt- und Entwicklungspolitik gelegt [2]. Zentrale Themen waren die Notwendigkeit internationaler Zusammenarbeit und der Schutz der Atmosphäre, insbesondere durch die Verringerung von Luftschadstoffen und die Erhaltung der Ozonschicht.

Diese Konferenz markierte den Auftakt für eine Reihe globaler Initiativen, die seither im Kontext von Nachhaltigkeit und Klimaschutz unternommen wurden. Mit der Konferenz von Rio de Janeiro 1992 rückte das Thema Klimawandel noch stärker in den Fokus. Dort wurden unter anderem die Agenda 21 sowie das Rahmenübereinkommen der Vereinten Nationen über Klimaänderungen verabschiedet, mit dem Ziel, die anthropogene Beeinflussung des Klimasystems zu begrenzen und die Konzentration von Treibhausgasen zu stabilisieren [3].

Ein Meilenstein in der rechtlichen Verbindlichkeit war das Kyoto-Protokoll von 1997, mit dessen Unterzeichnung sich Industriestaaten zur Reduktion ihrer Emissionen um durchschnittlich 5,2 % gegenüber dem Stand von 1990 verpflichteten [4]. Die erste Verpflichtungsperiode lief von 2008 bis 2012, eine zweite folgte bis 2020 [5]. Die regulierten Gase umfassen u. a. Kohlendioxid (CO₂), Methan (CH₄), Lachgas (N₂O) sowie fluorierte Gase wie Schwefelhexafluorid (SF₆) [4].

Trotz dieser Vereinbarungen zeigen aktuelle Emissionsdaten kaum signifikante Fortschritte [6]. Der Umweltgipfel 2022 versuchte daher, durch neue Empfehlungen und stärkeren politischen Druck die Umsetzung der UN-Nachhaltigkeitsziele sowie des Pariser Klimaabkommens voranzutreiben [1].

Deutschland und die Europäische Union verfolgen im Rahmen der Energiewende das Ziel, fossile Energieträger durch erneuerbare Quellen zu ersetzen und die Energieversorgung langfristig klimaneutral zu gestalten [7]. Hierzu wurden mit dem Energiewirtschaftsgesetz (EnWG) gesetzliche Rahmenbedingungen geschaffen [8]. Die Transformation erfordert allerdings nicht nur neue Energiequellen, sondern auch eine leistungsfähige und flexible Energieinfrastruktur. Der steigende Anteil dezentral erzeugter, volatiler Energie – etwa aus Wind-, Solar- und Biomasseanlagen – stellt das Stromübertragungsnetz vor neue Herausforderungen [9].

Eine Schlüsseltechnologie für den Transport großer Energiemengen über weite Distanzen ist die Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung (HGÜ) [10]. Besonders bei Offshore-Windparks, die weit entfernt von Verbrauchszentren liegen, erweist sich HGÜ als effizient und verlustarm. Ihre Vorteile umfassen:

- Verlustarmer Langstreckentransport: HGÜ-Systeme ermöglichen den effizienten Energietransport über große Entfernungen mit deutlich reduzierten Übertragungsverlusten im Vergleich zu Wechselstromsystemen.

1. Einleitung

- Anbindung entfernter Erzeugungsstandorte: Sie eignen sich besonders für die Anbindung von Offshore- und Onshore-Windparks sowie abgelegenen Solar- und Windkraftanlagen an das Stromnetz.
- Internationale Vernetzung und Entkopplung: HGÜ ermöglicht den Energieaustausch zwischen Ländern mit unterschiedlichen Netzfrequenzen und trägt so zur europäischen Netzstabilität bei.
- Entlastung und Optimierung bestehender Netze: Durch Umgehung von Engpässen in Wechselstromnetzen verbessert HGÜ die Integration erneuerbarer Energien.
- Netzstabilität und Steuerbarkeit: HGÜ-Systeme bieten eine hohe Regelbarkeit des Leistungsflusses, fördern die Versorgungssicherheit und erleichtern die Systemführung.
- Technische Vorteile der Gleichstromübertragung: Keine Blindleistung, kein Skin-Effekt, bessere Ausnutzung des Leitungsquerschnitts und höhere übertragbare Leistungen durch höhere Energiedichte im Übertragungssektor.

Aufgrund dieser Vorteile sind HGÜ-Systeme zentrale Bausteine des Netzentwicklungsplans (NEP), den die Bundesnetzagentur regelmäßig aufstellt [9, 11]. Projekte wie „Ultraset“ verbinden beispielsweise den windreichen Norden mit dem industriellen Westen Deutschlands, indem bestehende Wechselstromleitungen um DC-Systeme ergänzt werden [12].

Mit dem Einsatz dieser Technologie wachsen jedoch auch die technischen Herausforderungen. HGÜ-Systeme unterliegen speziellen Betriebsbedingungen: Sie erzeugen – insbesondere im Fehlerfall – neuartige Spannungsformen mit ausgeprägten Gleich- und Impulsanteilen, deren Wirkung auf Betriebsmittel und insbesondere auf Isolierstoffe bislang nicht vollständig verstanden ist [13]. Die Zuverlässigkeit der Isoliertechnik muss dabei höchsten Anforderungen genügen, da Ausfälle erhebliche systemische Auswirkungen haben.

Ein zentrales Problemfeld sind gasphysikalische Entladungsprozesse in Isoliermedien, die durch neue Spannungsformen beeinflusst werden. Deren Beschreibung, Simulation und Bewertung ist essenziell, um das Verhalten von Isoliergasen unter realitätsnahen Bedingungen zu verstehen – insbesondere, wenn diese Gase als klimafreundlichere Alternativen zu SF₆ eingesetzt werden sollen.

Genau hier setzt die vorliegende Arbeit an. Sie verfolgt das Ziel, durch numerische Modellierung bestehende Wissens- und Methodiklücken zu schließen, indem:

- bestehende numerische Methoden zur Modellierung und Berechnung gasphysikalischer Entladungen weiterentwickelt und optimiert werden,
- Transportparameter für konventionelle und alternative Isoliergase umfassend charakterisiert und simulativ erfasst werden,
- neuartige Simulationsansätze entwickelt werden, um komplexe elektrische Feld- und Entladungsphänomene in HGÜ-Systemen mit hoher Genauigkeit und Performance zu modellieren.

Durch die Synthese unterschiedlicher Simulationsansätze soll ein Framework geschaffen werden, das detaillierte Analysen der Auswirkungen von HGÜ-spezifischen Beanspruchungen auf Isolationsstrecken ermöglicht und eine präzisere Abstandsdimensionierung unter Berücksichtigung von Mischbeanspruchungen zulässt. Somit trägt diese Arbeit dazu bei, normative Standards wissenschaftlich zu fundieren und zukünftige Entwicklungen im Bereich nachhaltiger Energieübertragungssysteme methodisch zu

unterstützen und leistet einen Beitrag zur sicheren und nachhaltigen Ausgestaltung moderner Energieübertragungssysteme.

1.1. Status Quo

Aufbauend auf diesem Hintergrund erfolgt im Folgenden eine detaillierte Analyse des aktuellen Stands von Wissenschaft und Technik hinsichtlich numerischer Modellierungsansätze, normativer Verfahren und experimenteller Erkenntnisse zur Beschreibung gasförmiger Isolationsstrecken bei HGÜ-Systemen. Der Fokus liegt hierbei nicht auf der allgemeinen technologischen Entwicklung, sondern explizit auf den etablierten numerischen Methoden zur Simulation von Gasentladungsphänomenen, Transportprozessen, Feldverteilungen und Durchschlagereignissen. Dabei werden sowohl Stärken als auch bestehende Limitationen aktueller Verfahren herausgearbeitet, die die Grundlage für die in dieser Arbeit entwickelte numerische Verfahrensentwicklung bilden.

Die Boltzmann-Gleichung bildet die physikalische Grundlage der kinetischen Gastheorie und ist zentrales Element der Nicht-Gleichgewichts-Thermodynamik, wie sie bei der Modellierung von Koronaentladungen zum Tragen kommt. Zur numerischen Lösung dieser Gleichung existieren vier gängige Simulationsmethoden [14]:

1. Partikelmodelle
2. Kinetische Modelle
3. Fluidmodelle
4. Hybride Modelle

Partikelmodelle lösen die Boltzmann-Gleichung direkt und liefern eine sehr genaue Beschreibung des Plasmaverhaltens. Aufgrund des hohen Rechenaufwands sind sie jedoch für großskalige HGÜ-Anwendungen wie Freileitungssysteme oder Konverterhallen praktisch nicht einsetzbar.

Kinetische Modelle koppeln die Boltzmann- an die Poisson-Gleichung und beschreiben insbesondere Energieverteilungen unter verschiedenen Feldbedingungen. Sie sind nützlich zur Berechnung von Transportparametern, etwa für neue Isoliergase, jedoch auf lokale Problemstellungen beschränkt. In HGÜ-Systemen mit großen Feldstärkegradienten, transienten Überspannungen oder räumlich ausgedehnten Geometrien stoßen sie an ihre Grenzen.

Fluidmodelle leiten sich aus Momenten der Boltzmann-Gleichung ab und beschreiben makroskopische Größen wie Dichte, Strom oder Temperatur in Abhängigkeit vom elektrischen Feld. Diese Modelle sind vergleichsweise effizient und eignen sich für Anwendungen mit stationären und zeitlich variierenden Feldern. Sie beruhen allerdings auf lokalen Näherungen wie der Local-Field-Approximation (LFA) oder der Local-Energy-Approximation (LEA). Jedoch brechen die Annahmen bei bestimmten Phänomenen wie sogenannten „Runaway“-Elektronen zusammen, die durch starke Felder über große Distanzen hinweg beschleunigt werden und sich außerhalb des lokalen Feldbereichs auswirken. Zudem treten bei der numerischen Lösung mit herkömmlichen Finite-Elemente-Verfahren Teilchendichteverluste auf, was zu fehlerhaften Raumladungsprofilen und Ionenstromdichten führt [14].

Hybride Modelle kombinieren Partikel- und Fluidansätze, indem sie beispielsweise die Entladungsfreifront mittels Teilchensimulation und den übrigen Bereich über ein Fluidmodell beschreiben. Solche

1. Einleitung

Modelle bieten einen guten Kompromiss zwischen Genauigkeit und Rechenzeit. Jedoch ist die Koppelung der beiden Methoden numerisch anspruchsvoll – insbesondere bei 3D-Systemen mit komplexen Elektrodentopologien.

Simulationstechniken zur Ermittlung von Transportparametern

Zur Ermittlung der Transportparameter gasförmiger Isoliermedien – insbesondere für Elektronen – kommen verschiedene numerische Simulationsverfahren zum Einsatz, die direkt oder indirekt aus der Boltzmann-Gleichung abgeleitet werden. Diese makroskopischen Parameter umfassen Größen wie Driftgeschwindigkeit, Beweglichkeit, Ionisations- und Anlagerungskoeffizient sowie Diffusion und stellen zentrale Eingangsgrößen für alle weiterführenden Modellierungen von Entladungsprozessen dar.

Neben klassischen Fluidmodellen, die diese Parameter nutzen, sind seit mehreren Jahrzehnten auch Teilchenmodelle etabliert, die direkt auf der kinetischen Gastheorie basieren. Hierzu zählen insbesondere Particle-in-Cell-Methoden (PIC), die vor allem in dichten Plasmen verwendet werden, sowie vollständige Monte-Carlo-Simulationen, die sich für schwach ionisierte Plasmen wie in der Hochspannungstechnik eignen. Eine Kombination beider Methoden findet sich in hybriden Verfahren, die erst ab Ende der 1980er Jahre entwickelt wurden und etwa von Birdsall in einem Review aus dem Jahr 1991 beschrieben wurden [15].

Frühe Arbeiten wie die von Reid und Hunter (1979) [16] verglichen die Zweitermapproximation zur Lösung der Boltzmann-Gleichung mit Monte-Carlo-Simulationen. Aufgrund der damals noch eingeschränkten Rechenkapazitäten wurden jedoch nur wenige Teilchen betrachtet. Die Zweitermapproximation ist heute ein Standardverfahren zur Bestimmung von Transportparametern für Elektronen und bildet unter anderem die Grundlage für Programme wie BOLSIG+ [17,18]. Die hieraus gewonnenen Parameter werden direkt in Fluidmodelle eingespeist, etwa zur Simulation von Koronaentladungen oder Streamern.

Einen Meilenstein in der numerischen Effizienz markierte die Einführung der sogenannten Null-Kollisionstechnik durch Boeuf und Marode im Jahr 1982 [19], die die Laufzeiten von Monte-Carlo-Simulationen signifikant reduzierte. Diese Methode wurde ursprünglich in der Gas-, Festkörper- und Neutronentransportphysik eingesetzt und wird bis heute vielfach genutzt [20–25]. Sie erlaubt die stochastische Simulation von Elektronentrajektorien inklusive Energieverteilung und Stoßprozessen auf Basis bekannter Wirkungsquerschnitte.

Im Jahr 2000 bewies Longo in [26], dass unter bestimmten Linearitätsannahmen die Monte-Carlo-Methode mathematisch direkt aus der Boltzmann-Gleichung hergeleitet werden kann – was zuvor nicht formal gezeigt worden war. Dies untermauerte die theoretische Fundierung der Methode zur Berechnung von Transportparametern. In jüngeren Arbeiten wurden zunehmend hybride Modelle entwickelt. So koppelte Brok in seiner Dissertation (2005) [21] Fluidmodelle mit Monte-Carlo-Kollisionen zur Untersuchung transienter Entladungen. Er verwendete zudem ein implizites Verfahren zur Lösung der Fluidgleichungen, was größere Zeitschritte und damit eine verbesserte Simulationseffizienz ermöglichte. Auch mehrdimensionale, vollständig gekoppelte PIC-Monte-Carlo-Simulationen wurden realisiert, etwa durch Chanrion und Neubert (2008) [23]. Diese konzentrierten sich auf atmosphärische Entladungen und konnten zeigen, dass einzelne Elektronen der Entladungsfrent „vorlaufen“ und zusätzliche Ionisation verursachen – ein Effekt, der in klassischen Fluidmodellen mit lokalen Feldannahmen (LFA) nicht erfasst wird.

Soria et al. (2008) [27] führten einen direkten Vergleich zwischen flusskorrigierenden Verfahren (FCT)

und Monte-Carlo-Methoden durch. Sie zeigten, dass beide Verfahren im Ergebnis weitgehend übereinstimmen und mit experimentellen Daten konsistent sind, sofern die Transportparameter konsistent bestimmt werden.

Ein wiederkehrendes Problem dieser Teilchenmodelle war lange die hohe Anzahl zu simulierender Einzelpartikel. Dies führte zur Einführung sogenannter Super-Partikel, bei denen viele reale Teilchen durch ein simuliertes repräsentatives Partikel ersetzt wurden. Mit wachsender Rechenleistung wurden jedoch zunehmend Simulationen mit realistischeren Teilchenzahlen durchgeführt – etwa bei Li (2007) [20] oder Zhang et al. (2018) [28]. Letztere führten erstmals Simulationen auf Flächen im Quadratzentimeterbereich durch, was einem Fortschritt in Richtung praxisnaher Geometrien für die Hochspannungstechnik entspricht. Hierbei konnten erste Aussagen über den Einfluss von Oberflächen-defekten auf die Entladungswahrscheinlichkeit und -stärke getroffen werden.

Die in den vorangegangenen Abschnitten dargestellten numerischen Methoden zur Bestimmung der Elektronentransportparameter stellen heute einen etablierten Baustein moderner Simulationsframeworks dar. Im Gegensatz dazu befindet sich die Modellierung von Iontentransportparametern sowie der zugehörigen Ionenenergieverteilungsfunktion weiterhin in einem aktiven Forschungsstadium – insbesondere im Hinblick auf klimatische Einflussgrößen, neuartige Isoliergase, komplexe Gasgemische sowie transienten Spannungsbeanspruchungen, wie sie im Kontext moderner HGÜ-Systeme auftreten.

Bereits in den 1980er-Jahren wurden erste Ansätze zur Boltzmann-basierten Berechnung der Ionenmobilität entwickelt. Damals kamen vorwiegend analytische oder semi-analytische Näherungen zum Einsatz, mit denen Beweglichkeiten für einfache Ionenarten (z. B. O_2^+ , N_2^+) in trockener Luft abgeschätzt wurden [29]. Für komplexere oder fluorierte Gase lagen zu diesem Zeitpunkt jedoch kaum valide Daten vor.

Einen bedeutenden methodischen Fortschritt erzielten Nelson und Benhenni (2001) mit der Erweiterung numerischer Lösungen der Ion-Boltzmann-Gleichung auf der Basis von Monte-Carlo-Verfahren [30]. Die ursprünglich für Elektronen entwickelten Null-Kollisionstechniken konnten dabei erfolgreich auf Ionen angewendet werden. Dies ermöglichte eine signifikante Reduktion der Rechenzeiten – trotz der im Vergleich zu Elektronen deutlich längeren Driftzeiten.

In der darauffolgenden Dekade erweiterten sie ihre Arbeiten kontinuierlich. Unter Anwendung der semiklassischen WKB-Näherung wurden zusätzliche Stoßquerschnitte für wichtige Ionenarten (N_2^+ , O_2^+ , SF_6^- , O^- , H_2O^+) publiziert [31–34]. Diese bildeten die Grundlage für eine präzisere Berechnung von Ionen-Schwarmparametern unter variierenden atmosphärischen Bedingungen.

Einen wichtigen Schritt in Richtung praktischer Anwendbarkeit bei HGÜ-Isoliergasen markierten die Arbeiten von Rankovic (2019), in denen erstmalig experimentell bestimmte Wirkungsquerschnitte für C_4F_7N veröffentlicht wurden [35]. Aufbauend darauf erfolgt im Rahmen dieser Arbeit die numerische Simulation der Iontentransportparameter mithilfe eines selbst entwickelten Monte-Carlo-Modells, das gezielt für alternative Isoliergase angepasst wurde.

Simulationstechniken zur Modellierung von Koronaentladungen

Die zuvor behandelten Elektronentransportparameter sind vor allem für die Beschreibung des Entladungsbeginns und des Koronaeinsatzes relevant, während die Iontentransportparameter maßgeblich die Ausbildung der Raumladung und den resultierenden Ionenstrom bestimmen. Auf dieser Grundlage wird im Folgenden der Stand der Technik zur numerischen Modellierung von Koronaentladungen betrachtet, welche beide Transportprozesse miteinander verknüpft.

1. Einleitung

Die numerische Modellierung elektrischer Entladungen, insbesondere von Korona- und Streamerprozessen, hat sich über mehrere Jahrzehnte hinweg ausgehend von experimentellen Grundlagenarbeiten zu einem eigenständigen Forschungsfeld entwickelt. Einen frühen experimentellen Zugang lieferte Raether bereits 1939, als er die Entstehung eines ionisierten Kanals vor einer Elektronenlawine sowie die Feldüberhöhung an der Entladungsfront beschrieb und Photoionisation als relevanten Verstärkungsmechanismus annahm [36]. Loeb und Meek zeigten 1940 theoretisch und experimentell, dass das klassische Paschen-Gesetz für bestimmte Durchschlagsarten unzureichend ist [37].

Im Jahr 1964 postulierten Davies et al. die Notwendigkeit einer mehrdimensionalen Modellierung der Feldverzerrung durch Raumladungen, auch wenn der Transport selbst eindimensional modelliert wird [38]. Die sogenannte „Method of Disks“, bei der der Entladungskanal als Zylinder beschrieben und die Poisson-Gleichung numerisch integriert wird, war ein erstes Verfahren in diese Richtung.

Ein wesentlicher Fortschritt ergab sich mit der Betrachtung höherer Modellordnungen durch Abbas und Bayle (1979–1985), die neben der Teilchendichte auch den Energietransport in Form der Local-Energy-Approximation (LEA) einbezogen [39–41]. Solche Modelle führen mathematisch auf hyperbolische Gleichungssysteme [42], deren Lösung numerisch anspruchsvoll ist. In diesem Zusammenhang traten Probleme wie numerische Diffusion oder Instabilitäten bei steilen Gradienten auf.

Eine methodische Verbesserung ergab sich durch die Entwicklung flusskorrigierender Verfahren (Flux-Corrected-Transport, FCT). Der SHASTA-Algorithmus von Boris und Book [43] sowie dessen multidimensionale Erweiterung durch Zalesak [44] waren zentrale Beiträge, die später auch auf Finite-Elemente-Verfahren (FEM) übertragen wurden [45, 46]. Die erstmalige Anwendung auf Gasentladungen erfolgte durch Morrow [47], der den FCT-Ansatz auf die Lösung der Transportgleichungen übertrug. Morrow analysierte zudem die Wirkung externer Beschaltungen und stellte fest, dass Diffusionseffekte auf das Simulationsergebnis nur einen geringen Einfluss haben, jedoch erheblich die Rechenzeit beeinflussen [48–50]. Die Kopplung von Boltzmann-Gleichung und Poisson-Gleichung zur direkten Herleitung von Transportgleichungen wurde erstmals 1979 von Lin et al. durchgeführt [51], weitere systematische Übersichten lieferten Kumar et al. [52].

Im Vergleich zwischen Monte-Carlo-Methoden und Fluidmodellen stellten Wu und Kunhardt [53] fest, dass Fluidmodelle weitgehend valide Ergebnisse liefern, sofern Ionisations- und Photoionisationsmechanismen korrekt berücksichtigt werden. Hagelaar [18] setzte erstmals implizite Verfahren zur Lösung höherer Fluidmodelle ein, was eine Erhöhung der Zeitschrittweite ermöglichte. Spätere Entwicklungen wie der Scharfetter-Gummel-Algorithmus [54], adaptiert von Kulikovskiy [55], zeigten Vorteile hinsichtlich glatter Dichteverläufe bei stark variierenden Gradienten.

Georghiou et al. kombinierten erstmals FEM mit FCT und reduzierten dadurch die Knotenzahl signifikant [45, 56]. Vergleiche zwischen Modellordnungen zeigten inkonsistente Ergebnisse: Während Eichwald et al. [57] Vorteile höherer Ordnungen erkannten, argumentierten Markosyan et al. [14], dass auch Modelle erster Ordnung die Entladung hinreichend genau beschreiben. Weitere hybride Ansätze, wie sie z. B. Li et al. vorschlugen, kombinieren Monte-Carlo-Simulationen in der Entladungsfront mit Fluidmodellen im restlichen Gebiet [20].

Zudem wurden adaptive Gitter [58] sowie spezifische Testverfahren zur Validierung eindimensionaler Modellierungen (z. B. Zalesak-Schraube) eingeführt.

Trotz der in den vorangegangenen Abschnitten beschriebenen Fortschritte numerischer Verfahren zur Simulation elektrischer Entladungen stellt die vollumfängliche Berechnung von Koronaentladungen in realen HGÜ-Freileitungssystemen nach wie vor eine große Herausforderung dar. Der nichtlineare

Zusammenhang zwischen elektrischer Feldverteilung, Raumladung und Stromdichte sowie die geometrische Komplexität der Anlagen machen die direkte numerische Lösung der zugrunde liegenden Gleichungssysteme rechenintensiv und instabil. Um diesen Herausforderungen zu begegnen, wurden verschiedene vereinfachende Ansätze entwickelt.

Eine etablierte Methode ist die sogenannte Deutsch-Annahme, bei der angenommen wird, dass die Feldverteilung durch Raumladung nicht verändert, sondern lediglich entlang bestehender Feldlinien umverteilt wird. Dies erlaubt eine effiziente Berechnung der Raumladungsdichte und Stromverteilung, insbesondere bei zylindersymmetrischen Konfigurationen [59]. Jedoch ist der Gültigkeitsbereich eingeschränkt, da die gegenseitige Kopplung von elektrischer Feldverteilung und Raumladung nur unzureichend berücksichtigt wird – insbesondere bei bipolarer oder asymmetrischer Anordnung von Leitern, wie sie in modernen HGÜ-Systemen vorkommen.

Die Kaptzow-Annahme bietet hingegen einen praxistauglichen Zugang zur Modellierung der Randbedingungen an der Leiteroberfläche. Hierbei wird davon ausgegangen, dass die elektrische Feldstärke am Leiter exakt der Koronaeinsatzfeldstärke entspricht [60]. Dieses Vorgehen ermöglicht eine robuste und nachvollziehbare Bestimmung der Ionenquellen bei Beginn der Entladung und stellt eine häufig verwendete Eingangsgröße in der numerischen Modellierung dar, etwa zur Initialisierung von Drift-Diffusions-Modellen. In Kombination mit Feldlösern wird die Kaptzow-Annahme verwendet, um iterativ eine konsistente Lösung des gekoppelten Poisson- und Koronaproblems zu erhalten.

Ein Beispiel für die numerische Untersuchung hybrider Freileitungssysteme liefert Straumann, der mithilfe der Finite-Elemente-Methode (FEM) ein System analysierte, bei dem die AC-Seite abgeschaltet war. Ziel war die Bewertung der Kopplungseffekte durch den DC-Koronastrom auf die benachbarte Drehstromleitung [61]. Dadurch konnten erstmals stationäre Koppelströme quantifiziert und die elektrische Feldverteilung unter realitätsnahen Randbedingungen bestimmt werden – ein wichtiger Schritt zur Einschätzung der Betriebs- und Schutzanforderungen hybrider HGÜ-Anwendungen.

Ergänzend werden auch semi-analytische Verfahren, wie etwa das Verfahren nach Sarma [62], herangezogen. Diese Methoden nutzen analytisch approximierten Feldverteilungen und erlauben eine vereinfachte Berechnung der Stromverteilung bei gleichzeitig reduzierter numerischer Komplexität. Sie eignen sich vor allem für idealisierte Geometrien und stationäre Bedingungen.

In der DIN 0210-9 wird zudem vorgeschlagen, bipolare HGÜ-Systeme durch die Superposition zweier unipolarer Systeme zu approximieren [63]. Diese Vorgehensweise ist rechentechnisch effizient, vernachlässigt jedoch nichtlineare Kopplungseffekte in der Raumladungsentwicklung, wodurch Einschränkungen bei der Gültigkeit auftreten – insbesondere bei transienten Vorgängen oder asymmetrischer Auslegung.

Simulationstechniken zur Isolationskoordination

Nach der historischen und methodischen Betrachtung der Entladungsprozesse rückt nun die Isolationskoordination als anwendungsorientiertes Bindeglied zwischen physikalischer Modellierung und technischer Auslegung in den Fokus. Sie bildet die Grundlage für die Festlegung erforderlicher Isolationsstrecken und spielt insbesondere bei HGÜ-Systemen mit auftretenden Überspannungen und überlagerten Spannungsbeanspruchungen eine zentrale Rolle.

Die Dimensionierung von Isolierstrecken in Hochspannungsanlagen, insbesondere bei HGÜ-Systemen, erfolgt traditionell auf Basis experimentell basierter Ansätze. Luft, als typisches selbstheilendes Isoliermedium, kommt dabei sowohl in Freiluftanwendungen (z. B. Freileitungen) als auch in Innenrauminstallationen (z. B. Stromrichterstationen) zum Einsatz [64, 65]. Ihre dielektrische Festigkeit wird

1. Einleitung

wesentlich von Parametern wie Luftdruck, Temperatur, Luftfeuchtigkeit, Beanspruchungsdauer und -art sowie der Elektrodengeometrie bestimmt. Feldverzerrungen, etwa durch Elektrodenform oder Rauigkeit, beeinflussen maßgeblich die Ausbildung von Raumladungen und den Entladungsmechanismus.

Zur Modellierung des Durchschlagverhaltens wurden historisch verschiedene Ansätze entwickelt. Ein frühes vereinfachtes Modell stellt das von Kind formulierte „Flächengesetz“ dar, das eine einheitliche Entladungsgeschwindigkeit unterstellt und vorrangig auf das Streamerwachstum fokussiert [66]. Für praktische Anwendungen fanden vor allem die Ergebnisse der Les-Renardières-Gruppe breite Rezeption [67], welche in der Cigré TB 72 [68] zusammengefasst sind. Diese Studien bildeten die Grundlage für sogenannte Ingenieurmodelle, welche die 50 %-Durchschlagspannung auf empirischer Basis vorhersagen. Solche Modelle berücksichtigen statistische Streuungen und werden zur Abstandsdimensionierung gemäß normativer Vorgaben, etwa DIN EN/IEC 60071, verwendet [69–71].

Ein wesentliches Kriterium hierbei ist der sogenannte Funkenstreckenfaktor K , der die Übertragung von Referenzmessungen (z. B. Stab-Platte) auf reale Elektrodengeometrien erlaubt [72]. Diese Methoden erlauben eine vereinfachte Handhabung der Isolationskoordination unter atmosphärischen Standardbedingungen (STC). Für Gleichspannungsbeanspruchungen wird auf Grundlage früherer Untersuchungen (u. a. [73, 74]) ein ähnliches Entladungsverhalten wie bei Streamerprozessen angenommen. Kombinierte Beanspruchungen, etwa Gleichspannung überlagert mit transienten Impulsen, sind bislang nur unzureichend beschrieben [68, 75].

Eine wichtige methodische Erweiterung des normativen Vorgehens stellt Freye im Jahr 2020 dar, in denen mit der sogenannten „MeSukKA“-Methode (Methodenbasierte Schlagweitenberechnung und klimatische Korrektur von Auslegespannungen) ein iteratives numerisches Verfahren entwickelt wurde, das auf den bekannten Gleichungen der Norm aufbaut, diese jedoch dynamisiert und miteinander koppelt [13]. Die MeSukKA-Methode verbindet die Berechnung von Funkenstreckenfaktor K , atmosphärischer Korrekturen und Impulsbeanspruchung in einem rechnerischen Regelkreis, wodurch die klassische, rein tabellarische Anwendung ersetzt und eine situationsspezifischere Bewertung möglich wird. Damit stellt MeSukKA einen Brückenschlag zwischen empirisch-normativen Modellen und numerischer Verfahrenstechnik dar, ohne jedoch tief in gasphysikalische Detailmodelle vorzudringen.

Neben diesen ingenieurmäßigen Verfahren existieren seit den 1970er-Jahren zunehmend auch gasphysikalisch begründete Modelle, die das Durchschlagverhalten über mikroskopische Mechanismen (z. B. Elektronenlawinen, Streamer- und Leaderbildung) abbilden. Solche Modelle erfordern die Kenntnis der zugrunde liegenden Transportparameter, wie sie in den vorherigen Kapiteln zur Elektronen- und Ionendrift sowie Koronaentladung beschrieben wurden. In Abgrenzung zu den normativen Methoden, die primär empirisch fundiert sind, stützen sich gasphysikalische Modelle auf die Lösung der zugrunde liegenden Gleichungen, wie z. B. der Boltzmann- oder Poisson-Gleichung. Dies ermöglicht eine detailliertere, aber auch rechenintensivere Simulation komplexer Durchschlagszenarien.

Hierzu entwickelte Carrara 1976 ein physikalisches Modell zur Beschreibung der Schaltstofffestigkeit großer Luftstrecken, das auf der Annahme einer konstanten Leadergeschwindigkeit basiert und den Durchschlag als gestuften Prozess von der Initiierung über das Leaderwachstum bis zur finalen Überschreitung beschreibt. Wesentliche Modellannahmen sind eine definierte Startfeldstärke für die Leaderbildung und eine lineare Korrelation zwischen Ausbreitungslänge und erforderlicher Spannung, wobei geometrische Effekte über einen empirischen Korrekturfaktor berücksichtigt werden [76].

Hutzler & Hutzler-Barre (1978) entwickelten ein Leadermodell zur Vorhersage der Schaltstoß-Durchschlagspannung großer Luftstrecken [77]. Zentral ist die Annahme eines kritischen Feldes von 31 kV cm^{-1}

an der Leaderfront als Voraussetzung für die weitere Ausbreitung. Der Leader wird als stromdurchflossener Kanal mit abfallendem Feld beschrieben. Zur Erfassung der Spannungsstreuung wird eine stochastische Richtungsabweichung des Leaders eingeführt, die sich aus Feldinhomogenitäten und zeitlicher Spannungsänderung ergibt.

Aufbauend auf der physikalischen Beschreibung des Leaderwachstums erweiterten Aleksandrov und Podporkyn (1979) den modellbasierten Zugang durch eine detaillierte Auswertung experimenteller Daten zur elektrischen Festigkeit langer Luftstrecken [78]. Ihr Ansatz stützt sich auf die Annahme einer konstanten, kritischen Gesamtladung zur Einleitung der kontinuierlichen Leaderausbildung, unabhängig von der absoluten Luftstreckenlänge. Diese sogenannte „Critical-Charge“-Hypothese erlaubt es, die Durchschlagspannung logarithmisch mit der Streckenlänge zu korrelieren. Die Autoren berücksichtigten dabei explizit die geometrieabhängige Kapazitätsverteilung, was insbesondere bei komplexen Anordnungen wie Leiter-Mast-Konfigurationen zu einer realitätsnahen Modellierung führte.

Ein weiterer ganzheitlicher Modellansatz zur Beschreibung positiver Entladungen in langen Luftstrecken wurde 1997 von Fofana und Bérroual vorgestellt [79]. Im Zentrum steht ein zeitabhängiges, selbstkonsistentes LCR-Leitungsmodell, das die Entladung als verteiltes elektrisches Netzwerk mit orts- und zeitabhängigen Parametern beschreibt. Eine zentrale Annahme des Modells ist die Beschreibung der Leiterausbreitung über ein elektrisches Feldkriterium an der Spitze des Leiters, wobei die Feldstärke mit einer analytischen Näherung (hyperbolischer Elektrodensatz) bestimmt wird. Zudem wird eine zufällige Richtungsänderung der Leiterausbreitung über eine Wahrscheinlichkeitsverteilung berücksichtigt, was eine realitätsnahe Abbildung der Entladungstrajektorie erlaubt. Im Gegensatz zu vielen früheren Arbeiten erlaubt dieses Modell die durchgängige Simulation aller Phasen des Entladungsprozesses – von dem Einsatz über die Leiterausbreitung bis hin zum finalen Überschlag – und erzielt dabei gute Übereinstimmung mit experimentellen Ergebnissen.

Im Anschluss an die Arbeiten von Fofana und Beroual konkretisiert das Modell von Becerra und Cooray (2006) die physikalische Beschreibung der Leaderentwicklung, indem es die räumliche Variation der Ladung entlang des Leaders explizit berücksichtigt [80]. Dabei wird gezeigt, dass die Leaderausbreitung maßgeblich durch die lokale Energiebilanz und die resultierende elektrische Feldstärke gesteuert wird. Im Gegensatz zu vorhergehenden Modellen erlaubt der Ansatz eine selbstkonsistente Kopplung zwischen Korona- und Leaderprozess, womit insbesondere die Dynamik der Leaderkopfspitze realitätsnäher beschrieben wird.

Aufbauend auf dem Ansatz von Becerra untersuchte Arevalo et al. (2011) die dynamische Entwicklung von Leaderentladungen unter positiven Schaltstößen. Ihr Modell berücksichtigt eine feldabhängige Streckung der Streamer-Zone sowie zufällige Richtungsänderungen des Leiters über eine gaußverteilte Krümmung. Dies erlaubt eine realistischere Beschreibung auch für alternative Elektrodengeometrien.

1.2. Forschungsmotivation und Problemstellung

Trotz zahlreicher etablierter Modelle bestehen weiterhin wesentliche Erkenntnislücken in der Beschreibung gasförmiger Isoliermedien unter den realen Belastungen moderner HGÜ-Systeme. Die zuverlässige elektrische Isolation spannungsführender Komponenten ist hierbei eine Grundvoraussetzung für alle wesentlichen Funktionen elektrischer Energieübertragungssysteme [81]. Gasförmige Isolierstoffe wie Luft oder Schwefelhexafluorid (SF_6) besitzen aufgrund ihrer Selbstheilungseigenschaften besondere Relevanz für HGÜ-Freileitungen und Stromrichterstationen [65]. Letzteres weist jedoch ein extrem hohes

1. Einleitung

Treibhauspotenzial auf, was die Entwicklung alternativer, klimaverträglicher Isoliergase erforderlich macht [82].

Das Isolierverhalten gasförmiger Medien wird stark durch Druck, Temperatur und Luftfeuchtigkeit beeinflusst [64, 65]. Klimatische Schwankungen führen zu veränderten Entladungsbedingungen, insbesondere bei inhomogenen Feldern. Gleichzeitig sind HGÜ-Systeme zunehmend neuartigen elektrischen Belastungen ausgesetzt, insbesondere in Form überlagerter Gleich- und transientscher Überspannungen, wie den sogenannten Very-Slow-Front-Impulsen (VSFO), deren Wirkung auf Isoliergase bislang nur unzureichend normativ erfasst ist [13].

Diese Belastungen begünstigen die Bildung von Raumladungen, welche das elektrische Feld lokal verändern und zu nichtlinearem Stromverhalten führen [83]. Die gängigen normativen Verfahren zur Bemessung von Luftstrecken – etwa in DIN EN IEC 60071-1 und -2 – beruhen primär auf empirischen Korrekturfaktoren und bieten für die Komplexität moderner HGÜ-Anwendungen nur begrenzte Aussagekraft [70, 71].

Die in Kapitel 2 dargestellten Modelle unterstreichen die Bedeutung gasphysikalischer Betrachtungen, offenbaren jedoch Defizite bei der Erfassung von Raumladungen, Mischbeanspruchungen und alternativen Gasen. Ziel dieser Arbeit ist daher die Entwicklung eines physikalisch basierten numerischen Frameworks zur Beschreibung gasförmiger Isolationsstrecken, das bestehende normbasierte Ansätze erweitert und präzisiert. Die drei zentralen Themenbereiche – die Modellierung von Ionenströmen, die physikbasierte Abstandsdimensionierung und die Berechnung von Transportparametern – werden im Folgenden detailliert motiviert und systematisch miteinander verknüpft.

Forschungsmotivation: Numerik - Isoliergase

Isoliergase wie C_4F_7N und $C_5F_{10}O$ stellen eine umweltfreundliche Alternative zum etablierten, jedoch klimaschädlichen SF_6 dar. Allerdings existieren bisher kaum verlässliche Daten für ihre gasphysikalischen Transportparameter; insbesondere fehlen gesammelte Wirkungsquerschnitte. Dies schränkt bestehende Modelle erheblich ein, da sie stark von experimentellen Daten abhängig sind.

Insbesondere die Berechnung der Ionenenergieverteilungsfunktion unter hohen reduzierten Feldstärken ($E/n_G > 120$ Td) ist aktuell noch weitgehend unerforscht, stellt jedoch eine zentrale Voraussetzung für die präzise Modellierung von Gasentladungen in HGÜ-Systemen dar [84].

Um diese entscheidende Forschungslücke zu schließen, entwickelt diese Arbeit ein numerisches Framework, das mikroskopische Wirkungsquerschnitte direkt in makroskopische Transportparameter überführt (siehe Abbildung 1.1). Im Gegensatz zu experimentellen Methoden, die aufwendige Infrastruktur und lange Messzeiten benötigen, bietet die numerische Methode deutliche Vorteile hinsichtlich Effizienz, Reproduzierbarkeit und Flexibilität. Dieses Teilmodul des Frameworks zur Berechnung von Transportparametern stellt dabei zunächst ein Mittel zum Zweck dar und basiert methodisch auf dem Stand der Technik. Durch die Synthese mit den neuartigen numerischen Methoden, beispielsweise zur Modellierung komplexer elektrischer Feld- und Entladungsphänomene unter Mischbeanspruchungen, entsteht jedoch ein neuartiges, ganzheitliches Simulationsframework. Dieses erlaubt eine umfassendere Betrachtung gasphysikalischer Vorgänge und deren Auswirkungen auf HGÜ-Systeme.

Das Framework wird sowohl für HGÜ-Freileitungssysteme, die insbesondere durch feuchte Luft charakterisiert sind, als auch für gekapselte gasisolierte Anlagen angewandt. Durch detaillierte numerische Untersuchungen des Zusammenhangs zwischen Transportparametern und resultierenden Raumla-

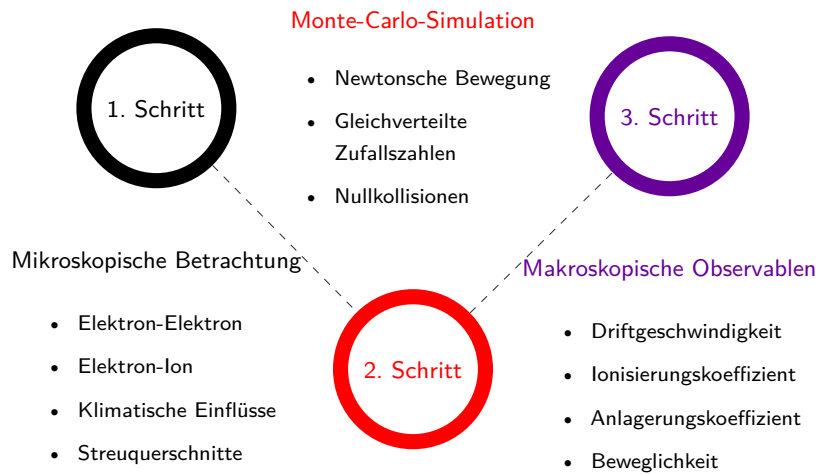


Abbildung 1.1.: Teilmodul des numerischen Frameworks zur Modellierung und Berechnung der Transportparameter von Isoliertgasen in der Hochspannungstechnik.

dungsdichten lassen sich fundierte Handlungsempfehlungen bezüglich Ionenstrombelastungen und erforderlicher Mindestabstände ableiten.

Forschungsmotivation: Numerik - HGÜ-Freileitungssysteme

Die bisherigen Betrachtungen zur numerischen Beschreibung von Isoliertgasen bilden die Grundlage für die weiterführende Anwendung auf HGÜ-Freileitungssysteme. Aufbauend auf dem zuvor vorgestellten Teilmodul zur Ermittlung von Transportparametern wird hier eine weiterführende numerische Verfahrensentwicklung angestrebt, die speziell auf die Herausforderungen der Koronaentladung und der Ionenstromberechnung bei HGÜ-Freileitungen unter realitätsnahen atmosphärischen Bedingungen ausgerichtet ist.

Bestehende Ansätze, wie das semi-analytische Verfahren nach [62] oder das BPA-Verfahren gemäß [85], beruhen auf stark vereinfachenden Annahmen, die den Einfluss von Raumladungsdichten nicht ausreichend berücksichtigen. Besonders kritisch ist hierbei die häufig angewendete Deutsch-Annahme, die eine konstante Feldverteilung unterstellt und dadurch wesentliche nichtlineare Effekte ignoriert.

Auch die in der Norm [85] vorgeschlagene Approximation eines bipolaren HGÜ-Systems durch zwei unipolare Systeme vernachlässigt Kopplungseffekte und die resultierende Veränderung der Raumladungsverteilung. Infolge dessen entsteht eine deutliche Abweichung gegenüber realen elektrischen Feldverteilungen, was insbesondere bei der Dimensionierung sicherheitskritischer Abstände problematisch ist.

Ein zentrales Problem ist die fehlende universelle Methode zur Bestimmung der Koronaentsatzfeldstärke bei komplexen Elektrodenkonfigurationen unter witterungsbedingten Einflüssen. Dies erfordert die Kombination mit den zuvor ermittelten Transportparametern der verwendeten Isoliertgase, wodurch ein direkter Zusammenhang zwischen Mikroskala (Gasinteraktionen) und Makroskala (Koronaentladung, Ionenstrom) hergestellt wird.

Zusätzlich stellt die unbekanntes Raumladungsdichte an der Leiteroberfläche ein wesentliches Hindernis dar, da sie als Ausgangspunkt der Koronaentladung fungiert. Herkömmliche Ansätze wie die Kaptzow-Annahme erfordern eine iterative Anpassung dieser Dichte, was zu hohem Rechenaufwand und langsamer Konvergenz führt. Daher ist eine zeiteffiziente numerische Methode wünschenswert, die

1. Einleitung

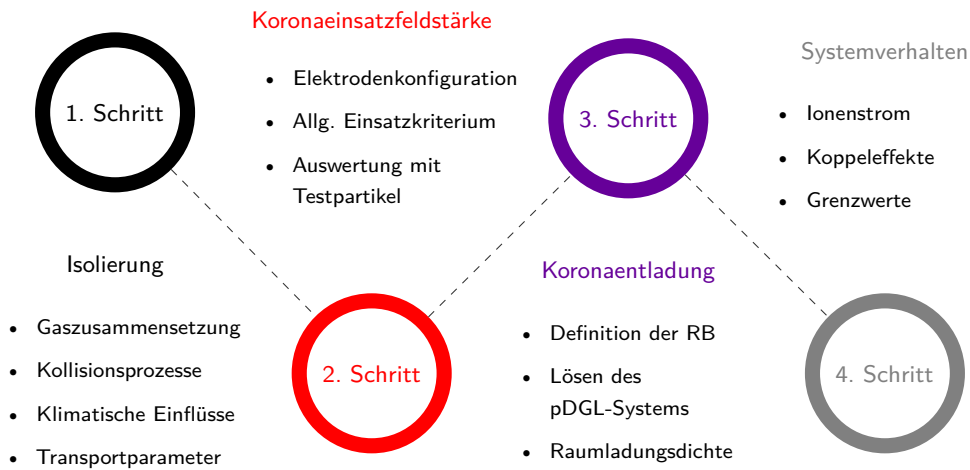


Abbildung 1.2.: Teilmodul des numerischen Frameworks zur Modellierung und Berechnung der Koronaentladung und Raumladungsdichte.

diese Randbedingung instantan erfüllt und gleichzeitig eine stabile Lösung des hochgradig nichtlinearen partiellen Differentialgleichungssystems (pDGL) gewährleistet.

Ein weiteres zentrales numerisches Problem liegt im sogenannten Teilchendichteverlust, der bei klassischen Finite-Elemente-Methoden (FEM) auftritt. Die physikalischen Prozesse im Zuge einer elektrischen Entladung im Isoliergas stellen im allgemeinen konservative Systeme dar und stellen somit auch spezielle Anforderung an den numerischen Algorithmus, da bei einer hydrodynamischen Modellierung die berechneten Teilchendichten im Zuge von Kollisionsprozessen erhalten bleiben müssen [86]. Numerische Standard-Methoden zur Lösung von partiellen Differentialgleichungen (pDGL) bewirken durch den numerischen Algorithmus selbst jedoch einen Teilchendichteverlust [87]. Die unphysikalische Abnahme von Ladungsträgern führt zu einer inkonsistenten Modellierung der Raumladungsverteilung und verfälscht die resultierende elektrische Feldverteilung sowie den berechneten Ionenstrom. Um diese Problematik zu adressieren, wird der Einsatz flusskorrigierender numerischer Verfahren notwendig, die auf Ladungserhaltung beruhen und den numerischen Verlust durch geeignete Korrekturterme kompensieren. Nur durch diese Verfahren lässt sich eine konsistente, physikalisch basierte Berechnung der Raumladungsdichte und der daraus resultierenden Feldverzerrung realisieren.

Ein wesentliches Ziel ist daher die Entwicklung eines numerischen Frameworks, das den vollständigen physikalischen Ablauf der Koronaentladung abbildet – von der Gaszusammensetzung über die Ermittlung der Einsatzfeldstärke bis hin zur Berechnung des resultierenden Ionenstroms. Die Notwendigkeit dieser ganzheitlichen Betrachtung wird durch die Abbildung 1.2 unterstrichen: Die Kombination dieses Teilmoduls mit dem zuvor entwickelten Modell zur Bestimmung der Transportparameter von Isoliergasen führt zu einem übergreifenden Simulationsansatz. Dieser ermöglicht eine durchgängig physikalisch basierte Modellierung der HGÜ-Freileitungssysteme – vom mikroskopischen Verhalten des Isoliergases bis hin zur makroskopischen Wirkung in realen Netzstrukturen. Die daraus resultierenden Simulationsergebnisse unterstützen die Weiterentwicklung normativer Prozesse sowie die sichere und effiziente Auslegung moderner HGÜ-Systeme.

Forschungsmotivation: Numerik - Isolationskoordination

Aufbauend auf den zuvor beschriebenen Herausforderungen bei der Modellierung von Isoliergasen und HGÜ-Freileitungssystemen richtet sich der dritte zentrale Motivationsstrang dieser Arbeit auf die Isolationskoordination – insbesondere im Kontext von überlagerten Spannungsbeanspruchungen. Diese Thematik gewinnt zunehmend an Bedeutung, da sich durch technologische Entwicklungen wie modulare Multilevel-Konverter (MMC) neue Überspannungsformen wie der VSFO ergeben, die in bestehenden Normen nicht oder nur unzureichend berücksichtigt sind.

Die Isolationskoordination verfolgt das Ziel, für jedes elektrische Betriebsmittel geeignete Isolationsabstände festzulegen, die das Auftreten von elektrischen Durchschlägen unter verschiedenen Betriebs- und Fehlerbedingungen zuverlässig verhindern. Diese Mindestabstände sind maßgeblich für die Betriebssicherheit von HGÜ-Systemen – insbesondere unter transienten und überlagerten Spannungsbeanspruchungen. Die Herausforderung liegt darin, diese Abstände nicht pauschal oder übermäßig konservativ zu bemessen, sondern physikalisch fundiert, realitätsnah und wirtschaftlich vertretbar zu dimensionieren.

Ein zentrales Problem besteht darin, dass aktuelle normbasierte Bemessungsgrundlagen für Gleichspannungsanlagen nur für Freiluftinstallationen definiert sind, während Innenrauminstallation – wie etwa Konverterhallen – explizit ausgenommen sind. Damit fehlt eine zuverlässige methodische Grundlage für die Dimensionierung von Luftstrecken unter realen Betriebsbedingungen in geschlossenen HGÜ-Systemen.

Hinzu kommt, dass neuartige Überspannungsformen infolge von Pol-Erde-Fehlern in gemischten Kabel-Freileitungs-Systemen durch Wanderwelleneffekte auch auf Freileitungsteilabschnitte wirken. Diese transiente Beanspruchung beeinflusst nicht nur das Durchschlagverhalten von Isolationsstrecken, sondern führt auch zu Ionenströmen, die mit Messsystemen, Schaltgeräten und dem Isolationsdesign wechselwirken [37]. Besonders in der Nähe der Koronazone rufen solche Ionenströme durch Kopplungseffekte eine verstärkte lokale Feldverzerrung hervor, welche die Entstehung von Leaderentladungen begünstigt. Normativ wie auch wissenschaftlich besteht in dieser Hinsicht eine deutliche Forschungslücke.

Die Motivation dieser Arbeit ergibt sich somit aus dem Bedarf, die Auswirkungen solcher überlagerten Spannungen auf gasisolierte Strecken systematisch zu untersuchen und deren physikalisches Verhalten unter realistischen Randbedingungen nachvollziehbar zu modellieren. Ziel ist es, eine wissenschaftlich fundierte Grundlage für die zukünftige Erweiterung normativer Isolationskoordination zu schaffen.

Zur Erreichung dieses Ziels wird auf die zuvor entwickelten numerischen Teilmodule zur Berechnung von Transportparametern (Isoliergase) sowie zur Modellierung der Koronaentladung und Ionenstromdichte (HGÜ-Freileitungen) zurückgegriffen. Diese werden gezielt um die Aspekte der Leaderentladung erweitert, da diese als Folge überlagerter Beanspruchungen auftritt und für die Bestimmung der Mindestabstände von entscheidender Bedeutung ist.

Die Synthese dieser drei Themenbereiche – (1) die mikroskopische Gasmodellierung, (2) die makroskopische Feld- und Entladungsmodellierung und (3) die physikalische Abstandsdimensionierung – führt zu einem übergeordneten numerischen Framework. Dieses ganzheitliche Modell erlaubt es erstmals, die gesamte Wirkungskette von Isoliergaseigenschaften bis hin zum Durchschlagverhalten unter transienten Spannungen durchgängig physikalisch abzubilden und daraus zuverlässige Bemessungsansätze abzuleiten. Mit diesem dritten Themenstrang wird die in dieser Arbeit verfolgte ganzheitliche numerische Verfahrensentwicklung vollständig. Die Synthese dieser bislang getrennt betrachteten Themenbereiche



Abbildung 1.3.: Teilmodul des numerischen Frameworks zur Modellierung und Berechnung von Leaderentladungen und der damit verbundenen Abstandsdimensionierung.

erlaubt eine ganzheitliche, physikalisch basierte Auslegung elektrischer Isolationssysteme. Dadurch entsteht ein robustes Fundament für künftige normbasierte Anforderungen in der HGÜ-Systemtechnik – mit direktem Einfluss auf Systemdesign, Betriebssicherheit und Nachhaltigkeit.

1.3. Zielsetzung der Arbeit

Aufbauend auf dem Stand der Technik und den identifizierten Forschungslücken im Bereich der numerischen Modellierung gasisolierter Systeme, insbesondere im Kontext der HGÜ-Systemtechnik, wurde im vorangegangenen Kapitel eine umfassende Forschungs- und Anwendungsmotivation entwickelt. Die dort dargestellten Herausforderungen umfassen sowohl Defizite in der normativen Modellbildung als auch die begrenzte Anwendbarkeit etablierter numerischer Methoden bei komplexen Beanspruchungsszenarien. Diese Erkenntnisse münden in einer Reihe gezielter wissenschaftlicher Zielstellungen, die in dieser Arbeit adressiert werden.

Die Zielsetzungen in Tabelle 1.1 leiten sich direkt aus der zuvor skizzierten Problemanalyse ab und fokussieren auf die Entwicklung und Validierung numerischer Verfahren zur physikalisch basierten Modellierung von Koronaentladungen, Ionenstromdichten und Isolationskoordination. In Tabelle 1.1 sind die einzelnen Ziele systematisch dargestellt. Neben dem jeweiligen Nutzen ist auch das zugehörige Kapitel angegeben, in dem die Bearbeitung erfolgt.

Tabelle 1.1.: Ziele der Arbeit, Nutzen und Zuordnung der Bearbeitung.

Nr.	Ziel der Arbeit	Nutzen und Kontext	Kapitel
1	Entwicklung einer Methode zur Berechnung der Ionenmobilität	Berücksichtigung klimatischer Bedingungen für Isoliergase in HGÜ-Systemen; Alternativen zu SF ₆	3.1.1, 3.1.2
2	Numerische Bestimmung des Korona-einsatzgradienten in 3D	Vermeidung empirischer Vereinfachungen wie der Peek-Gleichung; genauere Bestimmung der Einsatzfeldstärke	3.2, 3.2.1
3	Simulation transienter Partikeldichten unter hohen Feldstärken	Optimierung der Raumladungsmodellierung in HGÜ-Freileitungssystemen; Einsatz konservativer numerischer Verfahren	3.3
4	Modellierung überlagerter Spannungsbeanspruchungen	Abbildung kapazitiver und resistiver Effekte bei Pol-Erde-Fehlern; Analyse des Ionenstroms	3.3.5.2
5	Simulation von Ionenströmen an bipolaren/hybriden Freileitungen	Behandlung elektrischer Kopplungseffekte und Sättigungsphänomene	3.3.5.2, 4
6	Simulation statischer Durchschläge in homogenen Feldern	Optimierte Abstandsdimensionierung in HGÜ-Hallen auf physikalischer Basis	3.4.1, 5
7	Simulation der 50 %-Durchschlagspannung in inhomogenen Feldern	Erweiterung des Leadermodells auf neue Überspannungsformen; Rückwärtssimulation zur Ladungsabschätzung	3.4.2, 6
8	Entwicklung messtechnischer Methode zur Ionenstromerfassung	Charakterisierung des transienten Ionenstromverlaufs bei SI und VSFO; Vergleich small/large-scale	3.3.5.2
9	Synthese und Bewertung numerischer und experimenteller Methoden	⇒ Numerisches Framework: Ableitung konkreter Handlungsempfehlungen für HGÜ-Anwendungen	4, 5

1.4. Lösungsmethodik

Zur strukturierten Bearbeitung der in dieser Arbeit formulierten Forschungsfragen und Ziele erfolgt ein systematisches methodisches Vorgehen, das sich in sieben übergeordnete Schritte gliedert:

1. Kontextualisierung: Systematische Aufarbeitung des Stands der Wissenschaft zur elektrischen Entladung und Isolationskoordination.
2. Identifikation von Wissenslücken: Kritische Analyse bestehender numerischer Verfahren und deren Grenzen in HGÜ-Anwendungen.
3. Zieldefinition: Ableitung konkreter Forschungsziele zur numerischen Modellierung gasphysikalischer Phänomene.

1. Einleitung

4. Verfahrensentwicklung: Konzeption und Implementierung neuartiger numerischer Methoden zur Simulation von Entladungsprozessen \Rightarrow Neuartiges modulares numerisches Framework.
5. Verifikation und Validierung: Überprüfung der entwickelten Modelle durch analytische Lösungen, Literaturvergleiche und experimentelle Daten.
6. Anwendung auf HGÜ-Systeme: Übertragung der Verfahren auf relevante large-scale Anwendungsbeispiele (Freileitung, Konverterhalle, Isolationskoordination).
7. Bewertung und Handlungsempfehlung: Vergleich und Bewertung der Ergebnisse hinsichtlich ihrer praktischen Anwendbarkeit und Effizienz.

Die ersten drei Schritte – beginnend mit der umfassenden Kontextualisierung über den Stand der Technik und bestehende methodische Lücken bis hin zur präzisen Zieldefinition – wurden in den vorangegangenen Kapiteln detailliert aufgearbeitet. Im Fokus dieses Abschnitts steht nun die numerische Verfahrensentwicklung (Schritt 4) sowie deren Verifikation und Validierung (Schritt 5).

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein numerisches Methodenspektrum entwickelt, das auf die spezifischen Anforderungen moderner HGÜ-Systeme zugeschnitten ist – insbesondere mit Blick auf die physikalisch basierte Modellierung von Entladungsprozessen, Raumladungsverteilungen und Isolationsstrecken. Die gewählten Verfahren ermöglichen es, komplexe geometrische und klimatische Rahmenbedingungen zu simulieren und dadurch eine realitätsnahe Abbildung der zugrundeliegenden Gasentladungsphänomene zu erzielen.

Ein zentrales Element der Verfahrensentwicklung stellt zudem ein neuartiger Simulationsansatz zur Bestimmung des Koronaeinsatzgradienten dar. Hierbei wird durch eine gezielte Ladungsträgerinjektion im Elektrodennahbereich die Reaktion des Systems auf unterschiedliche elektrische Feldstärken analysiert. Auf diese Weise lassen sich allgemeine Einsatzkriterien numerisch auswerten, ohne auf vereinfachende Gleichungen wie die Peek-Gleichung zurückzugreifen, die nur für idealisierte Geometrien wie Rundleiter hergeleitet wurde. Das Verfahren erlaubt eine geometrieunabhängige Identifikation der Einsatzfeldstärke, indem die einsetzende Raumladungsakkumulation zur Charakterisierung des Koronaeinsatzes herangezogen wird – und bietet somit eine robuste Grundlage für die physikalisch basierten Modellierung auch in komplexen 3D-Konfigurationen.

Darauf aufbauend folgt mit der Weiterentwicklung der Koronamodellierung ein zentrales Element, das die physikalisch konsistente Beschreibung der Raumladungsdichten ermöglicht. Durch den Einsatz von Lagrange-Multiplikatoren wird die unbekannte Raumladungsdichte am Leiter präzise numerisch erzwungen – eine Herausforderung, der klassische FEM-Ansätze oft nicht ausreichend begegnen. Darüber hinaus werden flusskorrigierende Verfahren (Flux-Corrected Transport, FCT) eingesetzt, um den bei herkömmlichen Upwind-Verfahren typischen Teilchendichteverlust zu minimieren und gleichzeitig die Ladungsträgererhaltung bei konservativen Transportprozessen sicherzustellen. Die Modellierung transienter Ionen- und Elektronenbewegung erfolgt in gekoppelten Feld-Ladungs-Systemen, wobei stark nichtlineare Kopplungen – etwa bei hybriden oder bipolaren Systemen – durch Homotopieverfahren gezielt behandelt werden.

In der HGÜ-spezifischen Anwendung erfordert insbesondere das Verhalten bei überlagerten Spannungsbeanspruchungen (z. B. VSFO mit DC-Vorbelastung) ein detailliertes Verständnis der resultierenden Stromverläufe. Für diesen Fall wird eine kombinierte numerisch-experimentelle Methodik eingesetzt: Die Simulationsergebnisse des transienten Ionenstroms werden mit eigens erhobenen Messdaten validiert,

die in einem aufgebauten Prüfkreis unter kontrollierten Bedingungen erhoben wurden. Diese Validierung erfolgt in Kapitel 3.3.5.2, ergänzt durch eine Beschreibung des Messequipment in Anhang E.

Zur physikalisch basierten Modellierung der Leaderentladung unter überlagerten Spannungsbeanspruchungen wird das klassische Leadermodell nach Beroual auf Basis eines verteilten Schaltkreises in dieser Arbeit zielgerichtet erweitert. Im Unterschied zu bestehenden Ansätzen wird dabei eine DC-Vorbelastung explizit berücksichtigt, indem sie nicht als stationärer Spannungsvorwert, sondern als Ergebnis einer vorangehenden Koronaentladung modelliert wird. Hierfür wird in einem vorgeschalteten Simulationsschritt die Raumladungsdichte im Elektrodennahbereich mithilfe des entwickelten Koronamodells numerisch berechnet und anschließend in eine längenbezogene Ladung entlang des Entladungskanals umgerechnet. Diese Ladungsverteilung dient sodann als Initialbedingung für die Leaderpropagation und beeinflusst maßgeblich den Ladungseintrag in den Entladungskanal. Durch die physikalisch motivierte Koppelung beider Teilmodelle – Korona und Leader – wird die DC-Vorbelastung nicht nur berücksichtigt, sondern in ihrer raum- und zeitabhängigen Wirkung auf die Stoßspannungsfestigkeit und den Leaderfortschritt abgebildet.

Die Verifikation der entwickelten Modelle erfolgt durch verschiedene numerische Teststrategien: Dazu zählen u. a. Konvergenztests, die sicherstellen, dass die Lösungen gegen ein stabiles Ergebnis konvergieren, sowie der Einsatz der Zalesak-Schraube, ein etabliertes Verfahren zur Überprüfung von Ladungsträgerverlusten bei Rotationen in konservativen Systemen. Darüber hinaus werden analytische Vergleichsrechnungen herangezogen (Kapitel 2.4.4.4), um das numerische Verhalten mit theoretischen Lösungen abzugleichen.

Die Umsetzung all dieser Maßnahmen ermöglicht es, ein robustes, valides und flexibel einsetzbares Simulationsframework zu entwickeln, das nicht nur auf bestehende Normverfahren aufsetzt, sondern diese erweitert und im Kontext realer Betriebsbedingungen physikalisch vertieft. Der Einsatz dieser Methoden in komplexen Anwendungsszenarien – etwa zur Abstandsdimensionierung, Entladungsanalyse oder Stromflussbewertung – erfolgt in den abschließenden Kapiteln dieser Arbeit (Schritte 6 und 7) und ermöglicht eine praxisnahe Handlungsempfehlung zur Auslegung moderner HGÜ-Systeme.

1.5. Struktureller Aufbau der Arbeit

Die vorliegende Arbeit adressiert drei eng miteinander verknüpfte Themengebiete: die numerische Simulation von Koronaentladungen, die Abstandsdimensionierung bei komplexen Elektrodenanordnungen unter neuartigen Spannungsbeanspruchungen sowie die Berechnung von Transportparametern für alternative Isoliertgas. Diese Themen werden im weiteren Verlauf nicht isoliert, sondern interaktiv und im Hinblick auf ihre wechselseitigen Einflüsse behandelt und miteinander synthetisiert. Eine Übersicht über den strukturellen Aufbau der Arbeit bietet Abbildung 1.4.

Nach der Einleitung in Kapitel 1 wird in Kapitel 2 die notwendige physikalisch-mathematische Grundlage geschaffen und ein umfassender Überblick über bestehende wissenschaftliche sowie normative Ansätze gegeben. Dabei werden ausschließlich jene theoretischen Konzepte, Modellannahmen und normativen Grundlagen behandelt, die unmittelbar für die spätere numerische Verfahrensentwicklung sowie für die Analyse und Interpretation der Simulationsergebnisse relevant sind. So wird eine zielgerichtete und kohärente Basis für die darauf folgenden Kapitel geschaffen. Darauf aufbauend erfolgt in Kapitel 3 die Entwicklung und Implementierung der numerischen Verfahren zur Lösung der zuvor identifizierten Fragestellungen.

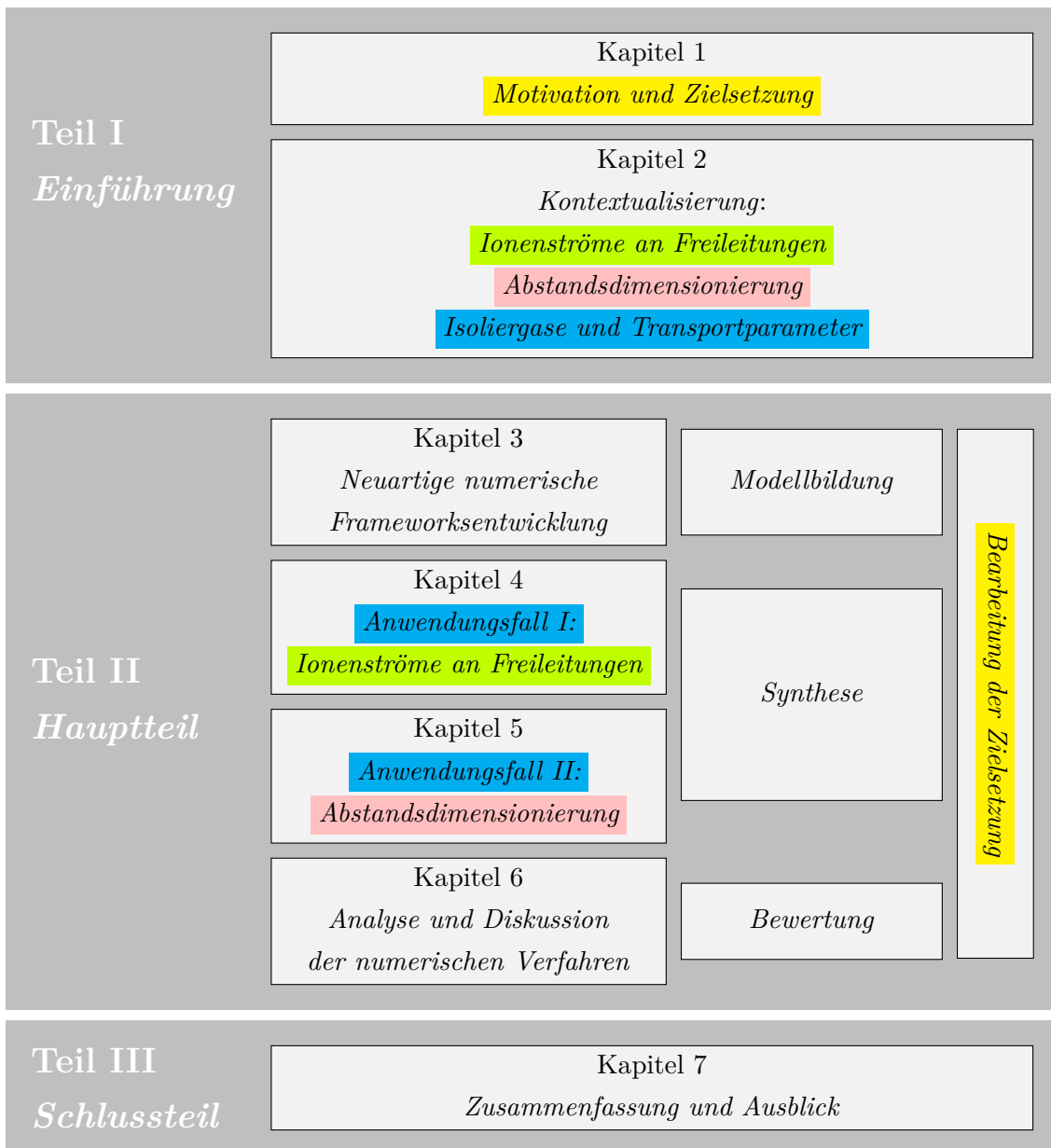


Abbildung 1.4.: Strukturübersicht der vorliegenden Arbeit: Neuartiges modulares numerisches Framework zur Beschreibung von gasförmigen Isolationsstrecken bei HGÜ-Anwendungen.

Die entwickelten Modelle werden anschließend in den Kapiteln 4 und 5 auf konkrete Anwendungsszenarien in der HGÜ-Technik übertragen und hinsichtlich ihrer Praxistauglichkeit und Aussagekraft evaluiert. Die übergreifende Bewertung der Verfahren sowie die Beantwortung der Forschungsfragen erfolgen in Kapitel 6. Kapitel 7 schließt die Arbeit mit einer kompakten Zusammenfassung der zentralen Erkenntnisse und einem Ausblick auf mögliche zukünftige Forschungsschritte ab.

2. Kontextualisierung

Im Anschluss an die Einleitung und die Darstellung des Status quo folgt im vorliegenden Kapitel die Kontextualisierung der untersuchten Fragestellungen. Dabei werden jene physikalischen, technischen und normativen Grundlagen vertieft, die für das Verständnis und die spätere Entwicklung der numerischen Verfahren sowie deren Anwendung im HGÜ-Kontext essenziell sind.

Im Fokus steht dabei die strukturierte Aufarbeitung relevanter Mechanismen und Modelle – von den mikroskopischen Streuprozessen in Gasen über die numerische Beschreibung von Entladungsphänomenen bis hin zur Normlage bei der Isolationskoordination.

Die Auswahl der behandelten Inhalte folgt konsequent dem Bedarf für die in späteren Kapiteln entwickelte Verfahrensmethodik und dient der systematischen Herleitung der eingesetzten Modellierungsansätze.

2.1. Ionisierungsvorgänge in Gasen

Unter Normalbedingungen sind Gase elektrische Isolatoren und werden deshalb als Isolierstoffe in der Hochspannungstechnik eingesetzt. Erst bei einer ausreichenden Zahl freier Ladungsträger – wie Elektronen, positiven und negativen Ionen – kommt es bei Überschreitung der elektrischen Festigkeit zu einem Stromfluss. Die Anzahl dieser freien Ladungsträger ist dabei das Ergebnis konkurrierender Generations- und Rekombinationsprozesse [88].

Freie Ladungsträger entstehen unter anderem durch ionisierende Einflüsse wie Photoionisation, kosmische Strahlung oder Zerfallsprozesse, z. B. infolge von Gammastrahlung [48, 56]. Daneben wird durch die thermische Bewegung von Teilchen im Gasraum (Thermoionisation) Ionisation stattfinden. Führt man einem Gas ein externes elektrisches Feld zu, setzen Ladungsträger durch Stoßprozesse mit neutralen Atomen neue Elektronen frei und löst eine Kettenreaktion in Form einer Elektronenlawine aus (vgl. Abbildung 2.1a) [65].

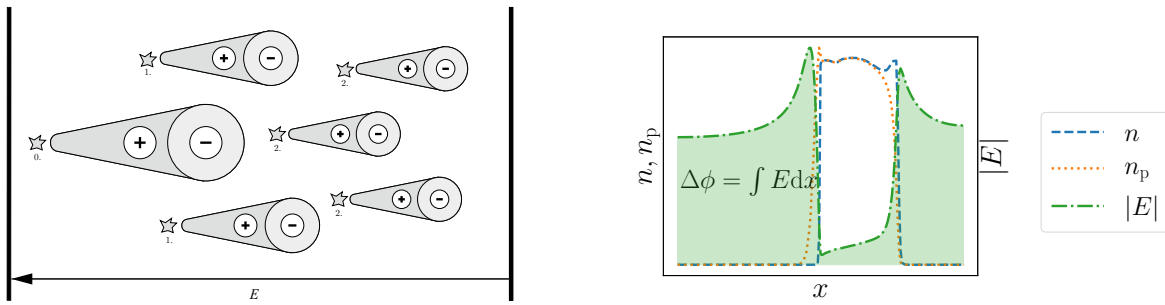
Stoßprozesse lassen sich grundsätzlich in elastische und unelastische Stöße unterteilen. Nur letztere führen zur Ionisation oder Anregung von Molekülen. Im angeregten Zustand werden Elektronen auf höhere Energieniveaus gehoben, bevor sie unter Photonaussendung in den Grundzustand zurückkehren – ein Mechanismus, der die bläulichen Leuchterscheinungen elektrischer Entladungen erklärt [89]. Die Ionisationswahrscheinlichkeit pro Weglänge wird durch den Townsend-Koeffizienten α beschrieben, der eine Funktion der reduzierten Feldstärke ist [90]. In der Gasentladungstheorie hat sich die Angabe der Feldstärke bezogen auf die Teilchendichte bewährt, gemessen in Townsend (Td), wobei gilt [89]:

$$[E_{\text{red}}] = \left[\frac{E}{n_G} \right] = \text{V m}^2 = \text{Td} \times 10^{21}. \quad (2.1)$$

Dabei ist n_G die Teilchendichte des Gases, in dem die Entladung stattfindet und wird über das ideale Gasgesetz als Funktion von Druck und Temperatur ermittelt:

$$n_G = \frac{N}{V} = \frac{p}{k_b T}. \quad (2.2)$$

2. Kontextualisierung



(a) Physikalischer Prozess der Elektronenlawine nach [65].

(b) Qualitativer Feld- und Teilchendichteverlauf für N_2 nach [17].

Abbildung 2.1.: Zusammenspiel von Elektronenlawine und der dadurch hervorgerufenen Ionendichte durch Ionisation oder Anlagerung sowie der Einfluss auf die elektrische Feldstärke.

Hierbei beschreibt N die absolute Teilchenzahl im Volumen V , p den Gasdruck in Pa, k_b die Boltzmann-Konstante und T die absolute Temperatur in K. Diese Beziehung gilt insbesondere für Gase wie Luft unter Normalbedingungen und vernachlässigt Eigenvolumen und Kohäsionskräfte [91].

Zusammenfassend lässt sich sagen: Ist die elektrische Feldstärke so hoch, dass die wenigen, stets vorhandenen freien Elektronen in der Lage sind, weitere Elektronen auszuschlagen, kommt es unvermeidlich zu einer Entladung bzw. einem Durchschlag zwischen den Elektroden (Streamerdurchschlag) [64]. Bei inhomogenen Feldern – beispielsweise um einen Rundleiter – kann die Entladung jedoch wieder verlöschen, sofern das Feld in einem Bereich so gering ist, dass keine weiteren Ladungsträger generiert werden.

Beim Ionisations- und Transportprozess negativer Ladungsträger wird das elektrische Feld hinter der Ladungsträgerfront zunehmend abgeschirmt, sodass es im inneren des ionisierten Bereichs keine weitere Ionisation mehr gibt. Bleibt die an den Elektroden angelegte Spannung konstant, muss sich das elektrische Feld außerhalb dieses Bereichs verstärken, um weiterhin das Wegintegral der angelegten Spannung zu erfüllen – was wiederum die Ionisation dort begünstigt [92,93]. In Abbildung 2.1b ist dieser Effekt qualitativ dargestellt. Die grün hinterlegte Fläche entspricht dem Wegintegral der elektrischen Feldstärke, also der Spannung zwischen den äußeren Elektroden. Der Transport der Elektronen erfolgt in positiver x -Richtung. Besonders im Bereich der Flanken der Elektronen- und Ionendichte treten steile Gradienten des elektrischen Feldes auf, die eine Herausforderung für numerische Algorithmen darstellen – und daher im Rahmen der numerischen Verfahrensentwicklung in Kapitel 3 adressiert werden.

In elektronegativen Gasen wie Luft treten zusätzlich Anlagerungsprozesse auf: Elektronen haften sich an neutrale Moleküle an und bilden negative Ionen. Der sogenannte Anlagerungskoeffizient η beschreibt die pro Weglänge entstehenden negativen Ionen durch diese Prozesse. Zur Beschreibung des Gesamtverhaltens wird der effektive Ionisationskoeffizient $\alpha_{\text{eff}} = \alpha - \eta$ eingeführt [65].

Je nach Modellgüte und Gaszusammensetzung lassen sich Näherungsfunktionen für α_{eff} ableiten. Eine universelle Monte-Carlo-Methode zur numerischen Berechnung dieser Kenngrößen wird in Kapitel 3 vorgestellt.

Mithilfe dieser Mechanismen für die Generation und Rekombination von Elektronen, positive Ionen und negative Ionen, werden schließlich die selbständige und die unselbständige Entladung erklärt.

Selbständige und unselbständige Entladung

Durch das Anlegen einer geringen elektrischen Feldstärke wirken auf die durch Fremdionisation erzeugten freien Ladungsträger Kräfte, die sie in Richtung der Elektroden bewegen und einen geringen Stromfluss hervorrufen. Mit zunehmender Feldstärke steigt die kinetische Energie der Ladungsträger, wodurch sich Rekombinationsprozesse verlangsamen und mehr Ladungsträger die Elektroden erreichen. Der Strom nimmt somit zunächst linear mit der angelegten Spannung zu, wobei dieser ohmsche Bereich durch ein Gleichgewicht von Generation und Rekombination charakterisiert ist – eine sogenannte unselbständige Entladung.

Sobald alle freien Elektronen aus dem Gasraum extrahiert sind, erreicht der Strom eine Sättigung. Erst bei Überschreiten einer kritischen Zündspannung erhalten Startelektronen ausreichend Energie, um durch Stoßionisation neue Elektronen zu generieren. Überwiegt der Generations- den Rekombinationsprozess ($\alpha > \eta$), entstehen durch den Drift positiver Ionen zur Kathode weitere Elektronen durch Sekundäremission. So entwickelt sich eine Elektronenlawine mit exponentiellem Stromanstieg – die selbständige Entladung nach dem Townsend-Mechanismus [65, 94].

Die Anzahl erzeugter Startelektronen in der k -ten Lawine lässt sich als geometrische Reihe ausdrücken:

$$n_k = \sum_{k=1}^{\infty} \gamma^{k-1} \cdot \left(\exp \left(\int_0^d \alpha_{\text{eff}} dx \right) - 1 \right)^{k-1} \quad (2.3)$$

$$= \frac{1}{1 - \gamma \cdot \left(\exp \left(\int_0^d \alpha_{\text{eff}} dx \right) - 1 \right)}. \quad (2.4)$$

Die geometrische Reihe divergiert, wenn ihr Nenner gegen null geht – dies stellt die Zündbedingung für eine selbständige Entladung dar. Formal ergibt sich damit:

$$\gamma \cdot \left[\exp \left(\int_0^d \alpha_{\text{eff}} dx \right) - 1 \right] \geq 1. \quad (2.5)$$

Dabei beschreibt γ den Rückwirkungskoeffizienten. Für kleine Werte von E/n_G dominiert die Photoemission, während bei $E/n_G > 100$ Td die Stoßionisation durch positive Ionen zur dominierenden Quelle für Sekundärelektronen wird [65].

Dieses Zündkriterium ist gültig für raumladungsfreie Entladungen, bei denen die durch die Lawinen erzeugten Raumladungen das Feld nicht signifikant verzerren. Bei einer Lawinenladung oberhalb der kritischen Größe $N_{\text{krit}} \approx 10^8$ beeinflusst die Raumladung jedoch das elektrische Feld, und die Gültigkeit des Townsend-Mechanismus endet [64].

In diesem Fall greift der Streamer-Mechanismus nach [95, 96]. Die schnellen Elektronen wandern an die Lawinenfront, während die deutlich langsameren positiven Ionen im Lawinenschwanz verbleiben. Am Lawinenkopf ergibt sich durch die kritische Anzahl an Elektronen eine Raumladung und verstärkt dadurch das elektrische Grundfeld. Infolgedessen erhöht sich vor der Lawine durch Generations- und Rekombinationsprozesse die Emission von Photonen. Die durch Photoemission erzeugten neuen Startelektronen lösen wiederum neue Elektronenlawinen aus, wodurch sich aus der Summe aller Lawinen die

2. Kontextualisierung

ionisierte Zone aufweitet (Lawine wächst in den feldschwachen Raum hinein) und ein leitfähiger Kanal entsteht - der Streamer [65, 95, 96]. Die zugehörige Zündbedingung lautet nach dem Meek-Kriterium:

$$\exp\left(\int_0^d \alpha_{eff} dx\right) \geq \ln(N_{krit}) = 14 \dots 18. \quad (2.6)$$

Speziell bei inhomogenen Feldern ist die Integrationsgrenze d in diesem Fall nicht die Schlagweite, sondern lediglich das Gebiet mit positivem Ionisationskoeffizienten, da das Wachstum an der Stelle einbricht, wo das elektrische Feld zu schwach ist und die Anlagerung von Elektronen an Bedeutung gewinnt - der Kanal löst sich auf [64]. Mithilfe der Monte-Carlo-Simulation zur Berechnung von α_{eff} und den allgemeinen Zündbedingungen in Gleichung (2.5) und (2.6) wird eine universelle und neuartige numerische Methode zur Berechnung der Einsatzfeldstärke und zur Berechnung der statischen Durchschlagspannung in Kapitel 3 entwickelt.

2.2. Elektrischer Durchschlag

In der Literatur wird das Zünden einer selbständigen Entladung häufig bereits als elektrischer Durchschlag bezeichnet. Dabei ist jedoch zwischen den zugrunde liegenden Durchschlagmechanismen – etwa der Townsend-Entladung, der Streamer- bzw. Koronaentladung im inhomogenen Feld sowie der Leaderentladung – zu differenzieren. Welche dieser Mechanismen vorliegt, hängt maßgeblich von den elektrischen Randbedingungen sowie weiteren Einflussgrößen ab, die im Folgenden systematisch betrachtet werden.

Eine zentrale Rolle spielt dabei die Elektrodenkonfiguration, da sie die Geometrie des elektrischen Feldes bestimmt. Abhängig vom angelegten Potential an der Hochspannungselektrode und der Form der Elektroden ergibt sich ein elektrisches Feld, das klassifiziert wird in homogene, schwach inhomogene oder stark inhomogene Felder.

Zur Quantifizierung der Feldinhomogenität dient der sogenannte Ausnutzungsfaktor nach Schwaiger [64]:

$$\eta_S = \frac{U}{a_{min} \cdot E_{max}}, \quad (2.7)$$

wobei U die angelegte Spannung, a_{min} den kürzesten Entladeweg und E_{max} den Betrag der maximalen elektrischen Feldstärke beschreibt. Der Quotient U/a_{min} wird als mittlere elektrische Feldstärke interpretiert, sodass der Ausnutzungsfaktor das Verhältnis von mittlerer zu maximaler Feldstärke beschreibt.

Ein Ausnutzungsfaktor $\eta_S = 1$ deutet auf ein homogenes elektrisches Feld hin. Werte zwischen 0,3 und 1 kennzeichnen schwach inhomogene Felder, während bei $\eta_S < 0,3$ von stark inhomogenen Feldern gesprochen wird [97].

2.2.1. Im homogenen elektrischen Feld

Bei homogenen und schwach inhomogenen Elektrodenanordnungen lässt sich die Durchschlagspannung durch die Einsatzfeldstärke des Isoliergases hinreichend genau abschätzen, da die Einsatzspannung U_c und die Durchschlagspannung U_d übereinstimmen [64]. In diesen Fällen ist die elektrische Feldstärke über die gesamte Entladungsstrecke hinweg ausreichend hoch, um Ionisationsprozesse kontinuierlich aufrechtzuerhalten, sodass die Entladung ungehindert zur Gegenelektrode vorwächst.

Nach Erreichen der Zündspannung steigt der Stromverlauf typischerweise sprunghaft an – begrenzt

lediglich durch den äußeren Versuchsaufbau oder die Schaltungsimpedanz. Die im Kapitel 2.1 erläuterten Mechanismen der Elektronenlawinen und Ionisationsprozesse bilden dabei die Grundlage.

Die Townsend-Zündbedingung nach Gleichung (2.5) setzt voraus, dass die Wirkung der erzeugten Raumladungen auf das äußere elektrische Feld vernachlässigbar ist. Mit zunehmender Ionisation steigt jedoch die Ladungsträgerdichte lawinenartig, wodurch insbesondere die quasi ortsfesten Ionen das elektrische Feld verzerren [96]. Dies gilt insbesondere bei höheren Gasdrücken und größeren Schlagweiten. Für den Bereich von $pd \approx 200 \dots 1000$ Torr·cm verliert der Townsend-Mechanismus daher seine Gültigkeit, da die Raumladung nicht mehr ignoriert werden kann.

Ab diesem Bereich wird der Zündvorgang durch den Streamermechanismus beschrieben (vgl. Kapitel 2.1) [95]. Überschreitet die maximale Ladungsträgerdichte beim Auftreffen auf die Anode den kritischen Wert von etwa 10^8 , bildet sich ein leitfähiger Kanal aus, der sich mit deutlich erhöhter Geschwindigkeit ($v_{st,homogen} \approx 100 \text{ cm } \mu\text{s}^{-1}$) zur Anode ausbreitet. Dieser Kanalaufbau ist kennzeichnend für den Übergang von der Lawinen- zur Streamerentladung.

Die Durchschlagspannung U_d eines Gases im homogenen Feld lässt sich als Funktion des Produktes aus Gasdruck p und Elektrodenabstand d beschreiben. Dies ist im sogenannten Paschen-Gesetz formalisiert [98]:

$$U_d = pd \cdot \frac{B}{\ln(pd \cdot A) - \ln(\ln(1 + \gamma^{-1}))}. \quad (2.8)$$

Dabei sind A und B spezifische Gaskonstanten und werden Tabelle 2.1 entnommen. Die experimentell ermittelten Paschen-Kurven stimmen in guter Näherung mit beiden Zündmechanismen überein und ermöglichen eine modellbasierte Beschreibung des Durchschlags im homogenen Feld.

Tabelle 2.1.: Werte für Konstanten A , B von Isoliertgasen und Gültigkeitsbereich der reduzierten elektrischen Feldstärke [65].

Isoliertgas	A in $\text{Pa}^{-1} \text{m}^{-1}$	B in $\text{V Pa}^{-1} \text{m}^{-1}$	Gültigkeit $\frac{E}{p}$ in $\text{V Pa}^{-1} \text{m}^{-1}$
Luft	10,95	273,8	75 ... 600
N_2	9,00	256,5	75 ... 450
CO_2	15,00	349,5	375 ... 750

2.2.2. Im stark inhomogenen elektrischen Feld

Stabile Vorentladungen wie Koronaentladungen treten ausschließlich bei stark inhomogenen Feldern auf, in denen lokal hohe Feldstärken vorherrschen. Diese Entladungen bleiben auf eng begrenzte Bereiche beschränkt, ohne dass es zu einem sprunghaften Anstieg des Stroms kommt – eine externe Strombegrenzung ist daher in dieser Phase nicht erforderlich.

Die Abfolge der physikalischen Prozesse bis zum vollständigen Durchschlag sowie die zugehörigen Modellierungsansätze sind in Tabelle 2.2 zusammengefasst. Diese bildet den strukturellen Rahmen für die nachfolgenden Kapitel, in denen die jeweiligen Entladungsphasen – von der Koronabildung bis zur Leaderentladung – detailliert erläutert und analysiert werden.

2.2.2.1. Koronaentladungen

Koronaentladungen bezeichnen einen örtlich begrenzten Durchbruch in stark inhomogenen elektrischen Feldern und zählen zu den äußeren Teilentladungen. Im Gegensatz zum homogenen Feld entstehen sie

Tabelle 2.2.: Phasen der Entladung bei inhomogenen Elektrodenanordnungen [99].

Entladungsphase	Physikalische Modellierung
Koronaeinsatz	Einsatzkriterium nach Peek [100], nach Ortega [101], nach Lowke [102], allgemeines Einsatzkriterium nach Raether/Meek [96]
Streamer, Koronaentladung	Gallimbertis Modell [103], Fofanas Modell [101] Dujkos Streamermodell [17], Goelian Modell [104] Ortegas Modell [105], Arevalos Modell [106]
Leadereinsatz	Carraras Koronaradius Kriterium [76], Rizks Kriterium [107], LTE-Model (1500 K kritische Temperatur) [103], 1 μC Kriterium [103]
Leaderentladung	Rizk's Lichtbogen Modell [107], LTE Modell [103], non-LTE Modell [103], Fofanas Netzwerk Modell [101], Becerra-Coorays Modell [80]
Vollständiger Durchschlag	Hutzlers Modell [77], Ortégas Modell [108], Lemkes Modell [101], Aleksandrovs Modell [78], Bondiou-Gallimbertis Modell [104], Arevalos Modell [109]

bereits vor einem vollständigen Durchschlag im unmittelbaren Bereich der beanspruchten Elektrode. Nach [110] sind drei Voraussetzungen notwendig, damit sich eine Koronaentladung entwickelt:

1. Die Einsatzfeldstärke ist überschritten.
2. Der Inhomogenitätsgrad des elektrischen Feldes liegt oberhalb eines kritischen Werts.
3. In der feldstarken Region sind freie Elektronen vorhanden.

Der Inhomogenitätsgrad ergibt sich aus der Elektrodenkonfiguration gemäß Gleichung (2.7). Die Verfügbarkeit freier Elektronen ist durch Fremdionisation sichergestellt [110].

Für das Zünden einer selbsterhaltenden Koronaentladung muss die Zündbedingung aus Gleichung (2.6) erfüllt sein, wie in Kapitel 2.1 erläutert. Dazu ist die Auswertung des Integrals erforderlich, wofür die Parameter Ionisationskoeffizient α , Anlagerungskoeffizient η und Rückwirkungskoeffizient γ bestimmt werden. Die entsprechende numerische Berechnung dieser Koeffizienten wird in Kapitel 3 detailliert vorgestellt und bildet eine zentrale Grundlage für die Simulation von Koronaentladungen.

Das physikalische Verhalten von Koronaentladungen unterscheidet sich maßgeblich in Abhängigkeit vom Vorzeichen der beanspruchten Elektrode. Im Folgenden werden daher die charakteristischen Mechanismen negativer und positiver Koronaentladungen gesondert betrachtet.

Negative Koronaentladung

Für den Fall einer negativen Korona werden die leichter beweglichen Elektronen in den feldschwachen Raum beschleunigt, wo sie durch Stoßionisation, wie in Kapitel 2.1 beschrieben, neue Elektronen und positive Ionen erzeugen. Die dabei entstehenden positiven Ionen driften zur Kathode. Sobald der selbständige Lawinenprozess einsetzt, bildet sich vor der Kathode eine positive Raumladungswolke aus,

die das lokale Poisson-Feld verstärkt. Der Lawinenprozess endet an der Ionisationsgrenze ($\alpha = \eta$), da das elektrische Feld dort zu schwach ist, um weitere Ionisationen auszulösen [64].

In Luft als elektronegativem Gas lagern sich Elektronen im feldschwachen Bereich an Sauerstoffmoleküle an und bilden dadurch negative Ionen. Diese Raumladungswolke schwächt den lokalen Feldverlauf und führt zu einer gleichmäßigeren Feldverteilung [88]. In elektropositiven Gasen unterbleibt diese Anlagerung, sodass keine Hemmung der Ladungsträgervermehrung erfolgt. Der Entladungsstrom steigt rasch an, was letztlich zum elektrischen Durchschlag führt. Die Raumladung beeinflusst somit wesentlich die Entwicklung der Koronaentladung – sowohl elektrisch als auch visuell [88].

Mit zunehmender Feldstärke lassen sich verschiedene Erscheinungsformen der negativen Koronaentladung beobachten. Direkt oberhalb der Einsatzfeldstärke tritt die sogenannte Trichel-Streamerentladung auf. Sie ist durch ein sich periodisch wiederholendes Muster charakterisiert: Ein anfänglicher Streamer propagiert durch den Entladungsraum, wird jedoch durch Elektronenanlagerung unterdrückt. Daraus resultiert ein Entladungsstrom bestehend aus negativen Impulsen mit einer Wiederholfrequenz von mehreren tausend Impulsen pro Sekunde. Die Frequenz steigt linear mit zunehmender Spannung. Da die Entladung auf Anlagerung basiert, tritt sie ausschließlich in elektronegativen Gasen auf [110].

Bei höherer elektrischer Feldstärke erreichen die Trichel-Impulse eine kritische Frequenz, und es setzt das negative pulslose Glimmen ein. Dieser stabile Entladungsprozess basiert auf einem schnelleren Abtransport der positiven Raumladung. Eine ausreichende Anlagerung zur Feldabschwächung findet nicht mehr statt, was die kontinuierliche Ionisation ermöglicht. Der Entladungsstrom zeigt einen konstanten Verlauf mit überlagertem Rippel, der mit zunehmender Spannung anwächst.

Steigt die Spannung weiter an, entwickelt sich der sogenannte negative Streamer. Dieser Entladungsmodus ist vor allem durch Elektronenemission infolge von Ionenbeschuss an der Kathode gekennzeichnet. Ein intensiver Ionisationsprozess trägt zur Bildung eines Streamerkanaals bei, der zunehmend in den feldschwachen Raum hineinwächst. Der Stromverlauf enthält Impulse, die mit einem Gleichstromanteil überlagert sind. Im Gegensatz zu den Trichel-Streamer-Impulsen stoppt der Entladungsprozess hier nicht mehr vollständig. Eine weitere Spannungssteigerung führt zum vollständigen elektrischen Durchschlag. Die jeweils charakteristischen Leuchterscheinungen sind detailliert in [110] beschrieben.

Positive Koronaentladung

Im Gegensatz zur negativen Korona beginnt bei positiver Polarität die Ionisation im unmittelbaren Bereich der Anode, da dort das elektrische Feld am stärksten ausgeprägt ist. Die dabei entstehenden positiven Ionen verbleiben aufgrund ihrer geringen Beweglichkeit ortsfest, während die Elektronen sich mit wachsendem Feld in den Entladungsraum hinein ausbreiten [65].

Die Entladung setzt bei positiver Polarität früher ein als bei negativer, da die Elektronen in den feldstarken Bereich wandern und dadurch die Ionisation in Anodennähe besonders effektiv verläuft. Infolge der starken Feldstärken nahe der Anode ist die Anlagerung von Elektronen – anders als bei negativer Korona – nur in geringem Maße wirksam, sodass der Großteil der freien Elektronen direkt an der Anodenoberfläche neutralisiert wird [110].

Die zurückbleibenden positiven Ionen homogenisieren das Feld vor der Anode und schwächen dort die Feldstärke ab. Gleichzeitig steigt die Feldstärke vor der Kathode, was zur Ausdehnung der Ionisationsgrenze in Richtung der Kathode führt. Die daraus resultierende Feldverteilung begünstigt das Wachstum eines Streamerkanaals und erleichtert somit den Übergang zum vollständigen Durchschlag [65].

Mit zunehmender elektrischer Feldstärke lassen sich verschiedene Erscheinungsformen der positiven

2. Kontextualisierung

Korona klassifizieren: Zunächst tritt die sogenannte Burst-Korona auf. Dabei breitet sich die Ionisation lokal an der Anodenoberfläche aus, wobei Elektronen vor ihrer Neutralisation noch Energie übertragen. Die entstehende positive Raumladung unterdrückt anschließend die Entladung lokal, wodurch sich die Elektronenemission in andere Bereiche der Anode verlagert. Der resultierende Entladungsstrom besteht aus positiven Impulsen geringer Amplitude mit unregelmäßiger Wiederholrate [110].

Bei weiter steigender Feldstärke bildet sich der positive Onset-Streamer, der sich radial von der Anode in den Gasraum ausdehnt. Die positive Raumladung in der Nähe der Anode verstärkt zunächst das elektrische Feld, bis durch aufeinanderfolgende Lawinen und die Neutralisation freier Elektronen eine Restraumladung entsteht, welche das lokale Feld abschwächt. Sobald die Feldstärke unter die Einsatzbedingung fällt, wird der Streamerprozess unterbrochen. Der resultierende Entladungsstrom zeigt positive Impulse mit hoher Amplitude und geringer Frequenz [110].

Unter speziellen Bedingungen entwickelt sich die Burst-Korona zu einem stabilen pulslosen Glimmen. Dieser Entladungszustand äußert sich durch einen nahezu konstanten Strom, überlagert mit einer hochfrequenten Rippelkomponente. Die Ionisation erfolgt hier kontinuierlich, da das elektrische Feld ausreicht, um positive Raumladungen effizient aus dem Entladungsraum abzuführen. Negative Ionen liefern die zur Ionisation benötigten Elektronen [110].

Bei weiter ansteigender Spannung geht die Entladung in den Breakdown-Streamer über. Dieser weist eine höhere Reichweite in den Gasraum auf als der Onset-Streamer und ist durch intensivere Entladungsströme mit höherer Wiederholrate charakterisiert. Die auftretenden Stromimpulse sind stark ausgeprägt und stellen eine direkte Vorstufe des vollständigen Durchschlags dar [110].

Die technischen Auswirkungen dieser Entladungsformen auf HGÜ-Systeme – insbesondere auf Isolierabstände und Ableitstropfpfade – werden in Kapitel 2.4 detailliert diskutiert.

2.2.2.2. Leaderentladungen

Speziell bei inhomogenen Elektrodenanordnungen mit großer Schlagweite ist die Entwicklung eines vollständigen Durchschlags mit einem kombinierten Streamer-Leader-Mechanismus verbunden [83]. Da der Einsatz von Streamer- bzw. Koronaentladungen bei positiven Spannungen durch den Polaritätseffekt begünstigt ist und sich dadurch niedrigere Durchschlagspannungen ergeben, bestimmt bei der Auslegung und Isolationskoordination von gasförmigen Isolierstrecken die positive Leaderentladung das Durchschlagverhalten [111].

Die Ausbreitung einer Streamer- oder Koronaentladung bleibt örtlich auf den stark inhomogenen Bereich beschränkt. Der Spannungsbedarf zur Aufrechterhaltung der Entladung im feldschwachen Raum reicht dort nicht aus, um bis zur Gegenelektrode vorzuwachsen. Untersuchungen von Blitzentladungen in Luft haben einen Mechanismus offenbart, mit dem große Schlagweiten im inhomogenen Feld trotz geringer Feldstärke überbrückt werden. Dieser Mechanismus basiert auf sogenannten Leaderentladungen, die sich aus einem Streamer entwickeln, sobald eine ausreichend hohe Ladungsmenge durch den ionisierten Kanal fließt. Die dabei entstehende Thermoionisation erhöht die Temperatur im Plasmakanal, wodurch die Leitfähigkeit signifikant ansteigt. Ab ca. 1500 K führt die thermische Bewegung neutraler Moleküle durch Stoßprozesse zur weiteren Ionisation [101].

Der damit verbundene starke Anstieg der Ladungsträgerdichte senkt den Spannungsbedarf im Leaderkanal deutlich. Während eine Streamerentladung in Luft typischerweise einen Feldstärkebedarf von $4,7 \text{ kV cm}^{-1}$ aufweist, liegt dieser bei einer Leaderentladung nur zwischen $0,1$ und $1,5 \text{ kV cm}^{-1}$. Der Plasmakanal befindet sich im Gegensatz zum Streamer nicht mehr in einem thermischen Nicht-

Gleichgewichtszustand (NLTE), sondern erreicht durch die hohe Ionisation ein thermisches Gleichgewicht (LTE) [83].

Während schwach ionisierte Plasmakanäle wie bei Streamern mit Fluid- oder Drift-Diffusions-Modellen beschrieben werden [17], ist bei aufgeheizten Kanälen ein vollständiges magnetohydrodynamisches Modell erforderlich. Der hohe Stromfluss erzeugt ein starkes Magnetfeld, das zu einem Pinch-Effekt führt, bei dem sich der Kanal radial zusammenzieht [94]. Vereinfachte Modelle zur Beschreibung der Leaderpropagation stellt [101] bereit.

Der Leaderkanal überträgt das Elektrodenpotential bis in den Leaderkopf, der seinerseits als neuer Ursprung für Streamerentladungen fungiert. Diese Streamer ionisieren das Gas vor dem Leaderkopf und bereiten die Bildung eines neuen Leaderabschnitts vor [111]. So verlängert sich der Leiterkanal schrittweise zur Gegenelektrode. Die Ausbreitung hängt direkt vom Spannungsverlauf an der Elektrode ab. Bei gleichbleibendem Spannungsniveau bleibt das elektrische Feld vor dem Leaderkopf erhalten. Mit zunehmender Kanallänge nimmt dieses Feld jedoch ab, wodurch sich das Wachstum verlangsamt oder stoppt.

Im Gegensatz zu Streamern, deren Leitfähigkeit durch Anlagerungsprozesse (insbesondere in Luft) eingeschränkt wird, erweitert sich der leitfähige Leaderkanal unter Impulsbeanspruchung kontinuierlich [83]. Entscheidend ist hierbei die Temperaturentwicklung im Kanal, da die Thermoionisation zusätzliche Ladungsträger liefert und gleichzeitig Anlagerungen unterdrückt.

Die Streamer-to-Leader-Transition wurde bereits in [107] beschrieben. Diese erfolgt, wenn der Plasmakanal einen kritischen Ionisationsgrad erreicht – entweder bei einer Temperatur von 1500 K oder bei einer umgesetzten Ladung von 1 μC im Kanal [101]. Diese Ladungsgrenze hängt jedoch stark von Elektrodengeometrie, Abstand, Umgebungsbedingungen und elektrischem Hintergrundfeld ab. Nach [109] bewirken schärfere Hochspannungselektroden eine höhere Ladungsdichte, bevor die Thermoionisation einsetzt. Eine pauschale Annahme von 1 μC führt somit unter Umständen zu Fehlabschätzungen.

Zur Quantifizierung des Ionisationsgrads dient die Elektronendichte, welche aus der gespeicherten Energie im Entladevolumen V und der Anregungsenergie ε^* bestimmt wird [112]:

$$n_e = \frac{CU^2}{2V\varepsilon^*}. \quad (2.9)$$

Eine vollständige Ionisation wird bei $n_e \approx 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ erreicht [112]. Auf Basis dieser Elektronendichte lassen sich die Relaxationszeiten der Energieaustauschprozesse im Kanal bestimmen. Sind diese Zeiten deutlich kleiner als die Entladungsdauer, liegt thermisches Gleichgewicht vor. Im thermischen Gleichgewicht gleichen sich die Temperaturen aller Spezies an, die Geschwindigkeitsverteilungen folgen der Maxwell'schen Statistik.

Die eingespeiste Energie muss also so hoch sein, dass die Elektronendichte für das thermische Gleichgewicht erreicht wird. Daher bilden sich Leader bevorzugt bei Schaltstößen aus, nicht jedoch bei Blitzstößen mit zu kurzen Zeitkonstanten [112]. Optimale Bedingungen für das Leaderwachstum bestehen, wenn das Spannungsniveau an der Elektrode langsam genug ansteigt, um das Potential am Leaderkopf konstant zu halten.

Erreichen die vom Leaderkopf ausgehenden Streamer die Gegenelektrode, beginnt der vollständige Gasdurchschlag, der sogenannte „final-jump“. Der Leader wächst mit konstanter Geschwindigkeit zur Gegenelektrode und verursacht so ein vollständiges Versagen der gasförmigen Isolierstrecke [111].

2.2.3. Einflussparameter auf die Ausbildung von ionisierenden Kanälen

Während der Druckeinfluss aus dem Paschen-Gesetz direkt ableitbar ist, wirken zahlreiche weitere Faktoren auf die Ausbildung des ionisierenden Kanals und die resultierende Durchschlagspannung. Die wichtigsten Einflussgrößen sind im Folgenden zusammengefasst:

- *Elektrodenoberfläche*: Idealisierte Modelle gehen von glatten Elektroden aus. Tatsächlich verursachen Rauigkeiten zwischen 3...6 μm , etwa durch Fertigungstoleranzen oder Kondensatbildung, lokale Feldüberhöhungen und senken so die Durchschlagspannung ab [64].
- *Elektrodenform*: Die Geometrie der Elektroden beeinflusst maßgeblich die lokale Feldverteilung. Kleine Radien begünstigen den frühzeitigen Ionisationseinsatz. Der Ausnutzungsfaktor nach Schwaiger (vgl. Gleichung (2.7)) dient zur Klassifikation in homogene und inhomogene Anordnungen. Bei homogenen oder schwach inhomogenen Feldern stimmen Einsatz- und Durchschlagfeldstärke überein [64].
- *Isoliergas*: Die Gasart beeinflusst sowohl die Ionisations- als auch Anlagerungsprozesse. Der effektive Ionisationskoeffizient α_{eff} (vgl. Gleichung (2.6)) ist feldstärkeabhängig und unterscheidet sich deutlich zwischen verschiedenen Gasen. Unterschiede in den Transportkoeffizienten (z. B. Mobilität, Diffusion) beeinflussen maßgeblich die Entladungsentwicklung und sind Gegenstand späterer numerischer Modellierung [89].
- *Spannungsform*: Das Einsetzen der elektrischen Entladung ist neben dem Isoliergas und der Elektrodenform auch von der Polarität der Spannung abhängig. Bei positiver Spitze ist der Einsatz von Entladungsphänomenen begünstigt, weswegen in technischen Anordnungen die Isolationskoordination bei Luftstrecken für positiven Spannungen erfolgt. Neben der Polarität ist auch die Spannungsform entscheidend für den Typ der Entladung. Während bei reiner Gleichbelastung die Gegebenheiten, also die über einen Zeitabschnitt langsam ansteigenden Spannung, für einen Leadereinsatz nicht erfüllt sind, setzen insbesondere bei Wechselspannungen und genormten Schaltimpulsen Leaderentladungen ein. Reine Gleichspannungen ermöglichen hingegen dauerhafte Driftprozesse, die zu stationären Ionenströmen führen [60, 101].
- *Temperatur*: Erwärmt sich das Isoliergas, wird die thermische Energie durch Ausgleichsprozesse in den Gasbestandteilen und Ladungsträger in kinetische Energie, rotatorische Energie und als Vibrationsenergie umgewandelt und bewirkt eine Zunahme der inneren Energie des Moleküls. Ebenso steigt die Beweglichkeit der Ladungsträger im Entladungsraum mit steigender Temperatur, wodurch sich auch der ausbildende Ionenstrom vergrößert. Die Tatsache der steigenden Ladungsträgerbeweglichkeiten wird mit der Einstein-Beziehung erklärt. Speziell in elektronegativen Gasen wie Luft oder synthetischer Luft scheint der dissoziative Prozess mit zunehmender Temperatur bevorzugt abzulaufen. Der nicht-dissoziative Prozess ist stark vom Molekül abhängig. So wird beim Sauerstoff die totale Elektronenanlagerung größer bei steigender Temperatur [113].
- *Druck*: Im Gegensatz zur Steigerung der Temperatur hat die Steigerung des Drucks einen gegenläufigen Effekt auf den Ionenstrom. Mit steigendem Druck nimmt die Teilchenanzahl pro Volumen nach dem idealen Gasgesetz zu. Durch die erhöhte Teilchenanzahl nimmt die mittlere freie Weglänge der Elektronen ab, beziehungsweise die Driftgeschwindigkeit der Elektronen sinkt. Dadurch bringen die Elektronen die erforderliche kinetische Energie für den Ionisationsprozess

nicht auf. Im Allgemeinen wird experimentell gezeigt, dass die Ladungsträgerbeweglichkeiten mit steigendem Druck abnehmen und der Ionenstrom sich somit verkleinert. Der Koronaeinsatzgradient nimmt bei konstanter Temperatur und steigendem Druck zu, die Korona setzt demnach erst bei einer höheren Spannung ein [60, 114].

- *Luftfeuchte*: Der Effekt von feuchter Luft auf die Transportparameter und der Erzeugung von Ladungsträgern ist zweigeteilt. Im niedrigen Feldstärkebereich ($E/n_G < 100$ Td) wird die Energieverteilung der Elektronen durch die Dipolwechselwirkung stark modifiziert. Ein weiterer Effekt beschreibt das Molekül-Clustering für negative Ionen. Negative Ionen werden dabei an große Massen geringerer Beweglichkeit gekoppelt und die Elektronenablösung so stark beeinträchtigt. Allerdings wird durch die dissoziative Elektroneanlagerung des Wassers ein weitere Möglichkeit zur Erzeugung von negativen Ionen generiert. Bei geringen reduzierten Feldstärken ($E/n_G < 100$ Td) ist der Ionisationskoeffizient α mit zunehmender Luftfeuchte immer kleiner bzw. die Elektronenanlagerung η wird größer. Wohingegen bei höheren reduzierten Feldstärken ($E/n_G > 100$ Td) die Verhältnisse umgekehrt sind, also der Ionisationskoeffizient größer ist. Dabei treten bei höheren Energien seltener Wechselwirkungen zwischen Wassermolekülen und Elektronen auf [113].
- *Zündverzugszeiten*: Gasentladungsphänomene unterliegen zudem statistischen Streuzeiten. Diese Zündverzugszeiten setzen sich aus statistischen Streuzeiten und den Aufbauzeiten der elektrischen Entladung zusammen. Die Initialzündung setzt ein freies Elektron voraus, welches durch natürliche Fremddionisation entsteht. Erst nach Erzeugung dieses Anfangselektron erfolgt die elektrische Entladung. Abhängig vom Isoliergas und der Gaszusammensetzung sowie der Elektrodenform und Spannungsform folgen verschiedene Entwicklungsphasen der Entladung innerhalb der Aufbauzeit [64].

Diese Einflussgrößen werden im folgenden Kapitel im Rahmen der mathematischen Beschreibung und der numerischen Modellbildung gezielt berücksichtigt.

2.3. Mathematische Beschreibung von Transportphänomenen in Gasen

Um die zuvor beschriebenen physikalischen Entladungsprozesse auch numerisch analysieren und zu simulieren, ist eine geeignete mathematische Modellierung erforderlich. Der Fokus liegt hierbei auf der mikroskopischen Beschreibung der Bewegung und Wechselwirkungen geladener Teilchen in einem elektrischen Feld. Da die betrachteten Entladungsphänomene wie Korona- und Leaderentladungen auf einem nicht-gleichgewichtigen, schwach ionisierten Medium beruhen, ist ein Modellansatz notwendig, der sowohl Vielteilcheneffekte als auch feldabhängige Ionisationsprozesse berücksichtigt.

Plasma ist neben dem festen, flüssigen und gasförmigen Zustand der vierte Aggregatzustand und bildet rund 99 % der sichtbaren Materie im Universum [115]. Das Plasma ist ein ionisiertes Gas, besitzt aber grundlegende verschiedene Eigenschaften als herkömmliche Gase. So ist ein Plasma stark vom Einfluss elektromagnetischer Felder geprägt. Die Bestandteile eines Plasmas sind neben neutralen Teilchen wie Atome, Moleküle oder Radikale auch Ladungsträger wie Elektronen und positive oder negative Ionen [89]. Ein Plasma wird zwischen Hochtemperatur-Plasmen und Niedrigtemperatur-Plasmen (Kaltes Plasma) differenziert. Speziell bei einer Koronaentladung spielt der Druck eine wesentliche Rolle, denn dieser muss im Niveau des Atmosphärendrucks liegen. Die Definition des kalten Plasmas erfolgt über die Elektronentemperatur T_e und Iontemperatur T_i . Es gilt $T_e \gg T_i$, wodurch sich

2. Kontextualisierung

das Plasma im Nichtgleichgewichtszustand befindet. Während die meiste Energie in die Elektronen übergeht, befindet sich die Ionentemperatur nahe der Raumtemperatur und ist somit der Namensgeber des kalten Plasmas [115].

Für die mathematische Modellierung eines Plasmas gibt es verschiedene Ansätze [14]. Im Einzelteilchenbild wird die Newtonsche-Bewegungsgleichung für ein geladenes Teilchen gelöst, welches sich in einem elektrischen Feld befindet. Mit dieser Beschreibung werden Driftbewegungen einzelner Teilchen beschrieben. Allerdings bleiben sämtliche Vielteilcheneffekte, wie Ausbildung eines Drucks im Plasma und der Einfluss von Kollisionen auf den Ladungsträgertransport im Plasma unberücksichtigt, wodurch die mathematische Beschreibung aller einzelnen diskreten an dem Aufbau eines ionisierenden Kanals beteiligten Teilchen nicht möglich ist. Um das gesamte Plasma zu beschreiben, wird deswegen ein Vielteilchenbild benötigt, welche die Basis für eine mikroskopische Betrachtung bildet.

Die kinetische Theorie von Plasmen unterscheidet sich im Wesentlichen in drei Punkten von der kinetischen Theorie von idealen Gasen [94]:

1. Geladene Plasmateilchen werden von elektromagnetischen Feldern beeinflusst
2. Kollisionen aufgrund des Coulomb Potentials
3. Bei nicht vollständig ionisiertem Plasma werden Elektronen und Ionen erzeugt und vernichtet.

Vielteilchensysteme werden durch die Liouville-Gleichung beschrieben [87]. Aus dieser wird die Boltzmann-Gleichung hergeleitet, welche ein kontinuierliches Modell für eine Teilchenverteilung angibt. Die Boltzmann-Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} f(\vec{x}, \vec{v}) + \vec{v} \text{grad} f(\vec{x}, \vec{v}) + \frac{q}{m} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \text{grad}_v f(\vec{x}, \vec{v}) = S_{\text{Koll}} \quad (2.10)$$

beschreibt die Verteilung eines Teilchens im sechsdimensionalen Phasenraum, d. h. im dreidimensionalen Ortsraum und im dreidimensionalen Geschwindigkeitsraum [94, 116]. Hierbei beschreibt f die Verteilungsfunktion der betrachteten Teilchen, \vec{v} ist deren Geschwindigkeit, grad ist der Gradient in Bezug auf die Ortskoordinaten und grad_v in Bezug auf die Geschwindigkeiten in verschiedene Raumrichtungen. q ist die Ladung der betrachteten Teilchen und m deren Masse. S_{Koll} beschreibt Streu- und Kollisionsprozesse und berücksichtigt die Kollisionen einzelner Teilchen, wie zum Beispiel elastische Stöße infolge von Coulomb-Streuung, Ionisierungsprozesse, Anlagerungsprozesse sowie Anregungen und stellt somit die Änderungsrate der Verteilungsfunktion infolge von Kollisionen dar [94]. Die Verteilungsfunktion f beschreibt die durchschnittliche Anzahl an Teilchen in einem Volumen und dem Geschwindigkeitsraum d^3v . Es gilt $f \geq 0$. Ferner strebt f hinreichend schnell gegen 0 für $|\vec{v}| \rightarrow \infty$. Dies stellt sicher, dass es keine unendlich schnellen Teilchen gibt. Die Geschwindigkeit eines Teilchens ist dabei nicht unbedingt vom Aufenthaltsort abhängig.

Im Folgenden wird der magnetische Feldeinfluss vernachlässigt, da die auftretenden magnetischen Felder sehr klein gegenüber den elektrischen Feldern sind [117].

Das Integral der Verteilungsfunktion f über den gesamten Geschwindigkeitsraum entspricht der Teilchendichte n . Diese wiederum ist über die Ladung mit der Raumladungsdichte verknüpft [89]:

$$\rho = qn = q \int f d\vec{v} \quad (2.11)$$

Sind verschiedenartige Ladungsträger beteiligt, wie etwa Elektronen und Ionen, so ist die vorzeichenrichtige Summe über diese zu bilden. Diese Gleichung stellt auch einen direkten Bezug zur Poisson-Gleichung her.

2.3.1. Elektrostatisches Potential

Auf makroskopischer Ebene lassen sich elektrodynamische Vorgänge durch die Maxwell-Gleichungen beschreiben. In differentieller Form lauten sie [118]:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.12)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.13)$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad (2.14)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0. \quad (2.15)$$

Hierbei sind \vec{E} und \vec{H} die elektrische und magnetische Feldstärke, \vec{D} und \vec{B} die elektrische und magnetische Flussdichte, \vec{J} die Stromdichte und ρ die Raumladungsdichte. Es gelten ferner die vereinfachten Materialgleichungen [118]:

$$\epsilon \vec{E} = \vec{D} \quad (2.16)$$

$$\mu_P \vec{H} = \vec{B} \quad (2.17)$$

$$\kappa \vec{E} = \vec{J}. \quad (2.18)$$

Mit der elektrischen Permittivität ϵ , der magnetischen Permeabilität μ_P und der elektrischen Leitfähigkeit κ . In dieser Arbeit wird durchgehend angenommen, dass die drei genannten Größen skalare Konstanten sind. Es hat sich gezeigt, dass es sinnvoll ist, das elektrische Potential ϕ als Hilfsgröße zu definieren [118]:

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} \phi. \quad (2.19)$$

Diese Definition ist nur für den elektrostatischen Fall geeignet. Zwar werden in dieser Arbeit transiente Vorgänge untersucht, jedoch ist es möglich für die Ausbildung des Kanals von vernachlässigbaren Strömen auszugehen [119]. Mit (2.14), (2.16) und (2.19) gilt dann die folgende Gleichheit [118]:

$$-\frac{\rho}{\epsilon} = \operatorname{div} \vec{E} = \operatorname{div} \operatorname{grad} \phi = \Delta \phi. \quad (2.20)$$

Hierbei ist $\Delta(\cdot) = \operatorname{div} \operatorname{grad}(\cdot)$ der Laplace-Operator [120]. Gleichung (2.20) wird auch Poisson-Gleichung genannt. Aus den Maxwell-Gleichungen (2.13) und (2.14) lässt sich ferner die Kontinuitätsgleichung herleiten [118]:

$$0 = \operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{H} = \operatorname{div} \vec{J} + \operatorname{div} \frac{\partial \epsilon \vec{E}}{\partial t} = \operatorname{div} \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.21)$$

Hierbei wird die Identität $\operatorname{div} \operatorname{rot}(\cdot) = 0$ verwendet [120]. Außerdem sind räumliche und zeitliche Differentiation unter der Annahme, dass sich die Geometrie nur langsam mit der Zeit ändert vertauscht worden.

2.3.2. Hydrodynamische Modellierung

Für viele Problemstellungen, wie zum Beispiel in dieser Arbeit, enthält die Verteilungsfunktion mehr Information als benötigt. In dieser Arbeit sind deshalb makroskopische Größen als Funktion von Raum und Zeit hinsichtlich der Komplexität des mathematischen Modells sinnvoller [94].

Um die Boltzmann-Gleichung (2.10) auf makroskopische Observablen zu reduzieren, wird die Methode der Momente angewandt mit der sich Parameter der Verteilungsfunktion schätzen lassen und ein

2. Kontextualisierung

Fluidmodell darstellen. Die makroskopische Beschreibung liefert gute Ergebnisse für den Fall, dass das reduzierte elektrische Feld typischerweise kleiner als 500 Td ist und das Plasma schwach ionisiert ist, was bedeutet, dass die Dichte von geladenen Teilchen viel kleiner ist als die Dichte der Neutralteilchen. Außerdem muss die mittlere freie Weglänge zwischen Elektronen und den sich im Gas befindlichen Neutralteilchen viel kleiner sein als die Abmessungen des betrachteten Systems [14, 89].

Aus einem schwach ionisierten Plasma folgt, dass lediglich Ionisationen erster Ordnung berücksichtigt werden, weil für eine weitere Ionisation der Ladungsträger eine deutlich höhere Ionisationsenergie benötigt wird. Statistisch ist es daher unwahrscheinlich, dass ein Ladungsträger mit ausreichend hoher Energie auf ein bereits ionisiertes Teilchen trifft.

Die Boltzmann-Gleichung wird hierzu mit dem Moment r -ter Stufe multipliziert und über den Geschwindigkeitsraum integriert. Für jedes r folgt daraus eine neue Gleichung. Werden unendlich viele Gleichungen abgeleitet und gelöst, so ist auch f exakt gelöst [17], allerdings werden praktischerweise nicht unendlich viele Gleichungen ausgewertet. Hierbei ist die aus dem r -ten Moment gewonnene Gleichung von dem Moment $r + 1$ -ter Ordnung abhängig. Daher muss eine Schätzung für einen verbleibenden Teilterm angegeben werden. Es werden dabei die Momente wie folgt angesetzt [116]:

$$\Theta^{(0)} = 1 \quad (2.22)$$

$$\Theta^{(1)} = m\vec{v} \quad (2.23)$$

$$\Theta^{(2)} = \frac{1}{2}m\vec{v} \cdot \vec{v} \quad (2.24)$$

...

Der Durchschnitt über die Momente ist wie folgt definiert [116]:

$$\langle \Theta^{(r)} \rangle := \frac{1}{n} \int \Theta^{(r)} f d\vec{v} \quad (2.25)$$

Die Störterme werden mit $S_{\Theta^{(r)}}$ bezeichnet. Angewendet auf die Boltzmann-Gleichung lautet diese:

$$S_{\Theta^{(r)}} = \underbrace{\int \Theta^{(r)} \frac{\partial f}{\partial t} d\vec{v}}_{\text{Term 1}} + \underbrace{\int \Theta^{(r)} \vec{v} \text{grad} f d\vec{v}}_{\text{Term 2}} + \underbrace{\frac{q}{m} \int \Theta^{(r)} \vec{E} \text{grad}_v f d\vec{v}}_{\text{Term 3}} \quad (2.26)$$

Die Terme werden nun einzeln ausgewertet. Für den ersten Term gilt:

$$\begin{aligned} \int \Theta^{(r)} \frac{\partial f}{\partial t} d\vec{v} &= \int \frac{\partial \Theta^{(r)} f}{\partial t} - f \frac{\partial \Theta^{(r)}}{\partial t} d\vec{v} = \frac{\partial}{\partial t} \int f \Theta^{(r)} d\vec{v} - \int f \frac{\partial \Theta^{(r)}}{\partial t} d\vec{v} \\ &= \frac{\partial}{\partial t} (n \langle \Theta^{(r)} \rangle) - n \left\langle \frac{\partial \Theta^{(r)}}{\partial t} \right\rangle \end{aligned} \quad (2.27)$$

Die Geschwindigkeiten hängen nicht vom Ort ab, daher gilt $\text{div} \vec{v} = 0$. Ferner gilt die Identität $\text{div}(a\vec{b}) = a \text{div} \vec{b} + \vec{b} \text{grad} a$ [120]. Insgesamt folgt für den zweiten Term von (2.26):

$$\begin{aligned} \int \Theta^{(r)} \vec{v} \text{grad} f d\vec{v} &= \int \text{div} (\Theta^{(r)} \vec{v} f) - f \text{div} (\Theta^{(r)} \vec{v}) d\vec{v} \\ &= \int \text{div} (\Theta^{(r)} \vec{v} f) - f \Theta^{(r)} \text{div} (\vec{v}) - f \vec{v} \text{grad} \Theta^{(r)} d\vec{v} \\ &= \text{div} (n \langle \Theta^{(r)} \vec{v} \rangle) - n \langle \vec{v} \text{grad} (\Theta^{(r)}) \rangle \end{aligned} \quad (2.28)$$

Bei Auswertung des dritten Terms müssen mehrere Annahmen getroffen werden. Das elektrische Feld ist im Rahmen dieser Arbeit ein konservatives Kraftfeld, daher gilt $\text{div}_v \vec{E} = 0$ [121]. Ferner gilt mit dem Divergenzsatz von Gauß [120]:

$$\int_G \text{div}_v (\Theta^{(r)} \vec{E} f) d\vec{v} = \int_{\partial G} \Theta^{(r)} \vec{E} f \cdot \vec{n} dv = 0 \quad (2.29)$$

Hierbei ist G das Gebiet aller Geschwindigkeiten und ∂G dessen Rand. \vec{n} ist der Normalenvektor auf dem Rand. Es ist angenommen worden, dass f für hinreichend hohe Geschwindigkeiten (also auf dem Rand des Geschwindigkeitsraums) schnell genug gegen 0 strebt und damit ist das gesamte Integral entlang des Randes gleich 0. Damit folgt für den dritten Teilterm von (2.26):

$$\begin{aligned} \frac{q}{m} \int \Theta^{(r)} \vec{E} \operatorname{grad}_v f d\vec{v} &= \frac{q}{m} \int \operatorname{div}_v (\Theta^{(r)} \vec{E} f) - f \operatorname{div}_v (\Theta^{(r)} \vec{E}) d\vec{v} \\ &= \frac{q}{m} \int \operatorname{div}_v (\Theta^{(r)} \vec{E} f) - \Theta^{(r)} f \operatorname{div}_v \vec{E} - f \vec{E} \operatorname{grad}_v (\Theta^{(r)}) d\vec{v} = -\frac{q}{m} \int f \vec{E} \operatorname{grad}_v (\Theta^{(r)}) d\vec{v} \\ &= -n \left\langle \frac{q\vec{E}}{m} \operatorname{grad}_v \Theta^{(r)} \right\rangle \end{aligned} \quad (2.30)$$

Die zusammengesetzte Momentengleichung lautet [17]:

$$\begin{aligned} S_{\Theta^{(r)}} &= \frac{\partial}{\partial t} (n \langle \Theta^{(r)} \rangle) - n \left\langle \frac{\partial \Theta^{(r)}}{\partial t} \right\rangle + \operatorname{div} (n \langle \Theta^{(r)} \vec{v} \rangle) - n \langle \vec{v} \operatorname{grad} (\Theta^{(r)}) \rangle \\ &\quad - n \left\langle \frac{q\vec{E}}{m} \operatorname{grad}_v \Theta^{(r)} \right\rangle \end{aligned} \quad (2.31)$$

2.3.2.1. Klassisches hydrodynamisches Modell (Modell 1. Ordnung)

Die benötigte Tensoralgebra und die benötigten Zusammenhänge zwischen Geschwindigkeit, Energie, Druck und Temperatur zur Ableitung des klassischen hydrodynamischen Modell 1. Ordnung finden sich im Anhang A und B. Es wird nun zunächst das nullte Moment $\Theta^{(0)} = 1$ ausgewertet. Es gilt $\partial \Theta^{(0)} / \partial t = 0$, $\operatorname{grad} \Theta^{(0)} = 0$ und $\operatorname{grad}_v \Theta^{(0)} = 0$. Daraus folgt [17, 89]:

$$S_1 = S_{\Theta^{(0)}} = \frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div} (n \langle \vec{v} \rangle) = \frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div} (\vec{F}) \quad (2.32)$$

Dies entspricht der Kontinuitätsgleichung für $\vec{J} = qn \langle \vec{v} \rangle = q\vec{I}$, $\rho = qn$ und unter Vernachlässigung von Streuprozessen ($S_1 = 0$). Die Gleichung ist von dem ersten Moment $\Theta^{(1)} = m\vec{v}$ abhängig. Wird die Momentengleichung für dieses ausgewertet, so ergibt sich die sog. Impulsgleichung [17, 89]:

$$\begin{aligned} S_2 = S_{m\vec{v}} = S_{\Theta^{(1)}} &= \frac{\partial}{\partial t} (n \langle m\vec{v} \rangle) + \operatorname{div} (n \langle m\vec{v} \otimes \vec{v} \rangle) - n \left\langle \frac{q\vec{E}}{m} \operatorname{grad}_v m\vec{v} \right\rangle \\ &= \frac{\partial}{\partial t} nm \langle \vec{v} \rangle + \operatorname{div} (nm \langle \vec{v} \otimes \vec{v} \rangle) - nq\vec{E} \end{aligned} \quad (2.33)$$

Dabei wurde verwendet, dass $\langle m \rangle = m$, $\operatorname{grad} \vec{v} = 0$, $\operatorname{grad}_v \vec{v} = 1$ und $\langle q\vec{E} \rangle = q\vec{E}$ gilt. Zunächst wird der Term $\operatorname{div} (nm \langle \vec{v} \otimes \vec{v} \rangle)$ aufgelöst. Hierzu wird angesetzt, dass $\langle \vec{v} \rangle = \vec{v}_d = \langle \vec{v}_d \rangle$ gilt. Damit ist $\langle \vec{v}_d \otimes \vec{v}_d \rangle = \vec{v}_d \otimes \vec{v}_d$ und $\langle \vec{v}_d \otimes \vec{v}_s \rangle = \vec{v}_d \otimes \langle \vec{v}_s \rangle$. Daraus folgt für $\langle \vec{v} \otimes \vec{v} \rangle$:

$$\begin{aligned} \langle \vec{v} \otimes \vec{v} \rangle &= \langle (\vec{v}_d + \vec{v}_s) \otimes (\vec{v}_d + \vec{v}_s) \rangle = \langle \vec{v}_d \otimes \vec{v}_d + \vec{v}_d \otimes \vec{v}_s + \vec{v}_s \otimes \vec{v}_d + \vec{v}_s \otimes \vec{v}_s \rangle \\ &= \vec{v}_d \otimes \vec{v}_d + \vec{v}_d \otimes \langle \vec{v}_s \rangle + \langle \vec{v}_s \rangle \otimes \vec{v}_d + \langle \vec{v}_s \otimes \vec{v}_s \rangle = \vec{v}_d \otimes \vec{v}_d + \langle \vec{v}_s \otimes \vec{v}_s \rangle \end{aligned} \quad (2.34)$$

Es gilt also:

$$\operatorname{div} (nm \langle \vec{v} \otimes \vec{v} \rangle) = \operatorname{div} (nm \langle \vec{v} \rangle \otimes \langle \vec{v} \rangle) + \operatorname{div} \left(\vec{P} \right) \quad (2.35)$$

Die Divergenz des dyadischen Vektorproduktes $\langle \vec{v} \rangle \otimes \langle \vec{v} \rangle$ wird durch den folgenden Term dargestellt [17]:

$$\operatorname{div} (nm \langle \vec{v} \rangle \otimes \langle \vec{v} \rangle) = nm \operatorname{grad} (\langle \vec{v} \rangle) \cdot \langle \vec{v} \rangle + \langle \vec{v} \rangle \operatorname{div} (nm \langle \vec{v} \rangle) \quad (2.36)$$

2. Kontextualisierung

Weiterhin wird eine Näherung für den Kollisionsterm angenommen [17]:

$$S_{m\vec{v}} = -nm\nu_{\text{eff}}\langle\vec{v}\rangle \gg m\langle\vec{v}\rangle S_1 \quad (2.37)$$

$$\nu_{\text{eff}} \gg |\text{grad}\langle\vec{v}\rangle| \quad (2.38)$$

$$\langle\vec{v}\rangle\nu_{\text{eff}} \gg \frac{\partial\langle\vec{v}\rangle}{\partial t} \quad (2.39)$$

Hierbei ist ν_{eff} die Impulsübertragungsfrequenz pro Teilchen. Damit ist $n\nu_{\text{eff}} \cdot \langle\vec{v}\rangle m$ der übertragene Impuls ($\langle\vec{v}\rangle m$) pro Zeit. Wird die Kontinuitätsgleichung unter Beachtung der Kettenregel und der oben definierten Näherungen zu der Impulsgleichung addiert, ergibt sich:

$$\begin{aligned} & -m\langle\vec{v}\rangle S_1 - nm\nu_{\text{eff}}\langle\vec{v}\rangle \\ & = m\langle\vec{v}\rangle \frac{\partial n}{\partial t} + mn \frac{\partial\langle\vec{v}\rangle}{\partial t} - m\langle\vec{v}\rangle \frac{\partial n}{\partial t} - m\langle\vec{v}\rangle \text{div}(n\langle\vec{v}\rangle) + \text{grad}(nk_b T)\vec{I} \\ & + \langle\vec{v}\rangle \text{div}(nm\langle\vec{v}\rangle) + \langle\vec{v}\rangle nm \text{grad}(\langle\vec{v}\rangle) - nq\vec{E} \Rightarrow nm\nu_{\text{eff}}\langle\vec{v}\rangle = -\text{grad}(nk_b T)\vec{I} + nq\vec{E} \end{aligned} \quad (2.40)$$

Daraus folgt für den Teilchenfluss:

$$\vec{I} = n\langle\vec{v}\rangle = \frac{nq\vec{E}}{m\nu_{\text{eff}}} - \frac{\text{grad}(nk_b T)\vec{I}}{m\nu_{\text{eff}}} = n\mu\vec{E} - D \text{grad} n \quad (2.41)$$

Hierbei sind μ und D die Mobilität und Diffusionskonstante. Dies führt auf die Drift-Diffusionsgleichung [17, 117, 122]:

$$S_1 = n(\nu_I - \nu_A) = \frac{\partial n}{\partial t} + \text{div}(n\mu\vec{E} - D \text{grad} n) \quad (2.42)$$

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = n\nu_1, \quad \frac{\partial n_n}{\partial t} = n\nu_A \quad (2.43)$$

Hierbei ist für den Streuterm S_1 analog zu [17] die Ionisations- und Anlagerungskollisionsfrequenz verwendet worden. Die Dichteänderung der positiven und negativen Ionen ergibt sich hier aus der Dichte der Elektronen, die für die Kollisionen und damit Ionisationen verantwortlich sind. Mithilfe der Townsend-Koeffizienten lässt sich der Streuterm nach [27, 123] wie folgt formalisieren:

$$S_1 = \left| n\mu(E)\vec{E} \right| (\alpha(E) - \eta(E)) - nn_p\beta(E) + S_{\text{Photo}} + \dots \quad (2.44)$$

Der Koeffizient β beschreibt die Rekombination z. B. als Wechselwirkung zwischen Elektronen n und positiven Ionen n_p . Es können noch weitere Terme, etwa Photoionisation mit aufgenommen werden. Implizit wurde angenommen, dass die Streuterme Kollisionen der Elektronen mit dem Grundgas und nicht mit anderen Elektronen oder Ionen beschreiben. In [20] wird explizit genannt, dass die Elektronendichte um den Faktor 10^5 kleiner ist, als die des Grundgases.

Rein mathematisch gesehen entspricht die Driftgleichung (Drift-Diffusionsgleichung mit $D = 0$) einer sogenannten Advektions- oder auch Konvektionsgleichung und wird in der Literatur als solche bezeichnet.

2.3.3. Streuprozesse

In den bisherigen Kapiteln wurden eine Reihe phänomenologischer Koeffizienten wie z. B. die Beweglichkeit μ , der Ionisierungskoeffizient α und der Anlagerungskoeffizient η eingeführt. Diese makroskopischen Koeffizienten dienen der Beschreibung einer globalen Teilchengesamtheit und bilden somit einen Mittelwert dieser Gesamtheit. Für diese makroskopischen Koeffizienten lässt sich über die mikroskopischen Wechselwirkungen (Vielzahl kinetischer Prozesse zwischen freien Elektronen, Ionen, Atomen oder

Molekülen ausgelöst durch den Wirkungsquerschnitt) ein Zusammenhang herstellen [124].

Durch die unterschiedlichen Kollisionswahrscheinlichkeiten der einzelnen Stoßprozesse unterscheidet sich die neu angenommene Energieverteilung der Elektronen während des Drifts in hohem Maße von der Maxwellverteilung [113].

In der klassischen Theorie der Streuung sei zu erwähnen, dass Quanteneffekte sowie relativistische Effekte vernachlässigt werden. Partikel haben eine definierte Geschwindigkeit und Position. Außerdem wird die Masse des Teilchen als konstant angenommen mit einer symmetrisch kugelförmigen Geometrie, denn dann kann die klassische Newtonsche Mechanik angewendet werden.

Nach einer Kollision wird das leichtere Teilchen unter einem Winkel θ gegenüber seiner ursprünglichen Richtung z und in den Raumwinkel $d\Omega (= \sin(\theta)d\theta d\varphi)$ gestreut. Das gestreute Teilchen hat eine bestimmte Geschwindigkeit und eine bestimmte Richtung, und der differentielle Wirkungsquerschnitt $\sigma(\theta, \varphi, \varepsilon)d\Omega$ gibt dabei die Wahrscheinlichkeit der Streuung in den Raumwinkel $d\Omega$ an [125]. Nach dem Energieerhaltungssatz folgt unter Verwendung eines Massenschwerpunktsystems:

$$\varepsilon_{\text{kin}} = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_d^2 + \frac{1}{2}m_rv_r^2 \quad (2.45)$$

Wobei m_1, m_2 die Massen und v_1, v_2 die Geschwindigkeiten der beteiligten Teilchen sind. v_d gibt die Schwerpunktgeschwindigkeit gemäß

$$v_d = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2} \quad (2.46)$$

und $v_r = v_1 - v_2$ die Relativgeschwindigkeit an. Die Schwerpunktgeschwindigkeit bleibt nach dem Impulserhaltungssatz konstant. Mit der reduzierten Masse m_r des Gesamteilchen

$$m_r = \frac{m_1m_2}{m_1 + m_2} \quad (2.47)$$

ergibt sich die Energieerhaltung zu

$$\frac{1}{2}m_rv_r'^2 = \frac{1}{2}m_rv_r^2 + \varepsilon_r, \quad (2.48)$$

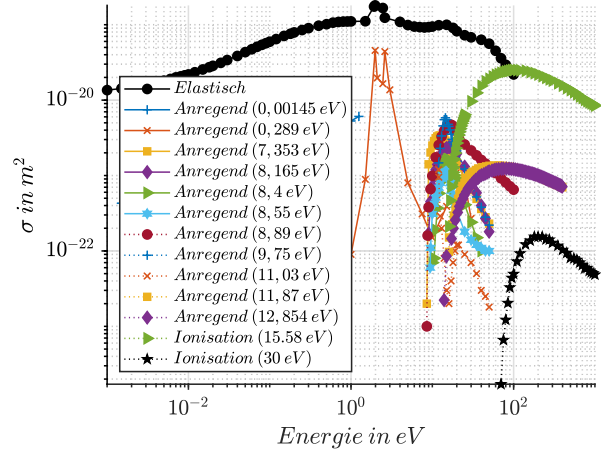
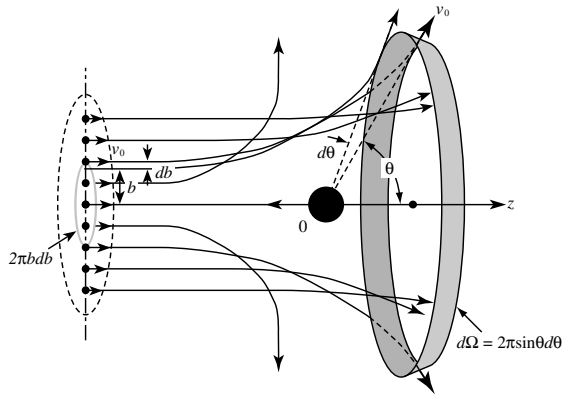
mit v_r' der Relativgeschwindigkeit vor dem Stoß und v_r nach dem Stoß. ε_r entspricht der Kollisionsenergie und definiert dabei die Kollisionsart [125].

Für $\varepsilon_r > 0$ wird Energie durch inelastische Kollisionen freigesetzt. Ist $\varepsilon_r < 0$ nimmt die gesamte kinetische Energie aus der inneren Anregungsenergie zu.

Elastische Kollisionen zwischen zwei Materieteilchen finden statt für den Fall $\varepsilon_r = 0$, bei denen die gesamte kinetische Energie des Systems und folglich die innere Energie unverändert bleibt [125]. In der klassischen Theorie der Kollisionen ist es möglich, den differentiellen Wirkungsquerschnitt auf der Grundlage des Wechselwirkungspotentials und der Erhaltungssätze zu bestimmen. Der Punkt der größten Annäherung wird als Stoßparameter b bezeichnet (siehe Abbildung 2.2a). Auch wenn ein äußeres Kraftfeld das Teilchen ablenkt, wird der momentane Aufprallparameter für jeden Punkt als Funktion der Kugelkoordinaten definiert, die die Bewegung beschreiben. Es ist offensichtlich, dass der Aufprallparameter b den Grad der Wechselwirkung und die endgültige Trajektorie für ein gegebenes Wechselwirkungspotential bestimmt.

Im Allgemeinen ist der Streuwinkel umso größer, je kleiner der Aufprallparameter ist, da sich das Teilchen dem Zielobjekt nähert und somit einer stärkeren Wechselwirkung ausgesetzt ist [89, 113]. Die Anzahl der in den Winkel θ gestreuten Teilchen ist proportional zum Raumwinkel $d\Omega$ und zum differentiellen Wirkungsquerschnitt $\sigma(\theta)$. Die gestreuten Teilchen mit der Wahrscheinlichkeit $\sigma(\theta)d\Omega$

2. Kontextualisierung



(a) Definition der Streuwinkel und des Stoßparameters in der klassischen Streuphänomenologie aus [125].

(b) Wirkungsquerschnitte aus Itakawa Datenbank für N_2 bei Raumtemperatur [126].

Abbildung 2.2.: Mikroskopische Streuung und die energieabhängigen Wirkungsquerschnitte von ionisierende, rekombinierende und anregende Elektronen Kollisionen für N_2 .

entsprechen den Teilchen, die auf der ringförmigen Oberfläche $2\pi b db$ treffen. Es gilt für den differentiellen Wirkungsquerschnitt somit [94, 125]:

$$\sigma(\theta) = \frac{2\pi b db}{d\Omega} = \frac{b(\theta)}{\sin(\theta)} \left| \frac{db(\theta)}{d\theta} \right|. \quad (2.49)$$

Schließlich lässt sich der totale Wirkungsquerschnitt σ_{tot} aus Gleichung (2.49) über die Integration des Raumwinkels

$$\sigma_{\text{tot}} = 2\pi \int_0^\pi \sigma(\theta) \sin(\theta) d\theta \quad (2.50)$$

ermitteln.

Für die in dieser Arbeit wichtige Coulombwechselwirkung ist das Integral aus Gleichung (2.50) divergent, da der differentielle Wirkungsquerschnitt im Zentrum bei $\theta = 0$ bei Dipolen eine Unstetigkeit aufweist. Das bedeutet, dass bei unendlich hohem Stoßparameter b immer noch eine Ablenkung stattfindet [113]. Im realen Plasma wird b allerdings durch die Debey-Länge begrenzt und schirmt das vorbeifliegende Teilchen von dem Potentialverlauf ab. Die Debey-Länge definiert somit die Reichweite der Coulombkräfte.

Zur Ermittlung der makroskopischen Größen wie der mittleren freien Weglänge, der Driftgeschwindigkeit und der Diffusion wird der Impulswirkungsquerschnitt

$$\sigma_m = 2\pi \int_0^\pi (1 - \cos(\theta)) \sigma(\theta) \sin(\theta) d\theta \quad (2.51)$$

verwendet (in Englisch: „momentum transfer cross section“), wobei $(1 - \cos(\theta))$ den Anteil des ursprünglichen Impulses $m_1 v_1$, den das einfallende Teilchen verliert, beschreibt [113]. Gleichung (2.51) beschreibt somit die anisotrope Streuung. Lediglich im Spezialfall $\sigma_m = \sigma_{\text{tot}}$ ist die Streuung isotrop. Nach [113] reagiert der Drift bzw. die mittlere Driftgeschwindigkeit sensibel auf den Grad der Anisotropie.

Während bei elastischen Stößen die Energie, die Masse und der Impuls erhalten bleiben, gibt es beim unelastischen Stoß eine Änderung der inneren Energie. Es werden neue Ladungsträger erzeugt

und durch Rekombinationsprozesse vernichtet. Hierzu muss das auftreffende Elektron eine gewisse Schwellwertenergie überschreiten um Zustände der Rotation σ_{rot} , Vibration σ_{vib} , Anlagerung σ_{att} , Ionisation σ_{ion} und elektronischen Anregung σ_{exc} zu vollziehen [89, 124]. In Summe lässt sich der totale Wirkungsquerschnitt aus der Superposition der einzelnen Wirkungsquerschnitte der Kollisionen gemäß

$$\sigma_{\text{tot}} = \sigma_{\text{el}} + \sigma_{\text{unel}} = \sigma_e + \sigma_{\text{ion}} + \sigma_{\text{att}} + \sigma_{\text{vib}} + \sigma_{\text{rot}} + \sigma_{\text{exc}} \quad (2.52)$$

ausdrücken. σ_{tot} ist dabei wesentlich vom Molekül und im unteren Energiebereich von σ_{rot} und σ_{vib} abhängig und ist in Abbildung 2.2b exemplarisch für N_2 , O_2 , H_2O und CO_2 visualisiert [113]. Im höheren Energiebereich ist σ_{tot} jedoch maßgebend von σ_{ion} und σ_{att} abhängig.

Ein Überblick der in dieser Arbeit verwendeten elastischen und unelastischen Kollisionen und den dazugehörigen Wirkungsquerschnitten befindet sich im Anhang C. Mithilfe der mikroskopischen Prozesse, genauer den Wirkungsquerschnitten, werden zunächst im Kapitel 2.6 die State of the Art Methoden dargelegt und anschließend im Kapitel 3 die makroskopischen Transportparameter mit einer Monte-Carlo-Simulation berechnet. Diese fließen dann inhärent in die numerische Verfahrensentwicklung für die Berechnung der Ionenströme und der Abstandsdimensionierung ein.

2.3.4. Stromdichte des ionisierenden Kanals

Die beschriebene Ladungsträgerbewegung im Entladevolumen bringt einen makroskopischen Stromfluss im äußeren Stromkreis mit sich. Es existieren dabei verschiedene Möglichkeiten, Ströme im ionisierenden Kanal und im äußeren Stromkreis zu modellieren. Speziell für die Leaderentladung wird im Kapitel 3 ein Netzwerkmodell zur Berechnung der Leaderströme verwendet. Im Anhang D ist die energiebasierte Herleitung nach [127] skizziert wie sie in [48] eingesetzt wird, da die Berechnung des Stroms ein wesentlicher Bestandteil in dieser Arbeit darstellt, um wichtige U - I -Charakteristiken für das gasisolierte HGÜ-System zu ermitteln.

Für die Energiebilanzgleichung folgt schließlich mit $\text{div } \vec{E}_{\text{La}} = 0$ und Gleichung (2.41) :

$$U \cdot I = e \iiint n\vec{v} \cdot \vec{E}_{\text{La}} dV + \epsilon \iiint \frac{\partial \vec{E}_{\text{La}}}{\partial t} \cdot \vec{E}_{\text{La}} dV, \quad (2.53)$$

wobei der erste Term den Strom hervorgerufen durch die Ladungsträgerbewegung und der zweite Term die Verschiebungsstromdichte durch das von außen angelegte Potential beschreibt [127]. Im Falle einer konstant angelegten Spannung zerfällt Gleichung (2.53) (unter Vernachlässigung von Diffusionsvorgängen), da dann die Verschiebungsstromdichte gleich null ist, zu:

$$I = -\frac{e}{U} \iiint n\vec{v} \vec{E}_{\text{La}} dV = -\frac{e}{\int \vec{E} dx} \iiint n\vec{v} \vec{E}_{\text{La}} dV = -\frac{\pi r^2 e}{\int_0^d \vec{E} dx} \int_0^d n\vec{v} \vec{E}_{\text{La}} dx \quad (2.54)$$

Der letzte Umformungsschritt gilt unter Annahme einer zylinderförmigen Entladung mit Radius r über die Distanz d . Diese Formel wird (unter Einbeziehung der Ionenbewegungen) für Luft, SF_6 und O_2 bei experimentell ermitteltem Radius verwendet [48–50].

Der Betrag der Stromdichte wird schließlich gemäß:

$$J = \left| \frac{e}{\int_0^d \vec{E} dx} \int_0^d n\vec{v} \vec{E}_{\text{La}} dx \right| \quad (2.55)$$

berechnet.

2.4. Zur Modellbildung von Koronaentladungen an Freileitungen

Aufbauend auf der in der Einleitung formulierten Zielstellung – der physikalisch basierten Beschreibung gasförmiger Isolierstrecken unter HGÜ-spezifischen Betriebsbedingungen – fokussiert dieses Kapitel auf den ersten zentralen Themenstrang: die mathematische Beschreibung von Koronaentladungen an HGÜ-Freileitungssystemen.

Zunächst werden die für die Modellierung relevanten Aspekte der Betriebsführung und Spannungsbeanspruchung solcher Systeme analysiert. Anschließend folgt eine Herleitung und Diskussion geeigneter numerischer Verfahren zur Bestimmung der Koronaentsatzfeldstärke sowie zur Berechnung der Raumladungsdichte, unter Rückgriff auf geltende normative Vorgaben. Den Abschluss bilden experimentelle Methoden zur Validierung der Modelle, auf deren Basis empirische Bewertungsansätze entwickelt werden.

2.4.1. Betriebsführung von HGÜ-Freileitungen

Ein zentrales Auslegungskriterium bei HGÜ-Freileitungen ist die entstehende Randfeldstärke an den Leiteroberflächen, da sie unmittelbar mit dem Auftreten von Koronaentladungen verbunden ist. Um diese Feldüberhöhungen zu begrenzen, werden gezielt geeignete Mast- und Bündelleitergeometrien gewählt.

In Deutschland ist die höchste Spannungsebene mit 400 kV standardisiert. Nach DIN EN 60071 [69] werden Spannungsebenen in Niederspannung, Mittelspannung, Hochspannung, Höchstspannung (bis 750 kV) und Ultra-Hochspannung (ab 800 kV) eingeteilt. Während in Europa zumeist die Höchstspannungsebene Anwendung findet, betreiben Länder wie China, Kanada oder Indien längst auch 800 kV- und 1100 kV-Systeme. Insbesondere China nimmt hier mit dem größten Bestand an UHV-HGÜ-Leitungen eine Vorreiterrolle ein [128].

Die Wahl der Mastkonfiguration beeinflusst maßgeblich die Leiterabstände und -anordnungen und damit das elektrische Feld im Leiterumfeld. In Deutschland kommen je nach Übertragungsspannung verschiedene Mastbilder zum Einsatz. Für das Ultranet-Projekt beispielsweise ist das sogenannte DD-Mastbild besonders relevant. Die konkrete Geometrie legt fest, in welchen Bereichen mit kritischen Feldstärkespitzen zu rechnen ist. Abbildung 2.3 zeigt eine Übersicht möglicher Mastgeometrien in der Hoch-, Höchst- und Ultra-Hochspannungstechnik nach [129]. Ein weiterer Aspekt ist die Verwendung sogenannter Bündelleiter. Diese verringern die elektrische Randfeldstärke gegenüber Einleitern signifikant, da die elektrische Feldverteilung durch die größere äquivalente Leiteroberfläche verbessert wird. In Deutschland sind Bündelleiter deshalb Stand der Technik, nicht zuletzt wegen der reduzierten Koronaverluste, der geringeren akustischen Emissionen und der Einhaltung von EMV-Grenzwerten [129]. Auch in dieser Arbeit kommen für die Simulation von HGÜ-Freileitungen ausschließlich Bündelleiter zum Einsatz; ihre Modellierung wird in Kapitel 2.4.1.1 vertiefend behandelt.

2.4.1.1. Bündelleiter

Da in dieser Arbeit eine Mastgeometrie ganzheitlich untersucht wird, spielt auch die Wahl der zugehörigen Leitergeometrie eine zentrale Rolle. Diese beeinflusst wesentliche Prozessparameter wie die elektrische Feldstärke an der Leiteroberfläche und damit unmittelbar die Entstehung von Koronaentladungen.

Üblicherweise werden in der HGÜ sogenannte Bündelleiter eingesetzt, da sie gegenüber Einleitern

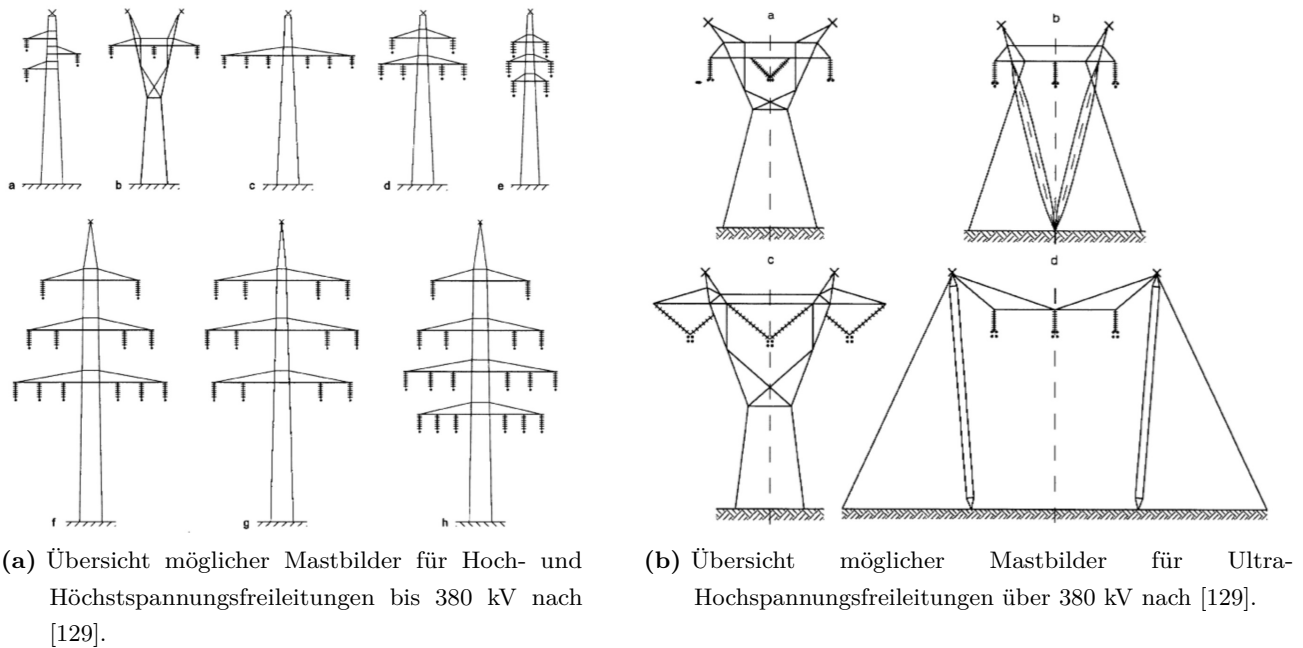


Abbildung 2.3.: Mögliche Mastformationen in der Energieübertragungstechnik. Im Falle des „Ultranet“ Projekts ist der DD-Mast von besonderer Bedeutung.

entscheidende Vorteile bieten. Sie erhöhen die Übertragungskapazität und verringern gleichzeitig verlustbehaftete Randfeldeffekte. Typische Ausführungen sind Vierer-, Sechser-, Dreiecks- oder flache Bündelkonfigurationen.

Die Wahl eines Bündelleiters reduziert die elektrische Feldstärke an der Oberfläche signifikant. Die Feldstärkereduktion gegenüber einem Einzelleiter ergibt sich nach [118] zu:

$$\frac{|E|}{|E'|} = \frac{\ln\left(\frac{a_L}{r_i}\right)}{k_L \ln\left(\frac{a_L}{r'}\right)}, \quad (2.56)$$

wobei k_L die Anzahl der Teilleiter, r_i der Seilradius, a_L der Abstand zwischen den Teilleitern und r' der äquivalente Ersatzradius ist.

Für einen typischen Viererbündelleiter ($r_i = 1 \text{ cm}$, $a_L = 20 \text{ cm}$) ergibt sich der Ersatzradius zu

$$r' = 10 \text{ cm} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 0,5}{10 \cdot \sqrt{2}}} = 8,65 \text{ cm}. \quad (2.57)$$

Die elektrische Feldstärke an der Oberfläche reduziert sich damit um etwa 40 %, was den Koronaansatz deutlich hemmt. Der daraus resultierende Ionenstrom verhält sich – bei gleichem Potential aller Teilleiter – identisch zum Strom eines äquivalenten Einzelleiters mit diesem Ersatzradius.

2.4.1.2. Grenzwerte bei Freileitungen

An HGÜ-Freileitungen bilden sich statische elektrische Felder aus, die bei Überschreitung der Koronaansatzfeldstärke zur Ausbildung von Raumladungen führen. Diese wechselwirken mit dem elektrischen Feld und beeinflussen es signifikant. Für die Bewertung dieser Effekte sind insbesondere Grenzwerte der elektrischen Feldstärke und Ionenstromdichte in Bodennähe relevant.

In Deutschland ist die 26. Verordnung zur Durchführung des Bundes-Immissionsschutzgesetzes aus

2. Kontextualisierung

dem Jahr 2013 maßgeblich [130]. Für Gleichstromanlagen ist darin kein expliziter Grenzwert für die elektrische Feldstärke am Boden definiert, während für niederfrequente Systeme (z. B. das AC-Netz) ein Grenzwert von 5 kV m^{-1} (Effektivwert) festgelegt ist. Für die Ionenstromdichte bestehen ebenfalls keine verbindlichen nationalen Grenzwerte. Allerdings wird in der Verordnung darauf hingewiesen, dass Wirkungen wie Funkenentladungen zwischen Personen und leitfähigen Objekten vermieden werden müssen – eine indirekte Anforderung, die gerade bei HGÜ-Systemen relevant ist.

Ein Grund für das Fehlen normativer Grenzwerte in Deutschland liegt in der begrenzten Verbreitung von UHV-Freileitungssystemen. Stattdessen kommen häufig Kabelsysteme oder hybride Leitungen zum Einsatz. Ein internationaler Vergleich zeigt jedoch deutlich höhere Grenzwertdefinitionen, wie in Tabelle 2.3 zusammengefasst [63,85]. Für die Auslegung von Leitermustern und Leitungskonfigurationen

Tabelle 2.3.: Grenzwerte für HGÜ-Freileitungssysteme unterhalb der Leitung am Boden.

Nation	Elektrisches Feld in kV m^{-1}	Stromdichte in nA m^{-2}
Deutschland	–	–
China	30	100
USA	30	–
Kanada	25	100
Brasilien	40	100

sind diese Grenzwerte entscheidend. Sie beeinflussen sowohl die technische Dimensionierung als auch Umweltaspekte und Projektkosten. Die potenziellen biologischen und ökologischen Wirkungen von Koronaströmen im Umfeld von HGÜ-Leitungen sind daher Gegenstand aktueller Forschung [131].

2.4.2. Charakteristik von Koronaentladungen

Nach der physikalischen Herleitung der zugrunde liegenden Entladungsmechanismen sowie der mathematischen Modellbildung zur Beschreibung ionisierter Gassysteme folgt nun die Übertragung dieser Grundlagen auf den technischen Anwendungsfall von HGÜ-Freileitungen. Ziel ist es, reale Betriebsszenarien zu erfassen, zentrale Einflussgrößen zu identifizieren und geeignete numerische Methoden zur Bewertung von Koronaeffekten zu entwickeln.

Die im Zuge von Koronaentladungen generierten Ladungsträger bewegen sich infolge des elektrischen Feldes zu den jeweiligen Elektroden: Positive Ionen driften zur Kathode, während Elektronen und negative Ionen zur Anode wandern. Diese gerichtete Bewegung erzeugt gemäß Gleichung (2.53) Entladeströme, die über die angelegte Spannung und die resultierenden Feldverhältnisse an den Elektroden gekoppelt sind.

Koronaeffekte äußern sich in vielfältiger Weise. Neben Leistungsverlusten (Corona Losses, CL) treten elektromagnetische Störungen (Radio Interference, RI), hörbares Rauschen (Audible Noise, AN), elektrische Aufladung benachbarter Objekte, Bodenfeldverstärkungen sowie die Bildung von Ozon (O_3) und Stickoxiden (NO_x) auf [60,132]. Zusätzlich entstehen sogenannte Koronawinde: Geladene Teilchen erfahren eine Beschleunigung im elektrischen Feld, stoßen mit neutralen Molekülen zusammen und übertragen dabei ihren Impuls. Das resultierende Druckgefälle erzeugt eine gerichtete Luftbewegung [60].

In hybriden AC/DC-Freileitungssystemen überlagern sich diese Effekte zusätzlich. Um den daraus

resultierenden physikalischen Kopplungsmechanismen und deren Auswirkungen auf Betrieb und Modellierung Rechnung zu tragen, werden im Folgenden zunächst die charakteristischen Eigenschaften von HDÜ-, HGÜ- und hybriden Leitungssystemen vorgestellt.

Dabei bezieht sich der Begriff gutes Wetter (aus dem Englischen „fair weather“) auf Wetterbedingungen ohne signifikante Störungen wie Gewitter oder starken Regen. Im Gegensatz dazu steht schlechtes Wetter (aus dem Englischen „foul weather“), welches sich auf wetterbedingte Störungen wie heftigen Regen oder Gewitter bezieht.

2.4.2.1. Eigenschaften von HDÜ-Systemen

AC-Freileitungen sind grundsätzlich so dimensioniert, dass unter guten Wetterbedingungen keine Koronaeffekte auftreten. Isolationsabstände und Leiterquerschnitte werden derart gewählt, dass die elektrische Feldstärke stets unterhalb der Koronaesatzfeldstärke bleibt. Dennoch führen starke Verschmutzungen, etwa durch Vogelkot, oder Beschädigungen an der Leiteroberfläche auch bei gutem Wetter lokal zu Koronaentladungen [133].

Im Betrieb von HDÜ-Systemen stellt schlechtes Wetter den entscheidenden Risikofaktor dar. Koronaverluste steigen bei Regen, Nebel oder Schnee im Vergleich zu gutem Wetter um etwa zwei Größenordnungen an [60]. Die Ursache liegt in den durch Niederschläge induzierten Felderhöhungen, welche die Koronaesatzfeldstärke lokal reduzieren. Diese Entladungen verteilen sich in der Regel gleichmäßig entlang des der Witterung ausgesetzten Leiters, während bei gutem Wetter nur stark beanspruchte oder beschädigte Bereiche betroffen sind [133].

Neben Leistungsverlusten (Corona Losses, CL) führen Koronaentladungen in HDÜ-Systemen zu elektromagnetischer Emission. Diese äußert sich in Form von Funkstörungen (Radio Interference, RI), die vor allem während der positiven Halbwelle durch intensive Streamerentladungen entstehen. In der negativen Halbwelle sind die Entladungen deutlich schwächer ausgeprägt [133].

Ein weiterer Effekt sind hörbare Geräusche (Audible Noise, AN), die sich in zwei charakteristische Komponenten unterteilen lassen. Das sogenannte Knistern entsteht infolge der schnellen Druckänderungen bei Streamerentladungen, während das periodische Summen auf die oszillierende Bewegung von Ionen zurückzuführen ist. Diese Ionen stoßen mit neutralen Gasmolekülen zusammen und erzeugen Schallwellen mit einer dominanten Frequenz von $2f$, also der doppelten Netzfrequenz, da die Ionenemission in beiden Halbwellen auftritt [61, 133]. Beide der hier aufgeführten Komponenten sind dabei am stärksten bei schlechtem Wetter ausgeprägt.

Erhöhte Geräuschemissionen treten vor allem bei neuen Leitungen auf, da deren Leiteroberflächen eine höhere Hydrophilie aufweisen. Dadurch verteilt sich Wasser großflächiger, was zu intensiverer Ionenfreisetzung führt. Bei älteren Leitungen nimmt diese Eigenschaft ab, wodurch sich auch die Geräuschentwicklung unter nassen Bedingungen reduziert [133].

Die Ausbreitung elektrischer Felder bei AC-Leitungen bleibt dabei auf die unmittelbare Umgebung des Leiters beschränkt. Aufgrund des großen Bodenabstands wirken sich Koronaentladungen nicht auf das elektrische Feldniveau am Boden aus.

2.4.2.2. Eigenschaften von HGÜ-Systemen

Im Gegensatz zu HDÜ-Systemen unterliegen HGÜ-Systeme zwar denselben grundlegenden Mechanismen, die zur Ausbildung von Koronaentladungen führen, unterscheiden sich jedoch in wesentlichen

2. Kontextualisierung

Aspekten. Durch das konstante elektrische Feld bei Gleichspannung gelangen Ladungsträger kontinuierlich in den Gasraum und induzieren Ionenströme auf der Erdelektrode oder auf leitfähigen Objekten in der Umgebung [60].

Während bei HDÜ-Systemen Koronaeffekte vor allem bei schlechtem Wetter auftreten, zeigt sich bei HGÜ-Systemen ein umgekehrtes Verhalten: Unter guten Wetterbedingungen treten hörbare Geräusche (Audible Noise, AN) und Funkstörungen (Radio Interference, RI) besonders stark in Erscheinung. Ursache dafür ist die verstärkte Verschmutzung der Leiteroberflächen durch elektrostatische Anziehung von Staub, Pollen und Insekten [60]. Die Intensität dieser Effekte variiert stark mit der Jahreszeit und nimmt insbesondere in trockenen Sommermonaten zu.

Bei schlechtem Wetter verursachen HGÜ-Systeme die höchsten Koronaverluste (Corona Losses, CL) [134]. Regen reduziert hingegen die Intensität von AN- und RI-Erscheinungen deutlich [135]. Dieses Verhalten steht im Gegensatz zu HDÜ-Systemen, bei denen Regen sowohl CL als auch AN verstärkt.

Koronaeffekte bei HGÜ-Freileitungen wirken sich zudem direkt auf das elektrische Feld in Bodennähe aus. Raumladungen, die sich entlang der Feldlinien bewegen, führen zu erhöhten Ionenströmen am Boden. Anders als bei HDÜ-Leitungen ist das elektrische Feld am Boden daher unmittelbar mit der Koronaaktivität am Leiter gekoppelt. Die Stärke der bodennahen Ionenstromdichte skaliert mit der Anzahl der generierten Ladungsträger: Starke Koronaverluste gehen mit intensiven Ionenströmen und hohen DC-Feldstärken in Erdnähe einher [133].

2.4.2.3. Eigenschaften von hybriden AC/DC-Systemen

Bei hybriden AC/DC-Systemen treten Koronaeffekte beider Übertragungsarten parallel auf. Unter guten Wetterbedingungen emittiert in der Regel die DC-Seite verstärkt hörbare Geräusche, während bei schlechtem Wetter die AC-Seite dominiert. Im Folgenden werden zentrale Kopplungseffekte zwischen beiden Übertragungsarten erläutert.

Befinden sich AC- und DC-Leiter in räumlicher Nähe, beeinflussen sie sich gegenseitig durch ihre elektrischen Felder. Dabei weist das Feld des AC-Leiters einen Gleichspannungsanteil auf, während im Feld des DC-Leiters ein Wechselspannungsanteil entsteht. Abbildung 2.4 zeigt die resultierenden elektrostatischen Überlagerungen beider Felder schematisch. Solche Feldüberlagerungen beeinflussen die Intensität von Koronaeffekten. Die Kopplung eines AC-Leiters mit einem positiv gepolten DC-Leiter reduziert die Stärke von hörbarem Rauschen (AN) und Funkstörungen (RI), während ein negativer DC-Leiter diese Effekte verstärkt. Studien wie [135] weisen jedoch darauf hin, dass diese sogenannten Rippel-Effekte im praktischen Betrieb nur geringen Einfluss ausüben.

Neben der elektrostatischen Wechselwirkung ist auch die generierte Raumladung ein relevanter Kopplungsmechanismus. In Abhängigkeit von der geometrischen Anordnung gelangen Ionen, die in der Nähe des DC-Leiters entstehen, in den Einflussbereich des AC-Leiters. Dort werden sie absorbiert und erzeugen einen Gleichstromanteil. Umgekehrt treiben die hybriden Feldstrukturen Ionen aus der AC-Korona in Richtung der DC-Leiter, wodurch die DC-Koronaströme verstärkt werden [133].

Die sogenannte Koronastromkopplung beschreibt in diesem Zusammenhang den gerichteten Fluss von Koronaströmen zwischen den Leiterbündeln. Dabei entsteht durch die Raumladung und das elektrische Feld der DC-Korona ein Gleichstromanteil im AC-Leiter, der zu einer DC-Vorspannung im Transformator führt. Diese Gleichstromkomponente verursacht magnetische Sättigungseffekte, erhöhte Verluste und mechanische Vibrationen, welche die Lebensdauer des Transformators signifikant reduzieren.

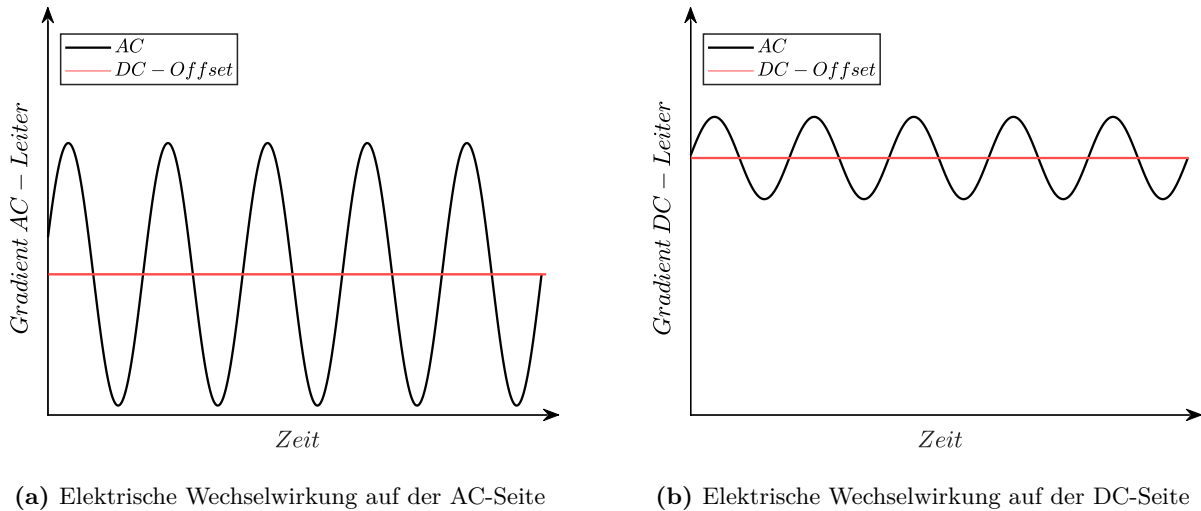


Abbildung 2.4.: Schematische Darstellung der Kopplung aufgrund elektrostatischer Wechselwirkung [133].

Die Koronastromkopplung beeinflusst somit direkt die Gesamtverluste und die reaktive Leistungsaufnahme hybrider Übertragungssysteme. Experimentelle Untersuchungen und numerische Simulationen zeigen, dass eine Nichtberücksichtigung dieser Kopplung die tatsächlichen Koronastrome erheblich unterschätzt [133].

2.4.3. Methoden zur Bestimmung der Koronaesatzfeldstärke

Für das Einsetzen einer selbsterhaltenden Koronaentladung muss – wie in Kapitel 2.1 erläutert – die Zündbedingung gemäß Gleichung (2.6) erfüllt sein. Dazu ist die Auswertung des Integrals erforderlich, wobei der Ionisationskoeffizient α , der Anlagerungskoeffizient η sowie der Rückwirkungskoeffizient γ bestimmt werden müssen. Diese Parameter bilden die Grundlage für eine physikalisch basierten Bewertung des Einsetzens einer Entladung.

Neben der vollständigen physikalischen Betrachtung existieren auch genormte, empirische Verfahren zur Abschätzung der Koronaesatzfeldstärke. Besonders hervorzuheben ist die Peek-Gleichung, mit der sich der elektrische Einsatzgradient E_c auf Basis experimenteller Daten ermitteln lässt:

$$E_c = mE_0\delta \left(1 + \frac{K}{\sqrt{\delta r_i}} \right) \quad (2.58)$$

Hierbei beschreibt:

- m den Unregelmäßigkeitsfaktor, der die Oberflächenbeschaffenheit des Leiters (z. B. Rauigkeit, Wassertropfen) berücksichtigt. Werte für m liegen typischerweise zwischen 0,75 und 0,85 für verseilte, einigermaßen saubere Leiter gemäß [85].
- E_0 und K sind empirische Konstanten, abhängig vom Isoliergas und der Polarität des Leiters (siehe Tabelle 2.4).
- r_i bezeichnet den Leiterradius in cm.
- δ ist die relative Luftdichte, welche Druck- und Temperatureinflüsse erfasst.

Tabelle 2.4.: Empirische Konstanten für Luft und SF₆ [65].

Isoliergas	Polarität	E_0 in kV cm ⁻¹	K in cm ^{0,5} (Zylinder)
Luft	positiv	33,7	0,24
Luft	negativ	31	0,308
SF ₆	positiv	90,5	0,12

Die relative Luftdichte δ ergibt sich aus:

$$\delta = \frac{273,15\text{K} + 20^\circ\text{C}}{273,15\text{K} + T} \frac{p}{1013\text{hPa}} \quad (2.59)$$

mit der Umgebungstemperatur T in °C und dem Luftdruck p in hPa. Zusätzliche Temperaturgradienten in der Ionisationszone infolge koronabedingter Verluste lassen sich über die effektive Lufttemperatur T_{eff} abschätzen:

$$T_{\text{eff}} = T_u + 0.8(T_o - T_u). \quad (2.60)$$

Dabei bezeichnet T_u die Umgebungstemperatur und T_o die Oberflächentemperatur des Leiters in °C [60].

Die Peek-Gleichung eignet sich primär für idealisierte zylindrische Anordnungen ohne benachbarte spannungsführende Leiter. Diese Einschränkung stellt einen wesentlichen Kritikpunkt dar, da reale Leitungskonfigurationen – insbesondere Mehrleiter-, Bündelleiter- sowie bipolare und hybride Systeme – wechselseitige Feldüberlagerungen aufweisen. Die Abschätzung des Koronaeinsatzgradienten bei solchen Anordnungen erfordert daher weiterführende numerische Methoden, wie sie im Kapitel 3.2 beschrieben werden.

2.4.4. Methoden zur Bestimmung von Koronaentladungen

Das mathematische Modell, das in dieser Arbeit zur Anwendung kommt, basiert auf einem elektrohydrodynamischen Ansatz (EHD-Modell). Die Elektrohydrodynamik beschreibt physikalische Phänomene, bei denen elektrische Felder Strömungen in elektrisch geladenen Fluiden erzeugen. Dabei stellt die Elektrokinetik einen Spezialfall dar [136].

Ziel des Modells ist die Berechnung von Raumladungsdichten und der resultierenden Ionenströme im Umfeld von HGÜ-Freileitungen. Im Unterschied zu vollständig aufgelösten Streamermodellen, bei denen für Elektronen Gleichung (2.42) und für Ionen Gleichung (2.43) gelöst werden, reduziert sich die Komplexität des hier verwendeten Modells durch eine zentrale Vereinfachung: Die Ionisationszone wird nicht explizit abgebildet. Stattdessen wird die Leiteroberfläche als Quelle für positive bzw. negative Ionen betrachtet [137].

Diese Annahme ist gerechtfertigt, da der Radius der Ionisationszone in der gleichen Größenordnung liegt wie der Leitungsradius selbst und damit im Verhältnis zur Gesamtausdehnung des elektrischen Feldes vernachlässigbar ist. Zudem ermöglicht diese Modellvereinfachung in Kombination mit der Annahme eines unendlich ausgedehnten Leiters eine effiziente numerische Beschreibung des Koronaentladungsprozesses durch ein gekoppeltes System aus Poisson-Gleichung (2.20) und Kontinuitätsgleichung (2.21). Beide Gleichungen bilden ein nichtlineares partielles Differentialgleichungssystem im zweidimensionalen Raum.

Im Unterschied zu detaillierten Streamermodellen werden hier keine zusätzlichen Streuprozesse berücksichtigt, abgesehen von der Ion-Ion-Rekombination. Dadurch ergibt sich eine mittlere Ionenbeweglichkeit, die die Grundlage für die Driftbewegung bildet. Dieser Drift ist entscheidend für die Ausbildung der Raumladungsverteilung, da ihr Beitrag gegenüber dem diffusionsbedingten Transport überwiegt. In der Praxis wird der Diffusionseinfluss daher häufig vernachlässigt.

Die Beweglichkeit der Ionen hängt wesentlich von den physikalischen Eigenschaften des zugrunde liegenden Isoliergases ab. Sie ist – analog zur Elektronenbeweglichkeit – eine makroskopische Größe, die aus mikroskopischen Kollisionsprozessen hervorgeht (vgl. 2.3.3). Für die Anwendung des EHD-Modells müssen diese Transportparameter daher für das jeweilige Gas bekannt sein. Die Herleitung und Bestimmung dieser Größen erfolgt im folgenden Kapitel 3.1.

2.4.4.1. Berechnung unipolarer Koronaentladungen

Im unipolaren Fall ergibt sich das gekoppelte partielle Differentialgleichungssystem aus der Poisson-Gleichung (2.20) und der Kontinuitätsgleichung (2.21). Die Stromdichte \vec{J} in $A\ m^{-2}$, wie in Gleichung (D.7) definiert, setzt sich dabei zusammen aus einem Driftanteil und optional weiteren Transportmechanismen. Allgemein lässt sich die Stromdichte schreiben als:

$$\vec{J} = \mu\rho\vec{E} + \rho\vec{v}_{\text{konv}} - D\ \text{grad}\ \rho, \quad (2.61)$$

wobei μ die Ionenbeweglichkeit in $m^2\ V^{-1}\ s^{-1}$, ρ die Raumladungsdichte in $C\ m^{-3}$, \vec{v}_{konv} eine mögliche laminare Strömungsgeschwindigkeit in $m\ s^{-1}$ und D der Diffusionskoeffizient in $m^2\ s^{-1}$ ist.

Der erste Term beschreibt den dominanten Drift der Ionen im elektrostatischen Feld, mit $\mu\rho\vec{E} = qn\vec{v}$ für geladene Teilchen der Dichte n und der Ladung q , gemäß der Definition $\mu = \vec{v}/\vec{E}$ und $\rho = qn$. Der zweite Term beschreibt Konvektion, etwa durch Wind, und der dritte Term Diffusionsprozesse infolge eines Dichtegradienten.

Diese allgemeine Form der Stromdichte resultiert aus der Momentenmethode der Boltzmann-Gleichung (2.10) (vgl. Kapitel 2.3.2) und wird mit der Kontinuitätsgleichung (2.21) verknüpft [94]. Setzt man (2.61) ein, ergibt sich:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \text{div}\left(\mu\rho\vec{E}\right) + \text{div}\left(\rho\vec{v}_{\text{konv}}\right) + \text{div}\left(D\ \text{grad}\ \rho\right) = 0. \quad (2.62)$$

Unter Anwendung der Produktregel $\text{div}(a\vec{b}) = a\ \text{div}\ \vec{b} + \vec{a}\ \text{grad}\ b$ und unter der Annahme einer ortsunabhängigen Strömungsgeschwindigkeit \vec{v}_{konv} , vereinfacht sich der Ausdruck zu [120]:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \mu\left(\rho\ \text{div}\ \vec{E} + \vec{E}\ \text{grad}\ \rho\right) + \vec{v}_{\text{konv}}\ \text{grad}\ \rho + D\ \text{div}\ \text{grad}\ \rho = 0. \quad (2.63)$$

Wird zusätzlich das gaußsche Gesetz aus Gleichung (2.14) verwendet, mit $\text{div}\ \vec{E} = \rho/\epsilon_0$ und der Definition des elektrostatischen Potentials $\vec{E} = -\text{grad}\ \phi$ aus Gleichung (2.19), so ergibt sich mit $\epsilon_r \approx 1$ unter der Annahme von zeitlich langsamen veränderlichen Magnetfeldern ($\partial\vec{A}/\partial t \approx 0$):

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \mu\left(\frac{\rho^2}{\epsilon_0} - \text{grad}\ \phi \cdot \text{grad}\ \rho\right) + \vec{v}_{\text{konv}}\ \text{grad}\ \rho + D\ \text{div}\ \text{grad}\ \rho = 0. \quad (2.64)$$

Gleichung (2.64) beschreibt die zeitliche Entwicklung der Raumladungsdichte im unipolaren Fall. Zusammen mit der Poisson-Gleichung (2.20) ergibt sich ein gekoppeltes nichtlineares pDGL-System, das mit geeigneten Randbedingungen gelöst werden muss, um den Ionenstrom für eine beliebige

2. Kontextualisierung

Elektrodenkonfiguration zu berechnen.

Zu diesem Zweck werden im Kapitel 3.3 neuartige numerische Methoden vorgestellt. Unter Vernachlässigung von Diffusionsprozessen, den möglichen zusätzlichen laminaren Strömungen im Isoliergasvolumen und für eingeschwungene Vorgänge ($\partial\rho/\partial t \rightarrow 0$) ist die Gleichung (2.64) zur Berechnung der Raumladungsdichte in [85] genormt.

2.4.4.2. Berechnung bipolarer Koronaentladungen

Bipolare Anordnungen besitzen in der HGÜ-Technik mehrere Vorteile gegenüber unipolaren Systemen. Bei symmetrischem Betrieb entfällt der Erdungsrückstrom nahezu vollständig, gleichzeitig erhöht sich die Betriebssicherheit der Übertragung [98]. Wie bei unipolaren Anordnungen führt auch hier die Verwendung von Bündelleitern zu einer signifikanten Reduktion der Koronaleistung.

Ein entscheidender Unterschied besteht darin, dass sich bei bipolarer Konfiguration die Einsatzfeldstärke verringert, da positive und negative Ionen in die jeweils andere Ionisationszone eindringen und sich dort überlagern [60]. Diese Überlagerung erzeugt eine zusätzliche bipolare Raumladungszone, in der Rekombinationsprozesse zwischen entgegengesetzt geladenen Ionen stattfinden.

Die Poisson-Gleichung erweitert sich im bipolaren Fall zu:

$$\Delta\phi = -\frac{\rho_+ + \rho_-}{\epsilon_0\epsilon_r}, \quad (2.65)$$

wobei ρ_+ und ρ_- die positiven bzw. negativen Raumladungsdichten darstellen.

Ausgehend von den Elektroden ergeben sich die Stromdichten:

$$\vec{J}_+ = \mu_+\rho_+\vec{E} + \rho_+\vec{v}_{\text{konv}} - D_+\text{grad}\rho_+, \quad (2.66)$$

$$\vec{J}_- = \mu_-\rho_-\vec{E} - \rho_-\vec{v}_{\text{konv}} + D_-\text{grad}\rho_-. \quad (2.67)$$

Die zeitliche Entwicklung der Raumladungsdichten ist durch die Kontinuitätsgleichungen mit Rekombinationsterm gegeben:

$$\frac{\partial\rho_+}{\partial t} + \text{div}\vec{J}_+ = -\frac{\beta_I\rho_+\rho_-}{e}, \quad (2.68)$$

$$\frac{\partial\rho_-}{\partial t} + \text{div}\vec{J}_- = \frac{\beta_I\rho_+\rho_-}{e}, \quad (2.69)$$

wobei β_I den Ion-Ion-Rekombinationskoeffizienten in m^3s^{-1} und e die Elementarladung in C beschreibt [138].

Da die Ionisationszone vernachlässigt wird, stellen die Leiter die einzige Ionenquelle dar. Die Gleichungen (2.66) und (2.67) lassen sich direkt in die Kontinuitätsgleichungen einsetzen, woraus sich nach Anwendung der Produktregel die vollständigen Gleichungen ergeben: Für positive Raumladungen:

$$\frac{\partial\rho_+}{\partial t} + \mu_+ \left(\frac{\rho_+^2 - \rho_+\rho_-}{\epsilon_0} - \text{grad}\phi \cdot \text{grad}\rho_+ \right) + \vec{v}_{\text{konv}} \text{grad}\rho_+ - D_+ \text{div}\text{grad}\rho_+ = -\frac{\beta_I\rho_+\rho_-}{e}, \quad (2.70)$$

Für negative Raumladungen:

$$\frac{\partial\rho_-}{\partial t} + \mu_- \left(\frac{\rho_+\rho_- - \rho_-^2}{\epsilon_0} - \text{grad}\phi \cdot \text{grad}\rho_- \right) - \vec{v}_{\text{konv}} \text{grad}\rho_- + D_- \text{div}\text{grad}\rho_- = \frac{\beta_I\rho_+\rho_-}{e}. \quad (2.71)$$

Die Gesamtstromdichte setzt sich durch Superposition mit $\vec{J} = \vec{J}_+ + \vec{J}_-$ zusammen, wobei $\text{div}\vec{J} = 0$ erfüllt sein muss.

Das resultierende System aus (2.65), (2.70) und (2.71) stellt ein hochgradig nichtlineares, gekoppelt-partielles Differentialgleichungssystem dar, das simultan mit geeigneten Randbedingungen gelöst werden muss, um die selbstkonsistente Raumladungsverteilung zu bestimmen [133, 138].

In der Norm [85] wird empfohlen, das bipolare Problem über die Superposition zweier unipolarer Lösungen zu approximieren. Diese Vereinfachung ignoriert jedoch die physikalischen Kopplungseffekte innerhalb der Raumladungen, die bei bipolaren Systemen maßgeblich sind. In [139] wird anhand numerischer Analysen gezeigt, dass die Ionenstromdichte eines korrekt berechneten bipolaren Systems etwa zehnmal größer ausfällt als die Summe der Stromdichten zweier unipolarer Teillösungen.

2.4.4.3. Berechnung des Ionenstroms

Der Strom im äußeren Schaltkreis sowie im ionisierenden Kanal setzt sich im Gleichspannungsfall nach Gleichung (2.54) zusammen, wie in Kapitel 2.3.4 beschrieben. Durch Einsetzen der einzelnen Ladungsträgerdichten n , n_p und n_n in die Gleichung ergibt sich:

$$I = -\frac{e}{U} \iiint n\vec{v}\vec{E}_{La}dV = -\frac{e}{U} \iiint (n_p\vec{v}_p - n_n\vec{v}_n - n\vec{v})\vec{E}_{La}dV \quad (2.72)$$

Dabei wird das Laplace-Feld \vec{E}_{La} verwendet, da es das ursprüngliche elektrische Feld ohne Raumladungsbeeinflussung beschreibt, welches wiederum die raumladungsmodifizierte Feldverteilung determiniert [140].

Die Stromdichte ergibt sich direkt aus der Bewegung der Ladungsträger im Feld. Bei konstant positivem Koronastrom dominiert die Raumladungsdichte der positiven Ionen, da Elektronen und negative Ionen aufgrund ihrer höheren Mobilität rasch von der Anode aufgenommen werden. Die Beiträge von Elektronen und negativen Ionen entfallen in diesem Fall nahezu vollständig.

Im umgekehrten Fall eines konstanten negativen Koronastroms werden Elektronen zur Ionisierungszone hin beschleunigt, während die positiven Ionen langsam zur Kathode driften und dort absorbiert werden. Jenseits der Ionisierungsgrenze steigt die Konzentration negativer Ionen infolge von Anlagerungsprozessen, wodurch die Elektronendichte abnimmt. Der resultierende Strom ergibt sich somit überwiegend aus der Raumladungsdichte der negativen Ionen [48].

In beiden Fällen driften Ionen gleicher Polarität wie der Leiter in den Entladungsraum und werden beim Kontakt mit der Erde neutralisiert [133].

Diese kontinuierliche Driftbewegung bildet die Grundlage für die Definition des Ionenstroms. Im Fehlerfall oder bei Wechselspannungsbeanspruchung mit 50 Hz ist ergänzend zum Strom aus Gleichung (2.72) der Verschiebungsstrom zu berücksichtigen, um das kapazitive Verhalten der Isolationsstrecke korrekt zu erfassen. In diesem Fall wird Gleichung (2.53) relevant und der zeitabhängige Anteil des elektrischen Feldes ist zu berücksichtigen.

2.4.4.4. Analytische Berechnung des Ionenstroms

Für einfache Geometrien lassen sich analytische Zusammenhänge zwischen dem Ionenstrom und der angelegten Spannung ableiten. Unter den in Kapitel 2.4.4 formulierten Annahmen ergibt sich nach [141] eine analytische Lösung des gekoppelten Systems aus Poisson-Gleichung (2.20) und Kontinuitätsgleichung (2.64). Dabei werden sowohl Konvektions- als auch Diffusionsterme in (2.64) vernachlässigt, und es wird ausschließlich der eingeschwungene stationäre Zustand betrachtet ($\partial\rho/\partial t \rightarrow 0$).

2. Kontextualisierung

Für eine Leiter-Erd-Konfiguration wird in [142] folgende Beziehung zwischen der angelegten Spannung U und dem Strombelag I angegeben:

$$0,41K_P \frac{U - U_c}{U_c} \ln \left(\frac{2h}{r_i} \right) = \sqrt{1 + \zeta} - 1 + \ln \left(\frac{2}{1 + \sqrt{1 + \zeta}} \right), \quad (2.73)$$

wobei ζ gegeben ist durch:

$$\zeta = \frac{K_P I}{2\pi\mu\epsilon_0} \left(\frac{h}{E_c r_i} \right)^2. \quad (2.74)$$

I beschreibt den Strombelag in A m^{-1} , r_i den Leiterradius, h den Abstand zur Gegenelektrode, μ die Ionenbeweglichkeit und E_c die Koronaansatzfeldstärke. Der dimensionslose Faktor K_P ist empirisch bestimmt und beträgt typischerweise 5, um eine gute Übereinstimmung mit experimentellen Daten zu gewährleisten. Für $U < U_c$ ergibt sich $\zeta = 0$ und das Feldverhalten entspricht einem reinen Laplace-Feld. Im Gegensatz dazu ist eine geschlossene analytische Lösung für das bipolare Problem aufgrund des stark nichtlinearen Zusammenhangs zwischen elektrischer Feldverteilung und Raumladungsdichte nicht möglich. Dennoch liefert [142] eine Näherung zur Berechnung des Ionenstroms entlang der Äquipotentiallinie $\varphi = 0$ unter Vernachlässigung des Erdpotentials:

$$I = \frac{3,98 \cdot 10^{-12} (\mu_+ + \mu_-) \left(\frac{\mu_+}{\mu_-} + 1 \right)}{\delta h^2} (U - U'_c)^2 + \frac{1,02 \cdot 10^{-11} (\mu_+ + \mu_-) U (U - U'_c)}{\delta h^2 \ln \left(\frac{2h}{r_i} \right) \left[0,35 \left(\frac{\mu_+}{\mu_-} + 1 \right) \ln \left(\frac{2h}{r_i} \right) \frac{U}{U'_c} \left(\frac{U}{U'_c} - 1 \right) + 1 \right]}. \quad (2.75)$$

Die Koronaansatzspannung U'_c im bipolaren Fall ergibt sich durch:

$$U'_c = (E_c^+ + E_c^-) r_i \ln \left(\frac{2h}{r_i} \right). \quad (2.76)$$

Diese Formulierung berücksichtigt die unterschiedlichen Polaritäten und Beweglichkeiten der Ionen, liefert gute Näherungen für symmetrische Anordnungen und ist insbesondere zur schnellen Abschätzung in Vorentwurfsrechnungen geeignet.

2.4.4.5. Experimentelle Methode

Zur Validierung der Simulationsdaten dienen neben numerischen Tests und analytischen Verfahren auch experimentelle Methoden. Die bei einer Koronaentladung erzeugten Ladungsträger bewegen sich entlang der elektrischen Feldlinien zur Gegenelektrode und verursachen eine messbare Ionenstromdichte. Diese ergibt sich aus Gleichung (2.55) beziehungsweise im Experiment durch

$$\vec{J} = \frac{I}{A}, \quad (2.77)$$

wobei I den gemessenen Ionenstrom (Koronaström) und A die Fläche angibt, über die dieser Strom detektiert wird. Die Messung erfolgt nach Norm [85] mit einer sogenannten „Wilson-Plate“, einer elektrisch isolierten Metallelektrode, die durch die Messschaltung auf virtuelles Erdpotential gehalten wird.

Für Messungen im Umfeld von Gleichstromfreileitungen empfiehlt die Norm Wilson-Plates mit einer Fläche von $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ [114]. Um Randverzerrungen des elektrischen Feldes an den Plattenrändern zu reduzieren, wird eine geerdete Schutzlektrode umlaufend installiert. In small-scale-Versuchen sind auch kleinere Plattenflächen zulässig, wobei die Sensitivität der Strommessung mit zunehmender Fläche steigt. Die Wilson-Plate detektiert neben Ionenströmen auch elektrische Verschiebungsströme, wodurch der Gesamtstrom dem überlagerten Messsignal entspricht.

Tabelle 2.5.: Charakterisierung von transienten Überspannungen und Prüfspannungen nach IEC 60071-1.

Überspannung	Anstiegszeit T_p , T_1	Rückenhalfwertszeit T_2
LI	$1,5 \mu\text{s} \pm 30 \%$	$50 \mu\text{s} \pm 20 \%$
SI	$250 \mu\text{s} \pm 20 \%$	$2500 \mu\text{s} \pm 60 \%$
SFO	$20 \mu\text{s} < T_p < 5000 \mu\text{s}$	$T_2 \leq 20 \text{ ms}$
FFO	$0,1 \mu\text{s} < T_1 < 20 \mu\text{s}$	$T_2 \leq 300 \mu\text{s}$
VFFO	$T_p \leq 0,1 \text{ ms}$	n.a.

2.5. Zur Isolationskoordination in gasförmigen Isoliermitteln

Für die Erarbeitung der Kontextualisierung im Themenfeld der Isolationskoordination in gasförmigen Isoliermitteln werden zunächst normative Verfahren zur Berechnung der 50 %-Durchschlagspannung sowie der minimal benötigten Luftstrecke bei HGÜ-Anwendungen dargestellt. Überspannungen äußern sich durch impulsförmige Spannungsverläufe, die normativ erfasst und in ihrer zeitlichen Charakteristik modelliert werden müssen.

Neben empirisch motivierten Methoden zur Berechnung der Mindestdistanz zwischen spannungsführenden Elektroden wird ein gasphysikalisch begründetes Modell zur Beschreibung der Leaderentladung vorgestellt. Ausgangspunkt ist die sogenannte „final-jump“-Phase, aus der über ein iteratives Verfahren die minimal erforderliche Luftstrecke bestimmt wird. Der stochastische Charakter der Leaderpropagation wird durch eine Wahrscheinlichkeitsfunktion berücksichtigt, sodass aus der Gesamtheit der Simulationen auch die 50 %-Durchschlagspannung abgeleitet wird.

In Fällen überlagerter Spannungsbeanspruchung ohne vollständigen Durchschlag lässt sich zeigen, dass der im äußeren Schaltkreis induzierte Strom eine Superposition aus einem Gleichstromanteil und einem Verschiebungsstrom darstellt. Diese Effekte, die bislang in der Fachliteratur wenig Beachtung finden, werden im Kapitel 2.5.5 analysiert und in Bezug auf ihre Relevanz für die Auslegung gasisolierter Systeme eingeordnet.

2.5.1. Neuartige Überspannungen

Um Überspannungen qualitativ zu beschreiben, werden neben dem Scheitelwert zwei Zeitparameter zur Charakterisierung des zeitlichen Verlaufs angegeben: die Anstiegszeit, entweder als Scheitelzeit T_p oder als Stirnzeit T_1 , sowie die Rückenhalfwertszeit T_2 . Nach [69] erfolgt eine Kategorisierung transientser Überspannungsformen in zeitweilige Überspannung (TOV), langsam ansteigende Überspannung (SFO), schnell ansteigende Überspannung (FFO) und sehr schnell ansteigende Überspannung (VFFO). SFOs und FFOs werden durch genormte Prüfspannungen nachgebildet, die an die Bemessungsspannung des jeweiligen Betriebsmittels angepasst sind. Die normativen Toleranzen und Zeitparameter für verschiedene Überspannungstypen sind in Tabelle 2.5 zusammengefasst [69, 143]. Das stationäre und transiente Betriebsverhalten von MMC-HGÜ-Systemen ist aufgrund nichtlinearer Komponentenabhängigkeiten, Temperatureffekten und feldabhängiger Prozesse besonders komplex [13]. Zusätzlich entstehen durch Wanderwellen, besonders in Systemen mit gemischten Übertragungsmedien, komplexe elektromagnetische Ausgleichsvorgänge [144]. Die Submodultopologie beeinflusst dabei die Fehlerreaktion: Vollbrücken-Submodule können beispielsweise DC-Fehlerströme vollständig blockieren, wohingegen Halbbrücken-Topologien dies nicht ermöglichen [145].

Tabelle 2.6.: Charakterisierung von VSFO nach [13, 144]

Übertragungssystem	Anstiegszeit T_p	Rückenhalfwertszeit T_2
VSFO (Kabel)	$155 \mu\text{s} < T_p < 8000 \mu\text{s}$	$25 \text{ ms} < T_2 < 90 \text{ ms}$
VSFO (Freileitung)	$140 \mu\text{s} < T_p < 155 \mu\text{s}$	$58 \text{ ms} < T_2 < 136 \text{ ms}$
VSFO (gemischt)	$3055 \mu\text{s} < T_p < 6840 \mu\text{s}$	n.a.

Untersuchungen wie in [144, 146] zeigen, dass bei Fehlern wie Pol-Erd-Schlüssen hohe Überspannungen sowohl am betroffenen als auch am fehlerfreien Pol auftreten. Dabei wurden zwei Überspannungsarten identifiziert:

- Oszillierende Entladevorgänge mit Polaritätsumkehr am fehlerhaften Leitungspol,
- stationäre, gleichpolige Überspannungen am fehlerfreien Leitungspol.

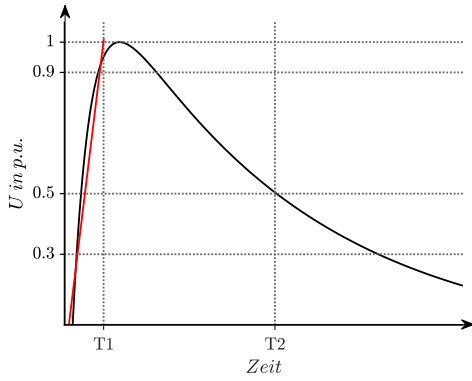
Letztere weisen besonders bei langen Kabeltrassen außergewöhnlich langsame Anstiegszeiten auf. In [144] wurden für reine Kabelsysteme Anstiegszeiten von $3360 \mu\text{s} < T_p < 8485 \mu\text{s}$ beobachtet. Diese Werte liegen deutlich außerhalb der in IEC 60071-1 spezifizierten Parameter für SFO. Für gemischte Systeme mit einem 100 km Freileitungsabschnitt zwischen zwei 300 km Kabelabschnitten lagen die Anstiegszeiten zwischen $3055 \mu\text{s}$ und $6840 \mu\text{s}$ [144]. Auch in reinen Freileitungsabschnitten wurden mit $T_p = 140 \mu\text{s} \dots 155 \mu\text{s}$ Überspannungen dokumentiert, die nur knapp innerhalb des SFO-Bereichs liegen [13].

In [13] wurde für eine 150 km lange Freileitung der Spannungsverlauf nach einem Pol-Erd-Fehler analysiert. Die angenäherte Überspannungskurve bestand aus einer Superposition eines Gleichspannungsanteils und eines Impulsanteils. Daraus ergaben sich Rückenhalfwertszeiten von $58,4 \text{ ms} < T_2 < 136,8 \text{ ms}$. Für gleich lange Kabeltrassen lagen die Anstiegszeiten etwa um den Faktor 30,81 höher, mit Rückenhalfwertszeiten bis zu 90 ms. Diese Ergebnisse zeigen, dass Überspannungen auftreten, deren Verlauf außerhalb bisheriger normativer Definitionen liegt.

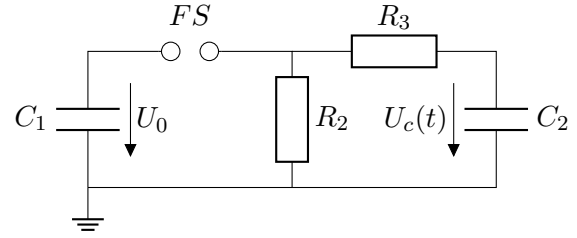
Der Begriff der *Very Slow Front Overvoltage* (VSFO) wurde deshalb eingeführt, um diese neuartigen transienten Überspannungen zu klassifizieren [13, 144, 145, 147]. Die charakteristischen Zeitbereiche dieser VSFO sind in Tabelle 2.6 zusammengefasst. Die in [13, 144, 146, 148] analysierten VSFO zeigen, dass bei MMC-basierten HGÜ-Systemen, insbesondere in Kombination mit langen Kabelstrecken oder gemischten Trassen, Überspannungen auftreten, deren Charakteristika außerhalb genormter Klassifizierungen liegen. Dies hat direkte Auswirkungen auf die Anforderungen an die Isolationskoordination und den Schutz von Betriebsmitteln in zukünftigen HGÜ-Systemen.

2.5.2. Modellierung Impulsspannungsbeanspruchungen

Impulsspannungen entstehen durch äußere Einflüsse wie Blitzstoßspannungen oder Schaltvorgänge. Schaltstoßspannungen sind im Vergleich zu Blitzstoßspannungen deutlich langsamer, d. h., sie weisen größere Stirnzeiten T_1 und Rückenhalfwertszeiten T_2 auf. Die Stirnzeit ist dabei das 1,67-fache der Zeitspanne zwischen $U(t_1) = 0,3\hat{U}$ und $U(t_2) = 0,9\hat{U}$, wobei \hat{U} die Scheitelspannung beschreibt [13, 71].



(a) Genormter Impulsspannungsverlauf mit der Stirnzeit T_1 und der Rückenhalbwertszeit T_2 .



(b) Elektrisches Ersatzschaltbild zur Erzeugung der der Impulsspannung.

Abbildung 2.5.: Modelltechnische Erfassung genormter Impulsspannungen [149].

Wie in Abbildung 2.5a dargestellt, kennzeichnet die Rückenhalbwertszeit den Zeitpunkt, zu dem die Spannung auf $0,5\hat{U}$ abgefallen ist. Neben der Stirnzeit ist alternativ die Scheitelzeit T_p (time to crest) gebräuchlich, welche die reale Zeitspanne bis zum Erreichen des Scheitelwerts angibt [101].

Für die mathematische Erfassung des Impulsverlaufs wird die Impulsspannung $U_c(t)$ nach [101] durch

$$U_c(t) = \frac{U_0}{R_3 C_2} \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \left[\exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) - \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) \right] \quad (2.78)$$

modelliert, wobei τ_1 und τ_2 die Zeitkonstanten darstellen. Diese hängen gemäß

$$\tau_1 = \frac{T_2 - T_p}{0,7} \quad (2.79)$$

und

$$\tau_2 = \frac{\tau_1}{\exp\left(1,35 + 1,2 \ln\left(\frac{T_2}{T_p}\right)\right)} \quad (2.80)$$

von den Parametern T_2 und T_p ab. Gleichzeitig ergibt sich die Scheitelzeit T_p aus

$$T_p = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \ln\left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right). \quad (2.81)$$

Unter der Bedingung

$$\frac{\tau_1 \tau_2}{(\tau_1 - \tau_2) R_3 C_2} = 1 \quad (2.82)$$

vereinfacht sich Gleichung (2.78) zu

$$U_c(t) = U_0 \left[\exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) - \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) \right]. \quad (2.83)$$

Mit der Substitution

$$\chi := \frac{\tau_1}{\tau_2} \quad (2.84)$$

ergibt sich für die Spannung U_0 in Abhängigkeit der Scheitelspannung \hat{U} :

$$U_0 = \frac{\hat{U}}{\chi^{\frac{1}{1-\chi}} - \chi^{\frac{\chi}{1-\chi}}}. \quad (2.85)$$

2. Kontextualisierung

Die Schaltungselemente (vgl. 2.5b) lassen sich in Abhängigkeit von τ_1 und τ_2 näherungsweise wie folgt berechnen:

$$C_2 \approx \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \frac{1}{R_3} \quad (2.86)$$

$$C_1 \approx \frac{\tau_1}{R_3} - C_2 \quad (2.87)$$

$$R_2 \approx \frac{\tau_2(C_1 + C_2)}{C_2 C_1}. \quad (2.88)$$

Der Dämpfungswiderstand R_3 wird experimentell bestimmt und ist z. B. in [101, 150] tabelliert. Für die Modellierung überlagerter Spannungsformen — wie sie in dieser Arbeit zur Simulation von Isolationsbeanspruchungen verwendet werden — wird der Impulsanteil $U_c(t)$ um eine Gleichspannungsüberlagerung U_{DC} erweitert. Die zugrundeliegende Topologie ist in Abbildung 3.21 dargestellt. Die resultierende überlagerte Spannung ergibt sich dann aus

$$U(t) = U_{DC} + U_c(t). \quad (2.89)$$

2.5.3. Normative Verfahren zur Abstandsdimensionierung

Im normativen Kontext werden zur Auslegung gasisolierter Anordnungen empirisch abgesicherte Abschätzverfahren verwendet. Für die 50 %-Durchschlagspannung $U_{50,RP}$ in kV einer standardisierten Stab-Platte-Konfiguration bei positiver Schaltstoßbeanspruchung (SI) sowie für die daraus resultierende notwendige Luftstrecke d in m gilt gemäß [13, 70]:

$$U_{50,RP} = 500d^{0,6} \quad \Longleftrightarrow \quad d = \left(\frac{U_{50,RP}}{500} \right)^{\frac{10}{6}}. \quad (2.90)$$

Diese Beziehung ist für den Gültigkeitsbereich $2 \text{ m} \leq d \leq 13 \text{ m}$ definiert.

Für positive Blitzstoßspannungen (LI) wird im Bereich $1 \text{ m} \leq d \leq 10 \text{ m}$ die lineare Beziehung angesetzt:

$$U_{50,RP} = 530d \quad \Longleftrightarrow \quad d = \frac{U_{50,RP}}{530}. \quad (2.91)$$

Für transienten Überspannungsbeanspruchungen mit kritischen Anstiegszeiten und einem erweiterten Gültigkeitsbereich von 1 m bis 25 m ergibt sich gemäß [13]:

$$U_{50,RP} = 1080 \ln(0,46d + 1) \quad \Longleftrightarrow \quad d = \frac{\exp\left(\frac{U_{50,RP}}{1080}\right) - 1}{0,46}. \quad (2.92)$$

Da diese Gleichungen für eine definierte Referenzgeometrie gelten, wird der geometrische Einfluss technischer Elektrodenkonfigurationen über den sogenannten Funkenstreckenfaktor K berücksichtigt:

$$K = \frac{U_{50}}{U_{50,RP}}. \quad (2.93)$$

Hierbei stellt U_{50} die tatsächliche 50 %-Durchschlagspannung der realen Anordnung dar. Typische Werte für K finden sich in [64].

Für selbstheilende Isolationen wird der statistische Zusammenhang zwischen der für die Bemessung relevanten Stehspannung U_w und U_{50} nach folgender Beziehung beschrieben:

$$U_{50} = \frac{U_w}{1 - n_z \sigma}, \quad (2.94)$$

wobei σ die Standardabweichung und n_z die Anzahl der Standardabweichungen angibt [69]. Je nach Anwendungsfall variiert n_z :

- Für AC-Systeme wird $n_z = 1,3$ empfohlen,
- für HGÜ-Freiluftanwendungen $n_z = 2$,
- zur Personensicherheit wird $n_z = 5$ angesetzt [70].

Die normativ empfohlene Stehspannung bei DC-Anlagen ergibt sich aus dem 1,5-fachen Wert der Nennspannung U_n :

$$U_w = 1,5 \cdot U_n. \quad (2.95)$$

Korrekturen für Umgebungsbedingungen werden über den atmosphärischen Korrekturfaktor K_t vorgenommen:

$$K_t = k_1 \cdot k_2 = \delta^{m_t} \cdot k^{w_t}, \quad (2.96)$$

wobei k_1 den Luftdichte-Korrekturfaktor ($0,8 < k_1 < 1,05$ gültig) und k_2 den Luftfeuchte-Korrekturfaktor beschreibt. Die relative Luftdichte δ wird mit Gleichung (2.59) bestimmt.

Für die Bestimmung von k gilt für positive SI und LI:

$$k = 1 + 0,010 \left(\frac{h_t}{\delta} - 11 \right), \quad (2.97)$$

mit der Einschränkung $1 \text{ g m}^{-3} < h_t/\delta < 20 \text{ g m}^{-3}$. Falls nur die relative Luftfeuchte h_r gegeben ist, wird sie gemäß [13] in absolute Luftfeuchte h_t umgerechnet:

$$h_t = \frac{6,11 \cdot h_r \cdot \exp\left(\frac{17,6T}{243+T}\right)}{0,4615(273+T)}. \quad (2.98)$$

Die Exponenten m_t und w_t werden über den dimensionslosen Parameter

$$g_t = \frac{U_{50}}{500 a_{\min} \delta, k} \quad (2.99)$$

bestimmt. Dabei bezeichnet a_{\min} den kürzesten Entladeweg zwischen den Elektroden. Entsprechende Zuordnungen der Exponenten zu g_t sind tabellarisch in [70] dargestellt.

2.5.4. Selbstkonsistentes Leadermodell

Für die Berechnung von Luftstrecken unter Schaltstoß- und überlagerten Spannungsbeanspruchungen in stark inhomogenen elektrischen Feldern reicht das in Kapitel 3.4.1 dargestellte Verfahren zur Bestimmung der statischen Durchschlagsspannung nicht aus. Die dort beschriebene Berechnung über das Einsatzkriterium eignet sich nur für homogene und schwach inhomogene Feldverteilungen. In stark inhomogenen Feldern dominieren hingegen physikalische Prozesse wie Korona- und Leaderentladungen. Zur exakten Modellierung ist daher ein gasphysikalischer Ansatz notwendig, der auf den zugrundeliegenden Entladungsmechanismen basiert.

Das zuvor vorgestellte normative Verfahren basiert auf empirischen Daten und setzt Korrekturfaktoren für Geometrie und Atmosphäre ein, um die Mindestdurchschlagsabstände zu bestimmen. Im Gegensatz dazu ermöglicht ein physikalisches Modell die vollständige Abbildung der transienten Entladungsvorgänge. Für die vorliegende Arbeit wird deshalb das Modell nach [101] herangezogen, das die Leaderentwicklung bis zum Durchschlag beschreibt.

Das Modell unterscheidet drei Phasen: die Initialisierung der ersten Korona, die freie Entwicklungsphase des Leaderkanals sowie die finale Sprungphase (vgl. Abbildung 2.6). Während der freien Entwicklungsphase wächst der Leader in Richtung Gegenelektrode, beeinflusst durch die vorgelagerte

2. Kontextualisierung

Raumladungszone. Sobald der Kanal eine bestimmte Mindestlänge erreicht oder das Streamerwachstum stagniert, beginnt die finale Sprungphase. In dieser bewegt sich der Leader nahezu geradlinig auf die Gegenelektrode zu. Erreicht der Kanal diese, ist der Isolationsdurchbruch abgeschlossen. Der Fokus liegt in dieser Arbeit auf der Entwicklung des Leaders bis zum Sprung; der eigentliche Gasdurchschlag wird nicht weiter betrachtet [101, 111]. Da der Zeitpunkt der ersten Korona statistisch schwankt, wird ein zufälliger Zeitverzug dt_0 eingeführt. Er bildet die in Kapitel 2.2.2 beschriebene Verzugszeit ab und stellt sicher, dass ein freies Elektron für die Initiierung des Entladungsprozesses bereitsteht. Die theoretische Koronaeinsatzspannung U_{0i} wird mithilfe der Peek-Gleichung für eine Punkt-Ebene-Konfiguration berechnet:

$$U_{0i} = \frac{1}{2} r_p E_c \log \left(\frac{4d}{r_p} \right) \left(1 + \frac{0,0436}{\sqrt{r_p}} \right), \quad (2.100)$$

wobei r_p den Radius der Hochspannungselektrode, d die Schlagweite und E_c das kritische elektrische Feld beschreibt.

Die resultierende initiale Streamerlänge S_0 ergibt sich nach:

$$S_0 = 1,44 U_{0i}, \quad (2.101)$$

wobei U_{0i} in kV und S_0 in m anzugeben ist. Die tatsächliche Einsatzspannung U_i wird im Modell als gleich der theoretischen Spannung U_{0i} angenommen, um wiederholtes Zünden zu vermeiden [101, 111].

Freie Entwicklungsphase

In der Streamer-Leader-Theorie wird die Bedingung untersucht, ob an der Spitze des Leaders ein elektrisches Feld E_p vorliegt, das die kritische Feldstärke E_c überschreitet. Ist dies der Fall, setzt sich das Wachstum des Leaders fort. Andernfalls fällt die Entladung zurück, da sich der Leaderkanal allmählich abkühlt und verschwindet, es sei denn, die angelegte Spannung führt zur Reaktivierung.

Die Feldstärke E_p an der Leaderspitze ergibt sich in Abhängigkeit der Spannung U_j am Leaderkopf und des effektiven Ersatzradius r_e gemäß

$$E_p = \frac{2U_j}{r_e} \ln \left(\frac{4(d - l_z)}{r_e} \right), \quad (2.102)$$

wobei l_z die aktuelle Leaderlänge und d die Gesamtlänge der Isolationsstrecke ist. Der Spannungsabfall über dem Leaderkanal wird durch $\Delta U_j = E_L l_z$ beschrieben und im Modell iterativ über dl und E_L ermittelt. Der effektive Ersatzradius r_e wird ausgehend von der momentanen Leaderlänge l und dem initialen Streamer S_0 bestimmt:

$$r_e = \frac{U_j}{U_{j0}} \frac{0,25}{1 + \frac{3,5}{l}} + \frac{1}{17} S_0 \exp \left(-\frac{l_z}{0,8 S_0} \right), \quad (2.103)$$

wobei U_{j0} als Referenzspannung des Leaderkopfes nach folgender Gleichung berechnet wird:

$$U_{j0} = \frac{E_{c0} r_x}{2} \ln \left(\frac{4(d - l_z)}{r_x} \right), \quad (2.104)$$

$$E_{c0} = E_0 \left(1 + \frac{0,0436}{\sqrt{\delta r_x}} \right), \quad (2.105)$$

$$r_x = \frac{0,25}{1 + \frac{3,5}{l}} + \frac{1}{17} S_0 \exp \left(-\frac{l_z}{0,8 S_0} \right). \quad (2.106)$$

Der kritische Feldwert E_c markiert die Grenze, ab der die Ionisationsprozesse in der Luft einsetzen. Die Abschätzung erfolgt nach einer modifizierten Peek-Gleichung unter atmosphärischem Druck und

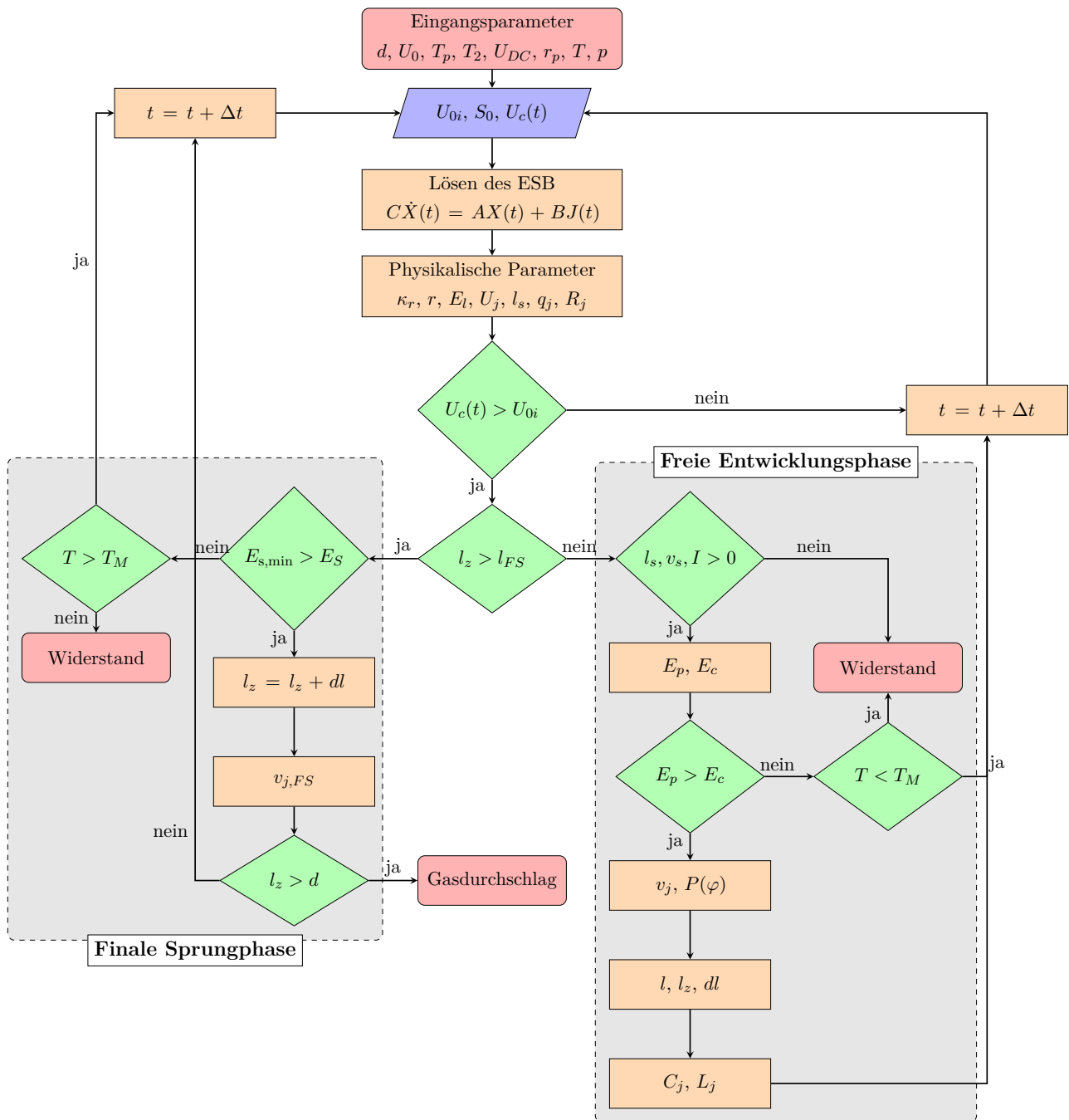


Abbildung 2.6.: Flowchart des erweiterten Simulationsverfahrens für die Leaderentwicklung. Gegenüber [101] erfolgt die dynamische Berechnung des ESB und R_j vor der freien Entwicklungsphase nach Erhöhung der Eingangsspannung. Zusätzlich wird zur Verbesserung der Konvergenz ein Abbruchkriterium $I > 0$ eingeführt.

2. Kontextualisierung

berücksichtigt sowohl geometrische als auch atmosphärische Einflüsse [101]. Für Luft wird der kritische Bereich in der Literatur mit $30 \dots 40 \text{ kV cm}^{-1}$ angegeben [64,101]. Wird dieser Wert an der Leaderspitze überschritten, setzt dort eine lokale Koronaentladung ein, die zur weiteren Propagation des Leaderkanals führt.

Berechnung der Leaderwachstumsgeschwindigkeit

Nach dem Zünden der Leaderentladung erfolgt die segmentweise Propagation entlang der Entladungsstrecke. Die inkrementelle Längenzunahme dl des Leaders ergibt sich aus der Leaderwachstumsgeschwindigkeit v_j und dem Zeitschritt dt gemäß

$$dl = v_j dt. \quad (2.107)$$

Die Wachstumsgeschwindigkeit v_j ist dabei abhängig von der im Leadersegment lokal verfügbaren Energie bzw. Leistung. Sie wird auf Grundlage der eingekoppelten Leistung $P_j(t)$ nach [101, 111] berechnet:

$$v_j(t) = \left(\frac{2\beta}{\varrho\pi r_0^2} P_j(t) \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (2.108)$$

Dabei beschreibt r_0 den Anfangsradius des Leaderkanals zum Zeitpunkt seiner erstmaligen Ausbildung, $\beta \approx 0,1$ den Wirkungsgrad der Energieumwandlung in kinetisches Wachstum und ϱ die effektive Dichte des ionisierten Gases im Leaderkanal, welche typischerweise im Bereich $\varrho = 0,1 \dots 0,15 \text{ kg m}^{-3}$ liegt. Alternativ lässt sich die Wachstumsgeschwindigkeit auch über die zeitliche Ableitung der eingespeisten Energie $W_j(t)$ formulieren:

$$v_j(t) = \left(\frac{2\beta}{\varrho\pi r_0^2} \frac{dW_j(t)}{dt} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (2.109)$$

Für jeden Zeitschritt wird die momentane Spannung U_j und der Strom I_j bestimmt, woraus sich die zugehörige elektrische Leistung

$$P_j = U_j I_j \quad (2.110)$$

und die bis zu diesem Zeitpunkt akkumulierte Energie

$$W_j = \sum_{t=0}^t U_j I_j dt \quad (2.111)$$

berechnen lassen. Diese Energie fließt zu einem definierten Anteil in die Ausdehnung des Leaderkanals, während der verbleibende Teil in thermische und ionisierende Prozesse übergeht.

Berechnung der Spannung in der Raumladungszone

Zur Bestimmung der Spannung in der Raumladungszone wird der gesamte Spannungsabfall $U_c(t)$ entlang der Entladungsstrecke in drei Teilbereiche unterteilt: den Leaderkanal mit axialer Länge l_z , die durch den Leaderkopf generierte Koronaentladung mit der Länge l_s sowie die verbleibende Restdistanz l_r . Daraus ergibt sich der Spannungsverlauf entlang der Strecke zu:

$$U_c(t) = E_L l_z + E_S l_s + E_R l_r, \quad (2.112)$$

wobei E_S die Feldstärke in der Koronazone beschreibt. Diese wird als konstant angenommen und liegt typischerweise im Bereich von $0,45 \dots 0,5 \text{ MV m}^{-1}$ [111]. Die elektrische Feldstärke E_L im Leaderkanal hängt stark vom thermischen Zustand des Kanals ab und wird gemäß [67] wie folgt berechnet:

$$E_L = \frac{E_L}{n_G} \frac{n_0}{\sqrt{1 + 2 \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{E_L}{n_G} \frac{Q(t)}{k_b T \pi r_0^2}}}, \quad (2.113)$$

mit der Ladungsträgerdichte n_0 in m^{-3} , dem Isentropenkoeffizienten γ , der Gastemperatur T in K, dem Leaderradius r_0 in m, der Boltzmann-Konstante k_b in JK^{-1} sowie der teilchendichtenormierten elektrischen Feldstärke E_L/n_G in V m^2 zum Zeitpunkt t_0 . Die Teilchendichte n_0 ergibt sich zu:

$$n_0 = \frac{\kappa}{\mu_e e \xi}, \quad (2.114)$$

wobei κ die Leitfähigkeit in $\Omega^{-1} \text{m}^{-1}$, μ_e die Elektronenbeweglichkeit in $\text{m}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$, e die Elementarladung in C und ξ der Ionisationsgrad ist. Aus experimentellen Daten in [67] geht hervor, dass κ , ξ und E_L/n_G nichtlinear vom Strom im Leaderkanal abhängen (siehe Abbildung 2.7a).

Die Feldstärke E_R in der nicht-überbrückten Reststrecke ergibt sich aus:

$$E_R = \frac{U_c(t) - U_i}{d}, \quad (2.115)$$

wobei $d = l_z + l_s + l_r$ die gesamte Isolationsstrecke darstellt [101]. Das zugehörige schematische Modell der Raumladungsverteilung und Kanalbildung ist in Abbildung 2.7b dargestellt.

Schließlich ergibt sich die Länge des Koronabereichs l_s zu:

$$l_s = \frac{U_c(t) - E_R l_r - E_L l_z}{E_S}. \quad (2.116)$$

In jedem Iterationsschritt wird die Wachstumsgeschwindigkeit des Streamers über $v_s = \frac{d}{dt} l_s$ überprüft. Geht v_s gegen null, endet die Entwicklung des Leaders, da kein weiterer Strom zur Spitze transportiert wird [111].

Leader-Korona Entwicklung und Dispersion

Der Leader wächst in jedem Iterationsschritt bevorzugt in die Richtung des stärksten Korona-Streamers. Diese gerichtete Ausbreitung wird als Dispersion bezeichnet und lässt sich durch eine Wahrscheinlichkeitsfunktion modellieren, die die Verteilung der Winkel φ um die Spitze des Leaders beschreibt [79,111]:

$$P(\varphi) = \frac{\sin(\varphi)}{a_D} \exp\left(-\frac{1 - \cos(\varphi)}{a_D}\right) \quad (2.117)$$

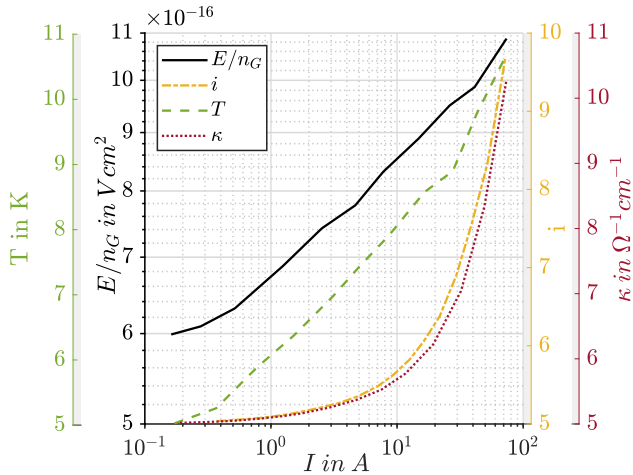
Der Dispersionsparameter a_D hängt von der Krümmung der Äquipotentialflächen um den Leaderkopf sowie der zeitlichen Änderung der angelegten Spannung $U_c(t)$ ab:

$$a_D = 0,6 (1 + r_t)^{-1} \left(0,8 + 10^{-10} \frac{d}{dt} U_c(t)\right)^{-1} \quad (2.118)$$

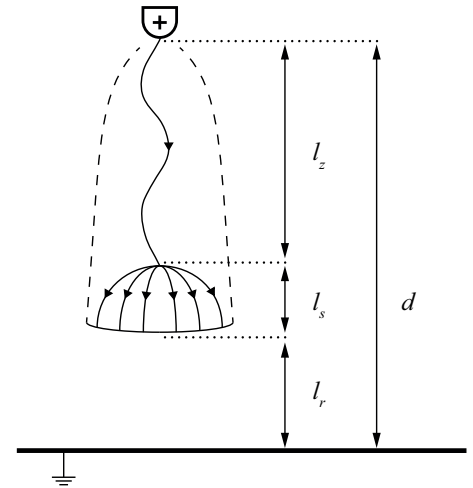
Dabei bezeichnet r_t den Krümmungsradius der Äquipotentialfläche in m und $\frac{d}{dt} U_c(t)$ die zeitliche Spannungsänderung in V s^{-1} . Um auch für $\varphi > \pi/2$ eine gültige Verteilung zu gewährleisten, wird die Wahrscheinlichkeitsfunktion wie folgt modifiziert:

$$P(\varphi) = \frac{|\sin(\varphi)|}{2a_D \left(1 - \exp\left(\frac{-2}{a_D}\right)\right)} \exp\left(\frac{\cos(\varphi) - 1}{a_D}\right) \quad (2.119)$$

2. Kontextualisierung



(a) Parameter des Leaderkanals für die freie Entwicklungsphase nach [67].



(b) Schematisches Prinzip der Propagation des Leaderkanals und der Koronaentladung am Leaderkopf nach [101].

Abbildung 2.7.: Streamer-Leader-Mechanismus und die für die mathematische Modellbildung notwendigen empirischen Parameter.

Diese modifizierte Funktion stellt sicher, dass die Verteilung physikalisch konsistent bleibt, insbesondere im Bereich großer Ablenkwinkel.

Der Leader wächst bevorzugt entlang der Richtung maximaler elektrischer Feldstärke, also dorthin, wo die Koronaentwicklung am ausgeprägtesten ist. Die Steuerung dieses Wachstums erfolgt über den Dispersionsparameter a_D .

Zur Bestimmung der Wachstumsgeschwindigkeit v_j wird die am Leaderkopf verfügbare Leistung P_j benötigt, welche über die Spannung U_j und den Strom I_j im jeweiligen Leadersegment bestimmt wird. Die Modellierung des Leaderkanals erfolgt dabei segmentweise, wobei jedes Segment durch ein elektrisches Ersatzmodell mit Widerstand R_j , Induktivität L_j und Kapazität C_j abgebildet wird. Die detaillierte Umsetzung dieser Methodik erfolgt im Kapitel 3.4.2.

2.5.5. Erweiterung der Isolationskoordination: Einfluss überlagerter Ionenströme

Im Anschluss an die in Kapitel 2.5.3 und 2.5.4 dargestellten etablierten Verfahren zur Bestimmung der 50 %-Durchschlagspannung und der minimal benötigten Luftstrecke, wird in diesem Abschnitt ein bislang wenig untersuchter Effekt aufgegriffen: der Einfluss überlagerter Ionenströme bei transienter Spannungsbeanspruchung.

Selbst wenn die Entwicklung des Leaderkanals unterbunden wird oder vorzeitig erlischt, entstehen im Zuge des Streamer-Leader-Prozesses weiterhin ionisierte Ladungsträger. Diese driften aufgrund der anliegenden Feldverhältnisse entlang der Feldlinien zur Gegenelektrode und induzieren gemäß Gleichung (2.53) Ströme im äußeren Schaltkreis, vergleichbar mit den Phänomenen im Kontext der Koronaentladung an Freileitungen (vgl. Kapitel 2.4).

Befindet sich die angelegte Spannung oberhalb der jeweiligen Einsatzfeldstärke der Anordnung, wird das Isoliergas Luft ionisiert. Wird zusätzlich eine Überspannung überlagert – beispielsweise im Fehlerfall – so erhöht sich die Ionisation während der Impulsdauer. Die während dieser Phase erzeugten zusätzlichen Ladungsträger werden infolge der überlagerten DC-Komponente beschleunigt und erreichen die Gegen-

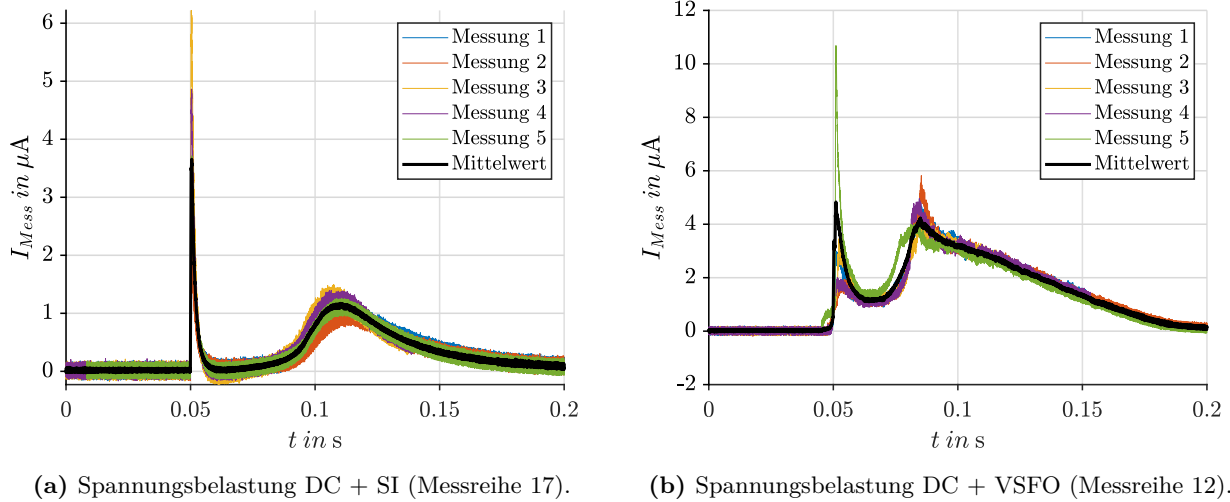


Abbildung 2.8.: Strommesssignal auf einer Wilson-Plate infolge einer Mischbeanspruchung aus DC und Impulsspannung an einer Leiter-Erd-Anordnung. $h = 0,74$ m, $r_i = 0,001$ m mit $U_{DC} = 60$ kV und $\hat{U}_c = 34$ kV.

elektrode zeitverzögert, was sich in einem zweiten Strommaximum äußert. Wie Abbildung 2.8b zeigt, erzeugen insbesondere VSFO mit langen Rückenhalbwertszeiten über einen ausgedehnten Zeitraum eine verstärkte Ionisation. Dies führt zu einem markanten Ionenstrom, dessen zweites Maximum mit der geschätzten Driftzeit der Ladungsträger übereinstimmt. Diese lässt sich über die Näherung nach [61] bestimmen:

$$t_{\text{drift}} = \frac{d^2}{\mu U}, \quad (2.120)$$

wobei d der Elektrodenabstand, μ die Ionenbeweglichkeit und U die Elektrodenspannung ist. Für die in Abbildung 2.8b dargestellte Anordnung ($d = 0,74$ m, $U_{\text{max}} = 95$ kV, $\mu \approx 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$) ergibt sich eine Driftzeit von etwa $t_{\text{drift}} \approx 0,04$ s.

Während der erste Strompeak dem kapazitiven Verschiebungsstromanteil entspricht, reflektiert das zweite Maximum die Bewegung der durch den Impuls zusätzlich erzeugten Ladungsträger im Gleichfeld. Diese Interpretation wird durch den zeitlichen Abstand zwischen beiden Strommaxima unterstützt, welcher gut mit der berechneten Driftzeit übereinstimmt. Die zweiphasige Stromantwort lässt sich somit als Überlagerung von Verschiebungsstrom und driftinduziertem Ionenstrom interpretieren.

Ein vergleichbares Verhalten ist aus der Ionenmobilitätsspektroskopie bekannt, in der Ionenschwärme mit unterschiedlicher Beweglichkeit zeitlich versetzt an der Gegenelektrode detektiert werden. Hier erzeugt ein konstant angelegtes Feld ähnliche Effekte in Form versetzter Peaks.

Die Auswirkungen dieser überlagerten Ionenströme sind bislang kaum untersucht – weder hinsichtlich möglicher Kopplungseffekte, Messfehler oder Rückwirkungen auf Betriebsmittel. Besonders relevant ist dies vor dem Hintergrund neuartiger transienter Überspannungsformen wie VSFO, die im Kontext der MMC-Technologie auftreten. Die neuartige numerische Modellierung dieses Effekts sowie entsprechende experimentelle Untersuchungen werden im Kapitel 3.3 behandelt. Die Ergebnisse bilden die Grundlage für eine erweiterte Isolationskoordination, die auch die Dynamik überlagerter Ionenströme berücksichtigt.

2.6. Zu Transportparametern gasförmiger Isoliermedien

Die physikalische Beschreibung und numerische Modellierung gasförmiger Isolierstoffe setzt eine präzise Ermittlung ihrer Transportparameter voraus. Diese bilden das Bindeglied zwischen den zugrunde gelegten mikroskopischen Streuprozessen und den makroskopisch beobachtbaren Größen in den verschiedenen Modellansätzen der Arbeit.

In Abhängigkeit des jeweiligen Anwendungsfeldes – ob Koronasimulation, Ionenstromsimulation oder Abstandsdimensionierung – müssen unterschiedliche Transportparameter im Pre-Processing berechnet werden. Die relevanten Größen sind dabei vor allem die Elektronenbeweglichkeit μ_e , die Ionenbeweglichkeit μ_i , der Ionisierungskoeffizient α sowie der Anlagerungskoeffizient η .

Die Mindmap in Abbildung 2.9 veranschaulicht die Verzahnung dieser Parameter mit den zentralen Simulationsmodellen dieser Arbeit. Dabei ist ersichtlich, dass die makroskopischen Transportgrößen direkt auf mikroskopischen Streuprozessen beruhen, die über die zugehörigen Wirkungsquerschnitte modelliert werden (vgl. Anhang C). Die verwendeten numerischen Verfahren zur Bestimmung dieser Transportparameter basieren auf den mikroskopischen Grundlagen, die in Kapitel 2.3.3 erläutert sind. Für μ_e , μ_i , α und η werden Monte-Carlo-Simulationen verwendet, welche die Kollisionen mit Molekülen bei variierenden Umweltbedingungen berücksichtigen.

Je nach Modellansatz fließen die ermittelten Parameter in unterschiedlicher Weise in die weiteren Berechnungen ein: Im EHD-Modell der Koronabeschreibung wird das Isoliergas über die mittlere Ionenbeweglichkeit modelliert, da die Ionisierungszone vernachlässigt und der Leiter als Ionenquelle angenommen wird (vgl. Kapitel 2.4.4). Bei der Abstandsdimensionierung hingegen dominieren Elektronenprozesse, weshalb μ_e , α und η im Fokus stehen.

Im Folgenden werden die Verfahren zur Berechnung dieser Transportparameter detailliert vorgestellt. Dabei liegt der Fokus zunächst auf numerischen Methoden, die auf Monte-Carlo-Simulationen beruhen, um die makroskopischen Größen aus mikroskopischen Streuprozessen und Wirkungsquerschnitten abzuleiten. Anschließend werden ergänzend empirische Verfahren erläutert, die insbesondere für Luft als Isoliergas Anwendung finden und häufig in normativen Kontexten eingesetzt werden.

2.6.1. Methoden zur Ermittlung von Transportparametern

Die in Abbildung 2.9 dargestellten makroskopischen Transportparameter hängen sämtlich von der reduzierten elektrischen Feldstärke E/n_G ab. Diese lassen sich in zwei Gruppen einteilen: Transportgrößen, die sich auf Elektronenschwärme beziehen (Ionisierungskoeffizient α , Anlagerungskoeffizient η , reduzierte Beweglichkeit μ_e), und solche, die sich auf Ionenschwärme beziehen (Ionenbeweglichkeit μ_i). Experimentelle Untersuchungen hierzu finden sich in [113, 124].

Für die experimentelle wie auch numerische Ermittlung dieser Transportgrößen ist ein stationärer Driftzustand erforderlich. Dabei muss das angelegte elektrische Feld konstant sein, sodass sich die Teilchenschwärme in einem quasistationären Zustand befinden. Da die Schwarmausdehnung deutlich größer ist als die mittlere freie Weglänge, lassen sich Transportkoeffizienten als Funktion der reduzierten Feldstärke angeben. Die Energieaufnahme pro Weglängeinheit wird so zur charakteristischen Größe des Schwarms, der sich über Mittelwerte der Verteilungsfunktion beschreiben lässt [94, 113].

Ziel ist es, die Verteilungsfunktion für ein gegebenes Gasgemisch unter Berücksichtigung von Temperatur, Druck und Feuchte zu bestimmen. Bereits bei geringen reduzierten Feldstärken ($E/n_G < 100$ Td) weicht die Verteilungsfunktion von der Maxwell-Verteilung ab [124]. Daher wird zur Beschreibung

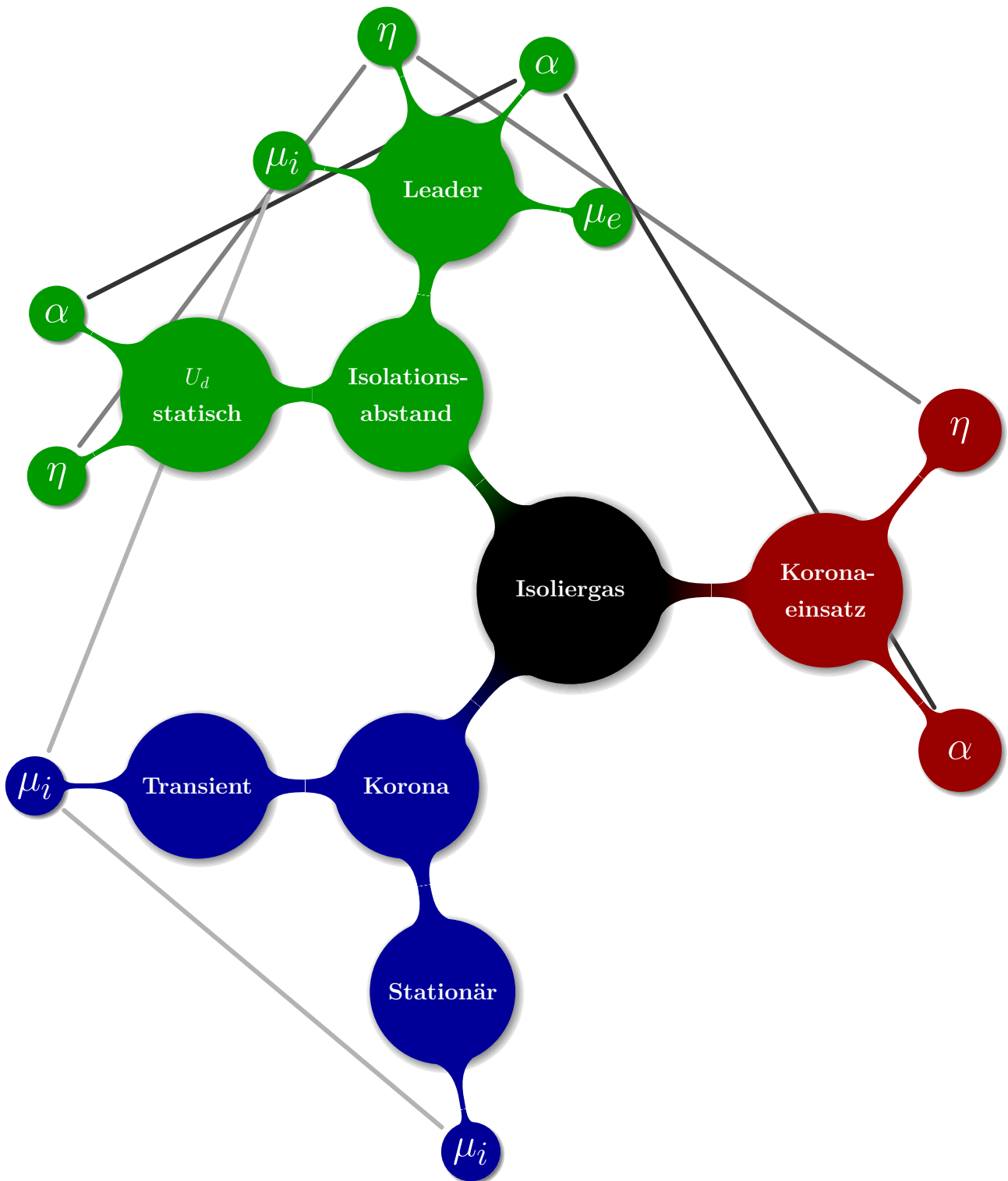


Abbildung 2.9.: Verzahnung der Modellierung des Isoliergases über Transportparameter. Im Pre-Processing wird dabei die Elektronen- und Ionenbeweglichkeit, der Ionisierungskoeffizient und der Anlagerungskoeffizient für das zugrunde gelegte Isoliergas und der Abhängigkeit der Temperatur, der Luftfeuchte und des Luftdrucks bestimmt.

2. Kontextualisierung

des Elektronenschwarms die Boltzmann-Gleichung (vgl. Kapitel 2.6.1.1) gelöst, um die entsprechende Elektronenverteilung zu erhalten [18]. Für Ionenschwärme hingegen existiert bis heute keine universell anwendbare Verteilungsfunktion, sodass Transportparameter überwiegend experimentell bestimmt werden müssen [151].

Da insbesondere für elektrohydrodynamische Modelle die Ionenbeweglichkeit ein zentraler Parameter ist, wird im weiteren Verlauf eine numerische Methode zur Berechnung dieser Größe auch für komplexe Gasgemische diskutiert.

Voraussetzung zur Bestimmung makroskopischer Schwarmparameter ist ein Satz physikalischer Randbedingungen [113]:

1. Das elektrische Feld ist homogen und konstant.
2. Die Ladungsträgerdichten sind so gering, dass Raumladungseffekte vernachlässigt werden.
3. Alle Ladungsträger starten gleichzeitig an einer definierten Fläche (z. B. Kathode).
4. Es findet keine Volumenionisation statt.
5. Die Schwarmparameter v , α , η , μ sind zeitlich und räumlich konstant.
6. Es treten keine Elektronenablösungen oder Ionenumwandlungen auf.
7. Alle Ladungsträger besitzen eine Einheitsladung und eine konstante Driftgeschwindigkeit.
8. Rekombinationseffekte werden vernachlässigt.

Die Driftgeschwindigkeit \vec{v} ist über

$$\vec{v} = \mu \vec{E} \quad (2.121)$$

direkt mit der Beweglichkeit μ verknüpft. Diese ist abhängig vom Gas, der Temperatur und der reduzierten Feldstärke.

Für Elektronenschwärme lässt sich zeigen, dass bei $E/n_G < 120$ Td die Beweglichkeit konstant bleibt und temperaturabhängig ist. Mit steigendem E/n_G nimmt die Driftgeschwindigkeit zu, unabhängig von der Gastemperatur, die Beweglichkeit sinkt. In Stickstoff und CO_2 treten in diesem Bereich sogar lokale Maxima und Minima auf [124].

Für Ionenschwärme gelten ähnliche Prinzipien, jedoch mit folgenden Unterschieden [124]:

1. Aufgrund ihrer größeren Masse koppeln Ionen stärker an das Neutralgas, ihre Energieverteilungsfunktion bleibt näher an der Maxwell-Verteilung.
2. Für $E/n_G > 120$ Td ist die Beschreibung von Ionenschwärmen deutlich komplexer als die von Elektronenschwärmen.
3. Ionen besitzen eine deutlich geringere Beweglichkeit.
4. Umladungen, Reaktionen und Clusterbildung verändern die Ionenart während des Transports.

Insbesondere bei Anwesenheit von Luftfeuchte entstehen Cluster mit niedriger Beweglichkeit. Die Wechselwirkungen erfolgen unabhängig von der Ionenenergie. Zwei charakteristische Feldbereiche lassen sich unterscheiden: In schwachen Feldern folgt die Beweglichkeit der Langevin-Theorie und ist unabhängig vom Feld. In stärkeren Feldern heizen sich die Ionen auf, wodurch μ_i abnimmt [113, 124].

Für reduzierte Feldstärken bis etwa 10 Td wird die Ionenbeweglichkeit über die Mason-Schamp-Gleichung angegeben:

$$\mu = \frac{3}{16} \sqrt{\frac{2\pi}{m_{\text{eff}} k_b T}} \frac{q}{n_G \sigma} \quad (2.122)$$

mit der effektiven Masse

$$m_{\text{eff}} = \frac{m_p m_g}{m_p + m_g}. \quad (2.123)$$

Dabei sind m_p und m_g die Massen des Ions bzw. des Gasmoleküls, q die Ionenladung, T die Gastemperatur, n_G die Teilchendichte und σ der effektive Streuquerschnitt [124].

In Gasgemischen wird die effektive Beweglichkeit nach dem Gesetz von Blanc berechnet:

$$\frac{1}{\mu_{\text{mix}}} = \frac{1}{n_G} \sum_j \frac{n_{G,j}}{\mu_j}, \quad (2.124)$$

wobei μ_j die Beweglichkeit in reinem Gas j ist und $n_{G,j}$ dessen Partialdichte. Das Gesetz ist nur im Bereich kleiner Feldstärken anwendbar, in denen die Energieverteilungsfunktion maxwellartig bleibt [152].

Bei $E/n_G > 100$ Td weichen die Energien im Gasgemisch voneinander ab, die Gültigkeit des Blancschen Gesetzes ist dann nicht mehr gegeben. Abweichungen sind bei Elektronen stärker ausgeprägt als bei Ionen [152].

Die Energieverteilungsfunktion beschreibt, wie viele Elektronen sich mit welcher Energie in einem Intervall befinden. Die Vielzahl mikroskopischer Wechselwirkungen ändert diese kontinuierlich [113]. Um diese Dynamik zu modellieren, wird in den folgenden Kapiteln die Boltzmann-Gleichung analytisch gelöst und ergänzend die Monte-Carlo-Methode zur numerischen Berechnung eingeführt. Diese erlaubt es, die Transportparameter für beliebige Gase aus den mikroskopischen Streuprozessen abzuleiten. Eine universelle Methode zur Bestimmung der Ionenbeweglichkeit für beliebige Isoliergase wird in Kapitel 3.1 vorgestellt.

2.6.1.1. Zweitermapproximation

Zur Validierung der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Monte-Carlo-Methode zur Berechnung der Transportparameter von Elektronenschwärmen wird ein analytisch-numerischer Vergleich herangezogen. Dieser basiert auf der sogenannten Zweitermapproximation zur Lösung der Boltzmann-Gleichung, wie sie im Löser BOLSIG+ implementiert ist [17, 18, 153].

Die Boltzmann-Gleichung wird in einem Spezialfall für ein homogenes, zeitlich konstantes elektrisches Feld gelöst, wobei das Magnetfeld vernachlässigt wird. Die Elektronenverteilungsfunktion $f(z, v, \cos(\Theta))$ wird dabei in Kugelkoordinaten in einen isotropen Anteil f_0 und einen anisotropen Anteil f_1 nach

$$f(z, v, \cos(\Theta)) = f_0(z, v) + f_1(z, v) \cos(\Theta) \quad (2.125)$$

entwickelt. Mit dieser Zweitermapproximation lassen sich die gekoppelten Bilanzgleichungen für f_0 und f_1 herleiten.

Für den isotropen Anteil ergibt sich:

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} + \frac{\chi}{3} \varepsilon^{1/2} \frac{\partial f_1}{\partial z} - \frac{\chi}{3} \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} (\varepsilon E_z f_1) = S_{\text{Koll}}, \quad (2.126)$$

für den anisotropen Anteil:

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \chi \varepsilon^{1/2} \frac{\partial f_0}{\partial z} - E_z \chi \varepsilon^{1/2} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = -n_G \sigma_m \chi \varepsilon^{1/2} f_1. \quad (2.127)$$

2. Kontextualisierung

Hierbei ist $\chi = \sqrt{2e/m}$, ε die Elektronenenergie in eV, n_G die Gasdichte und σ_m der Gesamtwirkungsquerschnitt:

$$\sigma_m = \sum_k x_k \sigma_k, \quad (2.128)$$

wobei x_k der Massenanteil der Spezies k und σ_k der jeweilige (elastische oder inelastische) Wirkungsquerschnitt ist [89]. Die zur Berechnung notwendigen Wirkungsquerschnitte werden aus der Datenbank LXCat bezogen [126] und im Anhang C dokumentiert.

Die Transportparameter lassen sich anschließend direkt über Integrale der Verteilungsfunktion berechnen:

$$\mu \cdot n_G = -\frac{\chi}{3} \int_0^\infty \frac{\varepsilon}{\sigma_m} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}, d\varepsilon, \quad (2.129)$$

$$D \cdot n_G = \frac{\chi}{3} \int_0^\infty \frac{\varepsilon}{\sigma_m} f_0, d\varepsilon, \quad (2.130)$$

$$\frac{\alpha}{n_G} = \frac{1}{\mu E_z} \chi \int_0^\infty \varepsilon \sigma_m f_0, d\varepsilon. \quad (2.131)$$

Diese Größe sind zentrale Eingangswerte für Fluidmodelle, wie sie in Kapitel 2.3.2 verwendet werden. Für $E/n_G > 120$ Td verliert das Modell jedoch an Gültigkeit, da dann auch die LFA sowie das hydrodynamische Modell ihre Anwendbarkeit verlieren [154].

Die Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation zur Bestimmung der Elektronenbeweglichkeit, der mittleren Elektronenenergie sowie der Townsend-Koeffizienten werden im weiteren Verlauf mit den Resultaten der Zweitermapproximation verglichen. Die auf dieser Basis entwickelten Modelle liefern damit eine fundierte Grundlage zur Validierung und Erweiterung numerischer Verfahren für technische Isoliergase. Die Bestimmung der Ionenbeweglichkeit, welche nicht über die Zweitermapproximation zugänglich ist, erfolgt ausschließlich über die Monte-Carlo-Simulation, wie in Kapitel 3.1 erläutert.

2.6.1.2. Monte-Carlo-Methode

Im Gegensatz zu deterministischen Verfahren (z.,B. Finite-Differenzen, Finite-Elemente, Finite-Volumen) wird bei der Monte-Carlo-Methode ein stochastischer Ansatz verfolgt, bei dem Teilchen einzeln simuliert und deren Bewegungen durch das elektrische Feld und Kollisionen mit dem Hintergrundgas modelliert werden [155]. Die Bewegung folgt den Newtonschen Bewegungsgesetzen, wobei die Beschleunigung aus dem Kraftfeld berechnet wird.

Kollisionen werden probabilistisch behandelt: Trifft ein Elektron im Verlauf seiner Bewegung auf ein Molekül des Hintergrundgases, entscheidet der Wirkungsquerschnitt σ , ob eine Kollision eintritt. Ist dies der Fall, werden die neue Bewegungsrichtung und ggf. die neue Energie des Elektrons berechnet. Je nach Kollisionsart (elastisch, anregend, anlagernd oder ionisierend) ergeben sich unterschiedliche Folgeprozesse.

Der Ablenkwinkel im Raum wird durch zwei Zufallszahlen r_1 und r_2 (gleichverteilt in $[0, 1)$) bestimmt:

$$\Gamma_1 = 2\pi \cdot r_1 \quad (2.132)$$

$$\cos(\Gamma_2) = 2 \cdot r_2 - 1 \quad (2.133)$$

Die Geschwindigkeit in die einzelnen Richtungen ergibt sich aus der Beschreibung in Anhang F.

Bei elastischen Kollisionen wird die Elektronenenergie im Allgemeinen als erhalten betrachtet, da die

Molekülmasse im Vergleich zur Elektronenmasse deutlich größer ist. Der Energieverlust kann jedoch alternativ mit [23, 156] berechnet werden:

$$\Delta\varepsilon = \frac{2m_{\text{Elektron}}}{m_{\text{Molekül}}}(1 - \cos(\Gamma_2)) \quad (2.134)$$

Bei ionisierenden Kollisionen entstehen zwei Elektronen mit Energien ε_1 und ε_2 , die sich aus einer weiteren gleichverteilten Zufallszahl r_3 ergeben:

$$\varepsilon_1 = (1 - r_3)(\varepsilon_{\text{vorher}} - \varepsilon_{\text{ionisation}}) \quad (2.135)$$

$$\varepsilon_2 = r_3(\varepsilon_{\text{vorher}} - \varepsilon_{\text{ionisation}}) \quad (2.136)$$

Alternativ lässt sich die Energieverteilung nach dem Opal-Gesetz mit einer Parameterkonstante $B = 13 \text{ eV}$ modellieren [25]:

$$\varepsilon_2 = B \tan \left(r_3 \arctan \left(\frac{\varepsilon_{\text{vorher}} - \varepsilon_{\text{ionisation}}}{2B} \right) \right) \quad (2.137)$$

Der entsprechende Streuwinkel $\Gamma_{2,i}$ für das gestreute bzw. erzeugte Elektron ergibt sich zu:

$$\cos^2(\Gamma_{2,i}) = \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{\text{vorher}} - \varepsilon_{\text{ionisation}}}, \quad i = 1, 2 \quad (2.138)$$

Anregende und anlagernde Prozesse werden analog behandelt. Anlagerung tritt in Luft überwiegend durch Elektronenbindung an Sauerstoff auf; in reinem Stickstoff findet sie hingegen nicht statt [14]. Der Vorteil der Monte-Carlo-Methode liegt in der flexiblen und exakten Abbildung komplexer Stoßprozesse basierend auf experimentellen Wirkungsquerschnitten. Ihr Nachteil ist der vergleichsweise hohe Rechenaufwand sowie das stochastische Rauschen, das durch Mittelung über viele Teilchen minimiert wird.

Zur Modellierung der Transportparameter wird im Rahmen dieser Arbeit eine Monte-Carlo-Simulation unter der Annahme eines konstanten elektrischen Feldes verwendet. Die Interaktionen erfolgen ausschließlich zwischen Elektronen und Molekülen des Hintergrundgases. Elektron-Elektron-Stöße werden aufgrund der geringen Dichten vernachlässigt [57].

2.6.1.3. Empirische Bestimmung der Ionenbeweglichkeit in Luft

Für die ingenieurtechnisch relevanten Ionenbeweglichkeiten des Isoliergases unter variierenden klimatischen Bedingungen stehen verschiedene empirische Modelle zur Verfügung. Diese Modelle liefern validierte Näherungen der Ionenmobilität in Luft in Abhängigkeit von Luftfeuchte h_r und Luftdruck p und dienen im Rahmen dieser Arbeit als Vergleichs- und Validierungsbasis für die entwickelten numerischen Verfahren (siehe Kapitel 3.1).

Ein etabliertes Modell nach [157] beschreibt die Ionenmobilität μ in $\text{cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$ durch eine exponentielle Regressionsform:

$$\mu(p, h_r) = a \exp(-eh_r) + b \exp(-fp) + c + dh_r p \quad (2.139)$$

Die Parameter a bis f sind regressionsbasiert und unterscheiden sich für positive und negative Ionen (vgl. Tabelle 2.7). Der Gültigkeitsbereich umfasst $30 \% \leq h_r \leq 70 \%$ und $640 \leq p \leq 1010 \text{ hPa}$.

Tabelle 2.7.: Regressionsparameter für Ionenmobilität von negativen und positiven Ionen nach [157].

Regressionsparameter	a	b	c	$\frac{d}{10^{-5}}$	e	f
positive Ionen	1,739	46,166	1,377	-4,306	0,073	0,072
negativ Ionen	2,245	8,087	1,186	-2,29	0,046	0,035

2. Kontextualisierung

Ein alternatives Modell aus [151] approximiert die Ionenmobilität μ in $\text{m}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$ druck- und feuchteabhängig mit:

$$\mu(p, h_r) = c(h_r) \left(\frac{1000}{p} \right)^{a(h_r)} \quad (2.140)$$

Die Feuchteabhängigkeit des Vorfaktors $c(h_r)$ ist für positive Ionen gegeben durch:

$$c(h_r) = \left(0,2079 - 0,3178h_r + 0,2836h_r^2 - 0,0332h_r^3 - 0,0474h_r^4 \right) \times 10^{-3} \quad (2.141)$$

und für negative Ionen:

$$c(h_r) = \left(0,2493 - 0,2977h_r + 0,1421h_r^2 - 0,1094h_r^3 - 0,0809h_r^4 \right) \times 10^{-3} \quad (2.142)$$

Der Exponent $a(h_r)$ ist in beiden Fällen gleich und wird durch

$$a(h_r) = 1 - \frac{h_r}{3} \quad (2.143)$$

bestimmt. Dieses Modell gilt für $20 \% \leq h_r \leq 80 \%$ und $800 \leq p \leq 1100 \text{ hPa}$.

Beide Modelle sind ausschließlich für Luft als Isoliergas validiert. Für die Anwendung in HGÜ-Hallen oder bei Freiluftsystemen ist dies ausreichend, nicht jedoch für gekapselte gasisolierte Schaltanlagen mit alternativen Gasen zu SF_6 . Um auch dort präzise Korona- und Entladungsprozesse abzubilden, ist eine universelle Methode zur Bestimmung der Ionenmobilität erforderlich. Die in Kapitel 3.1 entwickelte Monte-Carlo-Simulation bietet hierfür eine generalisierte Grundlage.

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung eines neuartigen numerischen Frameworks zur physikalisch basierten Beschreibung gasförmiger Isoliermittel unter realen klimatischen, geometrischen und elektrischen Randbedingungen. Aufbauend auf den in Kapitel 2 dargestellten physikalischen Modellen erfolgt in diesem Hauptkapitel die schrittweise Konstruktion der hierfür notwendigen numerischen Bausteine. Standardisierte numerische Verfahren reichen in vielen Fällen nicht aus, um die komplexen Zusammenhänge zwischen Feldverteilung, Ladungstransport, Ionisation und transientem Verhalten stabil und realitätsnah abzubilden. Daher werden im Folgenden gezielt Verfahren entwickelt, die auf unterschiedliche Modellklassen zugeschnitten sind – von stochastischen Monte-Carlo-Methoden bis hin zu deterministischen Feldlösungsverfahren.

Das resultierende numerische Framework setzt sich aus den folgenden, modular kombinierbaren Komponenten zusammen:

- Eine Monte-Carlo-basierte Methode zur Berechnung feld- und klimaabhängiger Transportparameter von Elektronen und Ionen in verschiedenen Isoliertgasen (Kapitel 2.6.1).
- Ein deterministisches Modell zur Simulation der Koronaentladung mit einer neuartigen Methode zur Formulierung der Randbedingungen für die zeitliche Entwicklung bipolarer Raumladungsdichten (Kapitel 3.3.3).
- Ein erweitertes Leader-Streamer-Modell zur feldabhängigen Abstandsdimensionierung unter stark inhomogenen Bedingungen, das durch eine stochastische Dispersionskomponente geometrieunabhängig einsetzbar wird (Kapitel 3.4.2.3).

Alle Module werden eigenständig validiert und anschließend in ihrer Verzahnung diskutiert. Die Ergebnisse bilden die methodische Grundlage für die Bewertung und Optimierung von gasisolierten Systemen im Kontext moderner Energieübertragungstechnik.

3.1. Bestimmung der Transportparameter für Isoliertgase

Die Bestimmung gasphysikalischer Transportparameter stellt ein zentrales Element innerhalb des hier entwickelten numerischen Frameworks zur Beschreibung gasförmiger Isoliermittel dar. Diese Parameter – insbesondere die Driftgeschwindigkeit, die Beweglichkeit und der Diffusionskoeffizient – quantifizieren die Bewegung geladener Teilchen in einem elektrischen Feld und sind für die physikalisch korrekte Beschreibung aller simulativen Verfahren in dieser Arbeit unverzichtbar.

Besondere Relevanz kommt dabei der Abhängigkeit dieser Größen von der Gaszusammensetzung sowie den atmosphärischen Randbedingungen (Druck, Temperatur, Feuchte) zu. Die mikroskopischen Streuprozesse wie elastische und inelastische Kollisionen, Ionisation oder Anlagerung bestimmen maßgeblich

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

die makroskopischen Transportgrößen (vgl. Kapitel 2.6).

Da Elektronen und Ionen aufgrund ihrer stark unterschiedlichen Masse und Wechselwirkungsmechanismen verschieden auf das elektrische Feld und die Gasumgebung reagieren, werden ihre jeweiligen Transportparameter separat ermittelt. Elektronen sind deutlich beweglicher und stark feldabhängig; Ionen hingegen zeigen eine geringere Mobilität und unterliegen verstärkt elastischen Stoßprozessen. Das vorliegende Kapitel gliedert sich dementsprechend in zwei Abschnitte: Zunächst wird die Monte-Carlo-basierte Bestimmung der Elektronentransportparameter vorgestellt, anschließend folgt das Verfahren zur numerischen Bestimmung der Ionenbeweglichkeit. Ziel ist die Entwicklung robuster, validierter Modelle, die eine feld-, gas- und klimabedingte Anpassung der Transportparameter für beliebige Isoliergasgemische erlauben. Diese sind wesentliche Voraussetzung für die weiteren Module des Frameworks, insbesondere zur Simulation von Koronaentladungen und zur Berechnung von Isolationsstrecken mit alternativen umweltverträglichen Gasen.

3.1.1. Makroskopische Observablen der Elektronen

Zur Bestimmung makroskopischer Transportgrößen wird im Folgenden eine universelle Monte-Carlo-Methode entwickelt. Im Gegensatz zur Zweitermapproximation, die auf vereinfachenden Annahmen basiert, erlaubt die Monte-Carlo-Simulation eine direkte Abbildung der gestreuten Trajektorien und Energieübertragungen einzelner Teilchen. Dadurch lassen sich mikroskopische Streuprozesse realitätsnah modellieren – auch für komplexe Gasgemische unter variierenden Umgebungsbedingungen. Aufbauend auf dieser Methode werden anschließend auch die Transportparameter für Ionen bestimmt.

3.1.1.1. Monte-Carlo-Simulation

Als Ergänzung zu den deterministischen Lösungsverfahren (vgl. Kapitel 3.2 und 3.3) wird in diesem Abschnitt eine Monte-Carlo-Simulation zur Berechnung makroskopischer Transportparameter bei konstantem elektrischen Feld vorgestellt (vgl. Kapitel 2.6.1.2). Während Monte-Carlo-Methoden grundsätzlich auch zur Simulation vollständiger Anordnungen eingesetzt werden [28], konzentriert sich diese Arbeit auf die systematische Ermittlung von Elektronen- und IONENTransportparametern.

Im Rahmen der Simulation wird innerhalb eines Zeitschritts Δt jedes Elektron entlang seiner Bahn bewegt (freie Flugphase) und durch das elektrische Feld beschleunigt. Mithilfe stochastischer Modelle wird geprüft, ob und wann es zu einer Kollision kommt und welche Kollisionsart vorliegt. Die Geschwindigkeit und Energie der Teilchen werden daraufhin entsprechend der Wechselwirkungsart angepasst.

Newton'sche Bewegungsgleichungen

Im Rahmen der Monte-Carlo-Simulation werden Elektronen als diskrete Teilchen betrachtet, deren Bewegung durch die klassischen Gesetze der Mechanik beschrieben wird [87, 158]:

$$v = \frac{dx}{dt}, \quad (3.1)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F}{m}, \quad (3.2)$$

wobei x die Position, v die Geschwindigkeit, F die Kraft, m die Elektronenmasse und t die Zeit ist. Die Kraft ergibt sich in einem elektrischen Feld zu $F = qE$, mit der Elementarladung q und der elektrischen

Feldstärke E .

Zur numerischen Lösung der Bewegungsgleichungen wird ein Finite-Differenzen-Verfahren verwendet [158, 159]. Die Position x und die Geschwindigkeit v eines Elektrons im Zeitschritt $t + \Delta t$ ergeben sich zu:

$$x_{i,t+1} = x_i + \Delta t v_{i+\frac{1}{2}}, \quad (3.3)$$

$$v_{i+\frac{1}{2}} = \frac{v_{i+1} + v_i}{2}, \quad (3.4)$$

$$v_{i+1} = v_i + \Delta t \frac{F}{m}. \quad (3.5)$$

Ohne Kollisionen würde ein Elektron im konstanten elektrischen Feld kontinuierlich beschleunigt werden, was zu unrealistischen Geschwindigkeiten führen würde. In physikalischen Systemen wird diese Beschleunigung jedoch durch Stoßprozesse begrenzt. Die kinetische Energie eines Elektrons berechnet sich zu:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} m v^2. \quad (3.6)$$

Für die weitere Auswertung wird die kinetische Energie in eV angegeben, wie es in der Plasmaphysik üblich ist, während die Geschwindigkeit in m s^{-1} geführt wird.

Kollisionen

Die Wahrscheinlichkeit für eine stattfindende Kollision ergibt sich aus dem Wirkungsquerschnitt σ_{tot} , der zurückgelegten Strecke in einem Zeitschritt $v \cdot \Delta t$ und der Teilchendichte des Hintergrundgases n_G [21, 23, 24]:

$$P = 1 - \exp(-n_G \sigma_{\text{tot}}(\varepsilon) v \Delta t) = 1 - \exp(-\nu_{\text{tot}}(\varepsilon) \Delta t) \quad (3.7)$$

Hier ist

$$\sigma_{\text{tot}}(\varepsilon) = \sum_{\forall i} \sigma_i(\varepsilon) \quad (3.8)$$

die Summe aller Wirkungsquerschnitte für die verschiedenen Kollisionstypen (vgl. Gleichung (2.52)). ν bezeichnet die Kollisionsfrequenz.

Zunächst wird für ein Teilchen bei gegebener Energie ε (diese folgt aus der Geschwindigkeit) ermittelt, ob eine Kollision stattgefunden hat. Hierzu wird eine gleichverteilte Zufallszahl r_4 auf dem Intervall $[0, 1)$ generiert und mit der Kollisionswahrscheinlichkeit gemäß Gleichung (3.7) verglichen. Wenn es zu einer Kollision kommt, muss weiterhin ermittelt werden, um welche Art von Kollision es sich handelt. Hierzu wird ebenfalls eine Zufallszahl r_5 generiert und mit den Wirkungsquerschnitten der infrage kommenden Kollisionsarten bei der gegebenen Energie ε verglichen.

Liegt bspw. r_5 in dem folgenden Intervall, hat eine Kollision des j -ten Typs stattgefunden [21, 24]:

$$\frac{1}{\sigma_{\text{tot}}(\varepsilon)} \sum_{j=1}^{i-1} \sigma_j < r_5 \leq \frac{1}{\sigma_{\text{tot}}(\varepsilon)} \sum_{j=1}^i \sigma_j \quad (3.9)$$

Hintergrund ist, dass die Wahrscheinlichkeit für eine Kollision des Typs j gleich dem j -ten Wirkungsquerschnitt durch die Summe aller Wirkungsquerschnitte ist, die ebenfalls bei der gegebenen Energie in Frage kommen.

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

Dieses Verfahren ist ineffizient, da für jedes kollidierende Teilchen die Kollisionswahrscheinlichkeit auf dem Zeitintervall und der Kollisionstyp energieabhängig sind. Daher sind in [19] erstmals die sog. Nullkollisionen eingeführt worden und werden seither nahezu überall eingesetzt [21, 24]. Hierbei wird die maximale Wahrscheinlichkeit einer Kollision angenommen, bzw. stets die maximale betrachtete Geschwindigkeit, d. h.:

$$P_{\text{Null}} = 1 - \exp(-\nu_{\text{max}}\Delta t) \quad (3.10)$$

$$\nu_{\text{max}} = n_G \max_{\forall i \forall \varepsilon}(\sigma_{\text{tot}}v) \quad (3.11)$$

Damit wird die Kollisionshäufigkeit offensichtlich deutlich heraufgesetzt. Dies bedarf einer Korrektur: Zusätzlich zu den normalen Kollisionen kommen die sog. Nullkollisionen. Findet eine solche statt, wird davon ausgegangen, dass diese nur aufgrund der fälschlich erhöhten Kollisionsfrequenz stattgefunden hat und an der Geschwindigkeit des Teilchens sich nichts ändert.

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Kollision stattgefunden hat, ist daher in einem Zeitschritt gleich, d. h. es müssen aus dem Teilchenensemble lediglich $P \times n_{\text{Teilchen}}$ zufällig und ohne Wiederholung gezogen werden. Für ein jedes dieser Teilchen muss dann festgelegt werden, welche Art von Kollision es erfährt. Hierzu wird eine Zufallszahl r_6 mit einer zu Beginn der Simulation generierten Tabelle verglichen. In dieser Tabelle (vgl. Tabelle 3.1) sind in Abhängigkeit der Energie ε und der Kollisionstypen $1 \dots K$ die Kollisionsfrequenzen aufgetragen. K ist die Anzahl der verschiedenen Kollisionstypen einschließlich Nullkollisionen.

Es gibt natürlich unendlich viele verschiedene Energien, hier wird daher eine Diskretisierung mit 1 eV gewählt, sodass bei $0 \dots 20$ eV sowie Vorliegen von elastischer Kollision und ionisierender Kollision die Tabelle 3.1 21×2 Einträge enthält (die Nullkollisionen werden nicht explizit in der Tabelle aufgeführt). Die Tabelle wird wie folgt gefüllt: Für eine gegebene Energie ε_i (i -te Zeile) enthalten die Spalteneinträge die Summe der Kollisionsfrequenzen bis einschließlich des Kollisionstyps der Spalte: Wird nun r_6 für ein

Tabelle 3.1.: Kollisionsfrequenzen für Nullkollisionen.

Energie	Kollisionstyp			
	$j = 1$	$j = 2$	\dots	$j = K - 1$
$\varepsilon_0 = 0$ eV	$\frac{\nu_1(\varepsilon_0)}{\nu_{\text{max}}}$	$\frac{\nu_1(\varepsilon_0)+\nu_2(\varepsilon_0)}{\nu_{\text{max}}}$	\dots	$\frac{\nu_1(\varepsilon_0)+\nu_2(\varepsilon_0)+\nu_3(\varepsilon_0)+\dots+\nu_{K-1}(\varepsilon_0)}{\nu_{\text{max}}}$
$\varepsilon_1 = 1$ eV	$\frac{\nu_1(\varepsilon_1)}{\nu_{\text{max}}}$	$\frac{\nu_1(\varepsilon_1)+\nu_2(\varepsilon_1)}{\nu_{\text{max}}}$	\dots	$\frac{\nu_1(\varepsilon_1)+\nu_2(\varepsilon_1)+\nu_3(\varepsilon_1)+\dots+\nu_{K-1}(\varepsilon_1)}{\nu_{\text{max}}}$
$\varepsilon_2 = 2$ eV	$\frac{\nu_1(\varepsilon_2)}{\nu_{\text{max}}}$	$\frac{\nu_1(\varepsilon_2)+\nu_2(\varepsilon_2)}{\nu_{\text{max}}}$	\dots	$\frac{\nu_1(\varepsilon_2)+\nu_2(\varepsilon_2)+\nu_3(\varepsilon_2)+\dots+\nu_{K-1}(\varepsilon_2)}{\nu_{\text{max}}}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
ε_{max}	$\frac{\nu_1(\varepsilon_{\text{max}})}{\nu_{\text{max}}}$	$\frac{\nu_1(\varepsilon_{\text{max}})+\nu_2(\varepsilon_{\text{max}})}{\nu_{\text{max}}}$	\dots	$\frac{\nu_1(\varepsilon_{\text{max}})+\nu_2(\varepsilon_{\text{max}})+\nu_3(\varepsilon_{\text{max}})+\dots+\nu_{K-1}(\varepsilon_{\text{max}})}{\nu_{\text{max}}} = 1$

Teilchen der Energie ε_i generiert, so wird r_6 mit der i -ten Zeile verglichen. Ist $r_6 \leq 1/\nu_{\text{max}} \sum_{k=1}^j \nu_k(\varepsilon_i)$, so liegt eine Kollision des j -ten Typs vor. Offensichtlich kann $r_6 \in [0, 1)$ auch oberhalb des Wertes des letzten Spalteneintrages liegen (außer für die höchste vorkommende, bzw. betrachtete Energie). In dem Fall liegt eine Nullkollision vor.

Es ist zu beachten, dass in bestimmten Energiebereichen die Wahrscheinlichkeit einer Kollision eines bestimmten Typs gleich 0 ist. Wenn etwa die Energie kleiner ist als die Ionisierungsenergie eines bestimmten Prozesses, dann wird dieser Prozess nicht ausgewählt. In der Tabelle 3.1 äußert sich dies dadurch, dass für den Prozess (hier bspw. $j = 2$) der Wirkungsquerschnitt für eine niedrige

Energie (hier bspw. ε_1) gleich 0 ist und damit $\nu_2(\varepsilon_1) = 0$, also auch $\nu_1(\varepsilon_1) + \nu_2(\varepsilon_1) = \nu_1(\varepsilon_1)$, d. h. zwei nebeneinanderliegende Einträge sind identisch und der zweite Kollisionstyp wird nicht mehr ausgewählt. Bei der Diskretisierung der Energie ist weiterhin folgendes zu beachten: Liegt die Ionisationsenergie etwa bei 15.6 eV und das Teilchen hat eine Energie von 15.5 eV, welche gerundet 16 eV entspricht, so wird es trotzdem zur Wahl eines falschen Eintrags kommen. Bei der Implementierung ist daher erzwungen, wenn die vorhandene Teilchenenergie knapp unterhalb der Ionisierungsenergie liegt, wird sie für die Ermittlung des Kollisionstyps abgerundet. Bei der Berechnung der Energie nach der Kollision wird allerdings weiterhin der nicht-gerundete exakte Wert verwendet.

Berechnung der Koeffizienten

Als Beweglichkeit μ wird die durchschnittliche Geschwindigkeit in Richtung des elektrischen Feldes eines jeden Teilchens genommen [20]. Um den Einfluss der Anfangsgeschwindigkeit und dem transienten Erreichen einer in etwa konstanten Geschwindigkeit zu reduzieren, werden bei der Berechnung der durchschnittlichen Geschwindigkeit jeweils nur die Werte auf dem Intervall $[T/2\Delta t, T\Delta t)$ einbezogen. Anschließend lässt sich der Townsend-Koeffizient wie folgt berechnen [20]:

$$\alpha(E) = \frac{1}{\mu(E)|E|} \frac{\ln n(t = T\Delta t) - \ln n(t = 0)}{T\Delta t} \quad (3.12)$$

3.1.1.2. Validierung der Transportparameter von Elektronen in N₂

In diesem Abschnitt erfolgt die Validierung der in Kapitel 3.1.1.1 entwickelten Monte-Carlo-Simulation zur Bestimmung der Elektronenbeweglichkeit μ und des Ionisationskoeffizienten α . Als Referenz dient der BOLSIG+ Löser [153], der auf der Zweitermapproximation basiert und sich in der Literatur als Standardverfahren etabliert hat [17, 18].

Die verwendeten Wirkungsquerschnitte sind im Anhang C zusammengefasst. Abbildung 3.1 zeigt sowohl den quantitativen Vergleich der berechneten Transportkoeffizienten für N₂ als auch die prozentuale Abweichung zur Referenz.

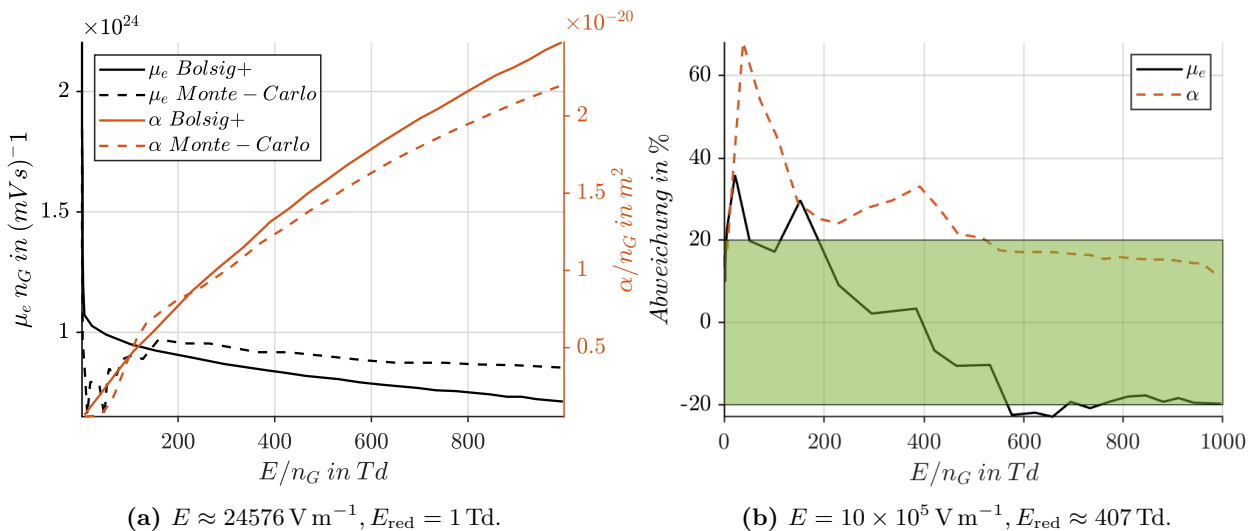


Abbildung 3.1.: Vergleich und prozentuale Abweichung zwischen BOLSIG+ und Monte-Carlo-Simulation zur Berechnung der Elektronenbeweglichkeit μ_e und des Ionisierungskoeffizienten α für N₂.

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

Für die Validierung wurden 800 Zeitschritte mit $\Delta t = 12,5 \times 10^{-15}$ s simuliert. Die maximale Energie betrug 100 eV, die Anfangsenergie der Elektronen lag bei 10 eV. Die Teilchendichte des Hintergrundgases wurde mit $n_G = 2,4576 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$ angesetzt. Daraus ergibt sich eine mittlere Kollisionswahrscheinlichkeit von $P \approx 0,0759$ je Zeitschritt.

Um stochastisches Rauschen zu minimieren, wurden für Feldstärken $E_{\text{red}} > 45$ Td jeweils 900 Teilchen initialisiert, für niedrigere Feldstärken 20000. Zusätzlich wurde für $E_{\text{red}} < 4$ Td über acht Durchläufe gemittelt, darüber über vier. Trotz dieser Maßnahmen zeigen die Ergebnisse bei $E/n_G < 100$ Td stärkere Schwankungen. Für $E/n_G > 100$ Td ist eine sehr gute Übereinstimmung mit dem Referenzverfahren erkennbar. Die prozentuale Abweichung zur Referenz wurde nach

$$\text{Abweichung in \%} = \frac{\text{Referenz} - \text{Simulation}}{\text{Referenz}} \cdot 100 \% \quad (3.13)$$

berechnet. Es zeigt sich, dass die Monte-Carlo-Simulation tendenziell zu einer leicht höheren Beweglichkeit und einer geringeren Ionisationsrate neigt. Diese Abweichungen liegen jedoch im erwartbaren Bereich der Modellunsicherheiten. Auf Basis der Simulationsdaten wurden empirische Näherungsformeln zur Beschreibung der Transportparameter in N_2 bestimmt [20]:

$$\mu(E) = \frac{\text{m}}{\text{Vs}} \cdot \exp \left(-4,02 + 0,21 \ln \frac{E}{\text{kV cm}^{-1}} + \frac{5,44 \text{ kV cm}^{-1}}{E} - \left(\frac{2,44 \text{ kV cm}^{-1}}{E} \right)^2 \right) \quad (3.14)$$

$$\alpha(E) = \frac{1}{\text{m}} \cdot \exp \left(12,5 + 0,16 \ln \frac{E}{\text{kV cm}^{-1}} - \frac{200 \text{ kV cm}^{-1}}{E} + \left(\frac{19,2 \text{ kV cm}^{-1}}{E} \right)^2 \right) \quad (3.15)$$

$$D(E) = \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \cdot \exp \left(-6,75 + 1,18 \ln \frac{E}{\text{kV cm}^{-1}} + \frac{7,89 \text{ kV cm}^{-1}}{E} - \left(\frac{2,49 \text{ kV cm}^{-1}}{E} \right)^2 \right) \quad (3.16)$$

Diese Ausdrücke ermöglichen eine schnelle parametrische Approximation der Transportgrößen in weiterführenden Modellen zur Koronaentladung und Isolationsauslegung.

Einschwingvorgang

Die Wahl der Anfangsenergie der Elektronen hat einen wesentlichen Einfluss auf den Einschwingvorgang der Monte-Carlo-Simulation. Zur Analyse dieses Effekts wird in Anlehnung an [20] die mittlere Energie aller Elektronen als Kenngröße herangezogen. Die Simulationsparameter entsprechen denen des vorherigen Abschnitts, jedoch werden nur 500 Zeitschritte berechnet. Als Anfangsverteilung werden konstant 900 Elektronen angenommen. Eine Mittelung über mehrere Läufe erfolgt hier nicht, da Vergleichssimulationen nahezu identische Ergebnisse zeigten. Abbildung 3.2 zeigt den zeitlichen Verlauf der mittleren Energie bei zwei unterschiedlichen reduzierten Feldstärken. Für $E/n_G \approx 407$ Td konvergieren alle Anfangsenergien rasch gegen denselben stationären Endwert, der mit dem BOLSIG+-Löser übereinstimmt. Die Einschwingzeit liegt im ps-Bereich, was den Einsatz beliebiger Anfangsenergien bei über $E/n_G > 100$ Td rechtfertigt. Damit werden numerische Effekte auf die Bestimmung der Transportkoeffizienten vermieden.

Bei $E/n_G < 10$ Td zeigt sich ein anderes Verhalten. Wie in Abbildung 3.2a zu erkennen ist, führt eine hohe Anfangsenergie (50 eV) zu einem steilen Abfall der mittleren Energie, während bei niedrigeren Anfangsenergien ein nahezu stationärer Verlauf auftritt. Die Entwicklung ist nicht symmetrisch: Eine Simulation mit hoher Anfangsenergie unterschreitet im weiteren Verlauf sogar den stabilen Bereich der Simulationen mit niedrigeren Startwerten. Dieses Verhalten weist auf eine stärkere Sensitivität der

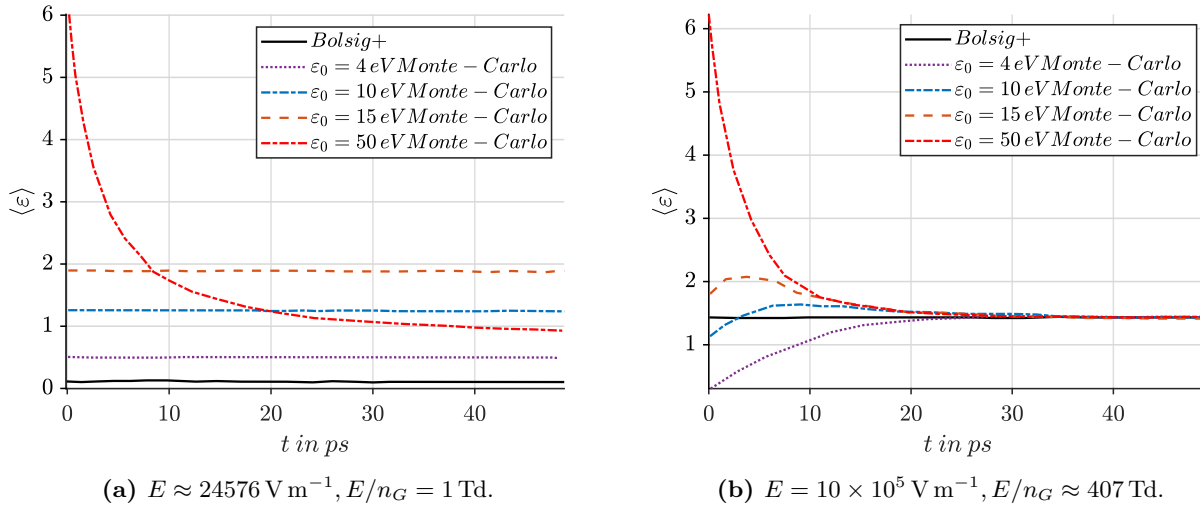


Abbildung 3.2.: Transienter Einschwingvorgang der Monte-Carlo-Simulation.

Monte-Carlo-Methode bei schwacher Feldanregung hin und erklärt das erhöhte stochastische Rauschen bei $E/n_G < 10 \text{ Td}$.

3.1.1.3. Ergebnisse der Transportkoeffizienten für Elektronen

Die entwickelte Monte-Carlo-Methode wird im Folgenden eingesetzt, um aus mikroskopischen Streuprozessen die makroskopischen Transportparameter zu berechnen. Von besonderer Bedeutung sind dabei die Elektronenbeweglichkeit μ_e sowie der effektive Ionisierungskoeffizient α_{eff} , da beide gemäß Abbildung 2.9 direkt in die Modellierung der Koronaentladung, des Einsatzgradienten und der Leaderentladung einfließen.

Die Teilchendichte n_G wird dabei temperatur- und druckabhängig über das ideale Gasgesetz (2.2) bestimmt. Für die Berechnungen werden folgende Gase und Gasgemische untersucht:

- Clean Air (80 % N_2 , 20 % O_2 - trockene Luft)
- N_2 , O_2 , CO_2 , SF_6
- $\text{C}_4\text{F}_7\text{N}$, $\text{C}_5\text{F}_{10}\text{O}$
- feuchte Luft (trockene Luft + H_2O)
- $\text{C}_4\text{F}_7\text{N}/\text{Clean Air}$, $\text{C}_5\text{F}_{10}\text{O}/\text{Clean Air}$
- $\text{C}_4\text{F}_7\text{N}/\text{CO}_2/\text{O}_2$, $\text{C}_5\text{F}_{10}\text{O}/\text{CO}_2/\text{O}_2$

Gemäß dem Paschen-Gesetz (vgl. Kapitel 2.2.1) ist die dielektrische Festigkeit auch stark vom Gasdruck abhängig. Daher werden die Transportkoeffizienten in Abhängigkeit vom Druck berechnet. In gekapselten Anlagen werden nach [160] Betriebsdrücke von 1,1 MPa für SF_6 und 1,5 MPa für alternative Gase verwendet. Der Temperaturbereich reicht dabei typischerweise von $-25 \text{ }^\circ\text{C}$ bis $40 \text{ }^\circ\text{C}$.

Die Isoliergase $\text{C}_4\text{F}_7\text{N}$ und $\text{C}_5\text{F}_{10}\text{O}$ weisen Siedepunkte von $-4,7 \text{ }^\circ\text{C}$ bzw. $26,5 \text{ }^\circ\text{C}$ auf [65]. Durch Zumischung von Trägergasen wie Luft oder CO_2 werden sowohl die Verdampfungstemperatur als auch die dielektrische Festigkeit gezielt beeinflusst.

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

Zur Bewertung werden Beweglichkeit μ_e und effektiver Ionisierungskoeffizient α_{eff} im Bereich reduzierter elektrischer Feldstärken E/n_G von 1 bis 1500 Td simuliert. Für HGÜ-Anwendungen liegt der relevante Bereich in der Regel oberhalb von 100 Td [20]. Die Ergebnisse sind in den Abbildungen 3.3 und 3.4 dargestellt. Die Plots zeigen die Beweglichkeit auf der linken Ordinatenachse sowie α_{eff} auf der rechten Achse in doppellogarithmischer Darstellung. Negative Werte von α_{eff} , d. h. reine Anlagerung, werden dabei aus Darstellungsgründen nicht aufgeführt.

Zur besseren Lesbarkeit sind die Daten eines jeden Gases mit identischer Markierung versehen. Die Elektronenbeweglichkeit ist in Schwarz, der effektive Ionisierungskoeffizient in Orange dargestellt. Die charakteristischen Verläufe der simulierten Transportparameter zeigen bei allen untersuchten Isoliergasen qualitativ ähnliche Trends. Diese lassen sich physikalisch durch das Verhalten der Elektronen bei steigender reduzierter Feldstärke erklären und in Abhängigkeit von Gaszusammensetzung, Temperatur und Druck präzise einordnen. Zur Vermeidung redundanter Analysen konzentriert sich die folgende Auswertung exemplarisch auf ausgewählte Gase: Clean Air, SF₆, C₄F₇N, C₅F₁₀O und feuchte Luft.

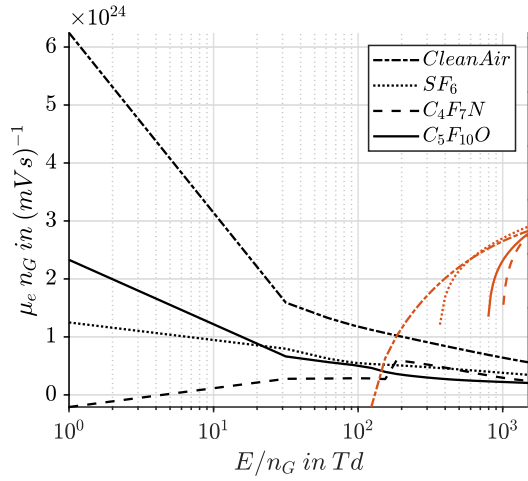
Die Elektronenbeweglichkeit μ_e zeigt bei $E/n_G < 120$ Td ihr Maximum. Mit zunehmender Feldstärke sinkt die Beweglichkeit. Dieser Verlauf resultiert aus der Verkürzung der mittleren freien Weglänge der Elektronen infolge erhöhter Kollisionsfrequenz mit den Molekülen des Isoliergases. Insbesondere bei energiereichen Elektronen dominieren inelastische Streuprozesse wie Ionisation und Anregung, die Beweglichkeit zusätzlich reduzieren [64, 94].

Eine verringerte Beweglichkeit verlangsamt die Energieaufnahme aus dem elektrischen Feld und verzögert damit den Entladungsaufbau. Gleichzeitig verbleiben die Elektronen länger im Feld, was lokal zur Akkumulation von Raumladungen führt. Diese Effekte begünstigen unter Umständen Feldverzerrungen und die Ausbildung lokaler Entladungen. Umgekehrt erreichen Elektronen bei hoher Beweglichkeit rasch Energieniveaus, die Ionisationsprozesse initiieren [89]. Dies erhöht das Risiko von Lawinentladungen und senkt die Durchschlagfestigkeit. Gleichzeitig geht bei geringer Kollisionsrate weniger Energie durch Wechselwirkungen mit dem Gas verloren, was die Entladungswahrscheinlichkeit weiter erhöht. Aus diesem Grund ist für technische Isoliergase eine möglichst geringe Elektronenbeweglichkeit anzustreben. Dieser Zusammenhang zeigt sich auch in den Ergebnissen der Abbildungen 3.3 und 3.4. Besonders die alternativen Isoliergase C₄F₇N und C₅F₁₀O weisen im relevanten Bereich von 100 bis 1000 Td die geringsten Beweglichkeiten auf.

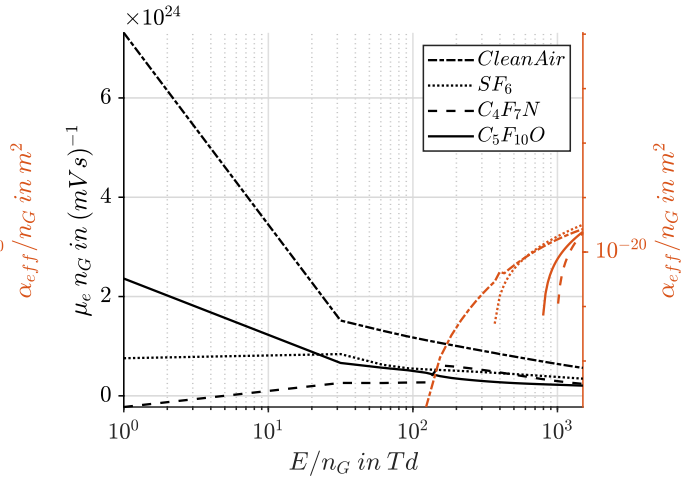
Druck- und Temperaturänderungen (vgl. Abbildungen 3.3b und 3.3d) führen nur zu moderaten Verschiebungen der Transportparameter. Nach dem idealen Gasgesetz (vgl. Gleichung (2.2)) bewirken Änderungen von p und T lediglich geringe Variationen der Teilchendichte n_G , wodurch die Wechselwirkungen zwischen Elektronen und Gasmolekülen weitgehend konstant bleiben.

Makroskopische Größen wie Driftgeschwindigkeit, Diffusionskoeffizient und Stoßfrequenz werden durch mikroskopische Kollisionen definiert (vgl. Kapitel 2.3.3). Diese hängen in erster Linie von der Energieverteilung der Elektronen sowie von der molekularen Struktur des Isoliergases ab. Solange weder Temperatur noch Druck diese Verteilungen oder die molekulare Zusammensetzung maßgeblich verändern, bleiben auch die Streuprozesse und damit die makroskopischen Observablen weitgehend stabil. In technischen Anwendungen wird der Gasdruck typischerweise im moderaten Bereich von wenigen bar gehalten, sodass die Einflüsse auf die mikroskopischen Stoßprozesse vernachlässigbar bleiben. Die Energieverteilung der Elektronen in Isoliergasen wird primär durch das angelegte elektrische Feld bestimmt, während die thermische Energie der Moleküle kaum eine Rolle spielt. Selbst bei Temperaturen bis zu 1000 K beträgt die thermische Energie nur etwa $k_b T \approx 0,086$ eV und ist damit deutlich kleiner als die

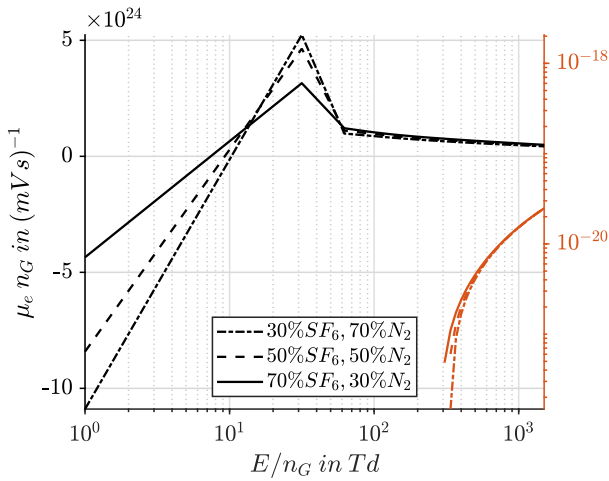
3.1. Bestimmung der Transportparameter für Isoliertgase



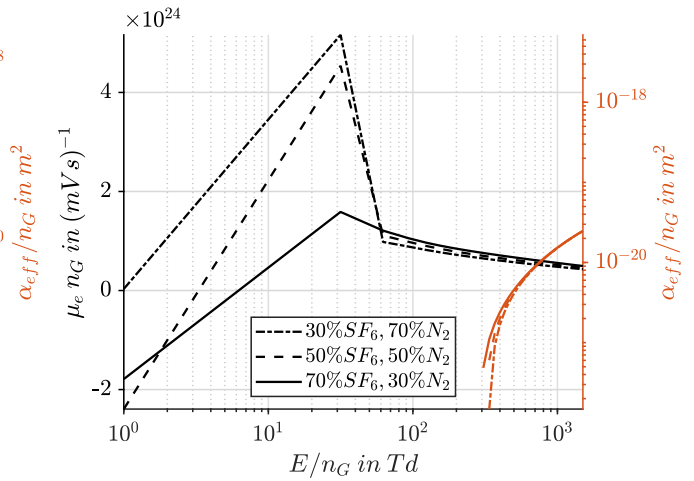
(a) Lösungen der Simulation für einfache Isoliertgase bei 1000 hPa und $T_{STC} = 298, 15$ K.



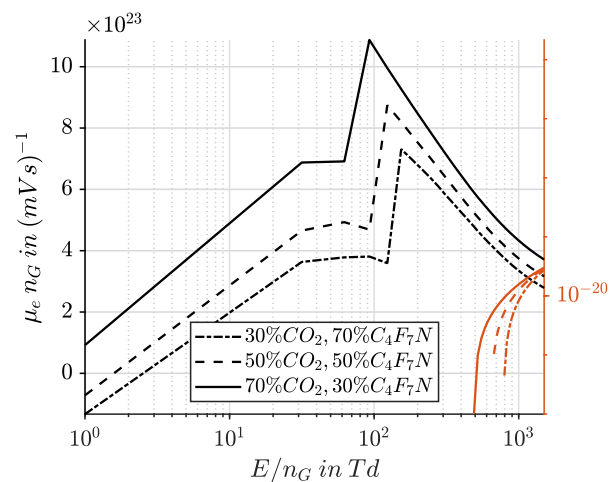
(b) Lösungen der Simulation für einfache Isoliertgase bei 5000 hPa und $T_{STC} = 298, 15$ K.



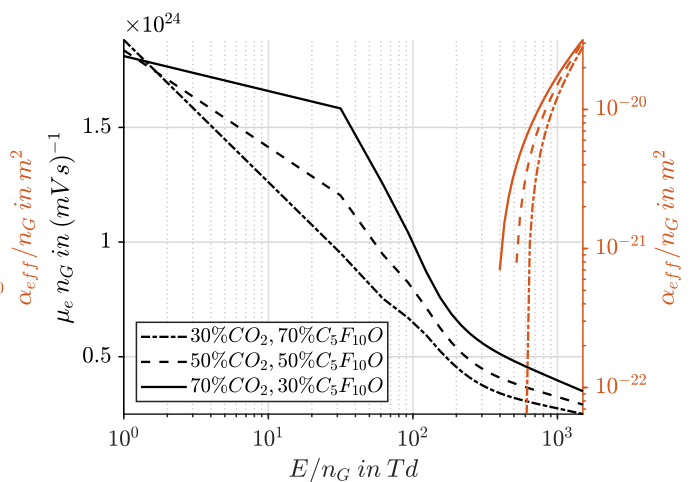
(c) Lösungen der Simulation für gemischte Isoliertgase bei $p_{STC} = 1013$ hPa und $T = 273, 15$ K.



(d) Lösungen der Simulation für gemischte Isoliertgase bei 5000 hPa und $T = 293, 15$ K.



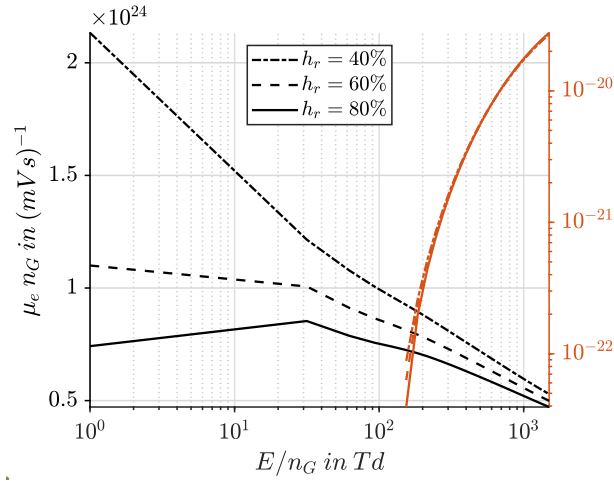
(e) Lösungen der Simulation für gemischte Isoliertgase bei 1000 hPa und $T_{STC} = 298, 15$ K.



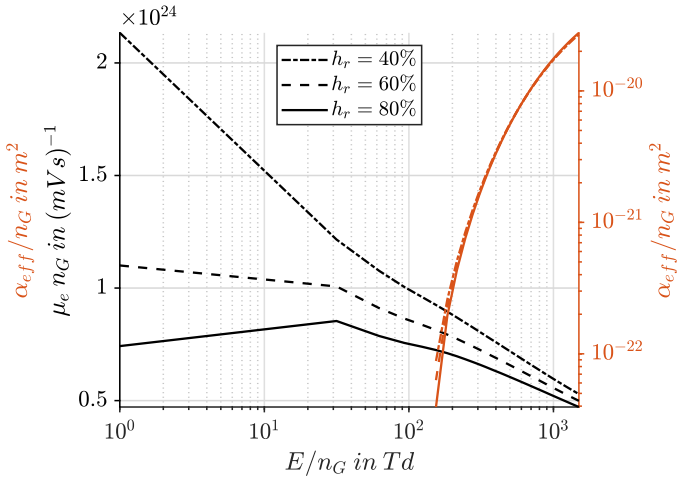
(f) Lösungen der Simulation für gemischte Isoliertgase bei 1000 hPa und $T_{STC} = 298, 15$ K.

Abbildung 3.3.: Numerische Ergebnisse von μ_e und α_{eff} unter Verwendung der entwickelten Monte-Carlo-Simulation. Dabei werden neben einfachen Isoliertgasen auch Isoliertgasgemische und alternative Isoliertgase unter Variation von p und T dargestellt.

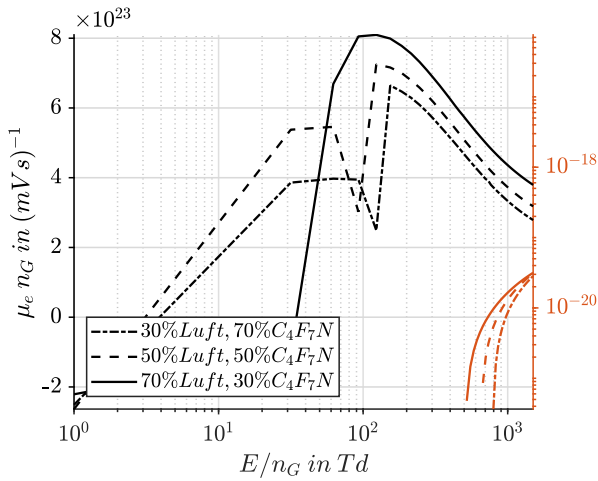
3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks



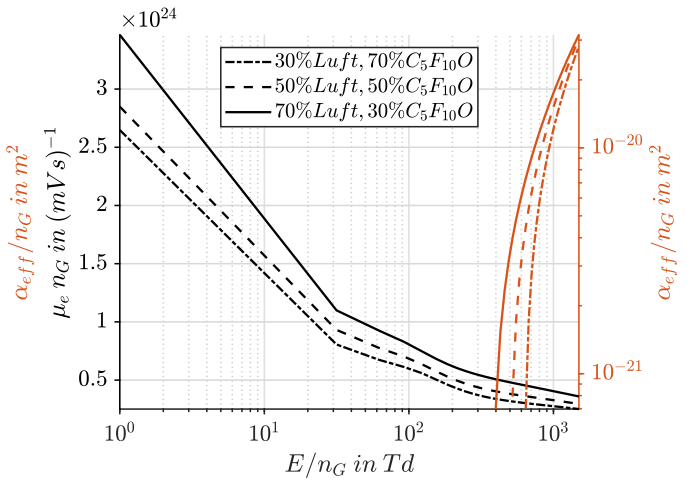
(a) Lösungen der Simulation für feuchte Luft bei $p_{\text{STC}} = 1013 \text{ hPa}$ und $T = 283,15 \text{ K}$.



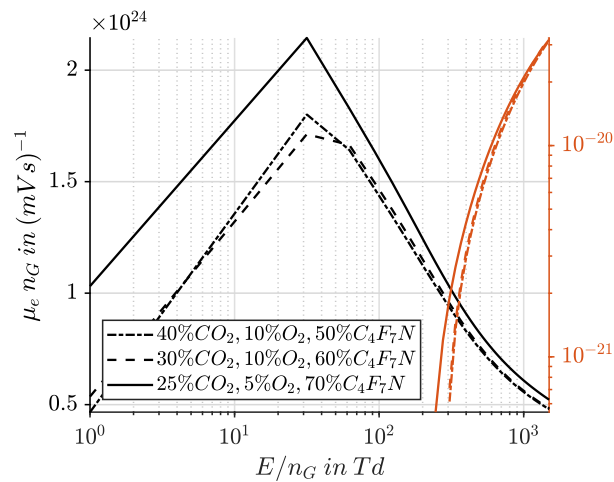
(b) Lösungen der Simulation für feuchte Luft bei $p_{\text{STC}} = 1013 \text{ hPa}$ und $T = 303,15 \text{ K}$.



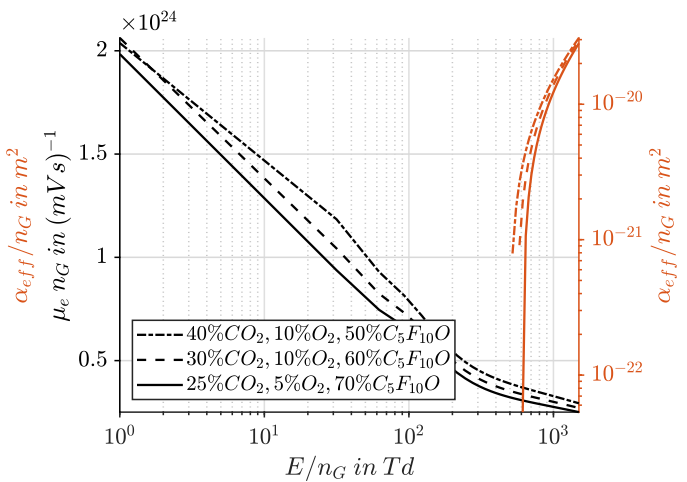
(c) Lösungen der Simulation für gemischte Isoliergase bei 1000 hPa und $T_{\text{STC}} = 298,15 \text{ K}$.



(d) Lösungen der Simulation für gemischte Isoliergase bei 1000 hPa und $T_{\text{STC}} = 298,15 \text{ K}$.



(e) Lösungen der Simulation für gemischte Isoliergase bei 1000 hPa und $T_{\text{STC}} = 298,15 \text{ K}$.



(f) Lösungen der Simulation für gemischte Isoliergase bei 1000 hPa und $T_{\text{STC}} = 298,15 \text{ K}$.

Abbildung 3.4.: Numerische Ergebnisse von μ_e und α_{eff} unter Verwendung der entwickelten Monte-Carlo-Simulation. Im Vordergrund sind hier feuchte Luft unter variierender Luftfeuchte und alternative Isoliergasgemische unter Variation der Gaszusammensetzung.

typische kinetische Energie der Elektronen im Bereich mehrerer eV [89]. Temperaturschwankungen im üblichen Betriebsbereich beeinflussen die makroskopischen Transportgrößen daher nur geringfügig. Auch die relevanten Streuquerschnitte für Elektronenstoßprozesse – insbesondere Ionisation und Anregung – hängen primär von der Energie der Elektronen und der molekularen Struktur des Gases ab. Da sich weder diese Struktur noch die Elektronenenergie signifikant durch moderate Änderungen von Druck und Temperatur verändern, bleiben die Stoßquerschnitte und damit auch die daraus resultierenden makroskopischen Observablen nahezu konstant. Erst bei extremen Betriebsbedingungen, wie sehr hohen Drücken (im Bereich mehrerer Dutzend bar) oder tiefen Temperaturen nahe dem Verflüssigungspunkt, verändern sich intermolekulare Wechselwirkungen in einem Maße, das auch die Driftgeschwindigkeit oder den Ionisationskoeffizienten signifikant beeinflusst [94]. Im typischen Betriebsbereich von HGÜ-Systemen (1...5 bar, 250...350 K) bleiben diese Effekte jedoch gering.

Der effektive Ionisierungskoeffizient α_{eff} , in Abbildung 3.3 und 3.4 orange dargestellt, beschreibt das Nettoergebnis aus ionisierenden und rekombinierenden Prozessen und dient als zentraler Indikator für die dielektrische Festigkeit eines Isoliertgases [64]. Für $\alpha < \eta$ dominieren Verluste wie Anlagerung und Rekombination, wodurch die Elektronenlawinenbildung unterdrückt wird. In diesem Bereich weist das Gas eine hohe elektrische Festigkeit auf. Der Feldstärkewert, bei dem $\alpha = 0$ erreicht wird, stellt die kritische Grenze dar, ab der sich eine Lawinenentladung etabliert. Ein hoher kritischer Wert ist demnach ein Indikator für eine gute Isolationseigenschaft.

Erst wenn $\alpha > \eta$ wird, dominiert die Ionisation, was zu einem exponentiellen Anwachsen der Elektronendichte führt und den Übergang zur Durchschlagsbildung einleitet. Gase mit einem nur langsam steigenden α_{eff} bei zunehmender reduzierter Feldstärke sind daher besonders widerstandsfähig. So weist SF_6 aufgrund seiner hohen Anlagerungsrate ein bis zu sehr hohen E/n_G -Werten negatives oder nur gering positives α auf, was die Ausbildung von Lawinenentladungen wirksam verhindert. Alternative Isoliertgase wie $\text{C}_4\text{F}_7\text{N}$ und $\text{C}_5\text{F}_{10}\text{O}$ zeigen ein vergleichbares Verhalten, da auch sie eine hohe Elektronenaffinität besitzen und durch gezielte Molekülstruktur eine späte Ionisationsschwelle aufweisen.

Die Gase SF_6 , $\text{C}_4\text{F}_7\text{N}$ und $\text{C}_5\text{F}_{10}\text{O}$ weisen Ionisierungskoeffizienten auf, die erst ab etwa 100 Td größer als der jeweilige Anlagerungskoeffizient werden. Dies weist auf eine hohe Elektronenaffinität hin. Die Molekülorbitale dieser Gase besitzen niedrige Energieniveaus, welche freie Elektronen effizient einfangen. Darüber hinaus bieten alternative Isoliertgase wie Fluornitrile oder Fluorketone zahlreiche inelastische Streukanäle, etwa Molekülanregungen und Dissoziationsprozesse, die kinetische Energie der Elektronen absorbieren und so die Ionisation hemmen [161]. Für SF_6 ist beispielsweise die Dissoziation in SF_5^- und F^- bekannt [32]. Bei Fluorketonen und Fluornitrilen erfolgen Anregungen molekularer Orbitale oder die Bildung reaktiver Zwischenprodukte, welche ebenfalls Energie abführen und die Ionisation unterdrücken.

Makroskopisch führt die Elektronenanlagerung zu einem Rückgang der freien Elektronenzahl, selbst bei hoher Beschleunigung durch das elektrische Feld. Die Elektronendichte sinkt, wodurch weniger Teilchen zur Ionisation beitragen. Die Energieverteilung verschiebt sich infolge der Anlagerung und der inelastischen Streuprozesse zu niedrigeren Energien – nur wenige Elektronen überschreiten die Ionisationsschwelle. Das hält α_{eff} selbst bei $E/n_G > 100$ gering.

Diese Zusammenhänge lassen sich wie folgt zusammenfassen:

1. Eine hohe Elektronenanlagerung senkt die Zahl freier Elektronen.
2. Hohe Ionisationsschwellen verhindern Ionisation bei moderaten Feldstärken.

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

3. Inelastische Streuprozesse begrenzen die Energiezunahme der Elektronen.

Die Kombination dieser Mechanismen verschiebt den Übergang $\alpha_{\text{eff}} > 0$ zu höheren Feldstärken. Dies unterdrückt die Entstehung von Elektronenlawinen und erhöht die Durchschlagfestigkeit – ein zentrales Kriterium für den Einsatz als technisches Isoliergas.

Nach [65] zeigt insbesondere $\text{C}_4\text{F}_7\text{N}$ die besten dielektrischen Eigenschaften, was sich in den Simulationsdaten in Abbildung 3.3a und 3.3b widerspiegelt. Da das Transportverhalten des Elektronenkollektivs primär von der molekularen Struktur abhängt und weitgehend unabhängig von Druck und Temperatur bleibt, liegt der Fokus auf der gezielten Zusammensetzung von Gasgemischen.

Zur Optimierung werden die alternativen Isoliergase $\text{C}_4\text{F}_7\text{N}$ und $\text{C}_5\text{F}_{10}\text{O}$ mit Trägergasen wie Luft oder CO_2 vermischt. In bestehenden gekapselten Anlagen kommt auch die Beimischung von N_2 zu SF_6 zum Einsatz [65, 160]. Die Auswirkungen solcher Gasgemische lassen sich anhand der Simulationsergebnisse in Abbildung 3.4c nachvollziehen. Insbesondere α_{eff} verbessert sich gegenüber den reinen Gasen aus Abbildung 3.3a, was auf eine gezielte Optimierung der Gaszusammensetzung für eine höhere elektrische Festigkeit schließen lässt.

Abseits von gekapselten HGÜ-Anlagen stellt bei Freiluftanwendungen – sowohl im Outdoor- als auch im Indoor-Bereich – feuchte Luft das dominierende Isoliergas dar. Feuchte Luft ist ein Gemisch aus trockener Luft und Wasserdampf. Für die Simulation der Townsend-Koeffizienten muss daher der molare Anteil von Wasserdampf in Abhängigkeit von Temperatur und Luftfeuchte bestimmt werden. Die durchschnittliche molare Masse eines idealen Gasgemischs ergibt sich nach [91] zu:

$$M = \sum_i y_i M_i = y_{\text{Luft}} M_{\text{Luft}} + y_{\text{H}_2\text{O}} M_{\text{H}_2\text{O}} = M_{\text{feuchte Luft}}, \quad (3.17)$$

wobei M_i die molare Masse und y_i den Molenbruch der i -ten Komponente beschreibt. Es gilt $M_{\text{Luft}} = 28,964 \text{ g mol}^{-1}$ und $M_{\text{H}_2\text{O}} = 18,016 \text{ g mol}^{-1}$. Der Molenbruch von Wasserdampf berechnet sich über:

$$y_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{p_{\text{H}_2\text{O}}}{p}, \quad (3.18)$$

wobei der Partialdruck $p_{\text{H}_2\text{O}}$ über die relative Luftfeuchte h_r und den Sättigungsdampfdruck $p_{s,\text{H}_2\text{O}}$ berechnet wird:

$$p_{\text{H}_2\text{O}} = h_r \cdot p_{s,\text{H}_2\text{O}}. \quad (3.19)$$

Der Sättigungsdampfdruck lässt sich mit der Magnus-Gleichung angeben [91]:

$$p_{s,\text{H}_2\text{O}} = 6,0328 \text{ hPa} \cdot \exp\left(\frac{17,1485T}{234,69 \text{ °C} + T}\right). \quad (3.20)$$

Die Transportparameter μ_e und α_{eff} hängen maßgeblich von der absoluten Luftfeuchte ab, nicht direkt von der relativen. Die absolute Luftfeuchte beschreibt die tatsächliche Menge an Wasserdampf im Gasvolumen (in g m^{-3}) und bestimmt damit die Stoßwahrscheinlichkeit für Elektronen mit polaren H_2O -Molekülen. Die relative Luftfeuchte hingegen ist temperaturabhängig und gibt nur das Verhältnis zum maximal möglichen Wasserdampfgehalt an. Sie dient bei konstanter Temperatur als Näherung, ist jedoch bei wechselnden Temperaturen nicht aussagekräftig.

Messtechnisch wird der Einfluss der Luftfeuchte beispielsweise in [162] über die Pulsformparameter von Teilentladungen verifiziert. Diese sind eng mit Ionisations- und Rekombinationsprozessen verknüpft, die direkt von der absoluten Feuchte beeinflusst werden.

Analog zu [163] erfolgt die Simulation von μ_e und α_{eff} bei 10 °C und 30 °C sowie relativen Feuchten

zwischen 40 % und 80 %. In den Ergebnissen (vgl. Abbildung 3.4a und 3.4b) zeigt sich ein Anstieg von α_{eff} mit wachsender Luftfeuchte. Bei $E/n_G < 50$ Td dominiert zunächst die Anlagerung, wodurch α_{eff} negativ bleibt. Ab $E/n_G > 50$ Td steigt jedoch die Stoßionisation (insb. von H_2O , O_2 und N_2) rapide an, was α_{eff} positiv werden lässt [20].

H_2O -Moleküle beeinflussen die Elektronenkinetik auf mehreren Wegen: Ihr Dipolmoment erhöht die Wahrscheinlichkeit von Elektronenanlagerungen bei geringen Elektronenenergien (1 ... 2 eV). Zudem verursachen sie elastische und inelastische Stöße (z. B. Vibrations- und Rotationsanregung, Dissoziation), die zu Energieverlusten führen [163]. Bei höheren Feldstärken ($E/n_G > 100$ Td) erreichen die Elektronen jedoch Energien > 10 eV, wodurch Anlagerungswahrscheinlichkeiten sinken und Ionisation dominanter wird [113].

Der Effekt auf die Elektronenbeweglichkeit μ_e zeigt sich analog: Mehr H_2O -Moleküle erhöhen die Stoßfrequenz, reduzieren die mittlere freie Weglänge und verringern dadurch die Driftgeschwindigkeit. Die relative Luftfeuchte beeinflusst μ_e somit nur indirekt über die absolute Feuchte. Bei höherer Temperatur ergibt dieselbe relative Feuchte eine größere absolute Feuchte, was zu stärkerer Streuung und damit geringerer Beweglichkeit führt.

In Summe gilt:

1. Bei niedrigen E/n_G dominieren Anlagerungsprozesse, was α_{eff} negativ macht.
2. Bei hohen E/n_G setzt die Ionisation ein und α_{eff} steigt.
3. Die Elektronenbeweglichkeit sinkt mit steigender absoluter Luftfeuchte.

Diese Zusammenhänge werden in den Abbildungen 3.4a und 3.4b bestätigt und stimmen mit Literaturergebnissen wie in [163] überein.

Nach den zuvor diskutierten Prinzipien zur Zusammensetzung von Gasgemischen (vgl. Gleichung (3.17)) lassen sich alternative Isoliertgase wie $\text{C}_4\text{F}_7\text{N}$ und $\text{C}_5\text{F}_{10}\text{O}$ sowohl mit Luft als auch mit CO_2 oder zusätzlichen Komponenten wie O_2 kombinieren, um das Isolierverhalten gezielt zu steuern [161]. Abbildung 3.4c und 3.4e zeigen beispielhaft die Auswirkungen solcher Mischungen auf die Transportparameter.

Luft stellt aufgrund ihrer Verfügbarkeit, Umweltverträglichkeit und geringen Kosten ein bevorzugtes Trägergas dar – insbesondere in Anwendungen mit mittleren Anforderungen an die Isolationsfestigkeit. Die enthaltenen O_2 -Moleküle hemmen durch Elektronenanlagerung die Ionisation und tragen zur Stabilisierung der Entladung bei. Dagegen bietet CO_2 als Trägergas Vorteile bei höherem Anforderungsniveau: Es verfügt über eine höhere dielektrische Festigkeit, bessere thermische Eigenschaften und wirkt ebenfalls hemmend auf Elektronenlawinen.

Die Beimischung dieser Trägergase dient der gezielten Absenkung der Konzentration der teureren oder schwerer zu handhabenden Isoliertgase (z. B. $\text{C}_4\text{F}_7\text{N}$, $\text{C}_5\text{F}_{10}\text{O}$), ohne die Isolationsleistung übermäßig zu beeinträchtigen. Die in dieser Arbeit entwickelte und validierte Monte-Carlo-Methode bietet ein geeignetes Werkzeug, um die optimale Gaszusammensetzung hinsichtlich der relevanten Transportparameter und der Energieverteilung effizient zu bestimmen.

3.1.1.4. Zwischenfazit

Die entwickelte Monte-Carlo-Methode zur Berechnung makroskopischer Transportkoeffizienten wie der Elektronenbeweglichkeit μ_e und des effektiven Ionisierungskoeffizienten α_{eff} zeigt sich als vielseitiges und robustes numerisches Werkzeug. Die zentralen Erkenntnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- **Validierung:** Die Methode wurde erfolgreich mit dem BOLSIG+-Löser (Zweitermapproximation) validiert. Im relevanten Bereich der reduzierten Feldstärke ($E/n_G > 100$ Td) zeigen sich Abweichungen von maximal ± 20 %, bei gleichzeitig sehr kleinen absoluten Werten. Der Einschwingvorgang ist bereits nach etwa 3 ps abgeschlossen, womit die Simulation schnell den stationären Zustand erreicht.
- **Vergleich zur Zweitermapproximation:** Die Monte-Carlo-Methode ermöglicht es inhomogene Medien und reale mikroskopische Wechselwirkungen zu modellieren, die in der Zweitermapproximation nur eingeschränkt berücksichtigt werden. Letztere basiert auf vereinfachenden Annahmen wie der linearen Anisotropie der Elektronenverteilung und einer Entwicklung in Legendre-Polynome. Dies führt insbesondere bei stark anisotropen oder energieabhängigen Prozessen zu Ungenauigkeiten. Im Gegensatz dazu erfasst die Monte-Carlo-Methode die Teilchendynamik explizit und modelliert Streuungen, Kollisionen und Energieübertragungen direkt auf mikroskopischer Ebene. Dadurch bleiben auch feine Details der Energieverteilung und Streuprozesse erhalten. Zusätzlich bietet die Methode eine natürliche Möglichkeit zur Abschätzung statistischer Unsicherheiten, ist gut skalierbar und durch moderne Rechnerarchitektur effizient parallelisierbar. Die Zweitermapproximation ist hingegen nur unter idealisierten Bedingungen zuverlässig und bildet mikroskopische Details wie anisotrope Streuquerschnitte oder nichtlineare Effekte nur unzureichend ab.
- **Physikalische Konsistenz:** Die mit der Monte-Carlo-Methode berechneten Transportkoeffizienten lassen sich direkt aus den zugrunde liegenden mikroskopischen Streuprozessen ableiten. Die Ergebnisse sind konsistent mit physikalischen Beobachtungen und zeigen insbesondere bei alternativen Isoliertgasen (z. B. $\text{C}_4\text{F}_7\text{N}$, $\text{C}_5\text{F}_{10}\text{O}$) deutliche Unterschiede im Vergleich zu konventionellen Gasen wie SF_6 oder N_2 .
- **Einflussgrößen:** Besonders die Gaszusammensetzung zeigt sich als maßgeblicher Einflussfaktor auf die Verläufe von Elektronenbeweglichkeit μ_e und effektivem Ionisierungskoeffizienten α_{eff} . Änderungen in der molekularen Struktur, etwa durch Beimischung von Trägergasen oder variierende Mischungsverhältnisse, führen zu signifikanten Abweichungen der Transportparameter und somit auch zu einem veränderten Isolierverhalten. Im Gegensatz dazu wirken sich Druck- und Temperatureffekte im üblichen Betriebsbereich technischer Anwendungen (z. B. 1–5 bar, 250–350 K) nur moderat auf die berechneten Koeffizienten aus. Dies widerspricht nicht dem Paschen-Gesetz (vgl. Gleichung (2.8)), da dieses die makroskopische Durchschlagspannung beschreibt und stark vom Produkt pd abhängt. Die Transportparameter hingegen ergeben sich direkt aus den mittleren Streuprozessen im Elektronenkollektiv. Solange die mittlere freie Weglänge nicht drastisch variiert, bleiben auch μ_e und α_{eff} weitgehend konstant. Die beobachtete geringe Sensitivität gegenüber p und T ist somit konsistent mit der physikalischen Beschreibung mikroskopischer Stoßprozesse unter moderaten Bedingungen.
- **Alternative Isoliertgase und Gemische:** Die Methode erlaubt eine umfassende Analyse alternativer Isoliertgasgemische. Mischungen aus SF_6/N_2 oder $\text{C}_4\text{F}_7\text{N}/\text{CO}_2$ lassen sich flexibel modellieren. In

Bezug auf die Transportparameter zeigen sich gewisse Leistungseinbußen gegenüber reinem SF₆, gleichzeitig eröffnen sich aber Potentiale für umweltfreundlichere Alternativen mit akzeptabler Performance.

- Die entwickelte Monte-Carlo-Methode ist in hohem Maße skalierbar und erlaubt durch ihre modulare Struktur eine einfache Anpassung an unterschiedliche Gasgemische, Druck- und Temperaturbereiche sowie an beliebige Wirkungsquerschnitte. Insbesondere lassen sich auch nichtlineare Effekte wie Ionisation, Anlagerung oder Elektronenverluste durch energiedifferenzierte Streuprozesse explizit berücksichtigen. Gleichzeitig ist die Methode in ihrer Gültigkeit an bestimmte Voraussetzungen geknüpft: So wird eine geringe Raumladung vorausgesetzt, um Rückwirkungen auf das elektrische Feld zu vermeiden, und es dürfen keine starken Gradienten in Dichte oder Temperatur auftreten. In solchen Fällen müsste eine Kopplung mit selbstkonsistenten Feld- und Fluidmodellen erfolgen. Auch Störeffekte wie die Ausbildung von Streamern, sekundäre Emissionen an Elektrodenoberflächen oder Elektronenrückstreuung sind im aktuellen Framework nicht enthalten, können aber in zukünftigen Erweiterungen integriert werden. Trotz dieser Einschränkungen liefert die Methode in ihrem Anwendungsbereich robuste und physikalisch fundierte Ergebnisse – insbesondere für den stationären Drift von Elektronenkollektiven in homogenen Feldern unter moderaten Bedingungen.

Die Monte-Carlo-Methode stellt ein leistungsfähiges, universell einsetzbares Werkzeug zur Bestimmung von Transportparametern in gasförmigen Isoliertmitteln dar. Durch ihre hohe Skalierbarkeit und physikalische Genauigkeit eignet sie sich nicht nur zur Charakterisierung von Elektronenverhalten, sondern auch – wie im folgenden Kapitel gezeigt wird – zur Modellierung von Ionenbeweglichkeiten in komplexen Driftkammer-Konfigurationen.

3.1.2. Makroskopische Observablen der Ionen

Die Simulation und Berechnung der Ionendriftgeschwindigkeit sowie der Ionenbeweglichkeit in technischen Isoliertgasen gestaltet sich im Vergleich zur Bestimmung von Elektronentransportparametern deutlich anspruchsvoller. Diese erhöhte Komplexität resultiert aus den physikalischen Eigenschaften der Ionen, ihren Wechselwirkungen mit dem Gasmedium sowie der Vielfalt ihrer Bewegungsmechanismen (vgl. Kapitel 2.6).

Aufgrund ihrer größeren Masse bewegen sich Ionen deutlich träger als Elektronen und unterliegen daher in stärkerem Maße der Beeinflussung durch Stoßprozesse mit Gasmolekülen [124]. Ihre Dynamik wird weniger direkt durch das elektrische Feld bestimmt, sondern stärker durch die Art und Häufigkeit der Kollisionen.

Während für Elektronen umfangreiche Datensätze zu elastischen und inelastischen Stoßquerschnitten (z. B. Ionisation, Anregung) verfügbar sind – sowohl experimentell als auch theoretisch fundiert und u. a. in [126] zugänglich –, ist die Datenlage für Ionen deutlich eingeschränkter. Die Stoßprozesse von Ionen mit neutralen Molekülen sind komplexer und beinhalten:

1. langreichweitige Coulomb-Wechselwirkungen,
2. Resonanz- und Ladungsaustauschprozesse,
3. chemische Reaktionen (z. B. Molekülfragmentierung),

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

4. sowie schwer bestimmbare Stoßquerschnitte.

Experimentelle Messungen erfolgen i. d. R. mit Ionenmobilitätsspektrometern. Alternativ existieren theoretische Ansätze, wie etwa in [164], zur Abschätzung des Wechselwirkungspotentials zwischen kugelförmigen Kernen in unpolaren Systemen.

Für Ion-Atom-Wechselwirkungen liefern etablierte Potentialmodelle gute Übereinstimmung mit Messdaten [30]. Bei Ionen-Molekül-Wechselwirkungen hingegen zeigen sich Abweichungen: Rechenmodelle unterschätzen oftmals die gemessenen Beweglichkeiten. Ursächlich dafür sind insbesondere die Delokalisierung des Ladungsschwerpunkts sowie die Multipolmomente (z. B. permanente Dipole) der neutralen Moleküle [30].

Hinzu kommt, dass Ionen bei Kollisionen mit neutralen Teilchen vergleichsweise viel kinetische Energie verlieren. Ihre Energieverteilung reagiert daher empfindlich auf Druck, Temperatur und Zusammensetzung des Gases. Besonders bei Gasgemischen wie SF_6/N_2 oder neuartigen Isoliergas-Kombinationen mit CO_2 oder Luft ergeben sich zusätzliche Modellierungsherausforderungen.

Während sich die Boltzmann-Gleichung für Elektronen aufgrund ihres quasi-elastischen Verhaltens vergleichsweise gut vereinfachen lässt, ist die analytische Behandlung für Ionen deutlich schwieriger. Die Kollisionsterme sind komplexer und erschweren eine direkte Lösung.

Die Monte-Carlo-Methode bietet zwar einen alternativen Zugang, erfordert aber erhöhten Rechenaufwand: Aufgrund der geringen Driftgeschwindigkeit von Ionen müssen deren Trajektorien über wesentlich längere Zeitskalen verfolgt werden. Die Modellierung in technischen Isoliergasen ist zusätzlich erschwert durch:

1. die Beteiligung verschiedener Molekülarten mit unterschiedlicher Masse, Polarität und Reaktivität,
2. die Bildung von Clustern oder sekundären Ionenprodukten,
3. sowie eine ausgeprägte Energie- und Winkelabhängigkeit der Stoßprozesse.

Im Gegensatz dazu interagieren Elektronen nahezu ausschließlich nicht-chemisch mit dem Gas und lassen sich somit besser modellieren.

Zudem sind experimentelle Referenzdaten zu Ionen-transportparametern häufig limitiert oder mit erheblichen Unsicherheiten behaftet. Die Messung der Driftgeschwindigkeit ist aufwendig, da Ionen deutlich langsamer driften und empfindlicher auf externe Störungen reagieren.

Im Folgenden wird daher die bereits entwickelte Monte-Carlo-Methode auf die Simulation von Ionenbewegung erweitert. Bei Vorliegen entsprechender Streuquerschnitte für Ion-Molekül-Kollisionen im betrachteten Isoliergas lässt sich so die Driftgeschwindigkeit numerisch ermitteln und daraus die Ionenbeweglichkeit bestimmen.

Die Ionenbeweglichkeit ist ein zentraler Parameter in der Modellierung von Koronaentladungen. Nach Abbildung 2.9 fließt sie direkt in die Simulation der Raumladungsentwicklung ein und ist damit für die elektrische Auslegung von Isolationssystemen von essenzieller Bedeutung.

3.1.2.1. Erweiterung zur Berechnung der Transportparameter für Ionen

Die Modellgeometrie basiert auf einem dreidimensionalen Zylinder („drift-tube“), dessen Deckel die Hochspannungselektrode und dessen Boden die Erdelektrode bildet. Das dazwischenliegende zylindrische Gasvolumen ist mit verschiedenen isolierenden Gasen gefüllt. Der Radius der „drift-tube“ beträgt

Tabelle 3.2.: Kombinationen der in der Literatur zur Verfügung stehenden Streuquerschnitte für Ionen-Molekül-Kollisionen.

Ion	Hintergrundgas	Quelle
N_2^+	in N_2 , CO_2 , H_2O	[33]
O_2^+	in N_2 , O_2 , CO_2 , H_2O	[31]
CO_2^+	in N_2 , CO_2	[30]
H_2O^+	in H_2O	[30]
O^-	in N_2 , O_2	[33]
CF_3^+	in $\text{C}_3\text{F}_7\text{N}$	[35]
CF^+	in $\text{C}_3\text{F}_7\text{N}$	[35]
SF_6^-	in SF_6	[32]

2 m, die Länge der zylindrischen Elektrode 3 m.

Innerhalb dieses Volumens bewegen sich die Ionen des Isoliertgases unter dem Einfluss eines statischen reduzierten elektrischen Feldes im entsprechenden neutralen Hintergrundgas. Das elektrische Feld erzeugt eine gerichtete Kraft auf die Ionen, wodurch es zu Kollisionen mit den Molekülen des Hintergrundgases kommt. Infolge dieser Wechselwirkungen stellt sich eine konstante mittlere Ionengeschwindigkeit ein – die Ionendriftgeschwindigkeit (vgl. Kapitel 2.6).

Dieser Parameter lässt sich experimentell über Ionenmobilitätsspektrometrie (IMS) bestimmen und dient zur Validierung der numerischen Simulation. Während der Simulation besitzt jedes Ion in jedem Zeitschritt eine bestimmte Wahrscheinlichkeit, mit einem neutralen Molekül zu kollidieren. Diese Wahrscheinlichkeit ergibt sich aus der betrachteten Kollisionsreaktion, der Hintergrunddichte sowie aus den energieabhängigen Streuquerschnitten.

Die Energieverteilungsfunktion der Ionen zeigt nur eine geringe Abweichung von der Maxwell-Boltzmann-Verteilung (vgl. Kapitel 2.6.1). Daher erfolgt die initiale Freisetzung der Teilchen auf Grundlage der Maxwell-Boltzmann-Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion:

$$f(v_i) = \sqrt{\frac{m_p}{2\pi k_b T}} \exp\left(-\frac{m_p v_i^2}{2k_b T}\right) \quad (3.21)$$

Diese Funktion beschreibt die statistische Verteilung der Geschwindigkeit von Teilchen in einem System im thermischen Gleichgewicht [94].

3.1.2.2. Validierung der Transportparameter von Ionen

Zur Validierung der entwickelten Monte-Carlo-Methode zur Bestimmung der Ionenbeweglichkeit in technischen Isoliertgasen werden Kollisionsquerschnitte aus der Literatur für verschiedene Ionen-Molekül-Kollisionen herangezogen. Die in Tabelle 3.2 aufgeführten Kombinationen basieren auf einer gezielten Literaturrecherche und berücksichtigen ausschließlich Streuquerschnittsdaten von Ionen und Isoliertgasen, die im Kontext der HGÜ-Technik von Relevanz sind (vgl. Anhang G).

Darüber hinaus werden in [34] Streuquerschnitte für Ionen wie N_4^+ , O_4^+ , N_2O_2^+ , O_4^- , H_3O^+ , H_5O_2^+ und H_7O_3^+ in reinem N_2 , O_2 sowie in trockener Luft beschrieben. Diese werden jedoch im Rahmen dieser Arbeit aufgrund ihres geringen Einflusses auf die Gesamtbeweglichkeit und ihre begrenzte Relevanz für den Ionenstrom in HGÜ-Anwendungen (vgl. Kapitel 2.4.4, Ziel Nr. 5 in Kapitel 1.3) nicht weiter

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

betrachtet.

Für die erste Validierungsstufe wird die Methode exemplarisch anhand von N_2^+ -Ionen im neutralen Hintergrundgas N_2 eingesetzt. Hierbei dominieren zwei Reaktionskanäle die Ionen-Neutral-Kollisionen:

1. elastische Stöße (Impulsübertragung):

$$Q_m = 6,336 \times 10^{-22} x^{-0,501} \quad (3.22)$$

2. resonante Ladungsübertragung:

$$Q_{rt} = 3,966 \times 10^{-16} x^{-0,1325} \quad (3.23)$$

Die Daten stammen aus [33] und wurden mithilfe einer nichtlinearen Least-Squares-Methode der Form $y = ax^b$ approximiert. Als Qualitätsmaß der Anpassung dient das Bestimmtheitsmaß R^2 , welches den Anteil der erklärten Varianz beschreibt. Für die elastische Streuung liegt $R^2 = 0,9876$, für die Ladungsübertragung $R^2 = 0,989$ [165].

Weitere approximierte Querschnittsfunktionen für andere Ionengas-Kombinationen sind im Anhang G zusammengefasst.

Die Validierung erfolgt über eine Vergleichsrechnung der mittleren Driftgeschwindigkeit v aus der Monte-Carlo-Simulation. Daraus ergibt sich die reduzierte Ionenbeweglichkeit μ_i nach [32] gemäß:

$$\mu_i = \frac{v}{n_0} \cdot \frac{n_G}{E} \quad (3.24)$$

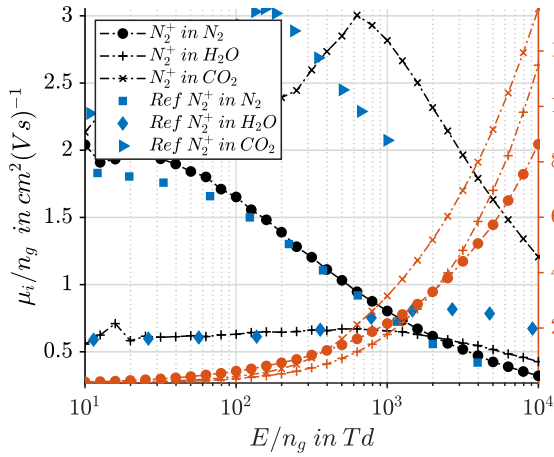
Die entsprechenden numerischen Ergebnisse und der Vergleich mit Literaturdaten finden sich in den Abbildungen 3.5 und 3.6. In der rechten Spalte von Abbildung 3.5 und 3.6 ist jeweils die prozentuale Abweichung der mittels Monte-Carlo-Methode ermittelten Ionenbeweglichkeiten im Vergleich zu den experimentellen Referenzdaten aus der Literatur dargestellt. Dabei zeigt sich deutlich, dass die berechneten Beweglichkeitsverläufe den bekannten Trends der Ionenmobilität folgen.

Bei niedrigen reduzierten Feldstärken bis etwa 100 Td ist die Energieaufnahme der Ionen durch das elektrische Feld gering. Die Ionenbewegung wird in diesem Bereich hauptsächlich durch elastische Kollisionen mit neutralen Gasmolekülen bestimmt. Die Driftgeschwindigkeit verhält sich in diesem Bereich proportional zur Feldstärke (vgl. Gleichung (2.121)), wodurch die Ionenbeweglichkeit μ_i nahezu konstant bleibt. Sie wird dabei überwiegend durch die Wechselwirkungsquerschnitte und die Gasdichte definiert.

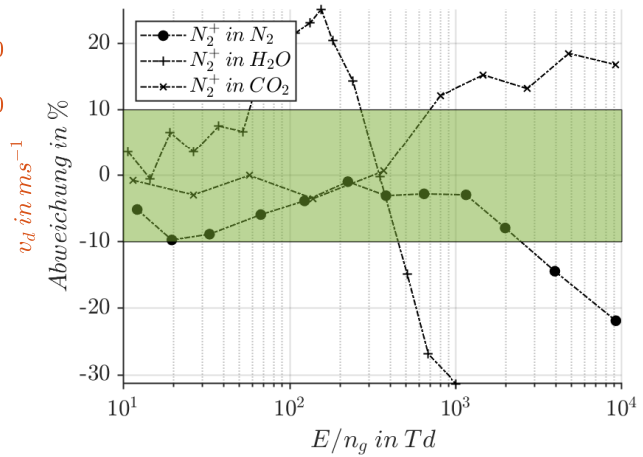
Mit zunehmender Feldstärke im Bereich von etwa 100 bis 1000 Td – abhängig vom betrachteten Gas – gewinnen die Ionen zwischen den Kollisionen mehr Energie. Dadurch verlieren die Kollisionen zunehmend an Wirksamkeit in der Dämpfung der Ionenbewegung. Die Driftgeschwindigkeit steigt stärker als linear mit E/n_G , was zu einer scheinbar erhöhten Beweglichkeit führt. Dieser Bereich kennzeichnet den Übergang von einem diffusionsdominierten zu einem felddominierten Transportregime.

Bei $E/n_G > 100$ nehmen die Ionen zwischen den Kollisionen so viel Energie auf, dass zunehmend inelastische Prozesse einsetzen, beispielsweise Molekülanregungen oder Stoßionisation. Diese Prozesse entziehen den Ionen Energie, was zu einer Verringerung der effektiven Driftgeschwindigkeit führt. Gleichzeitig steigt die Wahrscheinlichkeit für energieabsorbierende Kollisionen, wodurch die Beweglichkeit weiter abnimmt.

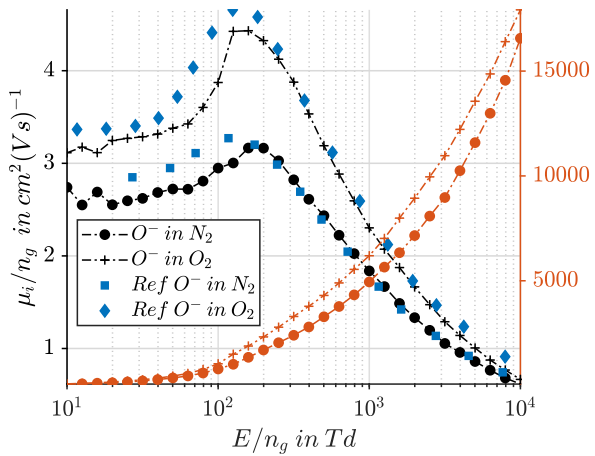
Die Unterschiede in der mittleren Driftgeschwindigkeit und der Ionenbeweglichkeit für verschiedene Ionen in neutralen Isoliergasen ergeben sich aus physikalischen und chemischen Eigenschaften, die die



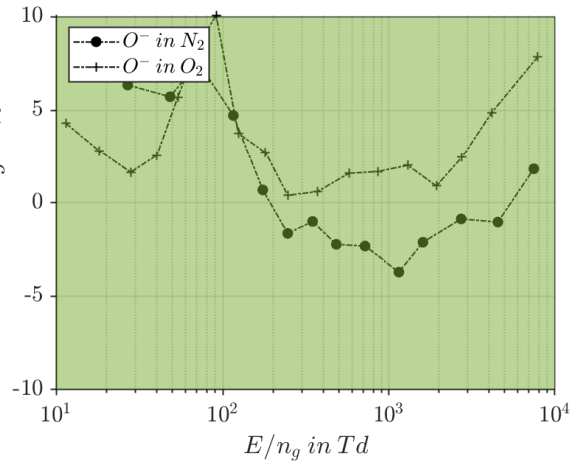
(a) Reduzierte Beweglichkeit und Driftgeschwindigkeit für N_2^+ in N_2 , H_2O und CO_2 für p_{STC} und T_{STC} .



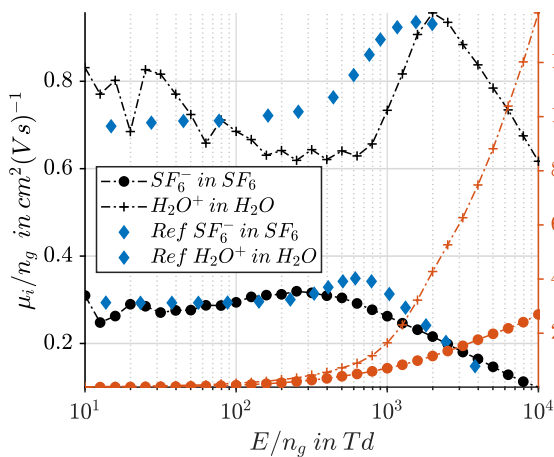
(b) Relative Abweichung für N_2^+ in N_2 , H_2O und CO_2 .



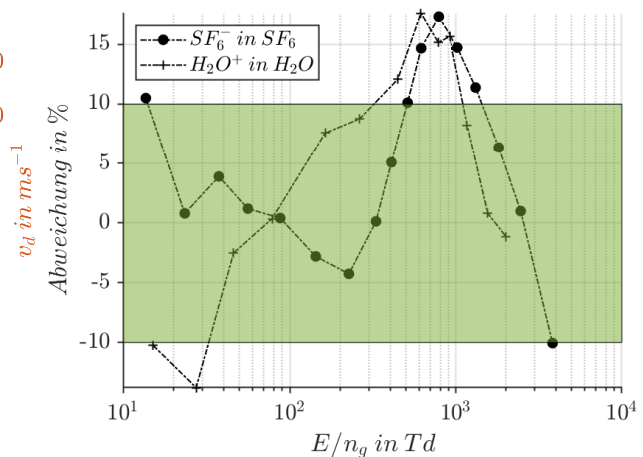
(c) Reduzierte Beweglichkeit und Driftgeschwindigkeit für O^- in N_2 und O_2 für p_{STC} und T_{STC} .



(d) Relative Abweichung für O^- in N_2 und O_2 .



(e) Reduzierte Beweglichkeit und Driftgeschwindigkeit für SF_6^- in SF_6 und H_2O^- in H_2O für p_{STC} und T_{STC} .



(f) Relative Abweichung für SF_6^- in SF_6 und H_2O^- in H_2O .

Abbildung 3.5.: Simulierte reduzierte Ionenbeweglichkeit in schwarz, sowie die mittlere Driftgeschwindigkeit in orange. In blau die Referenzdaten aus Simulationen und Messungen aus der Literatur. Der grüne Bereich stellt den $\pm 10\%$ Toleranzbereich dar für die Validierung.

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

Wechselwirkung der Ionen mit den Molekülen des Gases bestimmen. Diese Unterschiede lassen sich auf mehrere Faktoren zurückführen: Die Beweglichkeit eines Ions ist invers proportional zu seiner Masse. N_2^+ beispielsweise ist deutlich leichter als SF_6^- oder CF_3^+ . Aufgrund der geringeren Masse erfährt es bei gegebener elektrischer Feldstärke eine stärkere Beschleunigung, was zu einer höheren Driftgeschwindigkeit führt. Schwerere Ionen benötigen hingegen mehr Energie, um vergleichbare Geschwindigkeiten zu erreichen, was ihre Beweglichkeit reduziert.

Komplexe, großvolumige Ionen wie SF_6^- oder CF_3^+ besitzen zudem eine größere geometrische Querschnittsfläche, was zu häufigeren und intensiveren Kollisionen mit den Molekülen des neutralen Gases führt. Dies erhöht den Widerstand gegen die Bewegung durch das Gas und reduziert die Driftgeschwindigkeit. Leichtere Ionen wie N_2^+ sind primär elastischen Kollisionen unterworfen, bei denen nur wenig Energie verloren geht.

Darüber hinaus polarisieren geladene Ionen auf ihrem Weg durch das Gas die umgebenden neutralen Moleküle [32]. Die Stärke dieser Polarisierung hängt von der Ladungsverteilung im Ion ab. SF_6^- weist eine hohe Polarisierbarkeit auf und erzeugt damit eine stärkere Wechselwirkung mit den Gasmolekülen, was zu einer effektiven Bremswirkung führt und die Driftgeschwindigkeit weiter verringert. N_2^+ besitzt dagegen eine kleinere, lokalisierte Ladungsverteilung, wodurch die Wechselwirkung mit dem Hintergrundgas geringer ausfällt und die Beweglichkeit entsprechend höher ist.

SF_6^- als Anion entsteht durch Elektronenanlagerung und zeichnet sich durch eine hohe Elektronenaffinität aus. Die stabilisierende Umgebung des zusätzlich aufgenommenen Elektrons führt zu intensiveren Wechselwirkungen mit neutralen Gasmolekülen. Kationen wie N_2^+ verfügen über eine einfachere Bindungsstruktur und interagieren weniger stark mit dem neutralen Gas, was sich in einer höheren Beweglichkeit widerspiegelt.

Zum Vergleich: Auch alternative Isoliergase wie C_4F_7N oder $C_5F_{10}O$ bilden durch ihre hohe Elektronenaffinität besonders stabile Anionen. Diese fangen freie Elektronen effizient ein, reduzieren die Entladungslänge und unterdrücken die Ausbildung elektrischer Durchschläge wirkungsvoll [65]. Im Gegensatz zu SF_6 sind die Anionen alternativer Isoliergase chemisch stabiler und weniger reaktiv. Während SF_6 unter energiereichen Bedingungen – etwa bei intensiven elektrischen Feldern oder Lichtbögen – leichter zerfällt und reaktive Nebenprodukte wie Fluor oder Schwefeloxide freisetzt, vermeiden alternative Gase solche Nebenwirkungen weitgehend [166]. Diese Nebenprodukte greifen das Isoliermaterial an und verringern die Lebensdauer elektrischer Anlagen.

Nach einer Ionisation oder Dissoziation von C_3F_7N entstehen zahlreiche Fragmentionen, die bei der Stabilisierung von Entladungen besonders effektiv wirken, da sie verstärkt mit freien Elektronen und anderen Ladungsträgern interagieren und so die Elektronendichte verringern [161]. In Abbildung 3.6f zeigt sich zudem, dass die Beweglichkeit dieser Ionen geringer ist als bei SF_6 , wodurch Ladungsträger langsamer driften und weniger kinetische Energie übertragen. Dies senkt die Wahrscheinlichkeit, dass sich ausreichend Energie für eine Gasentladung oder einen Durchbruch ansammelt – insbesondere bei hohen Spannungen.

Für eine quantitative Validierung sind in Abbildung 3.5 und 3.6 die prozentualen Abweichungen zwischen den simulierten Werten und den Referenzdaten dargestellt. Als Bewertungskriterium dient ein Toleranzband von $\pm 10\%$. In Abbildung 3.6b zeigen sich größere Abweichungen, die auf die Verwendung ausschließlich elastischer Streuquerschnitte zurückzuführen sind.

Insgesamt erfüllt die entwickelte numerische Methode die Anforderungen an Genauigkeit und wird daher als valide anerkannt. Während in den Abbildungen 3.5 und 3.6 ausschließlich die Beweglichkeit

von Ionen in isolierten neutralen Gasen dargestellt ist, kommen in technischen Anwendungen häufig Gasgemische zum Einsatz – darunter insbesondere SF₆/N₂ sowie Kombinationen von C₃F₇N mit N₂, Luft oder CO₂. In Freiluftanwendungen ist zudem feuchte Luft ein dominierender Einflussfaktor. Im folgenden Kapitel 3.1.2.3 wird deshalb die Ionenbeweglichkeit in Abhängigkeit der atmosphärischen Bedingungen und der Gaszusammensetzung konkret berechnet.

3.1.2.3. Ergebnisse der Transportkoeffizienten für Ionen

Die zuvor validierte numerische Monte-Carlo-Methode wird genutzt, um Parameterstudien hinsichtlich Druck, Temperatur, Luftfeuchte und Gaszusammensetzung durchzuführen. In Abbildung 3.7 und 3.8 sind die erzielten Berechnungsergebnisse dargestellt. Ionen unterliegen einer deutlich stärkeren Abhängigkeit von atmosphärischen Einflüssen wie Temperatur, Druck oder Luftfeuchte als Elektronen. Der Einfluss des totalen Drucks lässt sich in Abbildung 3.7b und 3.7f klar erkennen. Mit steigendem Druck sinkt die Beweglichkeit der Ionen signifikant. Dieses Verhalten wird in alternativen Isoliertgaskonzepten für gekapselte Anlagen (GIS) gezielt ausgenutzt.

Am Beispiel der Simulation in Abbildung 3.7f liegt die Ionenbeweglichkeit bei einer reduzierten Feldstärke von 100 Td bei etwa $2,2 \text{ cm V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ für 0,9 bar. Wird der Druck auf 1,1 bar erhöht, reduziert sich die Beweglichkeit auf etwa $1,8 \text{ cm V}^{-1} \text{ s}^{-1}$.

Mit steigendem Druck nimmt die Dichte der Gasmoleküle zu, was zu einer erhöhten Kollisionshäufigkeit der Ionen mit dem umgebenden Medium führt. Diese Kollisionen wirken als Widerstand und verringern die mittlere Driftgeschwindigkeit der Ionen im elektrischen Feld. Die Driftgeschwindigkeit hängt dabei maßgeblich von der mittleren freien Weglänge ab – also der durchschnittlichen Strecke zwischen zwei Kollisionen [89].

Ein Anstieg der Temperatur erhöht zwar die kinetische Energie der Teilchen [124], allerdings überwiegt die Wirkung der gesteigerten Kollisionsrate bei höherem Druck. Die Ionenmobilität sinkt daher insgesamt trotz leicht erhöhter Energie.

Ionen unterliegen zusätzlich Coulomb-Wechselwirkungen und zeigen eine verstärkte Interaktion mit neutralen Molekülen. Dipolmomente, die durch Luftfeuchtigkeit (insbesondere Wasserdampf) erhöht werden, beeinflussen diese Wechselwirkungen zusätzlich. Zudem verändern sich Viskosität und intermolekulare Kräfte mit Druck und Temperatur, was sich ebenfalls auf Diffusion und Driftgeschwindigkeit auswirkt.

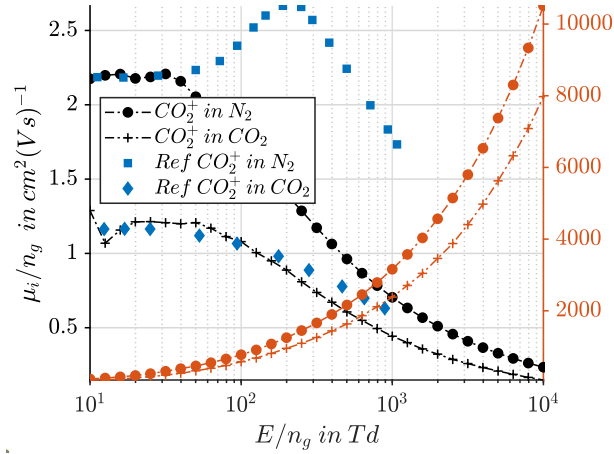
Elektronen reagieren hingegen schwächer auf diese makroskopischen Einflussgrößen. Ihre Bewegung wird primär durch elastische und inelastische Streuprozesse bestimmt, die in erster Linie von der Energieverteilung und Molekülstruktur des Gases abhängen, jedoch weniger sensitiv auf Temperatur- oder Feuchteänderungen reagieren [167].

Ionen verlieren aufgrund ihrer vergleichsweise hohen Masse bei Kollisionen mehr Energie als Elektronen. Dadurch sind sowohl ihre Geschwindigkeit als auch ihre Beweglichkeit deutlich sensibler gegenüber Änderungen der Umgebungsbedingungen.

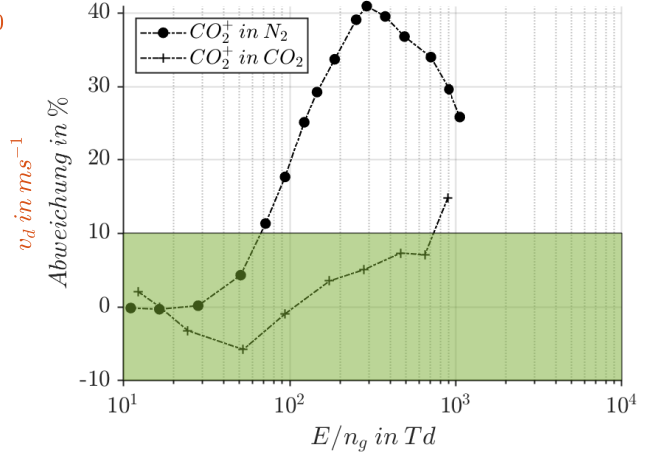
Druck und Temperatur bestimmen die Häufigkeit und Intensität von Kollisionen zwischen Ionen und neutralen Gasmolekülen. Luftfeuchtigkeit verändert die Zusammensetzung der Gasphase durch die Zugabe polarer Moleküle wie H₂O, die besonders stark mit Ionen wechselwirken. Diese zusätzlichen Wechselwirkungen beeinflussen die Beweglichkeit und den Transport von Ionen erheblich.

Die Streuung von Elektronen wird durch Wassermoleküle hingegen nur geringfügig beeinflusst, da sie primär von der Gesamtgaskonzentration und den Molekülquerschnitten abhängt. Zwar liegen für

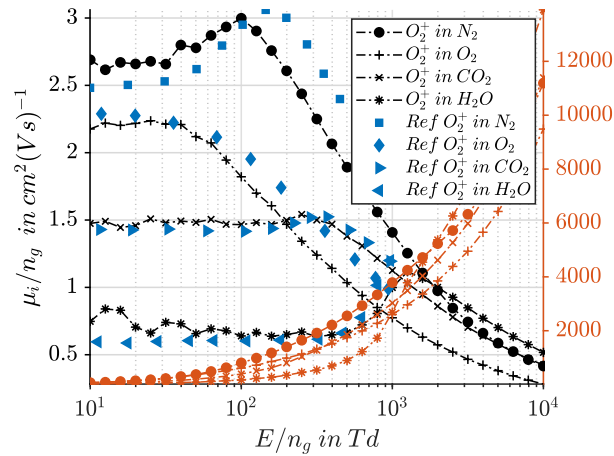
3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks



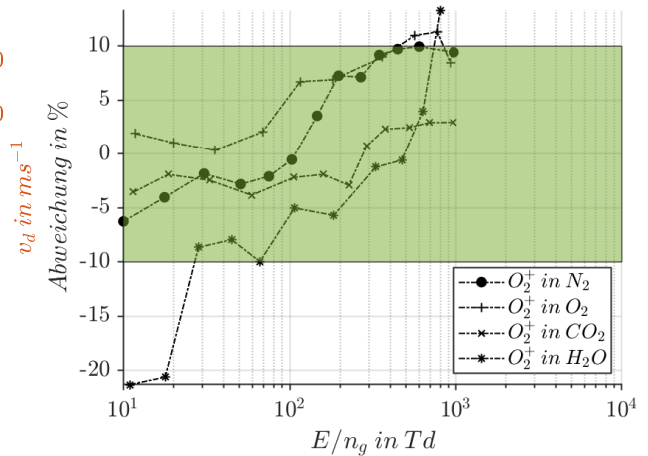
(a) Reduzierte Beweglichkeit und Driftgeschwindigkeit für CO_2^+ in N_2 und CO_2 für p_{STC} und T_{STC} .



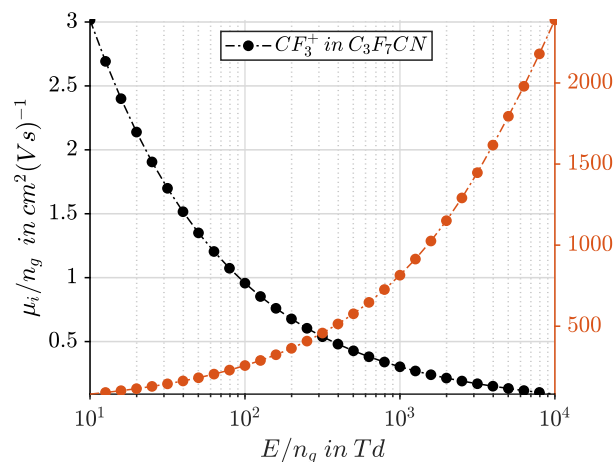
(b) Relative Abweichung für CO_2^+ in N_2 und CO_2 .



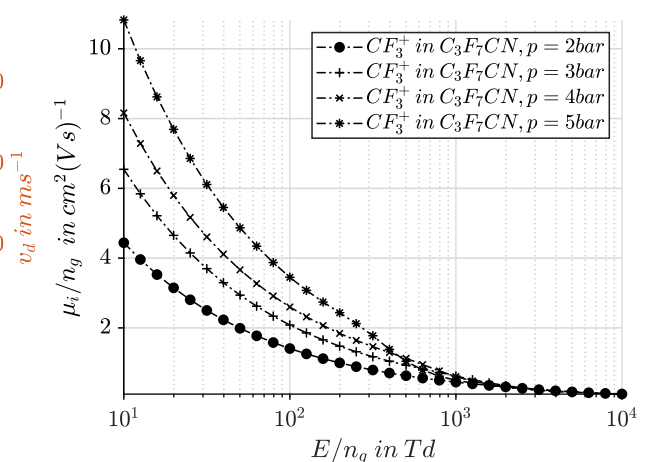
(c) Reduzierte Beweglichkeit und Driftgeschwindigkeit für O_2^+ in N_2 , O_2 , CO_2 und H_2O für p_{STC} und T_{STC} .



(d) Relative Abweichung für O_2^+ in N_2 , O_2 , CO_2 und H_2O .



(e) Reduzierte Beweglichkeit und Driftgeschwindigkeit für CF_3^+ in $\text{C}_3\text{F}_7\text{CN}$ für p_{STC} und T_{STC} .



(f) Reduzierte Beweglichkeit und Driftgeschwindigkeit für CF_3^+ in $\text{C}_3\text{F}_7\text{CN}$ für T_{STC} und Variation von p .

Abbildung 3.6.: Simulierte reduzierte Ionenbeweglichkeit in schwarz, sowie die mittlere Driftgeschwindigkeit in orange. In blau die Referenzdaten aus Simulationen und Messungen aus der Literatur. Der grüne Bereich stellt den $\pm 10\%$ Toleranzbereich dar für die Validierung.

C_4F_7N keine Streuquerschnitte in anderen Hintergrundgasen vor, dennoch wird in Abbildung 3.7c und 3.7e der Einfluss verschiedener Trägertgase untersucht, um die Ionenbeweglichkeit auch in Gasgemischen näherungsweise zu bestimmen und damit die universelle Anwendbarkeit der Methode zu belegen. Die Parameterstudie zur Variation der Trägertgaskonzentration und der molaren Anteile zeigt in Abbildung 3.7c deutlich den Einfluss der Gaszusammensetzung auf die resultierende Ionenbeweglichkeit.

Bei einem Verhältnis von 50 % N_2 zu 50 % CO_2 ergibt sich die gepunktete Referenzbeweglichkeit. Wird das Verhältnis auf 30 % N_2 und 70 % CO_2 verändert, sinkt die Beweglichkeit im Bereich bis 400 Td deutlich ab, steigt danach jedoch leicht an.

Bei einer Mischung von 70 % N_2 und 30 % CO_2 liegt die Beweglichkeit im unteren Feldstärkebereich zunächst höher als im Fall der Gleichverteilung, fällt jedoch ab etwa 400 Td unter den Referenzwert. Zur Bewertung dieser Ergebnisse wird das Blanc'sche Gesetz gemäß Gleichung (2.124) zur Linearisierung der Gesamtbeweglichkeit herangezogen. Der Vergleich zwischen der Linearisierung nach Blanc und den numerischen Ergebnissen aus der Monte-Carlo-Simulation ist in Abbildung 3.7e dargestellt. Das Blancsche Gesetz basiert auf der Annahme, dass die Gesamtbeweglichkeit eines Ions in einem Gasgemisch durch die gewichtete Summe der Beweglichkeiten des Ions in den einzelnen Reinkomponenten des Gemischs bestimmt ist [124]. Dabei wird berücksichtigt, wie häufig Ionen mit Molekülen der verschiedenen Gase kollidieren, was direkt von deren Konzentrationen abhängt, sowie von der Beweglichkeit des Ions im jeweiligen Reingas.

Diese Näherung liefert zuverlässige Ergebnisse, wenn die Wechselwirkungen zwischen Ionen und Gasmolekülen unabhängig von der genauen Gaszusammensetzung verlaufen und die Beweglichkeit der Ionen primär durch mittlere freie Weglängen und Stoßprozesse definiert ist. Dies ist insbesondere bei unpolaren oder schwach polaren Gasmolekülen wie N_2 oder O_2 der Fall [33].

Eine Voraussetzung für die Gültigkeit des Gesetzes ist ein homogen verteiltes Gasgemisch ohne lokale Konzentrationsgradienten. Zudem muss die mittlere freie Weglänge der Ionen bei moderaten Drücken groß genug bleiben, sodass die Kollisionen entsprechend dem Molenbruch der Gase stattfinden.

Sobald polare Moleküle wie H_2O oder SF_6 Bestandteil des Gasgemisches sind, treten verstärkte Ion-Molekül-Wechselwirkungen auf, etwa über Dipolkräfte. Diese sind stark molekülabhängig und nicht allein durch den Molenbruch beschreibbar, wodurch die Gültigkeit der Blancschen Näherung eingeschränkt wird. Auch chemische Reaktionen zwischen Ionen und bestimmten Gaskomponenten machen die additive Formulierung des Gesetzes unzulässig.

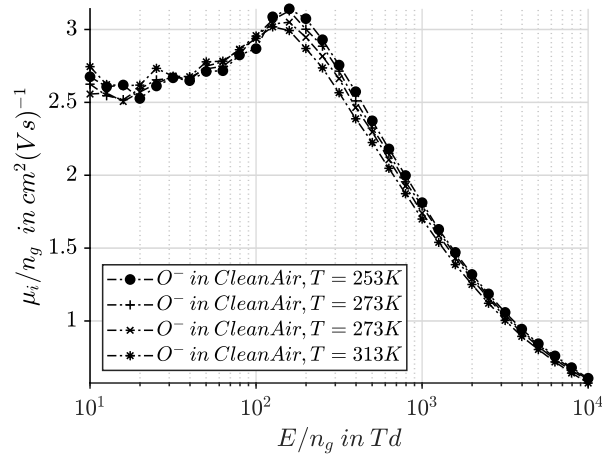
Bei erhöhten Drücken oder Dichten gewinnen Mehrkörper-Wechselwirkungen an Bedeutung, die nicht linear mit dem Molenbruch skaliert werden [167]. Die in Abbildung 3.7e dargestellte Abweichung verdeutlicht diesen Effekt.

3.1.2.4. Zwischenfazit

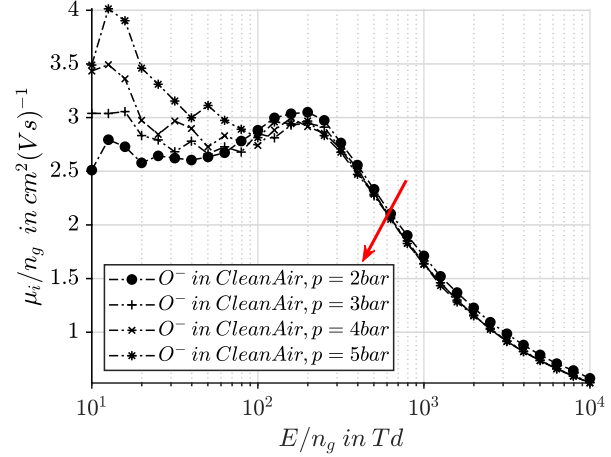
Die entwickelte numerische Monte-Carlo-Methode zur Berechnung der makroskopischen Transportkoeffizienten, insbesondere der Ionenbeweglichkeit, lässt sich wie folgt zusammenfassen:

- Validierung und Reproduzierbarkeit: Die Methode wurde erfolgreich um Ionenkollisionsprozesse erweitert. Die simulierten Ergebnisse liegen innerhalb eines akzeptierten Abweichungsintervalls von $\pm 10\%$ zu den Literaturwerten. Lediglich bei positiven CO_2 -Ionen in N_2 treten ab etwa 100 Td größere Abweichungen auf. Die in Tabelle 3.2 dokumentierten Literaturdaten wurden reproduziert und für HGÜ-spezifische Anwendungen skaliert und angepasst.

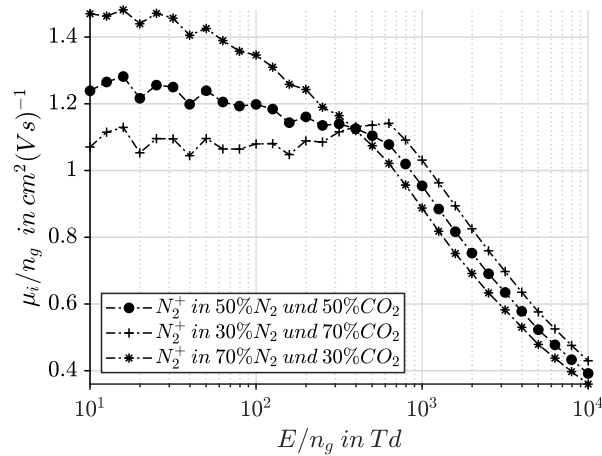
3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks



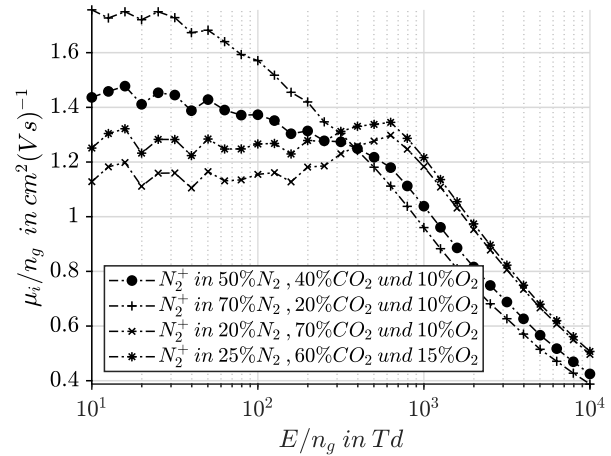
(a) Reduzierte Beweglichkeit für O^- in Clean Air für p_{STC} unter Variation von T .



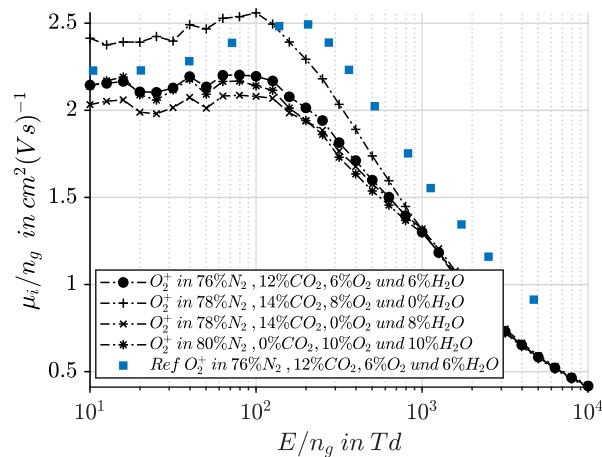
(b) Reduzierte Beweglichkeit für O^- in Clean Air für T_{STC} unter Variation von p .



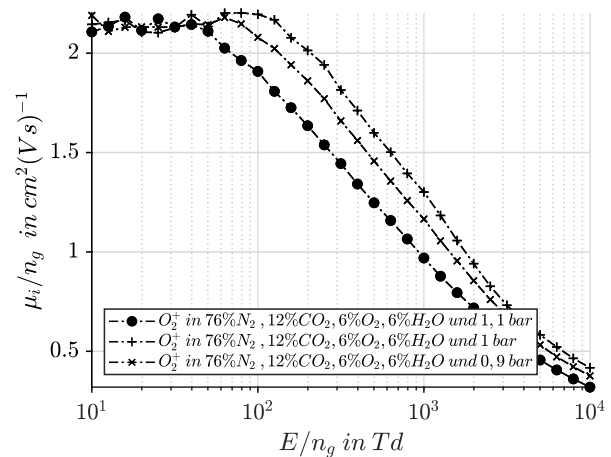
(c) Reduzierte Beweglichkeit für N_2^+ im N_2/CO_2 Gasgemisch für p_{STC} und T_{STC} .



(d) Reduzierte Beweglichkeit für N_2^+ im $N_2/CO_2/O_2$ Gasgemisch für p_{STC} und T_{STC} .

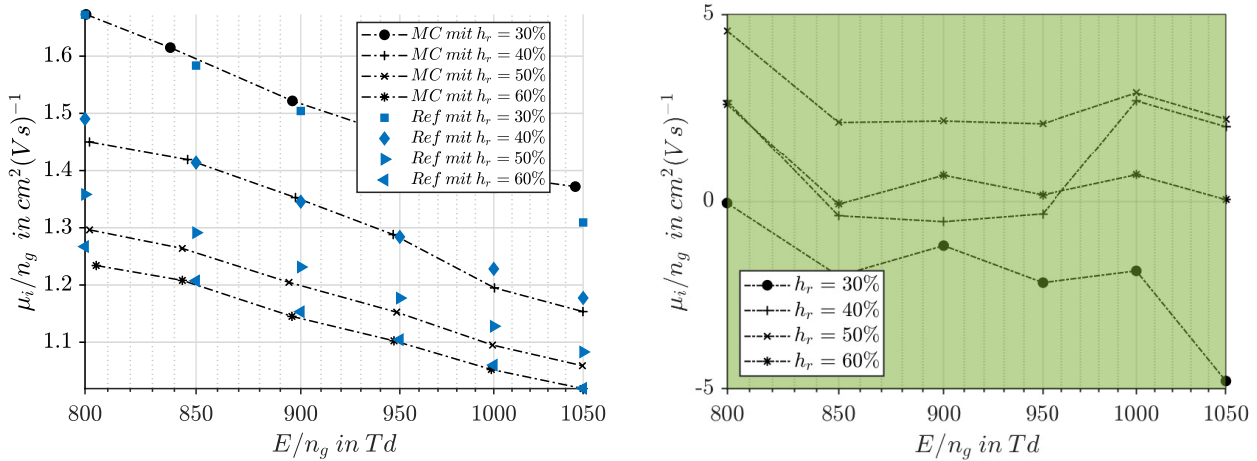


(e) Reduzierte Beweglichkeit für N_2^+ im $N_2/CO_2/O_2/H_2O$ Gasgemisch für p_{STC} und T_{STC} .



(f) Reduzierte Beweglichkeit für N_2^+ im $N_2/CO_2/O_2/H_2O$ Gasgemisch für T_{STC} unter Variation von p .

Abbildung 3.7.: Simulierte reduzierte Ionenbeweglichkeit in schwarz unter Variation von atmosphärischen Parametern wie Temperatur und Druck. Zudem ist die Auswirkung der Gaszusammensetzung durch Variation der molaren Anteile illustriert.



(a) Reduzierte Ionenbeweglichkeit in Abhängigkeit der relativen Luftfeuchte und des Luftdrucks.

(b) Relative Abweichung der simulierten Ergebnisse und der Referenz.

Abbildung 3.8.: Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation für die reduzierte Ionenbeweglichkeit für feuchte Luft unter Variation des Luftdrucks. In blau die Referenzdaten aus Messungen aus [157] (vgl. Gleichung (2.139)). In grün der $\pm 5\%$ Toleranzbereich für die Validierung.

- **Anwendbarkeit und physikalische Nachvollziehbarkeit:** Auf Basis mikroskopischer Streuprozesse wurden mit der Monte-Carlo-Methode die makroskopischen Transportparameter für technische Isoliertgase erfolgreich berechnet. Dies schließt auch alternative Isoliertgase, deren Gemische sowie feuchte Luft mit ein. Die simulierten Ergebnisse stimmen mit den bekannten physikalischen Mechanismen überein. Streuquerschnitte für alle relevanten Ionen in alternativen Gasen stehen jedoch nicht vollständig zur Verfügung. Die Ermittlung solcher Querschnitte etwa über die WKB-Näherung ist kein Ziel dieser Arbeit. Trotzdem steht nun eine übertragbare und robuste Methode zur Verfügung.
- **Feldstärkeabhängigkeit:** Im für HGÜ-Anwendungen relevanten Feldstärkebereich zeigt die Ionenbeweglichkeit eine deutliche Feldstärkeabhängigkeit. Während in der Literatur oft eine konstante Beweglichkeit angenommen wird, weisen die Simulationen auf nichtlineare Zusammenhänge hin. Diese Erkenntnis erhöht den Modellierungsgrad bei der Berechnung von Raumladungsdichteverteilungen und Ionenströmen in nachfolgenden Kapiteln.
- **Blancsches Gesetz – Gültigkeit und Grenzen:** Das Blancsche Gesetz liefert – wie erwartet – gute Näherungen für einfache Gase wie N_2 , weist jedoch in komplexeren Isoliertgasgemischen zunehmende Abweichungen auf. Die Linearität der Näherung stößt bei stark polaren oder reaktiven Gasbestandteilen an ihre Grenzen, was sich in den simulierten Ergebnissen widerspiegelt.
- **Atmosphärische Einflussgrößen:** Die Ionenbeweglichkeit reagiert deutlich empfindlicher auf atmosphärische Einflüsse als die Beweglichkeit von Elektronen. Besonders Druckerhöhungen führen zu einer erhöhten Stoßrate und damit zu einer reduzierten mittleren freien Weglänge. Infolge nimmt die Driftgeschwindigkeit der Ionen merklich ab – ein Zusammenhang, der sich klar in den simulierten makroskopischen Größen wiederfindet.
- **Isoliertgasfunktion im Kontext HGÜ – Elektronen vs. Ionen:** Die Funktion eines Isoliertgases besteht primär darin, elektrische Durchschläge zu verhindern. Elektronen wirken aufgrund ihrer

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

hohen Mobilität und der Fähigkeit zur Energieaufnahme im elektrischen Feld als Initiatoren von Ionisationsprozessen. Diese Prozesse führen zu Lawinentladungen, vor allem bei transienten Überspannungen. Isoliertgase mit geringer Elektronenbeweglichkeit oder hoher Elektronenaffinität – wie etwa SF_6 – reduzieren das Risiko solcher Vorgänge erheblich. Viele technische Gase nutzen gezielt diese Eigenschaft, indem sie Elektronen einfangen und so stabile negative Ionen bilden. Dadurch wird die freie Elektronendichte effektiv reduziert. Ionen hingegen bewegen sich deutlich langsamer, beeinflussen aber langfristig über die Raumladungsbildung das elektrische Feldverhalten. Ihre Rolle ist somit eher in der Gleichspannungsstabilität als in der unmittelbaren Durchschlagsvermeidung zu verorten.

- Neuheitsgrad der Methode – Erweiterung bestehender Ansätze auf Ionen in komplexen Isoliertgasen: Die entwickelte Monte-Carlo-Methode erweitert bestehende numerische Verfahren, die bisher fast ausschließlich auf Elektronentransportprozesse fokussiert waren, systematisch auf die Modellierung von Ionenbeweglichkeit. Während klassische Ansätze zur Ermittlung der Ionenmobilität häufig auf vereinfachte Drift-Diffusions-Modelle oder auf idealisierte Annahmen für unpolare Einzelgase beschränkt sind, ermöglicht die hier vorgestellte Methode die explizite Berücksichtigung komplexer Streuprozesse – inklusive resonanter Ladungsübertragungen, Coulomb-Wechselwirkungen und polarer Molekülstrukturen. Damit lässt sich die Ionenmobilität auch in technisch relevanten Gasgemischen und unter realistischen atmosphärischen Bedingungen (z. B. feuchte Luft oder Gasdruckschwankungen) exakt und feldstärkeabhängig berechnen. Der modulare Aufbau erlaubt zudem die systematische Integration neuer Streuquerschnitte und erweitert so die Einsatzmöglichkeiten der Methode auch auf zukünftige Isoliertgase mit unbekanntem Transportverhalten. Dieses Vorgehen hebt sich vom Stand der Technik ab, da es erstmalig eine feld- und gasabhängige Charakterisierung der Ionenbeweglichkeit auf mikroskopischer Basis für HGÜ-Isolierkonzepte bereitstellt.

Die Transportkoeffizienten wurden erfolgreich mit der Monte-Carlo-Methode für verschiedene Isoliertgaszusammensetzungen sowohl für Elektronen als auch für Ionen bestimmt. Damit ist das erste Modul des gesamten numerischen Frameworks abgeschlossen, das auf der mikroskopischen Modellierung der Teilchentransporte basiert. Die hier entwickelten und validierten Transportparameter bilden die Grundlage für alle weiteren physikalischen Modelle in dieser Arbeit. Im nächsten Schritt folgt die Entwicklung einer Methode zur Bestimmung der Einsatzfeldstärke – dem zweiten Modul im Rahmen des Gesamtmodells – die in Folge für die Berechnung der statischen Durchschlagspannung unter homogenen und schwach inhomogenen Feldverteilungen eingesetzt wird.

3.2. Neuartige Methode zur Berechnung des Koronaeinsatzgradienten

Traditionell werden Koronaeinsatzgradienten über experimentelle Messungen oder vereinfachte analytische Modelle bestimmt [114]. Diese Verfahren stoßen jedoch bei komplexen Geometrien, variierenden Umgebungsbedingungen und der Berücksichtigung mehrerer physikalischer Einflussgrößen an ihre Grenzen.

Die Entwicklung eines numerischen Verfahrens zur Bestimmung des Koronaeinsatzgradienten ermöglicht deutlich präzisere und flexiblere Ergebnisse. Diese sind sowohl für die wissenschaftliche Modellbildung als auch für praktische Anwendungen von erheblicher Relevanz. Das vorgestellte Verfahren bietet eine

hohe Genauigkeit bei der Ermittlung des Koronaeinsatzes und erlaubt darüber hinaus die Analyse von Einflussfaktoren, die in klassischen Methoden häufig nicht berücksichtigt werden – insbesondere geometrische Effekte.

Der eingeführte Entladungsindikator liefert gezielte Informationen über Ort und Art der auftretenden Entladung. Dabei werden die in Gleichung (2.5) und (2.6) dargestellten universellen Einsatzkriterien genutzt, skaliert und auf beliebige Geometrien übertragen.

Zur numerischen Lösung der zugrunde liegenden Integralkriterien erfolgt die Umsetzung in drei Schritten:

1. Berechnung des elektrostatischen Feldes für eine beliebig komplexe dreidimensionale Anordnung mittels Lösung der Poisson-Gleichung (vgl. Gleichung (2.20)).
2. Auswertung der Integralkriterien gemäß Gleichung (2.5) und (2.6) durch das Entsenden einheitenloser „Testpartikel“, die entlang der elektrischen Feldlinien driften und dabei das Integral über den effektiven Ionisierungskoeffizienten α_{eff} aus Kapitel 3.1.1.3 berechnen.
3. Überprüfung, ob die kritische Ladungsmenge erreicht ist. Der eingeführte Entladungsindikator quantifiziert den Grad der Entladung. In einem iterativen Prozess wird die angelegte Spannung so lange angepasst, bis der Einsatzgradient innerhalb einer definierten Toleranz simuliert ist.

Der vollständige Algorithmus zur Auswertung des Einsatzkriteriums ist in Abbildung 3.9 dargestellt.

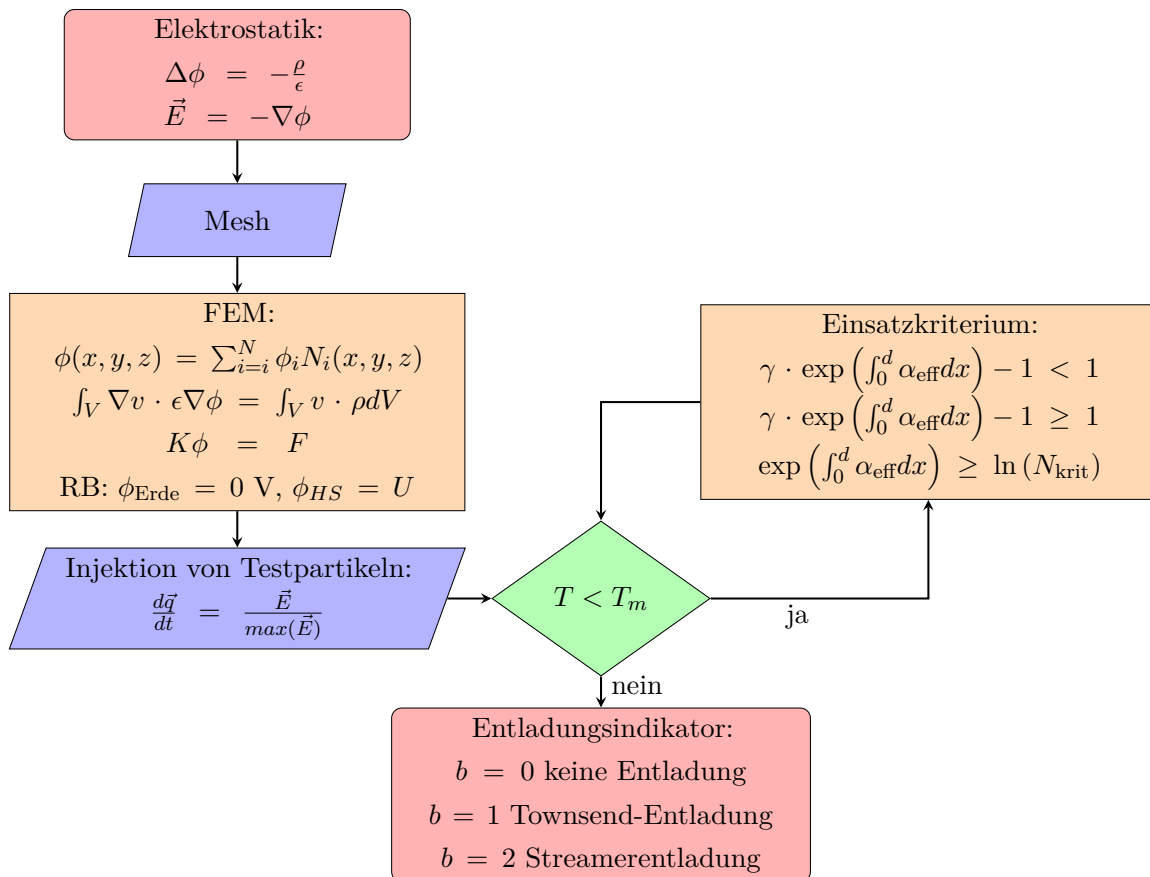


Abbildung 3.9.: Neuartiger numerischer Algorithmus zur Berechnung der Koronaeinsatzfeldstärke an beliebig komplexen dreidimensionalen Elektrodenkonfigurationen.

Im Detail wird Gleichung (2.20) mithilfe einer Finite-Elemente-Methode (FEM) gelöst, unter Verwendung der kommerziellen Software COMSOL [168]. Für die Lösung elektrostatischer Probleme eignet

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

sich das numerische Lösen der Poisson-Gleichung mit der FEM ideal, da es sich bei (2.20) um eine elliptische Differentialgleichung handelt [169].

Elliptische Gleichungen weisen eine intrinsische Glattheit auf – selbst bei komplexen Geometrien und inhomogenen Materialien –, wodurch sich die Lösung der Poisson-Gleichung durch eine gleichmäßig verteilte Potentialverteilung auszeichnet. Das Finite-Elemente-Netz (beispielsweise auf Basis von Tetraederelementen) bildet diese Glattheit effizient und ohne zusätzliche Stabilisierungstechniken ab.

Die elliptische Struktur der Gleichung bewirkt eine integrierende Eigenschaft, die numerische Fehler abschwächt und keine lokalen Verstärkungen zulässt. Im Unterschied dazu erzeugen Advektionsgleichungen, wie sie in Drift-Diffusions- oder hydrodynamischen Modellen auftreten, lokal begrenzte, stark gradientenbehaftete Strukturen mit potentiellen Diskontinuitäten, die bei unzureichender Diskretisierung numerisch instabil werden. Solche Phänomene treten bei der Lösung der Poisson-Gleichung nicht auf, da diese auf Gleichgewichtszuständen basiert.

Im Folgenden wird die Finite-Elemente-Methode zur Lösung der Poisson-Gleichung im dreidimensionalen Raum nach [170] skizziert.

Die geometrische Diskretisierung der Elektrodenkonfiguration erfolgt über Tetraederelemente und ist mit Knotenpunkten verbunden an denen das Potential ϕ berechnet wird. Für jedes Tetraederelement wird das Potential als lineare Kombination von Basisfunktionen N_i über:

$$\phi(x, y, z) = \sum_{i=1}^N \phi_i N_i(x, y, z) \quad (3.25)$$

dargestellt, wobei $N_i(x, y, z)$ die Basisfunktion und ϕ_i das Potential des i -ten Knotens ist.

Anschließend wird Gleichung (2.20) in die schwache Form überführt, indem diese mit einer Testfunktion v multipliziert und über das Volumen V integriert wird:

$$\int_V (\nabla v) \cdot (\epsilon \nabla \phi) dV = \int_V v \cdot \rho dV \quad (3.26)$$

Bei verschwindend geringer Raumladungsdichte ($\rho = 0$) ergibt sich:

$$\int_V (\nabla v) \cdot (\epsilon \nabla \phi) dV = 0 \quad (3.27)$$

Nach [170] wird für die Testfunktion und die Basisfunktion der gleiche Funktionenraum genutzt. Mithilfe der schwachen Form wird nun für jedes lokale Tetraederelement eine lokale Steifigkeitsmatrix

$$K_{ij}^e = \int_{V^e} (\nabla N_i) \cdot (\epsilon \nabla N_j) dV \quad (3.28)$$

aufgestellt. Dabei ist der Gradient der Basisfunktion innerhalb eines Tetraeder konstant und hängt von der Geometrie der Element ab. Das Integral wird mit dem numerischen Verfahren der Gauß-Quadratur numerisch gelöst [171].

Schließlich hat die lokale Steifigkeitsmatrix K^e die Dimension $n \times n$ wobei n die Anzahl der Knoten pro Element ist (für ein Tetraeder mit lineare Basisfunktionen entspricht $n = 4$). Nach dem die lokalen Steifigkeitsmatrizen generiert sind, wird die globale Matrix und das globale Gleichungssystem

$$K \phi = F \quad (3.29)$$

assembliert. ϕ sind die gesuchten Knotenpotentiale und F der Vektor der Randbedingungen.

Für diese werden Dirichlet-Randbedingungen angesetzt, welche das Erdpotential von 0 V und das

Hochspannungspotential U in V an den jeweiligen Rändern entsprechen.

Für die Lösung des GLS eignen sich hier nach [172] direkte Methoden, wie die LU-Zerlegung oder Cholesky-Zerlegung oder iterative Verfahren wie das konjugierte Gradientenverfahren.

In einem Post-Processing Schritt wird das elektrische Feld über

$$E^e = - \sum_{i=1}^n \phi_i \nabla N_i \quad (3.30)$$

aus dem Potential berechnet. Für lineare Basisfunktionen ist $\nabla\phi$ konstant, allerdings für Basisfunktionen höherer Ordnung muss an dieser Stelle E^e über eine numerische Differentiation bestimmt werden.

Das Verfahren ist stabil, konvergiert zuverlässig und erlaubt die Lösung komplexer Geometrien und Materialeigenschaften.

Nach der Berechnung der elektrostatischen Feldstärke wird der effektive Ionisierungskoeffizient entlang der elektrischen Feldlinien integriert. Zu diesem Zweck werden Testpartikel an der Kathodenoberfläche injiziert. Diese einheitenlosen injizierten Testpartikel unterliegen einer zeitlichen Bewegungsgleichung und driften gemäß

$$\frac{d\vec{q}}{dt} = \frac{\vec{E}}{\max(\vec{E})} \quad (3.31)$$

entlang der elektrischen Feldlinien und dienen der orts aufgelösten Auswertung des allgemeinen Einsatzkriteriums aus Gleichung (2.5) und (2.6) [168].

Die Bewegungsgleichung wird mit einem Runge-Kutta-Verfahren (vgl. Anhang H), also einem expliziten Finiten-Differenzen-Schema berechnet. Vorteil des expliziten Finiten-Differenzen-Schema für die Zeitdiskretisierung ist die zeitliche Performance. Hier wird lediglich eine Vektor-Matrix-Multiplikation in jedem Zeitschritt durchgeführt, wohingegen bei impliziten Finiten-Differenzen-Methode die Systemmatrix in jedem Zeitschritt invertiert werden muss. Dafür sind implizite Finite-Differenz-Methoden bedingungslos stabil [169].

Zu jedem Zeitinkrement wird an jedem Ortschaftelement die Einsatzbedingung (ebenfalls mit Gauß-Quadratur) getestet und abgespeichert.

In Summe wird ein Entladungsindikator eingeführt, welcher angibt, um welche Art von Entladung es sich handelt. Der Entladungsindikator $b = 0$ gibt an dass für die angelegte Spannung bei der Schlagweite keine Entladung auftritt. Für $b = 1$ liegt eine Townsend-Entladung vor und für $b = 2$ eine Streamerentladung (bzw. Koronaentladung) [168]. Für die Ermittlung des Koronaeinsatzgradienten einer technischen Hochspannungsanordnung wird die angelegte Spannung über eine Schleife schließlich solange variiert, bis sich der Entladungsindikator $b = 2$ innerhalb einer Fehlertoleranzschränke einstellt. Der Koronaeinsatzgradient E_c wird dann über eine Extremwertsuche der elektrischen Feldstärke für diejenige Spannung, an dem der Entladungsindikator $b = 2$ ist, gefunden. Das numerische Verfahren wird im Folgenden Kapitel validiert und Gültigkeitsbereiche diskutiert.

3.2.1. Benchmark und Validierung

Zur Validierung der entwickelten Methode dient die empirisch normierte Peek-Gleichung (2.58), die explizit für Rundleiter gilt und weit verbreitet in der technischen Praxis Anwendung findet [114].

Im Rahmen der Validierung werden daher verschiedene Rundleitergeometrien mit unterschiedlichen Radien modelliert und die berechneten Koronaeinsatzgradienten mit den Werten aus der Peek-Gleichung verglichen. Der Rauigkeitsfaktor m , der die Oberflächenbeschaffenheit des Leiters beschreibt, wird auf 1

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

gesetzt, um einen ideal glatten Leiter zu repräsentieren. Der Luftdichtekorrekturfaktor δ wird ebenfalls auf 1 normiert.

Gemäß Tabelle 2.4 sowie unter Berücksichtigung des Polaritätseffekts aus Kapitel 2.2.2.1 unterscheidet sich der Einsatzgradient in Abhängigkeit der Polarität (positiv oder negativ) sowie des verwendeten Isoliergases (z. B. SF₆). Im Benchmarking des Verfahrens werden daher sowohl positive als auch negative Polaritäten explizit untersucht, um den Gültigkeitsbereich der Methode zu definieren.

Im Anschluss erfolgt die Anwendung der numerischen Methode auf praxisrelevante Geometrien: Für alternative Isoliergase wird der jeweilige Koronaeinsatzgradient bestimmt. Darüber hinaus wird für eine bipolare Bündelleiteranordnung – wie sie beispielsweise im HGÜ-Projekt „Ultranet“ verwendet wird – der Koronaeinsatzgradient berechnet und mit Literaturwerten verglichen.

Die Ergebnisse der numerischen Simulationen für die unipolare Rundleiteranordnung sind in Abbildung 3.10a (positive Polarität) und 3.10c (negative Polarität) dargestellt. In den zugehörigen Abbildungen 3.10b und 3.10d ist die prozentuale Abweichung gegenüber der Peek-Gleichung zur quantitativen Validierung dargestellt. Da der Koronaeinsatzgradient maßgeblich von der Geometrie der Hochspannungselektrode beeinflusst wird, ist er in Abhängigkeit vom Radius der Elektrode dargestellt. Mit zunehmendem Radius sinkt der Koronaeinsatzgradient. Dieses Verhalten ergibt sich aus dem Zusammenhang, dass das elektrische Feld an der Oberfläche eines Leiters durch dessen Krümmung bestimmt wird ($E \propto 1/r$). Ein größerer Radius führt zu einer geringeren Feldkonzentration, wodurch das elektrische Feld homogener verteilt ist und die Feldstärke an der Oberfläche abnimmt. Dieser Zusammenhang wird auch durch die Peek-Gleichung (2.58) bestätigt.

Ein größerer Krümmungsradius bewirkt eine geringere lokale Feldverstärkung, wodurch die Entladungsbedingungen schwerer erreicht werden. Zusätzlich zeigt sich sowohl in den numerischen Ergebnissen als auch in der Peek-Gleichung ein deutlicher Einfluss der Polarität.

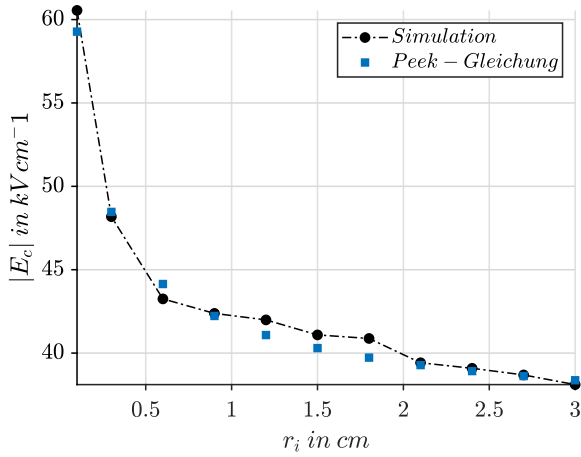
Koronaentladungen setzen ein, sobald die lokale elektrische Feldstärke die Durchbruchfeldstärke des Isoliergases überschreitet. Für Luft unterscheiden sich diese Durchbruchfeldstärken in Abhängigkeit von der Polarität, wie Tabelle 2.4 verdeutlicht. Diese Differenz resultiert aus unterschiedlichen mikroskopischen Mechanismen der Ionisation und Rekombination sowie aus der Bewegungsrichtung von Elektronen und Ionen im elektrischen Feld.

Bei positiver Polarität werden freie Elektronen in Richtung der positiv geladenen Elektrode beschleunigt. Auf dem Weg dorthin gewinnen sie Energie aus dem Feld und erzeugen durch Stoßionisation zusätzliche Elektronen. Dieser Lawinenprozess verläuft effizient, da die Elektronen ungehindert beschleunigt werden und keine Elektronenanlagerung auftritt. Daher reicht eine relativ geringe Feldstärke aus, um die Koronaentladung auszulösen [60].

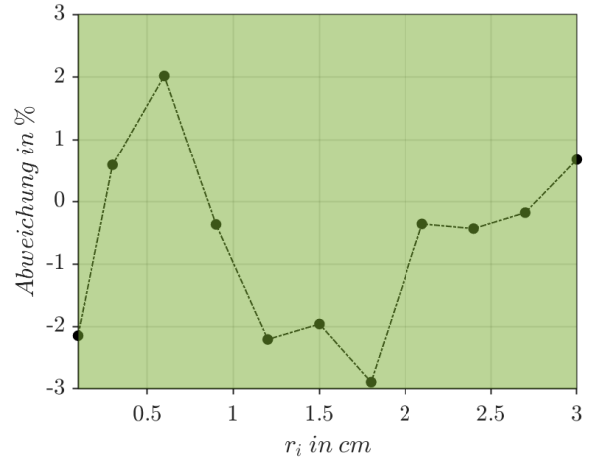
Im Gegensatz dazu werden bei negativer Polarität die Elektronen vom Leiter abgestoßen. Dabei sind mehrere hemmende Prozesse zu berücksichtigen: Elektronen müssen zunächst die Elektronenhüllen der Luftmoleküle durchdringen, was die Ionisationswahrscheinlichkeit senkt. Gleichzeitig führen rekombinierende Prozesse zum Einfang freier Elektronen durch positive Ionen. Zudem lagern sich freie Elektronen an Sauerstoffmoleküle an, wodurch schwerere negative Ionen entstehen. Diese weisen aufgrund ihrer größeren Masse eine deutlich geringere Driftgeschwindigkeit auf, was die Energieübertragung im Feld reduziert.

Die Bildung negativer Ionen entzieht dem System freie Elektronen, reduziert die Ionisationsrate und erhöht somit die notwendige Feldstärke für den Durchbruch. Elektronen legen bei negativer Polarität aufgrund vermehrter Streuprozesse kürzere freie Weglängen zurück, was die effektive Driftgeschwindig-

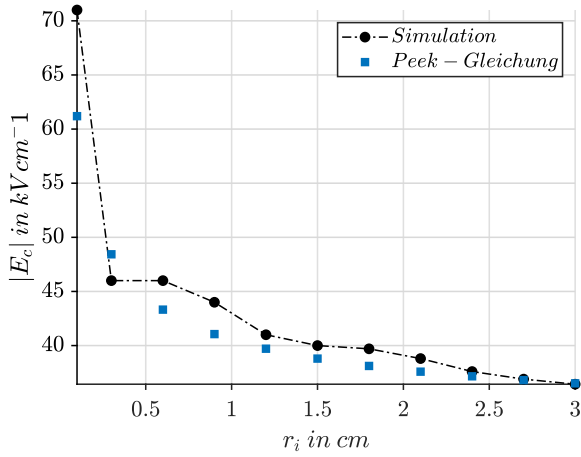
3.2. Neuartige Methode zur Berechnung des Koronaeinsatzgradienten



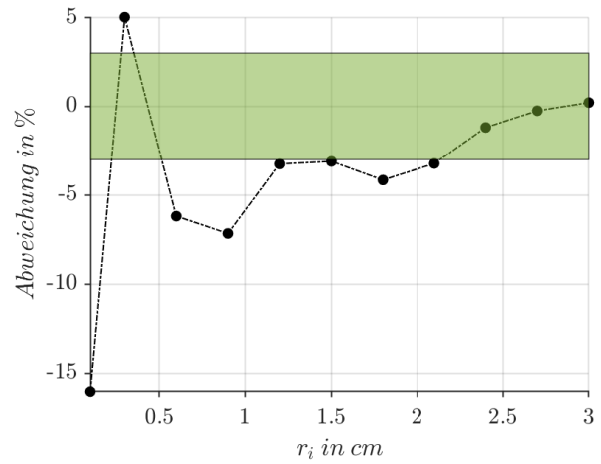
(a) Simulierter Einsatzgradient für positive Polarität für einen Rundleiter in trockener Luft. In blau die Referenz.



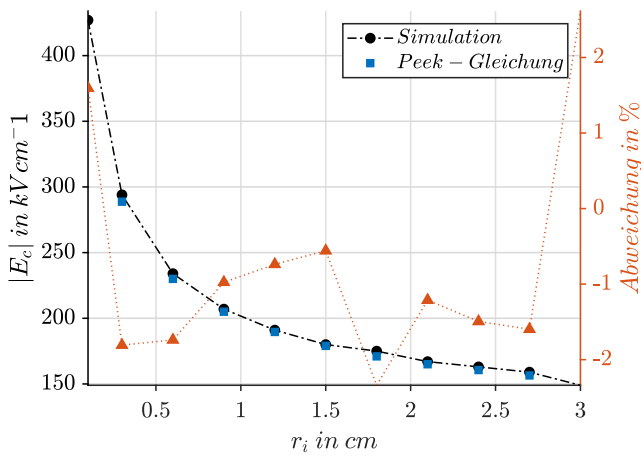
(b) Relative Abweichung.



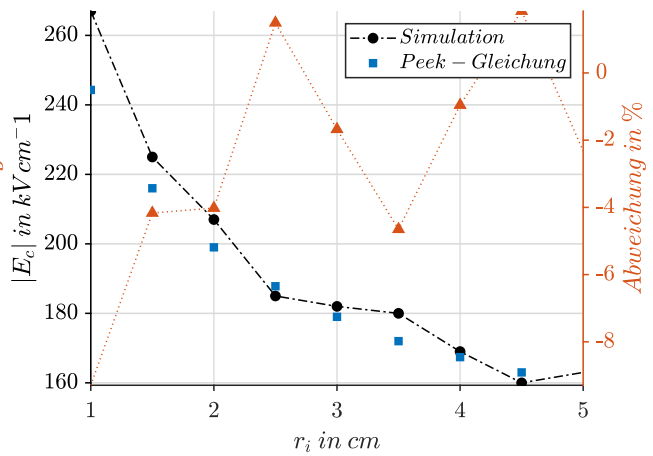
(c) Simulierter Einsatzgradient für negative Polarität für einen Rundleiter in trockener Luft. In blau die Referenz.



(d) Relative Abweichung.



(e) Simulierter Einsatzgradient für positive Polarität für einen Rundleiter in SF₆. In blau die Referenz.



(f) Simulierter Einsatzgradient für negative Polarität für eine Kugel im Dreidimensionalen in SF₆. In blau die Referenz.

Abbildung 3.10.: Validierung der Methode zur Bestimmung des Einsatzgradienten an einem Rundleiter für positive und negative Polarität in Abhängigkeit des Leiterradius in trockener Luft. Außerdem eine Validierung für SF₆ für eine Rundleiter- und Kugelanzordnung.

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

keit verringert und höhere Feldstärken zur Initiierung der Ionisation erforderlich macht [60].

Dieser Effekt bzw. diese Tendenz zeigt sich sowohl in den numerisch berechneten Ergebnissen als auch bei der Auswertung der Peek-Gleichung. Die Analyse der prozentualen Abweichung gemäß Gleichung (3.13) ergibt, dass die Abweichungen für die positive Polarität innerhalb eines engen Fehlertoleranzbandes von $\pm 3\%$ liegen. Für die negative Polarität treten im Bereich kleiner Leiterradien ($r_i = 0,001 \dots 0,018$ m) einzelne Ausreißer auf, welche diese Toleranzgrenze überschreiten.

Eine feinere Netzauflösung, reduzierte Toleranzen bei den numerischen Solvern oder der Einsatz quadratischer Basis- und Testfunktionen beeinflussen diese Ausreißer nur marginal. Der Grund liegt in der geringen Sensitivität dieser Parameter auf das lokale Feldmaximum. Ausschlaggebend ist vielmehr die Genauigkeit der iterativen Spannungsanpassung, bei der überprüft wird, ab welcher angelegten Spannung der Entladungskriterium den kritischen Wert $b = 2$ erreicht.

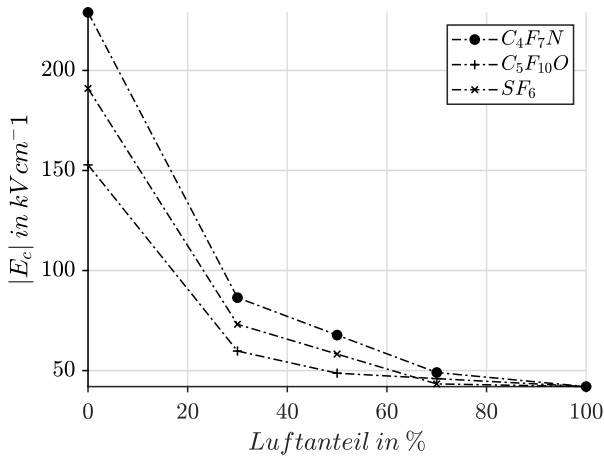
Ein zentraler Vorteil der vorgestellten Methode besteht darin, dass atmosphärische Parameter nicht indirekt über den Luftdichtekorrekturfaktor δ , sondern direkt über die Townsend-Koeffizienten einfließen. Dadurch ergibt sich eine universell anwendbare Methode, die im Gegensatz zur Peek-Gleichung für beliebige Isoliergase einsetzbar ist.

Die Abbildungen 3.10e und 3.10f zeigen die simulierten Einsatzgradienten für SF_6 in einer Koaxialanordnung sowie für eine kugelförmige Geometrie. Bei der Modellierung stark elektronegativer Gase wie SF_6 wird eine speziell entwickelte Approximationstechnik verwendet. Da im Modell keine Raumionisation berücksichtigt wird, führt ein negativer effektiver Ionisierungskoeffizient zu nichtphysikalischen Resultaten. Um diesem Problem zu begegnen, wird α_{eff} bei negativen Werten auf null gesetzt. Relevanz besitzen ausschließlich die Werte, bei denen die Ionisation einsetzt und eine Elektronenlawine entsteht. Diese Annäherung führt zu physikalisch konsistenten und numerisch stabilen Ergebnissen und steigert zugleich die numerische Effizienz des Verfahrens.

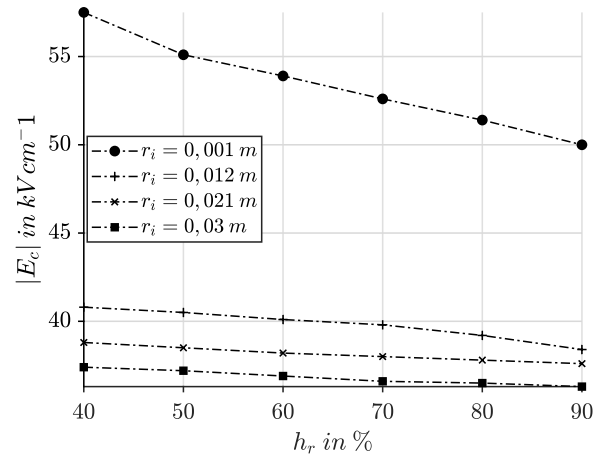
Abbildung 3.11a enthält die simulierten Koronaesatzgradienten für Isoliergasgemische mit Luft als Trägergas. In Abbildung 3.11b sind die Ergebnisse für feuchte Luft dargestellt. Auch in diesen Szenarien bleibt das Verfahren robust und liefert konsistente Resultate für den jeweiligen Anwendungsfall. Basierend auf den Erkenntnissen aus Kapitel 3.1.1 zeigt sich, dass Temperatur- und Druckeinflüsse auf den effektiven Ionisierungskoeffizienten α_{eff} lediglich eine untergeordnete Rolle spielen. Diese Tatsache wird durch die numerischen Simulationen sowie durch den Vergleich mit der Peek-Gleichung bestätigt. Temperaturänderungen beeinflussen sowohl die Teilchendichte als auch die thermische Energie der Teilchen. Da jedoch die Ionisationsenergie der Gasmoleküle konstant bleibt und die Elektronenenergien im elektrischen Feld die thermische Energie deutlich übersteigen, bleibt der Einfluss auf α_{eff} begrenzt. Der Druck beeinflusst die Teilchendichte linear. Eine erhöhte Dichte steigert die Kollisionsrate, was zu verstärkten Elektronenverlusten durch Anlagerungsprozesse führt. Gleichzeitig verringert sich jedoch die mittlere freie Weglänge der Elektronen, wodurch weniger Energie zwischen den Kollisionen aufgenommen wird. Diese gegenläufigen Effekte kompensieren sich weitgehend, sodass der Gesamteinfluss des Drucks auf α_{eff} ebenfalls gering bleibt.

Die Simulationsergebnisse in Kapitel 3.1.1.3 verdeutlichen hingegen die starke Abhängigkeit von α_{eff} von der Gaszusammensetzung. Leicht ionisierbare Gase weisen höhere Werte von α_{eff} auf, wodurch geringere elektrische Feldstärken ausreichen, um eine Nettoionisation und damit eine Koronaentladung zu initiieren. Umgekehrt führen Gase mit hoher Elektronenaffinität, wie SF_6 , zu negativen oder stark gedämpften Werten von α_{eff} , wodurch der Koronaesatzgradient deutlich ansteigt.

Tabelle 2.4 zeigt, dass der Parameter E_0 für SF_6 etwa dreimal so hoch liegt wie für Luft. Diese Tendenz



(a) Einsatzgradient alternativer Isoliergasgemische mit Luft für eine Koaxialanordnung mit $r_i = 0,012\ m$ und positiver Polarität.



(b) Einsatzgradient für feuchte Luft für eine Leiter-Erd-Anordnung und positiver Polarität.

Abbildung 3.11.: Simulierter Koronaeinsatzgradient für Isoliergasgemische und feuchte Luft in Abhängigkeit des Leiterradius und des Stoffmengenanteils.

wird durch die Simulation in Abbildung 3.10e gestützt: Für einen Leiterradius von $r_i = 0,012\ m$ ergibt sich ein Koronaeinsatzgradient von ca. $42\ kV\ cm^{-1}$ in trockener Luft, während in SF_6 ein Wert von etwa $180\ kV\ cm^{-1}$ erreicht wird. Dies entspricht einer etwa vierfach verbesserten Isolationswirkung in Bezug auf die Unterdrückung von Koronaentladungen.

Diese Differenz lässt sich durch die Verschiebung des Übergangs von negativen zu positiven Werten von α_{eff} erklären. In SF_6 treten positive Ionisationskoeffizienten erst bei höheren elektrischen Feldstärken auf, da bei niedrigeren Feldstärken zunächst Elektronenanlagerungs- und Rekombinationsprozesse dominieren. Erst wenn die Feldstärke ausreicht, um diese Verluste zu übersteigen, setzt eine Nettoionisation ein, die zur Bildung von Elektronenlawinen führt. Dieser Mechanismus erklärt den im Vergleich zu Luft deutlich höheren Koronaeinsatzgradienten in SF_6 .

Für technische Anordnungen bietet es sich aus wirtschaftlichen Gründen an, Isoliergase wie C_4F_7N und $C_5F_{10}O$ mit Luft als Trägergas zu vermengen. Abbildung 3.11a zeigt deutlich, dass reines C_4F_7N die höchste Isolationswirkung erzielt. Dieser Befund stimmt mit den Angaben in [65] überein, wonach C_4F_7N eine etwa 20 % bessere Isolationsleistung im Vergleich zu SF_6 aufweist.

Mit steigendem Anteil an Luft im Gasgemisch reduziert sich die Isolationswirkung. Der Koronaeinsatzgradient sinkt entsprechend ab. Für 100 % Luft ergibt sich der bekannte Koronaeinsatzgradient von rund $42\ kV\ cm^{-1}$, wie bereits in Abbildung 3.10a numerisch ermittelt und mit der Peek-Gleichung validiert wurde.

Gleiches gilt für $C_5F_{10}O$, dessen Isolationsleistung etwa 15 % unter der von SF_6 liegt. Diese Abweichung entspricht ebenfalls den experimentellen Daten aus [65].

Der Einfluss feuchter Luft auf den Koronaeinsatzgradienten wird in Abbildung 3.11b dargestellt. Mit steigender Luftfeuchtigkeit setzt die Koronaentladung bei niedrigeren Feldstärken ein, obwohl der Radius konstant bleibt. Dieser Effekt lässt sich auf die in Kapitel 3.1.1.3 beschriebenen physikalischen Zusammenhänge zurückführen. Wassermoleküle sind aufgrund ihrer Polarität in der Lage, die Ionisationsenergie von Luftmolekülen effektiv zu senken. Dadurch erhalten Elektronen bereits bei geringeren

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

Feldstärken genügend Energie, um Stoßionisationen auszulösen. Das Einsetzen der Koronaentladung erfolgt infolgedessen früher.

Konkret ergibt sich in Abbildung 3.11b für einen Leiterradius von $r_i = 0,001$ m ein Koronaeinsatzgradient von $E_c = 57,5$ kV cm⁻¹. Dieser liegt für $r_i = 0,001$ m bereits unter dem Wert für trockene Luft, der in Abbildung 3.10a mit $E_c = 60,5$ kV cm⁻¹ dargestellt ist. Die Simulationsergebnisse stimmen somit mit den theoretischen Erwartungen überein.

Bei einer relativen Luftfeuchte von $h_r = 90$ % sinkt der Einsatzgradient für denselben Radius auf etwa $E_c = 50$ kV cm⁻¹. Für größere Leiterradien ist dieser Effekt weniger stark ausgeprägt. Das homogenere elektrische Feld in diesen Fällen reduziert die Wirkung der lokal erhöhten Ionisationswahrscheinlichkeit, wodurch sich die Einflüsse teilweise kompensieren.

Zusätzlich beeinflussen feuchte Bedingungen die Koronaeinsatzbedingungen indirekt über Veränderungen der Oberflächenleitfähigkeit. Auf der Leiteroberfläche bilden sich bei hoher relativer Luftfeuchte mikroskopische Feuchtigkeitsfilme oder Wassertropfen. Diese erhöhen die lokale Oberflächenleitfähigkeit und führen zu einer Verschiebung der Feldverteilung. Die kritische Feldstärke für den Koronaeinsatz sinkt dadurch ab, da leitfähigere Pfade für Ladungsträger entstehen.

Wassertropfen lassen sich in der numerischen Modellierung als randomisierte kugelförmige Strukturen auf der Leiteroberfläche abbilden. Eine entsprechende Methodik zur Berücksichtigung dieses Einflusses wird im Anwendungskapitel 4.1 beschrieben.

Im Anschluss an die hier dargestellten small-scale-Simulationen erfolgt im nächsten Kapitel eine Erweiterung auf large-scale-Anordnungen. Dadurch wird die Anwendbarkeit und Leistungsfähigkeit der entwickelten Methode anhand realitätsnaher, komplexer Geometrien systematisch validiert.

3.2.1.1. Propagation der injizierten Testpartikel

Zur weiterführenden Analyse der entwickelten Methode wird das Verhalten der numerisch eingesetzten Testpartikel im elektrischen Feld herangezogen. Diese dienen als mathematische Hilfsgrößen zur Bewertung des Integralkriteriums und durchlaufen – abhängig von der elektrischen Feldverteilung – charakteristische Trajektorien innerhalb der Modellgeometrie. Damit die vollständige Interaktion mit der Geometrie berücksichtigt wird, wird die Simulationszeit so gewählt, dass sämtliche Testpartikel unter der jeweils angelegten Spannung die Gegenelektrode erreichen.

Da es sich bei den Testpartikeln um einheitenlose Rechenelemente handelt, die ausschließlich der numerischen Auswertung des Integralkriteriums dienen, ist deren Bewegung nicht mit einer physikalisch realen Geschwindigkeit gleichzusetzen.

In Abbildung 3.12 ist die Propagation der Testpartikel exemplarisch für verschiedene Zeitstufen innerhalb einer bipolaren Bündelleiteranordnung visualisiert. Die Darstellung zeigt sowohl die geometrische Komplexität der Feldverteilung als auch die Konsistenz der Trajektorienauswertung entlang der Feldlinien, was die Anwendbarkeit des Verfahrens für großtechnische Anordnungen bestätigt. Die Testpartikel werden am negativen Hochspannungsbündelleiter (Kathode) freigesetzt und bewegen sich entlang der elektrischen Feldlinien in Richtung des positiven Bündelleiters (Anode). In den oberen Bereichen der Anordnung erreichen die Partikel bereits nach etwa 1200 s die Gegenelektrode. In den unteren Bereichen hingegen erfordert der vollständige Drift aller Partikel eine längere Simulationszeit, sodass insgesamt eine Dauer von 1500 s gewählt wird. Damit ist gewährleistet, dass sämtliche Trajektorien vollständig erfasst und die Einsatzkriterien gemäß Gleichung (2.5) und (2.6) für jeden Ort im Modellgebiet ausgewertet werden.

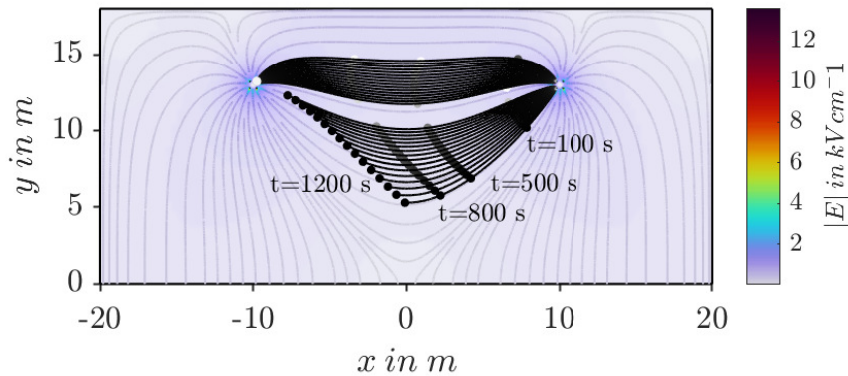


Abbildung 3.12.: Propagation der Testpartikel entlang der elektrischen Feldlinien für eine full-scale-Bündelleiteranordnung mit angelegter Spannung von ± 750 kV. Geometrie entspricht dabei den in Abbildung 2.3b erfassten Mastformen für Ultrahochspannungssysteme.

Der integrierte effektive Ionisierungskoeffizient $\int \alpha_{\text{eff}}$ bildet das zentrale Ergebnis dieser Analyse. Zu Beginn der Simulation beträgt dieser Wert null. Mit fortschreitender Zeit und zunehmendem Durchlaufen der Feldlinien steigt der effektive Ionisierungskoeffizient aufgrund des feldabhängigen Verhaltens kontinuierlich an. Bei einer Betriebsspannung von ± 750 kV erreicht $\int \alpha_{\text{eff}}$ nach rund 1100 s den kritischen Wert von 14, was auf eine raumladungsbeschwerte Entladung hinweist und somit zum Entladungsindikator $b = 2$ (Koronaentladung) führt (vgl. Kapitel 2.1).

Wird die Spannung auf ± 1000 kV erhöht, erreicht der integrierte Ionisierungskoeffizient bereits nach etwa 850 s diesen Schwellenwert. Dieses Verhalten ist plausibel, da höhere elektrische Feldstärken zu einer stärkeren Beschleunigung der Testpartikel führen und somit auch zu einem früheren Anstieg von α_{eff} .

Zu beachten ist, dass der Simulation ein Rückwirkungskoeffizient von $\gamma = 0,07$ zugrunde liegt. Dieser Wert basiert auf experimentellen Untersuchungen für Aluminiumleiter und beschreibt den Anteil an Sekundärelektronen, die pro auftreffendem primären Elektron von der Leiteroberfläche emittiert werden [64].

Die Gesamtheit der Trajektorien der Testpartikel entlang der elektrischen Feldlinien bildet die Grundlage für ein zweidimensionales Mapping sowohl des Entladungsindikators als auch des integrierten effektiven Ionisierungskoeffizienten. Für eine gezielte Visualisierung wird exemplarisch der linke untere Einzelleiter des Kathodenbündels (rechter Bündelleiter in Abbildung 3.12) aufgeschnitten und entlang seines Umfangs aufgewickelt. Dadurch entstehen die Darstellungen in Abbildung 3.13a für eine Betriebsspannung von ± 750 kV sowie in Abbildung 3.13b für ± 1000 kV.

Die Abszisse dieser Darstellungen entspricht der Bogenlänge entlang des Umfangs des betrachteten Rundleiters und ist in m angegeben. So lassen sich örtlich aufgelöst die Entstehungsorte von Koronaentladungen und ihre Abhängigkeit von der Betriebsspannung identifizieren und bewerten. Auf der linken Ordinatenachse der Abbildungen ist jeweils der Entladungsindikator dargestellt, während die rechte Ordinatenachse den integrierten effektiven Ionisierungskoeffizienten $\int \alpha_{\text{eff}}$ wiedergibt. Überschreitet dieser den Schwellenwert von 14, so liegt eine raumladungsbeschwerte Entladung vor, was durch einen Entladungsindikator von $b = 2$ signalisiert wird.

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

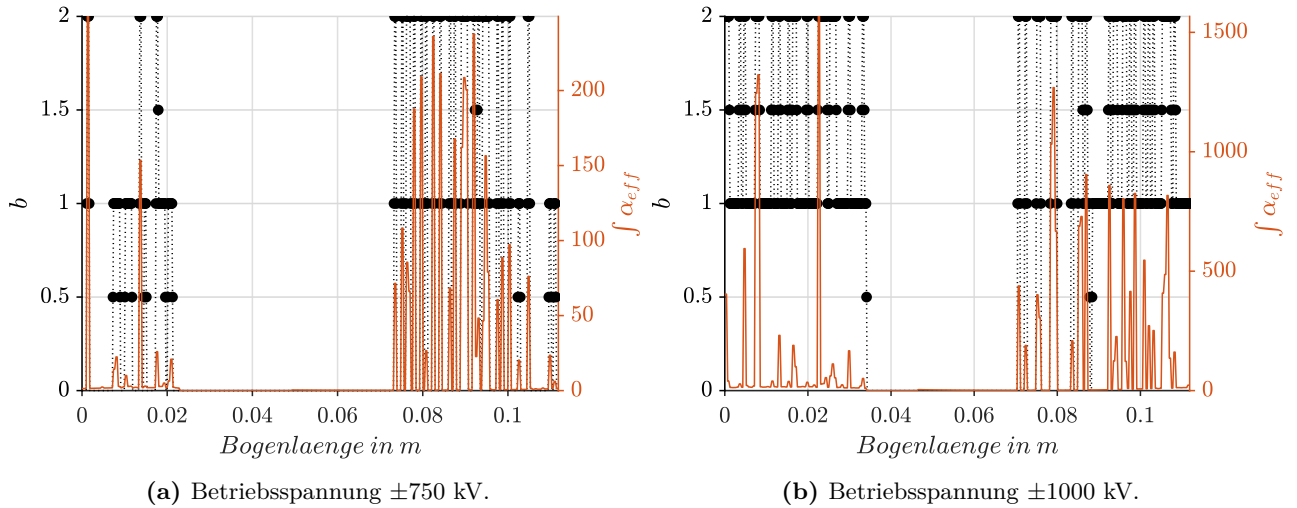


Abbildung 3.13.: Entladungsindikator und integrierter effektiver Ionisierungskoeffizient entlang eines Einzelleiters der Kathode einer bipolaren Bündelleiteranordnung nach 1500 s Simulationszeit.

In Abbildung 3.13a zeigt sich zwischen den Bogenlängen 0,02 m und 0,07 m, dass $\int \alpha_{eff} = 0$ und somit $b = 0$. Dieser Bereich des unteren linken Einzelleiters im Viererbündel der Kathode befindet sich im sogenannten Feldschatten, in dem die elektrische Feldstärke lokal stark reduziert ist.

Wird die Betriebsspannung auf ± 1000 kV erhöht, ist in Abbildung 3.13b erkennbar, dass sich diese feldschwache Zone infolge der insgesamt gestiegenen elektrischen Feldstärke verkleinert. Der Bereich, in dem sowohl $\int \alpha_{eff} = 0$ als auch $b = 0$ vorliegen, verschiebt sich nun auf das Intervall zwischen 0,035 m und 0,065 m entlang des Umfangs.

Darüber hinaus steigt der maximale Wert von $\int \alpha_{eff}$ in der Simulation bei ± 1000 kV um den Faktor 6 im Vergleich zur Simulation mit ± 750 kV. Diese Entwicklung ist konsistent mit der physikalischen Erwartung, da eine höhere Feldstärke auch einen entsprechend höheren effektiven Ionisierungskoeffizienten bewirkt.

Für die gewählte Geometrie einer bipolaren HGÜ-Freileitungsanordnung wird in [133] ein typischer Koronaeinsetzgradient von $16,5 \text{ kV cm}^{-1}$ angegeben. Die mit dem hier entwickelten numerischen Verfahren durchgeführte Simulation ergibt für die identische Geometrie einen Einsatzgradienten von $16,3 \text{ kV cm}^{-1}$. Die Abweichung beträgt lediglich 1,2 % und bestätigt die Präzision und Validität der entwickelten Methode.

In der aktuellen Normung [63] wird die Betrachtung bipolarer HGÜ-Freileitungssysteme typischerweise auf Basis zweier separater Einzelsysteme durchgeführt. Dabei bleiben jedoch essenzielle physikalische Wechselwirkungen unberücksichtigt – insbesondere Feldüberlagerungen und Kopplungseffekte der Raumladungsverteilungen (vgl. Kapitel 2.4.4.2). Zur Verdeutlichung dieser Diskrepanz wird die Anordnung aus Abbildung 3.12 zusätzlich als zwei unabhängige Einzelsysteme simuliert. Die daraus resultierenden Einsatzgradienten betragen $45,8 \text{ kV cm}^{-1}$ für den positiven und $37,2 \text{ kV cm}^{-1}$ für den negativen Leiter. Die Mittelung ergibt einen Einsatzgradienten von $41,5 \text{ kV cm}^{-1}$, was im Vergleich zum realitätsnah simulierten Wert von $24,9 \text{ kV cm}^{-1}$ einer Abweichung von rund 66 % entspricht.

3.2.2. Zwischenfazit

Das entwickelte numerische Verfahren zur Bestimmung des Koronaeinsatzgradienten stellt einen zentralen Fortschritt gegenüber bisherigen empirischen oder analytisch beschränkten Methoden dar. Die Stärken und Besonderheiten dieser Methode lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- **Mehrwert:** Das Verfahren kombiniert erstmals eine dreidimensionale FEM-basierte Feldsimulation mit einer orts aufgelösten Auswertung allgemeingültiger Ionisationskriterien. Damit ist eine präzise, lokal differenzierte Bestimmung des Koronaeinsatzes auch in komplexen Geometrien und für beliebige Isoliergasgemische möglich – eine bislang in dieser Form nicht verfügbare Methodik.
- **Validierung:** Das Verfahren ist mit der normativ erfassten Peek-Gleichung sowohl für negative als auch positive Polarität validiert worden. Abweichungen sind zurückzuführen auf Fehlertoleranzen beim iterativen Prozess des Annähern von $b = 2$. Die Trends in den Abbildungen 3.10 und 3.11 sind zudem auch mit den physikalischen Theorien aus Kapitel 2.1 im Einklang.
- **Physikalisch basierte Universalität:** Im Gegensatz zur Peek-Gleichung, die nur für Luft und idealisierte Geometrien gilt, basiert dieses Verfahren auf mikroskopisch fundierten Transportkoeffizienten. Dadurch ist es für sämtliche Gase einsetzbar – inklusive alternativer Isoliergasgemische, elektronegativer Gase wie SF_6 sowie feuchter Luft.
- **Anwendungstiefe durch Entladungsindikator:** Der eingeführte Entladungsindikator erlaubt nicht nur die Bestimmung des Einsatzgradienten, sondern auch eine Unterscheidung zwischen Entladungsarten. So wird nicht nur ob, sondern auch wo und wie eine Entladung einsetzt, systematisch bewertet – insbesondere relevant bei inhomogenen Feldverteilungen.
- **Modellspezifische Vereinfachung für elektronegative Gase:** Die bewusste Approximation, negative Werte des effektiven Ionisationskoeffizienten α_{eff} auf null zu setzen, stellt eine durchdachte Modellvereinfachung dar. Sie berücksichtigt, dass für die Auslösung einer Ionisation lediglich der Moment zählt, ab dem α_{eff} positiv wird – wodurch die Effizienz und Stabilität der Methode signifikant erhöht wird, ohne die physikalische Aussagekraft zu beeinträchtigen.
- **Skalierbarkeit und Gültigkeitsbereich:** Das Verfahren ist sowohl auf small-scale Modelle (z. B. Einzelleiter, Kugelgeometrien) als auch auf large-scale HGÜ-Systeme (bipolare Bündelleiteranordnungen) übertragbar. Die sehr gute Übereinstimmung mit Literaturwerten – unter anderem mit [133] – unterstreicht die Validität über verschiedene Skalen hinweg. Die Methode bleibt dabei robust gegenüber numerischen Toleranzen.
- **Grundlage für transiente Modellierung:** Der simulierte Koronaeinsatzgradient stellt eine zentrale Eingangsgröße für die im nächsten Kapitel entwickelte Methode zur Berechnung transienter Partikeldichten dar. Die genaue Kenntnis des Einsatzpunkts fließt intrinsisch in die Definition der Anfangs- und Randbedingungen ein, wodurch die physikalische Konsistenz und Aussagekraft des nachfolgenden Modells erheblich gestärkt wird.

Mit der erfolgreichen Etablierung dieses zweiten Moduls im Gesamtframework steht nun eine belastbare Methode zur Verfügung, um den genauen Ort und die Spannung des Entladungsbeginns zu identifizieren. Darauf aufbauend wird im nächsten Kapitel eine Methode zur Simulation transienter Partikeldichten entwickelt – das eigentliche physikalische Modell zur Beschreibung der Koronaentladung.

Darüber hinaus wird in Kapitel 3.4 die entwickelte Methode gezielt wiederverwendet und erweitert, um die statische Durchschlagspannung in homogenen und schwach inhomogenen elektrischen Feldern zu simulieren.

Im abschließenden Kapitel 6 wird schließlich eine numerisch ermittelte Gleichung zur Beschreibung des Koronaeinsatzes für unterschiedliche Gaszusammensetzungen und Geometrien vorgestellt – im direkten Kontrast zur klassischen Peek-Gleichung.

3.3. Neuartige Methode zur Berechnung transienter Partikeldichten

Wie in Abbildung 2.9 dargestellt, bauen die in den Kapiteln 3.1 und 3.2 entwickelten Methoden direkt auf das hier vorgestellte Verfahren zur Modellierung und Simulation transienter Partikeldichten auf. Die dort gewonnenen Transportkoeffizienten und Einsatzgradienten fließen intrinsisch in das Modell ein – insbesondere als Eingangswerte für Feldabhängigkeit, Randbedingungen und Reaktionsraten.

Der Bedarf an einer präzisen Modellierung von Raumladungsdichten ergibt sich insbesondere im Kontext von HGÜ-Systemen, in denen Koronaentladungen unter hohen Feldstärken auftreten. Die damit verbundenen Raumladungsdichten beeinflussen das elektrische Feld, verursachen störende Ionenströme und verändern systemweit das Verhalten. Eine exakte numerische Erfassung dieser Dichten ist daher essenziell für die Beurteilung von Entladungsprozessen, Kopplungseffekten und Alterungsmechanismen. Die zugrundeliegenden konservativen drift-diffusionsbasierten Gleichungen zeichnen sich durch starke Gradienten und Nichtlinearitäten aus, wodurch klassische Lösungsverfahren oft an Genauigkeits- und Stabilitätsgrenzen stoßen.

Ziel dieses Kapitels ist die Entwicklung eines modular aufgebauten Verfahrens zur realitätsnahen, numerischen Lösung dieser Gleichungen unter Praxisbedingungen. Die Methodik gliedert sich in vier Kernbereiche:

1. Massenerhalt und numerische Genauigkeit: Um physikalisch korrekte Partikeldichten zu gewährleisten, wird zunächst ein flusskorrigierendes Verfahren entwickelt und analysiert. Dieses adressiert typische Defizite konventioneller FEM-Lösungen, wie numerischen Teilchendichteverlust oder unphysikalische Glättung. Als Benchmark dient das etablierte Zalesak-Testproblem, anhand dessen das Verfahren validiert und mit klassischen FEM-Lösungen verglichen wird (vgl. Kapitel 3.3.2).
2. Randbedingungen mittels Lagrange-Multiplikatoren: Da die genaue Partikeldichte an der Elektrodengrenze unbekannt ist, wird ein neuartiges Konzept auf Basis von Lagrange-Multiplikatoren zur Ermittlung und Durchsetzung dieser Randbedingung entwickelt. Dieses koppelt den Feldverlauf direkt mit der Raumladungsentwicklung am Rand. Die resultierenden Ionenströme werden in Kapitel 3.3.3 messtechnisch validiert.
3. Behandlung von Nichtlinearitäten und Kopplungen: Aufgrund der Feldabhängigkeit der Transportparameter sowie der Kopplung positiver und negativer Raumladungen im bipolaren Fall treten starke Nichtlinearitäten auf. Im dritten Teil des Kapitels werden spezielle numerische Strategien zur Verbesserung der Konvergenz entwickelt und getestet (vgl. Kapitel 3.3.4).
4. Hybride Beanspruchung und transiente Mischfelder: Eine wesentliche Neuerung des Verfahrens liegt in der Modellierung transienter Ionenströme unter hybriden Spannungsbedingungen. Dazu

zählt die Überlagerung von AC- und DC-Potentialen sowie transienten Überspannungen. Diese Mischbeanspruchungen werden realitätsnah in das numerische Modell integriert – erstmals inklusive eines Kalibrierverfahrens zur Extraktion des tatsächlichen Ionenstroms aus Messdaten (vgl. Kapitel 3.3.5.2).

3.3.1. Diskontinuierliche Galerkin-Methode

Bei der Lösung von Advektions- und Erhaltungsgleichungen im Kontext konservativer hyperbolischer Probleme treten bei der Standard-Finite-Elemente-Methode (FEM) numerische Schwierigkeiten auf, die zu Verletzungen grundlegender Erhaltungsprinzipien wie Masse- oder Energieerhaltung führen [17]. Die Standard-FEM verwendet kontinuierliche Ansatzfunktionen, die über Elementgrenzen hinweg glatt verlaufen und damit eine stetige Lösung erzwingen [173].

In der Hochspannungstechnik weisen Advektionsgleichungen jedoch typischerweise steile Gradienten oder gar Diskontinuitäten auf. Diese werden durch die Standard-FEM unzureichend dargestellt, was zu numerischer Diffusion führt – einem Effekt, bei dem steile Profile künstlich geglättet werden [87]. In der Folge entstehen unphysikalische Verluste von Masse oder Energie, die nicht auf reale Prozesse, sondern auf die gewählte numerische Methode zurückzuführen sind. Der exakte numerische Fluss über die Elementgrenzen hinweg ist jedoch entscheidend, um konservative Größen korrekt abzubilden [14]. In Kapitel 3.2 wurde zur Lösung der dreidimensionalen Poisson-Gleichung eine Standard-FEM in schwacher Formulierung eingesetzt. Diese Behandlung ist ausreichend, da es sich bei der Poisson-Gleichung um ein elliptisches Problem handelt, bei dem keine gerichtete Ausbreitung oder Wellencharakteristik vorliegt [174]. Die Lösung bleibt im Allgemeinen glatt, sodass keine Diskontinuitäten auftreten, die eine konservative Flussbehandlung erfordern würden. Zudem weist die Systemmatrix keine rein imaginären Eigenwerte auf, was die numerische Stabilität bei der Lösung zusätzlich begünstigt.

Im Gegensatz dazu erfordern hyperbolische Gleichungen, wie sie bei Advektionsprozessen auftreten, eine explizite und lokal konservative Behandlung der Flüsse an Elementgrenzen. Um sowohl die physikalische Korrektheit als auch die numerische Stabilität in der Modellierung von Partikeldichten sicherzustellen, wird im Folgenden die diskontinuierliche Galerkin-Methode (DG) vorgestellt. Sie bietet durch die Verwendung lokal diskontinuierlicher Ansatzfunktionen die Möglichkeit, steile Gradienten exakt zu behandeln und den konservativen Charakter der Gleichung systematisch zu bewahren [175–177].

Gleichung (2.42) für $S_1 = 0$ und $D = 0$ (keine Diffusion, da Advektionsterm deutlich überwiegt) wird ebenso wie bei der Standard FEM zunächst mit einer Testfunktion $\varphi \in V$ (V ist der Funktionenraum für stückweise stetige Polynome) multipliziert und über die gesamte Geometrie Ω integriert [176]:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial n}{\partial t} \varphi \, dx dy + \int_{\Omega} \operatorname{div} \vec{\Gamma}(n) \varphi \, dx dy = 0. \quad (3.32)$$

Um die schwache Form zu Erhalten wird der Satz von Gauß verwendet:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial n}{\partial t} \varphi \, dx dy + \int_{\partial \Omega} \vec{\Gamma}(n) \cdot \vec{n} \varphi \, ds - \int_{\Omega} \vec{\Gamma}(n) \cdot \nabla \varphi \, dx dy = 0. \quad (3.33)$$

Hierbei ist \vec{n} der Normalenvektor an der Elementgrenze $\partial \Omega$.

Das Rechengebiet Ω wird schließlich in ein Dreiecksgitter mit T_k Dreiecken

$$\Omega = \bigcup_k T_k \quad (3.34)$$

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

zerlegt [170]. Im Sinne einer DG-Methode werden die Testfunktionen φ und die approximativen Lösungsfunktionen n_h aus dem gleichen finiten Funktionenraum V gewählt [176, 177]. Für jedes Dreieckselement T_k wird nun eine Funktion $n_h \in V$ gesucht welche

$$\int_{T_k} \frac{\partial n_h}{\partial t} \varphi \, dx dy + \int_{\partial T_k} \vec{\Gamma}(n_h) \cdot \vec{n} \varphi \, ds - \int_{T_k} \vec{\Gamma}(n_h) \cdot \nabla \varphi \, dx dy = 0 \quad (3.35)$$

genügt.

Eine Zusammensetzung all dieser Funktionen n_h ergibt dann die gesamte Näherungslösung für das Gebiet Ω . Allerdings ist das Randintegral nicht lösbar, da die Lösungsfunktionen Funktionen am Rand unstetig durch den unstetigen Funktionenraum sind. Deshalb wird der numerische Fluss $(\vec{\Gamma} \cdot \vec{n})_k^*$ eingeführt, wobei der Index k die Kante des Dreieckselement ∂T_k entspricht [176, 177].

Daher gibt es für jede Kante einen numerischen Fluss, der sich aus dem Wert n_h des Elements und dem Wert n_h des benachbarten Elements zusammensetzt.

Der Ausdruck $\vec{\Gamma}(n_h) \cdot \vec{n}$ in Gleichung (3.35) wird durch den numerischen Fluss $(\vec{\Gamma} \cdot \vec{n})_k^*$ ersetzt und das Randintegral über ∂T_k durch eine Summe der Einzelintegrale über alle einzelnen Elementkanten k [176]:

$$\int_{T_k} \frac{\partial n_h}{\partial t} \varphi \, dx dy + \sum_k \int_k (\vec{\Gamma} \cdot \vec{n})_k^* \varphi \, ds - \int_{T_k} \vec{\Gamma}(n_h) \cdot \nabla \varphi \, dx dy = 0. \quad (3.36)$$

Bei der Diskretisierung von Advektionsproblemen mit dem DG-Verfahren tritt das Problem auf, dass die resultierende Bilinearform nicht koerzitiv ist. Dies liegt darin begründet, dass der Advektionsoperator nicht selbstadjungiert ist und somit keine positive Definitheit der Formulierung garantiert wird. Insbesondere an den Zellgrenzen treten Unstetigkeiten auf, bei denen kein wohldefinierter Lösungswert existiert. Dort steht die Methode vor einem lokalen Riemann-Problem: Benachbarte Zellen liefern unterschiedliche Zustände, deren Wechselwirkung nicht direkt durch die ursprüngliche Gleichung aufgelöst wird. Um dennoch eine eindeutige, stabile und physikalisch sinnvolle Lösung zu erhalten, werden sogenannte numerische Flüsse eingeführt. Diese approximieren das Riemann-Problem an den Zellgrenzen und steuern den Informationsaustausch zwischen den Zellen [178].

In physikalischer Hinsicht stellt der numerische Fluss also die Erhaltung der Masse über Elementgrenzen hinweg dar, sodass diese Erhaltungsgröße über die Elementgrenzen hinweg richtig transportiert wird und schlussendlich die Partikeldichte ohne Teilchendichteverlust berechnet wird [17]. Für die Flusskorrektur gibt es dabei verschiedenen Möglichkeiten, die im Folgenden beschrieben werden.

Numerische Flussschemata

Die einfachste Variante den numerischen Fluss zu modellieren liefert das Upwind-Verfahren. Hierbei wird die Information zwischen zwei benachbarten Elementen aus dem stromaufwärts liegendem Element

$$(\vec{\Gamma} \cdot \vec{n})_k^* = \begin{cases} \vec{\Gamma}(n_h^-) \cdot \vec{n} \, \forall \vec{n} \geq 0 \\ \vec{\Gamma}(n_h^+) \cdot \vec{n} \, \forall \vec{n} < 0 \end{cases} \quad (3.37)$$

verwendet, wobei $\vec{\Gamma}(n_h^-) \vec{n}$ die Lösung im aktuellen Element und $\vec{\Gamma}(n_h^+) \vec{n}$ im benachbarten Element ist [42]. Das Verfahren ist numerisch stabil, sofern die Courant-Friedrichs-Lewy (CFL)-Bedingung

$$\frac{o \Delta t}{h_{T_k}} < \mathcal{C} \quad (3.38)$$

erfüllt ist. \mathcal{C} ist dabei die sog. Courant-Zahl, Δt die Zeitschrittweite, o die größte auftretende Größe des hyperbolischen Systems und h_{T_k} die Elementgröße [177].

\mathcal{C} ist außerdem abhängig von der Anzahl an Raumdimensionen und ist mit einem Runge-Kutta-Verfahren stabil wenn

$$\mathcal{C} = \frac{1}{2p+1} \quad (3.39)$$

für $p \geq 2$ gilt.

Anschaulich bedeutet diese Bedingung, dass die maximale Strecke, in der ein einzelnes Teilchen in einem Zeitschritt Δt transportiert wird, nicht größer sein darf als eine Zellenlänge h_{T_k} . Das Verfahren neigt allerdings zu einer starken numerischen bzw. falschen Diffusion, d. h. die Amplitude wird gedämpft. Eine Verbesserung liefert der Lax-Friedrichs-Fluss

$$(\vec{\Gamma} \cdot \vec{n})_k^* = \frac{1}{2} \left(\vec{\Gamma}(n_h^-) \cdot \vec{n} + \vec{\Gamma}(n_h^+) \cdot \vec{n} \right) - \lambda \left(n_h^+ - n_h^- \right), \quad (3.40)$$

da dieser die Lösung durch die Verwendung eines Mittelwerts und eines diffusionsartigen Korrekturterms bei Problemen mit steilen Gradienten oder Diskontinuitäten stabilisiert, wobei λ der größte Eigenwert der Jacobimatrix $\partial \vec{\Gamma}(n)$ im Bereich der Kante ist [42].

Dieses Verfahren leidet nicht in dem Maße an numerischer Dispersion und ist ebenfalls stabil wenn die CFL-Bedingung eingehalten wird.

Assemblierung des globalen Gleichungssystems

Für jedes Dreieckselement in der Diskretisierung wird die Näherungslösung n_h und die Testfunktion φ durch eine Linearkombination der Knotengrundelemente $l^i(x, y)$ über

$$n_h = \sum_{i=0}^m n_h^i l^i(x, y) \quad (3.41)$$

und

$$\varphi = \sum_{i=0}^m \varphi^i l^i(x, y) \quad (3.42)$$

dargestellt.

Die schwache Formulierung der lokalen Gleichung (3.36) wird durch die Elementmassenmatrix M_k und den lokalen Operator L_k für die semi-diskrete Differentialgleichung

$$M_k \frac{dn_h}{dt} = L_k \quad (3.43)$$

ausgedrückt.

Die Massenmatrix für das k -te Element wird dementsprechend über

$$M_{ij}^k = \int_k \varphi_i \varphi_j dx dy \quad (3.44)$$

besetzt und der lokale Operator L_k mit Lax-Friedrich-Fluss über

$$L_k = \sum_k \int_k \frac{1}{2} \left(\vec{\Gamma}(n_h^-) \cdot \vec{n} + \vec{\Gamma}(n_h^+) \cdot \vec{n} \right) - \lambda \left(n_h^+ - n_h^- \right) \varphi_i ds. \quad (3.45)$$

Die globale Assemblierung summiert die Beiträge aller Elemente und deren Kanten T_k zu

$$M \frac{dn_h}{dt} = L, \quad (3.46)$$

wobei M die globale Massenmatrix ist, die durch die lokale Massenmatrix M_k jedes Elements gebildet wird und L der globale Operator, der die räumliche Diskretisierung und die Flüsse an den Elementengrenzen enthält [176, 177].

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

Die globale Form der DG-Methode berücksichtigt explizit die Flüsse über die Kanten benachbarter Elemente und damit die Wechselwirkungen im Gesamtsystem. Die Randterme übernehmen dabei eine zentrale Rolle, da sie die Behandlung diskontinuierlicher Lösungen ermöglichen und über den numerischen Lax-Friedrichs-Fluss zur Stabilität des Verfahrens beitragen.

Die resultierende semi-diskrete Differentialgleichung wird im Zeitbereich mit einem expliziten Runge-Kutta-Verfahren gelöst (vgl. Anhang H). Für die Stabilität dieser Zeitintegration muss die CFL-Bedingung strikt eingehalten werden [179]. Mehrschrittverfahren sind an dieser Stelle nicht geeignet, da durch die notwendige Kopplung mit weiteren Gleichungen eine konsistente Rückgriffstruktur auf vergangene Zeitschritte nicht gewährleistet wird.

Zur numerischen Validierung und zur Untersuchung der Erhaltungseigenschaften bei advektionsdominierten Problemen wird die DG-Methode mithilfe der Zalesak-Schraube getestet. Die Testumgebung erlaubt eine quantitative Auswertung der Partikelerhaltung und stellt den direkten Vergleich mit der klassischen FEM in den Mittelpunkt.

3.3.2. Analyse der Erhaltungseigenschaften der DG-Methode

Im vorhergehenden Abschnitt wurde die Notwendigkeit hervorgehoben, bei der Simulation von Partikeldichten in konservativen Systemen die Erhaltungseigenschaften der numerischen Methode sicherzustellen. Zur quantitativen Überprüfung dieser Eigenschaften wird im Folgenden ein numerischer Test durchgeführt.

Mithilfe der Zalesak-Schraube als Benchmark wird die Fähigkeit der entwickelten DG-Methode zur exakten Erhaltung von Partikeldichten validiert und im Vergleich zur klassischen FEM bewertet.

Das Verfahren wurde erstmals in [44] eingeführt und später vielfach als numerischer Testalgorithmus verwendet (vgl. [27,86,180]). In einem $1\text{ m} \times 1\text{ m}$ großen Rechengebiet, das mit einem Dreiecksgitternetz diskretisiert wird, befindet sich bei den Koordinaten $x = 0,5\text{ m}$ und $y = 0,75\text{ m}$ ein Zylinder der Höhe $u = 1$ mit einem vertikalen Schlitz. Zwischen den beiden Hälften bleibt ein Steg erhalten, der an seiner breitesten Stelle $0,05\text{ m}$ misst. Überall sonst ist $u = 0$. Die Anfangsverteilung u_0 der Zalesak-Schraube wird über die Bedingung

$$u_0 = (x - 0,5)^2 + (y - 0,75)^2 \leq 0,15^2 \wedge (|x - 0,5| \geq 0,025 \vee y \geq 0,85) \quad (3.47)$$

implementiert.

Der Zylinder wird anschließend um den Mittelpunkt (x_0, y_0) rotiert. Hierfür werden die Geschwindigkeitsfelder

$$v_x = -\omega(y - y_0) \quad (3.48)$$

$$v_y = \omega(x - x_0) \quad (3.49)$$

mit $x_0 = y_0 = 0,5\text{ m}$ angesetzt [44]. In dieser Arbeit wird $\omega = 10$ verwendet, was einer konstanten Winkelgeschwindigkeit entspricht. Wird hingegen die Translationsgeschwindigkeit konstant gehalten, entsteht ein Strudel, der die Struktur zum Rotationszentrum zieht.

Bei einer Zeitschrittweite von $\Delta t = 1 \times 10^{-4}\text{ s}$ vollzieht die Struktur eine vollständige Rotation in etwa $T = 640\text{ ms}$. Dies entspricht bei einer maximalen Dreieckselementgröße von $0,01\text{ m}$ und nach Gleichung (3.38) einer Courant-Zahl von $\mathcal{C} = 0,1$. Weitere numerische Tests in Tabelle 3.4 wurden mit $\mathcal{C} = 0,05$ und $\mathcal{C} = 0,2$ durchgeführt, um den Einfluss der Zeitschrittgröße zu untersuchen.

Zur Beurteilung und Vergleichbarkeit der numerischen Verfahren werden vier Kennzahlen herangezogen:

- Der Verlust von u im gesamten Rechengebiet, da theoretisch keine Verluste auftreten dürfen,
- die Positivitätserhaltung, da in der Anfangsverteilung keine negativen Werte vorhanden sind,
- der Amplitudenverlust, gemessen als Differenz der maximalen Amplitude gegenüber dem Anfangswert von 1,
- sowie der Korrelationskoeffizient

$$\mathcal{COR} = \frac{u_0^T \cdot u}{\sqrt{u_0^2 \cdot u^2}}, \quad (3.50)$$

um die lineare Übereinstimmung zwischen Anfangs- und Endverteilung zu quantifizieren [172].

Der Korrelationskoeffizient misst die Übereinstimmung zweier Datensätze. Bei einer stabilen und konvergenten numerischen Lösung ergibt sich ein hoher Wert ($\mathcal{COR} \approx 1$), da die Endverteilung lediglich eine transformierte Version der Anfangsverteilung darstellt. Versagt die Numerik, sinkt der Korrelationskoeffizient, was auf destruktive numerische Effekte hinweist.

Die Ergebnisse des Advektionsproblems für die Zalesak-Schraube nach einer, zwei und drei Umdrehungen für die Standard-FEM und die DG-Methode sind in Abbildung 3.14 und 3.15 dargestellt. Bei der Analyse der Abbildungen 3.14 und 3.15 zeigt sich, dass die numerische Diffusion bei der Standard-FEM bereits nach einer Umdrehung deutlich ausgeprägt ist. Sowohl ein sichtbarer Amplitudenverlust als auch eine Verwischung der steilen Flanken sowie eine Deformation des Stegs in der Mitte sind erkennbar. Diese Effekte verstärken sich mit jeder weiteren Rotation und führen dazu, dass die Erhaltungsgröße u zunehmend verfälscht wird.

Im Gegensatz dazu gelingt es der DG-Methode, die steilen Gradienten der ursprünglichen Zalesak-Schraube zu erhalten und entlang der Flusslinien zu transportieren. Die Struktur der Schraube, einschließlich des schmalen Stegs, bleibt selbst nach drei Umdrehungen weitgehend erhalten. Ein Amplitudenverlust ist hierbei qualitativ kaum feststellbar.

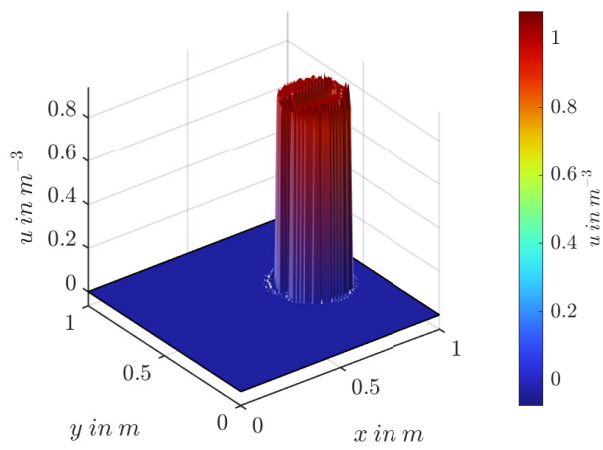
Allerdings treten bei der Lösung mit dem DG-Verfahren geringfügige Anstiege an den Ecken der Schraube auf. Im Gegensatz zu kontinuierlichen Galerkin-Verfahren, bei denen die Lösung über die Elemente hinweg glatt ist, erlaubt die diskontinuierliche Galerkin-Methode explizit Sprünge an den Elementgrenzen. Dadurch entstehen insbesondere an Stellen steiler Gradienten lokale Fehler, die sich in Form von Amplitudenerhöhungen oder Oszillationen äußern.

Die Konstruktion der numerischen Flüsse spielt dabei eine zentrale Rolle für die korrekte Kopplung benachbarter Elemente. Sind die numerischen Flüsse nicht optimal gestaltet, treten lokale Inkonsistenzen an den Elementgrenzen auf, die sich in Fehlern oder unphysikalischen Amplitudensteigerungen niederschlagen.

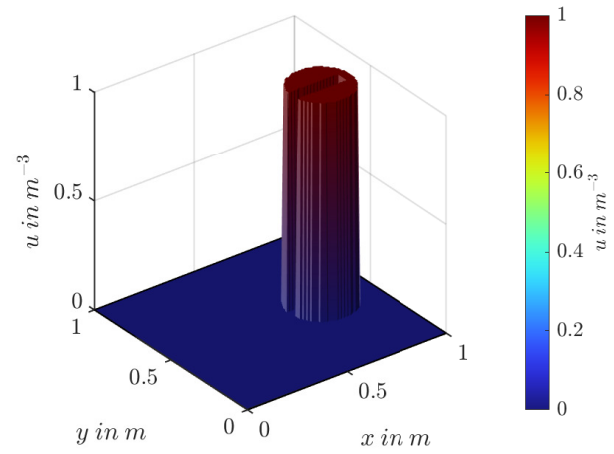
Da die DG-Methode Diskontinuitäten explizit zulässt, fehlt eine natürliche Glättung der Lösung über die Elemente hinweg. Im Gegensatz dazu erzwingen klassische kontinuierliche Finite-Elemente-Verfahren durch ihre Ansatzfunktionen eine gewisse Glattheit. Bleiben in der DG-Methode Unregelmäßigkeiten an den Elementgrenzen unbehandelt, bleiben diese erhalten oder verstärken sich, wenn keine zusätzlichen Stabilisierungstechniken oder Flusslimiter eingesetzt werden.

Durch die Verwendung von Polynomen höherer Ordnung als Ansatzfunktion innerhalb der Elemente entstehen genauere Lösungen, die weniger anfällig für Oszillationen sind. In Tabelle 3.4 sind deshalb zusätzlich quadratische Polynome als Ansatzfunktion untersucht worden. Eine weitere Möglichkeit zur Verbesserung der Stabilität stellt der Einsatz von Flusslimitern dar. Diese begrenzen die numerischen

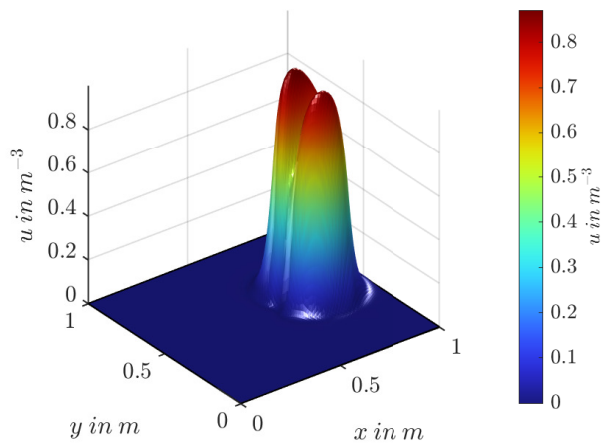
3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks



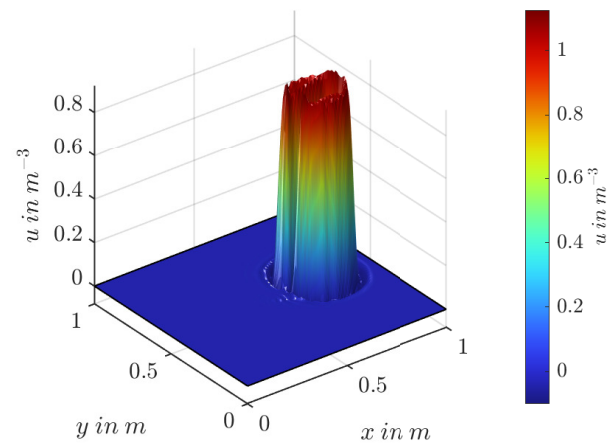
(a) Standard FEM für 0 ms.



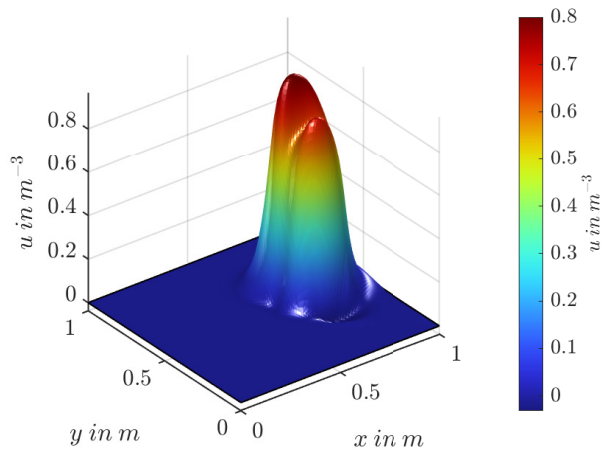
(b) DG-Methode für 0 ms.



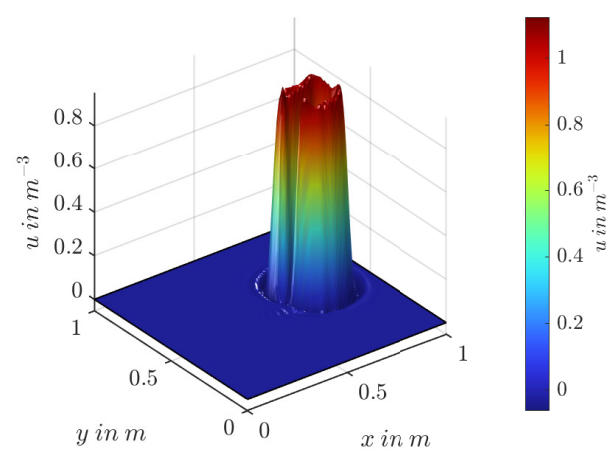
(c) Standard FEM für 640 ms (1. Umdrehung).



(d) DG-Methode für 640 ms (1. Umdrehung).



(e) Standard FEM für 1280 ms (2. Umdrehung).



(f) DG-Methode für 1280 ms (2. Umdrehung).

Abbildung 3.14.: Numerische Validierung und Test mit Zalesak-Schraube für die Standard FEM und die DG-Methode für $\mathcal{C} = 0.1$.

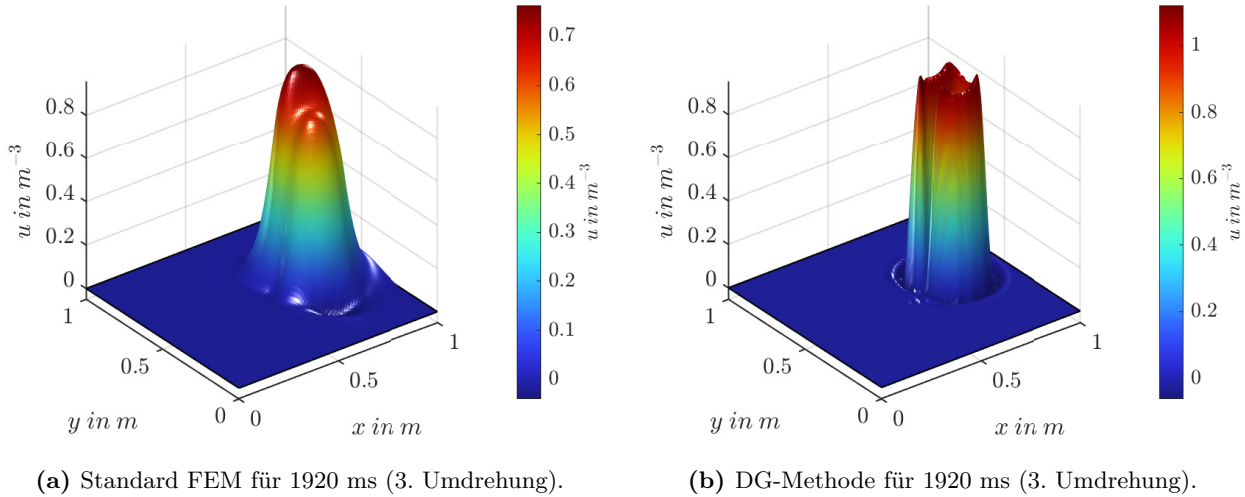


Abbildung 3.15.: Numerische Validierung und Test mit Zalesak-Schraube für die Standard FEM und die DG-Methode für $\mathcal{C} = 0, 1$.

Flüsse an den Elementgrenzen und verhindern das Auftreten extremer Werte oder Oszillationen. Zusätzlich ermöglicht eine adaptive Gitterverfeinerung in Bereichen mit großen Gradienten oder Unstetigkeiten eine präzisere Erfassung der Lösung und eine Reduktion von Amplitudenanstiegen. Da der beobachtete Amplitudenanstieg in den Ecken der Schraube jedoch sehr gering ausfällt, wird auf die Implementierung von Flusslimitern und adaptiver Gitterverfeinerung im Rahmen dieser Arbeit verzichtet. Für eine quantitative Analyse sind die relevanten Kennzahlen in Tabelle 3.3 und Tabelle 3.4 ausgewertet und gegenübergestellt.

Tabelle 3.3.: Vergleich der Kennzahlen für $\mathcal{C} = 0.1$.

Verfahren	Umdrehung	Teilchendichteverlust	Positivität	Amplitudenverlust	\mathcal{COR}
FEM	1	-2,0577	$-1,36 \times 10^{-3}$	-0,129	1
	2	-4,1458	-0,0314	-0,2	1
	3	-4,6179	-0,04	-0,238	1
DG	1	-0,7598	-0,1	+0,13	1
	2	-1,3542	-0,0626	+0,12	1
	3	-3,3688	-0,0626	+0,12	1

Wird die Positivität der Lösung als wesentlich wichtiger eingestuft als der Amplitudenerhalt und der Erhalt der Gesamtgröße, erweist sich die Standard-FEM als marginal besser geeignet, da hier betragsmäßig ein kleinerer negativer Wertebereich erzielt wird. Nach drei Umdrehungen beträgt die minimale negative Amplitude $-0,04$ bei der Standard-FEM und $-0,0626$ bei der DG-Methode. In dieser Arbeit wird jedoch der Erhaltung der Amplitude und der Form eine größere Bedeutung für die Qualität der Lösung beigemessen. Aus diesem Grund wird die DG-Methode im weiteren Verlauf eingesetzt. Zu Beginn der Simulation beträgt die Anfangsteilchendichte 722 m^{-3} . Nach drei vollständigen Umdrehungen beträgt der Teilchendichteverlust beim DG-Verfahren $-3,3688$ und bei der FEM $-4,6179$, womit die DG-Methode einen geringeren Verlust aufweist. Für die weiteren

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

Berechnungen von erhaltenden Größen wie Partikeldichten wird daher ausschließlich die DG-Methode verwendet.

Für die Analyse mit höherer Ordnung der Basisfunktionen ist in Tabelle 3.4 ein quantitativer Vergleich der Kennzahlen dargestellt. Hierbei werden zusätzlich die Ergebnisse für verschiedene Zeitschrittweiten (Halbierung und Verdopplung, also $\mathcal{C} = 0,05$ und $\mathcal{C} = 0,2$) betrachtet und zur Performanceanalyse auch die jeweilige Simulationszeit evaluiert.

Tabelle 3.4.: Vergleich der Kennzahlen für DG-Methode mit höheren Polynomansätzen und Variation der Zeitschrittweite für eine Umdrehung (640 ms).

Ansatzfkt.	\mathcal{C}	Teilchendichteverlust	Positivität	Amplitudenverlust	Rechenzeit
Linear	0,05	-0,7598	-0,1	+0,13	194 s
	0,1	-0,7598	-0,1	+0,13	103 s
	0,2	-3,3688	-0,1	+0,13	49 s
Quadratisch	0,05	-0,6627	-0,126	+0,14	294 s
	0,1	-0,6627	-0,126	+0,14	152 s
	0,2	-0,6627	-0,126	+0,14	78 s

Hierbei zeigt sich, dass wie erwartet die Lösungen mit linearen Polynomen kürzere Simulationszeiten aufweisen, da die globale Systemmatrix für die Matrix-Vektor-Multiplikation des expliziten Runge-Kutta-Verfahrens kleiner ausfällt. Bei Halbierung der Zeitschrittweite ($\mathcal{C} = 0,05$) ändern sich, abgesehen von der verlängerten Simulationszeit, die Kennzahlen nicht signifikant. Durch die Verdopplung der Zeitschrittweite ($\mathcal{C} = 0,2$) erhöht sich der Teilchendichteverlust bei linearen Ansatzfunktionen auf $-3,3688$, was sich durch die gröbere zeitliche Auflösung erklären lässt. Mit steigendem Polynomgrad der Ansatzfunktion wird die CFL-Bedingung nach Gleichung (3.38) zunehmend strikter.

Für quadratische Ansatzfunktionen bleibt die gleiche Zeitschrittweite und Ortsauflösung wie bei linearen Ansatzfunktionen anwendbar. Bei Verwendung von kubischen oder quintischen Ansatzfunktionen divergiert der Algorithmus jedoch bereits nach einer Umdrehung. Hier müssten die Zeitschrittweite und Ortsauflösung erheblich reduziert werden, was die Simulationszeit deutlich verlängert. Aus Performancegründen werden diese höheren Ansatzfunktionen im Rahmen dieser Arbeit daher nicht weiter betrachtet.

Insgesamt reduziert sich der Teilchendichteverlust bei quadratischen Ansatzfunktionen deutlich gegenüber linearen Ansatzfunktionen, wobei der Rechenaufwand und die Simulationszeit aufgrund der größeren globalen Systemmatrix anwachsen. Im Ergebnis beträgt der Teilchendichteverlust für $\mathcal{C} = 0,05$, $\mathcal{C} = 0,1$ und $\mathcal{C} = 0,2$ lediglich $-0,6627$ nach einer Umdrehung. Die erste numerische Validierung unterstreicht die Dringlichkeit eines präzisen Transports von Erhaltungsgrößen wie Partikeldichten. Mit der DG-Methode wird die Erhaltungsgröße wesentlich besser transportiert als mit dem Standard-FEM-Verfahren.

Für den Anwendungsfall in der Hochspannungstechnik und im Zusammenhang mit Koronaentladungen müssen darüber hinaus adäquate Randbedingungen für die unbekannte Raumladungsdichte an der Hochspannungselektrode formuliert werden. Hierzu wird im folgenden Kapitel ein Optimierungsverfahren zur Bestimmung der Randbedingung vorgestellt.

3.3.3. Optimierungsbasierte Randbedingung für die Emission von Raumladung

Speziell das hergeleitete unipolare und bipolare Koronaproblem in den Gleichungen (2.64), (2.70) und (2.71) (vgl. Kapitel 2.4.4.1 und 2.4.4.2), abgeleitet aus der Advektionsgleichung (2.43), beschreibt eine partielle Differentialgleichung (pDGL) erster Ordnung. Zur eindeutigen Lösung dieser pDGL ist neben der Anfangsverteilung eine Randbedingung erforderlich.

Für eine selbstkonsistente Modellierung muss die Advektionsgleichung mit der Poisson-Gleichung gekoppelt werden, da die Partikeldichte vom elektrischen Potential abhängt und die Partikeldichte ihrerseits das Potentialfeld beeinflusst. Die Poisson-Gleichung stellt eine pDGL zweiter Ordnung dar und erfordert demnach zwei Randbedingungen für die Lösung.

Für die Poisson-Gleichung bieten sich grundsätzlich drei Optionen zur Vorgabe von Randbedingungen an: Einerseits die direkte Potentialvorgabe in Form einer Dirichlet-Randbedingung, bei der beispielsweise das Erdpotential 0 V und das Hochspannungspotential U angesetzt werden. Andererseits die Vorgabe des Gradienten des Potentials, also einer Neumann-Randbedingung [181].

Im Kontext der Modellbildung für Koronaprobleme beschreibt der Gradient des Potentials an der Elektrode den Koronaeinsatzgradienten. Der Koronaeinsatzgradient markiert den Übergang, ab dem Raumladungsdichten respektive Partikeldichten gebildet werden. Solange der Koronaeinsatzgradient nicht erreicht wird, skaliert eine vorhandene Raumladungsdichte lediglich das elektrische Potentialfeld, ohne eine Netto-Entladung zu bewirken.

Die Bestimmung des korrekten Koronaeinsatzgradienten ist daher ein zentrales Element dieser Arbeit und bildet eine essenzielle Grundlage für die Modellierung sowohl von Koronaentladungen als auch von Leaderentladungen. Kapitel 3.2 stellte dazu eine Methode vor, welche den Koronaeinsatzgradienten numerisch für beliebig komplexe Geometrien und verschiedene Isoliergase bestimmt und die gemäß der Mindmap in Abbildung 2.9 direkt als Randbedingung in die gekoppelte pDGL-Systemlösung integriert wird.

Ein bedeutender Synergieeffekt ergibt sich daraus, dass mit dieser Methodik der Einsatzgradient automatisch geometrieabhängig berücksichtigt wird, ohne separate empirische Anpassungen vornehmen zu müssen.

Problematisch bleibt jedoch die Festlegung einer geeigneten Randbedingung für die Advektionsgleichungen (2.64), (2.70) und (2.71). Nach der Modellvereinfachung, bei der die Ionisierungszone auf den Rand der Hochspannungselektrode gelegt wird, bleibt der Wert der Raumladungsdichte am Rand unbekannt. Dieser Wert repräsentiert physikalisch die Menge an Raumladungsdichte, die durch Ionisation im unmittelbaren Bereich um die Elektrode erzeugt wird und muss im weiteren Verlauf dieser Arbeit durch eine numerische Methodik bestimmt werden.

Nach Kapitel 2.2.2.1 entsteht bei negativer Polarität durch Anlagerung von Elektronen an neutrale Gasmoleküle am Rand der Ionisierungszone eine negative Raumladungsdichte. Die Produktion dieser Raumladungsdichte wird im Rahmen der Modellvereinfachung auf den Rand der Hochspannungselektrode projiziert.

Ein in [133] und [61] beschriebener Ansatz nähert sich der unbekanntem Raumladungsdichte am Rand der Elektrode iterativ an. Der iterative Prozess basiert auf einem Sekantenverfahren, bei dem der Wert der Raumladungsdichte schrittweise angepasst wird, bis eine konsistente Lösung erreicht ist. Der so ermittelte Wert dient anschließend als finale Randbedingung für die Lösung des Koronaproblems.

Dieser Ansatz erfordert jedoch einen erheblichen Rechenaufwand, da in jedem Iterationsschritt das

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

gesamte gekoppelte System aus Poisson- und Advektionsgleichung vollständig gelöst werden muss. Ein alternativer pragmatischer Ansatz besteht darin, die Randbedingung für die Raumladungsdichte ρ so zu variieren, dass die elektrische Feldstärke am Rand des Leiters exakt dem zuvor berechneten Koronaeinsetzgradienten entspricht. Sobald diese Bedingung erfüllt ist, liegt die sogenannte Kaptzow-Annahme vor, und die gekoppelte Gleichung wird für den physikalisch korrekten Wert der Raumladungsdichte gelöst. Auch dieser Ansatz bleibt auf iterative Verfahren angewiesen, was die Rechenzeit weiter belastet.

Um diesem Problem zu begegnen, wird im Folgenden eine Methode vorgestellt, welche die unbekannte Raumladungsdichte am Rand des Leiters durch ein Variationsproblem unmittelbar erzwingt, ohne dass ein separater iterativer Prozess notwendig wird [182].

Dazu wird im ersten Schritt die Raumladungsdichte ρ im gesamten Rechengebiet, welche über Gleichung (2.64) im unipolaren Fall sowie über (2.70) und (2.71) im bipolaren Fall berechnet wird, in einen ortsabhängigen Anteil und einen konstanten Anteil aufgeteilt:

$$\rho = \rho_0 + d\rho \quad (3.51)$$

Der konstante Anteil ρ_0 beschreibt in diesem Ansatz den unbekanntes Wert der Raumladungsdichte am Rand der Hochspannungselektrode und repräsentiert die durch die Koronaentladung generierte Raumladungsproduktion. Der ortsabhängige Anteil $d\rho$ modelliert die räumliche Verteilung der Raumladungsdichte im Inneren des Rechengebiets.

In der mathematischen Variationsrechnung beschreibt eine Dirichlet-Randbedingung die Vorgabe eines Funktionswerts auf dem Rand eines betrachteten Gebiets [170]. Im vorgestellten Verfahren wird der konstante Wert ρ_0 als Dirichlet-Randbedingung behandelt und über ein Variationsproblem mit der Methode der Lagrange-Multiplikatoren bestimmt.

Hierzu wird das Funktional

$$J[\rho_0] = \int_{\Omega} F(x, \rho_0, \nabla \rho_0) dx \quad (3.52)$$

unter der Randbedingung

$$\rho_0 = g \quad \forall x \in \partial\Omega \quad (3.53)$$

minimiert, wobei g den geforderten Wert der Raumladungsdichte auf dem Rand beschreibt.

Um die Dirichlet-Bedingung durch Lagrange-Multiplikatoren zu implementieren, wird ein Lagrange-Funktional \mathcal{L} eingeführt, das sowohl das ursprüngliche Funktional $J[\rho_0]$ als auch die Randbedingung enthält [183]:

$$\mathcal{L}[\rho_0, \lambda] = J[\rho_0] + \int_{\partial\Omega} \lambda(\rho_0 - g) ds \quad (3.54)$$

Hier ist λ der Lagrange-Multiplikator, und das Integral über $\partial\Omega$ stellt sicher, dass die Randbedingung $\rho_0 = g$ berücksichtigt wird. Die entsprechenden Euler-Lagrange-Gleichungen für $\mathcal{L}[\rho_0, \lambda]$ ergeben sich durch Variation von ρ_0 im Inneren des Gebiets Ω

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \rho_0} = \frac{\delta J}{\delta \rho_0} + \lambda \delta(\rho_0 - g) = 0 \quad (3.55)$$

und Variation von λ auf dem Rand $\partial\Omega$

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \lambda} = \rho_0 - g = 0, \quad (3.56)$$

welche sicherstellt, dass die Dirichlet-RB erfüllt ist [183].

Bleibt die Frage zu klären, wie die Nebenbedingung g definiert werden muss. Eingangs dieses Kapitels

wurden drei mögliche Randbedingungen des gekoppelten partiellen Differentialgleichungssystems beschrieben. Wenn für das Lösen der Poisson-Gleichung das Erdpotential sowie der Einsatzgradient als Randbedingungen verwendet werden, verbleibt als definierende Nebenbedingung nur noch das Hochspannungspotential U .

Auf den ersten Blick entsteht der Eindruck eines Dimensionsproblems, da das Hochspannungspotential U eine andere physikalische Einheit besitzt als die Raumladungsdichte. Die Einheit des Lagrange-Multiplikators λ wird jedoch so gewählt, dass das Produkt $\lambda \cdot g$ dimensionskonsistent mit den anderen Termen im Funktional bleibt [183]. Dies stellt sicher, dass das gesamte Funktional und die resultierende Optimierungsaufgabe physikalisch korrekt formuliert sind. In mathematischen und physikalischen Optimierungsproblemen gewährleistet die korrekte Wahl der Einheiten von λ , dass die gesamte Gleichung eine einheitliche Dimension aufweist und keine Inkonsistenzen entstehen.

Mithilfe dieses Ansatzes lässt sich das bipolare Koronaproblem in Gleichung (2.65), (2.70) und (2.71) unter Vernachlässigung des Konvektionsterms und des Diffusionsterms sowie für stationäre Verhältnisse konkret in folgendes partielle Differentialgleichungssystem überführen:

$$\Delta\phi = -\frac{(\rho_{0,+} + d\rho_+) - (\rho_{0,-} + d\rho_-)}{\epsilon_0\epsilon_r} \quad (3.57)$$

$$-\frac{\beta_I(\rho_{0,+} + d\rho_+)(\rho_{0,-} + d\rho_-)}{e\mu_+} = \frac{(\rho_{0,+} + d\rho_+)^2 - (\rho_{0,+} + d\rho_+)(\rho_{0,-} + d\rho_-)}{\epsilon_0\epsilon_r} - \text{grad } \phi \text{ grad } d\rho_+ \quad (3.58)$$

$$\frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\lambda_+} = \rho_{0,+} - (\phi - U_+) = 0 \quad (3.59)$$

$$\frac{\beta_I(\rho_{0,+} + d\rho_+)(\rho_{0,-} + d\rho_-)}{e\mu_-} = \frac{(\rho_{0,+} + d\rho_+)(\rho_{0,-} + d\rho_-) - (\rho_{0,-} + d\rho_-)^2}{\epsilon_0\epsilon_r} - \text{grad } \phi \text{ grad } d\rho_- \quad (3.60)$$

$$\frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\lambda_-} = \rho_{0,-} - (\phi - U_-) = 0 \quad (3.61)$$

Der Gradient $\text{grad } \rho_{0,+}$ respektive $\text{grad } \rho_{0,-}$ ist 0, da diese Konstanten sind. Dadurch wird in Gleichung (3.58) und (3.60) lediglich der raumabhängige Anteil $d\rho_+$ und $d\rho_-$ gelöst.

Für die Randbedingungen der Gleichungen (3.58) und (3.60) wird am Rand der Hochspannungselektroden $d\rho_+ = d\rho_- = 0$ gesetzt. Das Emittieren der Raumladungsdichte wird ausschließlich über die konstanten Terme $\rho_{0,+}$ und $\rho_{0,-}$ beschrieben. Für die Lösung des pDGL-System wird das zuvor entwickelte diskontinuierliche Galerkin-Verfahren aus Kapitel 3.3.1 zusammen mit dem hier eingeführten Ansatz zur Bestimmung der Randwerte der Raumladungsdichte synthetisiert.

3.3.3.1. Diskussion der Synthese aus DG-Methode und Lagrange-Optimierung

Zur Überprüfung der Leistungsfähigkeit des entwickelten Verfahrens, bestehend aus der Kombination der diskontinuierlichen Galerkin-Methode und der Optimierung der Randwerte durch Lagrange-Multiplikatoren, wird im Folgenden eine analytische Validierung durchgeführt. Ziel ist es, die Genauigkeit, Stabilität und Vorteile des Ansatzes quantitativ zu bewerten und dessen Eignung für die Simulation von Raumladungsdichten im Rahmen von Koronaentladungen nachzuweisen.

Um das Konzept der Randbedingungen für bipolare Systeme zu validieren, wird der analytische Zusammenhang aus Gleichung (2.75) herangezogen. Zur Überprüfung der Robustheit des Verfahrens werden im small-scale-Bereich zwei verschiedene Leiterabstände simulativ untersucht.

Der jeweils erforderliche Koronaeinsatzgradient wird dabei mithilfe der in Kapitel 3.2 entwickelten numerischen Methode bestimmt. Für die Validierung wird $\delta = 1$ sowie $\mu_+ = \mu_-$ angesetzt, wobei die Werte der Beweglichkeiten direkt aus den Ergebnissen der Monte-Carlo-Simulation (vgl. Kapitel 3.1.2)

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

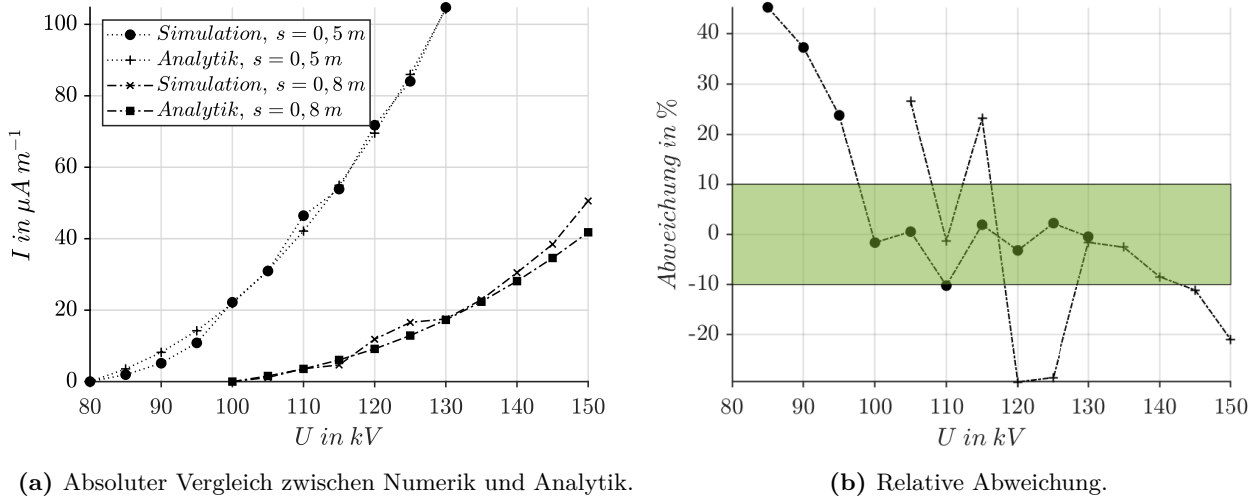


Abbildung 3.16.: Validierung des bipolaren Ionenstroms pro Länge im small-scale für $r_i = 0,001 \text{ m}$, $s = 0,5 \text{ m}$ und $s = 0,8 \text{ m}$. Auswertung erfolgt nach [142] für die Äquipotentiallinie $\phi = 0$.

entnommen werden.

Es ist zu beachten, dass der analytische Zusammenhang nur unter den in Kapitel 2.4.4 definierten Voraussetzungen gültig ist und der resultierende bipolare Ionenstrom die Einheit A m^{-1} besitzt. Daher wird auch der simulierte bipolare Ionenstrom entsprechend in A m^{-1} ausgewiesen.

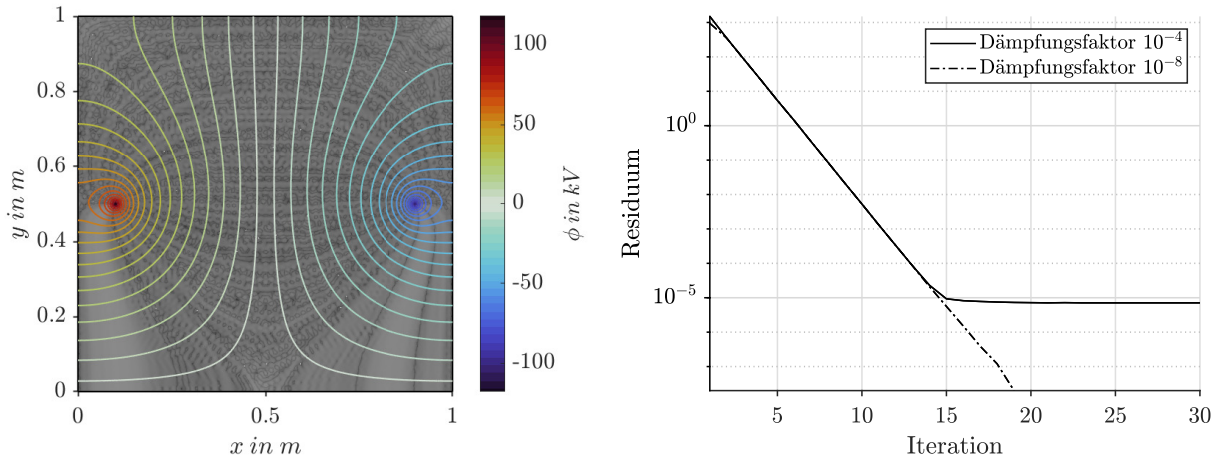
In Abbildung 3.16 sind die numerischen Ergebnisse für die Leiter-Leiter-Abstände $s = 0,5 \text{ m}$ und $s = 0,8 \text{ m}$ sowie einen Leiterradius von $r_i = 0,001 \text{ m}$ dargestellt. Der Vergleich erfolgt in Abhängigkeit der angelegten Spannung entlang der Äquipotentiallinie $\phi = 0$, die bei symmetrischer Spannung die geometrische Mitte zwischen den Leitern markiert.

Die numerischen Simulationsergebnisse zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit den analytischen Lösungen (vgl. Abbildung 3.16a). Deutlich erkennbar ist zudem der charakteristische nichtlineare Zusammenhang zwischen der angelegten Spannung und dem resultierenden Ionenstrom: In der analytischen Beschreibung nach Gleichung (2.75) geht die Spannung quadratisch in den Strom ein, was sich ebenfalls in der numerischen Simulation widerspiegelt.

Darüber hinaus bestätigt die Simulation die theoretische Erwartung, dass eine Verdopplung der Schlagweite zwischen den beiden Leitern den bipolaren Ionenstrom reduziert. Dieser Effekt lässt sich physikalisch erklären: Mit zunehmender Distanz nimmt die Überlagerung der Raumladungsdichten in der bipolaren Rekombinationszone im Bereich der Äquipotentiallinie $\phi = 0$ ab. Da sich die integrale Ionenstromgröße direkt aus der Summe der Ströme in Gleichung (2.66) und (2.67) ergibt, führt eine geringere Überlagerung zu einer Reduktion des Gesamtstroms.

Im Zusammenhang mit der veränderten Schlagweite ändert sich auch der Koronaeinsatzgradient: Für einen Leiterabstand von $s = 0,5 \text{ m}$ beträgt die Potentialdifferenz etwa 80 kV , während sie bei $s = 0,8 \text{ m}$ auf etwa 100 kV ansteigt. Hierdurch wird erneut die Validität des im Kapitel 3.2 entwickelten Verfahrens zur Bestimmung des Koronaeinsatzgradienten bestätigt.

Die teilweise erhöhte relative Abweichung, berechnet nach Gleichung (3.13), ist auf die sehr kleine Größenordnung der betrachteten Ionenströme im μA -Bereich zurückzuführen. Da der Nenner von Gleichung (3.13) klein ist, führt bereits eine geringe absolute Differenz zu einer vergleichsweise hohen relativen Abweichung.



(a) Verlauf der Äquipotentiallinien und Raumladungsdichte für 120 kV.

(b) Konvergenzrate für zwei unterschiedliche Dämpfungsfaktoren des nichtlinearen GLS-Lösers.

Abbildung 3.17.: Qualitativer Potentialverlauf und korrespondierende generierte Raumladungsdichte. Hochgradig nicht lineares bipolare Koronaproblem führt zu Konvergenzproblemen ohne fine tuning für die Solver zur Erreichung der gewünschten Fehlertoleranz für exaktes Ergebnis.

Abschließend zeigt Abbildung 3.17a den qualitativen Verlauf der totalen Raumladungsdichte sowie die zugehörigen Äquipotentiallinien und verdeutlicht nochmals die theoretische Konsistenz der numerischen Ergebnisse. Bei der Analyse von Abbildung 3.17a zeigt sich deutlich die erwartete Ausbildung einer Rekombinationszone zwischen den beiden Leitern. Innerhalb dieser Zone rekombinieren positive und negative Partikel, wodurch die effektive Raumladungsdichte signifikant reduziert wird. Unterhalb der Leiter hingegen treten unipolare Raumladungszonen auf, die überwiegend durch die jeweilige positive oder negative Raumladungsdichte geprägt sind. Dort ist die Raumladungsdichte erhöht, da Rekombinationsprozesse in diesen Bereichen gehemmt sind (siehe hierzu den hellgrauen Farbverlauf). Ähnliche Verteilungsmuster finden sich auch bei [60] und [133].

Diese Beobachtung verdeutlicht, dass ein bipolares Koronasystem nicht einfach durch Überlagerung zweier einzelner Koronasysteme beschrieben werden kann, da hierbei Wechselwirkungen und nichtlineare Zusammenhänge vernachlässigt würden. Insgesamt sind die numerischen Ergebnisse im Small-scale-Bereich valide und zeigen sich robust gegenüber Änderungen verschiedener Parameter wie beispielsweise der Schlagweite.

Der wesentliche Vorteil der hier entwickelten Methode liegt in der effizienten numerischen Behandlung des stark nichtlinearen bipolaren Koronaproblems. Durch die erstmalige Synthese aus DG-Verfahren und der Methode der Lagrange-Multiplikatoren wird die unbekannte Raumladungsdichte direkt über das zugrundeliegende Variationsproblem bestimmt. Dadurch entfällt vollständig die Notwendigkeit eines iterativen Annäherungsverfahrens, was die Rechenzeit erheblich reduziert. Für die betrachteten small-scale-Dimensionen beträgt die Lösungszeit bis zur Konvergenz ca. 60 s.

Wegen der ausgeprägten Nichtlinearität der Modellgleichungen ergeben sich jedoch hohe Anforderungen an die Genauigkeit und Stabilität des numerischen Lösers. Die Raumladungsdichte fließt quadratisch in die Modellgleichungen (3.58) und (3.60) ein und erzeugt durch ihre Kopplung mit dem elektrischen Potential eine komplexe, stark nichtlineare Wechselwirkung. Dadurch treten bei ungeeigneter Wahl der Fehlertoleranz oder des Dämpfungsfaktors Konvergenzprobleme auf (vgl. Abbildung 3.17b).

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

Numerische Konzepte zur Behandlung dieser Nichtlinearität sowie zur Verbesserung der Konvergenzeigenschaften werden im nachfolgenden Kapitel 3.3.4 ausführlich entwickelt und analysiert.

3.3.4. Numerische Strategien für nichtlineare Feld-Raumladungs-Kopplungen

Die Konvergenzrate bei der numerischen Lösung stationärer pDGL-Systeme, wie im Kapitel 3.3.3.1 beschrieben, misst die Geschwindigkeit, mit der die numerische Lösung bei aufeinanderfolgenden Iterationen gegen die exakte oder akzeptable Lösung konvergiert.

Sie wird über die Abnahme des Residuums

$$R(u) = F(u) - F(\tilde{u}) \quad (3.62)$$

definiert, wobei $R(u)$ die Abweichung zwischen der exakten Lösung $F(u)$ und der aktuellen Näherung $F(\tilde{u})$ beschreibt [169].

Die Bewertung erfolgt anhand der L_2 -Norm des Residuums:

$$\|R(u)\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n R_i(u)^2}. \quad (3.63)$$

Konvergenz ist erreicht, sobald das Residuum die vorgegebene absolute Toleranz unterschreitet:

$$\|R(u^k)\| < Tol_{\text{abs}}. \quad (3.64)$$

Zusätzlich muss die relative Änderung zwischen zwei Iterationsschritten kleiner als eine definierte relative Toleranz bleiben:

$$\frac{\|u^{k+1} - u^k\|}{\|u^k\|} < Tol_{\text{rel}} \quad (3.65)$$

[171]. Die Konvergenzrate beschreibt die Reduktionsgeschwindigkeit des Residuums über die Iterationen hinweg und gibt damit Aufschluss über die Effizienz der verwendeten Lösungsmethode.

Zu Beginn der Lösung eines stationären Problems ist das Residuum, definiert als Differenz zwischen aktueller Näherung und exakter Lösung, typischerweise groß, da der Anfangswert weit von der tatsächlichen Lösung entfernt liegt. Mit Eintritt in die Konvergenzphase sinkt das Residuum üblicherweise exponentiell, und die Lösung gewinnt mit jeder Iteration an Präzision. In dieser Phase treten größere Korrekturen in den Lösungsschritten auf, da der iterative Algorithmus effektiv arbeitet und die Lösung zügig in Richtung der stationären Lösung führt.

Sobald das Residuum die Nähe der definierten Toleranz erreicht, verlangsamt sich die Reduktion. Die Änderungen der Lösung zwischen zwei Iterationen werden entsprechend klein (vgl. Abbildung 3.17b). Ein Anstieg des Residuums deutet hingegen auf Probleme wie ungeeignete Anfangsschätzungen, schlechte Skalierung oder numerische Instabilitäten hin und führt zur Divergenz der Lösung [168]. Auch eine nur langsame Abnahme des Residuums weist auf ein schlecht konditioniertes Gleichungssystem oder auf unzureichende Vorkonditionierung hin, was insbesondere im bipolaren Koronasystem eine präzise Steuerung der Konvergenzrate erforderlich macht.

Nach der DG-Diskretisierung der Modellgleichungen (3.58) und (3.60) erfolgt die numerische Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems in jedem Iterationsschritt in Kopplung mit der Poisson-Gleichung. Hierzu wird ein Newton-Raphson-Verfahren eingesetzt und für den stark nichtlinearen Anwendungsfall gezielt erweitert, um die Konvergenz zu beschleunigen. Ausgehend von einer Startverteilung x^0 werden

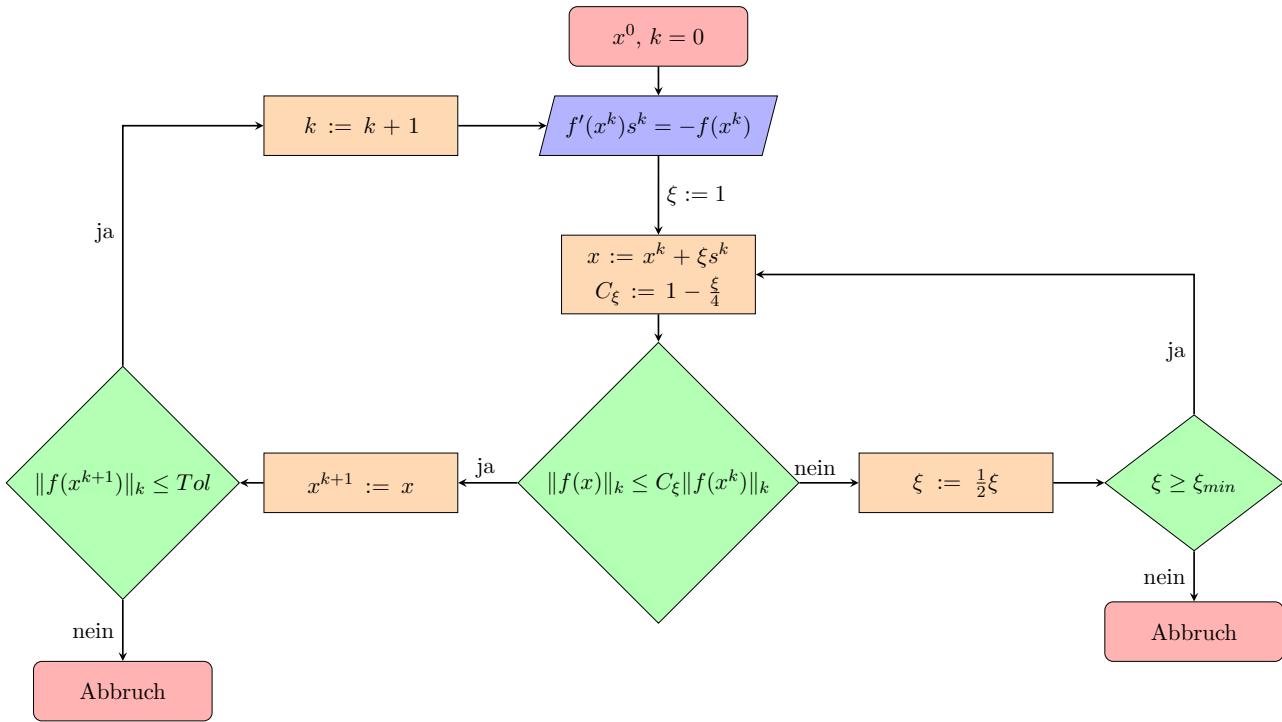


Abbildung 3.18.: Flowchart für das gedämpfte Newton-Raphson-Verfahren nach [169].

in der k -ten Iteration das Residuum $f(x^k)$ sowie die Jacobi-Matrix $f'(x^k)$ bestimmt. Anschließend wird der Korrekturterm s^k durch Lösung des linearen Gleichungssystems

$$f'(x^k)s^k = -f(x^k) \quad (3.66)$$

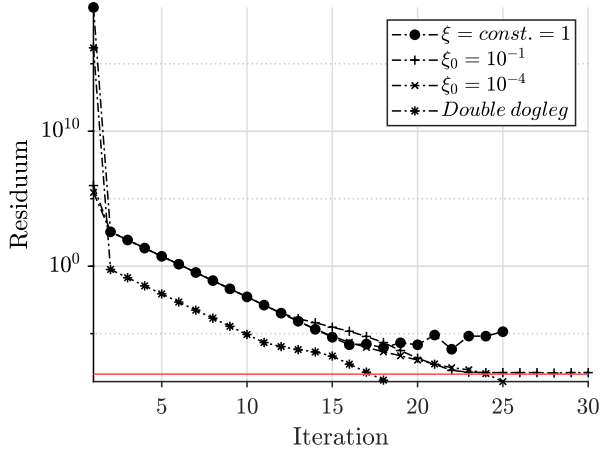
berechnet. Der nächste Prädiktorschritt erfolgt durch Aktualisierung gemäß

$$x^{k+1} = x^k + s^k \quad (3.67)$$

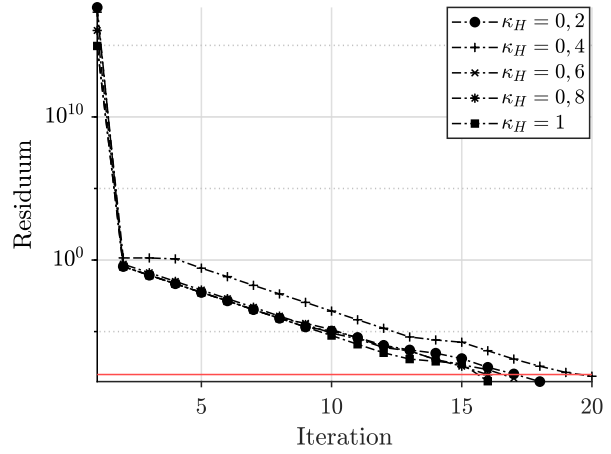
[184]. Zur Verbesserung der Konvergenzrate bietet sich zunächst eine optimierte Schätzung der Startverteilung an. Eine robustere Strategie stellt die Modifikation des Newton-Raphson-Verfahrens durch Dämpfung des Korrekturterms dar [169]. Dabei wird im Prädiktorschritt der Korrekturterm s^k mit einer Dämpfungskonstante $\xi \in (0, 1]$ skaliert, um die Schrittweite kontrolliert zu reduzieren. Gemäß dem Flussdiagramm in Abbildung 3.18 lässt sich die Konvergenz der numerischen Lösung durch gezieltes Ramping oder Halbierung der Dämpfungskonstante steuern und stabilisieren. Ein weiterer Ansatz zur Steigerung der Konvergenzperformance der nichtlinearen Lösung ist das im Rahmen dieser Arbeit implementierte Homotopieverfahren [169]. Dieses Verfahren wird erstmals speziell auf das bipolare Koronasystem angewendet und hinsichtlich seines Potentials zur Performancesteigerung systematisch analysiert.

Die Grundidee des Homotopieverfahrens besteht darin, durch Einführung eines künstlichen reellen Parameters κ_H aus dem ursprünglichen stark nichtlinearen Gleichungssystem (3.58) und (3.60) eine Familie von Zwischenproblemen zu generieren. Dadurch wird eine kontinuierliche Transformation von einem einfach zu lösenden Anfangsproblem hin zur vollständigen nichtlinearen Problemstellung ermöglicht. Zur besseren Übersicht und klareren Darstellung erfolgt die Einführung des Homotopieverfahrens in dieser Arbeit exemplarisch anhand der Gleichungen (2.70) und (2.71) unter Vernachlässigung von Diffusions- und Konvektionstermen sowie unter Annahme stationärer Verhältnisse. Die Darstellung

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks



(a) Einfluss der Dämpfung für das Newton-Raphson-Verfahren auf das Konvergenzverhalten.



(b) Einfluss des Homotopieparameters auf das Newton-Raphson-Verfahren.

Abbildung 3.19.: Konvergenzanalyse für das Lösen stark nichtlinearer Gleichungssysteme. In rot ist die akzeptable relative Fehlertoleranz von $Tol_{rel} = 10^{-8}$ dargestellt.

erfolgt bewusst ohne die im Variationsansatz entwickelte intrinsische Bestimmung der Randbedingungen für ρ an den Leitern, um die methodische Kernidee der Homotopie klar herauszustellen.

Durch die Einführung des Homotopieparameters κ_H ergeben sich die Gleichungen zu:

$$(1 - \kappa_H) \left(-\frac{\rho_+ \rho_-}{\epsilon_0} - \text{grad } \phi \cdot \text{grad } \rho_+ \right) + \kappa_H \left(\frac{\rho_+^2 - \rho_+ \rho_-}{\epsilon_0} - \text{grad } \phi \cdot \text{grad } \rho_+ \right) = -\frac{\beta_I \rho_+ \rho_-}{e \mu_+} \quad (3.68)$$

$$(1 - \kappa_H) \left(\frac{\rho_+ \rho_-}{\epsilon_0} - \text{grad } \phi \cdot \text{grad } \rho_- \right) + \kappa_H \left(\frac{\rho_+ \rho_- - \rho_-^2}{\epsilon_0} - \text{grad } \phi \cdot \text{grad } \rho_- \right) = \frac{\beta_I \rho_+ \rho_-}{e \mu_-}. \quad (3.69)$$

Für $\kappa_H = 0$ ergibt sich ein rein lineares Problem, wodurch die Bestimmung einer geeigneten Startverteilung für das Newton-Raphson-Verfahren erheblich erleichtert wird. Die auf diese Weise berechnete Lösung dient anschließend als Startwert für ein benachbartes Problem mit leicht erhöhtem κ_H . Durch schrittweises Erhöhen des Homotopieparameters (Ramping) wird die jeweils berechnete Lösung iterativ als Startverteilung für das nächste Teilproblem verwendet.

Für $\kappa_H = 1$ gehen die modifizierten Gleichungen (3.68) und (3.69) schließlich in das vollständige nichtlineare Ursprungsproblem über.

Die Konvergenzverläufe des bipolaren Koronasystems unter Verwendung des gedämpften Newton-Raphson-Verfahrens bei unterschiedlichen Anfangsdämpfungen sind in Abbildung 3.19a dargestellt. Darüber hinaus zeigt Abbildung 3.19b die erreichte Optimierung der Startverteilung durch das Homotopieverfahren, welche die Konvergenz des Verfahrens wesentlich verbessert. In Abbildung 3.19a ist deutlich zu erkennen, dass bei einem Dämpfungsfaktor von $\xi_0 = 1$ (entsprechend dem klassischen Newton-Raphson-Verfahren) keine Konvergenz des stark nichtlinearen bipolaren Koronasystems erreicht wird. Selbst bei Reduktion des Anfangsdämpfungsfaktors auf $\xi_0 = 10^{-1}$ bleibt das Problem so stark nichtlinear, dass innerhalb der maximalen Iterationsanzahl von 30 Iterationen die definierte relative Fehlertoleranz von $Tol_{rel} = 10^{-8}$ lediglich asymptotisch angenähert, jedoch nicht unterschritten wird. Erst bei weiterer Verkleinerung des Anfangsdämpfungsfaktors auf $\xi_0 = 10^{-4}$ wird die vorgegebene relative Fehlertoleranz nach 25 Iterationen erreicht. Der ausgeprägt nichtlineare Charakter des Problems erfordert daher weitergehende Optimierungsansätze für den Konvergenzverlauf.

[168] stellt hierzu ein hybrides Lösungsverfahren vor, das den Konvergenzverlauf effizient verbessert. Das in Abbildung 3.19a dargestellte sogenannte „Double Dogleg“-Verfahren kombiniert das Newton-Raphson-Verfahren mit einer Gradientenmethode, um die Robustheit und Effizienz der Lösung zu steigern [181]. Dabei basiert der klassische Newton-Schritt auf der Linearisierung der Funktion $f(x)$ mittels Taylor-Entwicklung um die aktuelle Näherung x^k . Dieses Vorgehen gewährleistet eine schnelle Konvergenz, vorausgesetzt x^k liegt hinreichend nahe an der exakten Lösung, die Jacobi-Matrix ist nicht singulär und das Problem gut konditioniert.

Zur Verbesserung der Startlösung und damit zur Erhöhung der Konvergenzrate wird in Abbildung 3.19b die Anwendung des Homotopieverfahrens dargestellt.

Beim Gradientenverfahren erfolgt der Schritt entlang des negativen Gradienten $s^k = -\alpha \nabla f(x^k)$, wobei α die Schrittweite bestimmt. Der Dogleg-Pfad $s_{\text{dogleg}}^k = \beta s_{\text{Grad}}^k + (1 - \beta) s_{\text{Newton}}^k$ kombiniert zunächst den Gradienten-Schritt mit anschließender Bewegung in Richtung des Newton-Schritts, wobei der Parameter β sicherstellt, dass der gesamte Schritt innerhalb eines definierten Vertrauensbereichs verbleibt [168]. Wie in Abbildung 3.19a dargestellt, steigert dieses kombinierte Vorgehen die Effizienz signifikant: Die Lösung konvergiert innerhalb von nur 18 Iterationen zur definierten relativen Fehlertoleranz, im Vergleich zu 25 Iterationen beim isolierten gedämpften Newton-Raphson-Verfahren. Im Small-scale-Bereich äußert sich die Einsparung zunächst nur in einigen Dutzend Sekunden. Im nächsten Kapitel wird jedoch das Problem durch Einführung eines Zeitoperators erweitert, sodass in jedem Zeitschritt ein nichtlineares pDGL-System gelöst werden muss.

Im Large-scale-Anwendungsfall (vgl. Kapitel 4) wirkt sich die optimierte Konvergenzstrategie besonders positiv auf die Gesamt-Simulationslaufzeit aus. Aufgrund der größeren räumlichen Dimensionen und der Erweiterung auf den dreidimensionalen Raum steigt der Rechenaufwand erheblich, sodass jede eingesparte Iteration zu einer deutlichen Reduktion der Rechenzeit beiträgt.

Zusätzlich wird durch schrittweises Ramping des Homotopieparameters der Konvergenzverlauf weiter beschleunigt. Wie in Abbildung 3.19b ersichtlich, konvergiert die Lösung in Kombination mit dem Homotopieverfahren bereits nach 16 Iterationen. Grundlage der Konvergenzanalyse in Abbildung 3.19 bildet dabei stets dieselbe Anordnung, um einen validen Vergleich sicherzustellen.

Der beobachtete Verlauf der Konvergenz deckt sich dabei mit den theoretischen Überlegungen zu Beginn dieses Kapitels: Zu Beginn ist das Residuum groß, sinkt jedoch in den ersten Iterationen rapide ab. In der Nähe der Toleranzgrenze verlangsamt sich die Abnahme, da die Änderungen der Lösung zunehmend kleiner werden.

Während das bipolare Koronasystem in dieser Arbeit bereits mit einem Ansatz zur Bestimmung der Randbedingungen sowie dem Homotopieverfahren effizient stationär gelöst wird, erweitert das folgende Kapitel den Modellansatz um den Zeitoperator, um die in der Einleitung formulierten Anforderungen zur Abbildung überlagelter zeitabhängiger Spannungsformen zu erfüllen.

3.3.5. Strategien zur Behandlung transienter Potentiale

In den Kapiteln 3.3.1, 3.3.3 und 3.3.4 wurden die Grundlagen für die Synthese der in dieser Arbeit entwickelten numerischen Methoden gelegt.

Das folgende Kapitel erweitert diese Konzepte auf die Modellierung transienter Transportvorgänge unter überlagerten zeitabhängigen Potentialen. Die Simulation solcher Phänomene stellt eine der zentralen Herausforderungen dar, insbesondere im Kontext hybrider Freileitungssysteme der HGÜ. Wie in der Einleitung und der Forschungsmotivation (vgl. Kapitel 1.2 und 1.2) erläutert, ist eine

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

genaue Charakterisierung des Koppelstroms von der DC- in die AC-Seite von zentraler Bedeutung (vgl. Abbildung 2.4), da dieser zu Sättigungseffekten in den Energiewandlern führt.

Im Falle transienter Überspannungen, beispielsweise infolge von Schalthandlungen, überlagert sich der stationären DC-Spannung ein Impulsanteil (vgl. Gleichung (2.89)). Die Messdaten (vgl. Abbildung 2.8) zeigen dabei, dass der resultierende Strom aus zwei Anteilen besteht: einem durch die Verschiebungsstromdichte verursachten ersten Peak sowie einem zweiten Peak, der den überlagerten Ionenstrom abbildet. Letzterer setzt sich aus dem stationären DC-Koronastrom sowie einem durch die zusätzliche Ionisation infolge der Überspannung verstärkten transienten Anteil zusammen.

Für die numerische Analyse werden die zuvor entwickelten Methoden kombiniert und in diesem Kapitel anhand experimenteller small-scale-Daten validiert. Die Validierung erfolgt dabei getrennt für hybride Koronasysteme und überlagerte Koronasysteme.

Der durch den Spannungsimpuls hervorgerufene Verschiebungsstromanteil wird im Rahmen dieser Arbeit als sogenanntes „Schmutzsignal“ interpretiert und nicht dem eigentlichen Koppelstrom zugeordnet. Zur sauberen Validierung des transienten Ionenstroms wird dieser Anteil numerisch herauskalibriert. Hierfür wird im Folgenden eine umfassende Methodik vorgestellt und angewendet.

3.3.5.1. Experimentelle Methodik

Ziel der entwickelten experimentellen Methodik ist die messtechnische Untersuchung der transienten Entwicklung von Raumladungsdichten in gasförmigen Isoliermedien im Kontext von HGÜ-Anwendungen. Die gewonnenen Ergebnisse dienen sowohl der Validierung der Simulationsdaten als auch der Gewinnung neuer Erkenntnisse zum transienten Verhalten von Ionenströmen.

Für die experimentellen Untersuchungen wird eine Freileitungsanordnung in Leiter-Erd-Geometrie gewählt, um die Kopplungsphänomene von Freileitungen in einer kontrollierten Laborumgebung gezielt zu analysieren. Da die betrachteten Überspannungsimpulse typischerweise im fehlerfreien Pol der DC-Übertragungsstrecke auftreten, überlagern sich diese zwangsläufig mit der vorhandenen Betriebsspannung. Entsprechend wird eine überlagerte Spannungsbelastung aus Gleich- und Impulsspannungen am Prüfkörper angelegt.

Im Fokus der Untersuchungen steht die Identifikation relevanter Zeitparameter sowie weiterer charakterisierender Eigenschaften der transienten Ionenstromimpulse. Die Methodik basiert auf den Arbeiten von [114, 145, 147] und wird gezielt erweitert und optimiert, um die spezifischen Anforderungen dieser Arbeit zu erfüllen.

Messaufbau

Abbildung 3.20 zeigt den Aufbau der Versuchsanordnung. Der Prüfkörper besteht aus einem Aluminiumdraht mit einem Radius $r_i = 0,001$ m, welcher zwischen zwei Steuerelektroden gespannt wird, um Verfälschungen der Messergebnisse durch Feldspitzen und Teilentladungen zu vermeiden. Senkrecht unter dem Draht wird zur Erfassung der erzeugten Raumladungen bzw. Ionenströme eine Wilson-Plate nach Kapitel 2.4.4.5 im Abstand h platziert. Die verwendete Wilson-Plate besteht aus einer inneren Messelektrode mit den Abmessungen $0,4 \text{ m} \times 0,4 \text{ m}$ sowie einer äußeren Schutzelektrode mit Außenmaßen von $0,5 \text{ m} \times 0,5 \text{ m}$. Beide Elektroden sind aus leitfähigem Kupfer gefertigt und auf einer isolierenden Trägerschicht montiert.

Über den Hochspannungsanschluss wird der Prüfling mit einer überlagerten Hochspannung beaufschlagt.

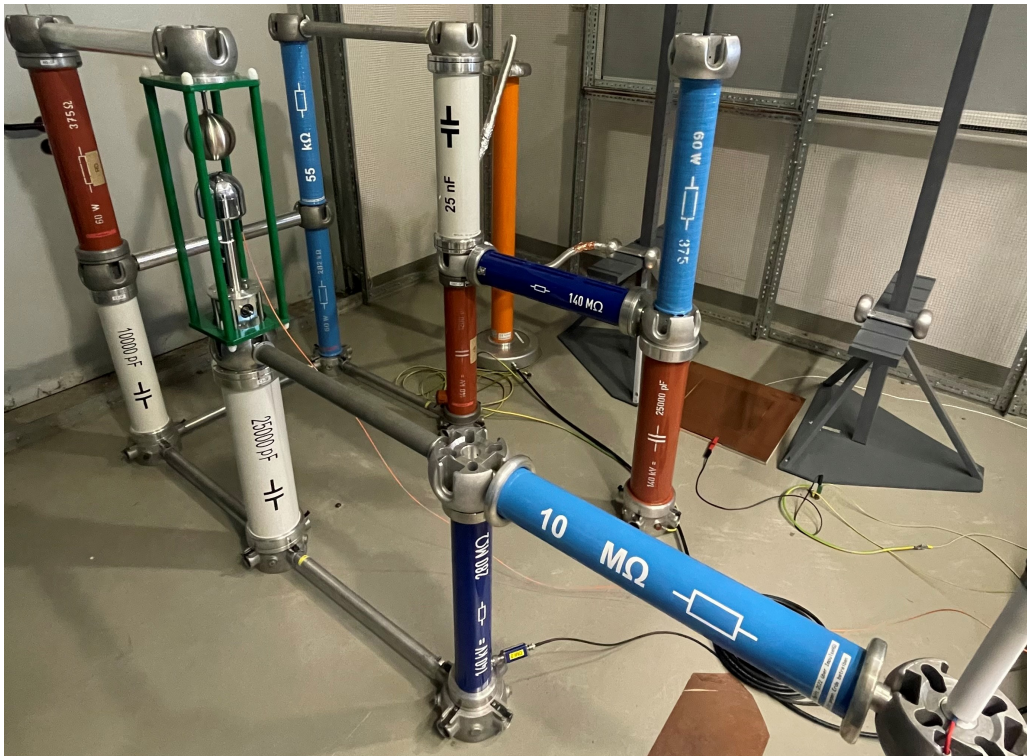


Abbildung 3.20.: Laborrealisierung zur synthetischen Nachbildung von überlagerten Spannungsbelastungen und Messung von transienten Ionenströmen in Luft.

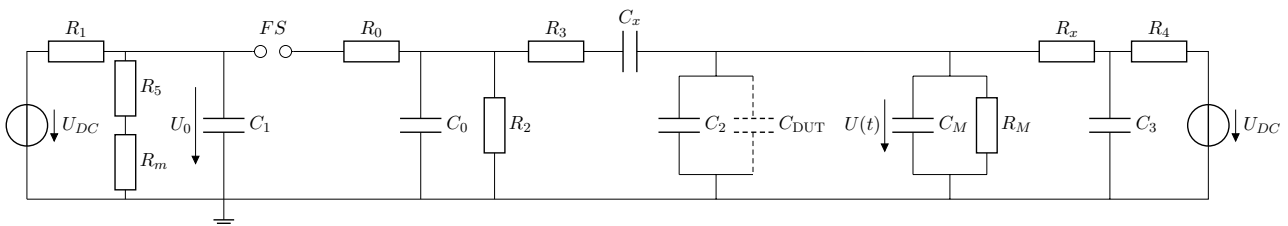


Abbildung 3.21.: Elektrisches Ersatzschaltbild zur Erzeugung von überlagerten Impulsbeanspruchungen für experimentelle Untersuchungen in Laborumgebung.

Um sowohl die Spannungsquellen als auch die Messtechnik und die Qualität der Spannungsbelastung zu schützen, ist der Schaltkreis entsprechend angepasst ausgeführt [13]. Das zugehörige Ersatzschaltbild ist in Abbildung 3.21 dargestellt. Die Schaltung gliedert sich in ein Gleichspannungs- und Impulskreis auf, welche sich am kapazitiven Prüfling C_{DUT} und dem universellen R/C -Spannungsteiler überlagern. Die DC-Spannungsquelle („PNChp 60000-10 ump“ der Heinzinger electronic GmbH) liefert eine maximale Gleichspannung von $U_{max} = 60$ kV und lädt über den Ladewiderstand R_1 den Stoßkondensator C_1 . Die Ladespannung wird mittels eines hochohmigen resistiven Spannungsteilers parallel zu C_1 , bestehend aus R_5 und R_m , erfasst.

Das Entladen von C_1 erfolgt manuell über das Zünden einer Funkenstrecke FS mittels eines Licht-Triggerimpulses. Die Entladung wird über den Dämpfungswiderstand R_0 auf den Zwischenspeicherkondensator C_0 geleitet. Der Widerstand R_0 dient dabei der Reduktion möglicher Schwingungen, während C_0 sicherstellt, dass der Stromfluss während der Entladung aufrechterhalten bleibt. Dadurch wird der Entladeprozess gezielt verlängert, um auch neuartige VSFO mit langsamen Zeitparametern zu reproduzieren.

Über die Entladewiderstände R_2 und R_3 wird der resultierende Impuls schließlich auf den Spannungs-

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

Tabelle 3.5.: Widerstandswerte für SI und VSFO Labor-Realisierung.

	R_0	R_1	R_2	R_3	R_x	R_5	R_4	R_m	R_M
SI	375 Ω	10 M Ω	282 k Ω	55 k Ω	140 M Ω	280 M Ω	375 Ω	14,95 k Ω	240 M Ω
VSFO	375 Ω	10 M Ω	10 M Ω	1 M Ω	140 M Ω	280 M Ω	375 Ω	14,95 k Ω	240 M Ω

Tabelle 3.6.: Kapazitätswerte für SI und VSFO Labor-Realisierung.

	C_0	C_1	C_x	C_3	C_2	C_{DUT}	C_M
SI	10 nF	25 nF	25 nF	25 nF	1,2 nF	7,9 pF	140 pF
VSFO	10 nF	25 nF	25 nF	25 nF	1,2 nF	7,9 pF	140 pF

teiler, bestehend aus C_2 und dem kapazitiven Prüfkörper C_{DUT} , übertragen.

Die längenbezogene Kapazität des Prüflings wird gemäß [185] durch

$$C'_{\text{DUT}} = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln\left(\frac{2h}{r_i}\right)} \quad (3.70)$$

abgeschätzt. Für eine Höhe von $h = 0,6$ m und einen Leiterradius von $r_i = 0,001$ m ergibt sich eine Kapazität von etwa $C'_{\text{DUT}} \approx 7,9$ pF m $^{-1}$.

Da $C_{\text{DUT}} \ll C_4$ ist, wird die Kapazität des Prüflings im Ersatzschaltbild vernachlässigt. Die Widerstände R_2 und R_3 dienen der Modellierung der Impulsformparameter und sind entsprechend den Anforderungen an SI sowie VSFO gemäß Tabelle 3.5 und Tabelle 3.6 auszuwählen. Auf der gegenüberliegenden Seite des Ersatzschaltbildes befindet sich der Gleichstromkreis, gespeist durch eine weitere Hochspannungsquelle vom Typ „PNChp 100000-20 ump“ der Heinzinger electronic GmbH mit einer maximalen Nennspannung von $U_{\text{max}} = 100$ kV. Die Spannungsquelle wird durch ein R/C -Tiefpassfilter bestehend aus R_x und C_3 sowie durch einen strombegrenzenden Widerstand R_4 gegen die transienten Spannungen des Stoßspannungsgenerators geschützt.

Zur Entkopplung beider Teilkreise dient die Kapazität C_x , die zusätzlich die Impulsquelle vor Rückwirkungen schützt. Aufgrund der Vielzahl an kapazitiven Elementen im Schaltkreis entstehen an mehreren Stellen Spannungsteiler, die die maximale Prüflingsspannung begrenzen und den erreichbaren Wirkungsgrad η limitieren. Dieser Umstand bestimmt die Versuchsplanung und definiert die maximal realisierbaren Spannungen am Prüfkörper.

Der Spannungsverlauf der Ladespannung an C_1 wird über koaxiale Messkabel mit einem „DMI 551“ der HAEFELY AG erfasst. Die am Prüfling überlagerten Spannungen werden mittels des universellen Spannungsteilers „HVT 160 RCR“ der HILO-Test GmbH gemessen und mit einem „HIAS 744“ der HAEFELY AG ausgewertet.

Für die Strommessung an der Wilson-Plate wird ein Transimpedanzverstärker vom Typ „DHPCA-100“ der FEMTO Messtechnik GmbH eingesetzt. Das Ausgangssignal wird anschließend in ein „PXIe-1071“ von National Instruments eingelesen. Zusätzlich werden Temperatur, Luftfeuchtigkeit und Luftdruck während der Messung mit einem digitalen Thermo-Hygrometer „KlimaLogg Pro“ der TFA Dostmann GmbH & Co. KG erfasst.

Tabelle 3.7.: Parameter der Impulseingangsspannungen am Prüfling.

	\hat{U} in kV	T_p in ms	T_2 in ms	A	τ_1 in ms	τ_2 in ms
SI	34	0,305661	2,61	1,1285	3,206103	0,080996
VSFO	34	5,446	71,545	1,0742	93,554	1,243775

Versuchsplanung

Die Messreihen werden in Abhängigkeit von Leiterhöhe, Polarität sowie der überlagerten Spannung U_{DC} durchgeführt, um die transiente Entwicklung von Raumladungsdichten und Ionenströmen systematisch zu bewerten. Insgesamt werden 16 Messreihen erhoben, deren Eingangsparameter in Tabelle I.1 zusammengefasst sind.

Im Einklang mit den in Tabelle 2.6 beschriebenen Zeitparametern werden zur Modellierung von Überspannungen an luftisolierten Freileitungen Anstiegszeiten T_p und Rückenhalbwertszeiten T_2 im Bereich gemischter, teilverkabelter Übertragungssysteme berücksichtigt. Obwohl für gemischte Systeme keine expliziten Rückenhalbwertszeiten spezifiziert sind, wird im Rahmen dieser Arbeit angenommen, dass diese Werte zwischen den typischen Zeitkonstanten von Kabel- und Freileitungssystemen liegen. Für VSFO wird eine Anstiegszeit von $T_p = 5,446$ ms und eine Rückenhalbwertszeit von $T_2 = 71,545$ ms angesetzt. Zur Nachbildung eines Schaltimpulses, wie er beispielsweise bei Schalthandlungen im Fehlerlöschfall auftritt, werden $T_p = 0,305661$ ms und $T_2 = 2,61$ ms eingestellt, entsprechend der gewählten Entladewiderstände.

Diese Zeitparameter weichen hinsichtlich der Front um 22,626 % und hinsichtlich des Rückens um 4,4 % vom SI ab, liegen jedoch gemäß [69] innerhalb des zulässigen Gültigkeitsbereichs.

Die Bestimmung der Impulsparameter τ_1 , τ_2 sowie des Korrekturfaktors A erfolgt durch Lösung des folgenden Gleichungssystems nach [186]:

$$\tau_1 = \frac{T_2}{\ln(2A)}, \quad (3.71)$$

$$A = \frac{1}{\exp\left(-\frac{T_p}{\tau_1}\right) - \exp\left(-\frac{T_p}{\tau_2}\right)}. \quad (3.72)$$

Die berechneten Parameter sind in Tabelle 3.7 aufgeführt. Aus der maximalen Ausgangsspannung von $U_{\max} = 60$ kV der Heinzinger Quelle im Impulskreis folgt lediglich eine Impulsamplitude von $\hat{U} = 34$ kV. Der Wirkungsgrad im Stoßspannungskreis ergibt sich somit zu $\eta_{\text{Impuls}} = 56,67$ %. Notwendigerweise muss für die Messung eines überlagerten Ionenstroms durch den DC-Offset bereits eine Koronaentladung einsetzen, sodass sich in Abwesenheit der Überspannung ein stationärer Ionenstrom einstellt. Daher wird während der Messung die Gleichspannung U_{DC} in jeder Messreihe so gewählt, dass diese deutlich über der Koronaeinsetzspannung des Drahtes liegt. Mit Gleichung (2.58) und

$$U_c = E_c r_i \ln\left(\frac{2h}{r_i}\right) \quad (3.73)$$

folgt $U_{DC} > 45$ kV.

Es werden daher Messreihen für einen eindeutigen DC-Koronastrom mit $U_{DC} = 50$ kV und $U_{DC} = 60$ kV durchgeführt. Hierbei ergibt sich für den Gleichspannungskreis ein Wirkungsgrad von $\eta_{DC} \approx 60$ %, da für $U_{DC} = 60$ kV am Prüfling die maximale Ausgangsspannung der DC-Quelle benötigt wird. Bei

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

Mischbeanspruchungen ergeben sich somit am Prüfling ein maximaler Scheitelwert von $\hat{U} = 94$ kV respektive $\hat{U} = 84$ kV.

Der Wirkungsgrad der synthetisierten Labornachbildung pendelt sich bei $\eta \approx 58,75$ % ein. Ein wesentliches messtechnisches Setting stellt die festgelegte Karenzzeit von 20 s nach jedem Triggersignal dar, um die Wiederherstellung stationärer Verhältnisse sicherzustellen. Darüber hinaus erweisen sich Testmessungen zufolge eine Abtastrate von $f_a = 10$ MHz als zielführend für die präzise Erfassung der transienten Ionenströme.

Messergebnisse

Zur Reduktion statistischer Messabweichungen innerhalb einer Messreihe wird der arithmetische Mittelwert aus bis zu zehn Einzelmessungen gemäß

$$I(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_{i,\text{Mess}}(t) \quad (3.74)$$

gebildet.

Die Messergebnisse sind bereits im Rahmen der Motivation in Abbildung 2.8 dargestellt worden. In der überlagerten Darstellung der Ströme zeigt sich, dass die Einzelmessungen im Allgemeinen einem ähnlichen zeitlichen Verlauf folgen. Die gemittelte Kreuzkorrelation ψ_{xy} zwischen den Einzelmessungen und dem Mittelwertsignal beträgt in diesem Beispiel 0,38701.

Für zeitdiskrete Signale ergibt sich die Kreuzkorrelation gemäß [187] zu

$$\psi_{xy}(k) = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{2M+1} \sum_{\nu=-M}^M x(\nu)y(\nu+k), \quad (3.75)$$

wobei $\psi_{xy}(k)$ die gemittelte Ähnlichkeit zwischen den Signalen x und y beschreibt.

Einzelne Messungen weisen jedoch eine geringere Kreuzkorrelation zum Mittelwertsignal auf und weichen dadurch stärker vom durchschnittlichen Verlauf ab. Um die Glättung des Mittelwerts zu verbessern, werden diese Messungen mit zu niedriger Kreuzkorrelation aus der Mittelwertbildung ausgeschlossen.

Unter Berücksichtigung dieser optimierten Mittelwertbildung ergeben sich für die in Tabelle I.1 aufgeführten Messreihen die in Abbildung 3.22 dargestellten charakteristischen Stromverläufe. Die in Abbildung 3.22 dargestellten Graphen zeigen deutliche Unterschiede und Gemeinsamkeiten zwischen den Messreihen, wodurch eine klare Abhängigkeit der Stromverläufe von den gewählten Eingangsparametern ersichtlich wird.

Aus den Stromverläufen lässt sich erkennen, dass die Art des angelegten Impulses einen signifikanten Einfluss auf die Form der Messkurven hat. Als auffälligste Gemeinsamkeit ist der allgemeine Verlauf der Strommessungen hervorzuheben: Sämtliche Messreihen weisen zwei ausgeprägte Stromimpulse entlang der Zeitachse auf.

Da der Prüfkörper während einer Messung nur einem einzelnen transienten Spannungsimpuls ausgesetzt wird, ergibt sich die Fragestellung, ob einer der beobachteten Impulse auf einen systematischen Messfehler, auf eine schwingende Wechselwirkung im Schaltkreis oder auf zwei unterschiedliche physikalische Prozesse zurückzuführen ist.

Für eine präzise Auswertung der Ionenstromverläufe ist daher zunächst zu klären, welcher der beobachteten Impulse tatsächlich durch Ionenbewegungen verursacht wird.

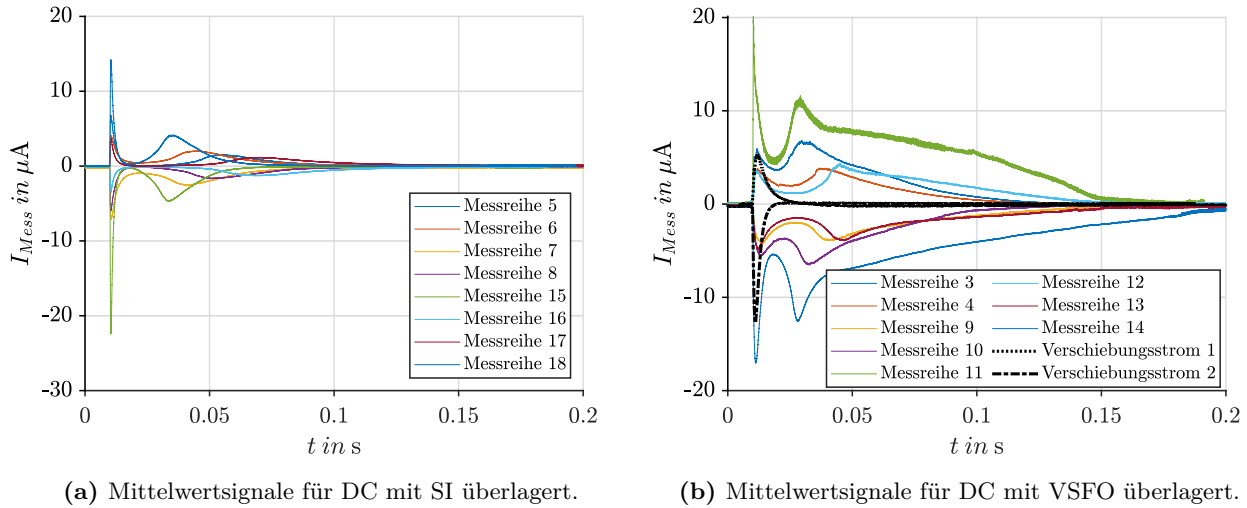


Abbildung 3.22.: Gemessene und innerhalb der Messreihe gemittelte überlagerte Strommesssignale auf der Wilson-Plate für $U(t) = -U_{DC} - U_c(t)$ und $U(t) = U_{DC} + U_c(t)$ mit SI und VSFO.

Identifikation der Stromimpulse

Ähnliche Messungen wurden nach umfassender Literaturrecherche im Rahmen der Kontextualisierung bisher nicht durchgeführt, weswegen nicht auf bestehende Arbeiten oder Erkenntnisse zurückgegriffen werden kann. Da der in [13, 147] beschriebene Laboraufbau zur Erzeugung überlagerter Spannungen keine Schwingungsphänomene hervorgebracht hat, bestätigt sich, dass die synthetische Nachbildung der Spannungsquelle fehlerfrei erfolgt. Zusätzlich zeigt sich in den Messergebnissen, dass zwei zeitlich klar getrennte Impulse auftreten.

Wie in Kapitel 2.4.4.5 beschrieben, treten bei Wechselfeldern in hybriden Freileitungssystemen zwangsläufig Verschiebungsströme auf. Auch die Wilson-Plate der verwendeten Messanordnung weist eine bekannte Sensitivität gegenüber Verschiebungsströmen auf [188].

Bei transienter Spannungsbelastung verändert sich das elektrische Feld am Prüfkörper sowie im Entladevolumen vor der Messelektrode der Wilson-Plate, wodurch ein transienter Verschiebungsstrom in die Messeinrichtung eingekoppelt wird. Zur Überprüfung dieser Hypothese erfolgt eine separate Messreihe, in der der Prüfling jeweils mit einer positiven und negativen VSFO belastet wird. Die dabei auf der Wilson-Plate gemessenen Ströme (vgl. Abbildung 3.22b) korrelieren deutlich mit dem ersten Peak der überlagerten Messungen.

Daraus wird gefolgert, dass es sich beim ersten Stromimpuls um einen durch das transiente elektrische Feld verursachten Verschiebungsstrom handelt. Unter Berücksichtigung einer Gleichspannung von $U_{DC} = 60$ kV, einer Leiterhöhe von $h = 0,64$ m sowie einer Ionenbeweglichkeit von $\mu_i = 1,5 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ ergibt sich nach Gleichung (2.120) eine abgeschätzte Ionendriftzeit von etwa 45,5 ms.

Diese Abschätzung bestätigt, dass das Registrieren eines Verschiebungsstroms während einer transienten Überspannung und das Messen eines Ionenstroms zwei zeitlich versetzte Prozesse darstellen. Da das definierte Ziel dieser Arbeit die Bewertung überlagerter Ionenströme und deren Auswirkung auf das Isoliergas umfasst, besteht die Herausforderung darin, den Verschiebungsstromanteil vom restlichen Stromsignal zu trennen, um eine isolierte Analyse der zeitlichen Parameter zu ermöglichen.

Tabelle 3.8.: Parameter aus der Kurvenapproximation der Verschiebungsströme nach Gleichung (3.76).

	MR	$A \cdot \hat{I}_{\text{Ver}}$ in μA	$\tau_{1,\text{Ver}}$ in ms	$\tau_{2,\text{Ver}}$ in ms	R^2
	5	9,8894	1,7846	0,1973	0,999
	6	5,0229	2,8577	0,1685	0,994
	7	-8,7785	3,0291	0,1700	0,993
	8	-7,8229	1,9878	0,1228	1,000
SI	15	-39,000	0,9029	0,1545	0,998
	16	-5,5228	1,3400	0,2737	0,988
	17	5,2718	1,4928	0,1624	0,999
	18	25.157	1,3210	0,1970	0,999
	3	6,1579	13,6027	0,6031	0,994
	4	4,8153	10,4367	0,9563	0,995
	9	-9,6119	7,5395	2,1995	0,984
	10	$-9,9997 \times 10^5$	4,5538	4,5538	0,995
VSFO	11	2,0271	4,2570	0,1900	0,970
	12	$4,7149 \times 10^2$	2,8962	2,8403	0,977
	13	$-2,2124 \times 10^3$	2,7200	2,7045	0,993
	14	$-3,1415 \times 10^3$	1,5467	1,5246	0,954

Signalverarbeitung

Zur Trennung der Verschiebungsströme von den Ionenströmen wird im Rahmen dieser Arbeit ein Ansatz im Zeitbereich gewählt. Voruntersuchungen zeigten, dass eine Trennung im Frequenzbereich nicht zielführend ist, da die Frequenzspektren der beiden Anteile eine starke Korrelation aufweisen. Um im Zeitbereich eine möglichst präzise Trennung der Signale zu erreichen, wird für jede Messreihe eine Kurvenapproximation des Verschiebungsstromanteils vorgenommen. Aufbauend auf dieser Approximation wird ein Differenzsignal gebildet, das ausschließlich den Ionenstromimpuls enthält.

Für die Approximation wird ein nichtlinearer Levenberg-Marquardt-Algorithmus eingesetzt, der in einem iterativen Prozess den quadratischen Fehler zwischen Messsignal und Schätzfunktion minimiert. Nach [189] lässt sich die Form von Stromimpulsen, in Anlehnung an die Norm IEC 60600-1 [190], durch eine Doppel-Exponentialfunktion der Form

$$I_{\text{Ver}}(t) = \hat{I} \left(\exp \left(-\frac{t-t_0}{\tau_1} \right) - \exp \left(-\frac{t-t_0}{\tau_2} \right) \right) \quad (3.76)$$

approximieren. Die Approximation erfolgt ausschließlich im Bereich des Verschiebungsstromanteils. Dabei werden nur die relevanten Signalanteile berücksichtigt: kurz vor dem Beginn des Stromanstiegs bis weit in den Rückenbereich des Verschiebungsstromes, unmittelbar vor dem Anstieg des Ionenstromimpulses. Für die vorliegenden Messreihen ergeben sich die in Tabelle 3.8 aufgeführten Parameter der approximierten Verschiebungsströme. Das Produkt $A \cdot \hat{I}_{\text{Ver}}$ repräsentiert nicht den Scheitelwert des Impulses, sondern dient als Parameter zur Nachbildung der Stromkurve und stellt das Produkt aus dem Korrekturfaktor A und dem Scheitelwert des Impulses dar. Das Differenzsignal zwischen

dem überlagerten Gesamtstrom und dem approximierten Verschiebungsstrom liefert schließlich den gesuchten Ionenstrom gemäß [191]:

$$I_{\text{Ion}}(t) = I(t) - I_{\text{Ver}}(t). \quad (3.77)$$

Nach der Subtraktion zeigt sich für ausgewählte Messreihen der isolierte Ionenstrom, dargestellt in Abbildung 3.23. Obwohl die Verschiebungsströme eine sehr gute Übereinstimmung mit den gemessenen Stromverläufen des Verschiebungsstromanteils aufweisen, treten insbesondere vor dem Anstieg des Ionenstromimpulses Residualsignale auf. Diese Residualanteile bleiben im weiteren Verlauf unberücksichtigt.

Die Analyse der Differenzsignale in Abbildung 3.23 zeigt deutliche Korrelationen zwischen den Eingangsparametern und den resultierenden Ionenstromverläufen. Für die überlagerten SI-Messreihen treten gleichmäßige Veränderungen der Ionenströme bei Variation der Eingangsgrößen auf. Im Fall der überlagerten VSFO-Messreihen zeigen sich ebenfalls Abhängigkeiten, allerdings verlaufen die Trends weniger gleichmäßig, was auf die Überlagerung zusätzlicher gasphysikalischer Effekte hindeutet.

Analog zur Vorgehensweise bei der Verschiebungsstromapproximation erfolgt die Approximation der kalibrierten Ionenströme. Dabei wird zusätzlich der gleichspannungsbedingte Koronastrom $I_{\text{Ion,DC}}$ berücksichtigt. Dieser ergibt sich als Mittelwert der Strommesswerte vor dem Beginn des Verschiebungsstromanteils und wird in die Approximation eingeführt:

$$I_{\text{Ion}}(t) = \hat{I} \left(\exp \left(-\frac{t - t_0}{\tau_1} \right) - \exp \left(-\frac{t - t_0}{\tau_2} \right) \right) + I_{\text{Ion,DC}}. \quad (3.78)$$

Die in Tabelle 3.9 zusammengefassten Parameter beschreiben die approximierten Impulsverläufe der isolierten Ionenströme. Damit ist die messtechnische Methodik zur Erfassung transienter Ionenströme erfolgreich abgeschlossen. Zur Validierung der entwickelten numerischen Methodik zur Beschreibung transienter überlagerter Ionenströme erfolgt im folgenden Kapitel der Vergleich mit den erhobenen, approximierten und gemessenen Ionenstromverläufen.

3.3.5.2. Validierung des transienten Ionenstroms

Der Versuchsaufbau sowie die messtechnische Methodik zur Erfassung und experimentellen Datenerhebung wurden im vorangegangenen Abschnitt umfassend dargestellt. Im Fokus stehen die überlagerten Spannungsfunktionen $U(t) = -U_{\text{DC}} - U_c(t)$ und $U(t) = U_{\text{DC}} + U_c(t)$ (vgl. Gleichung (2.89)), wobei die DC-Spannung so gewählt ist, dass sie oberhalb der Koronaeinsatzfeldstärke liegt. In [146] werden explizit Studien zu möglichen Fehlerszenarien in hybriden HGÜ-Systemen vorgestellt. Besonders bei Leiter-Erd-Fehlern in HGÜ-Freileitungen entstehen VSFO mit Amplituden von etwa 1,76 p.u., die wanderwellenartig entlang der Leitung bis zum Konverter zurücklaufen.

Die in [146] angegebenen Zeitparameter für diesen Fehlerfall decken sich mit den im small-scale-Versuch modellierten Parametern der VSFO (vgl. Kapitel 3.3.5.1). Zur Validierung der Simulationsergebnisse werden ausgewählte Messreihen nachgebildet. Eine vollständige Überprüfung aller 18 Messreihen ist nicht erforderlich, da die Validierung den gezielten Vergleich zwischen Messung und Simulation ermöglicht und die Aussagekraft der entwickelten numerischen Methodik belegt. Die in Tabelle 3.10 aufgeführten Eingangsparameter bilden die Grundlage für die Simulationen.

Tabelle 3.9.: Parameter aus der Kurvenapproximation der Ionenströme nach Gleichung (3.78).

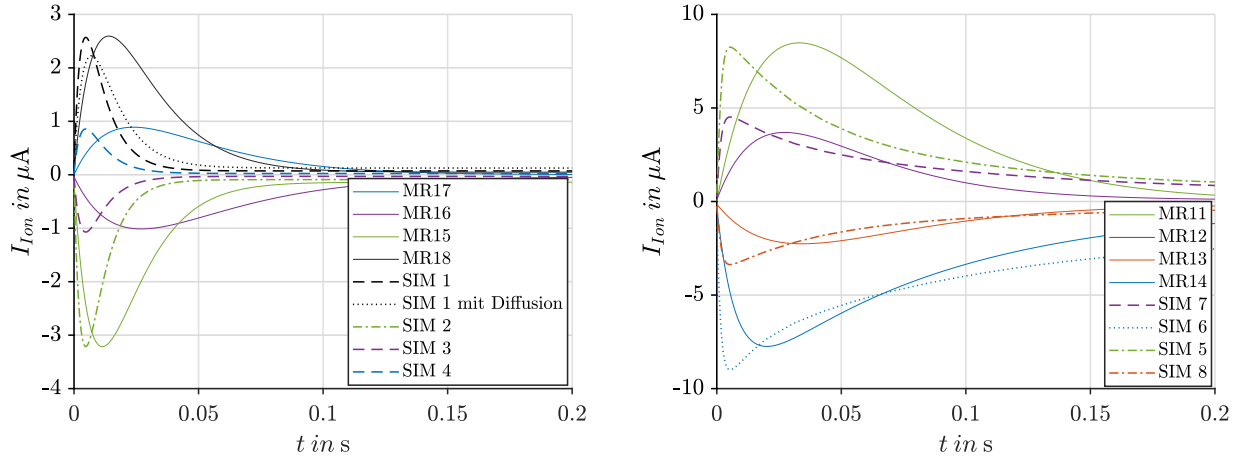
	MR	$A \cdot \hat{I}_{\text{Ion}}$ in μA	$\tau_{1,\text{Ion}}$ in ms	$\tau_{2,\text{Ion}}$ in ms	$I_{\text{Ion},DC}$ in nA	R^2
	5	2,2830	23,9032	23,8780	1,0983	0,674
	6	2,4970	20,9024	20,8709	0,8198	0,807
	7	-4,8254	17,7892	17,7724	-225,6377	0,846
	8	-2,3880	27,0188	26,9888	-37,1079	0,680
SI	15	-6,7002	11,3857	11,3714	-138,1962	0,822
	16	-64,4664	19,8261	19,8249	-65,4189	0,993
	17	$0,9999 \times 10^3$	38,4691	38,4691	20,6020	0,871
	18	5,2372	13,9968	13,9783	48,7449	0,767
	3	0,4203	19,0499	18,4650	8,8094	0,996
	4	$1,0000 \times 10^3$	17,2335	17,2333	7,9451	0,999
	9	-0,0249	30,0613	21,6718	-39,0353	0,942
	10	-0,7296	18,8561	18,5379	-41,1427	0,999
VSFO	11	$1,0000 \times 10^3$	32,7230	32,7229	9,2751	0,930
	12	4,4596	27,3170	27,2569	78,9701	0,965
	13	-2,1800	34,3488	34,2580	-135,9902	0,988
	14	-0,0106	80,8405	7,7541	-283,4031	0,998

Tabelle 3.10.: Eingangsparameter der numerischen Simulation zur Nachbildung transienter Ionenströme bei überlagerten Spannungen.

	Sim	MR	h in m	Pol.	U_{DC} in kV	\hat{U} in kV	τ_1 in ms	τ_2 in ms	μ in $\text{m}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$
	1	18	0,54	pos.	60	34	3,206	0,0809	$1,5 \times 10^{-4}$
	2	15	0,54	neg.	-60	-34	3,206	0,0809	$1,8 \times 10^{-4}$
SI	3	17	0,74	pos.	60	34	3,206	0,0809	$1,5 \times 10^{-4}$
	4	16	0,74	neg.	-60	-34	3,206	0,0809	$1,8 \times 10^{-4}$
	5	11	0,54	pos.	60	34	93,554	1,2437	$1,5 \times 10^{-4}$
	6	14	0,54	neg.	-60	-34	93,554	1,2437	$1,8 \times 10^{-4}$
VSFO	7	12	0,74	pos.	60	34	93,554	1,2437	$1,5 \times 10^{-4}$
	8	13	0,74	neg.	-60	-34	93,554	1,2437	$1,8 \times 10^{-4}$

Wird die Methode zur Kalibrierung des Ionenstroms angewendet, ergeben sich die in Abbildung 3.23 dargestellten transienten überlagerten Ionenstromverläufe, welche der numerischen Simulation gegenübergestellt sind. Für die Analyse und Auswertung in Tabelle 3.11 und I.2 werden dabei charakteristische Kennzahlen herangezogen. Diese beinhalten den DC-Ionenstrom $I_{\text{Ion},DC}$ und die Zeitparameter des transienten Vorgangs wie die Anstiegszeit T_p und Rückenhalbwertszeit T_2 . Außerdem wird die Amplitude I_{max} herangezogen und die umgesetzte Ladung Q_{Ion} also die aufgespannte Fläche des transienten Ionenstroms analysiert.

Dabei wird sich bei der Analyse und Validierung der numerischen Simulation auf Tabelle 3.11 beschränkt, da die prinzipiellen Trends ähnlich sind, sich auf Grund des Polaritätseffekts lediglich der



(a) Überlagerter Ionenstrom für DC mit SI.

(b) Überlagerter Ionenstrom für DC mit VSFO.

Abbildung 3.23.: Kalibrierte approximierte und transiente Ionenstromsignale für für $U(t) = -U_{DC} - U_c(t)$ und $U(t) = U_{DC} + U_c(t)$. Für Validierungszwecke sind die numerischen Ergebnisse der jeweiligen Messreihe mit abgebildet.

Koronaeinsetzgradient und die Ionenmobilität ändert, was die geringfügig unterschiedlichen Amplituden in Abbildung 3.23 bei gleicher Leiterhöhe erklärt. Im Folgenden wird die Auswertungsmethodik zur Validierung im Detail erläutert.

Validierungsmethodik

Der impulsförmige Verlauf des Ionenstroms wird über den Scheitelwert I_{\max} sowie die Zeitparameter T_p (Anstiegszeit) und T_2 (Rückenhalfwertszeit) charakterisiert. Die Ermittlung dieser Kennzahlen erfolgt sowohl für die Messdaten als auch für die Simulationen in Anlehnung an die Bestimmung der Impulsparameter von Stoßspannungen nach IEC 60060-1 [190].

Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass speziell für impulsförmige Ionenströme sowie für VSFO derzeit keine genormten Prüfverfahren existieren. Dennoch lässt sich, wie im Folgenden gezeigt, der Verlauf der Ionenströme mit sehr guter Übereinstimmung durch die Methodik zur Charakterisierung transienter Stoßspannungen beschreiben.

Zur Bestimmung der Anstiegszeit T_p , also der Zeitspanne vom Beginn des Impulses bis zum Erreichen des Scheitels I_{\max} , werden die Zeitpunkte $t_{30\%}$ und $t_{90\%}$ identifiziert, bei denen der Impuls 30 % bzw. 90 % des Scheitelwerts erreicht (vgl. Abbildung 2.5a). Durch lineare Interpolation zwischen diesen beiden Zeitpunkten wird die Anstiegszeit gemäß

$$T_p = K \cdot T_{30\%,90\%} \quad (3.79)$$

bestimmt, wobei K einen dimensionslosen Korrekturfaktor darstellt. Für genormte Schaltstoßspannungen ergibt sich dieser Korrekturfaktor zu

$$K = 2,42 - 3,08 \times 10^{-3} T_{30\%,90\%} + 1,51 \times 10^{-4} T_2. \quad (3.80)$$

Bei Vor-Ort-Prüfungen hat sich erwiesen, dass die Annahme eines konstanten Korrekturfaktors von $K = 2,4$ zweckdienlich ist. Aus diesem Grund wird auch in dieser Arbeit dieser Wert verwendet, da er eine gute Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation liefert.

Tabelle 3.11.: Validierung des simulierten transienten Ionenstroms für $U(t) = U_{DC} + U_c(t)$.

		SI		VSFO	
		$h = 0,54 \text{ m}$	$h = 0,74 \text{ m}$	$h = 0,54 \text{ m}$	$h = 0,74 \text{ m}$
Messung	$I_{\text{Ion},DC}$	48,745 nA	20,603 nA	9,275 nA	78,970 nA
	T_p	16,32 ms	45,375 ms	38,318 ms	31,877 ms
	T_2	37,894 ms	106,278 ms	88,509 ms	74,043 ms
	I_{max}	2,545 μA	0,397 μA	8,470 μA	3,612 μA
	Q_{Ion}	96,77 nC	38,7539 nC	741,906 nC	265,257 nC
Simulation	$I_{\text{Ion},DC}$	72 nA	24 nA	460,7 nA	255 nA
	T_p	4,88 ms	4,82 ms	5,5 ms	4,5 ms
	T_2	14,14 ms	13,3 ms	47 ms	59 ms
	I_{max}	2,554 μA	0,8487 μA	8,241 μA	4,488 μA
	Q_{Ion}	32,2566 nC	11,0725 nC	487,081 nC	318,308 nC
rel. Abweichung	$I_{\text{Ion},DC}$	47,7 %	16,49 %	-50 %	24,96 %
	T_p	-70 %	-89,37 %	-85 %	-85 %
	T_2	-62,68 %	-87,48 %	-46 %	-20 %
	I_{max}	0,35 %	13,77 %	-2,7 %	24 %
	Q_{Ion}	-66 %	-71 %	-34 %	20 %

Im Gegensatz zur Anstiegszeit T_p wird die Rückenhalbwertszeit T_2 über den Zeitpunkt bestimmt, an dem der Impulsrücken auf 50 % von I_{max} abgefallen ist. Der Scheitelwert I_{max} wird konventionell über eine Extremwertsuche innerhalb der Mess- und Simulationsdaten identifiziert. Da sich der Scheitelwert auf den Impulsanteil des überlagerten Ionenstroms bezieht, erfolgt eine Korrektur des ermittelten Extremwerts um den Gleichanteil $I_{\text{Ion},DC}$.

Zur korrekten Auswertung überlagerter Strommessungen wird ein virtueller Nullpunkt eingeführt, da der tatsächliche Nullpunkt durch die Überlagerung von Gleich- und Impulsspannung nicht direkt ersichtlich ist. Der virtuelle Nullpunkt wird durch die Verlängerung der Geradengleichung, aufgespannt zwischen den Punkten $t_{30\%}$ und $t_{90\%}$, bestimmt. Der Schnittpunkt dieser Geraden mit dem Niveau des Gleichstromanteils definiert den virtuellen Nullpunkt. Sämtliche Zeitparameter in Messungen und Simulationen beziehen sich auf diesen virtuellen Nullpunkt.

Der Gleichanteil $I_{\text{Ion},DC}$ der Messungen wird als arithmetisches Mittel über alle Datenpunkte vor dem Impulsbeginn bestimmt:

$$I_{\text{Ion},DC} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{t_{0,i} \cdot f_a} \sum_{k=1}^{t_{0,i} \cdot f_a} I_{\text{Mess}}(k) \right), \quad (3.81)$$

wobei N die Anzahl der Einzelmessungen einer Messreihe und f_a die Abtastrate darstellt.

Die eingetragene Ladung Q_{Ion} wird schließlich über das Integral

$$Q_{\text{Ion}} = \int_{t_{0,\text{Ion}}}^{0,2 \text{ s}} (I_{\text{Ion}}(t) - I_{\text{Ion},DC}) dt \quad (3.82)$$

bestimmt. Die obere Intervallgrenze von 0,2 s ergibt sich aus dem zeitlichen Messintervall und der Simulationslaufzeit und muss bei längeren Mess- oder Simulationsreihen entsprechend angepasst werden.

Vergleich und Validierung der simulierten und gemessenen Ionenstromtrends

Beginnend mit der Analyse der aufgenommenen Strommessungen in Abbildung 3.22 zeigt sich, dass sowohl der überlagerte SI als auch der überlagerte VSFO über die gleiche Zeitspanne gemessen wurden. Damit ist die Vergleichbarkeit der Messreihen gewährleistet und die unterschiedlichen Effekte auf das Isoliergas lassen sich gezielt herausarbeiten.

Durch das zeitlich transiente angelegte Potential entsteht gemäß der Maxwell-Theorie ein Verschiebungsstrom, da der Leiter-Erd-Aufbau aufgrund seiner endlichen Kapazität eine zeitabhängige elektrische Flussdichte aufweist [118]. Physikalisch tritt der Verschiebungsstrom auf, wenn sich das elektrische Feld zeitlich ändert. Diese Änderung führt zu einer zeitlichen Variation der elektrischen Flussdichte, die sich in ihrem Verhalten wie ein „Strom“ äußert, obwohl keine realen Ladungsträger transportiert werden. Die Flussdichteänderung ist über die Permittivität verknüpft: Im Vakuum resultiert die Änderung ausschließlich aus dem elektrischen Feld und ist über ϵ_0 skaliert. In einem Dielektrikum bewirkt das elektrische Feld zusätzlich eine Polarisierung, indem Dipole ausgerichtet oder Elektronenhüllen leicht verschoben werden. Dadurch entstehen elektrische Dipolmomente, die dem zeitlich veränderlichen Feld folgen [118].

Da in Luft näherungsweise $\epsilon_r \approx 1$ gilt, entspricht der erste Peak in den Messungen dem Verschiebungsstrom der Vakuumpkapazität (vgl. Messung des Verschiebungsstroms in Abbildung 3.23b). Erwartungsgemäß tritt dieser Peak beim SI schneller auf als beim VSFO, was auf die kürzeren Zeitkonstanten zurückzuführen ist.

Nach Maxwell stellt sich über das Ampere-Gesetz auch ein Magnetfeld ein, das sowohl den Leitungsstrom als auch den Verschiebungsstrom umfasst. Aufgrund der geringen Stromstärken bleibt die Magnetfeldwirkung auf die Entladung jedoch vernachlässigbar.

Es ist erneut hervorzuheben, dass durch die DC-Vorspannung oberhalb der Koronaeinsatzfeldstärke bereits vor dem Fehlerfall ein konstanter DC-Ionenstrom existiert, der gemessen und in der Simulation für den stationären Fall berechnet wird (vgl. Kapitel 2.4.4).

Beim Auftreten einer Überspannung entsteht zunächst ein Verschiebungsstrom. Die zusätzliche Spannung ionisiert die Luft um den Leiter herum über die Dauer der Überspannung und erzeugt eine zusätzliche Raumladungswolke, die sich in Richtung der Gegenelektrode (Wilson-Plate) bewegt. Diese Ionenwolke trifft mit zeitlichem Verzug auf der Wilson-Plate ein und erzeugt den messbaren zweiten transienten Strompeak. Die Driftzeit dieser Ionenwolke im Isoliergas bestimmt den zeitlichen Abstand zwischen dem ersten und zweiten Peak. Eine Variation der Leiterhöhe beeinflusst entsprechend die Ankunftszeit der Ionenwolke auf der Wilson-Plate. Dieser theoretische Zusammenhang wird durch die Messergebnisse in Abbildung 3.22 bestätigt: Mit zunehmender Leiterhöhe verschiebt sich der zweite Peak zeitlich nach hinten.

Beim Vergleich des überlagerten SI und des VSFO zeigt sich signifikant, dass die langsameren Zeitparameter des VSFO zu einer erhöhten Energiezufuhr während der Überspannungsdauer führen. Dies resultiert in einer höheren Driftgeschwindigkeit der Ionenwolke. Entsprechend verkürzt sich die Flugzeit, und der zweite Peak tritt früher und ausgeprägter auf als beim überlagerten SI.

Für eine quantitative Analyse und die Validierung der entwickelten numerischen Methodik muss der Verschiebungsstromanteil entfernt werden, da dieser nicht den tatsächlich auftretenden Ionenstrom abbildet. Zur korrekten Bestimmung des Koppelstroms in die AC-Leitenseile ist die isolierte Betrachtung des transienten Ionenstroms erforderlich. Der Verschiebungsstromanteil wird hierfür, wie beschrieben,

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

herauskalibriert. Die numerische Simulation erfolgt auf Basis der jeweiligen Messparameter, einschließlich Leiterhöhe, Leiterradius, relativer Luftfeuchte sowie des Spannungssignals. Durch die klimatisierten Laborbedingungen bleibt die Temperatur mit $T \approx 22 \text{ }^\circ\text{C}$ nahezu konstant.

Die qualitative Validierung der Simulationsergebnisse zeigt, dass sowohl die Amplitude als auch der DC-Offset in allen Fällen hinreichend genau reproduziert werden. Auch die Anstiegszeiten und Rückenhaltwertszeiten folgen dem gleichen Trend. Besonders auffällig sind die gegenüber dem transienten Spannungsverlauf schnelleren Zeitparameter der Stromverläufe, was auf kapazitive Effekte der Isolationsstrecke hinweist und mit den theoretischen Vorüberlegungen übereinstimmt.

Bei der Betrachtung der definierten Kennzahlen in Tabelle 3.11 fällt auf, dass der DC-Offset zwischen den einzelnen Leiterhöhen leicht variiert. Obwohl bei allen Versuchen die gleiche DC-Vorspannung und der identische Laboraufbau eingesetzt werden, treten kleine Abweichungen auf, die auf Überlagerungseffekte zwischen den elektrischen Feldern der Impulsseite und der Luftstrecke im kompakten small-scale-Aufbau zurückzuführen sind.

Die maximale Abweichung der Stromamplituden zwischen Messung und Simulation beträgt 24 %, die minimale 0,35 %. Besonders interessant ist die Auswertung der kumulativ umgesetzten Ladung durch den transienten Strom. Erwartungsgemäß liegt diese beim SI etwa eine Größenordnung unterhalb der beim VSFO, da der Rücken des VSFO-Stroms deutlich langsamer gegen den DC-Wert abklingt. Die Simulation weicht hier maximal um 34 % und minimal um 20 % von den Messungen ab.

Beim Vergleich der Zeitparameter zeigen die simulierten Anstiegszeiten eine schnellere Entwicklung als die gemessenen, wobei beide in der gleichen Größenordnung bleiben. Die Simulation folgt dabei stärker dem Anstiegsverhalten des angelegten Spannungsimpulses. Hingegen wird die Rückenhaltwertszeit beim VSFO in der Simulation sehr gut getroffen, mit Abweichungen zwischen 20 % und 46 %. Der steilere Anstieg lässt sich sowohl auf numerische als auch auf messtechnische Ursachen zurückführen. Im Modell ergibt sich dieser Effekt aus dem verwendeten Lagrange-Ansatz, der eine instantane Randbedingung für die Ladungsdichte ρ liefert. In der Realität treten jedoch statistische Streuzeiten auf, die in dem deterministischen Modell nicht abgebildet werden. Auf der experimentellen Seite werden durch die Signalverarbeitung verbleibende Artefakte der Messung infolge von Kurvenapproximationen geglättet bzw. gemittelt, wodurch der Anstieg in den Messdaten weniger steil erscheint. Insgesamt ergibt sich, dass langsamere transiente Spannungsimpulse eine Übereinstimmung zwischen Simulation und Messung zeigen (vgl. Tabelle 3.11).

Der hochkomplexe Mechanismus der überlagerten Erzeugung und des Transports von Partikeldichten führt zu Abweichungen zwischen Messung und Simulation, insbesondere bei den SI-Messreihen. Einerseits wird durch die entwickelte numerische Methodik unter den Annahmen aus Kapitel 2.4.4 ein kleiner Modellfehler sichtbar. Andererseits zeigt sich, dass die Messung transienter Kleinstströme aufgrund der Sensitivität gegenüber äußeren Einflüssen und des kompakten Small-scale-Laboraufbaus Verzerrungen aufweist.

Das Modell der Koronaentladung beschreibt die gesamte Raumladungsdichte ohne explizite Trennung der Ladungsträger. Rekombinations- und Ionisationsprozesse im Entladevolumen werden nicht detailliert abgebildet, wie es in vollumfänglichen Streamersimulationen der Fall ist, bei denen separate Advektionsgleichungen für jede Spezies gelöst werden. Da Streamerentladungen numerisch mit sehr feiner Auflösung im Bereich von Mikrometern diskretisiert werden müssen, ist ihr Einsatz für large-scale-Anordnungen ausgeschlossen [17]. Aus diesem Grund wird im Rahmen dieser Arbeit die Berechnung des Stroms im äußeren Schaltkreis priorisiert und der in Kapitel 2.4.4 beschriebene Modellfehler in

Kauf genommen.

Beim Vergleich der Messungen des überlagerten SI mit der zugehörigen Simulation zeigt sich, dass der gemessene transiente Ionenstrom deutlich breiter und diffuser erscheint, mit einem Verlauf, der eher einer gaußförmigen Verteilung als einer Doppel-Exponentialfunktion entspricht. Die simulierten transienten Ströme hingegen zeigen einen Verlauf, der näher an einer Doppel-Exponentialfunktion liegt, mit insgesamt schnelleren Zeitparametern. Amplitude und DC-Offset werden dennoch sehr gut getroffen.

Mit zunehmender Leiterhöhe verbreitert sich der transiente Stromverlauf, und der zeitliche Abstand Δt zum ersten Peak des Verschiebungsstroms nimmt zu. Dieser Trend ist konsistent mit der zunehmenden Driftzeit bei größerem Leiterabstand. Die Verbreiterung des Impulses während der Drift zur Wilson-Plate deutet auf Diffusionsprozesse hin, wie allgemein in der Physik beschrieben [94]. Bisher blieb die Diffusion in der numerischen Simulation unberücksichtigt. Wird jedoch in Gleichung (2.64) der Diffusionsterm mit einer Diffusionskonstanten von $D \approx 8 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ für Luft integriert, zeigt Abbildung 3.23a, dass auch der simulierte Impuls breiter und diffuser wird. Diffusionsprozesse wirken sich beim SI deutlicher aus als beim VSFO. Der Grund hierfür liegt in der schnelleren Zeitskala des SI: Während beim VSFO über die lange Rückenhalbwertszeit hinweg steile Gradienten des Advektionsterms dominieren, klingen diese Gradienten beim SI schneller ab, sodass bei einer identischen Simulationslaufzeit von $T = 0,2 \text{ s}$ Diffusionseffekte stärker in Erscheinung treten. Bei langsameren Überspannungen (VSFO) bleibt das System näher an einem quasi-stationären Zustand, in dem die Raumladungsdichte der sich ändernden Feldverteilung kontinuierlich folgt.

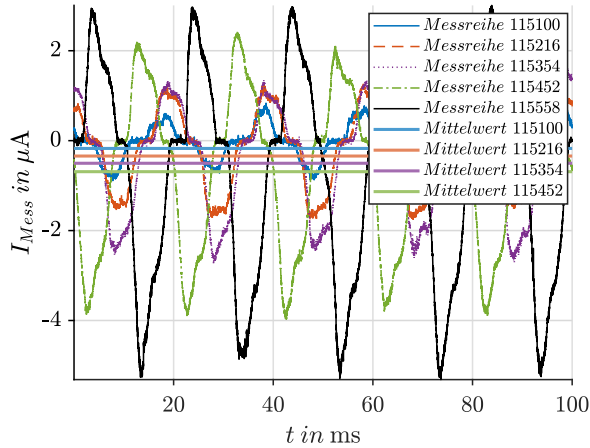
Insgesamt stimmen die Simulationsergebnisse mit den Messergebnissen gemäß der Farbcodierung in den Tabellen 3.11 und I.2 überein.

Für die Validierung im small-scale-Versuchsaufbau der hybriden Anordnung vereinfacht sich die Konfiguration. Dabei wird ein Leiter mit einer AC-Spannung und der andere Leiter mit einer DC-Spannung beaufschlagt. Gemäß der Theorie in Kapitel 2.4.2.3 oszillieren bei einer AC-Korona die produzierten Ionen um den Leiter, da sie während der jeweiligen positiven oder negativen Halbwelle zum Leiter beschleunigt werden. Im Mittel bildet sich dadurch keine resultierende Raumladungsdichte aus, die zur Gegenelektrode beziehungsweise zur Wilson-Plate driftet.

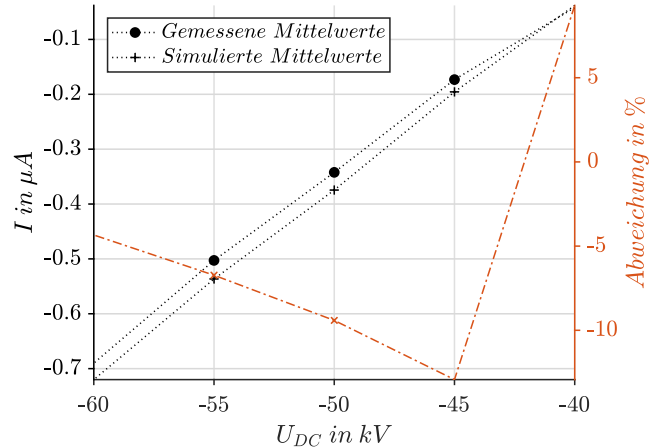
Die DC-Seite hingegen erzeugt beim Erreichen der Koronaeinsatzfeldstärke eine Raumladungsdichte, die entlang der Feldlinien in Richtung Gegenelektrode driftet. Allerdings beeinflusst das Wechselfeld der AC-Seite die Driftbewegung dieser Raumladungsdichte und muss bei der Modellierung hybrider Systeme berücksichtigt werden. In den Halbwellen, in denen beide Leiter die gleiche Polarität aufweisen, driftet die Raumladungsdichte direkt zur Gegenelektrode (Wilson-Plate). In den entgegengesetzten Halbwellen entsteht ein bipolares Feldsystem: Der eine Leiter führt ein positives, der andere ein negatives Potential. Aufgrund des erhöhten Potentialgefälles treten Driftbewegungen der Ionen sowohl zur Gegenelektrode als auch zum AC-Leiter auf.

Dementsprechend sollte der gemessene Ionenstrom auf der Wilson-Plate diesem Wechsel der Feldkonfiguration folgen. Diese theoretischen Vorüberlegungen bestätigen sich in den experimentellen Ergebnissen, wie in Abbildung 3.24a dargestellt. Da der DC-Leiter in diesem Experiment mit einer negativen Spannung beaufschlagt ist, bildet sich in der Messung (vgl. Abbildung 3.24a) ein negativer Mittelwert auf der Wilson-Plate aus. In der positiven Halbwelle driftet die Raumladungsdichte teilweise zum AC-Leiter, was zu einer leichten Abnahme des gemessenen Stroms führt, wie theoretisch erwartet. Zur Validierung der Simulationsergebnisse mittels der entwickelten numerischen Methodik werden die

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks



(a) Gemessener hybrider Strom auf der Wilson-Plate für verschiedene Spannungshöhen.



(b) Validierung der numerischen Ergebnisse mittels dem sich mittleren einstellenden Ionenstroms.

Abbildung 3.24.: Experimentelle und numerische Ergebnisse für hybride Anordnungen im small-scale. Aufgetragen ist die angelegte DC-Spannung. Die Amplitude der AC-Spannung weist betragsmäßig die gleiche Amplitude auf. Die maximale Potentialdifferenz ist demnach im Betrag $2 \times U_{DC}$.

Mittelwerte in einem 100 ms-Intervall in Abbildung 3.24b gegenübergestellt. Die relative Abweichung zwischen gemessenen und simulierten Mittelwerten beträgt maximal 10 %.

Weiterhin zeigt sich ein leicht ausgeprägter quadratischer Zusammenhang zwischen Spannung und Ionenstrom, jedoch weniger stark als im stationären Fall bei rein unipolaren oder bipolaren Anordnungen. Ursache hierfür ist die reduzierte Effektivität der Koronaentladung unter AC-Feldbedingungen. Da die Koronaentladung unter Wechselfeldbelastung nicht kontinuierlich aufrechterhalten wird, sondern sich in regelmäßigen Abständen unterbricht, bleibt der Koronastrom insgesamt geringer als bei einer stabilen DC-Entladung. Die verringerte Ionisation und reduzierte Stromstärke bewirken, dass der quadratische Zusammenhang zwischen Spannung und Strom im hybriden Betrieb weniger stark ausgeprägt ist, da die Ionisationsrate nicht kontinuierlich ansteigt.

3.3.6. Zwischenfazit

Das vorgestellte numerische Verfahren zur Bestimmung von Partikeldichten in bipolaren Koronasystemen sowie zur Simulation transienter Partikeldichten unter überlagerten Spannungsbeanspruchungen lässt sich wie folgt zusammenfassen:

- DG-Methode - Performancesteigerung: Die DG-Methode liefert exaktere Ergebnisse bei hyperbolischen Problemen wie der Advektionsgleichung, minimiert numerische Diffusion und ermöglicht durch die Einhaltung der CFL-Bedingung eine erhebliche Rechenzeitverkürzung bei geringem Teilchendichteverlust. Dieser Teilchendichteverlust ist problematisch, da bei der Berechnung des Ionenstroms die exakte Erhaltung der Raumladungsdichte entscheidend ist: Verlieren sich numerisch Teilchen, reduziert sich der resultierende Strom im äußeren Schaltkreis und führt zu einer Unterschätzung der tatsächlichen Kopplungsströme. Für eine präzise Modellierung transienter Ströme ist daher eine genaue Teilchenbilanz essenziell.

- Bestimmung der Rand-Raumladungsdichte: Die neue Methode zur sofortigen Ermittlung der Raumladungsdichte am Leiter durch Lagrange-Multiplikatoren ersetzt rechenintensive iterative Verfahren. Diese Technik wird erfolgreich validiert und erhöht die Robustheit und Effizienz der Modellierung.
- Behandlung der Nichtlinearität – Optimierte Lösungsmethodik: Die hochgradige Nichtlinearität im bipolaren Koronasystem, bedingt durch die quadratische Abhängigkeit der Raumladungsdichte und die nichtlineare Kopplung zum elektrischen Potential, erfordert spezialisierte numerische Strategien. Zur Optimierung der Konvergenz wird neben einer gezielten Anpassung der Fehlertoleranzen ein Homotopieverfahren eingesetzt. Dieses Verfahren stellt eine Erweiterung dar, indem die ursprünglichen nichtlinearen Modellgleichungen schrittweise über einen künstlich eingeführten Homotopieparameter kontinuierlich von einem linearen Ausgangsproblem zum tatsächlichen nichtlinearen Problem überführt werden. Dadurch wird die Konvergenzrate erheblich verbessert und robuste Lösungen auch bei stark nichtlinearen Feld-Raumladungs-Kopplungen ermöglicht.
- Erstmalige Modellierung überlagerter transienter Ionenströme: Im Rahmen dieser Arbeit wird erstmalig die Entstehung und Entwicklung transienter Ionenströme unter überlagerten Spannungsbeanspruchungen numerisch modelliert und simuliert. Neben dem stationären DC-Ionenstrom bildet sich dabei ein zusätzlicher transienter Stromanteil aus, der durch die zeitabhängigen Spannungsformen (SI und VSFO) verursacht wird. Die Auswirkungen dieser transienten Ionenströme auf das Isoliermedium Luft werden systematisch offengelegt. Durch umfassende experimentelle Validierung zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Messung hinsichtlich der Stromamplituden und der umgesetzten Ladung. Lediglich die Zeitparameter, insbesondere die Anstiegszeiten, weisen größere Abweichungen auf, was auf die komplexen Transportprozesse im Gas zurückzuführen ist. Damit liefert die Arbeit einen neuen Ansatz zur realitätsnahen Abbildung transienter Entladungsprozesse in gasisolierten Systemen.
- Skalierbarkeit der numerischen Methode: Der große Vorteil dieser entwickelten Methodik ist die Skalierbarkeit bei optimierter Performance. So ist das Verfahren für den zweidimensionalen small-scale-Fall entwickelt und erprobt worden, jedoch wird in Kapitel 4 und 5 das Modell auf full-scale-Anordnungen und dreidimensionale Elektrodenkonfigurationen extrapoliert.
- Berücksichtigung von Diffusionsprozessen bei schnellen Transienten – Physikalische Erweiterung: Für langsame Transienten wie dem VSFO folgen die numerischen Ergebnissen den experimentellen Ergebnissen sehr gut. Für schnellere Prozesse wie dem SI sind Abweichungen im numerischen Modell bzgl. der Zeitparameter des Impulses erkennbar. Durch Hinzunahme des Diffusionsterms beim SI wirkt der Puls ebenfalls zerlaufener und breiter.
- Verhalten hybrider AC/DC-Anordnungen – Einfluss auf U - I -Kennlinie: Das Zusammenspiel von AC- und DC-Koronaeffekten in hybriden Anordnungen schwächt den quadratischen Zusammenhang zwischen Spannung und Strom, da die Ionisation unter AC-Feldern intermittierend erfolgt.
- Anwendung der numerischen Methode auf Kopplungseffekte – praktische Relevanz: Die numerische Methode wird auf reale Freileitungsanordnungen angewandt, um Koppelströme in AC-Systeme

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

unter überlagerten Spannungen zu simulieren. Dadurch werden genauere Schutzkonzepte für den Betrieb hybrider Netze ermöglicht.

- Integratives modulares Framework – Synthese der entwickelten Teilmethoden: Die entwickelte numerische Methodik basiert auf einem modularen Framework, in das alle Teilergebnisse systematisch integriert sind. Der Koronaeinsatzgradient wird mithilfe speziell entwickelter numerischer Verfahren intrinsisch bestimmt und fließt direkt in die Formulierung der Randbedingung ein. Ebenso werden Transportparameter wie die Ionenmobilität, die zuvor über ein separates Monte-Carlo-basiertes Teilmodul ermittelt wurden, konsistent für die Berechnung der transienten Ionenströme genutzt. Durch diese modulare Struktur lässt sich das Framework flexibel erweitern und auf unterschiedliche Spannungsformen, Materialsysteme und geometrische Konfigurationen anpassen, ohne die Grundstruktur der Methodik zu verändern.

Damit ist die Entwicklung einer neuartigen, validierten und skalierbaren numerischen Methodik zur Berechnung von Partikeldichten in bipolaren Koronasystemen unter überlagerten transienten Überspannungsformen erfolgreich abgeschlossen. Aufbauend auf diesen Ergebnissen widmet sich das folgende Kapitel der Weiterentwicklung eines numerischen Verfahrens zur Schlagweitenberechnung und Abstandsdimensionierung. Dabei wird das in Kapitel 2.5.4 eingeführte Modell zur Beschreibung von Leaderentladungen systematisch erweitert, sodass auch überlagerte Spannungsformen realitätsnah abgebildet werden.

Durch die Ausbildung einer Raumladungsdichte infolge der DC-Vorspannung wird der Leadereinsatz begünstigt, wodurch das zuvor entwickelte Partikeldichte-Modell direkt in die Abstandsdimensionierung einfließt. Damit setzt sich die modulare Erweiterung des Frameworks konsequent fort.

3.4. Neuartige Methode zur Abstandsdimensionierung

Die Entwicklung allgemeingültiger numerischer Verfahren zur Berechnung der Mindestdistanz in gasförmigen Isoliermitteln unterteilt sich in zwei methodische Ansätze. Entscheidend für die Art des Durchschlags ist, wie in Kapitel 2.2 erläutert, der Inhomogenitätsgrad des elektrischen Feldes.

In homogenen und schwach inhomogenen Feldern dominiert der Durchschlagmechanismus des Streamerdurchschlags. Beim Einsetzen des Streamers, also beim Erreichen des Koronaeinsatzgradienten, wächst der Streamer typischerweise in den feldschwachen Raum hinein. Ist die Feldstärke jedoch im gesamten Entladevolumen ausreichend hoch, breitet sich der Streamer in Richtung Gegenelektrode aus und schließt Hochspannungspotential und Erdpotential kurz. Dabei entsteht ein aufgeheizter Plasmakanal mit hoher Leitfähigkeit, sodass in diesem Fall die Koronaeinsatzspannung U_c der Durchschlagspannung U_d entspricht [64].

Basierend auf diesen Grundlagen wird im ersten Teil dieses Kapitels ein Verfahren zur Berechnung der statischen Durchschlagspannung im dreidimensionalen Raum für beliebig komplexe Elektrodenanordnungen entwickelt.

In stark inhomogenen Feldverteilungen hingegen erlischt der Streamer häufig im feldschwachen Bereich. Wie die theoretischen Überlegungen in Kapitel 2.5.4 gezeigt haben, lässt sich bei transient angelegten Potentialen eine Leaderentladung beobachten, da das feldschwache Gebiet durch die zeitliche Steigerung des Potentials kompensiert wird. Dabei sind die Zeitparameter der angelegten Spannungsimpulse entscheidend für die Entwicklung des Leaders.

Im zweiten Teil dieses Kapitels wird daher das Modell aus Kapitel 2.5.4 systematisch weiterentwickelt, um die Abstandsdimensionierung auch unter Berücksichtigung neuartiger Überspannungsformen (VSFO) und überlagerter Spannungsbeanspruchungen abzubilden.

3.4.1. Im homogenen elektrischen Feld

Für die Berechnung der statischen Durchschlagspannung in homogenen und schwach inhomogenen Feldern wird das in Kapitel 3.2 entwickelte numerische Verfahren wiederverwendet. Diese Wiederverwertung stellt eine weitere Synthese innerhalb des modularen Frameworks dieser Arbeit dar.

Der Algorithmus aus Abbildung 3.9 wird dabei unverändert übernommen. Lediglich die Interpretation der Ergebnisse wird angepasst: Der eingeführte Entladungsindikator $b = 2$ identifiziert weiterhin die Einsatzfeldstärke beziehungsweise die Einsatzspannung, die in diesem Fall jedoch direkt mit der Durchschlagspannung gleichzusetzen ist.

Auf eine erneute detaillierte Darstellung der numerischen Methode wird an dieser Stelle verzichtet. Stattdessen wird auf die umfassende Beschreibung in Kapitel 3.2 verwiesen.

Die nach Mindmap 2.9 erforderlichen Transportkoeffizienten für das zugrunde gelegte Isoliergas fließen, basierend auf den Erkenntnissen aus Kapitel 3.1.1, ebenfalls in das numerische Modell ein und komplettieren die Synthese der bisherigen Teilmole. Das folgende Kapitel widmet sich daher unmittelbar der Validierung der entwickelten Methode.

3.4.1.1. Validierung mittels Paschen-Gesetz

Die numerische Berechnung der statischen Durchschlagspannung wird mithilfe des Paschen-Gesetzes validiert. Das Paschen-Gesetz, wie in Kapitel 2.2.1 erläutert, ist nur für homogene und schwach inhomogene elektrische Felder anwendbar und eignet sich daher hervorragend zur Validierung der entwickelten Methode.

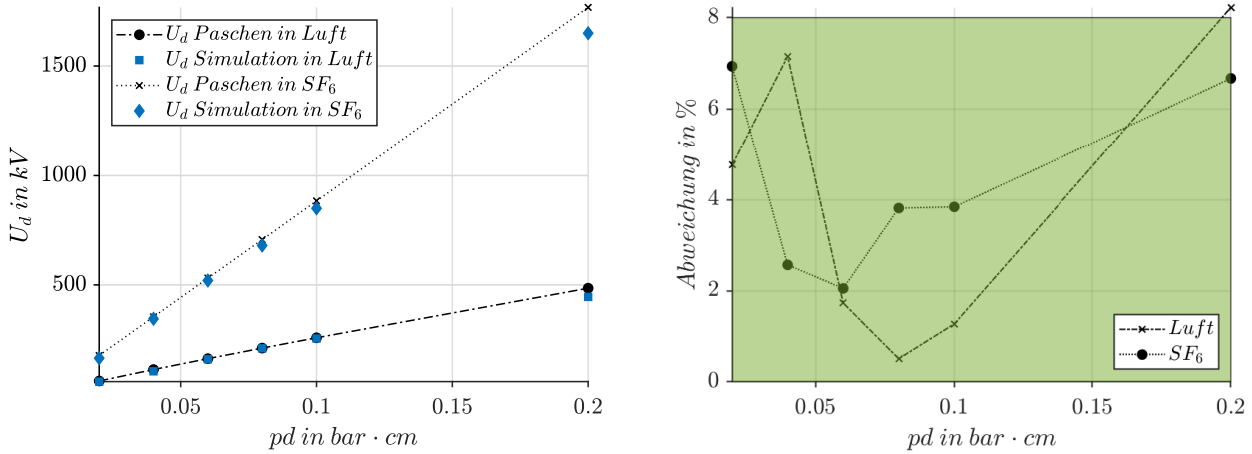
Für die Validierung im small-scale wird eine dreidimensionale Kugel-Kugel-Anordnung gewählt, wobei der Schwaiger-Faktor η stets größer als 0,3 ist, um die Homogenität der Feldverteilung sicherzustellen. Eine solche Anordnung findet beispielsweise als Kugelfunkenstrecke in der Impulserzeugung (vgl. Schaltung 3.21) Anwendung. Die Berechnung erfolgt als konservative Abschätzung unter positiver Polarität, da, wie in Kapitel 2.5.4 beschrieben, bei positiver Vorspannung der Durchschlag tendenziell früher eintritt. Der Rückwirkungskoeffizient wird gemäß Kapitel 3.2.1.1 mit $\gamma = 0,07$ angesetzt.

Für die numerische Bestimmung werden die in Kapitel 3.1.1.3 ermittelten Townsend-Koeffizienten für das verwendete Isoliergas eingesetzt. Die daraus resultierenden Ergebnisse der Durchschlagspannung für Luft und SF₆ werden in Abbildung 3.25 dargestellt. Bei Betrachtung der Durchschlagspannung in Abhängigkeit des Druck-Schlagweiten-Produkts zeigt sich, dass sich der Verlauf vollständig im Bereich rechts des Paschen-Minimums befindet. Für HGÜ-Systeme liegen die relevanten Schlagweiten typischerweise im Bereich mehrerer Zentimeter, womit nach Definition der Paschen-Kurve der sogenannte Weitdurchschlag vorliegt [65].

In diesem Bereich verläuft die Abhängigkeit von U_d sowohl für Luft als auch für SF₆ näherungsweise linear. Dieser Trend wird in [65] für große pd -Produkte ebenfalls beschrieben. Obwohl die Paschen-Kurve global nicht linear ist, wird der Verlauf für den hier betrachteten Bereich als quasi-linear angenommen. Für SF₆ wird in [65] eine lineare Näherung angegeben:

$$U_d = pd \cdot 8,84 \text{ kV mm}^{-1} \text{ bar}^{-1} + 0,5 \text{ kV}, \quad (3.83)$$

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks



(a) Simulierte Durchschlagspannung für Luft und SF₆. (b) Relative Abweichung zwischen Simulation und Paschen-Gesetz.

Abbildung 3.25.: Validierung der numerischen Methodik zur Simulation der Durchschlagspannung in Abhängigkeit des Druck-Schlagweiten-Produkts für verschiedene Isoliergase mit dem Paschen-Gesetz.

die in Abbildung 3.25a zum Vergleich mit den simulierten Ergebnissen herangezogen wird.

Die beobachtete Zunahme der Durchschlagspannung U_d mit steigendem Druck-Schlagweiten-Produkt ist physikalisch plausibel: Größere Abstände senken die elektrische Feldstärke, und höhere Drücke verkürzen die freie Weglänge der Elektronen, wodurch Ionisationsprozesse gehemmt und die Townsend-Zahl α reduziert werden [65].

Die Simulation bestätigt außerdem die um den Faktor etwa drei höhere Spannungsfestigkeit von SF₆ gegenüber Luft. Die berechneten relativen Abweichungen zur Paschen-Kurve (vgl. Abbildung 3.25b) liegen innerhalb einer Toleranz von 8 %. Damit wird die hohe Genauigkeit der numerischen Methode belegt.

Das entwickelte Teilmodul ermöglicht somit die Bestimmung der statischen Durchschlagspannung für beliebige dreidimensionale Elektrodenkonfigurationen in Abhängigkeit vom verwendeten Isoliergas. Als Randbedingung bleibt jedoch zu beachten, dass der Inhomogenitätsgrad η mindestens 0,3 betragen muss. Unterschreitet η diesen Schwellenwert, bilden sich stabile Teilentladungen aus. Ein vollständiger Durchschlag erfordert in diesem Fall eine transiente Spannungssteigerung und die Ausbildung eines Streamer-Leader-Systems (vgl. Kapitel 2.5.4). Im Folgenden wird das entwickelte Leadermodell auf Grundlage dieser Überlegungen umgesetzt.

3.4.2. Im stark inhomogenen elektrischen Feld

Wie in Kapitel 2.5.4 dargestellt, erfordert die Modellierung und Berechnung der Leaderwachstumsgeschwindigkeit v_j eine präzise Bestimmung der Leistung P_j im Leaderkopf. Ziel dieses Kapitels ist die adäquate Berechnung der Leaderwachstumsgeschwindigkeit auf Grundlage physikalischer Modellbildung, um gasförmige Isolationsstrecken realitätsnah zu dimensionieren.

In [101] und [111] wird hierfür ein verteiltes Schaltkreismodell verwendet, mit dem der Leaderstrom I_j und die Leaderspannung U_j segmentweise bestimmt werden. Der in Abbildung 3.26 dargestellte verteilte Schaltkreis wächst iterativ mit der Propagation des Leaders in Richtung Gegenelektrode,

solange die elektrische Feldstärke E_p an der Leaderspitze größer als die lokale Einsatzfeldstärke E_c bleibt.

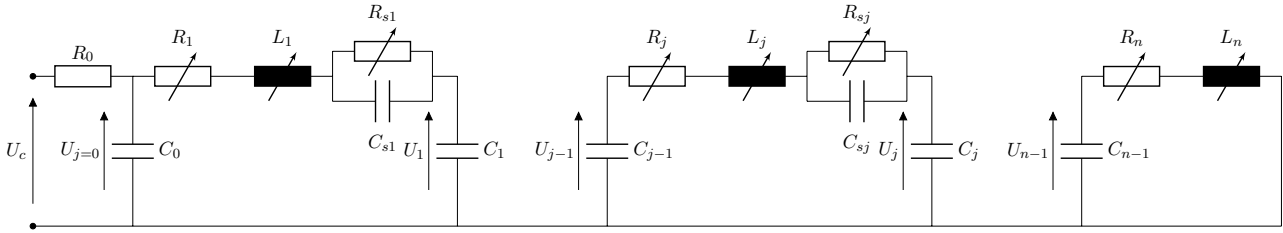


Abbildung 3.26.: Iteratives Ersatzschaltbild zur Berechnung der Leaderkanalparameter nach [101].

Der Leaderbildungsprozess endet, wenn der Streamer an der Leaderspitze die Gegenelektrode erreicht oder das Wachstum aufgrund unzureichender Feldstärke vorzeitig stoppt (vgl. Flowchart der Leaderentwicklung in Abbildung 2.6). Die Schaltelemente R_{sj} und C_{sj} modellieren die Eigenschaften des Streamers an der Leaderspitze, sind jedoch im Vergleich zu den Hauptelementen R_j und C_j vernachlässigbar klein und werden daher im weiteren Modellansatz ignoriert.

In jedem Iterationsschritt erfolgt die numerische Berechnung der Schaltelemente R_j , C_j und L_j , auf deren Grundlage anschließend die Ströme und Spannungen in den jeweiligen Leadersegmenten bestimmt werden [101, 111]. Zur besseren Übersicht werden die Berechnungsmethoden für die einzelnen Schaltelemente in den folgenden Unterkapiteln separat erläutert.

Widerstand im Leadersegment

Der Leaderkanal bzw. jedes Leadersegment verhält sich wie ein elektrischer Widerstand, welcher dem Stromwärmegesetz und der dynamischen Ausdehnung des Gases unterliegt [79]. Dabei wird angenommen, dass der Kanal zylindrische Formen annimmt. Schließlich wird der Widerstand pro Längeneinheit über

$$R' = \frac{1}{\kappa \pi r^2} \quad (3.84)$$

beschrieben, wobei κ in $\Omega^{-1} \text{m}^{-1}$ die Leitfähigkeit des Leaderkanals modelliert. Die Leitfähigkeit ist wiederum eine Funktion des Stroms im Leaderkanal und wird über den Zusammenhang aus Abbildung 2.7a angenähert.

Da in [67] für die Initialisierung des Leaderkanals die Werte $r_{0r} = 1 \text{ mm}$ und $T = 1000 \text{ K}$ verwendet werden, wird die Leitfähigkeit sowie der Radius des Kanals durch einen Korrekturfaktor

$$\kappa_r = \left(\frac{r_0}{r_{0r}} \right)^2 \kappa \quad (3.85)$$

angepasst. Der Radius r_0 in mm ist dabei eine empirische Funktion des Abstandes der Isolationsstrecke d in m gemäß:

$$r_0(d) = \frac{0,6103d + 0,02749}{d + 4,853}. \quad (3.86)$$

Unter der Annahme, dass kein lokales thermodynamisches Gleichgewicht herrscht, wird der Durchmesser des Leaderkanals zum Zeitpunkt t und Ort z mittels

$$\left(\pi r^2 \right)_{z,t} = \sqrt{(\pi r_0^2)^2 + 2 \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{E_L}{n_G} \frac{\pi r_0^2}{k_b T} Q(t)} \quad (3.87)$$

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

bestimmt. Die Parameter sind dabei die gleichen, die auch für die Berechnung der reduzierten Feldstärke in Gleichung (2.113) verwendet werden. Final wird der Widerstand des neuen Leadersegments über

$$R_j = R' l_d \quad (3.88)$$

berechnet, wobei l_d die Länge des neuen Leadersegments beschreibt [101]. Der Widerstand jedes Leadersegments R_j wird dynamisch in Abhängigkeit der stromabhängigen Leitfähigkeit bestimmt. Als Weiterentwicklung der Flowchart 2.6 wird die Berechnung des segmentweisen und gesamten Leaderwiderstands vor die GLS-Lösung verschoben, sodass im jeweils folgenden Zeitschritt die Strom- und Spannungsverteilung aktualisiert wird.

Induktivität im Leadersegment

Die Induktivität setzt sich aus zwei Anteilen zusammen: der internen Induktivität, welche durch das elektromagnetische Feld im Inneren des Kanals entsteht und der externen Induktivität, welche außerhalb des Kanals wirkt [150]. Während sich die Induktivität im Inneren des Kanals über

$$L_1 = \frac{1}{4} \frac{\mu_0}{2\pi} \quad (3.89)$$

berechnen lässt, wird für die externe Induktivität

$$L_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{d_f}{r} \right) \quad (3.90)$$

angesetzt, wobei d_f den Abstand zum Kanal beschreibt, ab dem das magnetische Feld gleich null ist. Für Laborentladungen bei großen Abständen wird der Wert $d_f = 100$ m angenommen. Insgesamt ergibt sich die Induktivität pro Längeneinheit zu:

$$L_j = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(0,25 + \ln \left(\frac{d_f}{r} \right) \right). \quad (3.91)$$

Kapazität im Leadersegment

C_j repräsentiert die Kapazität zwischen der Leaderspitze und der nicht überbrückten Isolationsstrecke (unter Vernachlässigung von C_{sj}). Zu Beginn der Simulation wird angenommen, dass die Leaderspitze und die Gegenelektrode zwei konzentrische Sphären bilden. Der Abstand zwischen diesen Sphären ändert sich dabei nach jedem Propagationsschritt. Zur Initialisierung wird für den Raumwinkel $\Gamma = 2\pi(1 - \cos \theta)$ angesetzt, wobei der Winkel $\theta_0 = \pi/6$ als Startwert verwendet wird [101]. Mithilfe des Raumwinkels wird die Kapazität über

$$C_j = \Gamma_j \epsilon_0 \frac{d(l_z + l_s)}{l_r} \quad (3.92)$$

beschrieben. Um den Raumwinkel Γ im nächsten Iterationsschritt zu bestimmen wird zunächst die Ladung q_j über

$$q_j = C_j U_j = \Gamma_j \epsilon_0 \frac{d(l_z + l_s)}{l_r} U_j \quad (3.93)$$

berechnet. U_j ist dabei die Spannung an der Leaderspitze. Der Strom I_j im entsprechenden Leadersegment ergibt sich aus der zeitlichen Ableitung der Ladung q_j zu:

$$I_j = \frac{d}{dt} q_j = \frac{d}{dt} \left(\Gamma_j \epsilon_0 \frac{d(l_z + l_s)}{l_r} U_j \right). \quad (3.94)$$

Unter Anwendung der Produktregel folgt:

$$I_j = \frac{d}{dt} \Gamma_j \epsilon_0 \left(\frac{d(l_z + l_s)}{l_r} \right) U_j + \frac{d}{dt} U_j \Gamma_j \epsilon_0 \left(\frac{d(l_z + l_s)}{l_r} \right) + \Gamma_j \epsilon_0 U_j \frac{d}{dt} \left(\frac{d(l_z + l_s)}{l_r} \right) \quad (3.95)$$

Mit der Annahme, dass $d\Gamma_j = \Gamma_j - \Gamma_{j-1}$, $\frac{d}{dt} l_s = v_s$, sowie $\frac{d}{dt} l_z = \frac{d}{dt} (L \cos(\varphi)) = v_j \cos(\varphi)$ ist, folgt:

$$\Gamma_j = \frac{\frac{I_j}{\epsilon_0} + \frac{d(l_z + l_s)}{l_r dt} U_j \Gamma_{j-1}}{\frac{d(l_z + l_s)}{l_r dt} U_j + \frac{d}{dt} U_j \frac{d(l_z + l_s)}{l_r} + U_j \left(\frac{M-N}{l_r^2} \right)}, \quad (3.96)$$

mit

$$M = \left(d^2 - d(l_z + l_s) \right) (v_j \cos \varphi + v_s) \quad (3.97)$$

$$N = - (v_s + v_j \cos \varphi) (d(l_z + l_s)). \quad (3.98)$$

Matrizendarstellung und Erweiterung des dynamischen Systems

Zur Ermittlung der Ströme und Spannungen in jedem neuen Leadersegment wird mithilfe der Maschenregeln für die Schaltung aus Abbildung 3.26 ein System von DGLs erster Ordnung hergeleitet [101]:

$$\frac{d}{dt} U_0 = - \frac{R_3 + R_2}{C_1 R_3 R_2} U_0 + \frac{1}{C_1 R_3} U_c(t) \quad (3.99)$$

$$\frac{d}{dt} U_c(t) = \frac{1}{C_2 R_3} U_0 - \frac{R_3 + R_0}{C_2 R_0 R_3} U_c(t) + \frac{1}{C_2 R_0} U_{j=0} \quad (3.100)$$

$$\frac{d}{dt} U_{j=0} = - \frac{1}{C_0 R_0} U_c(t) + \frac{1}{C_0 R_0} U_{j=0}. \quad (3.101)$$

In Matrixschreibweise folgt:

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{R_2+R_3}{C_1 R_3 R_2} & \frac{1}{C_1 R_3} & 0 \\ \frac{1}{C_2 R_3} & -\frac{R_3+R_0}{C_2 R_0 R_3} & \frac{1}{C_2 R_0} \\ 0 & -\frac{1}{C_0 R_0} & \frac{1}{C_0 R_0} \end{pmatrix} \quad (3.102)$$

Mit dem Zustandsvektor

$$X = \begin{pmatrix} U_0 \\ U_c(t) \\ U_{j=0} \end{pmatrix} \quad (3.103)$$

ergibt sich das DGL-System in der Form:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BJ(t) \quad (3.104)$$

$$Y(t) = GX(t) + HJ(t). \quad (3.105)$$

Die Zustandsmatrizen A, B, G, H , die als Systemmatrix, Eingangsmatrix, Ausgangsmatrix und Durchgangsmatrix bekannt sind, beschreiben zusammen mit den Vektoren $J(t)$ und $Y(t)$ das dynamische System. Nach [101] gilt $G = B^T$ und $H = [0]$.

Sobald die elektrische Feldstärke an der Leaderspitze die kritische Einsatzfeldstärke erreicht, wächst

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

das System durch Anfügen eines weiteren Leadersegments in Richtung der Gegenelektrode. Dadurch vergrößert sich die Schaltung 3.26 und demnach auch die Systemmatrix A mit

$$L_j \frac{dI_j}{dt} = U_j - U_{j-1} - R_j \quad (3.106)$$

$$C_j \frac{dU_j}{dt} = I_j. \quad (3.107)$$

Für den Strom folgt somit

$$I_{j-1} - I_j = C_{j-1} \frac{dU_{j-1}}{dt}. \quad (3.108)$$

Bis zum Abbruchkriterium wird nun für $j = 1$ bis n die Systemmatrix gemäß

$$A(2 \cdot j + 1, 2 \cdot j + 2) = -\frac{1}{C_{j-1}} \quad (3.109)$$

$$A(2 \cdot j + 2, 2 \cdot j + 2) = \frac{R_j}{L_j} \quad (3.110)$$

$$A(2 \cdot j + 2, 2 \cdot j + 1) = \frac{1}{L_j} \quad (3.111)$$

$$A(2 \cdot j + 3, 2 \cdot j + 2) = \frac{1}{C_j} \quad (3.112)$$

$$A(2 \cdot j + 2, 2 \cdot j + 3) = -\frac{1}{L_j} \quad (3.113)$$

erweitert. Weiterhin gilt $B = \text{zeros}(2n + 2, 1)$, $G = B^T$ und $H = [0]$. Zur Initialisierung der Anfangskapazität wird dabei

$$C_0 = 2\pi\epsilon_0 \frac{(d + r_p) r_p}{d} \quad (3.114)$$

angesetzt. Schließlich wird der Eingangsvektor um den Strom I_j und U_j erweitert. Final wird der Gesamtstrom I_L unter Berücksichtigung des Elektrodenwiderstands R_0 , der Stoßspannung $U_c(t)$ und der Spannung $U_{j=0}$ über die Anfangskapazität C_0 mit

$$I_L = \frac{U_c(t) - U_{j=0}}{R_0} \quad (3.115)$$

berechnet. Der durch den Austrittswiderstand der Elektrode fließende Gesamtstrom entspricht näherungsweise der Summe aller einzelnen Kapazitätsströme. Geringfügige Abweichungen entstehen lediglich durch Ausgleichsströme zwischen den Kapazitäten, die jedoch von untergeordneter Bedeutung sind. Daraus ergibt sich ein wesentlicher Zusammenhang: Der Gesamtstrom, mit dem der Leader versorgt wird, steigt mit zunehmender Änderungsrate der Eingangsspannung. Höhere Spannungsänderungen führen somit zu größeren Änderungen der Kapazitätsspannungen und infolgedessen zu einem höheren Gesamtstrom, der den Leader speist.

Für eine vollständige Modellierung muss definiert werden, unter welchen Bedingungen der Algorithmus abbricht: Entweder weil die kritische Feldstärke an der Leaderspitze dauerhaft unterschritten wird und das Wachstum stoppt, oder weil die finale Sprungphase initiiert wird, sobald eine vollständige Verbindung zur Gegenelektrode bevorsteht.

Finale Sprungphase

Falls die axiale Länge des Leaderkanals den empirischen Wert

$$l_{FS} = d - \frac{U_c(t) - 150 \text{ kV}}{440 \text{ kV m}^{-1}} \quad (3.116)$$

überschreitet, ist die finale Sprungphase („final-jump“) erreicht. In dieser Phase muss die Feldstärke der Korona größer als die Mindestfeldstärke

$$E_{s,\min} = \frac{U_c(t) - 150 \text{ kV}}{d - l_z} \quad (3.117)$$

sein, damit der Leader mit konstanter Geschwindigkeit zur Gegenelektrode propagiert und zum vollständigen Versagen der Isolationsstrecke führt [111]. Nach [108] lässt sich diese mit $G_1 = 0,3 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \text{ V}$ und $G_2 = 0,1 \text{ m V}^{-1}$ über

$$v_{j,FS} = G_1 (E_{s,\min} - E_S) + G_2 \frac{dU_c(t)}{dt} \quad (3.118)$$

ermitteln. Die Wachstumsrichtung erfolgt dabei in axialer Richtung zur Erdelektrode. Der Plasma-Kanal beginnt sich in dieser Phase enorm aufzuheizen und geht in ein lokales thermodynamisches Gleichgewicht über. Der Widerstand des Leaderkanals ändert sich in dieser Phase zu

$$R_j = 10 \sqrt{p^2 - \frac{t}{\Delta t}}, \quad (3.119)$$

wobei Δt die Dauer des finalen Sprungs beschreibt. Der Exponent $p = \log_{10} R_{fj}$ hängt von dem Widerstand R_{fj} ab, wobei R_{fj} der letzte berechnete Widerstand in der freien Entwicklungsphase ist. Aufgrund des sensiblen Algorithmus bedarf es für die numerisch optimierte Umsetzung Maßnahmen, welche besonders die Leaderwachstumsgeschwindigkeit betreffen und im Folgenden diskutiert werden.

3.4.2.1. Numerische Umsetzung

Die numerische Umsetzung des Leadermodells folgt dem in Abbildung 2.6 dargestellten Schema. Zunächst wird die Stoßspannung $U_c(t)$ gemäß Gleichung (2.83) initialisiert. Anschließend werden die für das Differentialgleichungssystem erforderlichen Schaltelemente C_c , C_g und R_c aus den Gleichungen (2.86), (2.87) und (2.88) berechnet.

Die freie Entwicklungsphase beginnt, sobald $U_c(t)$ die Koronaeinsatzspannung gemäß Gleichung (2.100) erreicht. Die hierfür erforderliche Bedingung wird durch den Vergleich der Feldstärke E_p (Gleichung (2.102)) mit der Einsatzfeldstärke E_c (Gleichung (2.105)) überprüft. Gemäß [101] wird die Zeitschrittweite konstant auf $\Delta t = 1 \text{ } \mu\text{s}$ gesetzt

Wird die Bedingung für den Beginn der freien Entwicklung erfüllt, erfolgt die Berechnung der Leaderwachstumsgeschwindigkeit v_j nach Gleichung (2.108). Wie in [111] gezeigt, führt die direkte Anwendung von Gleichung (2.108) bei Isolationsstrecken $d < 2 \text{ m}$ zu einer kontinuierlichen Abnahme von v_j , was einen vorzeitigen Abbruch des Algorithmus verursacht.

Zur Vermeidung dieses Effekts werden alternative Modellierungen für die Wachstumsgeschwindigkeit implementiert. Als erste Alternative wird v_j gemäß [192] über das Verhältnis von Leaderstrom I_j zur zur Kanalerweiterung erforderlichen Ladung pro Längeneinheit Q_l bestimmt:

$$v_j = \frac{I_j}{Q_l} \quad (3.120)$$

Dabei liegt Q_l typischerweise im Bereich von $20 \dots 50 \text{ } \mu\text{C m}^{-1}$.

Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung der Leaderwachstumsgeschwindigkeit v_j besteht in der Verwendung empirischer Zusammenhänge [193]. Wird der Ausdruck

$$c = \left(\frac{2\beta}{\varrho\pi r_0^2} U_j \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.121)$$

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

definiert, ergibt sich

$$v_j = c \cdot I_j^{\frac{1}{3}}. \quad (3.122)$$

Nach [193] beträgt der empirisch bestimmte Wert $c = 1,75$, wobei v_j in $\text{cm } \mu\text{s}^{-1}$ angegeben wird. Alternativ wird in [194] der Zusammenhang

$$v_j = 1,27 \cdot I_j^{0,61} \quad (3.123)$$

verwendet. Die Unterschiede in den verwendeten Koeffizienten und Exponenten lassen sich auf unterschiedliche Umgebungsbedingungen und Messbereiche zurückführen: In [193] liegen die betrachteten Leaderströme typischerweise unterhalb von 10 A. [194] weist explizit darauf hin, dass eine Extrapolation der Geschwindigkeits-Strom-Beziehung bei niedrigen Leaderströmen zu erheblichen Abweichungen führt. In dieser Arbeit wird ein Ausdruck für die Leistung auf Grundlage des Ersatzschaltbildes hergeleitet. In diesem Modell repräsentieren die Kapazitäten den Luftspalt zwischen den einzelnen Leadersegmenten und dem Erdpotential. Jede dieser Kapazitäten speist den Leader mit einem Strom, dessen Größe vom Spannungsverhältnis zwischen der Spannung am Leader und der Elektrodenspannung abhängt. Ist die Spannung an einer Kapazität deutlich geringer als die Elektrodenspannung, fließt ein überwiegend über die Elektrode gespeister und durch die Segmentwiderstände begrenzter Ausgleichsstrom, der die Kapazität auflädt und damit deren Spannung anhebt. Auf diese Weise wird die in Gleichung (2.110) beschriebene Leistung in den Luftspalt injiziert. Dieser Prozess findet bei steigender Elektrodenspannung in allen Kapazitäten gleichzeitig statt. Somit ergibt sich für n Kapazitäten eine insgesamt injizierte Leistung von:

$$P_j(t) = \sum_{j=0}^n I_j(t)U_j(t). \quad (3.124)$$

Hieraus folgt mit (2.108) und (3.94) unter Einfluss des Korrekturfaktors (3.85)

$$v_j = \frac{r_0}{r_{0r}} \left(\frac{2\beta}{\varrho\pi r_0^2} \sum_{j=0}^n C_j U_j(t) \frac{dU_j(t)}{dt} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (3.125)$$

Nach diesem Ausdruck treten Durchschläge auch bei größeren Isolierstrecken konsistent auf, was mit den physikalischen Erwartungen und Beobachtungen übereinstimmt.

Für die Bestimmung der Streamerlänge wird in [111]:

$$l_s = \frac{U_j}{U_{j0}} \frac{4,25}{1 + \frac{3,5}{l}} + S_0 \exp\left(-\frac{l_z}{0,8S_0}\right) \quad (3.126)$$

verwendet. Im Gegensatz zu [193] ist dieser Ansatz abhängig von der Spannung U_j an der Leaderspitze und der initialisierten Streamerlänge aus Gleichung (2.101). Die Streamerlänge wird beim Erreichen der Einsatzspannung sowie zu Beginn der Entwicklungsphase des Leaders maßgeblich durch den zweiten Term mit der initialen Streamerlänge bestimmt. Mit fortschreitendem Wachstum des Leaders nimmt der Einfluss dieses zweiten Terms jedoch ab, sodass schließlich der erste Term die Streamerlänge dominiert. Durch die Bildung des Gradienten der Streamerlänge über der Zeit lässt sich daraus die Wachstumsgeschwindigkeit des Streamers v_s bestimmen. Bei der Ausführung des Modells traten zu Beginn allerdings Abbrüche auf, da die berechnete Streamergeschwindigkeit aufgrund numerischer Rundungsfehler geringfügig negative Werte annahm. Um dieses Problem zu vermeiden, wurde bei der Berechnung eine Abweichung von bis zu 3 % toleriert.

Zur Berechnung der Spannung an der Leaderspitze wird zunächst der Spannungsabfall ΔU über den Kanal ermittelt und von der angelegten Spannung $U_c(t)$ abgezogen:

$$U_j = U_c(t) - \Delta U. \quad (3.127)$$

In [67] wird das elektrische Feld im zylinderförmigen Leaderkanal über die gesamte Kanallänge integriert. Nach Umformung ergibt sich:

$$\Delta U(x) = \int_0^L E(x, t) dx = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p\pi r_0^2}{Q_l} \left(\sqrt{1 + \frac{2(\gamma - 1)}{\gamma} \frac{E}{n_G} \frac{Q(t)}{k_b T \pi r_0^2}} - 1 \right), \quad (3.128)$$

wobei p der Umgebungsdruck in Pa ist. Für die übrigen Variablen wird auf die Definitionen in Gleichung (2.113) verwiesen. Bei dieser Berechnung wird angenommen, dass die Wachstumsgeschwindigkeit v_j des Leaderkanals über die betrachtete Strecke nahezu konstant bleibt.

Im Gegensatz dazu wird in [195] die Spannung in jedem Leadersegment über $\Delta U_j = E_{Lj} \cdot l_d$ berechnet, wobei E_{Lj} das elektrische Feld und l_d die Länge des neuen Leadersegments beschreibt. Durch die Aufsummierung der einzelnen Segmente lässt sich die Spannung U_j an der Leaderspitze über

$$U_j = U_c(t) - \sum_{j=0}^n \Delta U_j \quad (3.129)$$

$$= U_c(t) - \sum_{j=0}^n E_{Lj} \cdot l_d \quad (3.130)$$

bestimmen.

Für die Kalkulation des elektrischen Feldes E_L im Leaderkanal sowie der teilchendichtenormierten elektrischen Feldstärke E/n_G wird ein empirischer Ansatz gewählt. Die Leitfähigkeit κ und der Ionisationsgrad ξ werden durch Interpolation experimenteller Beobachtungen aus [67] bestimmt. Die erforderlichen Werte werden der Abbildung 2.7a entnommen und hängen vom Strom im Leaderkanal ab [104]. Zur Vereinfachung der Berechnung wird die elektrische Feldstärke E_{Lj} im neuen Leadersegment ausschließlich in Abhängigkeit des teilchendichtenormierten elektrischen Feldes der vorherigen Iteration und der Anzahl freier Ladungsträger in der aktuellen Iteration bestimmt:

$$E_{Lj} = \frac{E_{Lj-1}}{n_{G,j-1}} n_{G,j}. \quad (3.131)$$

Die Wahl der Wachstumsrichtung erfolgt stochastisch und berücksichtigt die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion gemäß Gleichung (2.119). Der Wachstumswinkel wird iterativ zufällig bestimmt, bis eine festgelegte Wahrscheinlichkeitsbedingung erfüllt ist. Eine mögliche Implementierung dieses Algorithmus ist im Anhang J als Pseudocode dargestellt.

Zur Bestimmung der Elemente des Ersatzschaltbildes in der Leaderentladung wird zudem nach [101] die Induktivität L_j vernachlässigt. Durch das Wegfallen der Induktivität aus Gleichung (3.91) wird das Ersatzschaltbild aus Abbildung 3.26 und das zu lösende DGL-System signifikant reduziert. Es ergibt sich das neue DGL-System der Form

$$C\dot{X}(t) = AX(t) + BJ(t) \quad (3.132)$$

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

mit den Matrizen und Vektoren:

$$C = \begin{pmatrix} C_0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C_1 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & & C_n \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} & 0 & \dots \\ \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} & \dots \\ 0 & \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_3} & \frac{1}{R_3} & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \\ 0 & \dots & & & \frac{1}{R_n} & -\frac{1}{R_n} \end{pmatrix} \quad (3.133)$$

Für den Zustandsvektor $X(t)$ und den Eingangsvektor $J(t)$ gilt:

$$X(t) = \begin{pmatrix} U_{j=0} \\ U_1 \\ \vdots \\ U_n \end{pmatrix}, J(t) = \begin{pmatrix} U_c(t) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.134)$$

im n -ten Iterationsschritt, wobei $B = \frac{1}{R_0}$. Im nächsten Iterationsschritt werden die Massematrix $C_{n \times n}$, die Systemmatrix $A_{n \times n}$, sowie der Eingangsvektor $J(t)_{n \times 1}$ wie folgt erweitert:

$$C_{(n+1) \times (n+1)} = \begin{pmatrix} C_{n \times n} & 0 \\ 0 & C_{n+1} \end{pmatrix} \quad (3.135)$$

$$A_{(n+1) \times (n+1)} = \begin{pmatrix} A_{(n-1) \times (n-1)} & 0 & 0 \\ 0 & A(n, n) - \frac{1}{R_{n+1}} & \frac{1}{R_{n+1}} \\ 0 & \frac{1}{R_{n+1}} & -\frac{1}{R_{n+1}} \end{pmatrix} \quad (3.136)$$

$$J_{(n+1) \times 1} = \begin{pmatrix} J_{n \times 1} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.137)$$

In jedem neuen Iterationsschritt werden die Kapazität C_{n+1} und der Widerstand R_{n+1} des neu gebildeten Leadersegments bestimmt. Die Zusammensetzung des Differentialgleichungssystems erfolgt durch die Bestimmung der Knotenspannungen des in Abbildung 3.26 dargestellten Ersatzschaltbilds. Für die Fortführung der Simulation müssen die Systemmatrizen sowie der Zustandsvektor $X(t)$ zwischen den Iterationsschritten aktualisiert und übernommen werden. Der Startvektor für die nächste Iteration wird dabei als $X_0 = X(t_0)$ gesetzt und basiert auf dem zuletzt berechneten Zustandsvektor. Alternativ können die Bauelemente C_j und R_j auch empirisch nach [196] bestimmt werden. Für den Raumwinkel Γ wird ein konstanter Wert angenommen, sodass sich die Kapazität zu

$$C_j = \Gamma \epsilon_0 \frac{d(l_z + l_s)}{l_r} = \frac{4\pi \epsilon_0}{\alpha} \frac{d(l_z + l_s)}{l_r} \quad (3.138)$$

vereinfacht.

Für typische Konfigurationen – beispielsweise eine Spitze-Platte-Anordnung mit $d = 10$ m und einer Stoßspannungsform von 500/10000 μs oder $d = 16,7$ m mit 700/1000 μs – wird in [150, 196] der Wert $\alpha = 30$ als geeignet angegeben.

Für die Bestimmung des Widerstands wird der Widerstand pro Längeneinheit R' approximiert. Bei Isolationsstrecken unterhalb $d < 2,9$ m liegt R' typischerweise zwischen $4,7 \times 10^6 \Omega \text{cm}^{-1}$ und $4,7 \times 10^7 \Omega \text{cm}^{-1}$. Im Kontrast zur dynamischen Modellierung in Gleichung (3.88) wird in [150] der Wert $R' = 2 \times 10^7 \Omega \text{cm}^{-1}$ als zweckmäßig empfohlen, sodass sich für das neue Leadersegment der modifizierte Widerstand zu

$$R_j = 2 \times 10^7 \Omega \text{cm}^{-1} l_d \quad (3.139)$$

ergibt.

Zur numerischen Lösung des DGL-Systems wird die Matlab-Funktion „ode23t“ verwendet [197]. Der zugrundeliegende Algorithmus basiert auf einem expliziten Runge-Kutta-Verfahren. Für Details zur Implementierung wird auf Anhang H sowie auf [198] verwiesen.

Da es sich um ein explizites Zeitschrittverfahren handelt, muss die maximale Zeitschrittweite so gewählt werden, dass die Stabilitätsbedingungen des Runge-Kutta-Verfahrens eingehalten werden. Nach [111] wird unter Berücksichtigung der Zeitkonstanten der R/C -Glieder sowie zur Vermeidung numerischer Oszillationen eine Schrittweite $\Delta t < 10$ ps empfohlen. Zusätzlich muss die Fehlertoleranz des Lösungsverfahrens sorgfältig gewählt werden, um eine numerisch stabile und präzise Lösung zu gewährleisten. Verschiedene Fehlertoleranzen werden im folgenden Kapitel unter unterschiedlichen Parametrierungsvarianten systematisch untersucht und tabellarisch gegenübergestellt.

Die freie Entwicklungsphase des Leaders endet, sobald die axiale Leaderlänge die kritische Länge l_{FS} gemäß Gleichung (3.116) überschreitet. An diesem Punkt erfolgt der Übergang in die finale Sprungphase. Mit den hier beschriebenen Vereinfachungen und Kombinationsmöglichkeiten der Modellparameter wird im folgenden Kapitel die Leaderentwicklung umfassend validiert, analysiert und auf die Prädiktion der erforderlichen Mindestdistanzen angewendet.

3.4.2.2. Sensitivitätsanalyse und Benchmark

Zur Sensitivitätsanalyse werden die im vorherigen Kapitel beschriebenen unterschiedlichen Modellierungsmöglichkeiten tabellarisch gegenübergestellt. Die Ergebnisse werden mit einem Farbschema bewertet, das die Qualität der jeweiligen Konfigurationsvariante kennzeichnet.

Das technische Szenario basiert auf folgenden Rahmenbedingungen:

- Umgebungstemperatur $T = 293,85$ K,
- Luftdruck $p = 1,03$ bar,
- Isolationsabstand $d = 1,2$ m,
- Elektrodenspitze mit Radius $r_p = 5$ mm.

Die Scheitelzeit der angelegten Überspannung beträgt $t = 384,4$ μ s, die Scheitelspannung $\hat{U} = 689,9$ kV. Dieses Szenario orientiert sich an den Rahmenbedingungen aus [111]. In Tabelle 3.12 wird die Qualität der Simulationsergebnisse wie folgt codiert:

- Rot: Keine Lösung erreicht.
- Gelb: Abweichung gegenüber den Referenzergebnissen aus [111].
- Grün: Sehr gute Übereinstimmung mit den Referenzergebnissen aus [111].

Wie in [111] festgestellt, führt die Berechnung der Leaderwachstumsgeschwindigkeit nach Gleichung (2.108) dazu, dass v_j gegen null strebt. Speziell bei Anwendung dieser Berechnungsvorschrift liefern die Konfigurationen K_1 und K_8 keine Lösung, da der Algorithmus divergiert.

Für die Konfigurationen K_3 und K_4 wird bei einer Fehlertoleranz von $Tol_{abs} = 10^{-1}$ ebenfalls keine Lösung erzielt. Erst durch Erhöhung der Fehlertoleranz wird eine Lösung erreicht, wobei gleichzeitig deutliche Abweichungen bei der Durchschlagspannung gegenüber der Referenz beobachtet werden.

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

Tabelle 3.12.: Vergleich und Bewertung der verschiedenen Modellierungstechniken zur Leadersimulation.

	Konfiguration											
	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8	K_9	K_{10}	K_{11}	K_{12}
Leadergeschw. v_j (2.108)	✗							✗				
Leadergeschw. v_j (3.120)		✗							✗			
Leadergeschw. v_j (3.122)			✗		✗					✓		
Leadergeschw. v_j (3.123)				✗		✗	✓				✓	
Leadergeschw. v_j (3.125)												✓
Streamerlänge l_s (2.116)			✗	✗		✗		✗	✗			
Streamerlänge l_s (3.126)	✗	✗	✗	✗	✗		✓	✗	✗	✓	✓	✓
Spannung U_j (3.128)	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✓	✗	✗	✓	✓	✓
Spannung U_j (3.129)	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✓	✗	✗	✓	✓	✓
El. Feld E_L (2.113)	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✓	✗	✗	✓	✓	✓
El. Feld E_L (3.131)	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✓	✗	✗	✓	✓	✓
Widerstand R_j (3.88)								✗		✓	✓	✓
Widerstand R_j (3.139)								✗	✗	✓	✓	✓
Kapazität C_j (3.92)								✗				
Kapazität C_j (3.138)								✗	✗	✓	✓	✓

Die orange markierten Konfigurationen K_5 und K_6 führen zu konvergenten Lösungen. Allerdings wird hierbei die Leadergeschwindigkeit so klein, dass der Algorithmus gemäß dem in Abbildung 2.6 dargestellten Abbruchkriterium stoppt. Dies bedeutet, dass eine ausreichende Isolationsstrecke präzidiert wird, während bereits bei einer geringen Verringerung der Isolationsstrecke ein Durchschlag erfolgt. Für die Konfiguration K_7 ergibt sich eine Durchschlagsspannung von $U_{50} = 569,74$ kV, eine Standardabweichung von $\sigma_{25} = 13,5$ kV bei $n = 25$ Simulationswiederholungen sowie ein Varianzkoeffizient von $a = 2,33$ %. Die absolute Abweichung gegenüber der Referenz beträgt 67,9 kV, was einer relativen Abweichung von etwa 10 % entspricht. Diese Abweichung ist darauf zurückzuführen, dass die in [111] verwendete Gleichung (3.120) keine stabile Lösung liefert und daher auf die alternative Modellierung in K_7 zurückgegriffen wurde. Darüber hinaus beeinflussen die Wahl der Dispersion und der Vorzugsrichtung, welche durch die Wahrscheinlichkeitsfunktion (2.119) modelliert werden, signifikant sowohl den Zeitpunkt als auch die Höhe von U_{50} .

Anzumerken ist, dass die in der Literatur angegebenen numerischen Lösungen keine Informationen über die verwendeten Fehlertoleranzen oder Wahrscheinlichkeitsfunktionen enthalten, was die Vergleichbarkeit der Ergebnisse erschwert.

Die zeitliche Entwicklung des Leaders für das beschriebene Testszenario ist in Abbildung 3.27 dargestellt. Deutlich zu erkennen ist das stochastische, dispersive Wachstum des Leaders bis zum Erreichen der sogenannten „final-jump“-Phase. Ab diesem Zeitpunkt propagiert der Leader mit nahezu konstanter Geschwindigkeit zur Gegenelektrode. Die zeitliche Entwicklung der charakteristischen Leaderparameter – insbesondere des Stroms in jedem Segment, der Wachstumsgeschwindigkeit sowie der elektrischen Feldstärke – ist in Abbildung 3.28a dargestellt. Beim Erreichen der kritischen Einsatzfeldstärke steigen

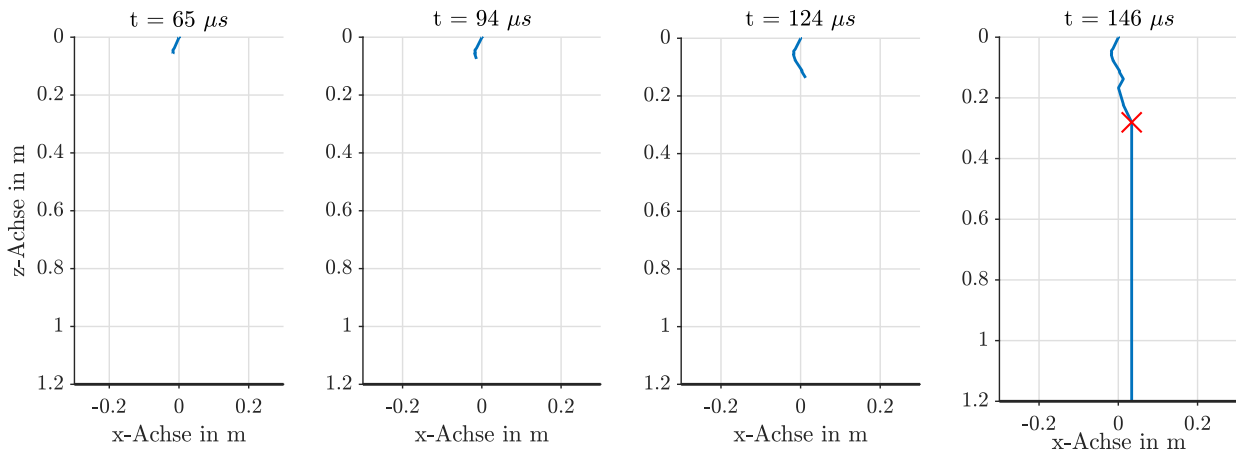
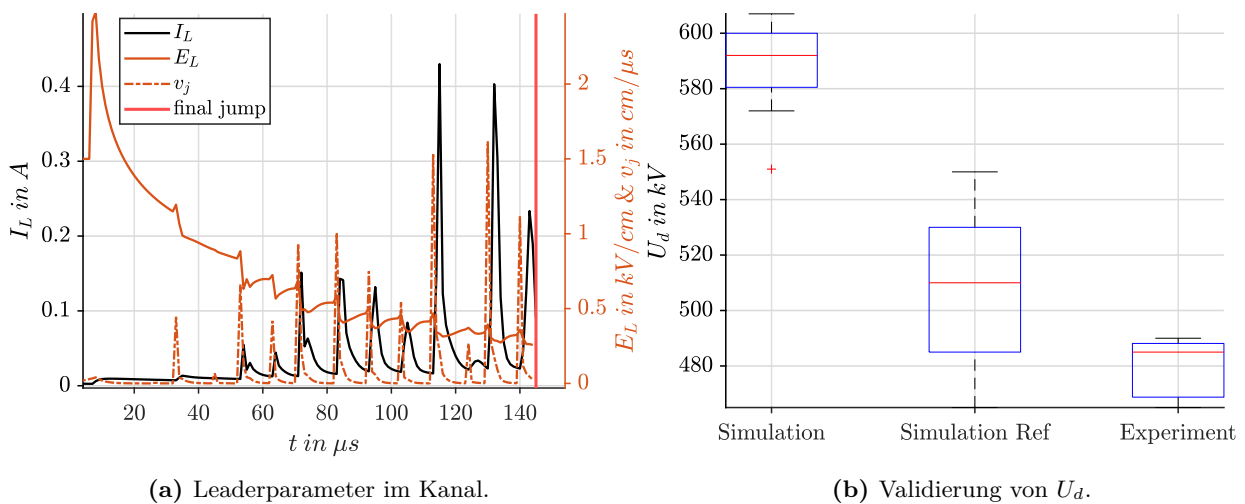


Abbildung 3.27.: Zeitliche Entwicklung der Leaderentladung der numerischen Methode für verschiedene Zeitpunkte. Das rote Kreuz deutet bei $t = 81 \mu s$ den Start des „final-jump“ an für das oben erwähnte Testszenario.



(a) Leaderparameter im Kanal.

(b) Validierung von U_d .

Abbildung 3.28.: Zeitaufgelöste Leaderparameter im Kanal und Validierung der numerischen Methodik zur Simulation der Durchschlagspannung in stark inhomogenen Feldern für das oben erwähnte Testszenario.

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

sowohl der Leaderstrom I_L als auch die Leadergeschwindigkeit v_j deutlich an. Der zunehmende Strom führt zur Erwärmung des Leaderkanals, was eine verstärkte Ionisation bewirkt und die Leitfähigkeit des Leadersegments erhöht. Eine höhere Leitfähigkeit bedeutet wiederum, dass für den Stromtransport eine geringere elektrische Feldstärke erforderlich ist; entsprechend sinkt die Feldstärke innerhalb des Leaderkanals.

Nach dieser Phase gehen sowohl der Strom als auch die Leadergeschwindigkeit zurück. Dieser Rückgang ist darauf zurückzuführen, dass während eines intensiven Wachstumsschritts die in der Raumladungszone gespeicherten freien Ladungsträger aufgebraucht werden. Der Kanal kühlt leicht ab und das Leaderwachstum verlangsamt sich. Durch die kontinuierliche Erhöhung der transient angelegten Überspannung wird die Einsatzfeldstärke an der Leaderspitze jedoch erneut erreicht, was wiederum zu einem Anstieg von Strom und Wachstumsgeschwindigkeit führt. Dieser Prozess wiederholt sich in charakteristischen Intervallen.

Die rot markierte vertikale Linie in Abbildung 3.28a kennzeichnet den Übergang in die „final-jump“-Phase: Hier bricht die Spannung schlagartig zusammen, die Isolationsstrecke wird hochleitfähig, und der Leader propagiert mit nahezu konstanter Geschwindigkeit zur Gegenelektrode (vgl. Abbildung 3.27).

Für das oben beschriebene Szenario nach [111] zeigt Abbildung 3.28b den Abgleich der statistisch numerisch ermittelten Durchschlagsspannung mit Literatur- und Experimentaldaten. Zur Darstellung wird ein Boxplot verwendet, da aufgrund der zufälligen Dispersionsrichtung eine statistische Streuung der Ergebnisse vorliegt. Der Mittelwert der Simulationen ist rot markiert. Auffällig ist, dass die Streuung der ermittelten Durchschlagsspannungen mit der hier entwickelten numerischen Methode deutlich geringer ausfällt als in der Simulation nach [111]. Für die praktische Auslegung von Luftstrecken und die Isolationskoordination ist eine geringe Streuung vorteilhaft, da dadurch die Bestimmung eines „worst-case“-Abstands zuverlässiger erfolgt.

Für Schlagweiten über 1 m werden experimentelle Daten der Les Renardières Group herangezogen [67]. Dabei wird für eine definierte Geometrie und Impulsform die Amplitude $U_{cr,lit}$ bestimmt, bei der eine 50 %-Durchschlagwahrscheinlichkeit erreicht wurde. Zusätzlich wird die Zeitdauer $t_{d,lit}$ zwischen Impulsbeginn und Durchschlag erfasst.

Die simulativ ermittelten Amplituden $U_{cr,sim}$ und Zeiten $t_{d,sim}$ sind gemeinsam mit den experimentellen Daten und der zugrunde liegenden Geometrie in Tabelle 3.13 dargestellt. Im Vergleich zeigen die Experimente um etwa 14–23 % höhere Durchschlagsamplituden als die Simulation, wodurch das Modell einen früheren Durchschlag vorhersagt. Dies ist konservativ zu bewerten, da die Modellergebnisse damit einen sichereren Mindestabstand liefern. Zu berücksichtigen ist jedoch, dass die Experimente mit kugelförmigen Elektroden durchgeführt wurden, während das Modell eine Spitze-Platte-Anordnung verwendet. Aufgrund der stärkeren Feldinhomogenität sind in der Realität geringere Durchschlagsamplituden zu erwarten, wodurch sich die Abweichung verringert. Zudem wird $U_{cr,lit}$ als 50 %-Durchschlagsspannung aus Häufigkeitsverteilungen bestimmt; Durchschläge bei niedrigeren Spannungen sind daher möglich, eine untere Grenze ist in [67] nicht angegeben. Sowohl experimentell als auch simulativ zeigt sich, dass bei konstantem Elektrodenabstand mit zunehmendem Elektrodenradius – und damit steigender Einsatzspannung – die Durchschlagsamplituden ansteigen. Ebenso verlängert sich die Durchschlagdauer mit zunehmender Homogenität der Feldanordnung. Auf dieser Grundlage wird im nächsten Schritt die entwickelte Methode genutzt, um die erforderliche Isolationsstrecke zu bestimmen. Dazu wird der Elektrodenabstand iterativ variiert und derjenige Abstand ermittelt, bei dem mit statistischer

Tabelle 3.13.: Vergleich von experimentellen Ergebnisse aus [67] und Simulationsergebnissen bzgl. U_{cr} und t_d .

d in m	r_p in mm	Impulsform in μs	$U_{cr,lit}$ in kV	$t_{d,lit}$ in μs	$U_{cr,sim}$ in kV	$t_{d,sim}$ in μs	Abweichung U_{cr} in %
10	100	600/10000	1890	395 ± 28	1490	585 ± 17	23
10	600	600/10000	1845	637 ± 45	1580	592 ± 14	16,7
10	1000	600/10000	2003	780 ± 23	1760	672 ± 11	13,8
6	600	400/10000	1445	400 ± 40	1200	457 ± 4	20,4

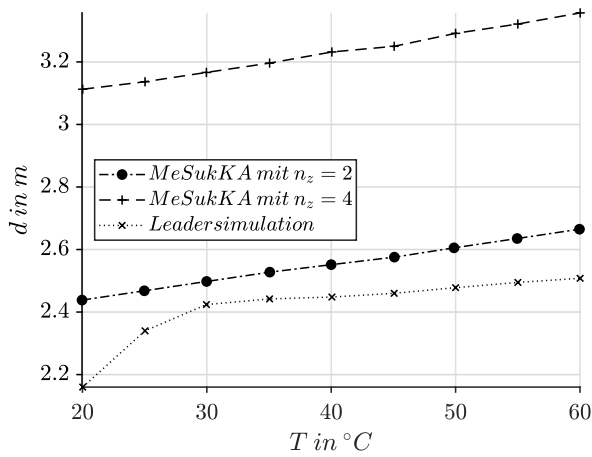
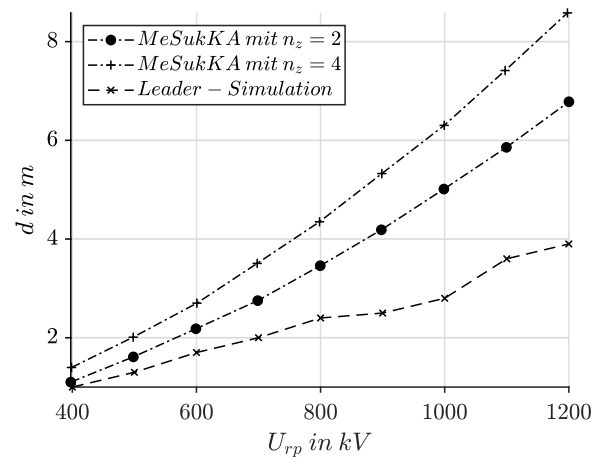

 (a) Temperatureinfluss bei p_{STC} für SI und $U_{rp} = 650$ kV.

 (b) Einfluss von U_{rp} bei $T = 20$ °C und p_{STC} .

Abbildung 3.29.: Parameterstudie und Illustration des Einflusses der Temperatur und U_{rp} auf die erforderliche Schlagweite/Elektrodenabstand für normativen SI und Anzahl erforderlichen Standardabweichungen.

Sicherheit kein vollständiges Leaderwachstum bis zur Gegenelektrode erfolgt. Die so berechneten Isolationsabstände werden anschließend mit der methodenbasierten Schlagweitenberechnung und klimatischen Korrektur von Auslegespannungen (MeSukKA) nach [13] validiert.

Validierung mittels MeSukKA

Zur weiteren Sensitivitätsanalyse der entwickelten Leadersimulation wird der Einfluss der Umgebungstemperatur auf die minimale Luftstrecke bei gegebener Spannungshöhe untersucht und mit den Ergebnissen der MeSukKA-Methode verglichen. Für das folgende Testszenario wird weiterhin ein normativer Schaltstoß (SI) verwendet, diesmal jedoch mit einer Scheitelspannung von $U_{rp} = 650$ kV, entsprechend den Angaben in [13].

MeSukKA basiert auf dem normativ hinterlegten empirischen Verfahren zur Luftstreckenberechnung und verwendet die Gleichungen (2.90) bis (2.99). Die Methode stellt eine praxisnahe, iterative Berechnungsstrategie dar, die ohne örtliche oder zeitliche Auflösung arbeitet. Als Ergebnis liefert MeSukKA den minimal erforderlichen Abstand unter Berücksichtigung elektrodenspezifischer Korrekturfaktoren (z. B. Funkenstreckenfaktor).

Der Temperatureinfluss auf die berechnete Minstdistanz ist in Abbildung 3.29a für beide Ansätze – die hier entwickelte numerische Leadersimulation und MeSukKA – gegenübergestellt. Für die statistische

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

Berechnung der Leadersimulation wird erneut ein Stichprobenumfang von $n = 25$ Simulationen pro Parametervariation verwendet. Die Ergebnisse zeigen, dass eine steigende Umgebungstemperatur zu einem höheren minimalen Isolationsabstand führt. Während MeSukKA einen weitgehend linearen Zusammenhang zwischen Temperatur und Abstand abbildet, zeigt die Leadersimulation einen stärker ausgeprägten nichtlinearen Trend. Dies ist auf die physikalisch motivierte, orts- und zeitaufgelöste Modellierung der Leaderentwicklung zurückzuführen, in die die Temperatur intrinsisch über Gleichung (3.128) eingeht. Demgegenüber beruht MeSukKA auf einem empirischen Ansatz unter Berücksichtigung von normativen Sicherheitsfaktoren.

Abweichungen zwischen den Mindestabständen der beiden Methoden sind deutlich erkennbar. Die physikalisch basierte Leadersimulation gibt die reale Durchschlagspannung bzw. den kritischen Elektrodenabstand an, bei dem die Isolationsstrecke tatsächlich kollabiert. Daher fallen die berechneten Mindestabstände systematisch geringer aus als bei MeSukKA (vgl. Abbildung 3.29). Zur Berücksichtigung sicherheitsrelevanter Anforderungen lässt sich in der Leadersimulation die Dispersionsrichtung des Leaderkanals anpassen. Wird die Anforderung an die Richtung limitiert, nähern sich die Ergebnisse der Leadersimulation den konservativeren Werten von MeSukKA an.

Auch der Einfluss der Scheitelspannung U_{rp} auf die Mindestdistanz ist in Abbildung 3.29b dargestellt. Die beobachteten Abweichungen zwischen den Methoden erklären sich konsistent durch die unterschiedlichen Modellansätze und werden durch Einschränkungen der Dispersionsrichtung reduziert.

Für die Auslegung von Freiluftstrecken ist zu unterscheiden: Bei SI-Überspannungen von $U_{rp} = 800$ kV ergibt sich nach Normvorgaben (bei $n_z = 2$) ein praxisnaher Mindestabstand von etwa 3,5 m. Die physikalisch minimale Distanz gemäß Leadersimulation beträgt dagegen nur etwa 2,7 m.

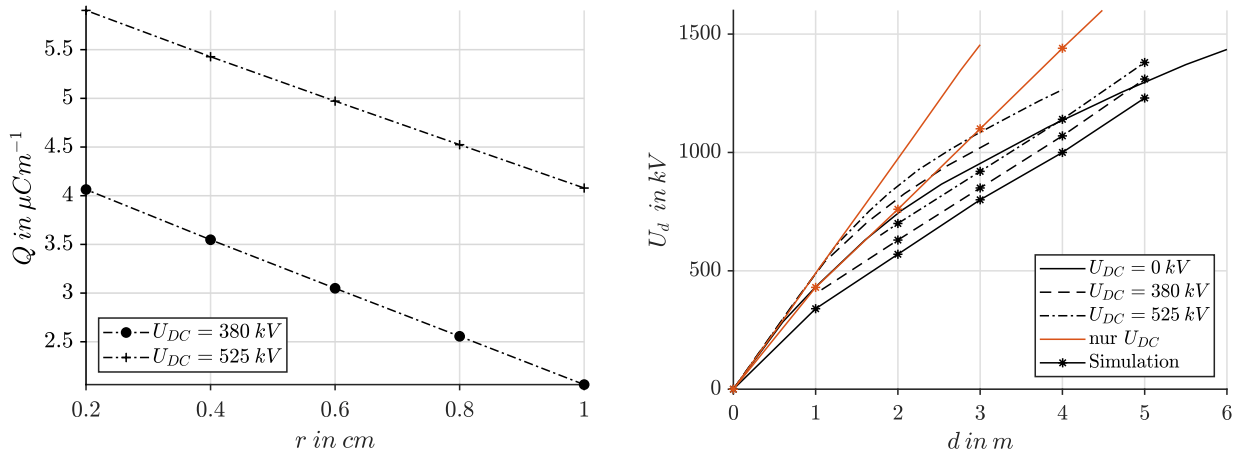
In sicherheitskritischen Anwendungen empfiehlt sich weiterhin die konservative Dimensionierung nach Normvorgaben. In Fällen, in denen Bauraum, Materialeinsatz oder Kosten im Vordergrund stehen und eine präzise technische Bewertung möglich ist, bietet die physikalisch basierte Schlagweitenberechnung mittels der hier entwickelten Leadersimulation erhebliche Vorteile.

3.4.2.3. Erweiterung der Leadersimulation um DC-Vorspannung und Vorionisationseffekte

Damit die motivierten überlagerten Spannungsbelastungen im Rahmen des selbstkonsistenten Leadermodells nach [101] abgebildet werden, sind gezielte Erweiterungen notwendig. Insbesondere betrifft dies die Initialisierung der Schaltkreiselemente (vgl. Abbildung 3.21) sowie die Berücksichtigung möglicher vorgeladener Raumladungsdichten infolge der DC-Vorbelastung gemäß Kapitel 2.4.4.

Zur gesamtheitlichen Weiterentwicklung wird eine Synthese der bislang entwickelten numerischen Teilmodule angestrebt. Konkret umfasst die Erweiterung folgende Aspekte:

1. Numerische Bestimmung des Einsatzgradienten: Die in Kapitel 3.2 entwickelte Methodik zur Bestimmung des Koronaeinsatzgradienten wird integriert, um komplexe Elektrodengeometrien flexibel abzubilden. Während das ursprüngliche Modell in 2.5.4 auf eine Stab-Platte-Anordnung und empirische Ansätze beschränkt ist, ermöglicht die Einbindung des numerisch ermittelten Einsatzfeldes eine allgemeingültige Modellierung.
2. Modellierung der überlagerten Spannungsformen: Durch die erweiterte Schaltungsmodellierung (vgl. Abbildung 3.21) werden die Auswirkungen eines Gleichspannungs-Offsets realitätsnah berücksichtigt. Variationen der Parameter R_2 , R_3 und C_1 erlauben die Anpassung der Anstiegs- und Rückenhalbwertszeiten für neuartige Überspannungsformen (vgl. [13]).



(a) Kennlinie der bezogenen Ladung in Abhängigkeit des Elektrodenradius und U_{DC} .

(b) Validierung Durchschlagsspannung bei überlagerter Spannungsbelastung in Abhängigkeit von d .

Abbildung 3.30.: Erweiterung und Modellierung von überlagerten Spannungsbelastungen bei Luftstreckenisolierungen für $U_{DC} = \pm 380 \text{ kV}$ und $U_{DC} = \pm 525 \text{ kV}$. Die experimentellen Ergebnisse sind [75] entnommen und den simulierten Ergebnissen gegenübergestellt.

3. Berücksichtigung Vorionisation: Wird durch die DC-Vorspannung die Koronaeinsetzfeldstärke überschritten, bildet sich bereits vor der transienten Überspannung eine Raumladungsdichte aus. Diese vorionisierte Zone unterstützt gemäß dem 1- μC -Kriterium (vgl. Kapitel 2.2.2.2) den frühzeitigen Einsatz der Leaderentladung. Zur Abbildung dieses Effekts wird eine Kennlinie zur Raumladungsakkumulation aus der zuvor entwickelten transienten Koronasimulation (vgl. Kapitel 3.3) herangezogen und in das Leadermodell integriert.

Diese Weiterentwicklungen ermöglichen es, das Leadermodell sowohl hinsichtlich geometrischer Komplexität als auch realer Vorspannungsbedingungen auf ein neues Niveau zu heben. Durch die gezielte Synthese der Teilmodule entsteht ein robustes und flexibles Framework zur Simulation transienter Überspannungsbeanspruchungen in gasisolierten Systemen.

Falls der Koronaeinsetzgradient des DC-Systems überschritten wird, entwickelt sich im Entladevolumen eine Raumladungsdichte, wodurch eine umgewandelte Ladungsmenge bereitgestellt wird. Diese Ladungsmenge hängt primär von der angelegten Spannungshöhe sowie der Geometrie der eingesetzten Elektrode ab. Für HGÜ-Systeme sind insbesondere die DC-Spannungsebenen $U_{DC} = \pm 380 \text{ kV}$ und $U_{DC} = \pm 525 \text{ kV}$ von besonderem Interesse [65].

Zur quantitativen Beschreibung der gebildeten Raumladungen wird die in Kapitel 3.3 entwickelte numerische Methode eingesetzt. Basierend auf den Simulationsergebnissen wird eine Kennlinie erzeugt, die die umgesetzte Ladungsmenge in Abhängigkeit der angelegten Spannung charakterisiert. Die resultierende Kennlinie ist in Abbildung 3.30a dargestellt und dient als Eingangsinformation für die Erweiterung des Leadermodells. Mit steigendem Elektrodendurchmesser nimmt die Ausprägung der Koronaentladung ab, da der lokale Einsatzgradient reduziert wird. Bei gleichbleibender DC-Betriebsspannung resultiert daraus eine stärkere Raumladungsakkumulation bei spitzeren Elektrodengeometrien. Damit die im Pre-Processing ermittelte Kennlinie der Raumladungsdichte (vgl. Abbildung 3.30a) konsistent in die Abstandsdimensionierung integriert werden kann, muss dieselbe Elektrodengeometrie verwendet werden. Die Kennlinie ist somit spezifisch an die Geometrie und die Betriebsspannung gekoppelt.

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

Um aus der im Pre-Processing ermittelten Raumladungsdichte die umgesetzte Ladungsmenge zu bestimmen wird über das Entladevolumen integriert.

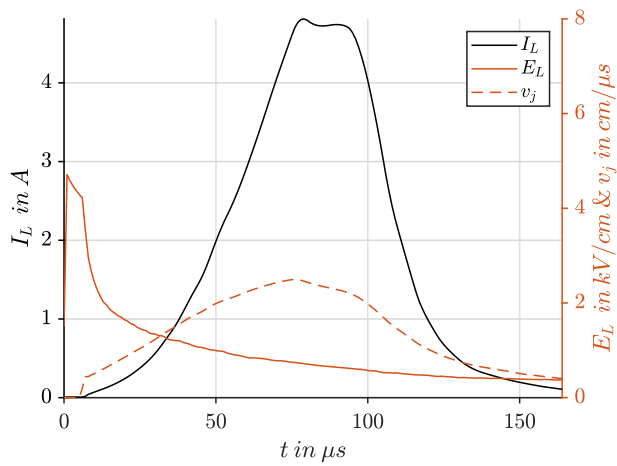
Kommt es nun im Fehlerfall zu einer Überlagerung von DC-Vorspannung und transients Überspannung, addiert sich die bereits vorhandene Raumladungsdichte auf den neu eingetragenen Ladungsfluss in den Leaderkanal. Wenn im Leader mehr Ladung vorhanden ist, verringert sich im Inneren des Leaders die elektrische Feldstärke nach Gleichung (2.113). Dadurch steigt die Spannung an der Spitze des Leaders U_j . Das führt dazu, dass das elektrische Feld nach Gleichung (2.102) direkt vor dem Leaderkopf stärker wird. Dieses stärkere Feld erreicht leichter die kritische Feldstärke, die notwendig ist, damit der Leader weiterwächst. Dadurch macht der Leader weniger Pausen während seines Wachstums und braucht länger, bis er erlischt. Außerdem führt eine höhere Ladung dazu, dass der Kanalradius nach Gleichung (3.87) größer wird. Ein größerer Kanal hat nach Gleichung (3.85) eine bessere Leitfähigkeit, was wiederum ermöglicht, dass ein stärkerer Strom durch den Kanal fließen kann. Die von Beginn an anliegende DC-Spannung beschleunigt also zunächst die Initiierung des Leaderwachstums und die Leaderpropagation, während sich dieses bei einer reinen Impulsspannung erst entsprechend der Anstiegszeit der Eingangsspannung aufbaut. Jedoch verringert sich mit zunehmendem DC-Anteil dann die durch den Impuls verursachte Spannungsänderung, wodurch gemäß Gleichung (3.94) ein geringerer Strom in die vorhandenen Segmentkapazitäten injiziert wird. Das anfänglich schnelle Wachstum bei der überlagerten Spannung führt zu einem raschen Anstieg des Kanalwiderstandes bei gleichzeitig geringem Strom und somit niedriger Leitfähigkeit, was den weiteren Strom- und Leitfähigkeitsanstieg hemmt.

Auf Grundlage der zuvor beschriebenen Überlegungen werden Simulationen für eine reine Impulsspannung und eine überlagerte Spannung mit identischer Gesamtamplitude von 970 kV durchgeführt. Der verwendete Impuls besitzt die Form 250/2500 μs , während bei der überlagerten Spannung ein DC-Anteil von 400 kV berücksichtigt wird. Die Simulation erfolgt für eine Geometrie mit einem Elektrodenabstand von $d = 4$ m und einem Elektrodenradius von $r_p = 7,5$ mm. In Abbildung 3.31 sind die Verläufe des Stroms, des elektrischen Feldes im Leaderkanal, der Wachstumsgeschwindigkeit sowie der Längen des axialen Leaders, des Streamers und der Zone über die Zeit dargestellt – für den Impuls in 3.31a und 3.31c sowie für die überlagerte Spannung in 3.31b und 3.31.

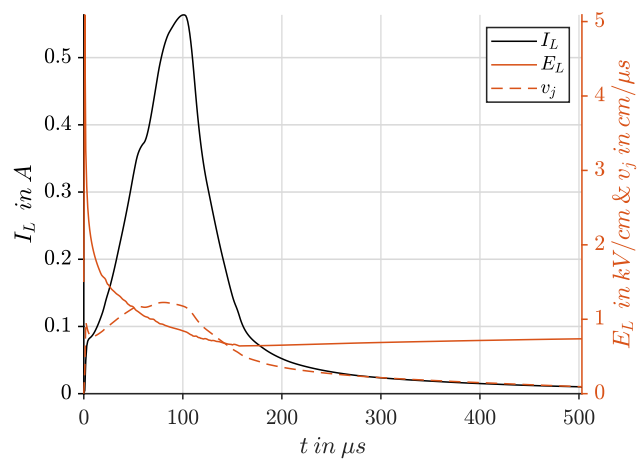
Die Simulationsergebnisse bestätigen die theoretischen Annahmen: Für die überlagerte Spannung ergeben sich eine maximale Stromamplitude von 0,55 A und eine geringere Wachstumsgeschwindigkeit, während der reine Impuls eine Stromamplitude von 4,75 A erreicht. Ein schnellerer Anstieg der Wachstumsgeschwindigkeit ist bei der überlagerten Spannung zu beobachten, jedoch erfolgt der Durchschlag bei der reinen Impulsspannung zu einem früheren Zeitpunkt. Zur Bestimmung der minimalen Durchschlagsamplituden wurden die Spannungsamplituden schrittweise reduziert, bis kein Durchschlag mehr auftrat. Dabei ergaben sich Durchschlagsamplituden von 870 kV für den Impuls und 940 kV für die überlagerte Spannung.

Das Verhalten überlagerter Spannungen in Abhängigkeit vom Elektrodenabstand wird mit den experimentellen Ergebnissen aus [75] verifiziert. In [75] ist die 50 %-Durchschlagsspannung für eine reine DC-Belastung, eine reine Impulsbelastung sowie für überlagerte Spannungsbeanspruchungen mit DC-Anteilen von 380 kV und 525 kV bestimmt. Die Untersuchungen erfolgen an einer Spitze-Platte-Anordnung, wobei die Spitze aus einem rechteckigen Stab mit einem Durchmesser von 10 mm besteht. Der verwendete Impuls besitzt die Form 140/4000 μs .

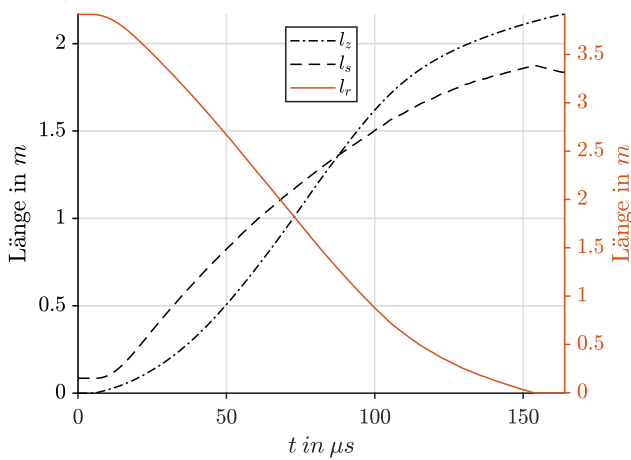
Die experimentellen Ergebnisse (vgl. Abbildung 3.30b) zeigen, dass bis zu einem Elektrodenabstand von



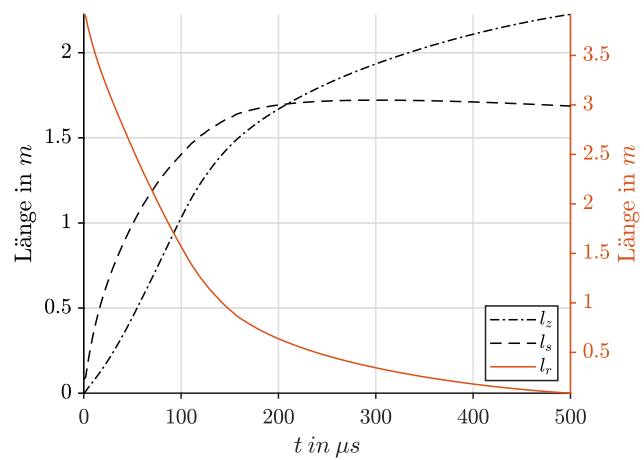
(a) SI.



(b) Überlagerte Spannung.



(c) SI.



(d) Überlagerte Spannung.

Abbildung 3.31.: Vergleich der Simulationsergebnisse für einen reinen Impuls und einer überlagerten Spannung mit jeweils einer maximalen Amplitude von 970 kV mit Impulsform 250/2500 μ s. U_{DC} beträgt 400 kV.

3. Entwicklung des modularen numerischen Frameworks

etwa 0,8 m keine signifikanten Unterschiede zwischen den Spannungsformen auftreten. Erst bei größeren Abständen wird deutlich, dass die reine Impulsbelastung die niedrigste Durchschlagsspannung aufweist. Mit zunehmendem DC-Anteil steigt die Durchschlagsspannung an. Es entsteht ein trichterförmiger Bereich zwischen der DC-Durchschlagsspannung und der reinen Impuls-Durchschlagsspannung, der mit wachsendem Abstand breiter wird.

Dieses Verhalten zeigt sich ebenfalls in den Simulationsergebnissen (vgl. Abbildung 3.30b), wobei der simulierte Trichter weniger ausgeprägt ist. Ursache hierfür ist der im Modell beobachtete frühere Durchschlag bei reiner DC-Belastung, denn ein Leaderkanal entwickelt sich im erarbeiteten Modell bei reiner DC-Beanspruchung mit einer Impulsamplitude von 0 kV nicht. Grundlage hierfür ist, dass auf Basis der Anfangsparameter eine konstante Spannung an der Anfangskapazität anliegt. Dadurch fließt kein Kapazitätsstrom durch C_0 , und der Gesamtstrom gemäß Gleichung (3.94) beträgt null. Um die Leaderentladung zu initiieren, wird dem DC-Anteil ein kleiner Impuls von 1 kV überlagert. Eine derartige Spannungsänderung tritt auch in realen HGÜ-Systemen auf, da dort geringfügige Schwankungen der Nennspannung unvermeidlich sind.

Der Vergleich zwischen experimentellen und simulativen Ergebnissen zeigt zudem, dass die real gemessenen Durchschlagsspannungen insgesamt höher liegen als die modellierten Werte. Beim Vergleich mit den konservativen normativen Mindestabständen (vgl. Abbildung 3.29b) zeigt sich, dass bei ausschließlich SI-Belastung (ohne DC-Vorbelastung) für $n_z = 4$ ausreichende Sicherheitsreserven bestehen. Auch bei Überlagerung mit DC bleiben die normativ vorgesehenen Elektrodenabstände in der betrachteten Konfiguration ausreichend dimensioniert.

Die bisher dargestellte Verfahrensentwicklung bezieht sich primär auf normativ erfasste SI. Die Auswirkungen neuartiger VSFO, überlagerter VSFO sowie differenzierter transienter Spannungsformen auf die erforderlichen Isolationsabstände – insbesondere an Systemgrenzen und Konverterhallen – werden im Kapitel 5 eingehend untersucht und analysiert.

3.4.3. Zwischenfazit

Die in dieser Arbeit entwickelten numerischen Verfahren zur Abstandsdimensionierung in gasförmigen Isoliermitteln und zur Modellierung transienter Leaderentladungen unter überlagerten Spannungsbelastungen lassen sich wie folgt zusammenfassen. Alle Methoden sind modular aufgebaut und Bestandteil eines skalierbaren, wiederverwendbaren Frameworks zur numerischen Isolationskoordination in HGÜ-Systemen.

- Quasi-homogene Felder: Über das allgemeine Einsatzkriterium und den Entladungsindikator liefert die neu entwickelte Methode eine robuste Vorhersage der statischen Durchschlagsspannung. Die Validierung gegen das Paschen-Gesetz für Luft und SF₆ zeigt Abweichungen unterhalb von 8 % für $pd < 0,2$ bar · m. Die Integration effektiver Ionisierungskoeffizienten ermöglicht eine direkte Erweiterbarkeit auf alternative Isoliergase, da die aus Kapitel 3.1.1.3 berechneten Townsend-Koeffizienten direkt eingebunden werden – ein Beleg für Skalierbarkeit und Übertragbarkeit.
- Stark inhomogene Felder: Das Leadermodell nach Beroual wurde vollständig implementiert und erstmals auf überlagerte Spannungsbelastungen erweitert. Die stochastische Leaderausbreitung erfolgt über ein verteiltes Schaltkreisnetzwerk und eine Wahrscheinlichkeitsfunktion für die Vorzugsrichtung. Das Modell wurde mit physikalisch konsistenten Strom-, Feld- und Geschwindigkeitsprofilen realisiert.

- Optimierung des Leadermodells: In dieser Arbeit wurde der Algorithmus zur Modellierung von Leaderentladungen gezielt weiterentwickelt, um physikalisch plausiblere Stromverläufe und Leadergeschwindigkeiten zu erzielen. Wesentliche Optimierungen betreffen die Verlagerung der GLS-Lösung vor den Eintritt in die freie Entwicklungsphase sowie die vorgelagerte Berechnung des segmentweisen und Gesamtwiderstands zur Bestimmung der Strom- und Spannungsverteilung im Schaltkreis. Zudem erfolgt die Berechnung der Streamerlänge nun vor der Feldstärkenabfrage an der Leaderspitze, was zu konsistenteren Wachstumsdynamiken führt.
- Vergleich und Bewertung: Verschiedene Modellvarianten wurden aus der Literatur extrahiert, numerisch umgesetzt und im Benchmark gegenübergestellt. Die Varianten K_7 , K_{10} , K_{11} und K_{12} erwiesen sich als besonders leistungsfähig und konvergent (vgl. Tabelle 3.12).
- Validierung: Die resultierende Durchschlagsspannung weicht bei $n = 25$ Simulationsdurchläufen um lediglich 10 % vom Referenzwert aus [111] ab. Eine statistische Streuung wurde systematisch analysiert.
- Vergleich mit Normverfahren: Die Methode wurde einer Sensitivitätsanalyse unterzogen und mit der normativen Berechnungsmethode MeSukKA verglichen. Während MeSukKA auf konservativen Sicherheitsfaktoren basiert, berücksichtigt die Leadersimulation direkt die geometrischen und klimatischen Bedingungen sowie die physikalischen Entladungsprozesse. Sie liefert damit eine realistischere – wenn auch niedrigere – Angabe der erforderlichen Luftstrecke.
- Modellierung überlagerter Spannungsformen: Als wesentliches Alleinstellungsmerkmal wurde das Leadermodell für überlagerte Spannungen erweitert. Dabei werden erstmals realistisch erzeugte Raumladungsdichten aus der DC-Vorbelastung als Initialbedingung integriert (vgl. Kapitel 3.3). Der experimentell ermittelte Spannungs-Abstands-Trichter für überlagerte Spannungsbelastungen wird dabei mit dem numerischen Modell bestätigt.

Die Entwicklung eines modular aufgebauten, Frameworks zur physikalisch basierten Abstandsdimensionierung in HGÜ-Systemen ist erfolgreich abgeschlossen. Es verknüpft erstmals Modelle zur Korona- und Leaderentladung mit transienten Spannungsszenarien, Raumladungsdynamiken und Elektrodengeometrien. Die Wiederverwendung und Kopplung dieser Module ermöglicht ein hohes Maß an Flexibilität, Präzision und physikalischer Konsistenz. Die methodische Entwicklung bildet somit eine tragfähige Basis für die spätere Anwendung auf large-scale HGÜ-Systeme und stellt einen Fortschritt in der Isolationskoordination unter realen Betriebsszenarien dar.

In den folgenden Kapiteln wird dieses Framework auf realitätsnahe full-scale HGÜ-Szenarien angewendet. Kapitel 4 adressiert die Analyse von Raumladungs- und Koppelströmen in hybriden Systemen. Kapitel 5 nutzt das Framework zur spannungstremen Dimensionierung von Luftstrecken unter Berücksichtigung neuartiger VSFO und geometrischer Komplexität.

4. Ionenströme an HGÜ-Freileitungen

In diesem Kapitel wird das in den Kapiteln 3.1, 3.2 und 3.3 entwickelte frameworkbasierte Gesamtkonzept erstmals auf großskalige HGÜ-Freileitungsanordnungen angewendet. Das vollständig integrierte Framework setzt sich dabei modular aus den entwickelten Methoden zur Bestimmung von Transportparametern, Koronaeinsatzfeldstärken und der transienten Propagation von Partikeldichten zusammen. Durch diese modulare Struktur werden hybride sowie bipolare AC/DC-Freileitungssysteme realitätsnah numerisch untersucht.

Zwei typische Applikationsszenarien stehen im Mittelpunkt:

- **Hybride Freileitungsanordnung:** Hier erfolgt die Simulation der motivierten Ionenkoppelströme von der DC- auf die AC-Seite. Die Untersuchungen basieren auf einer Mastgeometrie analog zur Ultrahochspannung-Konfiguration.
- **Bipolare Freileitungsanordnung:** In diesem Fall wird die Ionenstromdichte in Bodennähe unter Ultra-Hochspannungsanordnungen analysiert, wie sie in internationalen HGÜ-Projekten (z. B. in China, Kanada, USA und Brasilien) zum Einsatz kommen.

Zur Modellierung werden sämtliche nichtlineare Wechselwirkungen im Entladevolumen durch eine selbstkonsistente, vollständig gekoppelte numerische Lösung berücksichtigt. Die präzise Bestimmung des Koronaeinsatzgradienten erfolgt hierbei nicht mehr über klassische empirische Ansätze (Peek-Gleichung), sondern über die in Kapitel 3.2 entwickelte allgemeine numerische Methodik.

Zur realitätsnahen Abbildung atmosphärischer Einflüsse wird das Verfahren im weiteren Verlauf um die Modellierung eines dünnen tropfenartigen Regenfilms ergänzt, der den Koronaeinsatz insbesondere in realen Freileitungsumgebungen signifikant beeinflusst.

Die Zielsetzung dieses Kapitels besteht darin,

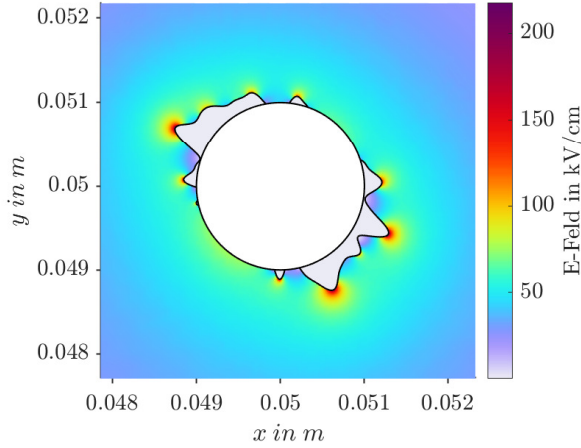
- die Effekte transienter und überlagerter Ionenströme auf hybride AC/DC-Systeme zu charakterisieren,
- die Effekte stationärer Ionenströme sowie die Einhaltung von Ionenstromgrenzwerten bei bipolaren HGÜ-Freileitungssystemen zu evaluieren.

Die erzielten Ergebnisse werden abschließend im Kontext der in Kapitel 1.3 formulierten Forschungsziele eingeordnet und diskutiert.

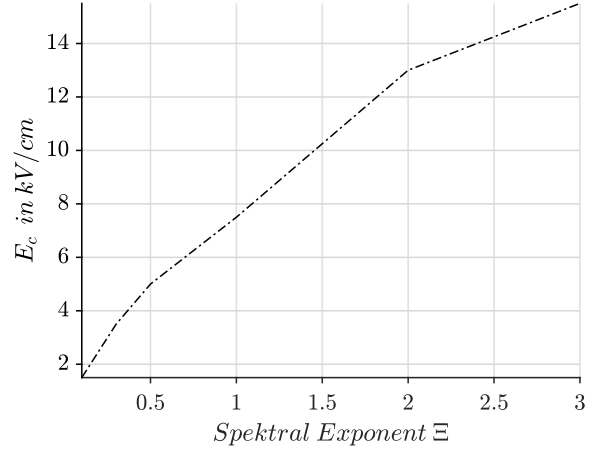
4.1. Koronaeinsatzgradient bei Regen und Kondensation

Problemgetrieben wird der Modellierungsgrad bei Freiluftanwendungen gezielt erhöht, indem das in Kapitel 3.2 entwickelte Verfahren eingesetzt wird, um den Koronaeinsatzgradienten unter realen Witterungsbedingungen wie Regen und Kondensatbildung numerisch zu bestimmen (vgl. Kapitel 2.4.2).

4. Ionenströme an HGÜ-Freileitungen



(a) Randomisierte Umsetzung von Kondensation auf der Leiteroberfläche.



(b) Einfluss des Kondensats und Wassertropfen auf den Einsatzgradient für die Mastgeometrie aus Abbildung 4.2a.

Abbildung 4.1.: Numerisches Beispiel für Feldüberhöhung bei randomisierter Tropfenbildung an einem Rundleiter. Zur Illustration ist der Leiter links beispielhaft mit $U_{DC} = 50$ kV beaufschlagt.

Damit wird die Leistungsfähigkeit und Flexibilität des modularen Frameworks weiter unterstrichen. Zur Modellierung von Oberflächenirregularitäten wird eine randomisierte parametrische Kurve auf den Leiter projiziert. Diese beschreibt Höhenprofile im Rahmen vorgegebener maximaler Dicke und wird mit der Permittivität von Wasser ($\epsilon_r \approx 80$) belegt, sodass Feldstärkespitzen entstehen, die die lokale Entladung fördern.

Die Generierung des Oberflächenprofils erfolgt gemäß [199, 200] mittels der Funktion

$$f(x, y) = \sum_{m=-M}^M a(m) \cos(2\pi m x + \phi(m)), \quad (4.1)$$

wobei $a(m)$ das randomisierte Amplitudenprofil und $\phi(m)$ ein zufälliger Phasenwinkel sind. Der Spektralexponent Ξ steuert die Dämpfung hoher Frequenzanteile. Für die Amplitude bzw. das Höhenprofil wird

$$a(m) = \frac{1}{(m^2)^{\frac{\Xi}{2}}} \quad (4.2)$$

angesetzt und mit einer Gaußschen-Normalverteilung multipliziert, während der Phasenwinkel einer gleichmäßigen Zufallsverteilung zwischen $-\pi/2$ und $+\pi/2$ unterliegt.

Durch diese Methodik wird nicht nur die Tropfenbildung, sondern allgemein jede beliebige Fremdschichtbildung realitätsnah abgebildet. Letztere stellt insbesondere bei HGÜ-Systemen aufgrund des statischen DC-Feldes ein zentrales Problem dar, da sie Teilentladungen und damit die Koronaaktivität verstärkt. In Abbildung 4.1a wird beispielhaft der Effekt lokaler Feldüberhöhungen an Wassertropfen auf einem Rundleiter dargestellt. Das Rauigkeitsprofil und die Tropfenverteilung werden über den Spektralexponenten Ξ parametrisiert.

Ein hoher Spektralexponent Ξ führt zu einer homogenen Oberflächenstruktur und beschreibt somit trockene Bedingungen („fair weather“). Ein niedriger Spektralexponent hingegen modelliert verstärkte Rauigkeitseffekte durch Tropfenbildung bei Regen oder hoher Luftfeuchtigkeit („foul weather“).

Die numerische Berechnung des resultierenden Koronaeinsatzgradienten für die hybride Mastanordnung (vgl. Abbildung 4.2a) zeigt in Abbildung 4.1b eine sehr gute Übereinstimmung mit den Einsatzgradienten-

ten aus [201] und validiert damit das entwickelte Verfahren.

Gemäß der Mindmap 2.9 wird der ermittelte Einsatzgradient direkt als Randbedingung in die Simulation der Ionenkoppelströme integriert. Im Folgenden werden auf dieser Basis die Koppelströme für verschiedene Testszenarien explizit und zeitaufgelöst simuliert.

4.2. Hybrides Freileitungssystem

Für die erste large-scale Hybridkonfiguration wird die Mastgeometrie aus [201] verwendet, um die entwickelte numerische Methode zu validieren. Die dort ebenfalls durchgeführten numerischen Untersuchungen ermöglichen einen direkten Vergleich.

Die AC-Seite führt eine normierte Leiterspannung von $U_{AC,RMS} = 380$ kV, wobei der Leiterradius jedes Einzelleiters $r_i = 13,8$ mm beträgt. Die Spannungsverläufe der AC-Phasen sind gemäß [63] als ideal sinusförmig mit einer Frequenz von $f = 50$ Hz implementiert.

Aufgrund der Komplexität des hybriden Koronaproblems wird, wie in [61] und [201], angenommen, dass von der AC-Seite keine Koronaentladung ausgeht. Diese Vereinfachung ist gerechtfertigt, da sich die von der AC erzeugten Raumladungsdichten im zeitlichen Mittel aufheben (vgl. Kapitel 3.3.5.2).

Das bipolare DC-seitige Koronaproblem wird vollständig modelliert. Die stationäre Lösung der DC-Seite dient dabei als Initialbedingung für das zeitabhängige Problem, da von dieser Seite die Raumladungsdichte ausgeht und durch die Felder der DC- und AC-Systeme transportiert wird.

Über die Bilanzgleichung (2.53) werden die resultierenden Koppelströme an den einzelnen Leitern der AC-Seite berechnet und auf die Länge der Freileitung normiert.

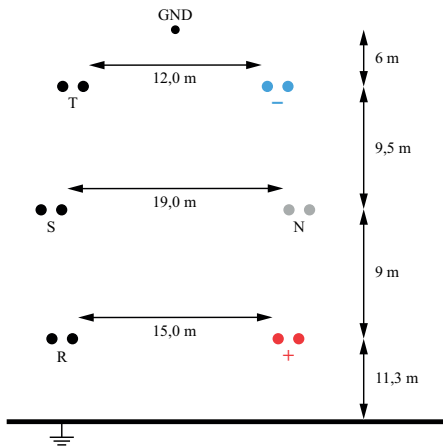
Die AC-Leiter sind gemäß Abbildung 4.2a auf der linken Mastseite angeordnet und mit den Phasenbezeichnungen T , S und R versehen. Auf der rechten Mastseite befinden sich die DC-Leiter mit negativem Pol oben und positivem Pol unten.

Zur präzisen Simulation der einkoppelnden Ionenströme wird der Koronaesatzgradient gezielt variiert. Hintergrund ist, dass der Einsatzgradient maßgeblich den Beginn und die Intensität der Koronaentladung bestimmt und damit entscheidenden Einfluss auf die Stärke der Koppelströme in die AC-Seite hat. Besonders unter ungünstigen Wetterbedingungen, wie Tropfenbildung oder Regen, verändert sich der lokale Einsatzgradient, was numerisch korrekt abgebildet werden muss.

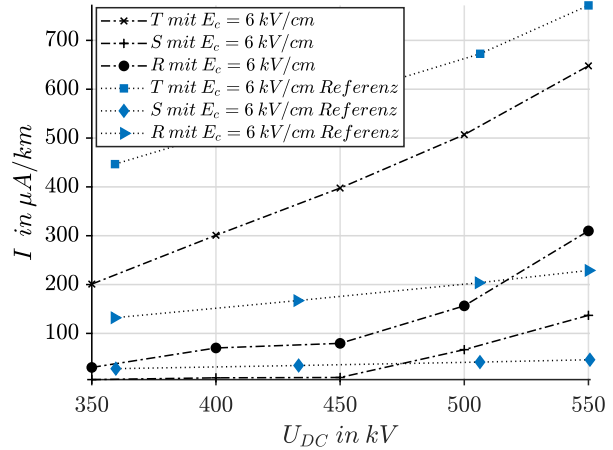
Für die vorliegende Mastgeometrie wurden durch die Modellierung der Oberflächenrauigkeit (vgl. Abbildung 4.1a) ein Einsatzgradient von 6 kV cm^{-1} bestimmt. Dieser Wert stimmt mit den Literaturangaben überein und bildet die Grundlage für die folgende Analyse der Ionenkoppelströme.

Die einkoppelnden Ionenströme in die AC-Phasen sind in Abbildung 4.2b dargestellt und werden den Referenzwerten aus [201] gegenübergestellt. In Abbildung 4.2b fällt auf, dass der Koppelstrom in Phase T etwa viermal höher ausfällt als in den Phasen S und R . Dieser Unterschied resultiert aus der kürzeren Distanz zwischen der Phase T und dem negativen Pol sowie der höheren Mobilität negativer Ionen. Während der positiven Halbwelle werden diese Ionen stärker zur Phase T hingelenkt. Bei Betrachtung eines Freileitungsabschnitts von 100 km ergibt sich daraus ein Koppelstrom von etwa 30 mA bei $U_{DC} = 400$ kV, ein Wert, der in [201] bereits als problematisch für Transformatoren identifiziert wurde. Die beobachteten Abweichungen gegenüber den Referenzwerten lassen sich durch die unterschiedliche numerische Methodik erklären: In [201] wird eine modifizierte Flux-Tracing-Methode eingesetzt, die stationäre Felder berücksichtigt. Im Gegensatz dazu löst das hier entwickelte Framework aus Kapitel 3.3 das gekoppelte pDGL-System vollständig selbstkonsistent und zeitabhängig. Durch die

4. Ionenströme an HGÜ-Freileitungen

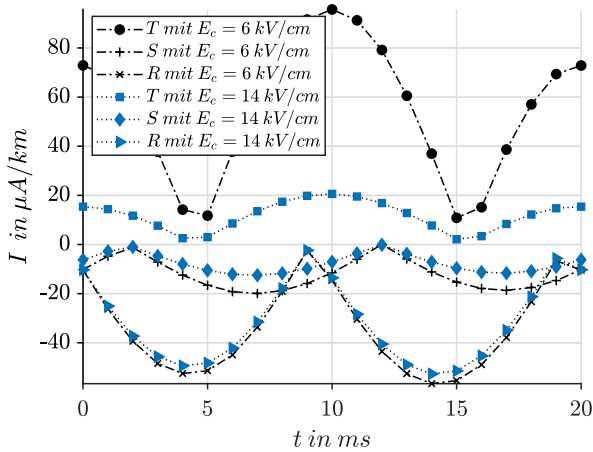


(a) Hybride full-scale Mastgeometrie nach [201].

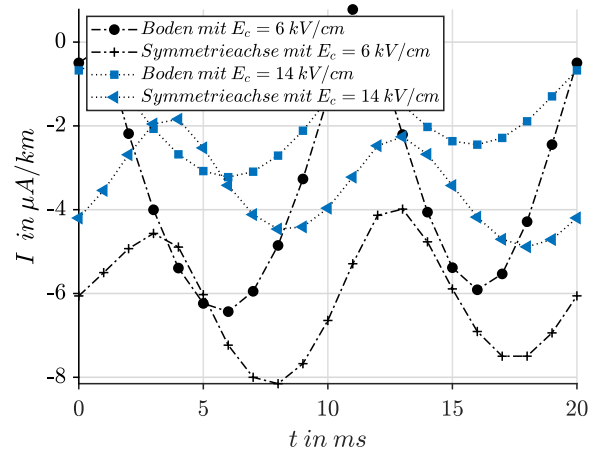


(b) Koppelströme in den AC-Phasen.

Abbildung 4.2.: Numerische Simulation der Koppelströme in die AC-Phasen in Abhängigkeit der angelegten DC-Spannung. In Blau sind die Referenzwerte aus [201]



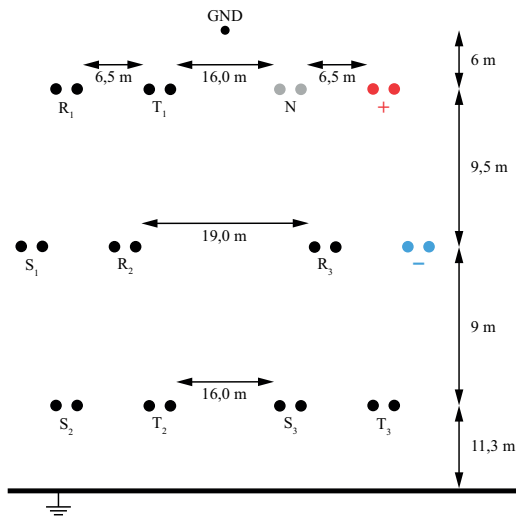
(a) Zeitaufgelöste Koppelströme in den AC-Phasen.



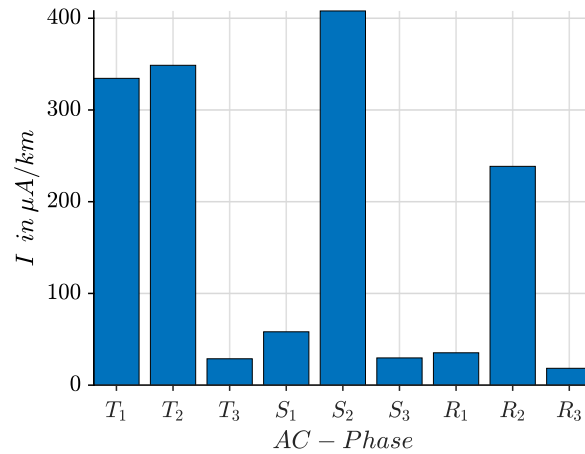
(b) Zeitaufgelöste Koppelströme am Boden und der Symmetrieachse.

Abbildung 4.3.: Numerische Ergebnisse und Benchmark der Koppelströme für large-scale Anordnungen mit Dreiphasen-System für verschiedene Koronaeintrittsgradienten.

Berücksichtigung der zeitabhängigen Wechselwirkungen von AC- und DC-Feldern werden erstmals auch die zeitlichen Verläufe der Koppelströme in den einzelnen Phasen ermittelt (vgl. Abbildung 4.3). Die Ergebnisse zeigen, dass je nach Polarität der AC-Halbperiode die Raumladungsdichten jeweils angezogen oder abgestoßen werden, was im Vergleich zur stationären Betrachtung zu reduzierten mittleren Koppelströmen führt. Die hier vorgestellte Methodik ermöglicht damit eine realitätsnähere, zeitaufgelöste Bewertung der Einkopplungseffekte, während die in [201] angewendete Methode auf zeitlich eingeschränkte stationäre Zustände beschränkt bleibt. In Abbildung 4.3a wird die zeitliche Entwicklung der Koppelströme in den AC-Phasen dargestellt. Deutlich erkennbar ist eine Verschiebung der Koppelströme, bedingt durch die 120° -Phasenversetzung der AC-Leiter. Die durch die DC-Leiter erzeugten Ionen driften entlang der Feldlinien, erfahren jedoch im Einflussbereich der AC-Felder eine oszillierende Ablenkung. Schnelle Ionen folgen stärker ihrer ursprünglichen Driftbewegung, während



(a) Hybride full-scale Ultranet Mastgeometrie.



(b) Mittelwerte der Koppelströme in den AC-Phasen.

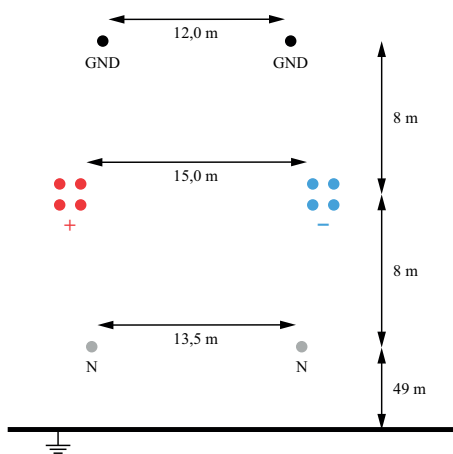
Abbildung 4.4.: Numerische Simulation der Koppelströme in den AC-Phasen des Ultranet Towers mit der in Kapitel 3.3 entwickelten Methodik für $U_{DC} = \pm 380$ kV und $E_c = 6$ kV cm⁻¹.

langsamere Ionen von den periodischen Feldwechseln der Netzfrequenz beeinflusst und umgelenkt werden. Dieser Mechanismus führt dazu, dass der Koppelstrom in Phase T deutlich erhöht ist, da hier insbesondere schnelle negative Ionen von der DC-Seite angezogen werden.

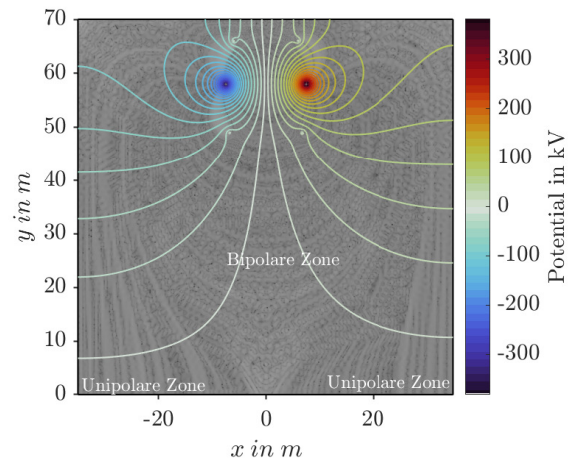
Wie in Abbildung 4.3b gezeigt, sinken die Koppelströme mit steigendem Koronaeinsatzgradient. Ein höherer Einsatzgradient hemmt die Raumladungsbildung, wodurch bei konstantem DC-Spannungsniveau weniger Ionen freigesetzt werden. Zusätzlich entstehen lokale Feldverzerrungen um die AC-Leiter und Isolatoren, die Koronaaktivität und potenzielle Überschläge begünstigen.

Abschließend wird das validierte numerische Modell auf die Ultranet-Mastanordnung aus Abbildung 4.4a angewendet. Im Unterschied zur vorherigen Konfiguration umfasst diese Struktur drei AC-Systeme und ein DC-System auf einem gemeinsamen Tower. Im Unterschied zur Mastgeometrie in Abbildung 4.2a befinden sich bei der Ultranet-Konfiguration die DC-Leiter näher beisammen. Aufgrund der höheren Potentialdifferenz sind die maximal zulässigen Spannungsniveaus strikt einzuhalten, um Überschläge zu vermeiden. Die größten Koppelströme treten in den Phasen T_1 , T_2 und S_2 auf. Wie Abbildung 4.4b zeigt, erreicht der Koppelstrom in Phase S_2 auf einer Länge von 100 km etwa 40 mA.

Die negative DC-Polspannung erzeugt eine negative Raumladungsdichte, die entlang der Feldlinien driftet. In den positiven Halbwellen der AC-Phasen werden diese negativen Ionen sowohl zum positiven DC-Pol als auch zu den AC-Leitern hin beschleunigt. Zwischen den beiden DC-Leitern bildet sich eine Rekombinationszone aus, in der sich positive und negative Ladungsträger neutralisieren. Diese Zone zeigt die größte Ausdehnung zwischen den DC-Polen, während die Raumladungsdichte unmittelbar an den DC-Leitern reduziert ist. In den entfernteren Bereichen dominieren unipolare Raumladungszonen, die eine erhöhte Stromdichte und stärkere Koppelströme hervorrufen. Dies erklärt, warum die Koppelströme in den Phasen T_3 , R_3 und S_3 schwächer ausgeprägt sind: Ihre geometrische kapazitive Kopplung an das DC-System ist geringer.



(a) Bipolare full-scale Mastgeometrie in Deutschland.



(b) Logarithmische Verteilung der gesamten Raumladungsdichte $\rho = \rho_+ - \rho_-$.

Abbildung 4.5.: Numerische Simulation der Raumladungsdichteverteilung und Potentialverteilung des DC-Towers mit der in Kapitel 3.3.3 entwickelten Methodik für $U_{DC} = \pm 380$ kV und $E_c = 6$ kV cm⁻¹.

4.3. Bipolares Freileitungssystem

Als Full-Scale-Benchmark für eine reine bipolare HGÜ-Trasse wird die Mastanordnung aus Abbildung 4.5a simuliert. Diese Konfiguration wird nach [202] in Deutschland eingesetzt und mit $U_{DC} = 380$ kV betrieben. Unter den Viererbündeln befinden sich Neutralleiter, die speziell zur Reduzierung der Ionenstromdichte am Boden installiert sind. Die Simulationshöhe orientiert sich an einem durchschnittlichen Abstand der Traversen gemäß Abbildung 4.5a.

Abbildung 4.5b zeigt die simulierte Verteilung der totalen Raumladungsdichte für einen Einsatzgradienten von $E_c = 6$ kV cm⁻¹ („foul weather“).

Deutlich zu erkennen ist die Ausbildung einer bipolaren Raumladungszone zwischen den Leitern, in der durch Rekombination eine Verringerung der Raumladungsdichte auftritt. Diese Effekte werden nur durch die vollständige Lösung des gekoppelten bipolaren Problems korrekt erfasst werden. Eine Superposition zweier unipolarer Systeme würde die physikalische Wechselwirkung nicht berücksichtigen und zu falschen Stromdichten führen. In Bodennähe ergibt sich daher:

- Mittig unterhalb der Leiter: minimale Raumladungsdichte aufgrund der intensiven Rekombination.
- Seitlich neben und unter den Leitern: ausgeprägte unipolare Zonen mit höherer Raumladungsdichte.

Die installierten Neutralleiter unterstützen die Abführung von Ladungsträgern und tragen somit effektiv zur Reduzierung der Ionenbelastung am Boden bei. Basierend auf der in Kapitel 4.1 entwickelten Modellierung des Koronaansatzgradienten bei Regenwetter und Tropfenbildung, zeigt Abbildung 4.6 die simulierten Beträge der Ionenstromdichte sowie der elektrischen Feldstärke am Boden für verschiedene Einsatzfeldstärken. In Abbildung 4.6 zeigt sich deutlich das zuvor beschriebene Verhalten der Raumladungszonen:

- Mittig unterhalb der Leiter: Die Ionenstromdichte geht aufgrund intensiver Rekombination in der bipolaren Raumladungszone nahezu gegen null zurück.

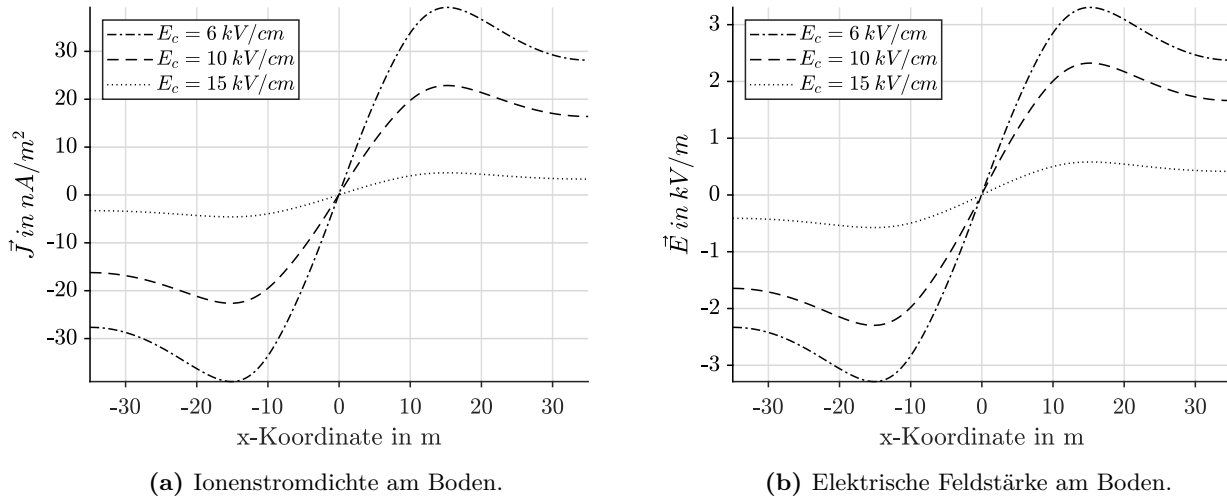


Abbildung 4.6.: Numerische Simulation der Ionenstromdichte und der elektrischen Feldstärke des bipolaren DC Towers für $U_{DC} = \pm 380 \text{ kV}$ und verschiedenen Einsatzgradienten.

- Unterhalb der DC-Pole: Es bildet sich eine überwiegend unipolare Raumladungszone aus, die lokal zu einem Maximum der Ionenstromdichte führt. Mit zunehmender lateraler Distanz nimmt die Stromdichte wieder ab.

Es zeigt sich, dass bei „foul weather“-Bedingungen, also bei reduzierten Einsatzfeldstärken aufgrund von Tropfenbildung oder Kondensat, die Koronaentladung bereits bei niedrigeren elektrischen Feldstärken einsetzt. Dies führt zu einer stärkeren Raumladungsbildung und in der Folge zu höheren Ionenstromdichten am Boden. Umgekehrt bewirken „fair weather“-Bedingungen durch eine höhere Einsatzfeldstärke einen späteren Koronaeinsatz, was zu geringeren Raumladungsdichten und damit zu einer reduzierten Ionenstromdichte am Boden führt.

Insgesamt zeigt die Simulation, dass die Ionenstromdichten unter der betrachteten Mastanordnung (vgl. Abbildung 4.5a) unterhalb der in internationalen Richtlinien (vgl. Tabelle 2.3) vorgegebenen Grenzwerte bleiben.

4.4. Resümee zur Berechnung des Ionenstroms und Koppelstroms

Die im Rahmen des modular aufgebauten Frameworks entwickelten numerischen Verfahren aus Kapitel 3.3 wurden erfolgreich auf realitätsnahe HGÜ-Freileitungsanordnungen übertragen. Jedes Teilmodul – von der präzisen Ermittlung des Koronaeinsatzgradienten über die Modellierung atmosphärischer Einflüsse bis zur gekoppelten Simulation des transienten pDGL-Systems – entfaltet im Verbund seine Wirkung und demonstriert die Skalierbarkeit und Anwendbarkeit des Frameworks unter large-scale Bedingungen. Das Anwendungsszenario der Koppelstromsimulation verdeutlicht die Leistungsfähigkeit wie folgt:

- Einsatzgradienten-Modul: Der in Kapitel 3.2 entwickelte Ansatz erlaubt die präzise numerische Bestimmung des Koronaeinsatzgradienten unter realen klimatischen Randbedingungen. Die Erweiterung um ein randomisiertes Oberflächenmodell ermöglicht erstmals die differenzierte Berücksichtigung von Tropfenbildung bei foul weather – ein methodischer Fortschritt gegenüber vereinfachenden Ansätzen wie der Peek-Gleichung.

4. Ionenströme an HGÜ-Freileitungen

- Gekoppelte Ionenstromsimulation: Auf Basis des ermittelten Einsatzgradienten werden full-scale Simulationen hybrider Mastanordnungen durchgeführt. Die berechneten Koppelströme in den AC-Phasen stimmen mit Literaturwerten (vgl. [61, 201]) überein. Im Gegensatz zu den dort verwendeten stationären Methoden basiert die hier entwickelte Methode jedoch auf einer vollständig gekoppelten, zeitaufgelösten Modellierung. Dadurch werden Wechselwirkungen zwischen Raumladungsdichte und den überlagerten Feldern physikalisch konsistenter erfasst – insbesondere bei transients Überlagerung. Die Literatur neigt dabei tendenziell zur Überschätzung des Koppelstroms.
- Nichtlineares, schlecht konditioniertes System: Das mathematische Modell ist durch die Bipolarität der Korona sowie die zeitliche Feldüberlagerung hochgradig nichtlinear. Dennoch ermöglicht die Methode stabile, effiziente Simulationen (Rechenzeit ca. 5 Minuten bei mittlerer Mesh-Qualität von 0,8829). Die Kopplung der physikalischen Gleichungen ist dabei zentral, da sie die Interaktionen zwischen Raumladung, Feldverlauf und Elektrodengeometrie explizit berücksichtigt. Als Modellapproximation wird allerdings wie in [61] und [201] angenommen, dass von der AC-Seite keine Raumladungsdichte entsteht. Diese Modellannahme scheint in den zu Betrachteten Lösungsräumen allerdings valide. Die Lösung des stationären bipolaren Problems dient dabei als Startlösung für die transiente Simulation.
- Ultramet-Szenario: Auch bei der komplexeren Ultramet-Anordnung mit drei AC-Systemen liefert das Modell belastbare Ergebnisse. Die phasenverschobene Überlagerung der Wechselfelder erhöht die Komplexität der Ionenbewegung, die durch die Methode realitätsnah aufgelöst wird.
- Reine bipolare Systeme: Für reine DC-Trassen wie in [202] erfasst das Modell die charakteristische Raumladungsverteilung: eine bipolare Rekombinationszone zwischen den Polen sowie zwei ausgeprägte unipolare Zonen. Eine lineare Überlagerung zweier unipolarer Systeme – wie in älteren Ansätzen – ist hier unzureichend. Die numerisch berechneten Emissionswerte bleiben unterhalb internationaler Grenzwerte.

Zusammenfassend zeigt das Framework aus Abbildung 1.2 seine Eignung für die physikalisch konsistente Modellierung transienter Koronaphänomene unter realen großtechnischen Bedingungen. Die Modularität ermöglicht eine zielgerichtete Anpassung an verschiedene Anordnungstypen und Szenarien.

Das Modell verzichtet – analog zur Literatur – bewusst auf die explizite Modellierung der AC-seitigen Koronaentladung. Eine Erweiterung um dynamische Parameter wie Eisbildung oder Windverlauf ist denkbar, aber gegenwärtig nicht implementiert.

Das folgende Kapitel erweitert den Anwendungsbereich um das Thema Abstandsdimensionierung bei transienten Überspannungen und zeigt, wie das Framework in normativ bislang unberücksichtigten Fällen zum Einsatz kommt.

5. Isolationskoordination in Systemen der HGÜ

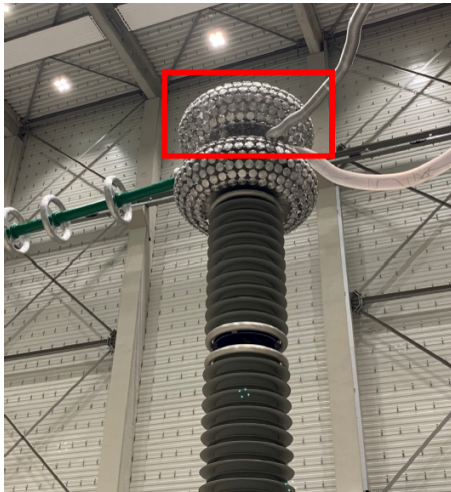
Mit dem zweiten large-scale Anwendungsszenario im Bereich der HGÜ-Systeme widmet sich dieses Kapitel der numerischen Schlagweitenberechnung in gasförmigen Isoliermitteln unter überlagerten Spannungsbeanspruchungen – insbesondere in Konverterhallen. Grundlage bilden die im Rahmen des modularen Frameworks entwickelten Methoden aus Kapitel 3.2, 3.3 und 3.4. Im Fokus stehen drei zentrale Teilanwendungen:

1. Numerische Abstandsdimensionierung von DC-Stacks: Hierbei wird – erstmalig in dieser Form – eine vollständige dreidimensionale Modellierung komplexer Elektrodenanordnungen zur Bestimmung der statischen Durchschlagspannung durchgeführt. Die toroidale Geometrie erfordert zwingend eine 3D- oder rotationssymmetrische Modellierung. Das Verfahren liefert belastbare Referenzwerte für Mindestabstände in Konverterstationen (vgl. 5.1).
2. Dreidimensionale Simulation der Raumladungsdichte: Die aus dem Freileitungsmodul bekannte Methodik zur selbstkonsistenten Bestimmung der Raumladungsverteilung wird auf Konvertergeometrien übertragen und erstmals dreidimensional umgesetzt. Damit gelingt eine realitätsnahe Analyse der Ladungsverteilung unter DC-Betriebsspannung innerhalb geschlossener Anlagen (vgl. 5.2).
3. Leaderentladung bei überlagerten Transienten: Abschließend wird die entwickelte numerische Methode zur Leaderentladung für den Einsatz in Konverterhallen erweitert. Dabei werden insbesondere die Auswirkungen neuartiger transienter Überspannungsformen auf die erforderliche Isolierstrecke analysiert und Unterschiede zu klassischen SI-Verläufen quantitativ herausgearbeitet (vgl. 5.3).

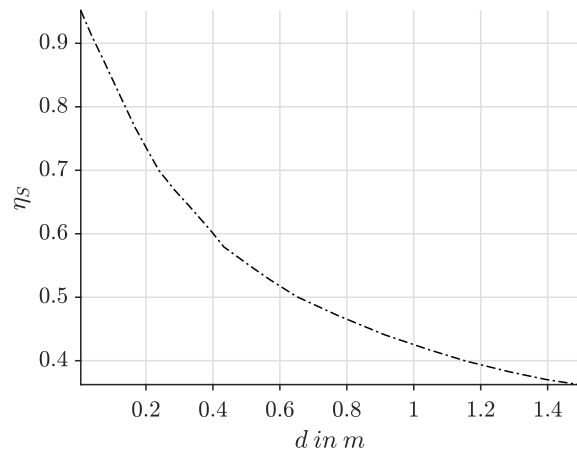
5.1. Abstandsdimensionierung für quasi-homogene Felder

Als Benchmark zur Validierung der in Kapitel 3.4.1 entwickelten Methodik zur Abstandsdimensionierung in quasi-homogenen Feldern dient die in Abbildung 5.1a dargestellte großtechnische DC-Stack-Konfiguration. Jedes Einzelmodul liefert eine Spannung von 400 kV, sodass bei einem dreistufigen Aufbau eine Gesamtspannung von 1200 kV am oberen Toroid anliegt. Der Außendurchmesser des Toroids beträgt 1,5 m, der Rohrdurchmesser 0,5 m.

Voraussetzung für die Anwendung der entwickelten Methodik ist das Vorliegen eines homogenen oder schwach inhomogenen Feldes, da nur in diesem Fall die Einsatzspannung der Durchschlagspannung entspricht (vgl. Kapitel 2.2). Zur Klassifizierung des Feldtyps wird der Inhomogenitätsgrad über den sogenannten Schwaiger-Faktor ermittelt. In Abbildung 5.1b ist der Verlauf des Schwaiger-Faktors entlang des relevanten Isolationspfads dargestellt. Befindet sich der Toroid der DC-Quelle in unmittelbarer Nähe zur geerdeten Hallenwand, ergibt sich ein vergleichsweise homogenes elektrisches Feld. Mit zunehmendem Abstand nimmt die Feldinhomogenität zu, was sich in einem abfallenden Schwaiger-Faktor



(a) DC-Quelle.



(b) Schwaiger-Faktor über Isolationsabstand.

Abbildung 5.1.: HGÜ-Applikationsszenario zur Isolationskoordination und Auslegung des Mindestabstand einer DC-Quelle zur Hallenwand.

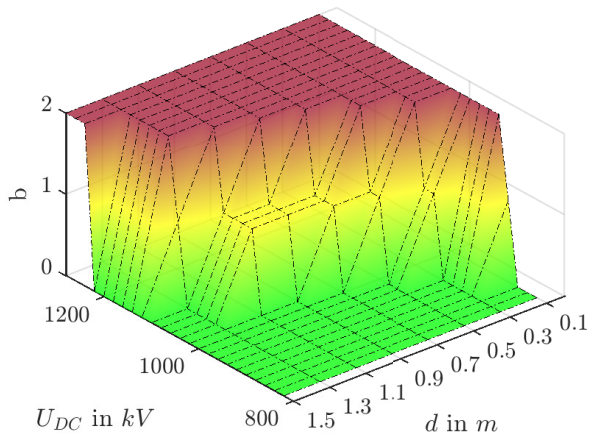
äußert. Für Isolationsabstände bis 1,5 m liegt der Schwaiger-Faktor jedoch durchgehend über der Schwelle von 0,3, sodass das Verfahren aus Kapitel 3.4.1 gültig angewendet wird.

Für die Bestimmung der Mindstdistanz wird zunächst das elektrostatische Feldbild nach dem Vorgehen aus Kapitel 3.2 simuliert. Je nach Feuchtegehalt der Luft wird der entsprechende effektive Ionisationskoeffizient gemäß Kapitel 3.1.1 verwendet, um die Integralkriterien zur Entladungsinitiierung zu prüfen.

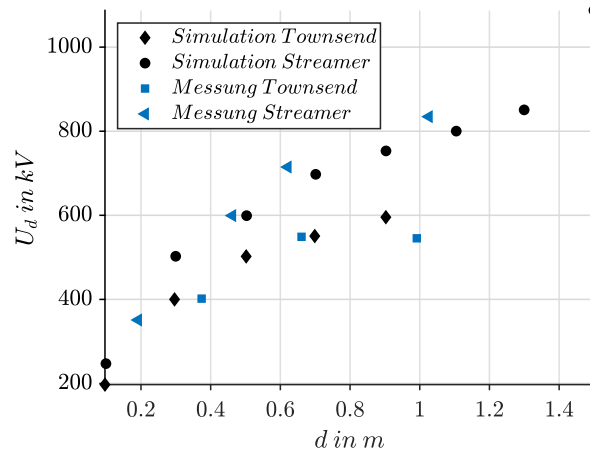
Darauf aufbauend wird im zweiten Schritt eine Injektion von Testpartikeln vorgenommen, um die allgemeinen Einsatzkriterien zu evaluieren. Im dritten Schritt identifiziert der eingeführte Entladungsindikator die Art der Entladung: rot für raumladungsbeschwerte Streamerentladung, gelb für Townsend-artige Prozesse und grün für einen als sicher bewerteten Abstand. Durch Variation von Abstand und Spannung entsteht eine Abstand-Spannungs-Matrix, aus der für jede Betriebsspannung der empfohlene Mindestabstand abgelesen wird. Die Visualisierung in Form eines Ampelsystems ist in Abbildung 5.2a dargestellt. Für den simulierten Toroid ergibt sich aus Abbildung 5.2a ein erforderlicher Mindestabstand von mindestens 1,5 m zur geerdeten Hallenwand bei einer Betriebsspannung von $U_{DC} = 1200$ kV, um das Auftreten von Streamerentladungen – und damit bei schwach inhomogenem Feld einen Durchschlag – zu verhindern. Wird die Spannung auf 800 kV reduziert, genügt ein Abstand von 1,1 m.

Zur Validierung des entwickelten Verfahrens werden die Simulationsergebnisse mit Messdaten aus [74] verglichen, wobei eine identische Geometrie zugrunde gelegt ist. In dem Experiment wurden Zündspannungen für verschiedene Abstände zwischen Toroid und geerdeter Platte bestimmt – sowohl für Teilentladungen als auch für vollständige Streamerentladungen. Die Simulation erfasst beide Szenarien durch den Entladungsindikator differenziert:

- Gelb für Townsend-Entladungen, die auch experimentell beobachtet wurden, u.a. durch lokale Störungen wie Staubanhaftungen durch Kraftwirkung des Gleichfeldes,
- Rot für voll ausgebildete Streamerentladungen, die zum Durchschlag führen.



(a) Entladungsindikator für verschiedene Spannungslevel und Isolationsabstände der DC-Quelle.



(b) Validierung mittels Experiment aus [74].

Abbildung 5.2.: Isolationskoordination der DC-Quelle mittels Bewertungsschema des Entladungsindikators. Roter Bereich deutet auf unzulässigen Abstand der DC-Quelle zur geerdeten Wand hin. Validierung von U_d erfolgt mittels Experiment.

Die numerischen Ergebnisse stimmen gemäß Abbildung 5.2b mit den experimentellen Daten überein. Geringe Abweichungen sind erwartbar, da die stochastische Natur des Entstehungsprozesses in der deterministischen Modellierung nicht vollständig erfasst wird.

Ergänzend wird nach Norm [70] eine DC-Stehspannung von $U_w = 1,5 \cdot U_n$ empfohlen, sofern keine abweichenden Festlegungen bestehen. Für den untersuchten Fall bedeutet dies bei $U_n = 1200$ kV eine Bemessungsspannung von 1800 kV, woraus sich ein erforderlicher Abstand von rund 2,5 m ergibt – ein zusätzlicher Sicherheitsfaktor für die Prüf Umgebung.

5.2. Raumladungsdichteverteilung in MMC-Konverterhallen

Hochspannungselektroden in Prüflaboren, Betriebsmitteln und Konverterstationen bleiben unter Nennbedingungen frei von Koronaentladungen. Im Dauerbetrieb lagern sich jedoch Partikel auf den Elektroden ab, wodurch sich der lokale Einsatzgradient verringert. Zusätzlich führen transiente Überspannungen zur Überschreitung des kritischen Feldwerts, wodurch in stark inhomogenen Feldern Raumladungsdichten entstehen.

In Innenräumen, etwa in Konverterhallen, findet keine natürliche Ausräumung der Raumladungen durch Luftbewegung statt. Die Ionen verbleiben im Entladevolumen, verstärken lokale Feldverzerrungen und fördern Leaderentladungen. Diese Prozesse beeinflussen die notwendige Distanz zwischen spannungsführenden Komponenten und geerdeten Strukturen.

Im Fokus dieses Abschnitts steht die Erweiterung der in Kapitel 3.3 entwickelten Methodik zur Berechnung transienter Raumladungsverteilungen auf dreidimensionale Geometrien. Ziel ist die physikalisch konsistente Modellierung des Raumladungsverhaltens unter dem Einfluss überlagerter Spannungsformen in Konverterhallen.

Die Auslegung von Isolationsstrecken unterliegt projektspezifischen Bedingungen. Überspannungen durch Reflexionen in Kabelsystemen oder an Schnittstellen zwischen Komponenten treten dabei stand-

ortspezifisch auf. In [144] erfolgt daher die Empfehlung, den Isolationspegel auf Basis abgestimmter Systemanalysen zwischen Netzbetreiber, Hersteller der Umrichterstation und Kabellieferant festzulegen. Die folgenden Untersuchungen orientieren sich an dieser Vorgehensweise. Grundlage bildet ein DC-Link in symmetrischer Monopol-Ausführung mit MMC-Konvertern und einer Nennspannung von ± 525 kV. Ein Pol-Erd-Schluss erzeugt dabei eine kritische transient überlagerte Spannung (VSFO). Die zugehörigen zeitlichen Parameter und Amplituden – gemäß [144] bis zu 1,76 p. u. – sind Tabelle 2.6 zu entnehmen.

Im Fehlerfall eines Pol-Erd-Schlusses kollabiert die Spannung eines DC-Pols, während der intakte Pol eine überlagerte Spannung aus Gleichspannungsniveau und transients Überspannung gemäß Gleichung (2.89) erfährt. Es entsteht ein unipolares, zeitabhängiges Koronaproblem (vgl. Kapitel 2.4.4.1), da keine Rückwirkung durch einen zweiten Raumladungspol erfolgt.

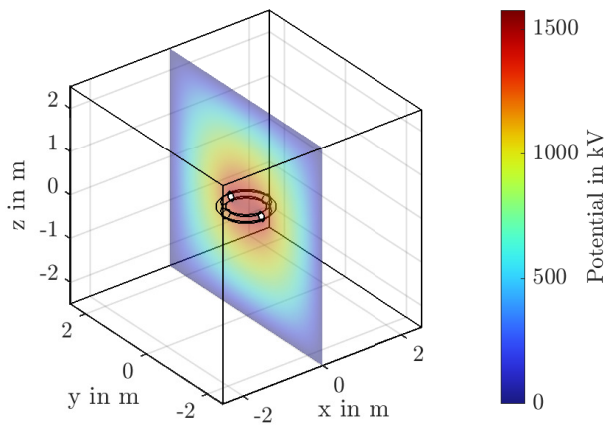
Für die Analyse wird eine toroidförmige Elektrodengeometrie verwendet, wie sie an Feldbegrenzungsselementen in HGÜ-Konverterstationen zum Einsatz kommt (z. B. an Schirmoberflächen oder Ventiltürmen). Je nach Spannungshöhe variieren die eingesetzten Rohrradien zwischen 40 mm und 500 mm [203, 204]. Mithilfe der entwickelten Methodik zur Bestimmung des Einsatzgradienten aus Kapitel 3.2 zeigt sich, dass bei einem Radius von $r_i = 100$ mm und leicht verschmutzter Oberfläche ($m = 0,8$) bereits bei einer Gleichspannung von ± 525 kV Koronaentladungen auftreten – bestätigt durch [203].

Für größere Radien bleibt die Feldstärke bei gleicher Betriebsspannung unterhalb des Einsatzwerts. Erst durch das Aufschwingen der Spannung bei einem transienten Überspannungsereignis wird der Koronaentsatzgradient überschritten. Bei lang andauernden VSFO entstehen so während der Impulsdauer nennenswerte Raumladungsdichten.

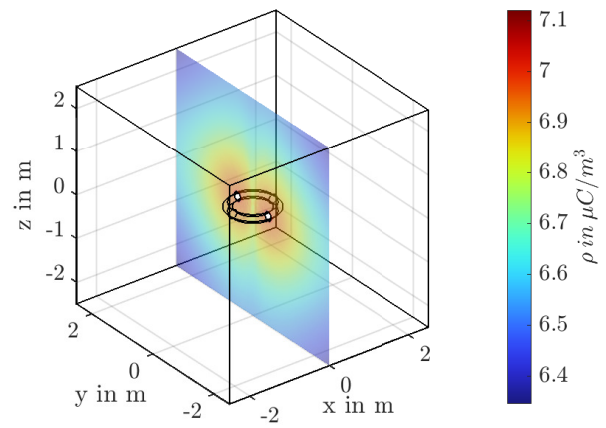
Zwei Szenarien werden simulativ untersucht: (1) Koronaentladung durch Vorverschmutzung, die bereits bei DC-Vorbelastung einen geringen Ladungseintrag erzeugt, und (2) Koronaentladung ausgelöst durch die VSFO allein. Abbildung 5.3 zeigt exemplarisch die resultierende Potentialverteilung (linke Spalte) und die korrespondierende Raumladungsdichte (rechte Spalte) sowohl zum Scheitelpunkt der Überspannung als auch zum Zeitpunkt der Rückenhalbwertszeit. Am Ende des Impulsverlaufs stellt sich eine stationäre Raumladungszone unter reinem DC-Betrieb ein. Bei einer Pulsdauer von $T_p = 8$ ms erreicht das Elektrodenpotential infolge der überlagerten Spannungsbeanspruchung einen Maximalwert von $\phi_{\max} = 1620$ kV. Dieser liegt leicht über dem theoretisch erwarteten Wert von 1449 kV (Nennspannung zuzüglich 1,76 p. u.), was auf den Beitrag der gebildeten Raumladungsdichte zurückzuführen ist, die das lokale Potential anhebt.

Im Maximum der Überspannung wird gleichzeitig die höchste Raumladungsdichte mit $\rho_{\max} = 7,1 \mu\text{C m}^{-3}$ erreicht. Zum späteren Zeitpunkt der Rückenhalbwertszeit $T_2 = 90$ ms sinkt das Elektrodenpotential auf $\phi_{\max} = 1050$ kV, ebenfalls leicht oberhalb des zu erwartenden Werts von 987 kV, wiederum beeinflusst durch die verbleibende Raumladung. In dieser Phase reduziert sich auch die Raumladungsdichte auf $\rho_{\max} = 3,8 \mu\text{C m}^{-3}$.

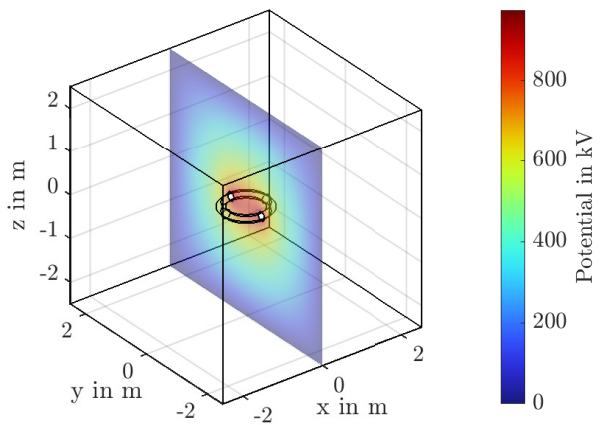
Da die Spannung während des gesamten Impulsverlaufs oberhalb der Einsatzspannung bleibt, kommt es durchgehend zur Emission von Raumladung aus der hochbelasteten Elektrode. Der Anstieg bzw. Abfall der Raumladungsdichte folgt der Dynamik des Potentialverlaufs. Anders als in bipolaren Systemen bildet sich hierbei jedoch keine Rekombinationszone aus, da der gegenüberliegende DC-Pol durch den Fehler auf Erdpotential liegt und keine gegenpolige Raumladung erzeugt (vgl. Kapitel 2.4.4.2). Die Raumladungsdichte nimmt mit abfallendem Potential nur allmählich ab, da die Intensität der Koronaentladung schrittweise zurückgeht – von einem Maximalwert von $\rho_{\max} = 7,1 \mu\text{C m}^{-3}$ bei



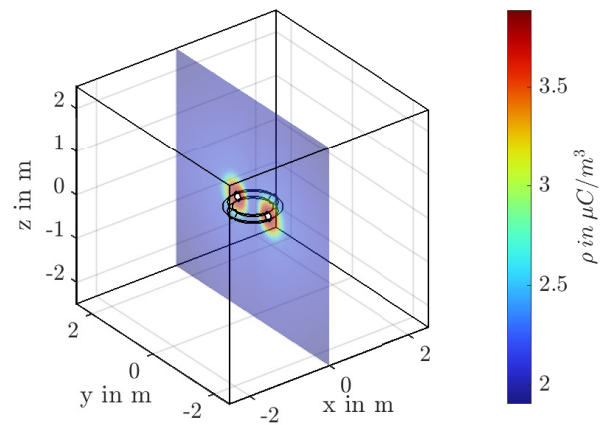
(a) Zeitabhängiger Potentialverlauf für $t = 8$ ms.



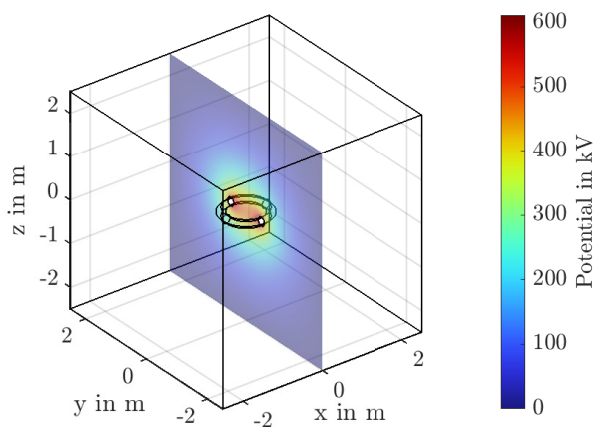
(b) Transiente Raumladungsdichte für $t = 8$ ms.



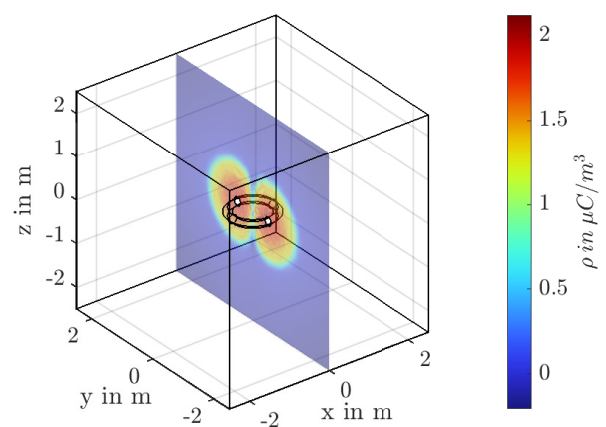
(c) Zeitabhängiger Potentialverlauf für $t = 90$ ms.



(d) Transiente Raumladungsdichte für $t = 90$ ms.



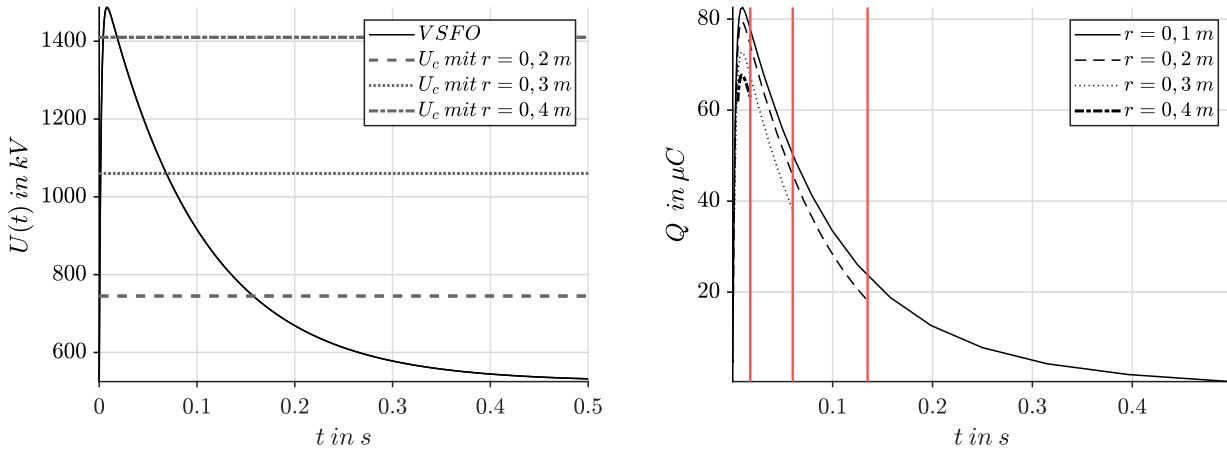
(e) Zeitabhängiger Potentialverlauf für $t = 300$ ms.



(f) Transiente Raumladungsdichte für $t = 300$ ms.

Abbildung 5.3.: Überlagerte Spannungsbeanspruchung mit Nennspannung ± 525 kV und VSFO mit 1,76 p. u. und „worst-case“ Zeitparameter $T_p = 8$ ms und $T_2 = 90$ ms. Einsatzgradient beträgt in dieser Simulation $E_c = 14$ kV cm^{-1} .

5. Isolationskoordination in Systemen der HGÜ



(a) VSFO und Einsatzspannung verschiedener Rohrradien (b) Umgesetzte transiente Ladung in der Konverterhalle des Toroiden.

Abbildung 5.4.: VSFO mit 1,76 p. u. und „worst-case“ Zeitparameter $T_p = 8$ ms und $T_2 = 90$ ms, sowie mit numerischer Methodik ausgewertete umgesetzte Ladungsmenge in der Konverterhalle.

Spannungsmaximum auf $\rho_{\max} = 2,1 \mu\text{C m}^{-3}$ nach 300 ms.

Im zweiten Fall entsteht eine Raumladungsdichte nur, wenn die transient überlagerte Überspannung den Koronaeinsatz überschreitet. In diesem Fall bildet sich – wie in Abbildung 5.4a dargestellt – ein klar abgegrenztes Zeitintervall, innerhalb dessen die Koronaentladung aktiv ist und Raumladung generiert wird. Sobald die Überspannung im weiteren Verlauf wieder unter die Einsatzspannung fällt, wird keine neue Raumladungsdichte mehr erzeugt. Die bereits entstandene Raumladung wird dann ausschließlich durch das elektrische Feld weitertransportiert.

Daraus ergeben sich drei klar definierte Simulationsabschnitte:

1. Vor dem Koronaeinsatz: Es erfolgt die Berechnung des rein elektrostatischen, raumladungsfreien Potentials.
2. Während des Koronaeinsatzes: Wird die Einsatzspannung überschritten, aktiviert sich das gekoppelte unipolare pDGL-System gemäß Kapitel 2.4.4.1, um die Raumladungsentwicklung und -verteilung zu berechnen.
3. Nach dem Koronaeinsatz: Sobald das elektrische Feld unter die Einsatzspannung fällt, wird keine neue Raumladung mehr erzeugt. Die zuvor berechnete Raumladungsdichte wird fortan weitertransportiert und dient als Anfangsbedingung für diesen letzten Abschnitt.

Das zeitliche Intervall der aktiven Koronaentladung hängt direkt vom Überspannungsverlauf sowie vom geometrieabhängigen Einsatzgradienten ab. In Abbildung 5.4a sind die resultierenden Einsatzspannungen für unterschiedliche Rohrradien eines Toroiden bei festgelegtem Elektrodenabstand von 3 m als horizontale Linien dargestellt. Diese erlauben eine direkte Einschätzung, bei welcher Amplitude eine Raumladungsbildung für die jeweilige Elektrodengeometrie einsetzt. Für einen Rohrradius von 0,2 m ergibt sich das längste zeitliche Intervall, in dem Koronaentladungen auftreten. Beim größeren Rohrdurchmesser von 0,4 m verkürzt sich dieses Intervall erwartungsgemäß deutlich. Die in Abbildung 5.4b dargestellte im Entladevolumen befindliche Ladung verdeutlicht diesen Zusammenhang. Zu Beginn bleibt die Ladung im Entladevolumen null, da der Koronaeinsatzgradient noch unterschritten ist.

Sobald der Gradient überschritten wird, steigt die Ladung entsprechend dem Verlauf der transienten Überspannung an. Nach Abklingen der Überspannung bleibt die zuvor erzeugte Raumladungsdichte erhalten, da durch den auf Erdpotential gezogenen zweiten DC-Pol keine Rekombination einsetzt.

Der maximale Ladungseintrag erreicht beim Rohrdurchmesser von 0,2 m einen Wert von $Q_{\max} = 82 \mu\text{C}$ und stellt den kritischsten Fall dar. Ohne gezielte Belüftung reichert sich die Ladung in der Konverterhalle an, wodurch die elektrische Beanspruchung der Luftstrecken zunimmt. Die flachen Anstiegsflanken der VSFO in Kombination mit der ausgedehnten Raumladungszone fördern die Entstehung von Leaderentladungen, wie sie in Kapitel 2.5.4 modelliert sind. Insbesondere die Untersuchung solcher Entladungen unter dem Einfluss von VSFO bildet einen neuartigen Beitrag dieser Arbeit. Das folgende Kapitel widmet sich der quantitativen Analyse dieser Vorgänge und leitet daraus Empfehlungen für die Elektrodenabstände in MMC-Konverterhallen ab, einschließlich einer kritischen Reflexion bestehender Normen.

5.3. Abstandsdimensionierung in MMC-Konverterhallen

Nach der Analyse der durch VSFO erzeugten Raumladungsdichten im vorherigen Kapitel wird nun der Einfluss dieser neuartigen transienten Überspannungsformen auf die Luftstrecke bzw. den erforderlichen Elektrodenabstand untersucht. Zum Einsatz kommt das physikalisch begründete Leadermodell aus Kapitel 3.4.2. Als „Worst-Case“-Szenario dient eine Überspannungsamplitude von 1,76 p. u., wie zuvor spezifiziert. Die zugehörigen Zeitparameter entstammen Tabelle 2.6; betrachtet werden Fehlerfälle durch Erdschluss reiner HGÜ-Kabelstrecken.

Zur Abdeckung des vollständigen Spektrums an VSFO-Zeitverläufen werden drei charakteristische Zeitparameterpaare herangezogen:

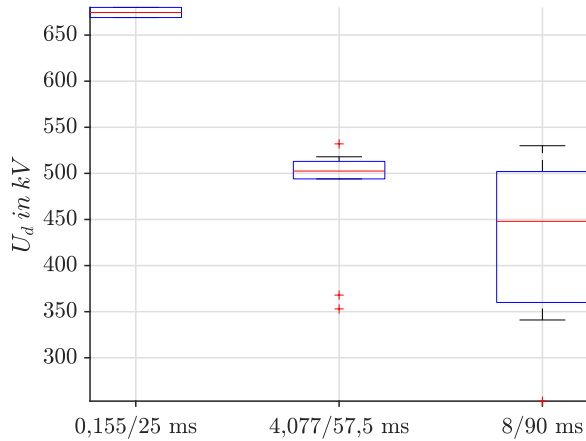
- untere Schranke: 0,155/25 ms,
- mittlerer Wert: 4,077/57,5 ms,
- obere Schranke: 8/90 ms.

Mit dem in dieser Arbeit entwickelten Leader-Framework erfolgt eine numerische Analyse des Durchschlagverhaltens. Abbildung 5.5a zeigt die resultierenden Durchschlagspannungen für dieselbe Geometrieconfiguration wie in [111], welche zuvor für standardisierte SI-Zeitparameter validiert wurde (vgl. Kapitel 3.4.2.2). Auffällig beim unteren Zeitparameterpaar 0,155/25 ms ist die im Vergleich zum Standard-SI deutlich schnellere Anstiegszeit. Nach den Grundlagen des Leaderdurchschlags führt ein solcher steiler Spannungsanstieg zu einer erhöhten Durchschlagspannung. Der Grund liegt in der begrenzten Zeit zur Vorionisation: Es entsteht nicht ausreichend freie Ladungsträger, um den kritischen Ionisationsgrad zu erreichen, der für den Übergang zur Leaderbildung notwendig ist. Gleichzeitig erlaubt das schnelle Feldwachstum weniger Zeit für die Ausbildung von Elektronenlawinen.

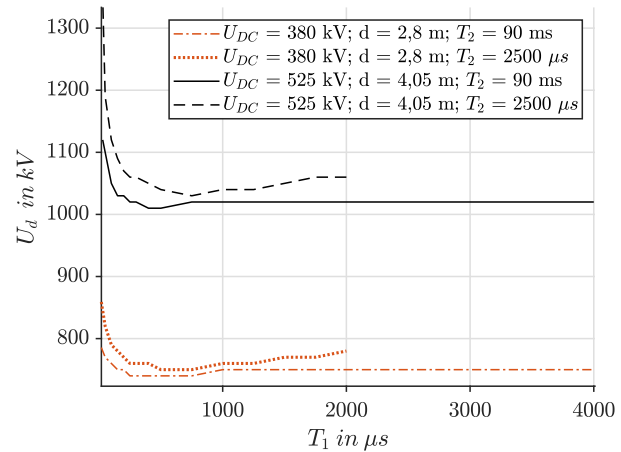
Zusätzlich spielt die dielektrische Relaxationszeit eine Rolle: Bei steilen Impulsen kann die Verschiebungspolarisation der Luft nicht adäquat folgen, was zu einer höheren wirksamen Feldfestigkeit führt. In Summe resultiert eine erhöhte Durchschlagspannung, die sich im untersuchten Fall bei etwa 670 kV einstellt.

Verlangsamten sich die Zeitparameter auf 4,077/57,5 ms, sinkt U_d um etwa 150 kV. Bei weiterer Verlangsamung auf 8/90 ms fällt die Durchschlagspannung nochmals deutlicher ab. Gleichzeitig zeigt

5. Isolationskoordination in Systemen der HGÜ



(a) U_d bei Schlagweite von 1,2 m für drei VSFO Zeitparameter-Paare.



(b) Verlauf der Durchschlagsspannung für zwei Abstände für Schaltstoß-Rückenhalfwertszeit und VSFO-Rückenhalfwertszeit.

Abbildung 5.5.: Auswirkung von VSFO auf die Durchschlagsspannung und den erforderlichen Elektrodenabständen in large-scale MMC-Konverterhallen. Stichprobenumfang der Simulationen ist $n = 10$.

sich eine breitere Streuung der Ergebnisse, zurückzuführen auf die verwendete Zeitschrittweite bei der numerischen Integration des DGL-Systems im iterativen Schaltkreismodell zur Bestimmung der Leaderkanalparameter. Mit einer Zeitschrittweite von $\Delta t = 1 \mu\text{s}$ lassen sich Anstiegszeiten bis $250 \mu\text{s}$ effizient erfassen. Im Millisekundenbereich verlängert sich die Simulationsdauer jedoch erheblich, weshalb die Schrittweite auf $\Delta t = 5 \mu\text{s}$ erhöht wird. Diese Anpassung erhält die Konvergenz des Solvers, reduziert jedoch die zeitliche Auflösung feiner physikalischer Effekte. Dadurch variiert der Verlauf der stochastischen Dispersion des Leaders: teils bricht das Wachstum frühzeitig ab, teils erst verzögert. Trotz dieser numerischen Streuung sinkt der Mittelwert von U_d nochmals um etwa 50 kV.

Für den Vergleich der Simulationsergebnisse mit den normativen Vorgaben werden die neuartigen VSFO-Spannungsformen ausgewertet, um zu prüfen, ob sich daraus geringere erforderliche Abstände ergeben als für den normativen SI.

Untersucht werden Betriebsspannungen von 380 kV und 525 kV bei Elektrodenabständen von 2,8 m und 4,05 m. Es werden Rückenhalfwertszeiten von 2500 μs und 90 ms sowie ein Elektrodenradius von 5 mm verwendet. Die minimale Durchschlagsspannung des überlagerten Impulses wird in Abhängigkeit der Anstiegszeit bestimmt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.5b dargestellt.

Die Auswertung zeigt, dass eine VSFO mit langanhaltender Rückenhalfwertszeit schneller zum Durchschlag führt als eine Spannung mit kurzer Schaltstoß-Rückenhalfwertszeit. Bei einer Anstiegszeit von 250 μs tritt der Durchschlag bei einem Abstand von 2,8 m bei einer um 20 kV und bei 4,05 m bei einer um 30 kV geringeren Spannungsamplitude auf. Ursache hierfür ist, dass die langanhaltende Spannung der VSFO mehr Entwicklungs- und Wachstumsphasen des Leaders ermöglicht, da die elektrische Feldstärke an der Leaderspitze länger über der kritischen Feldstärke verbleibt, während die Spannung im Schaltstoßverlauf deutlich schneller abfällt.

Wie auch in Abbildung 6.5b erkennbar (vgl. experimenteller Verlauf), zeigt auch die Durchschlagsspannung der VSFO ein Minimum bei Anstiegszeiten zwischen 0 und 1000 μs . Für größere Anstiegszeiten bleibt die Durchschlagsspannung weitgehend konstant.

Tabelle 5.1.: Aus Norm und Simulation resultierende Abstände für HGÜ-Nennspannungen sowie Vergleich der überlagerten VSFO-Maximalamplituden mit den kritischen Simulationenwerten.

U_{DC} in kV	Norm d_{\min} in m	Simulation in %	Abweichung d_{\min} in m	Literatur U_{rp} in kV	Simulation U_d in kV	Abweichung in %
380	2,1	2,8	-33,3	669	740	10,62
525	3,7	4,05	-8,6	924	1010	9,31

Aus Abbildung 6.5b geht hervor, dass der Durchschlag bei VSFO früher erfolgt als bei einer Schaltstoßbeanspruchung. Die in den Simulationen bestimmten Durchschlagsspannungen liegen oberhalb der 1,76-Fachen Nennspannung (vgl. Tabelle 5.1). Eine Anpassung der normativ geforderten Mindestabstände aufgrund von VSFOs ist daher nicht erforderlich.

5.4. Resümee zur Isolationskoordination in Systemen der HGÜ

Die in Kapitel 3.4.2 und 3.3.5 entwickelten numerischen Verfahren zur Berechnung von erforderlichen Isolationsabständen und transienten Raumladungsdichten wurden erfolgreich auf realistische Konverterhallen im HGÜ-Kontext übertragen. Das zweite large-scale Anwendungsszenario zur Isolationskoordination zeigt die Leistungsfähigkeit des modularen Frameworks in fünf zentralen Punkten:

- Quasi-homogene Felder: Für homogene oder schwach inhomogene Feldverteilungen liefert die Bewertung über Einsatzkriterien und Entladungsindikator (Ampel-Farbkodierung) eine präzise Abstand-Spannungs-Matrix. Die Methode erlaubt komplexe Elektrodengeometrien in 3D und integriert Klimafaktoren wie Luftfeuchte über effektive Townsend-Koeffizienten. Die experimentelle Validierung bestätigt die Aussagekraft der Simulation.
- Raumladungsdichte in Konverterhallen: Bei überlagerten Spannungsbeanspruchungen sammeln sich in unbelüfteten Konverterhallen kritische Raumladungsdichten an. Mit der entwickelten 3D-Methode lassen sich erstmals Raumladungsprofile für toroidförmige Elektroden im Metermaßstab berechnen – mit Laufzeiten unter 10 Minuten. Da der fehlerhafte Pol im Erdschluss spannungslos bleibt, handelt es sich um ein unipolares Koronaproblem.
- Split-Step-Modellierung der VSFO-Einwirkung: Mit steigenden Elektrodenradien steigt auch der Koronaeinsatzgradient. Dadurch motiviert wird eine numerische Split-Step-Methode angewendet, da in der ersten Phase wo der Koronaeinsatzgradient noch nicht erreicht ist lediglich das raumladungsfreie Laplace-Feld gelöst wird. In der zweiten Phase dient die Lösung des Laplace-Feldes als Startlösung für die Berechnung des raumladungsbeschwerteten Poisson-Feldes. In dieser Phase ist durch die transiente Überspannung der Einsatzgradient erreicht und es kommt zu Koronaentladungen. Beim Unterschreiten der Aussetzspannung wird keine Raumladungsdichte mehr produziert und die Raumladungsdichte driftet entlang des elektrischen Feldes. Da es sich um ein unipolares Koronaproblem handelt, rekombinieren die Ladungsträger nur langsam mit anderen Partikeln in der Luft, wodurch es zu Ansammlung von Raumladungsdichten kommt. Als Quantifizierungsmaß der durch die Überspannung verursachten Koronaentladung wird die umgesetzte Ladung im Entladevolumen herangezogen. Dabei nimmt die Ladung für das beschriebene

Szenario und einem Simulationsgebiet von $5\text{ m} \times 5\text{ m} \times 5\text{ m}$ den maximalen Wert von etwa $80\text{ }\mu\text{C}$ an.

- **Leaderentladungen unter VSFO:** Die Modellierung transienter Leaderentladungen unter VSFO zeigt, dass langsame Anstiegszeiten – verglichen mit normativen Schaltstößen – die Durchschlagspannung senken. Damit steigen die physikalisch erforderlichen Mindestabstände. Aufgrund der normativen Sicherheitszuschläge gelten die bisherigen Bemessungsabstände dennoch als ausreichend.
- **Zentrale Einflussgrößen:** Für Koronaentladungen ist die Rückenhalbwertszeit der bestimmende Parameter. VSFO weisen signifikant längere Rückenhalbwertszeiten auf als standardisierte SI, wodurch die Koronaentladung länger aktiv bleibt und größere Raumladungsmengen im Entladevolumen entstehen. Die langsame Entladung dieser Raumladungen (insbesondere bei unipolaren Bedingungen ohne Rekombinationszone) führt zu persistenter Vorionisation in der Luftstrecke. Für Leaderentladungen ist die Anstiegszeit entscheidend. Langsame Flanken wie bei VSFO begünstigen die Ausbildung stabiler Leaderkanäle, da mehr Zeit für die Ionisation und Wärmeerzeugung zur Verfügung steht. Dadurch sinkt die Durchschlagspannung deutlich gegenüber SI-Beanspruchungen – bei gleichem Elektrodenabstand. Die physikalisch notwendige Mindestdistanz ist demnach bei VSFO größer. In Summe führt die Kombination aus erhöhter Vorionisation (Korona) und verbessertem Leaderwachstum zu einem erhöhten Risiko für frühzeitigen Durchschlag. Das Isoliermedium Luft zeigt unter VSFO eine deutlich geringere Spannungsfestigkeit als unter SI, was VSFO aus Sicht der Isolationskoordination als besonders kritischen Belastungsfall qualifiziert.

Das entwickelte Framework aus Abbildung 1.3 wurde erfolgreich auf großtechnische Konverteranwendungen übertragen. Alle Module wurden vollständig integriert, analysiert und validiert – sowohl im small-scale als auch im large-scale Maßstab. Das folgende Kapitel greift die formulierten Forschungsfragen auf und bewertet die Zielerreichung der Arbeit systematisch.

6. Analyse und Bewertung der Methoden und Ergebnisse

In diesem Kapitel wird das entwickelte numerische Framework zur gasphysikalischen Modellbildung in der HGÜ-Systemtechnik systematisch analysiert und im Kontext der eingangs formulierten Forschungsziele bewertet. Der Fokus liegt dabei auf Effizienz, Genauigkeit, Robustheit sowie der praktischen Anwendbarkeit der Methoden unter realen Betriebsbedingungen.

Zunächst erfolgt eine methodenkritische Einordnung der theoretischen Grundlagen und der gewählten Implementierungsstrategien. Anschließend werden die Simulationsergebnisse hinsichtlich ihrer physikalischen Plausibilität, numerischen Stabilität und Aussagekraft bewertet. Die Analyse orientiert sich explizit an den in Kapitel 1.3 definierten Forschungsfragen.

Ziel ist es, die Stärken der entwickelten Module sowie mögliche Limitationen und Gültigkeitsgrenzen offenzulegen. Darüber hinaus werden konkrete Optimierungspotentiale identifiziert und Implikationen für die künftige Weiterentwicklung gasphysikalischer Modelle im Kontext der HGÜ-Isolationskoordination abgeleitet.

6.1. Überlagerte Ionenströme im Fehlerfall an Freileitungen

Im Kapitel 4 wurde die Anwendbarkeit und Validität des entwickelten numerischen Frameworks zur Berechnung von Koppel- und Ionenströmen anhand realer hybrider und bipolarer Mastanordnungen nachgewiesen. Aufbauend darauf wird in diesem Abschnitt ein spezifisches Störszenario untersucht, um das vollständig gekoppelte, zeitaufgelöste Framework unter transienten Fehlerbedingungen zu testen. Die Analyse fokussiert sich auf den Einfluss neuartiger VSFO gemäß Kapitel 2.5.1 und Tabelle 2.6, welche sich im Fehlerfall mit der stationären DC-Spannung überlagern. Bei einem Pol-Erd-Schluss fällt das Potential des betroffenen Pols auf Erdpotential, während der gegenüberliegende Pol eine transiente Überspannung erfährt. Das resultierende Szenario stellt ein unipolares, zeitabhängiges Koronaproblem dar (vgl. Kapitel 5.2).

Die numerische Herausforderung liegt in der präzisen Modellierung der zusätzlichen transienten Ionenströme, die über die Dauer der Überspannung entstehen und die ohnehin vorhandenen stationären DC-bedingten Ströme überlagern. Dies führt insbesondere an hybriden Mastanordnungen zu einer temporären Erhöhung der Koppelströme in den AC-Phasen und potentiell zu verstärkten Sättigungseffekten (vgl. Kapitel 3.3.5.2).

Zur Analyse wird die validierte Ultramet-Mastgeometrie aus Abbildung 4.4a verwendet. Ein Pol-Erd-Schluss wird am positiven DC-Pol angenommen, wodurch der negative Pol mit einem VSFO beansprucht wird. Die transiente Überspannung besitzt eine maximale Amplitude von 1,76 p. u. bei einer DC-Betriebsspannung von ± 380 kV, wie sie im Ultramet zum Einsatz kommt. Der zugrundeliegende Koronaeinsatzgradient beträgt im angenommenen „worst-case“ $E_c = 6$ kV cm⁻¹.

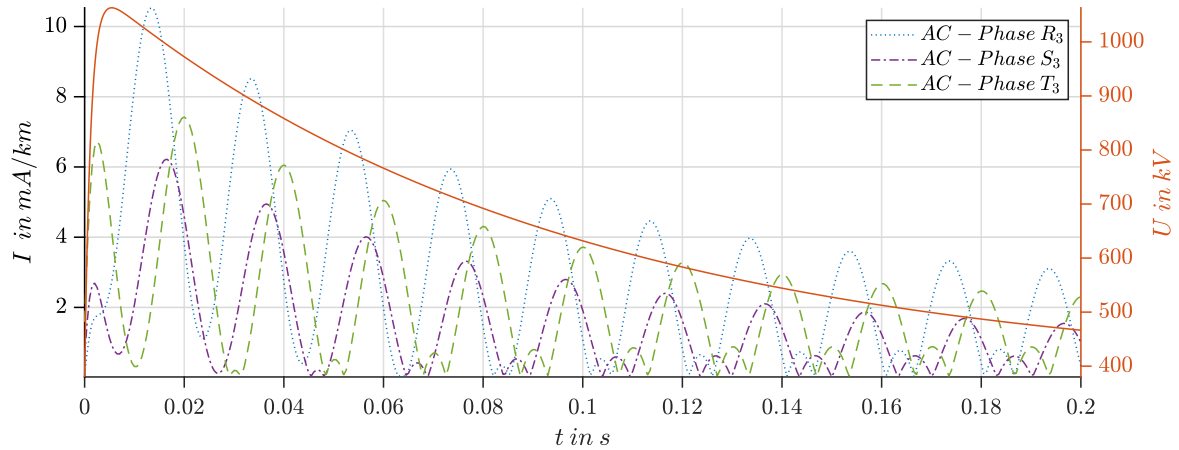


Abbildung 6.1.: Überlagerter Koppelstrombelag in die nächstgelegenen AC-Phasen ausgehend vom fehlerfreien DC-Pol bei Pol-Erd-Schluss mit 1,76 p. u. und Zeitparameter des VSFO am DD-Mast.

Abbildung 6.1 zeigt die zeitlichen Verläufe der AC-Phasen sowie der transienten Spannungsüberlagerung am negativen Pol. Deutlich wird, dass der VSFO über mindestens zehn Netzperioden anhält und damit die gesamte Dauer der Wechselspannungszyklen relevant beeinflusst. Daraus ergibt sich eine Simulationsdauer von 0,2 s. Aufgrund des Erdpotentials am positiven Pol verändert sich das Feldbild signifikant, wodurch eine Superposition aus stationären und transienten Effekten ausgeschlossen ist. Eine isolierte Betrachtung des transienten Koppelstroms – wie in Abbildung 4.3 – ist unter diesen Bedingungen nicht ausreichend, da das Systemverhalten vollständig nichtlinear reagiert.

Abbildung 6.1 verdeutlicht die gravierende Veränderung des Systemverhaltens infolge des VSFO-Ereignisses. Durch das Fehlen der bipolaren Raumladungszone entfällt ein effektiver Rekombinationsmechanismus, was zu einer asymmetrischen Raumladungsverteilung führt und sich direkt auf die Koppelströme in den AC-Phasen auswirkt.

Am stärksten zeigt sich dieser Effekt in der AC-Phase R_3 , die dem negativ belasteten DC-Pol am nächsten liegt. Hier steigt der Koppelstrom auf eine maximale Amplitude von rund 10 mA km^{-1} . Im zeitlichen Mittel über die Dauer des VSFO ergibt sich somit – bezogen auf eine Leitungslänge von 100 km – eine bis zu zehnfache Erhöhung des mittleren Koppelstroms gegenüber dem stationären Fall aus Kapitel 4.2.

Trotz vorhandener Überspannungsableiter, die die maximale Spannungs-Zeit-Fläche am AC-System begrenzen, wird der erhöhte Strom auf einem Teilstück der Leitung real eingepreßt. Die Analyse zeigt daher, dass kurzzeitig erhöhte Sättigungseffekte in der AC-Seite auftreten. Die Möglichkeit, diesen Effekt präzise zeitaufgelöst, ortsaufgelöst und unter realen Systembedingungen im Rahmen des vollgekoppelten Frameworks abzubilden, unterstreicht die Leistungsfähigkeit und Reife der entwickelten Methodik. Gerade für transient geprägte Fehlerzustände bietet das Framework damit ein physikalisch basiertes Werkzeug zur Bewertung komplexer Wechselwirkungen zwischen AC- und DC-Systemen unter realen Feldbedingungen. Der zeitliche Verlauf des VSFO überträgt sich verzögert auf den Koppelstrom in den AC-Phasen, da zunächst Ionen erzeugt werden müssen, bevor sie durch das Feld driften und in die AC-Leiter einkoppeln. Infolge dessen steigt der Koppelstrom mit dem wachsenden Überspannungsverlauf an und erreicht sein Maximum zeitlich nahe dem Scheitelwert des transienten Impulses. Der charakteristische 120° -Phasenversatz der AC-Spannungen spiegelt sich auch im Verlauf der Koppelströme wider. Darüber hinaus zeigt sich ein abklingender, oszillierender Verlauf, überlagert

durch eine langsame „einhüllende“ Hüllkurve, die den Übergang zurück zum stationären Zustand beschreibt.

Für den simulierten DD-Mast ergibt sich im stationären Zustand bei ± 450 kV ein Koppelstrom in Phase R_3 von etwa 13 mA km^{-1} , während die Phasen S_3 und T_3 mit unter 3 mA km^{-1} deutlich geringer belastet sind – in Übereinstimmung mit den Abschätzungen aus der Norm [63]. Im transienten Fehlerfall hingegen zeigt die numerische Analyse, dass diese Schätzwerte im „worst-case“ überschritten werden. Das unterstreicht nicht nur die Notwendigkeit einer dynamischen Bewertung, sondern belegt auch die Leistungsfähigkeit des entwickelten Frameworks zur quantitativen Vorhersage solcher transienter Effekte in hybriden HGÜ-Freileitungssystemen.

Die praktische Relevanz solcher Koppelströme zeigt sich insbesondere in Studien wie [205], in denen ein DC-Bias von bereits $1,6 \text{ A}$ ausreicht, um bei einem 200 MV A -Transformator mit einem 150 MV A -MMC-Umrichter signifikante Effekte wie erhöhte Eisenverluste, zusätzliche Blindleistung und Spannungsinstabilitäten hervorzurufen. Um das Risikopotential solcher Einkopplungen zu bewerten, werden im Folgenden die Impulsparameter des simulierten Ionenstroms unter transienter DC-Überlagerung analysiert. Ziel ist es, Aussagen über Dauer, Amplitude und Flankensteilheit der Koppelstromimpulse zu treffen und diese mit dem in Kapitel 2.4.2.2 beschriebenen Koppelmechanismus zu verknüpfen.

6.1.1. Analyse überlagerter Ionenstromimpulse im Fehlerfall

Für die detaillierte Analyse der Impulsparameter werden sowohl experimentelle Ergebnisse aus dem small-scale als auch validierte numerische Ergebnisse herangezogen. Letztere werden auf typische Dimensionen realer HGÜ-Systeme extrapoliert, um systemübergreifende Aussagen zur Charakteristik transienter Ionenströme abzuleiten. Im Ergebnis stehen somit Verläufe der Impulsparameter sowohl für kleine Schlagweiten ($d < 1 \text{ m}$) als auch für große Distanzen ($d > 1 \text{ m}$) zur Verfügung. Um die Abhängigkeit vom Systemdesign zu erfassen, werden sämtliche Daten auf die betragsmäßige DC-Betriebsspannung normiert. Für den small-scale-Bereich dienen dabei insbesondere die approximierten Messwerte aus Tabelle 3.9 als Vergleichsbasis.

6.1.1.1. Anstiegszeit

Abbildung 6.2a zeigt im small-scale einen überwiegend monotonen Anstieg der Anstiegszeit des Ionenstromimpulses mit zunehmender Schlagweite – sowohl für überlagerte SI als auch für VSFO mit negativer Polarität. Bei VSFO mit positiver Polarität hingegen ergibt sich ein gegenläufiger Trend: Hier sinkt die Anstiegszeit bei größer werdender Schlagweite. Dieser abfallende Verlauf bestätigt sich auch im large-scale, wie in Abbildung 6.2 ersichtlich.

Somit verkürzt sich die Anstiegszeit des Ionenstromimpulses bei positivem VSFO mit wachsendem Elektrodenabstand, während sie bei SI und negativem VSFO zunimmt. Für VSFO liegt die beobachtete Spanne der Anstiegszeit zwischen 15 und 43 ms , für SI zwischen 15 und 31 ms . In beiden Fällen übersteigen die Anstiegszeiten deutlich die Dauer der anregenden Überspannungsflanken selbst.

Die normierte Auswertung der experimentellen und numerischen Ergebnisse zeigt eine klare Abhängigkeit der Anstiegszeit vom Betrag der angelegten Gleichspannung $|U_{DC}|$. Bei überlagerten SI führt eine höhere DC-Vorspannung im small-scale zu einem beschleunigten Anstieg des Ionenstromimpulses. Konkret bewirkt eine Erhöhung von $|U_{DC}|$ von 50 auf 60 kV eine Reduktion der Anstiegszeit um etwa

6. Analyse und Bewertung der Methoden und Ergebnisse

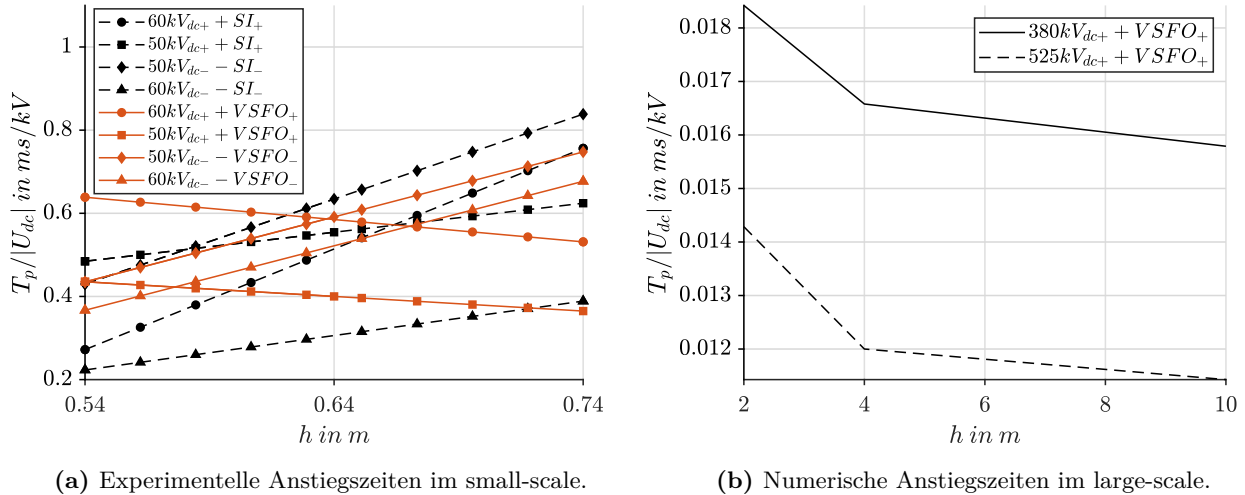


Abbildung 6.2.: Anstiegszeit T_p des transienten Ionenstromimpulses bezogen auf die DC-Vorspannung.

15 %.

Bei VSFO-Überspannungen zeigt sich hingegen ein umgekehrter Effekt: Hier verlängert sich die Anstiegszeit bei höherer DC-Vorspannung. So liegt bei $|U_{DC}| = 60$ kV die Anstiegszeit um etwa 42 % über dem Wert bei 50 kV.

Die Spannungspolarität hat im small-scale nur einen geringen Einfluss: Im Mittel beträgt die Anstiegszeit bei positiver Belastung 22,58 ms für SI und 19,8 ms für VSFO. Bei negativer Polarität liegt sie bei 26,34 ms für SI und 26,6 ms für VSFO. Da im Betrieb hybrider HGÜ-Freileitungen mit MMC-Technologie primär VSFO dominieren, zeigt Abbildung 6.2b die normierten numerischen Anstiegszeiten bei überlagerten VSFO. Die Schlagweiten variieren im realistischen Bereich zwischen 2 und 10 m und basieren auf den in Kapitel 3 validierten numerischen Methoden. Die überlagerte Spannung wird dabei praxisnah an einer realistischen Bündelleiterkonfiguration eingepreßt – analog zur Methodik in Kapitel 4.

Im Vergleich zu den small-scale-Messdaten zeigt sich auch im large-scale ein fortgesetzter monoton fallender Verlauf der Anstiegszeit mit zunehmender Schlagweite bei positiver VSFO-Belastung. Im Unterschied zu den Labormaßstäben ist der Einfluss der Schlagweite im large-scale allerdings deutlich geringer ausgeprägt. Die Anstiegszeit zeigt nur geringe Variation über den betrachteten Abstand und bleibt nahezu konstant. Auch der Einfluss der DC-Vorspannung fällt in den großskaligen Simulationen marginal aus; Unterschiede sind lediglich in der dritten Nachkommastelle erkennbar.

6.1.1.2. Rückenhalbwertszeit

Abbildung 6.3a zeigt, dass die normierten Rückenhalbwertszeiten im Small-Scale ähnliche Trends wie die Anstiegszeiten aufweisen. Auffällig ist ein gegenläufiger Verlauf bei Variation der DC-Vorspannung: Ionenstromimpulse infolge von VSFO-Überspannungen weisen deutlich längere Rückenhalbwertszeiten auf als jene infolge von SI-Belastungen. Für $|U_{DC}| = 50$ kV liegt die Rückenhalbwertszeit bei VSFO um +21,6 % und für $|U_{DC}| = 60$ kV sogar um +75,9 % über der entsprechenden SI-Belastung.

Diese Beobachtung unterstreicht, dass der Typ der Überspannung – VSFO oder SI – einen deutlich stärkeren Einfluss auf die Abklingdauer des Ionenstromimpulses hat als auf dessen Anstiegszeit. Die zeitliche Form der Überspannung überträgt sich somit nicht proportional auf die Gestalt des Ionenstro-

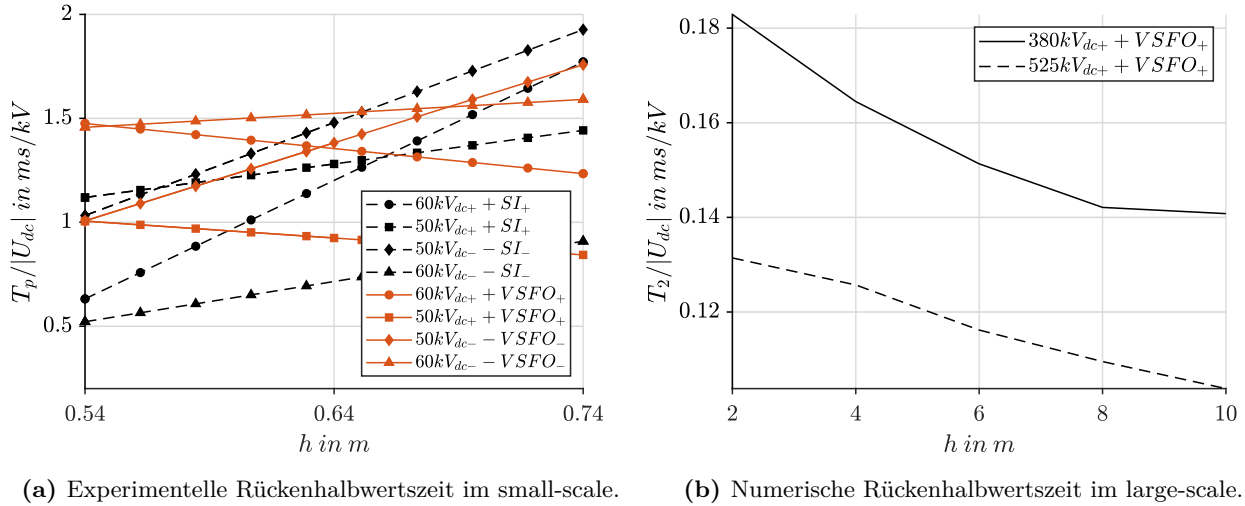


Abbildung 6.3.: Rückenthalbwertszeit T_2 des transienten Ionenstromimpulses bezogen auf die DC-Vorspannung.

mimpulses.

Daraus ergibt sich die zentrale Erkenntnis, dass die Ausbildung von Ionenstromimpulsen nicht allein durch die Impulsform der Überspannung bestimmt wird. Vielmehr deuten die Ergebnisse auf zusätzliche physikalische Prozesse hin. Eine Erklärung liefert die Analyse makroskopischer Observablen in Kapitel 3.1.2, wonach die Ionenbeweglichkeit sowohl von der Ionenmasse und -ladung als auch signifikant von der reduzierten Feldstärke abhängt. Im Zuge einer Koronaentladung entstehen durch Stoßionisation und Molekülanlagerungen verschiedene Ionenarten mit jeweils individueller Beweglichkeit. Streng genommen bildet sich dadurch ein kontinuierliches Spektrum an Ionenbeweglichkeiten. In den numerischen Simulationen aus Kapitel 3.3 werden jedoch konstante, gewichtete Durchschnittswerte verwendet, die auf Monte-Carlo-Simulationen basieren.

Untersuchungen wie in [206] zeigen, dass die Beweglichkeiten und Häufigkeiten der Ionen einer asymmetrischen Poisson-Verteilung folgen. Für die Analyse dieser Arbeit bedeutet das: Im Entladevolumen dominieren Ionen mit mittlerer Beweglichkeit, während Ionen mit sehr geringer oder sehr hoher Beweglichkeit seltener auftreten.

Nach [207] erfolgt die Generierung der meisten Ionen zeitgleich während der steilsten Anstiegsphase der Überspannung. Aufgrund ihres Beweglichkeitsspektrums driften diese Ionen jedoch unterschiedlich schnell durch das elektrische Gleichfeld zur Gegenelektrode. Die Driftzeit hängt direkt von der Beweglichkeit der Ionen und der anliegenden Feldstärke ab (vgl. Kapitel 3.1.2.3).

Kleinere, leichtere Ionen mit hoher Beweglichkeit erreichen die Gegenelektrode rascher, während größere und schwerere Ionen mit geringerer Beweglichkeit verzögert eintreffen. Diese zeitlich gestaffelte Ankunft erzeugt einen Ionenstromimpuls mit charakteristischem Verlauf: ein schneller Anstieg, gefolgt von einer ausgedehnten Rückenthalbwertszeit.

Die Abhängigkeit der Driftzeit von der Beweglichkeit ist nichtlinear, wie die Gleichung (2.120) zeigt. Je geringer die Beweglichkeit, desto stärker verlängert sich die Driftzeit – was die beobachtete Streckung des Impulsrückens erklärt. Der Impulsverlauf spiegelt daher nicht direkt die Überspannungsform wider, sondern das Verhalten eines durch das Beweglichkeitsspektrum modulierten Ionenschwarms im elektrischen Feld. Diese Erkenntnis liefert eine plausible Erklärung für die Diskrepanz zwischen den Zeitparametern von Überspannung und Ionenstromimpuls.

6. Analyse und Bewertung der Methoden und Ergebnisse

Wird die Schlagweite zwischen Hochspannungsleiter und Gegenelektrode vergrößert, verlängert sich die Driftzeit aller Ionen. Die zeitlichen Unterschiede zwischen Ionen mit hoher und niedriger Beweglichkeit werden dabei deutlicher, wodurch sich ein stärker ausgeprägter Dispersionseffekt ergibt. Dieser führt zu einer Verbreiterung des Ionenstromimpulses – sichtbar in längeren Anstiegs- und Rückenhalbwertszeiten, wie in Abbildungen 3.22 und 6.3a im small-scale deutlich wird.

Unter Berücksichtigung dieser Theorie ist bei steigender DC-Vorspannung mit einer höheren Beschleunigung der Ionen und entsprechend verkürzten Driftzeiten zu rechnen. Der Ionenstromimpuls wird dadurch schmaler. Für überlagerte SI-Überspannungen zeigt sich dieser Effekt auch erwartungsgemäß in den Messdaten.

Bei VSFO-Überspannungen hingegen zeigt sich ein gegenläufiges Verhalten: Höhere DC-Vorspannungen führen zu breiteren Ionenstromimpulsen. Da VSFO eine deutlich längere Anstiegs- und Haltezeit aufweisen als SI, bleibt das elektrische Feld über einen größeren Zeitraum erhöht. Dadurch werden Ionen nicht nur stärker beschleunigt, sondern es werden auch über einen längeren Zeitraum neue Ionen erzeugt. Ionen mit hoher Beweglichkeit erreichen die Gegenelektrode bereits während des VSFO-Impulses und überlagern sich zeitlich mit dem Verschiebungsstrom – wie in Abbildung 2.8 erkennbar. Langsamere Ionen hingegen verbleiben länger im Entladevolumen und prägen den Impulsrücken.

Die resultierende Form des Ionenstromimpulses wird somit nicht nur durch das Beweglichkeitsspektrum, sondern auch durch die zeitliche Struktur der Überspannung beeinflusst. Der beobachtete Dispersionseffekt erklärt die stärkere Verbreiterung der Impulse bei VSFO trotz höherer Feldstärken und unterstreicht die Relevanz einer physikalisch basierten Analyse für die Bewertung transienter Effekte in HGÜ-Systemen.

Die längere Rückenhalbwertszeit des Ionenstromimpulses bei VSFO ergibt sich möglicherweise durch erhöhte Koronaaktivität. Nach dem Anstieg der Impulsbelastung entstehen zusätzliche Ionen, die zeitverzögert zur Gegenelektrode driften und den Stromverlauf verlängern.

Im small-scale stimmen Theorie und Messergebnisse gut überein. In der numerischen Simulation erfolgt die Berechnung unter der Annahme, dass die Ionisierungszone vernachlässigbar ist. Diese Vereinfachung bleibt bei ausreichend großen Schlagweiten gegenüber der Ionisationszonenausdehnung zulässig. In der Modellierung gilt der Leiter als Ursprung der Ionen, das Beweglichkeitsspektrum reduziert sich auf eine gewichtete Mittelwertbildung über eine Ionen-Spezies mit konstanter Beweglichkeit.

Ein vollständiges Spektrum verschiedener Ionen mit variierender Beweglichkeit bildet das Modell nicht ab. Die Beweglichkeit der Ionen hängt zusätzlich von der reduzierten Feldstärke ab, wie in Kapitel 3.1.2.3 gezeigt. Diese Abhängigkeit lässt sich über eine geeignete Funktion aus den Monte-Carlo-Ergebnissen approximieren und direkt in das Modell integrieren.

Diese theoretischen Zusammenhänge liefern eine Erklärung für die geringfügigen Abweichungen zwischen numerischen und experimentellen Daten. Wie bereits bei der Anstiegszeit in Abbildung 6.2 bleibt auch bei der Rückenhalbwertszeit der gleiche monotone Trend bei VSFO mit positiver Polarität erkennbar – sowohl im small-scale als auch im large-scale. Der Einfluss von Schlagweite und Höhe der DC-Vorspannung auf die Rückenhalbwertszeit zeigt sich in der Simulation stärker ausgeprägt als bei der Anstiegszeit. Die numerische Methodik bildet damit die physikalisch relevanten Effekte im Impulsrücken zuverlässig ab.

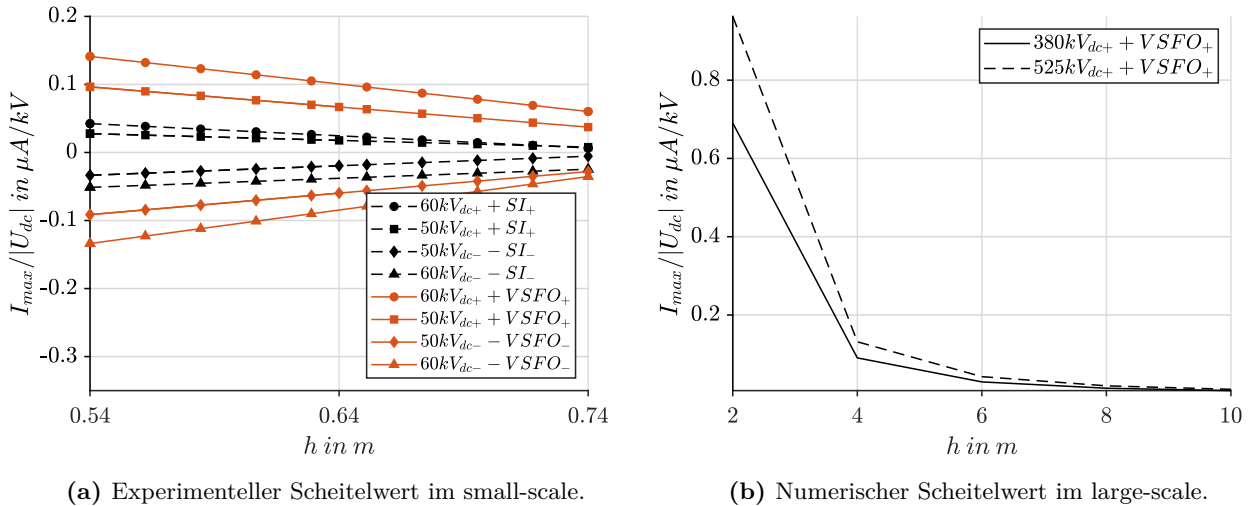


Abbildung 6.4.: Scheitelwert I_{\max} des transienten Ionenstromimpulses bezogen auf die DC-Vorspannung.

6.1.1.3. Scheitelwert

Bei der Analyse der normierten Scheitelwerte in Abbildung 6.4 zeigt sich ein deutlicher Einfluss sowohl der Höhe der Gleichspannung als auch der Art des Überspannungsimpulses auf den maximalen Strombetrag des Ionenstromimpulses. Höhere DC-Vorspannungen und lang anliegende VSFO führen zu signifikant höheren Scheitelwerten.

Abbildung 6.4a verdeutlicht diesen Zusammenhang: Für SI ergibt sich ein durchschnittlicher positiver Scheitelwert von $I_{\max} = 2,19 \mu A$, während VSFO im Mittel einen deutlich höheren Wert von $I_{\max} = 6,17 \mu A$ erzeugen.

Der Verlauf der Stromimpulse bei SI weist einen asymptotischen Abfall des Maximalwerts mit zunehmender Schlagweite auf. Neben dem Einfluss des DC-Offsets auf die Driftgeschwindigkeit tragen auch erhöhte Feldstärken durch die Überspannung zur Intensivierung der Koronaaktivität bei. Diese verstärkte Entladung erhöht die Raumladungsdichte und damit den gemessenen Scheitelwert.

Besonders bei VSFO verstärkt sich dieser Effekt nochmals, da die Spannung über längere Zeiträume hinweg erhöht bleibt. Die Kombination aus anhaltender Feldstärke und gesteigerter Ionenerzeugung führt hier zu einem dominanten Beitrag zum Ionenstrommaximum. Außerdem sinkt der Scheitelwert des Ionenstromimpulses deutlich mit zunehmender Schlagweite. Nach Gleichung (2.54) und (2.61) hängt der Ionenstrom maßgeblich von Rekombinationseffekten sowie von der inhomogenen elektrischen Feld- bzw. Stromdichteverteilung ab. Mit wachsender Distanz zwischen Hochspannungsleiter und Gegenelektrode verliert dieser Einfluss an Gewicht, was den beobachteten Rückgang des Strommaximums physikalisch plausibel erscheinen lässt.

Das gleiche Verhalten zeigt sich auch in den extrapolierten numerischen Simulationen. Im Vergleich zum small-scale ist dabei ein stärker ausgeprägtes nichtlineares Verhalten erkennbar. Höhere DC-Spannungen führen aufgrund der intensiveren Ionenerzeugung erwartungsgemäß zu höheren Scheitelwerten. Mit zunehmender Schlagweite nimmt jedoch auch im large-scale der Einfluss der DC-Vorspannung auf das Strommaximum ab.

6.2. Peek-Äquivalent alternativer Isoliergase

Besonders in gekapselten Anlagen wie GIS oder GIL rückt der Einsatz alternativer Isoliergaskonzepte zunehmend in den Fokus. Für trockene Luft beschreibt die empirische Peek-Gleichung den Koronaeinsatzgradienten in Abhängigkeit vom Leiterradius. Mit der in dieser Arbeit entwickelten Framework zur Bestimmung effektiver Ionisierungskoeffizienten beliebiger Isoliergasgemische sowie der simulationsgestützten Ermittlung des Koronaeinsatzgradienten lässt sich ein äquivalenter Zusammenhang auch für alternative Gase approximieren.

Für C_4F_7N ergibt sich nach nichtlinearer Least-Square-Approximation mit Trust-Region-Algorithmus folgender Zusammenhang:

$$E_c = 1,315 \times 10^4 \times r_i^{-0,8206} + 1,388 \times 10^7, \quad (6.1)$$

mit einem Gültigkeitsbereich von $r_i = 0,001 \dots 0,05$ m und einer Güte von $R^2 = 0,9969$. Für $C_5F_{10}O$ ergibt sich analog:

$$E_c = 6,702 \times 10^4 \times r_i^{-0,4799} + 7,012 \times 10^6 \quad (6.2)$$

bei einer Güte von $R^2 = 0,9961$.

In Abbildung 3.3 sind die zugrundeliegenden effektiven Ionisierungskoeffizienten von C_4F_7N und $C_5F_{10}O$ dargestellt. Die Ergebnisse korrespondieren mit den Literaturangaben in [65], wonach C_4F_7N (Luft als Trägergas) eine etwa 20 % höhere Isolationsleistung und $C_5F_{10}O$ (Luft als Trägergas) eine etwa 15 % niedrigere Leistung im Vergleich zu SF_6 aufweist.

Das entwickelte Framework ist universell einsetzbar und skalierbar – für beliebige neue Gase müssen lediglich die Streuquerschnitte vorliegen. Die gezeigten Approximationsfunktionen gelten exemplarisch für eine koaxiale Anordnung (Rundleiter), doch ist die Methodik nicht auf diese Geometrie beschränkt. Auch für beliebig komplexe Elektrodenkonfigurationen lässt sich der Einsatzgradient mit dem Framework aus Kapitel 3.2 präzise numerisch bestimmen.

6.3. Hydrodynamisches Modell

Die hydrodynamische Modellierung stellt eine recheneffiziente Methode zur Simulation von Entladungen dar, weist jedoch Limitationen auf. Insbesondere wird die Dynamik einzelner Elektronen vor der Entladungsfront nicht erfasst, was bei hoher Ionisationsrate und moderater Beweglichkeit schnell zu numerischen Instabilitäten führt. In solchen Fällen entstehen lokal hohe Ladungsträgerdichten, die das elektrische Feld zunächst kaum beeinflussen. Verschiebt sich die Elektronendichte anschließend minimal, erzeugt diese abrupt einen überproportionalen Stromfluss, sodass das Feld nicht nur kollabiert, sondern sogar in die Gegenrichtung überkippt – mit der Folge, dass die Kraftwirkung auf die Elektronen invertiert wird und die Ionisation nicht stoppt.

Eine naheliegende, aber nur begrenzt wirksame Gegenmaßnahme stellt die Reduktion der Zeitschrittweite dar. Dadurch lässt sich verhindern, dass der Moment des Feldkollapses numerisch „übersprungen“ wird, allerdings steigt dadurch die Simulationszeit an. Zudem behebt diese Maßnahme nicht die eigentliche Ursache des Problems: die plötzliche kollektive Verschiebung großer Elektronenmengen.

Ein vielversprechenderer Ansatz liegt in der Erweiterung des Modells zu einem System zweiter Ordnung, bei dem sich die Energie schneller als die Teilchendichte ausbreitet. Damit ließe sich das Entstehungsverhalten der Entladung realistischer abbilden.

Eine weiterer Limitation vollaufgelöster Fluidmodelle besteht in der räumlichen Begrenzung der Simulationsdomäne: Elektrodenabstände lassen sich realistisch meist nur im Zentimeterbereich modellieren. Dies ist insbesondere für Anwendungen in der Hochspannungstechnik unzureichend.

Aus diesem Grund wird im Rahmen dieser Arbeit ein vereinfachtes Modell implementiert, das die Advektions-Diffusions-Gleichung auf eine gesamte Raumladungsdichte anwendet. Dabei wird die Ionisierungszone nicht explizit aufgelöst, sondern der Beginn der Entladung direkt an die Oberfläche der Hochspannungselektrode gelegt. Diese Vereinfachung erlaubt eine deutliche Vergrößerung des Simulationsgebiets in den Meterbereich und eignet sich besonders für HGÜ-Systeme, bei denen nichtlineare Strom-Spannungs-Kennlinien effizient zeitabhängig bestimmt werden müssen.

Die bei der Modellierung angenommene isotrope Diffusion wird aktuell durch einen konstanten, skalaren Diffusionskoeffizienten beschrieben. In physikalischer Realität stellt die Diffusion jedoch häufig ein anisotropes Verhalten dar, was insbesondere beim Auftreten von Verzweigungen („Branching“) in der Entladung von Bedeutung ist. Eine Erweiterung des Modells um einen anisotropen Diffusionstensor könnte daher künftige Untersuchungen weiter verbessern.

6.3.1. Einfluss der Diffusion

In Kapitel 3.3.5.2 wurde der Diffusionsterm explizit berücksichtigt. In Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus [48] zeigt sich, dass die Diffusion zwar einen erkennbaren Einfluss auf den Verlauf der Simulation hat, jedoch dem advektiven Transport untergeordnet bleibt. Der Ionenstrom ist demnach advektionsdominiert.

Trotzdem führt die Einbeziehung des Diffusionsterms zu einer leichten Verbreiterung des Stromimpulses, was insbesondere bei der Überlagerung von Gleichspannung mit einem SI die Übereinstimmung mit experimentellen Beobachtungen verbessert und die Genauigkeit des Modells erhöht.

Dieser Effekt gewinnt in mehrdimensionalen Simulationen nochmals an Bedeutung – insbesondere in jenen Raumrichtungen, in denen keine advektionsgetriebene Ausbreitung stattfindet und der Transport ausschließlich durch Diffusion erfolgt. In solchen Fällen übernimmt die Diffusion eine zentrale Rolle für die laterale Ausbreitung des Raumladungsträgerspektrums.

6.3.2. Eingabeparameter der Simulationen

Bei der Berechnung der Transportkoeffizienten mithilfe der Monte-Carlo-Simulation zeigten sich geringfügige Abweichungen im Vergleich zu den Ergebnissen des BOLSIG+-Lösers. Konkret fällt die berechnete Beweglichkeit höher aus, während der Townsend-Ionisierungskoeffizient geringer ist. Diese Abweichungen sind konsistent mit den Beobachtungen in [16], wonach die Zweitermapproximation – Grundlage des BOLSIG+-Lösers – bei höheren Feldstärken versagt, insbesondere wenn Ionisation den dominierenden Prozess darstellt.

Auch [51] weist darauf hin, dass die Zweitermapproximation nur unter der Bedingung rein elastischer Kollisionen gültig ist. Diese Voraussetzung ist jedoch weder bei der hier durchgeführten Monte-Carlo-Simulation noch bei der generischen Berechnung der Transportkoeffizienten in Kapitel 3.1.1.3 erfüllt. Für niedrige Feldstärken liefert der BOLSIG+-Löser hingegen nach wie vor zuverlässige Ergebnisse, wohingegen die Monte-Carlo-Simulation in diesem Bereich eine höhere Unsicherheit aufweist. Diese resultiert vor allem aus verstärktem stochastischen Rauschen aufgrund einer zu geringen Anzahl simulierter Teilchen. Zwar wurde die Anzahl der Elektronen in den Simulationen bei schwachen Feldern

erhöht, dennoch bewirken starke Felder eine homogenere Bewegung der Elektronen, wodurch das Rauschen effektiver unterdrückt wird.

Ein weiterer Effekt betrifft den Einschwingvorgang der Elektronenverteilung. Erst nach etwa 3 ps erreicht das System ein stationäres Verhalten, während die verwendete Zeitschrittweite mit 0,12 ps deutlich darunter liegt. Damit wird die zentrale Voraussetzung des Fluidmodells – mikroskopisches Gleichgewicht – formal verletzt. Dennoch findet dieses Modell in der Literatur Anwendung, wie z. B. in [20], was vermutlich auf die vergleichsweise langsamen makroskopischen Änderungen im Entladungsverlauf zurückzuführen ist.

Abschließend sei angemerkt, dass bei der Monte-Carlo-Simulation zur Bestimmung der Kollisionswahrscheinlichkeiten eine maximale Geschwindigkeit für die Teilchen angenommen wird. Diese Annahme basiert auf der Erkenntnis, dass die Geschwindigkeitsverteilungsfunktion bei hohen Geschwindigkeiten rasch gegen null strebt und damit die Näherung gut begründet ist.

6.3.3. Vorgabe von Anfangsverteilungen

Bei der Berechnung stationärer und transients Raumladungsdichten wird der Rand der Ionisierungszone modellseitig auf den Rand des Leiters gelegt. Eine separate Anfangsverteilung der Ladungsträger ist dadurch nicht erforderlich, da der in Kapitel 3.3.3 entwickelte Optimierungsalgorithmus den äquivalenten Wert der emittierten Raumladungsdichte direkt am Rand der Elektrode bestimmt. Dieser Ansatz ersetzt klassische Initialisierungen, wie etwa gaußförmige Teilchendichteverteilungen in vollständigen Streamermodellen.

Effekte innerhalb der Ionisierungszone – etwa die Photoionisation – bleiben in diesem Modell unberücksichtigt. Diese Vereinfachung ist jedoch für Anwendungen in der HGÜ-Systemtechnik gerechtfertigt: Die Ionisierungszone ist im Vergleich zu den typischen Isolationsabständen um mehrere Größenordnungen kleiner, wodurch ihr Einfluss auf makroskopisch relevante Größen wie Ionen- oder Koppelströme vernachlässigbar bleibt. Die erzielten Simulationsergebnisse bleiben somit auch ohne explizite Modellierung der Ionisierungszone physikalisch konsistent und ausreichend genau für praxisrelevante HGÜ-Dimensionen.

6.4. Analyse des Leaders zur Abstandsdimensionierung

Zur Untersuchung der Isolationsstrecke werden Stoßkennlinien herangezogen, die den zeitlichen Verlauf der Durchschlagsspannung für eine Impulsform beschreiben. Sie zeigen mit abnehmender Impulsdauer einen ansteigenden Verlauf. Wird bei Überschreiten der statistischen Ansprechspannung die charakteristische Spannungs-Zeit-Fläche erreicht, tritt ein Durchschlag ein; andernfalls hält die Isolierung der Überspannung stand. Zur Ermittlung werden die zeitlichen Parameter konstant gehalten und die Amplitude variiert, wodurch Durchschlagsspannungen zu unterschiedlichen Zeitpunkten entstehen [65]. Mit dem entwickelten Modell lassen sich Stoßkennlinien simulativ bestimmen. Abbildung 6.5a zeigt exemplarisch eine Kennlinie für eine Impulsform von 150/2500 μs bei $d = 1,5$ m und $r_p = 5$ mm. Impulse, die zum Durchschlag führen, ergeben den charakteristischen Verlauf; bleibt der Durchschlag aus, liegt die Spannung unterhalb der Kennlinie. Typischerweise werden Stoßkennlinien für Blitzstoßspannungen genutzt, deren Untersuchung mit dem vorliegenden Modell jedoch nicht möglich ist, da der Leader aufgrund der kurzen Ansprechzeit keinen leitfähigen Kanal ausbildet. Blitzstoßspannungen führen daher bei deutlich höheren Amplituden zum Durchschlag und liegen außerhalb des Modellgültigkeitsbereichs.

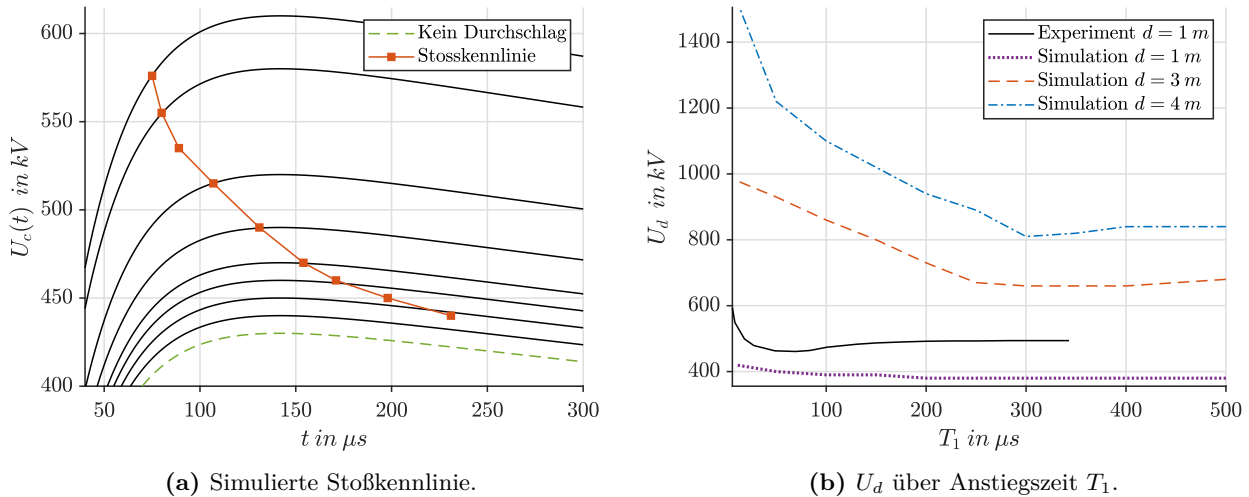


Abbildung 6.5.: Simulation der Stoßspannungskennlinie und Validierung der Anstiegszeit nach [208].

Stoßkennlinien dienen der Auslegung von Überspannungsableitern, die vor Erreichen der Durchschlagszeit ansprechen sollen, sowie der Abschätzung von Durchschlagswahrscheinlichkeiten. 100 %-Durchschläge ergeben sich aus Stirndurchschlägen, 50 %-Werte aus Durchschlägen nahe dem Scheitelpunkt, während sichere Stehstoßspannungen ohne Durchschlag auftreten. Die Kennlinien gelten nur bei unveränderter Geometrie und Impulsform [65].

Für HGÜ-Systeme mit nicht genormten VSFOs unterschiedlicher Zeitparameter ist eine vollständige Stoßkennlinienanalyse wenig praktikabel, da jede Variation der Anstiegszeit eine eigene Kennlinie erfordert. Stattdessen wird hier die niedrigste Durchschlagsspannung über variierende Anstiegszeiten ausgewertet, um kritische Spannungen zu identifizieren.

Vergleichend zur Messung in [208] zeigt die Simulation in Abbildung 6.5b für $d = 1, 5$ m eine nahezu konstante Durchschlagsspannung von etwa 400 kV, die erst bei kürzeren Anstiegszeiten ansteigt, jedoch kein Minimum bildet. Die simulierten Werte liegen unter den gemessenen und bilden somit einen konservativen Sicherheitsfall ab. Für größere Abstände ($d = 3$ m, $d = 4$ m) nähern sich die Kennlinien den experimentellen Verläufen an und zeigen Minima, die sich mit zunehmendem Abstand zu längeren Anstiegszeiten verschieben. Dieses verschiebt sich allerdings mit steigendem Abstand zu höheren Anstiegszeiten.

Damit lässt sich aus der Kennlinie die kritische Spannungsamplitude für gegebene Impulsformen ableiten. Überschreitet eine im System auftretende Überspannung diese Amplitude, muss der Mindestabstand angepasst werden.

6.5. Bewertung der Forschungsfragen

Um die Forschungsfragen und die konkreten Ziele aus Kapitel 1.3 hinsichtlich der Anwendbarkeit und des Erkenntnisgewinns zu bewerten, werden diese im Folgenden in gleicher Weise aufgelistet. Dazu findet sich im Unterpunkt zu den Forschungsfragen in kursiv die Bewertung:

1. Entwicklung einer Methode zur Berechnung der Ionenmobilität

- *Als modular integrierter Bestandteil des Frameworks zur gasphysikalischen Modellierung wurde die Monte-Carlo-Methode zur Bestimmung von Transportkoeffizienten – insbesondere*

6. Analyse und Bewertung der Methoden und Ergebnisse

der Ionenmobilität – erfolgreich umgesetzt und für HGÜ-Anwendungen validiert. Für Elektroden liefern die berechneten makroskopischen Observablen konsistente Ergebnisse, die mit der Zweitermapproximation abgeglichen wurden. Die Erweiterung auf alternative Isoliergase wie C_4F_7N und $C_5F_{10}O$ belegt die Übertragbarkeit und Flexibilität der Methodik über klassische SF_6 -basierte Systeme hinaus. Ein zentraler Erkenntnisgewinn liegt in der feldabhängigen Berechnung physikalisch belastbarer Transportparameter für neuartige Isolierstoffe – eine entscheidende Grundlage für die Bewertung und Auslegung gekapselter HGÜ-Anlagen. Trotz eingeschränkter Datengrundlage bei den Ionenstreuquerschnitten ist ein physikalisch konsistentes Modell entwickelt worden, dessen Ergebnisse im Einklang mit Literaturwerten stehen. Im Gesamtkontext des Frameworks liefert dieses Modul die fundamentalen Transportgrößen für alle nachgelagerten Berechnungen (Koronaeintritt, Raumladungstransport, Impulsverläufe). Der Nutzen liegt in der robusten Anwendbarkeit auf reale HGÜ-Bedingungen sowie der Fähigkeit, neue Gase systematisch zu bewerten. Der wissenschaftliche Mehrwert zeigt sich in der methodisch fundierten Erweiterbarkeit auf zukünftige Isoliergasentwicklungen.

2. Numerische Bestimmung des Koronaeintrittsgradienten in 3D

- Die entwickelte Methodik zur Bestimmung der elektrischen Eintrittsfeldstärke in Gasen basiert auf einem modularen Zusammenspiel aus FEM-basierter Feldberechnung und der zuvor ermittelten, feldabhängigen Transportparameter. Durch die Einbindung des effektiven Ionisierungskoeffizienten in die allgemeinen Eintrittskriterien wird ein praxisnahes, physikalisch basiertes Verfahren bereitgestellt, das sich flexibel auf dreidimensionale und beliebig komplexe Elektrodengeometrien übertragen lässt. Ein zentraler Erkenntnisgewinn liegt in der Anwendbarkeit auf alternative Isoliergase wie C_4F_7N und $C_5F_{10}O$, die durch eine angepasste Approximation stark elektronegativer Eigenschaften zuverlässig modelliert werden. So lassen sich auch für zukunftsrelevante Isolierstoffe numerisch belastbare Eintrittsgradienten berechnen – ein direkter Beitrag zur Auslegung und Qualifikation moderner Isolierstrecken, etwa in GIS oder GIL. Im Gesamtkontext des Frameworks stellt dieses Modul ein wesentliches Bindeglied zwischen Materialeigenschaften (Transportkoeffizienten) und makroskopischen Designgrößen (Feldverlauf, Isolationsabstand) dar. Die kurzen Simulationszeiten in 3D verdeutlichen den hohen Grad an Effizienz und Skalierbarkeit. Die methodische Begrenzung durch das Abschneiden des Ionisierungskoeffizienten bei starker Elektronegativität bleibt dabei nachvollziehbar und kontrollierbar. Der wissenschaftliche Hub zeigt sich insbesondere in der Übertragbarkeit auf reale HGÜ-Isolationsszenarien mit alternativen Gasen – ein Fortschritt über etablierte empirische Methoden wie die Peek-Gleichung hinaus.

3. Simulation transienter Partikeldichten unter hohen Feldstärken

- Die Entwicklung des numerischen Moduls zur Berechnung transienter Raumladungsdichten integriert zentrale Bausteine der beiden vorgelagerten Ziele und verbindet mikroskopische Transportparameter mit makroskopischen Feld- und Stromgrößen. Die Erzeugung der Raumladungsdichte basiert auf einem physikalisch basierten elektrohydrodynamischen Modell, in dem die Ionisierungszone bewusst ausgeschlossen wird. Stattdessen dient die Hochspannungselektrode als effektive Ionenquelle – eine Annahme, die für typische HGÜ-Dimensionen und Isolationsabstände gerechtfertigt ist. Der Transport erfolgt über ein gekoppeltes, nichtlineares pDGL-System aus Poisson- und Advektionsgleichung. Die Randemission wird mithilfe eines

Lagrange-Multiplikator-Ansatzes iterativ optimiert, wodurch eine automatische Konsistenz zwischen Feldverlauf und Emissionsrate erreicht wird. Zur Gewährleistung der Erhaltung makroskopischer Größen ist eine DG-Methode mit Flusskorrektur implementiert worden. Diese sorgt für numerische Stabilität auch in advektionsdominierten Szenarien. Ein wissenschaftlicher Fortschritt liegt in der Einführung eines Homotopieverfahrens zur Behandlung der stark nichtlinearen Kopplung – dieses reduziert effektiv die Rechenzeit und erhöht die Konvergenzrobustheit. Die Methodik wurde auf mehreren Ebenen validiert: analytisch (Zalesak-Schraube, bipolare Ströme), experimentell (hybride AC/DC-Anordnung) und im großskaligen Szenario (3D-Konverterhalle). Die Kombination aus Effizienz, Skalierbarkeit und physikalischer Tiefe erlaubt erstmals die voll gekoppelten, zeitaufgelösten Simulation hybrider Koronasysteme im realen Maßstab. Einziger modellseitiger Kompromiss betrifft die Annahme, dass AC-Leiter keine Raumladungsdichte erzeugen. Diese Vereinfachung bleibt bei Mittelwertbildung über ein Netzzyklus gerechtfertigt, da die oszillierende Emission im zeitlichen Mittel zu null tendiert. Das Modul liefert den zentralen dynamischen Baustein des Frameworks, der den Brückenschlag zwischen stationären Feldern, transienter Partikelphysik und realem Anlagenverhalten ermöglicht. Die Methode ist vielseitig einsetzbar – von der Optimierung von Abständen in Konverterhallen bis hin zur Analyse transienter Überspannungseinflüsse auf Ionenströme in hybriden Freileitungssystemen.

4. Modellierung überlagerter Spannungsbeanspruchungen

- *Die Weiterentwicklung der numerischen Methode zur Simulation transienter Raumladungsdichte bei überlagerten Überspannungen stellt einen wesentlichen Fortschritt innerhalb des modularen Frameworks dar. Aufbauend auf dem zuvor entwickelten Modell zur stationären Koronaentladung wird durch die zusätzliche Integration zeitabhängiger Spannungsformen (VSFO, SI) ein zentraler Anwendungsfall der HGÜ-Systemtechnik präzise abgebildet. Ein Erkenntnisgewinn liegt in der realitätsnahen Reproduktion des Ionenstromverhaltens unter überlagerten Bedingungen. Besonders die verlängerte Rückenhalbwertszeit bei VSFO führt zu einer anhaltenden Belastung des Isoliergases – eine Beobachtung, die für die Isolationskoordination in Konverterhallen technisch relevant ist. Die Simulationsergebnisse zeigen eine Übereinstimmung mit experimentellen Daten im small- und large-scale und demonstrieren die Übertragbarkeit auf realitätsnahe Betriebsszenarien. Auch bei der Kombination von DC-Grundlast und transienter Überspannung liefert das Framework konsistente Ergebnisse, wobei der Ionenstrom sowohl in seiner Höhe als auch in seiner zeitlichen Entwicklung valide vorhergesagt wird. Die methodische Einbindung der Diffusion zeigt zusätzliche Modelltiefe und trägt zur Verbesserung der Genauigkeit bei. Die leicht erhöhte Anstiegsrate bei SI bleibt im Kontext von VSFO – dem technisch kritischeren Fall – vernachlässigbar. Durch die Möglichkeit, VSFO-Effekte voll gekoppelt und zeitaufgelöst zu simulieren, erschließt sich ein bislang nicht adressierter Aspekt in der Literatur. Damit leistet das Framework nicht nur einen Beitrag zur Modellierung, sondern auch zur systematischen Risikoabschätzung und Auslegung von Isolationsstrecken unter realen Fehlerbedingungen. Die beschriebene Diskrepanz beim Anstiegsverhalten bei SI-Überlagerungen bleibt modellimmanent, beeinflusst die Anwendung im HGÜ-Kontext jedoch nicht kritisch, da dort VSFO im Bezug zu Ionenströmen und Raumladungsdichten maßgebend sind.*

6. Analyse und Bewertung der Methoden und Ergebnisse

5. Simulation von Ionenströmen an bipolaren/hybriden Freileitungen

- *Das vollständig entwickelte Framework – bestehend aus den Modulen zur Berechnung des Einsatzgradienten, der Ionenmobilität, der raumladungsbehafteten Poisson-Gleichung und der transienten Raumladungsdichte – ist erfolgreich auf eine realitätsnahe, komplexe HGÜ-Freileitungsanordnung angewendet worden. Die hybride Ultramet-Konfiguration, bestehend aus einem bipolaren DC-System und drei AC-Systemen, stellt ein herausforderndes Benchmark-Szenario dar. Das hochgradig nichtlineare Problem der bipolaren Koronaentladung wird mithilfe der entwickelten Methodik gekoppelt und vollständig zeitaufgelöst gelöst. Besonders hervorzuheben ist die Effizienz des Algorithmus: Trotz der hohen Modellkomplexität liegen die Rechenzeiten im Minutenbereich. Der Randwertansatz mittels Lagrange-Multiplikatoren ermöglicht dabei eine robuste Einbindung der Koronabedingungen, ohne auf iterative Näherungsverfahren zurückgreifen zu müssen. Im Fehlerfall – insbesondere bei einem Pol-Erd-Schluss – überlagert sich eine VSFO der Betriebsspannung. Der Ionenstrom im AC-System steigt daraufhin im Mittel um einen Faktor von bis zu 10 gegenüber dem stationären Zustand an. Dies führt zu einer kurzzeitigen Erhöhung der Koppelströme auf Werte bis zu 1 A bei einer 100 km-Freileitungslänge. Die Simulation zeigt jedoch deutlich, dass dieser Effekt zeitlich begrenzt ist: Der Stromimpuls klingt nach dem Maximum rasch wieder ab. Dadurch treten potenzielle Sättigungseffekte im AC-System zwar verstärkt, jedoch nur über einen kurzen Zeitraum auf. Für die Isolationskoordination und Gerätekonfiguration ergibt sich dennoch ein relevanter Bewertungsbedarf, da die kurzzeitig erhöhten Ströme Transformatoren und Wandlerysteme beeinflussen. Die Methodik erlaubt zudem perspektivisch auch die Berücksichtigung von Koronaentladungen an den AC-Phasen. Da der Einsatzgradient als Randbedingung integriert ist, lässt sich modellseitig bestimmen, ob und wann die AC-Spannung den jeweiligen Einsatzwert überschreitet. Der Raumladungsdichtewert an den AC-Leitern wird dabei über eine Lagrange-Formulierung direkt bestimmt, ohne iterative Korrekturen. Damit steht eine effiziente Erweiterung zur Verfügung, um auch AC-Koronaphänomene in zukünftigen Simulationen realitätsnah abzubilden. Die Ergebnisse ermöglichen fundierte Aussagen über das transient-elektrophysikalische Verhalten hybrider Freileitungssysteme und liefern wertvolle Beiträge zur Weiterentwicklung von Normstrategien bei der Interaktion zwischen AC- und DC-Systemen im Fehlerfall.*

6. Simulation statischer Durchschläge in homogenen Feldern

- *Das im zweiten Ziel entwickelte Modul zur numerischen Bestimmung des Koronaeinsatzgradienten ist erfolgreich in ein erweitertes Verfahren zur Bestimmung der statischen Durchschlagspannung überführt worden. Dadurch entsteht eine konsistente und belastbare Methode zur Abstandsdimensionierung in gasförmigen Isoliermedien. Die physikalische Fundierung des Verfahrens – ohne Rückgriff auf empirische Näherungen – stellt einen zentralen Erkenntnisgewinn dar. Insbesondere die Möglichkeit, beliebige Gaszusammensetzungen aus dem ersten Modul direkt in die Analyse einzubinden, hebt die Generalisierbarkeit der Methode deutlich hervor. Die entwickelte Methodik ist für beliebig komplexe Elektrodenkonfigurationen im dreidimensionalen Raum anwendbar und in der Praxis an large-scale DC-Stacks mit experimentellen Daten erfolgreich validiert worden. Über den Entladungsindikator lässt sich eine einfach interpretierbare Abstandsspannungs-Matrix mit Ampelschema erzeugen, was*

einen unmittelbaren praktischen Nutzen für die Systemauslegung bietet. Als begrenzende Bedingung gilt, dass nur homogene oder schwach inhomogene Felder betrachtet werden. Zeitliche Überspannungen wie LI, SI oder VSFO sowie DC-Überlagerungen sind nur indirekt abbildbar. Hierzu dient eine externe Schleifenstruktur, welche das System quasistatisch über der Zeit abtastet. Obwohl diese Vorgehensweise die Modellierung auch transienter Belastungen ermöglicht, gehen dynamische Effekte verloren. Eine vollständige zeitaufgelöste Bewertung bleibt damit dem Leader-Modul aus einem späteren Teil des Frameworks vorbehalten. Insgesamt stellt dieses Modul einen wertvollen Beitrag innerhalb des Frameworks dar. Es schließt die Lücke zwischen der feldabhängigen Ionisationsmodellierung und der praktischen Abstandsdimensionierung und liefert für technische Anwendungen ein robustes, schnell einsetzbares Verfahren. Das wissenschaftliche Potential liegt vor allem in der kombinierten Integration von physikalisch motivierter Gasmodellierung, FEM-gestützter Feldverteilung und pragmatischer Entladungsklassifikation – ein Zusammenspiel, das in der Literatur bislang nicht vollständig realisiert worden ist.

7. Simulation der 50 %-Durchschlagsspannung in inhomogenen Feldern

- Zur Berechnung von Schlagweiten in stark inhomogenen Feldern wurde ein physikalisch basiertes Verfahren zur Simulation von Leaderentladungen entwickelt und implementiert. Besonders bei langsamen Überspannungsverläufen wie SI und VSFO begünstigt das Erreichen des Koronaeinsatzfelds den Leadereinsatz. Die Methode bildet den aktuellen Stand der Wissenschaft ab und wurde im small-scale experimentell validiert. Die Vorwachsrichtung des Leaderkanals wird probabilistisch abgebildet, wodurch realitätsnahe Durchschlagszenarien entstehen. Die Durchschlagspannung ergibt sich als Mittelwert über mehrere Stichproben ($n = 25$). Im Zuge der Analyse wurden verschiedene Modellierungskonfigurationen systematisch untersucht – insbesondere K_7 , K_{10} , K_{11} und K_{12} zeigten hohe Eignung für HGÜ-Anwendungen. Für die Validierung im large-scale wurde ein normatives Verfahren herangezogen, dessen Ergebnisse mit den numerisch ermittelten Abständen gut übereinstimmen, insbesondere bei Variation von Temperatur und Überspannungsamplitude. Zur Erweiterung auf HGÜ-Systeme wurden drei zentrale Teilaspekte in das Modell integriert: Erstens ermöglicht die Berechnung des Koronaeinsatzgradienten aus Ziel 2 eine geometriespezifische Bestimmung des Entladebeginns. Zweitens fließt die durch die DC-Vorspannung erzeugte Raumladungsdichte aus Ziel 3 direkt in die Leaderkanalmodellierung ein und beeinflusst maßgeblich die Ladungsbilanz im Kanal. Drittens zeigen die Simulationen, dass langsame transiente Überspannungen wie VSFO kritischere Entstehungsbedingungen für Leaderentladungen darstellen als normative SI – was in normativen Verfahren bisher unberücksichtigt bleibt. Dennoch sorgen konservative Sicherheitsfaktoren in der Norm für ausreichende Schutzabstände, auch bei realistischen Fehleramplituden von bis zu 1,76 p. u. Die entwickelte Methode bietet eine Erweiterung bestehender Verfahren: Sie erlaubt erstmals eine gekoppelte, geometriespezifische und physikalisch basierte Berechnung der Durchschlagspannung bei überlagerten und neuartigen transienten Beanspruchungen. Der wissenschaftliche Hub liegt in der methodischen Kombination bestehender Module sowie der Integration zusätzlicher physikalischer Effekte wie der Raumladung und ihrer Wirkung auf den Leadereinsatz. Zwei vorbereitende Rechenschritte sind erforder-

6. Analyse und Bewertung der Methoden und Ergebnisse

lich: die Bestimmung des lokalen Einsatzfeldes und der initialen Raumladungsverteilung im fehlerfreien Zustand.

8. Entwicklung messtechnischer Methode zur Ionenstromerfassung

- *Zur Validierung der numerischen Simulationen überlagerter Ionenströme ist eine gezielte Laboruntersuchung durchgeführt worden. Die entwickelte Messmethodik basiert auf einem Wilson-Plate-Aufbau mit einer Freileitungsanordnung als Prüfling und einer überlagerten Spannungserzeugung gemäß Schaltung 3.21. Das Messkonzept isoliert erfolgreich den eigentlichen Ionenstromanteil vom überlagerten Verschiebungsstrom durch ein eigens entwickeltes Subtraktionsverfahren. Frequenzbasierte Verfahren wie die Wavelet-Analyse zeigten sich dafür ungeeignet, da sich beide Stromanteile spektral überlagern. Besonders bei VSFO-Überlagerungen ist ein Ineinanderlaufen der transienten Stromanteile beobachtet worden, was eine präzise Datenanalyse erforderlich macht. Die Messung erfordert Ruhezeiten von mindestens 20 Sekunden zwischen den Impulsen, um stationäre Ausgangsbedingungen zu gewährleisten. Die Methode liefert reproduzierbare Resultate mit einem Stichprobenumfang von $n = 10$ und isoliert den transienten Ionenstromanteil zuverlässig. Im Vergleich mit den numerischen Ergebnissen zeigt sich eine Übereinstimmung in den Trends, insbesondere beim Auftreten und der zeitlichen Lage des zweiten Strompeaks. Trotz begrenzter Spannungshöhen im small-scale-Aufbau liegt die Aussagekraft der Methode im Erkenntnisgewinn zur Struktur und Trennung der Stromkomponenten. Für überlagerte SI sind die Peaks klar getrennt, bei VSFO überlappen sie teilweise – ein Effekt, der die Driftzeit der Ionen und ihre Abhängigkeit vom Elektrodenabstand bestätigt. Die Methode ist damit nicht nur für small-scale-Versuche geeignet, sondern liefert eine belastbare Grundlage für die Skalierung auf realmaßstäbliche Freileitungsanordnungen. Dabei ist zu berücksichtigen, dass bei Freiluftanwendungen Konvektionseffekte den Ionenstromdichteverlauf beeinflussen und gegebenenfalls eine Dämpfung der beobachteten Effekte verursachen. Insgesamt leistet das Verfahren einen Beitrag zur experimentellen Trennung und Charakterisierung überlagerter Ionenströme, validiert die numerische Methodik im Zeitbereich und schließt eine Lücke in der bestehenden Literatur.*

9. Synthese und Bewertung numerischer und experimenteller Methoden

- *Die Synthese der entwickelten numerischen und experimentellen Methoden zeigt eine konsequente Verzahnung der einzelnen Module des Frameworks. Über Pre-Processing-Schritte fließen Ergebnisse wie Transportparameter, Einsatzfeldstärken und Raumladungsverteilungen direkt in nachgelagerte Simulationen ein. Die Methoden sind physikalisch konsistent, modular aufgebaut und mehrfach validiert – sowohl im small-scale als auch im realitätsnahen large-scale an technischen HGÜ-Anwendungen. Der wissenschaftliche Mehrwert liegt in der Integration bislang isolierter Modellansätze zu einem durchgängigen Simulationspfad, der sowohl mikroskopische Prozesse als auch makroskopische Systemantworten abbildet. Besonders die neuartige Modellierung überlagerter Spannungsbeanspruchungen auf gasförmige Isolierstoffe erweitert den Stand der Technik. Hinsichtlich Performance zeigt sich das Framework hochskalierbar, effizient und auf beliebige Geometrien und Gasgemische übertragbar. Damit liegt ein geschlossenes, leistungsfähiges Werkzeug zur physikalisch basierten Bewertung von Gasentladungen in komplexen HGÜ-Strukturen vor.*

7. Zusammenfassung und Ausblick

Die sichere Auslegung von Betriebsmitteln in der HGÜ-Systemtechnik ist eine zentrale Aufgabe von Energieversorgungsunternehmen. Besonders die Modernisierung des Übertragungsnetzes im Zuge der Energiewende stellt Netzbetreiber vor neue Herausforderungen. Als Schlüsseltechnologie rückt die HGÜ dabei in den Fokus von Politik und Netzplanung. Aufgrund des Netzentwicklungsplans werden vorrangig HGÜ-Kabeltrassen mit MMC-Konvertertechnologie eingesetzt. In diesem Zusammenhang treten neuartige transiente Überspannungen bei Pol-Erd-Fehlern auf, deren zeitlicher Verlauf außerhalb klassischer normativer Spannungsformen liegt. Diese sogenannten VSFO überlagern die bestehende DC-Betriebsspannung und beeinflussen das Isolationsverhalten gasförmiger Isolierstoffe fundamental. Um diese komplexen Wechselwirkungen zu analysieren, wurde im Rahmen dieser Arbeit ein modular aufgebautes, numerisches Simulationsframework entwickelt, das mikroskopische und makroskopische Modellierungsmethoden vereint. Der Aufbau des Frameworks folgt einem siebenstufigen methodischen Entwicklungsplan – von der Kontextualisierung über die numerische Verfahrenserstellung bis hin zur Validierung und Anwendung auf großtechnische HGÜ-Szenarien (vgl. Kapitel 1.4). Der modulare Charakter ermöglicht eine zielgerichtete Bearbeitung der drei übergeordneten Fragestellungen, welche die Arbeit motivieren:

1. die physikalisch basierte Modellierung von Transportparametern klimafreundlicher Isoliergase,
2. die Beschreibung gasförmiger Entladungsphänomene unter überlagerter Spannungsbeanspruchung,
3. die Ableitung praxisrelevanter HGÜ-Szenarien zur Abstandsdimensionierung und Raumladungsanalyse (MMC-Konverterhallen, hybride Freileitungssysteme).

Ein Schwerpunkt des Frameworks liegt auf der physikalisch basierten Bestimmung von Transportparametern für klassische und alternative Isoliergase. Hierzu wird eine Monte-Carlo-Methode im Einzelteilchenbild eingesetzt, die mikroskopische Stoßprozesse explizit berücksichtigt und so makroskopische Größen wie Ionenstrom und Einsatzgradient mit hoher Genauigkeit berechnet. Für das alternative Gas C_4F_7N konnte eine gegenüber SF_6 gesteigerte Isolierleistung nachgewiesen werden; in der Praxis kommen jedoch aus wirtschaftlichen Gründen meist Mischgase mit Luft oder CO_2 zum Einsatz, was die Isolierfähigkeit entsprechend reduziert.

Der geometrieabhängige Einsatzgradient wird über ein kombiniertes Verfahren aus FEM-Simulation und integraler Auswerteheuristik bestimmt. Hierbei werden gezielt Testpartikel injiziert, um die kritische Feldstärke zu ermitteln. Ergänzend wurde ein Entladungsindikator eingeführt, der eine qualitative Vorhersage des Entladungsverhaltens in Abhängigkeit vom lokalen Feldprofil erlaubt.

Für die numerische Lösung des Koronamodells – bestehend aus einer gekoppelten Poisson-Gleichung zur Feldberechnung und einer Advektionsgleichung für den Ladungstransport – kommt eine diskontinuierliche Galerkin-Methode zum Einsatz. Diese gewährleistet die notwendige Konservativität des Systems und minimiert numerische Dispersion, insbesondere in stark inhomogenen Feldverteilungen. Eine besondere

Herausforderung liegt in der Behandlung der Randbedingungen: Die unbekannte Raumladungsdichte an den Elektrodenrändern wird über ein gezielt formuliertes Optimierungsproblem bestimmt, wodurch physikalisch realistische Übergänge sichergestellt werden. In der Gesamtheit entsteht so ein robustes, physikalisch konsistentes Modellsystem, das die Auswirkungen überlagerter Spannungsbeanspruchungen auf die Gasentladung präzise und effizient abbildet.

Die entwickelten Modelle werden durch analytische Näherungen, Referenzsimulationen und experimentelle Messungen – etwa zur Erfassung transients Ionenströme – umfassend validiert. Dabei zeigt sich, dass sich der Stromfluss an der Gegenelektrode bei überlagerter DC- und transiente Überspannung aus einem Verschiebungsstrom- und einem Ionenstromanteil zusammensetzt. Letzterer bewirkt in hybriden HGÜ-Freileitungen eine temporäre Erhöhung des Koppelstroms um bis zu den Faktor 10. Für Strecken von 100 km steigt dieser auf bis zu 1 A – mit potentiellen Sättigungseffekten in Wandlern und Transformatoren. Klassische normative Betrachtungen berücksichtigen bisher nur den stationären Anteil, wodurch dieser Effekt bislang unterschätzt wurde.

Darüber hinaus konnte gezeigt werden, dass die langsamen Anstiegszeiten und die Vorionisation durch die DC-Spannung Leaderentladungen begünstigen. Ein erweitertes Leadermodell, basierend auf einem verteilten Schaltkreisansatz mit stochastischer Segmentausbreitung, wurde implementiert. Die Raumladungsdichte wird hierfür synthetisiert und in Ladungsmengen überführt, die in den Leaderkanal eingespeist werden. Ergebnis ist, dass bei überlagerter Beanspruchung größere Elektrodenabstände erforderlich sind als unter reinem Überspannungseinfluss – ein Aspekt, der in normativen Verfahren bislang nicht berücksichtigt wird.

Die Arbeit liefert mit dem entwickelten numerischen Framework ein belastbares, validiertes Werkzeug zur Analyse gasisolierter HGÜ-Systeme unter realen Betriebsbedingungen. Sie schließt eine methodische Lücke, indem sie transientes Entladungsverhalten physikalisch konsistent und numerisch stabil modelliert. Die daraus gewonnenen Erkenntnisse erweitern bestehende Normgrundlagen, verbessern die Prognose von Koppel- und Raumladungsströmen und leisten damit einen substantiellen Beitrag zur sicheren und zukunftsfähigen Auslegung gasisolierter HGÜ-Komponenten im Rahmen der Energiewende. Aufbauend auf den entwickelten numerischen und experimentellen Verfahren sowie den gewonnenen Erkenntnissen ergeben sich mehrere weiterführende Forschungsansätze. Diese adressieren sowohl methodische Erweiterungen als auch praxisrelevante Fragestellungen mit hohem Anwendungspotential. Ein zukunftsweisender Aspekt betrifft die Wartung und Instandhaltung von Freileitungssystemen unter Spannung. Vor dem Hintergrund der Versorgungssicherheit gibt es Bestrebungen, Arbeiten an nur einer Systemhälfte eines Leitungsmasts durchzuführen, während die andere Seite weiterhin unter Spannung steht. Bei reinen HGÜ-Freileitungen treten dabei hohe induzierte Spannungen in freigeschalteten Leitern auf. In hybriden Systemen kommt zusätzlich der Einfluss von Raumladungsdichten hinzu, die durch Koronaentladungen auf der aktiven Seite erzeugt werden und in benachbarte Leiter einkoppeln. Mithilfe der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten numerischen Methoden lassen sich solche Situationen realitätsnah simulieren, gezielte Schutzmaßnahmen entwerfen und risikominimierte Arbeitsstrategien ableiten.

Methodisch bietet sich eine Erweiterung der gekoppelten Modellierungsansätze an: Insbesondere die Einbindung von AC-Koronaphänomenen in die zeitaufgelöste Simulation hybrider Leitungssysteme könnte künftig genauere Aussagen über wechselseitige Beeinflussungen ermöglichen. Auf diese Weise ließen sich auch Wechselwirkungspotentiale zwischen DC- und AC-Phasen noch präziser modellieren. Für zukünftige Arbeiten bietet sich die Erweiterung des entwickelten Koronamodells um thermische

und chemische Effekte an. Durch die Einbeziehung der lokalen Erwärmung infolge des Joule-Effekts können temperaturabhängige Änderungen der Leitfähigkeit und Ionisationsprozesse berücksichtigt werden, was zu einer realistischeren Beschreibung des Entladungsverhaltens führt. Darüber hinaus ermöglicht die Ergänzung um vereinfachte chemische Reaktionsmechanismen eine genauere Abbildung der Plasmadynamik und Nachentladungsprozesse. Eine gekoppelte thermisch-chemische Modellierung würde somit sowohl die energetische als auch die stoffliche Entwicklung der Korona erfassen und die Aussagekraft des Modells im Hinblick auf Langzeitverhalten und Wiederzündvorgänge erhöhen. Schließlich ergibt sich ein weiterer vielversprechender Forschungsstrang im Bereich der Zustandsdiagnostik gasisolierter Anlagen: Durch die simulativ erzeugten Fingerprints transienter Ionenströme kann eine Eignungsbewertung des Isoliergases erfolgen. Im Betriebsfall könnten Messwerte mit Referenzkennlinien abgeglichen und Rückschlüsse auf eventuelle Gasverunreinigungen gezogen werden – ein Schritt in Richtung kontinuierlicher, modellbasierter Zustandsüberwachung in der HGÜ-Systemtechnik. Darüber hinaus eröffnet die Verknüpfung solcher modellbasierter Diagnosedaten mit Kenngrößen der Power Quality neue Möglichkeiten zur ganzheitlichen Bewertung des Anlagenzustands, da Beeinträchtigungen der Gasqualität potentiell mit transienten Netzphänomenen und Spannungsverzerrungen korrelieren können.

A. Tensoralgebra

Die Größen \vec{v} , \vec{E} , \vec{P} und \vec{T} sind Tensoren erster und zweiter Stufe (Vektoren und Matrizen). Für diese werden im Folgenden Skalar- und Tensorprodukt verwendet. Das Skalarprodukt ist als Standardskalarprodukt definiert [120]:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 \quad (\text{A.1})$$

Das Skalarprodukt zweier gleicher Vektoren wird im Folgenden auch als Potenz geschrieben:

$$\vec{v} \cdot \vec{v} = v^2 \quad (\text{A.2})$$

Das Tensorprodukt ist das sog. dyadische Produkt [42]:

$$\vec{a} \otimes \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 b_1 & a_1 b_2 & a_1 b_3 \\ a_2 b_1 & a_2 b_2 & a_2 b_3 \\ a_3 b_1 & a_3 b_2 & a_3 b_3 \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Das Tensorprodukt ist für Vektoren distributiv und assoziativ. Der sog. Einheitstensor \vec{I} entspricht der Einheitsmatrix.

B. Zusammenhänge Geschwindigkeit, Energie, Druck und Temperatur

Die Geschwindigkeit \vec{v} setzt sich aus der Schwerpunktgeschwindigkeit (dem Mittelwert der Geschwindigkeit, Durchschnittsgeschwindigkeit) und der thermischen (stochastischen) Geschwindigkeit zusammen [40, 123]:

$$\vec{v} = \langle \vec{v} \rangle + \vec{v}_s = \vec{v}_d + \vec{v}_s \quad (\text{B.1})$$

Der Mittelwert der stochastischen Geschwindigkeit ist 0 [17]. Ebenso setzt sich die Energie eines Teilchens aus einem kinetischen und einem thermischen Anteil zusammen [117]:

$$\frac{1}{2}m\langle v^2 \rangle = \varepsilon = \varepsilon_{\text{th}} + \varepsilon_{\text{kin}} = \frac{3}{2}k_bT + \frac{1}{2}m\langle v \rangle^2 \approx \varepsilon_{\text{th}} = \frac{3}{2}k_bT = \frac{1}{2}m\langle v_s^2 \rangle \text{ mit } \frac{3}{2}k_bT \gg \frac{1}{2}m\langle v \rangle^2 \quad (\text{B.2})$$

Dabei wurde verwendet, dass der thermische Anteil sehr viel größer ist als der kinetische. Hier ist k_b die Boltzmann-Konstante und T die Temperatur der Teilchen. Weiterhin wird der Drucktensor $\vec{\vec{P}}$ eingeführt [17]:

$$\vec{\vec{P}} = nm\langle \vec{v}_s \otimes \vec{v}_s \rangle = n_b k_b \vec{\vec{T}} = n k_b T \vec{\vec{I}} \approx \frac{2}{3} n \varepsilon \vec{\vec{I}} \quad (\text{B.3})$$

Die letzte Approximation gilt unter der Annahme, dass der Temperaturtensor isotrop ist. Das bedeutet für die Geschwindigkeit [17]:

$$\begin{aligned} \langle \vec{v} \otimes \vec{v} \rangle &= \frac{\langle \vec{v} \cdot \vec{v} \rangle}{3} \vec{\vec{I}} \\ \Rightarrow \vec{\vec{P}} &= n k_b \vec{\vec{T}} = nm \langle \vec{v}_s \otimes \vec{v}_s \rangle = nm 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\langle v_s^2 \rangle}{3} \vec{\vec{I}} \approx \frac{2}{3} n \varepsilon \vec{\vec{I}} \Rightarrow \varepsilon \approx \frac{3}{2} k_b T \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Mit der Identität

$$\text{div} \left(a \vec{b} \right) = a \text{grad} \vec{b} \quad (\text{B.5})$$

folgt für die Divergenz des Druckes:

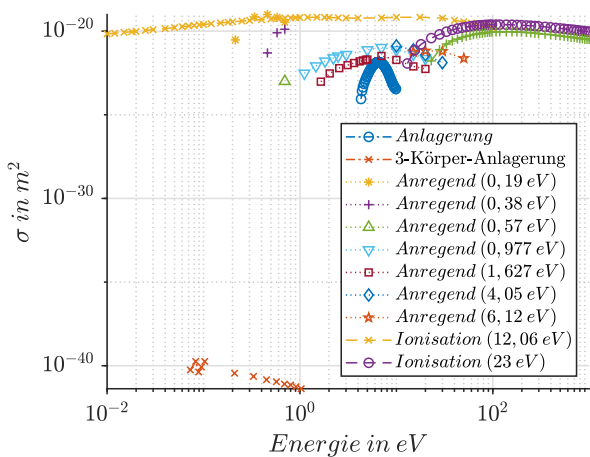
$$\text{div} \vec{\vec{P}} = \text{grad}(n k_b T) \vec{\vec{I}} \quad (\text{B.6})$$

Zuletzt wird der Teilchenfluss $\vec{\vec{\Gamma}}$ definiert [117]:

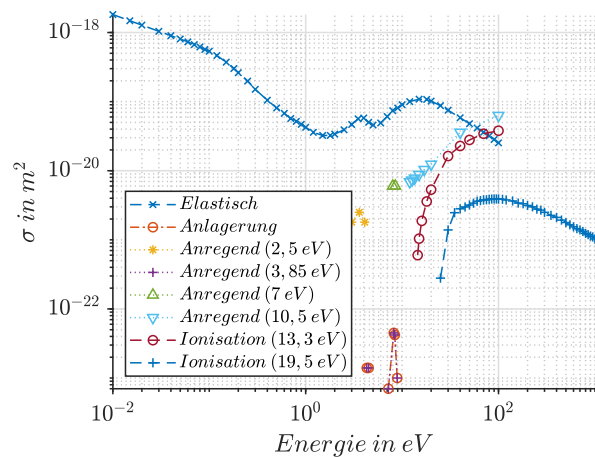
$$\vec{\vec{\Gamma}} := n \langle \vec{v} \rangle \quad (\text{B.7})$$

C. Verwendete Elektronen-Kollisionen und Wirkungsquerschnitte

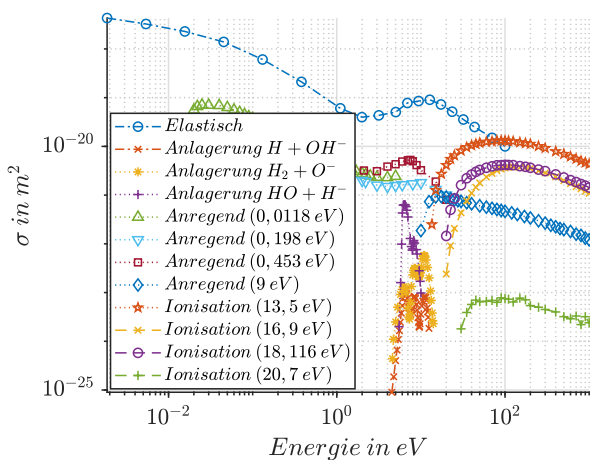
In den Abbildungen C.1 und C.2 sind die in dieser Arbeit verwendeten Streuquerschnitte für Elektronenkollisionen mit verschiedenen Hintergrundmolekülen dargestellt. Zur besseren Übersicht wurden bei H_2O lediglich ausgewählte Anregungskanäle berücksichtigt, da eine vollständige Darstellung aller Anregungsprozesse die Lesbarkeit einschränken würde. Die gezeigten Streuquerschnittsdaten basieren auf der Datenbank [126] und bilden die Grundlage für die Berechnung der makroskopischen Transportparameter im Rahmen der Monte-Carlo-Simulation. Die Daten dienen als Eingangsparameter für die



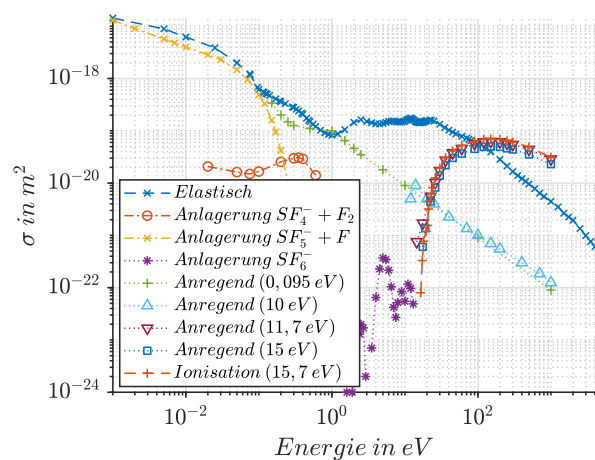
(a) Wirkungsquerschnitte für O_2 .



(b) Wirkungsquerschnitte für CO_2 .



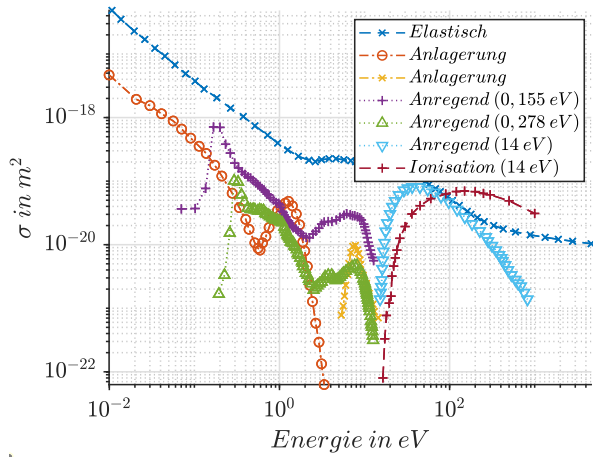
(c) Wirkungsquerschnitte für H_2O .



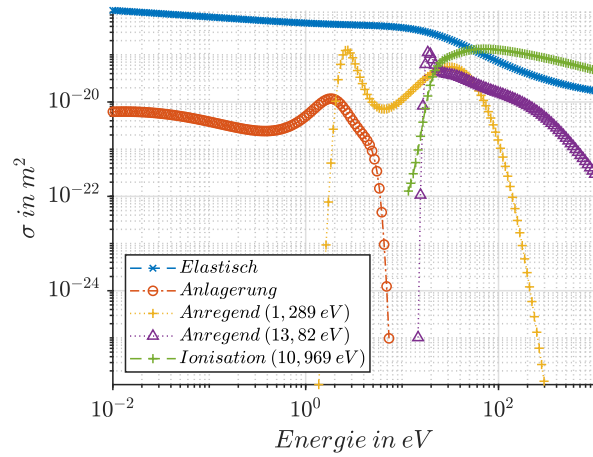
(d) Wirkungsquerschnitte für SF_6 .

Abbildung C.1.: Elektronen-Kollisionen und deren Wirkungsquerschnitte für technisch relevante Moleküle von Isoliergasen in der HGÜ-Systemtechnik.

C. Verwendete Elektronen-Kollisionen und Wirkungsquerschnitte



(a) Wirkungsquerschnitte für C_4F_7N .



(b) Wirkungsquerschnitte für $C_5F_{10}O$.

Abbildung C.2.: Elektronen-Kollisionen und deren Wirkungsquerschnitte für technisch relevante Moleküle von alternativen Isoliergasen in der HGÜ-Systemtechnik.

Monte-Carlo-Simulation zur Bestimmung der makroskopischen Transportgrößen der Elektronen des technischen Isoliergases.

D. Herleitung Stromdichte des ionisierenden Kanals

Das elektrische Feld wird in eine von der statischen oder zeitabhängigen anliegenden Elektrodenspannung verursachte Komponente \vec{E}_{La} (Laplace-Feld) und eine von der Raumladung verursachte Komponente \vec{E}_P zerlegt:

$$\vec{E} = \vec{E}_{La} + \vec{E}_P \quad (D.1)$$

Damit gilt:

$$\text{div } \vec{E}_{La} = 0 \quad (D.2)$$

$$\text{div } \vec{E}_P = \frac{\rho}{\epsilon} \quad (D.3)$$

$$\vec{E}_P = -\text{grad } \phi_P \quad (D.4)$$

Für die Leistung in einem externen Stromkreis gilt [118]:

$$P = U \cdot I = I \int_0^d \vec{E} dx \quad (D.5)$$

Hierbei liegt eine planparallele Anordnung mit dem Abstand d beider Platten zugrunde, sodass die Spannung U als Integral von \vec{E} über x aufgefasst wird. Für die in dem elektrischen und dem Strömungsfeld enthaltene Leistung gilt [118, 127]:

$$P = \iiint \vec{E} \cdot \vec{J} dV \quad (D.6)$$

In [127] wird bei Betrachtung der Stromdichte, insbesondere die Verschiebungsstromdichte, welche durch die Ladungsträger verursacht wird, sowie die Verschiebungsstromdichte aufgrund eines möglichen zeitabhängigen angelegten Potentials, mit eingeschlossen:

$$\vec{J} = qn\vec{v} + \frac{\partial \epsilon \vec{E}}{\partial t} \quad (D.7)$$

Damit gilt:

$$U \cdot I = -e \iiint n\vec{v} \cdot \vec{E} dV + \epsilon \iiint \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot \vec{E} dV \quad (D.8)$$

Der erste Term wird umgeschrieben:

$$\begin{aligned} -e \iiint n\vec{v} \cdot \vec{E} dV &= -e \iiint n\vec{v} \cdot \vec{E}_{La} dV - e \iiint n\vec{v} \cdot \vec{E}_P dV \\ &= -e \iiint n\vec{v} \cdot \vec{E}_{La} dV + e \iint \phi_P n\vec{v} d\vec{A} - e \iiint \phi_P \text{div} (n\vec{v}) dV \\ &= -e \iiint n\vec{v} \cdot \vec{E}_{La} dV - \iiint \phi_P \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = -e \iiint n\vec{v} \cdot \vec{E}_{La} dV - \epsilon \iiint \phi_P \frac{\partial}{\partial t} \text{div } \vec{E}_P dV \\ &= -e \iiint n\vec{v} \cdot \vec{E}_{La} dV - \epsilon \iint \phi_P \frac{\partial \vec{E}_P}{\partial t} d\vec{A} + \epsilon \iiint \frac{\partial \vec{E}_P}{\partial t} \cdot \text{grad } \phi_P dV \\ &= -e \iiint n\vec{v} \cdot \vec{E}_{La} dV - \epsilon \iiint \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot \vec{E}_P dV \end{aligned} \quad (D.9)$$

D. Herleitung Stromdichte des ionisierenden Kanals

Es ist neben den oben genannten Zusammenhängen die partielle Integration mehrfach eingesetzt worden. Ferner wurde verwendet, dass aus der Kontinuitätsgleichung für Ladungsträger (vgl. Gleichung (2.21) und (2.32)) folgt: $\partial n/\partial t = -\text{div}(n\vec{v})$. Außerdem sind die Integrale über die Randflächen des Volumens gleich null [127]. Eingesetzt in die Gleichung (D.8) folgt:

$$\begin{aligned}
 U \cdot I &= -e \iiint n\vec{v} \cdot \vec{E}_{\text{La}} dV - \epsilon \iiint \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot \vec{E}_{\text{P}} dV + \epsilon \iiint \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot \vec{E} dV \\
 &= -e \iiint n\vec{v} \cdot \vec{E}_{\text{La}} dV + \epsilon \iiint \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot \vec{E}_{\text{La}} dV \\
 &= -e \iiint n\vec{v} \cdot \vec{E}_{\text{La}} dV - \epsilon \iint \frac{\partial \phi_{\text{P}}}{\partial t} \vec{E}_{\text{La}} d\vec{A} + \epsilon \iiint \frac{\partial \phi_{\text{P}}}{\partial t} \text{div} \vec{E}_{\text{La}} dV
 \end{aligned} \tag{D.10}$$

Insgesamt ergibt sich mit $\text{div} \vec{E}_{\text{La}} = 0$ und Gleichung (2.41) für die Energiebilanzgleichung:

$$U \cdot I = e \iiint n\vec{v} \cdot \vec{E}_{\text{La}} dV + \epsilon \iiint \frac{\partial \vec{E}_{\text{La}}}{\partial t} \cdot \vec{E}_{\text{La}} dV. \tag{D.11}$$

E. Messtechnisches Setup

Als Energiequelle wird eine Gleichspannungsquelle vom Typ „PNChp 100000-6 ump“ der Heinzinger electronic GmbH eingesetzt. Sie ermöglicht sowohl positive als auch negative Ausgangsspannungen bis zu 100 kV bei einem auf die Ausgangsspannung bezogenen Rippel von weniger als 0,001 % [209].

Der Ionenstrom, der durch die Wilson-Plate aufgefangen wird, wird über einen Stromverstärker vom Typ „DHPKA-100“ der FEMTO Messtechnik GmbH gemessen. Dieser wandelt den Strom über einen variablen Widerstand in eine Spannung um und verstärkt das Signal. Die Verstärkungsgenauigkeit beträgt ± 1 % [210].

Zur Erfassung des verstärkten Spannungssignals wird ein Oszilloskop vom Typ „PXIe-5172“ der National Instruments GmbH verwendet. Es ist mit einer Eingangsimpedanz von 1 M Ω konfiguriert, wobei der Messbereich der Eingangsspannung auf 5 V eingestellt ist. Die Messungen erfolgen bei einer maximalen Temperaturabweichung von ± 5 °C zur letzten Selbstkalibrierung des Geräts.

Die sich ergebende Messabweichung ΔU_{Osz} am Oszilloskop ergibt sich nach [211] zu:

$$\Delta U_{Osz} = \pm [(0,45 \% \cdot |U_R - U_V|) + (0,4 \% \cdot |U_V|) + (0,05 \% \cdot U_{FS}) + 0,4 \text{ mV}]. \quad (\text{E.1})$$

Hierbei ist U_R als die ausgelesene Spannung zu einem diskreten Zeitpunkt („Reading“) definiert, U_V als die Vertikale-Offset Spannung und U_{FS} als Spannungsbereich („Full-Scale“). Die Vertikale Offset-Spannung ist nach [211] abhängig vom Eingangsspannungsbereich. Diese ergibt sich zu $U_V = \pm 4,5$ V. Der Spannungsbereich beträgt dabei $U_{FS} = 10$ V. U_R hängt von den diskreten Messergebnissen ab. Somit ergibt sich aus Gleichung (E.1) durch Einsetzen der messunabhängigen Terme zu:

$$\Delta U_{Osz} = \pm [(0,45 \% \cdot |U_R - U_V|) + 23,4 \text{ mV}]. \quad (\text{E.2})$$

Zur Ermittlung des maximalen Messfehlers wird äquivalent zu [114] die Übertragungsfunktion des Messkreises für den Ionenstrom I_{Ion} gebildet. Diese lässt sich wie folgt darstellen:

$$I_{Ion} = \frac{U_{Osz}}{V_{gain}}, \quad (\text{E.3})$$

V_{gain} den Verstärkungsfaktor des Verstärkers darstellt. Die maximale Messunsicherheit nach [212] berechnet sich mithilfe einer Taylorreihe wie folgt:

$$\Delta y = \sum_{i=0}^N \left| \frac{\delta y}{\delta x_i} \Delta x_i \right|. \quad (\text{E.4})$$

Voraussetzung hierfür ist, dass die absoluten Einzelmessfehler Δx_i deutlich kleiner als die Einzelmessgrößen x_i sind. Mithilfe der Taylorreihe in Gleichung (E.4) resultiert der maximale Fehler für den gemessenen Ionenstrom im Messkreis zu:

$$\Delta I_{Ion} = \pm \left(\left| \frac{\delta I_{Ion}}{\delta V_{gain}} \Delta V_{gain} \right| + \left| \frac{\delta I_{Ion}}{\delta U_{Osz}} \Delta U_{Osz} \right| \right) \quad (\text{E.5})$$

$$= \pm \left(I_{Ion} \cdot 1 \% + \left| \frac{\delta U_{Osz}}{V_{gain}} \right| \right) \quad (\text{E.6})$$

F. Geschwindigkeitsvektor nach einer Monte-Carlo-Kollision

Im Abschnitt 2.6.1.2 sind bereits Formeln zur Festlegung der Winkel Γ_1 und Γ_2 angegeben worden. Ausgehend von einer Geschwindigkeit $\vec{v} = \vec{v}_{\text{vorher}} = (v_x \ v_y \ v_z)$ lässt sich nach [24] die Geschwindigkeit nach einer Kollision wie folgt berechnen:

$$\vec{v}_{\text{nachher}} = \vec{v} = (\tilde{v}_x \ \tilde{v}_y \ \tilde{v}_z) \quad (\text{F.1})$$

$$\tilde{v}_x = v_x \cos \Gamma_2 + \sqrt{v_y^2 + v_z^2} \sin \Gamma_2 \sin \Gamma_1 \quad (\text{F.2})$$

$$\tilde{v}_y = v_y \cos \Gamma_2 + \sin \Gamma_2 (v_{\text{vorher}} v_z \cos \Gamma_1 - v_x v_y \sin \Gamma_1) \cdot (v_y^2 + v_z^2)^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{F.3})$$

$$\tilde{v}_z = v_z \cos \Gamma_2 - \sin \Gamma_2 (v_{\text{vorher}} v_y \cos \Gamma_1 + v_x v_z \sin \Gamma_1) \cdot (v_y^2 + v_z^2)^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{F.4})$$

Wird dabei die Geschwindigkeit bedingt durch die Kollision betragsmäßig geändert, weil es zu Ionisation kommt, dann muss die Geschwindigkeit entsprechend skaliert werden. Die folgende Rechnung dient zum Nachweis, dass die oben angegebenen Formeln die Geschwindigkeit betragsmäßig erhalten, also $|\vec{v}_{\text{vorher}}| = |\vec{v}_{\text{nachher}}|$.

$$\begin{aligned} |\vec{v}|^2 &= \tilde{v}_x^2 + \tilde{v}_y^2 + \tilde{v}_z^2 \\ &= v_x^2 \cos^2 \Gamma_2 + v_y^2 \cos^2 \Gamma_2 + v_z^2 \cos^2 \Gamma_2 + (v_y^2 + v_z^2) \sin^2 \Gamma_2 \sin^2 \Gamma_1 \\ &\quad + \sin^2 \Gamma_2 (v v_z \cos \Gamma_1 - v_x v_y \sin \Gamma_1)^2 (v_y^2 + v_z^2)^{-1} \\ &\quad + \sin^2 \Gamma_2 (v v_y \cos \Gamma_1 + v_x v_z \sin \Gamma_1)^2 (v_y^2 + v_z^2)^{-1} \\ &\quad + 2v_x \cos \Gamma_2 \sin \Gamma_2 \sin \Gamma_1 \sqrt{v_y^2 + v_z^2} \\ &\quad + 2v_y \cos \Gamma_2 \sin \Gamma_2 (v_y^2 + v_z^2)^{-\frac{1}{2}} (v v_z \cos \Gamma_1 - v_x v_y \sin \Gamma_1) \\ &\quad - 2v_z \cos \Gamma_2 \sin \Gamma_2 (v_y^2 + v_z^2)^{-\frac{1}{2}} (v v_y \cos \Gamma_1 + v_x v_z \sin \Gamma_1) \\ &= v^2 \cos^2 \Gamma_2 \\ &\quad + \sin^2 \Gamma_2 \left(\sin^2 \Gamma_1 (v_y^2 + v_z^2) + \underbrace{\frac{(v v_z \cos \Gamma_1 - v_x v_y \sin \Gamma_1)^2 + (v v_y \cos \Gamma_1 + v_x v_z \sin \Gamma_1)^2}{v_y^2 + v_z^2}}_{\text{Term 1}} \right) \\ &\quad + \underbrace{2v_x \cos \Gamma_2 \sin \Gamma_2 \sin \Gamma_1 \sqrt{v_y^2 + v_z^2}}_{\text{Term 2}} \\ &\quad + \underbrace{2 \cos \Gamma_2 \sin \Gamma_2 (v_y (v v_z \cos \Gamma_1 - v_x v_y \sin \Gamma_1) - v_z (v v_y \cos \Gamma_1 + v_x v_z \sin \Gamma_1)) (v_y^2 + v_z^2)^{-\frac{1}{2}}}_{\text{Term 3}} \\ &= v^2 \cos^2 \Gamma_2 + \sin^2 \Gamma_2 \left(\sin^2 \Gamma_1 (v_y^2 + v_z^2) + v_x^2 + \cos^2 \Gamma_1 (v_y^2 + v_z^2) \right) \\ &= v^2 \cos^2 \Gamma_2 + v^2 \sin^2 \Gamma_2 = v^2 = |\vec{v}|^2 \end{aligned} \quad (\text{F.5})$$

Für den Term 1 gilt dabei:

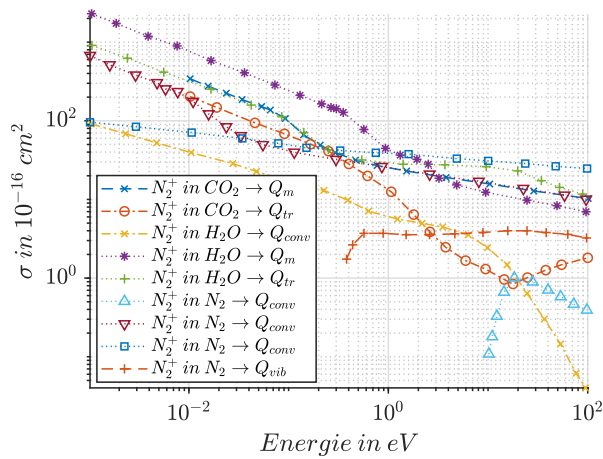
$$\begin{aligned} & \left((vv_z \cos \Gamma_1 - v_x v_y \sin \Gamma_1)^2 + (vv_y \cos \Gamma_1 + v_x v_z \sin \Gamma_1)^2 \right) (v_y^2 + v_z^2)^{-1} \\ & = \left(v_x^2 v_y^2 + v_x^2 v_z^2 + \cos^2 \Gamma_1 (v_y^4 + v_z^4 + 2v_y^2 v_z^2) \right) (v_y^2 + v_z^2)^{-1} = v_x^2 + \cos^2 \Gamma_1 (v_y^2 + v_z^2) \end{aligned} \quad (\text{F.6})$$

Die Terme 2 und 3 heben sich gegenseitig auf, wie die folgende Umformung des 3-ten Terms zeigt:

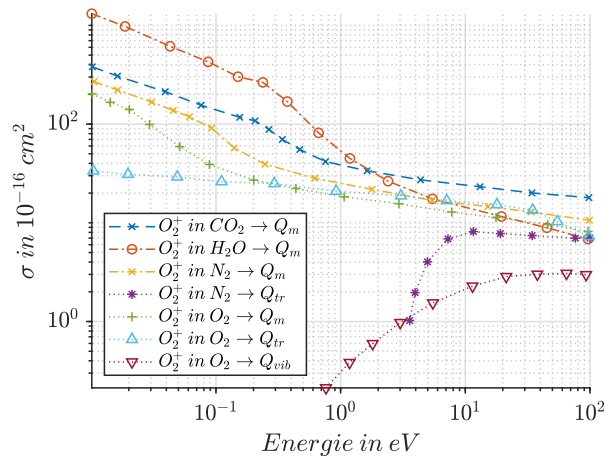
$$\begin{aligned} & 2 \cos \Gamma_2 \sin \Gamma_2 (v_y (vv_z \cos \Gamma_1 - v_x v_y \sin \Gamma_1) - v_z (vv_y \cos \Gamma_1 + v_x v_z \sin \Gamma_1)) (v_y^2 + v_z^2)^{-\frac{1}{2}} \\ & = 2 \cos \Gamma_2 \sin \Gamma_2 (v_y vv_z \cos \Gamma_1 - v_y v_x v_y \sin \Gamma_1 - v_z vv_y \cos \Gamma_1 - v_z v_x v_z \sin \Gamma_1) (v_y^2 + v_z^2)^{-\frac{1}{2}} \\ & = -2 \cos \Gamma_2 \sin \Gamma_2 \sin \Gamma_1 v_x (v_y^2 + v_z^2) (v_y^2 + v_z^2)^{-\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (\text{F.7})$$

G. Verwendete Ion-Kollisionen und Wirkungsquerschnitte

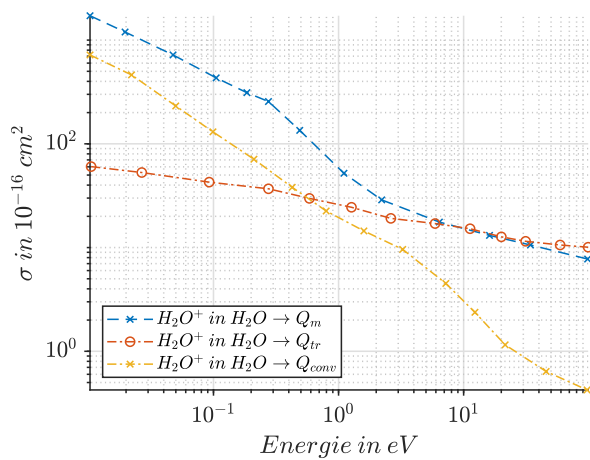
Die in dieser Arbeit verwendeten Streuquerschnitte für Ionen-Kollisionen mit dem Hintergrundmolekül sind in Abbildung G.1 und G.2 dargestellt. Im Gegensatz zu Elektronen-Kollisionen liegen für Ionen keine zentral gebündelten Datenbanken vor. Die Querschnitte wurden daher aus relevanter Fachliteratur zusammengestellt (vgl. Tabelle 3.2) und dienen als Eingangsgrößen für die Monte-Carlo-Simulation zur Bestimmung der makroskopischen Transportparameter technischer Isoliergase.



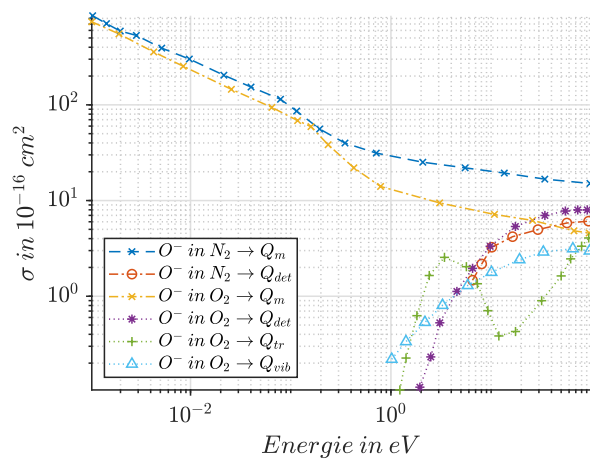
(a) Wirkungsquerschnitte für N_2^+/N_2 , N_2^+/H_2O und N_2^+/CO_2 -System.



(b) Wirkungsquerschnitte für O_2^+/O_2 , O_2^+/H_2O , O_2^+/CO_2 und O_2^+/N_2 -System.

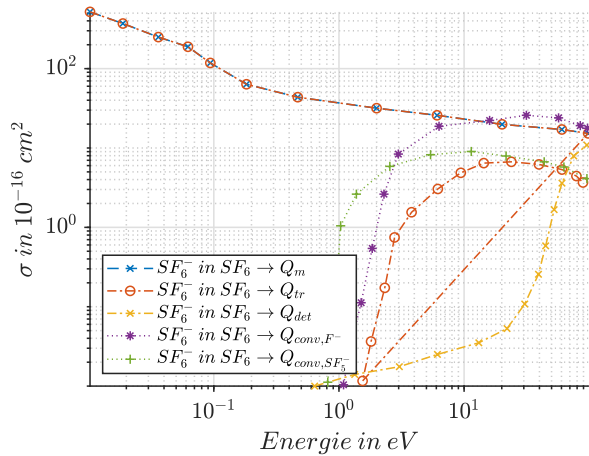


(c) Wirkungsquerschnitte für H_2O^+/H_2O -System.

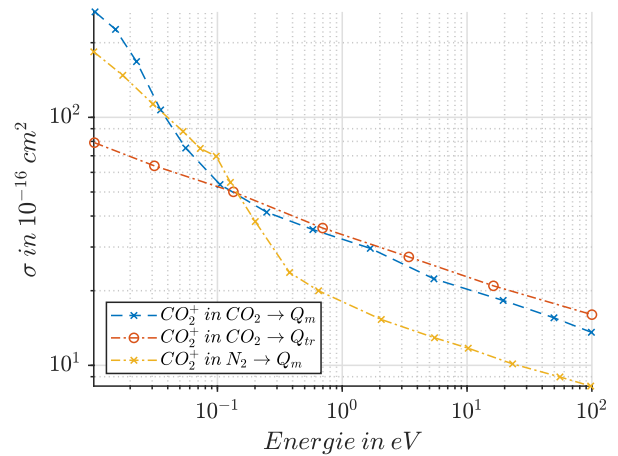


(d) Wirkungsquerschnitte für O^-/N_2 und O^-/O_2 -System.

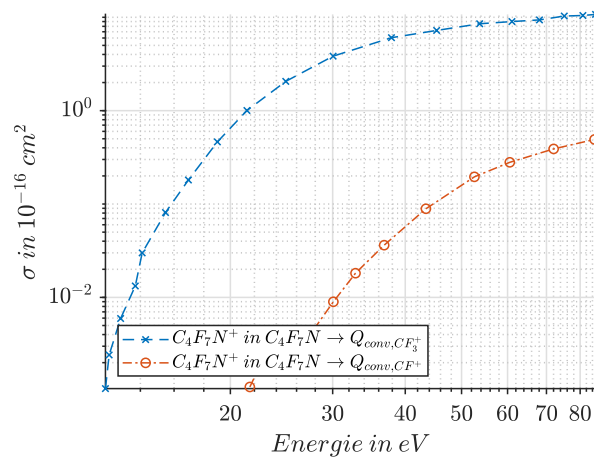
Abbildung G.1.: Ion-Kollisionen und deren Wirkungsquerschnitte für technisch relevante Moleküle von Isoliergasen in der HGÜ-Systemtechnik.



(a) Wirkungsquerschnitte für SF₆⁻/SF₆-System.



(b) Wirkungsquerschnitte für CO₂⁺/CO₂-System.



(c) Wirkungsquerschnitte für C₄F₇N⁺/C₄F₇N.

Abbildung G.2.: Ion-Kollisionen und deren Wirkungsquerschnitte für technisch relevante Moleküle von alternativen Isoliergasen in der HGÜ-Systemtechnik. Q_{conv} entspricht Ionenumwandlungen, Q_{vib} vibrierende Kollisionen und Q_{det} Elektronenablösung.

H. Runge-Kutta-Verfahren

Nach [159] wird ein Runge-Kutta-Verfahren zweiter Ordnung wie folgt gebildet:

$$\tilde{u}_{t+1} = u_t + \Delta t \mathcal{L}(u_t) \quad (\text{H.1})$$

$$\tilde{u}_{t+2} = \tilde{u}_{t+1} + \Delta t \mathcal{L}(\tilde{u}_{t+1}) \quad (\text{H.2})$$

$$u_{t+1} = \frac{1}{2}(u_t + \tilde{u}_{t+2}) \quad (\text{H.3})$$

Im Prinzip wird ausgehend von einem einzelnen Zeitschritt ein weiterer Zeitschritt berechnet. Der Mittelwert aus dem ursprünglichen Wert und dem zwei Zeitschritte entfernten ist dann der neue einen Zeitschritt weit entfernte Wert.

Effektiv verdoppelt dies die Berechnungsdauer, der Fehler ist dann aber abhängig von $\mathcal{O}(\Delta t^2)$. Die Alternative, halb so große Zeitschritte zu verwenden, würde bei gleichem Mehraufwand zwar ebenfalls die Genauigkeit erhöhen, diese wäre jedoch weiterhin $\mathcal{O}(\Delta t)$. Der Unterschied zwischen der zweimaligen Verwendung eines halben Zeitschrittes und dem Runge-Kutta-Verfahren zweiter Ordnung wird auch durch folgende Rechnung deutlich:

$$\begin{aligned} u_{t+1} &= \frac{1}{2}u_t + \frac{1}{2}\tilde{u}_{t+2} = \frac{1}{2}u_t + \frac{1}{2}\tilde{u}_{t+1} + \frac{1}{2}\Delta t \mathcal{L}(\tilde{u}_{t+1}) \\ &= u_t + \frac{1}{2}\Delta t \mathcal{L}(u_t) + \frac{1}{2}\Delta t \mathcal{L}(u_t + \Delta t \mathcal{L}(u_t)) \end{aligned} \quad (\text{H.4})$$

Hier ist zu erkennen, dass beim Runge-Kutta-Verfahren zweiter Ordnung erst ein Halbschritt gegangen wird und dabei das Transportverfahren auf den Wert zu Beginn des Zeitschritts angewendet wird. Für den zweiten Halbschritt wird das Transportverfahren auf den vorhergesagten Wert zum Ende des Zeitschritts angewendet. Wird hingegen lediglich die Zeitschrittweite verkleinert, so würde das Transportverfahren im zweiten Zeitschritt auf den Wert in der Mitte des Zeitschrittes zurückgreifen:

$$\tilde{u}_{t+1} = u_t + \Delta t \mathcal{L}(u_t) \quad (\text{H.5})$$

$$u_{t+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(\tilde{u}_{t+1} + u_t) \quad (\text{H.6})$$

$$u_{t+1} = u_{t+\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\Delta t \mathcal{L}(u_{t+\frac{1}{2}}) \quad (\text{H.7})$$

$$\begin{aligned} u_{t+1} &= u_{t+\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\Delta t \mathcal{L}(u_{t+\frac{1}{2}}) = \frac{1}{2}u_t + \frac{1}{2}\Delta t \mathcal{L}(u_t) + \frac{1}{2}u_t + \frac{1}{2}\Delta t \mathcal{L}(u_{t+\frac{1}{2}}) \\ &= u_t + \frac{1}{2}\Delta t \mathcal{L}(u_t) + \frac{1}{2}\Delta t \mathcal{L}\left(u_t + \frac{1}{2}\Delta t \mathcal{L}(u_t)\right) \end{aligned} \quad (\text{H.8})$$

Neben dem Runge-Kutta-Verfahren zweiter Ordnung ist das Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung (auch als klassisches Runge-Kutta-Verfahren bekannt [120, 169]) gängig. Eine Darstellung für

Transportalgorithmen wird in [42] geliefert und hier angepasst an die hier verwendete Schreibweise dargestellt:

$$\Lambda_1 = \Delta t \mathcal{L}(u_t) \tag{H.9}$$

$$\Lambda_2 = \Delta t \mathcal{L}\left(u_t + \frac{\Delta t}{2} \mathcal{L}(u_t)\right) = \Delta t \mathcal{L}\left(u_t + \frac{1}{2} \Lambda_1\right) \tag{H.10}$$

$$\Lambda_3 = \Delta t \mathcal{L}\left(u_t + \frac{\Delta t}{2} \mathcal{L}\left(u_t + \frac{\Delta t}{2} \mathcal{L}(u_t)\right)\right) = \Delta t \mathcal{L}\left(u_t + \frac{1}{2} \Lambda_2\right) \tag{H.11}$$

$$\Lambda_4 = \Delta t \mathcal{L}(u_t + \Lambda_3) \tag{H.12}$$

$$u_{t+1} = u_t + \frac{1}{6} (\Lambda_1 + 2\Lambda_2 + 2\Lambda_3 + \Lambda_4) \tag{H.13}$$

Zunächst wird die Veränderung zum Zeitpunkt t bestimmt (Λ_1). Damit wird die Veränderung zum Zeitpunkt $t + 1/2\Delta t$ (Λ_2) berechnet. Diese wird dazu verwendet nochmals die Veränderung zu diesem Zeitpunkt zu bestimmen (Λ_3). Zuletzt wird die Veränderung zum Zeitpunkt $t + \Delta t$ mithilfe der letztgenannten Veränderung ermittelt (Λ_4). Eine gewichtete Mittlung über alle Veränderungen führt zu einer gesamten Veränderung für den gesamten Zeitschritt. Der Rechenaufwand ist hier viermal so hoch wie bei einem einfachen Euler-Vorwärts-Schritt.

I. Versuchsaufbau zur Validierung

Die dokumentierten Eingangsparameter aller Versuchsreihen zu überlagerten Spannungsbeanspruchungen sind in Tabelle I.1 aufgeführt. Die Messergebnisse dieser Arbeit lassen sich den Messreihen MR 3...18 eindeutig zuordnen.

Tabelle I.1.: Eingangsparameter der Versuchsreihen zur Ionenstrommessung bei überlagerten Spannungen aus DC und Impuls.

MR	h in m	T in °C	h_r in %	Pol.	U_{DC} in kV	\hat{U} in kV	T_p in ms	T_2 in ms	f_a in MHz
5	0,64	21,7	52	pos	50	34	0,305661	2,61	10
6	0,54	21,4	46	pos	50	34	0,305661	2,61	10
7	0,54	21,4	46	neg	-50	-34	0,305661	2,61	10
8	0,64	21,2	43	neg	-50	-34	0,305661	2,61	10
15	0,54	20,7	56	neg	-60	-34	0,305661	2,61	10
16	0,74	20,7	56	neg	-60	-34	0,305661	2,61	10
17	0,74	20,7	56	pos	60	34	0,305661	2,61	10
18	0,54	20,7	56	pos	60	34	0,305661	2,61	10
3	0,54	21,7	52	pos	50	34	5,446	71,545	1
4	0,64	21,7	52	pos	50	34	5,446	71,545	1
9	0,54	21,2	43	neg	-50	-34	5,446	71,545	10
10	0,54	21,2	43	neg	-50	-34	5,446	71,545	10
11	0,54	20,7	56	pos	60	34	5,446	71,545	10
12	0,74	20,7	56	pos	60	34	5,446	71,545	10
13	0,74	20,7	56	neg	-60	-34	5,446	71,545	10
14	0,54	20,7	56	neg	-60	-34	5,446	71,545	10

Die in Kapitel 3.3.5.2 diskutierten Ergebnisse beziehen sich auf positive DC- und Überspannungsbelastungen. Ergänzend zeigt Tabelle I.2 die zugehörige Auswertung für negative DC-Belastung und negative Impulsspannung in Anlehnung an Tabelle 3.11. Die Eingangsparameter zur Validierung der Simulation der hybriden Freileitungsanordnung im small-scale sind in Tabelle I.3 dargestellt.

Tabelle I.2.: Validierung des simulierten transienten Ionenstroms für $U(t) = -U_{DC} - U_c(t)$.

	$U_c(t)$	SI		VSFO	
		h	0,54 m	0,74 m	0,54 m
Messung	$I_{\text{Ion},DC}$	-138,196 nA	-65,419 nA	-283,4 nA	-135,99 nA
	T_p	13,391 ms	23,328 ms	22,006 ms	40,614 ms
	T_2	31,303 ms	54,524 ms	87,419 ms	95,460 ms
	I_{max}	-3,077 μA	-1,475 μA	-8,028 μA	-2,123 μA
	Q_{Ion}	-95,1825 nC	-79,318 nC	-793,469 nC	-192,127 nC
Simulation	$I_{\text{Ion},DC}$	-90 nA	-30 nA	-136,7 nA	-238,4 nA
	T_p	4,52 ms	4,82 ms	5,5 ms	5 ms
	T_2	14 ms	15,4 ms	79 ms	52,5 ms
	I_{max}	-3,2104 μA	-1,07 μA	-8,7853 μA	-3,234 μA
	Q_{Ion}	-85,879 nC	-26,439 nC	-701,57 nC	-132,4 nC
rel. Abweichung	$I_{\text{Ion},DC}$	-34 %	-53 %	-51 %	-76 %
	T_p	-66 %	-79 %	-75 %	-87 %
	T_2	-54 %	-71 %	-9,1 %	-42 %
	I_{max}	4,3 %	-27 %	8,7 %	-50 %
	Q_{Ion}	10,5 %	-67 %	-11,6 %	-31 %

Tabelle I.3.: Eingangsparameter der Versuchsreihen zur Ionenstrommessung bei hybriden Freileitungskonfigurationen.

MR	h in m	s in m	T in $^{\circ}\text{C}$	h_r in %	U_{DC} in kV	\hat{U}_{AC} in kV	f_{AC} in Hz	f_a in MHz
115100	0,74	1	21,7	52	-40	± 40	50	1
115216	0,74	1	21,4	46	-45	± 45	50	1
115354	0,74	1	21,4	46	-50	± 50	50	1
115452	0,74	1	21,2	43	-55	± 55	50	1
115558	0,74	1	20,7	56	-60	± 60	50	1

J. Pseudocode der Dispersionsrichtung

Die Wachstumsrichtung der einzelnen Leadersegmente wird probabilistisch anhand einer Wahrscheinlichkeitsfunktion bestimmt. Die numerische Umsetzung erfolgt gemäß dem folgenden Pseudocode:

```
1:  $\varphi_{\text{all}} = -\pi \leq \varphi \leq \pi$ 
2:  $P_{\text{max}} = \max(P(\varphi_{\text{all}}))$ 
3:  $k = 0$ 
4: while  $k == 0$  do
5:   Bestimme ein zufälliges  $\varphi_{\text{zuf}} \in [-\pi, \pi]$ 
6:   if  $P(\varphi_{\text{zuf}}) > P_{\text{max}} \cdot c$  then
7:      $k = 1$ 
8:   end if
9: end while
```

Algorithmus J.1: Dispersion der Vorwachsrichtung des Leaders.

P_{max} bezeichnet den maximalen Wert der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion P im Bereich $-\pi < \varphi < \pi$. Die Konstante c legt fest, wie groß der Anteil der Winkelverteilung ist, den ein bestimmter Richtungswinkel φ erfüllen soll. Die Auswahl des Winkels erfolgt zufällig über die Funktion *rand* in Matlab.

Abbildungsverzeichnis

1.1. Teilmodul des numerischen Frameworks - Transportparameter	11
1.2. Teilmodul des numerischen Frameworks - Koronaentladung	12
1.3. Teilmodul des numerischen Frameworks - Leaderentladung	14
1.4. Strukturübersicht der vorliegenden Arbeit	18
2.1. Zusammenspiel von Elektronenlawine und Ionendichte	20
2.2. Mikroskopische Streuung und die energieabhängigen Wirkungsquerschnitte	36
2.3. Mögliche Mastformationen in der Energieübertragungstechnik	39
2.4. Kopplung aufgrund elektrostatischer Wechselwirkung	43
2.5. Modelltechnische Erfassung genormter Impulsspannungen	51
2.6. Flowchart des erweiterten Simulationsverfahrens für die Leaderentwicklung	55
2.7. Streamer-Leader-Mechanismus	58
2.8. Strommesssignal auf einer Wilson-Plate infolge einer Mischbeanspruchung	59
2.9. Verzahnung der Modellierung des Isoliergases über Transportparameter	61
3.1. Validierung Monte-Carlo-Simulation mit BOLSIG+ Solver	71
3.2. Transienter Einschwingvorgang der Monte-Carlo-Simulation	73
3.3. Numerische Ergebnisse von μ_e und α_{eff} I	75
3.4. Numerische Ergebnisse von μ_e und α_{eff} II	76
3.5. Reduzierte Ionenbeweglichkeit und mittlere Driftgeschwindigkeit I	85
3.6. Reduzierte Ionenbeweglichkeit und mittlere Driftgeschwindigkeit II	88
3.7. Reduzierte Ionenbeweglichkeit in Gasgemischen	90
3.8. Ergebnisse Ionenbeweglichkeit unter Variation des Luftdrucks	91
3.9. Neuartiger Algorithmus zur Berechnung der Koronaeinsatzfeldstärke	93
3.10. Validierung Methode zur Bestimmung des Einsatzgradienten	97
3.11. Koronaeinsatzgradient für Isoliergasgemische	99
3.12. Propagation der Testpartikel entlang der elektrischen Feldlinien	101
3.13. Entladungsindikator und integrierter Ionisierungskoeffizient entlang Kathode	102
3.14. Numerische Validierung mit Zalesak-Schraube I	110
3.15. Numerische Validierung mit Zalesak-Schraube II	111
3.16. Validierung des bipolaren Ionenstroms pro Länge im small-scale	116
3.17. Qualitative bipolare Raumladungsdichte und Konvergenzrate	117
3.18. Flowchart für das gedämpfte Newton-Raphson-Verfahren	119
3.19. Konvergenzanalyse für das Lösen stark nichtlinearer Gleichungssysteme	120
3.20. Laborrealisierung Nachbildung von überlagerten Spannungsbelastungen	123
3.21. ESB zur Erzeugung von überlagerten Impulsbeanspruchungen	123
3.22. Gemittelte überlagerte Strommesssignale für SI und VSFO	127

3.23. Validierung der Simulation mit kalibrierten transienten Ionenstromsignalen	131
3.24. Experimentelle und numerische Ergebnisse für hybride Anordnungen	136
3.25. Validierung der numerischen Methodik zur Simulation der Durchschlagspannung . . .	140
3.26. Iteratives Ersatzschaltbild zur Berechnung der Leaderkanalparameter	141
3.27. Zeitliche Entwicklung der Leaderentladung der numerischen Methode	151
3.28. Validierung der Methodik zur Simulation der Leaderdurchschlagspannung	151
3.29. Parameterstudie Einfluss der Temperatur und U_{rp} auf Schlagweite	153
3.30. Erweiterung von überlagerten Spannungsbelastungen für Luftstrecken	155
3.31. Vergleich Leaderkanal-Parameter Impuls und überlagerte Spannung	157
4.1. Numerisches Beispiel für Feldüberhöhung bei randomisierter Tropfenbildung	162
4.2. Numerische Simulation der Koppelströme in die AC-Phasen	164
4.3. Benchmark der Koppelströme für large-scale Anordnungen	164
4.4. Numerische Simulation der Koppelströme des Ultrahochspannungstower	165
4.5. Numerische Simulation des bipolaren DC-Tower I	166
4.6. Numerische Simulation des bipolaren DC Tower II	167
5.1. HGÜ-Applikationsszenario zur Isolationskoordination einer DC-Quelle	170
5.2. Isolationskoordination der DC-Quelle mittels Bewertungsschema	171
5.3. Überlagerte Spannungsbeanspruchung und Raumladungsdichte in Konverterhalle . . .	173
5.4. Umgesetzte transiente Ladungsmenge in Konverterhalle durch VSFO	174
5.5. Auswirkung von VSFO auf die Durchschlagspannung und Elektrodenabstand	176
6.1. Überlagerter Koppelstrombelag bei Pol-Erd-Schluss in AC-Phasen am DD-Mast	180
6.2. Bezogene Anstiegszeit T_p des transienten Ionenstromimpulses	182
6.3. Bezogene Rückenhalbwertszeit T_2 des transienten Ionenstromimpulses	183
6.4. Bezogener Scheitelwert I_{\max} des transienten Ionenstromimpulses	185
6.5. Validierung U_d in Abhängigkeit der kritischen Anstiegszeit	189
C.1. Elektronen-Kollisionen und deren Wirkungsquerschnitte I	203
C.2. Elektronen-Kollisionen und deren Wirkungsquerschnitte II	204
G.1. Ion-Kollisionen und deren Wirkungsquerschnitte I	211
G.2. Ion-Kollisionen und deren Wirkungsquerschnitte II	212

Tabellenverzeichnis

1.1. Ziele der Arbeit, Nutzen und Zuordnung der Bearbeitung	15
2.1. Werte für Konstanten von Isoliergasen der reduzierten elektrischen Feldstärke	23
2.2. Phasen der Entladung bei inhomogenen Elektrodenanordnungen	24
2.3. Grenzwerte für HGÜ-Freileitungssysteme unterhalb der Leitung am Boden	40
2.4. Empirische Konstanten für Luft und SF ₆	44
2.5. Charakterisierung von transienten Überspannungen und Prüfspannungen	49
2.6. Charakterisierung von VSFO	50
2.7. Regressionsparameter für Ionenmobilität von negativen und positiven Ionen	65
3.1. Kollisionsfrequenzen für Nullkollisionen	70
3.2. Kombinationen Streuquerschnitte für Ionen-Molekül-Kollisionen	83
3.3. Vergleich der Kennzahlen für $\mathcal{C} = 0.1$	111
3.4. Vergleich der Kennzahlen für DG-Methode mit höheren Polynomansätzen	112
3.5. Widerstandswerte für SI und VSFO Labor-Realisierung	124
3.6. Kapazitätswerte für SI und VSFO Labor-Realisierung	124
3.7. Parameter der Impulseingangsspannungen am Prüfling	125
3.8. Parameter aus der Kurvenapproximation der Verschiebungsströme	128
3.9. Parameter aus der Kurvenapproximation der Ionenströme	130
3.10. Eingangparameter der Simulation zur Nachbildung transienter Ionenströme	130
3.11. Validierung des simulierten transienten Ionenstroms für $U(t) = U_{DC} + U_c(t)$	132
3.12. Vergleich der verschiedenen Modellierungstechniken zur Leadersimulation	150
3.13. Vergleich von U_{cr} und t_d	153
5.1. Vergleich von normativen und modellbasierten Mindestabstände	177
I.1. Eingangparameter der Versuchsreihen zur überlagerten Ionenstrommessung	215
I.2. Validierung des simulierten transienten Ionenstroms für $U(t) = -U_{DC} - U_c(t)$	216
I.3. Eingangparameter der Versuchsreihen zur hybriden Ionenstrommessung	216

Symbolverzeichnis

Manche Symbolzeichen werden mehrfach verwendet. Diese sind jedoch so gewählt, dass eine Mehrdeutigkeit aufgrund des Kontextes ausgeschlossen ist. Die verwendeten Funktionen und Operatoren sind, sofern nicht anders an entsprechender Textstelle definiert, gemäß der Definitionen der Standardliteratur. Wird eine vektorielle Größe im eindimensionalen betrachtet, wird auf die Notation mit Vektorpfeil verzichtet, sofern nicht der vektorielle Charakter der Größe betont werden soll.

Abkürzungen

AN	Audible Noise
CFL	Courant-Friedrichs-Lewy
CL	Corona Losses
CSC	Current Source Converter
DG	Diskontinuierliches-Galerkin
DGL	Differentialgleichung
EEDF	Elektronenverteilungsfunktion
EHD	Elektrohydrodynamik
FEM	Finite-Elemente-Methode
FFO	Fast front overvoltage
FS	Funkenstrecke
GIL	Gasisolierter Leiter
GIS	Gasisierte Schaltanlage
GLS	Gleichungssystem
GWP	Global-Warming-Potential
HB	Halbbrücke
HDÜ	Hochspannungs-Drehstrom-Übertragung
HGÜ	Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung
LCC	Line Commutated Converter
LEA	Local-Energy-Approximation
LFA	Local-Field-Approximation
LI	Blitzstoßimpuls
LIWL	Blitzstoßimpuls-Stehspannung
LTE	Gleichgewichtszustand
MC	Monte-Carlo
MeSukKA	Methodenbasierte Schlagweitenberechnung und klimatische Korrektur von Auslegespannungen
MMC	Modulare Multilevel Umrichter

MR	Messreihe
NEP	Netzentwicklungsplan
NLTE	Nicht-Gleichgewichtszustand
pDGL	Partielle Differentialgleichung
PIC	Particle-in-Cell
p. u.	Per unit
RB	Randbedingung
RI	Radio Interference
SI	Schaltstoßimpuls
SFO	Slow front overvoltage
SIWL	Schaltstoßimpuls-Stehspannung
STC	Standard-Bezugs-Atmosphäre
TOV	Temporary overvoltage
UN	United Nations
VFFO	Very fast front overvoltage
VPE	Vernetzte Polyethylen-Kabel
VSC	Voltage Source Converter
VSFO	Very slow front overvoltage
WKB	Wentzel-Kramers-Brillouin

Lateinische Buchstaben

\vec{A}	Magnetisches Vektorpotential
A	Spezifische Gaskonstante
A	Fläche
A	Korrekturfaktor
A, B, C, D	Zustandsmatrizen
a	Varianzkoeffizient
a, b, c, d, e, f	Regressionsparameter
$a(m)$	Amplitude abhängig von Ortsfrequenz
a_D	Dispersionsparameter
a_L	Abstand Leiter untereinander
a_{\min}	Kleinste Schlagweite
\vec{B}	Magnetische Flussdichte
B	Spezifische Gaskonstante
b	Entladungsindikator
b	Stoßparameter
C	Courant-Zahl
C	Kapazität
C_0	Kapazität zur Aufrechterhaltung des Stroms
C_1	Stoßkapazität
C_2	Belastungskapazität
C_3	Filterkapazität

C_{DUT}	Prüflingskapazität
C_j	Kapazität Leadersegment
C_M	Kapazität Universalteiler
COR	Korrelationskoeffizienten
C_{sj}	Kapazität Streamer
C_x	Sperrkapazität
\vec{D}	Elektrische Flussdichte
D, D_+, D_-	Diffusionskonstante
D_1, D_2	Dioden
d	Schlagweite, Abstand, Distanz, Isolationsstrecke
d_f	Abstand zum Kanal wo Magnetfeld gleich Null
$d\rho$	Ortsabhängiger Raumladungsdichteanteil
$d\Omega$	Raumwinkel
\vec{E}, E	Elektrische Feldstärke
E_0	Kritische Feldstärke
\vec{E}_{La}	Elektrische Feldstärke (Laplace-Feld)
E_{max}	Maximale elektrische Feldstärke
\vec{E}_P	Elektrische Feldstärke (Poisson-Feld)
E_{red}	Reduzierte elektrische Feldstärke
E_c, E_c^-, E_c^+	Koronaeinsetzungsfeldstärke
E_{c0}	Koronaeinsetzungsfeldstärke Spitze-Platte-Anordnung
E_L	Elektrische Feldstärke Leaderkanal
E_p	Elektrische Feldstärke Leaderkopf
E_R	Elektrisches Feld nicht überbrückte Restdistanz
E_S	Elektrisches Feld Streamer
$E_{s,min}$	Mindestfeldstärke
E_z	Elektrische Feldstärke in z-Richtung
e	Elementarladung
\vec{F}, F	Kraft
F	FEM Vektor der Randbedingung
F	Fehlergröße
f	Verteilungsfunktion
$f(x, y)$	Zweidimensionale Funktion
f_a	Abtastfrequenz
f_0	Isotroper Anteil Verteilungsfunktion
f_1	Anisotroper Anteil Verteilungsfunktion
G	Gebiet
G_1, G_2	Gebiet
g	Nebenbedingung
\vec{H}	Magnetische Feldstärke
h	Höhe, Schlagweite
h_r	Relative Luftfeuchte
h_t	Absolute Luftfeuchte

h_{T_k}	Elementgröße Dreieck
$I, I(t)$	Strom
\hat{I}	Stromscheitelwert
I_{Ion}	Ionenstrom
$I_{\text{Ion},DC}$	Gleichspannungsbedingter Ionenstrom
I_j	Strom Leaderkopf
I_L	Strom Leaderkanal
I_{Mess}	Gemessenes Stromsignal
I_{max}	Maximaler Strom
I_{Ver}	Verschiebungsstrom
\vec{J}	Elektrische Stromdichte
\vec{J}_-	Negative elektrische Stromdichte
\vec{J}_+	Positive elektrische Stromdichte
J	Funktional
K, K_p	Empirische Konstante
K	Funkenstreckenfaktor
$K_1 \dots K_{12}$	Konfigurationen Leadersimulation
K_{ij}^e	Lokale Steifigkeitsmatrix FEM
K	Globale Matrix FEM
K_t	Atmosphärischer Korrekturfaktor
k	Elementkanten
k_1	Luftdichte-Korrekturfaktor
k_2	Luftfeuchte-Korrekturfaktor
k_b	Boltzmann-Konstante
k_L	Anzahl Einzelleiter
\mathcal{L}	Euler-Lagrange-Gleichungen
L	Induktivität
L	Globaler Operator DG-Verfahren
L_j	Induktivität Leadersegment
L_k	Lokaler Operator DG-Verfahren
l	Effektive Länge des Leader
l^i	Knotengrundelement DG-Verfahren
l_d	Länge neues Leadersegment
l_{FS}	Länge „final-jump“
l_r	Noch nicht überbrückte Restdistanz
l_s	Axiale Länge Korona vor Leaderkopf
l_z	Axiale Länge Leaderkanal
M	Molare Masse
M	Globale Massenmatrix DG-Verfahren
M_i	Molare Masse i-te Spezies
M_{ij}^k	Elementmassenmatrix DG-Verfahren
m, m_1, m_2	Masse
m	Ortsfrequenz

m	Rauigkeitsfaktor
m_{eff}	Masse Hintergrundgasmolekül
m_G	Masse Hintergrundgasmolekül
m_p	Ionenmasse
m_r	Reduzierte Masse
N	Teilchenzahl
N_i	Basisfunktion
N_{krit}	Kritische Ladungsmenge
n	Stichprobenumfang, Simulationswiederholung
n	Teilchendichte
\vec{n}	Normalenvektor auf Rand
n_0	Ladungsträgerdichte
n_e	Elektronendichte
n_G	Teilchendichte Hintergrundgas
n_h	Approximative Lösungsfunktion
n_k	Startelektron n-te Lawine
n_n	Negative Ionendichte
n_p	Positive Ionendichte
n_z	Anzahl Standardabweichung
o	Größte auftretende Größe im hyperbolischen System
P	Leistung
P	Wahrscheinlichkeitsfunktion, Wahrscheinlichkeit
P_j	Leistung im Leaderkopf
P_{Null}	Nullkollision
p	Druck
p_{STC}	Druck bei Standard-Bezugs-Atmosphäre
$Q(t)$	Ladung
Q_{Ion}	Umgesetzte Ladungsmenge
Q_l	Erforderliche Ladung zur Kanalerweiterung
Q_m	Elastische Kollisionen Ionen
Q_{max}	Maximale Ladungsmenge
Q_{rt}	Resonante Ladungsaustausch Ionen
q	Ladung
\vec{q}	Trajektorie Testpartikel
q_j	Ladung im Leadersegment
R	Leiter AC-Phase
R	Residuen
R^2	Bestimmtheitsmaß
R'	Widerstand pro Länge
R_0	Dämpfungswiderstand
R_1	Ladewiderstand
R_2	Entladewiderstand
R_3	Entladewiderstand

R_4	Widerstand zur Strombegrenzung
R_5	Widerstand ohmscher Spannungsteiler
R_{fj}	Letzter Widerstand Leadersegment freie Entwicklungsphase
R_j	Widerstand Leadersegment
R_M	Widerstand Universalteiler
R_m	Widerstand ohmscher Spannungsteiler
R_{sj}	Widerstand Streamer
R_x	Sperrwiderstand
r	Radius
r'	Äquivalenter Radius
r_0	Radius Leaderkanal bei t_0
$r_1 \dots r_6$	Gleichverteilte Zufallszahlen
r_a	Außenradius
r_e	effektiver Radius Leaderkopf
r_i	Innenradius
r_p	Radius Hochspannungselektrode
r_t	Radius Krümmung Aquipotentiallinie
S	Leiter AC-Phase
S_0	Länge Koronaentladung
$S_1, S_2, S_{m\vec{v}}$	Streuterm
S_{Koll}	Streuterm
S_{Photo}	Streuung Photoionisation
S_{Θ}	Störterm
s	Leiter-Leiter-Abstand
T	Temperatur
T	Leiter AC-Phase
T	Simulationslaufzeit
T_1	Anstiegszeit, Stirnzeit
T_2	Rückenhalfwertszeit
T_e	Elektronentemperatur
T_{eff}	Effektive Temperatur
T_i	Ionentemperatur
T_k	Dreieckselement
T_M	Ende Simulationslaufzeit
T_o	Oberflächentemperatur
Tol_{rel}	Relative Toleranz
Tol_{abs}	Absolute Toleranz
T_p	Scheitelzeit (Time-to-Crest)
T_{STC}	Temperatur bei Standard-Bezugs-Atmosphäre
T_u	Umgebungstemperatur
t	Zeit
t_0	Zeitpunkt
t_d	Dauer Beginn Impuls bis Durchschlag

t_{drift}	Driftzeit Ionen
t_{krit}	Kritische Anstiegszeit
U	Spannung
$U(t)$	Überlagerter Spannung, Mischbeanspruchung
\hat{U}	Scheitelspannung
U_0	Ladespannung
U_{0i}	Theoretische Einsatzspannung Punkt-Ebene-Anordnung
U_{50}	50%-Durchschlagspannung
$U_{50,rp}$	50%-Durchschlagspannung Stab-Platte-Anordnung
U_{AC}	AC-Spannung
$U_c(t)$	Transiente Impulsspannung
\hat{U}_c	Scheitelwert der Überspannung
U_c	Koronaeinsatzspannung
U'_c	Bipolare Koronaeinsatzspannung
U_{cr}	Spannungsamplitude bei Durchschlag
U_{DC}	DC-Spannung
U_d	Durchschlagspannung
U_i	Tatsächliche Koronaeinsatzspannung
U_j	Spannung Leaderkopf
U_{max}	Maximale Spannung
U_n	Nennspannung
U_{rp}	Repräsentative Spannung/Überspannung
U_w	Erforderliche Stehspannung
u	Dichteverteilung
u_0	Anfangsdichteverteilung
V	Volumen
V	Funktionsraum stückweise stetige Polynome
v	Testfunktion
\vec{v}, v	Geschwindigkeit
v_1, v_2	Geschwindigkeit Teilchen Kollision
\vec{v}_d, v_d	Schwerpunktgeschwindigkeit (Durchschnitt), Ionendriftgeschwindigkeit
v_i	Ionengeschwindigkeit
v_j	Wachstumsgeschwindigkeit Leader
$v_{j,FS}$	Wachstumsgeschwindigkeit „final-“
v_{konv}	Konvektionsgeschwindigkeit
v_{max}	Maximale Geschwindigkeit
\vec{v}_n	Geschwindigkeit negative Ionen
\vec{v}_p	Geschwindigkeit positive Ionen
v_r	Relativgeschwindigkeit
v_s	Thermische stochastische Geschwindigkeit
v_s	Wachstumsgeschwindigkeit Streamer
$v_{\text{st,inhomogen}}$	Streamergeschwindigkeit inhomogenes Feld

$v_{\text{st,homogen}}$	Streamergeschwindigkeit homogenes Feld
v_x	Geschwindigkeit in x-Richtung
v_y	Geschwindigkeit in y-Richtung
W_j	Energie Leaderkopf
x	Ortskoordinate
\vec{x}	Ortsvektor
y	Ortskoordinate
y_i	Massenanteil i-te Spezies
z	Ortskoordinate

Griechische Buchstaben

α	Winkel
α	Townsend-Koeffizient
α_{eff}	Effektiver Townsend-Koeffizient
β	Rekombinationskoeffizient
β_I	Ion-Ion-Rekombinationskoeffizient
β	Anteil verfügbarer Energie
$\vec{\Gamma}$	Teilchenfluss
Γ_i	Raumwinkel
γ	Rückwirkungskoeffizient
γ	Isentropenkoeffizient
δ	Relative Luftdichte
ϵ	Permittivität
ϵ_r	Relative Permittivität
ϵ	Energie, Elektronenenergie
ϵ^*	Anregungsenergie
ϵ_{kin}	Kinetische Energie
ϵ_r	Kollisionsenergie
ϵ_{th}	Thermische Energie
η	Anlagerungskoeffizient
$\eta, \eta_{\text{Impuls}}, \eta_{DC}$	Wirkungsgrad
η_S	Schwaiger-Faktor
Θ	Moment
θ	Winkel
κ	Leitfähigkeit
κ_H	Homotopieparameter
$\Lambda_1 \dots \Lambda_4$	Prädiktorschritte Runge-Kutta-Verfahren
λ	Eigenwert
λ	Lagrange-Multiplikator
μ	Beweglichkeit
μ_-	Beweglichkeit negative Ionen
μ_+	Beweglichkeit positive Ionen

μ_e	Elektronenbeweglichkeit
μ_i	Ionenbeweglichkeit
μ_{mix}	Ionenbeweglichkeit Gasmix
μ_P	Magnetische Permeabilität
ν	Kollisionsfrequenz
ν_A	Anlagerungskollisionsfrequenz
ν_{eff}	Impulsübertragungsfrequenz
ν_I	Ionisationskollisionsfrequenz
Ξ	Spektral Exponent
ξ	Ionisationsgrad
ξ	Dämpfungskonstante
ρ	Raumladungsdichte
ρ_-	Negative Raumladungsdichte
ρ_+	Positive Raumladungsdichte
ρ_0	Konstanter Raumladungsdichteanteil
ρ_{max}	Maximale Raumladungsdichte
σ	Streuquerschnitt
σ_{25}	Standardabweichung
$\sigma(\theta)$	Differentieller Wirkungsquerschnitt
σ_{att}	Wirkungsquerschnitt anlagernde Kollisionen
σ_{el}	Wirkungsquerschnitt elastische Kollisionen
σ_{exc}	Wirkungsquerschnitt anregende Kollisionen
σ_{ion}	Wirkungsquerschnitt ionisierende Kollisionen
σ_m	Impulswirkungsquerschnitt („momentum transfer“)
σ_{rot}	Wirkungsquerschnitt rotierende Kollisionen
σ_{tot}	Totaler Wirkungsquerschnitt
σ_{unel}	Wirkungsquerschnitt unelastische Kollisionen
σ_{vib}	Wirkungsquerschnitt vibrierende Kollisionen
τ_1	Zeitkonstante doppelexponentieller Impuls
τ_2	Zeitkonstante doppelexponentieller Impuls
ϕ	Elektrisches Potential
$\phi(m)$	Phasenwinkel abhängig von Ortsfrequenz
ϕ_{max}	Maximales elektrisches Potential
ϕ_P	Elektrisches Potential durch \vec{E}_P verursacht
φ	Winkel
φ	Testfunktion
χ	Substitutionsvariable
ψ_{xy}	Kreuzkorrelation
Ω	Rechengebiet
ω	Winkelgeschwindigkeit

Mathematische Symbole und Funktionen

$\langle \cdot \rangle$	Durchschnitt
$ \cdot $	Betrag
$[\cdot, \cdot)$	Intervall einschließlich unterer Grenze
\forall	für alle
∂	Rand eines Gebiets
Δ	Differenz, Laplace-Operator
\cdot	Standardskalarprodukt
\times	Kreuzprodukt
\otimes	Dyadisches Produkt
$\frac{d}{dt}$	Totale Zeitableitung
$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}$	Partielle Ortsableitung
$\frac{\partial}{\partial t}$	Partielle Zeitableitung
cos	Kosinus
div	Divergenz
div_v	Divergenz nach der Geschwindigkeit
exp	Exponentialfunktion
grad	Gradient
grad_v	Gradient nach der Geschwindigkeit
ln	Natürlicher Logarithmus
max	Maximum
min	Minimum
rot	Rotation
sin	Sinus

Literaturverzeichnis

- [1] BMK Redaktion. 50 Jahre UN-Umweltkonferenz: Quo vadis, Klima- & Umweltschutz? <https://infothek.bmimi.gv.at/stockholm-50-jahre-un-umweltkonferenz/>. Zugriff: 07.10.2024.
- [2] United Nations Conference on the Human Environment. Stockholm Declaration on the Human Environment. Report of the United Nations Conference on the Human Environment, UN Doc. A/CONF.48/14, at 2 and Corr.1, 1972. Zugriff: 07.10.2024. [Online]. Verfügbar: <https://undocs.org/A/CONF.48/14>.
- [3] United Nations. *Agenda 21: Programme of Action for Sustainable Development; Rio Declaration on Environment and Development; Statement of Forest Principles: The Final Text of Agreements Negotiated by Governments at the United Nations Conference on Environment and Development (UNCED), 3-14 June 1992, Rio de Janeiro, Brazil*. United Nations Department of Public Information, New York, NY, 1993. Cover title: Agenda 21: The United Nations Programme of Action from Rio.
- [4] United Nations Framework Convention on Climate Change (UNFCCC). Kyoto Protocol to the United Nations Framework Convention on Climate Change. UN Doc. FCC/CP/1997/L.7/Add.1, December 1997. Adopted on 11 December 1997 at the third session of the Conference of the Parties (COP 3) in Kyoto, Japan. [Online]. Verfügbar: <https://unfccc.int/resource/docs/convkp/kpeng.pdf>.
- [5] Bundesministerium für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung (BMZ). Kyoto-Protokoll, 2024. [Online]. Verfügbar: <https://www.bmz.de/de/service/lexikon/kyoto-protokoll-14630>. Zugriff: 07.10.2024.
- [6] Klimaatlas NRW. Klimaschutz, 2024. [Online]. Verfügbar: <https://www.klimaatlas.nrw.de/klimaaerklart/klimaschutz>. Zugriff: 07.10.2024.
- [7] Bundesregierung. FAQ zur Energiewende, 2024. [Online]. Verfügbar: <https://www.bundesregierung.de/breg-de/schwerpunkte/klimaschutz/faq-energiewende-2067498>. Zugriff: 07.10.2024.
- [8] Bundesrepublik Deutschland. Energiewirtschaftsgesetz (EnWG). Bundesgesetzblatt I, S. 1750, 2023. [Online]. Verfügbar: https://www.gesetze-im-internet.de/enwg_2005/. Zugriff: 07.10.2024.
- [9] Bundesministerium für Wirtschaft und Klimaschutz (BMWK). Netze und Netzausbau, 2024. [Online]. Verfügbar: <https://www.bmwk.de/Redaktion/DE/Dossier/netze-und-netzausbau.html>. Zugriff: 07.10.2024.
- [10] Heuck, Klaus, Dettmann, Klaus-Dieter, and Schulz, Detlef. *Elektrische Energieversorgung: Erzeugung, Übertragung und Verteilung elektrischer Energie für Studium und Praxis*. Springer eBook

Collection Computer Science and Engineering. Springer Vieweg, Wiesbaden, 9., aktualisierte und korrigierte Auflage edition, 2013. ISBN: 978-3-8348-2174-4.

- [11] Bundesnetzagentur. Netzentwicklungsplan, 2024. [Online]. Verfügbar: <https://www.netzentwicklungsplan.de/>. Zugriff: 07.10.2024.
- [12] Amprion GmbH. Ultranet, 2024. [Online]. Verfügbar: <https://www.amprion.net/Netzausbau/Aktuelle-Projekte/Ultranet/>. Zugriff: 07.10.2024.
- [13] Freye, Claudius. *Methoden und Aspekte zur Leitfähigkeitsanalyse von Isolationsmaterialien der Kabeltechnologie und zur Isolationskoordination für Systeme der Hochspannungsgleichstromübertragung (HGÜ)*. Dissertation, Technische Universität Dortmund, Dortmund, 2020. [Online]. Verfügbar: <https://eldorado.tu-dortmund.de/bitstream/2003/39217/1/C>.
- [14] Markosyan, Aram H., Teunissen, Jannis, Dujko, Saša, and Ebert, Ute. Comparing Plasma Fluid Models of Different Order for 1D Streamer Ionization Fronts. *Plasma Sources Science and Technology*, 24(6):065002, 2015. [Online]. Verfügbar: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0963-0252/24/6/065002>.
- [15] Birdsall, C. K. Particle-in-Cell Charged-Particle Simulations, Plus Monte Carlo Collisions with Neutral Atoms, PIC-MCC. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 19(2):65–85, 1991. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/27.106800>.
- [16] Reid, I. D. and Hunter, S. R. Comparison Between the Boltzmann and Monte Carlo Simulation Methods for the Determination of Electron Swarm Transport Coefficients in Molecular Hydrogen. *Australian Journal of Physics*, 32(3):255–259, 1979. [Online]. Verfügbar: <https://adsabs.harvard.edu/full/1979AuJPh..32..255R>.
- [17] Dujko, Saša, Markosyan, Aram H., White, R. D., and Ebert, Ute. High-Order Fluid Model for Streamer Discharges: I. Derivation of Model and Transport Data. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 46(47):475202, 2013. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/46/47/475202>.
- [18] Hagelaar, Gerardus Johannes Maria. *Modeling of Microdischarges for Display Technology*. PhD thesis, Technische Universiteit Eindhoven, Eindhoven, 2000. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.6100/IR538700>.
- [19] Boeuf, J. P. and Marode, E. A Monte Carlo Analysis of an Electron Swarm in a Nonuniform Field: The Cathode Region of a Glow Discharge in Helium. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 15(11):2169–2187, 1982. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/15/11/012>.
- [20] Li, Chao, Brok, W. J. M., Ebert, Ute, and van der Mullen, J. J. A. M. Deviations from the Local Field Approximation in Negative Streamer Heads. *Journal of Applied Physics*, 101(12):123305, 2007. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1063/1.2748673>.
- [21] Brok, Wouterus Johannes Maria. *Modelling of Transient Phenomena in Gas Discharges*. PhD thesis, Technische Universiteit Eindhoven, Eindhoven, 2005. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.6100/IR595133>.

- [22] Mattei, S., Nishida, K., Onai, M., Lettry, J., Tran, M. Q., and Hatayama, A. A Fully-Implicit Particle-In-Cell Monte Carlo Collision Code for the Simulation of Inductively Coupled Plasmas. *Journal of Computational Physics*, 350:891–906, 2017. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2017.09.015>.
- [23] Chanrion, O. and Neubert, T. A PIC-MCC Code for Simulation of Streamer Propagation in Air. *Journal of Computational Physics*, 227(15):7222–7245, 2008. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2008.04.016>.
- [24] Krdzalic, Galib. *Simulation der Funkendurchbruchphase in Gasen mittels stochastischer Methoden*. PhD thesis, Technische Universität Dortmund, Dortmund, 2006.
- [25] Stojanovic, V. D. and Petrovic, Z. Lj. Comparison of the Results of Monte Carlo Simulations with Experimental Data for Electron Swarms in from Moderate to Very High Electric Field to Gas Density Ratios. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 31(7):834–846, 1998. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/31/7/013>.
- [26] Longo, Savino. Monte Carlo Models of Electron and Ion Transport in Non-Equilibrium Plasmas. *Plasma Sources Science and Technology*, 9(4):468–476, 2000. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0963-0252/9/4/303>.
- [27] Soria-Hoyo, C., Pontiga, F., and Castellanos, A. Two Dimensional Numerical Simulation of Gas Discharges: Comparison Between Particle-in-Cell and FCT Techniques. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 41(20):205206, 2008. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/41/20/205206>.
- [28] Zhang, Xin-chun, Cao, Ying-ping, Fan, Wei-li, and Ci, Tie-jun. Particle Simulation of Atmospheric Streamer Discharges on Conductors with Surface Protrusion. *AIP Advances*, 8(11):115129, 2018. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1063/1.5049387>.
- [29] Mason, Edward A. and McDaniel, Earl W. *Transport Properties of Ions in Gases*. Wiley-Interscience, New York, 1988. ISBN: 0-471-88385-9.
- [30] Nelson, D., Benhenni, M., Yousfi, M., and Eichwald, O. Basic Data of Polyatomic Ion-Molecule Systems for Flue Gas Discharge Modelling. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 34(22):3247–3255, 2001. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/34/22/308>.
- [31] Nelson, D., Benhenni, M., Eichwald, O., and Yousfi, M. Ion Swarm Data for Electrical Discharge Modeling in Air and Flue Gas Mixtures. *Journal of Applied Physics*, 94(1):96–103, 2003. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1063/1.1582232>.
- [32] Benhenni, M., de Urquijo, J., Yousfi, M., Hernandez-Avila, J. L., Merbahi, N., Hinojosa, G., and Eichwald, O. Measured and Calculated SF₆ Collision and Swarm Ion Transport Data in SF₆-Ar and SF₆-Xe Mixtures. *Physical Review E*, 71(3):036405, 2005. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.71.036405>.
- [33] Benhenni, M., Yousfi, M., Bekstein, A., Eichwald, O., and Merbahi, N. Analysis of Ion Mobility and Diffusion in Atmospheric Gaseous Mixtures from Monte Carlo Simulation and Macroscopic

- Laws. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 39(22):4886–4893, 2006. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/39/22/022>.
- [34] Bekstein, A., Benhenni, M., and Yousfi, M. Collision Cross Sections and Swarm Coefficients of Water Vapour Ion Clusters $(\text{H}_2\text{O})_n\text{H}^+$ with $n = 1, 2$ and 3 in N_2 , O_2 and Air. *The European Physical Journal D*, 61(1):153–159, 2011. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1140/epjd/e2010-10376-7>.
- [35] Ranković, M., Chalabala, J., Zawadzki, M., Kočišek, J., Slavíček, P., and Fedor, J. Dissociative Ionization Dynamics of Dielectric Gas $\text{C}_3\text{F}_7\text{CN}$. *Physical Chemistry Chemical Physics*, 21(30):16451–16458, 2019. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1039/C9CP02188D>.
- [36] Raether, H. Die Entwicklung der Elektronenlawine in den Funkenkanal. *Zeitschrift für Physik*, 112(7–8):464–489, 1939. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1007/BF01340229>.
- [37] Loeb, Leonard B. and Meek, John M. The Mechanism of Spark Discharge in Air at Atmospheric Pressure. I. *Journal of Applied Physics*, 11(6):438–447, 1940. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1063/1.1712792>.
- [38] Davies, A. J. Electrical Breakdown of Gases: The Spatio-Temporal Growth of Ionization in Fields Distorted by Space Charge. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 281(1385):164–183, 1964. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1098/rspa.1964.0176>.
- [39] Abbas, I. and Bayle, P. A Critical Analysis of Ionising Wave Propagation Mechanisms in Breakdown. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 13(6):1055–1068, 1980. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/13/6/015>.
- [40] Abbas, I. and Bayle, P. Non-Equilibrium Between Electrons and Field in a Gas Breakdown Ionising Wave. I. Macroscopic Model. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 14(4):649–660, 1981. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/14/4/019>.
- [41] Abbas, I. and Bayle, P. Non-Equilibrium Between Electrons and Field in a Gas Breakdown Ionising Wave. II. Structure of the Leading Edge. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 14(4):661–674, 1981. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/14/4/020>.
- [42] Toro, Eleuterio F. *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics: A Practical Introduction*. Springer, Berlin, Heidelberg, 3rd ed., softcover reprint of the hardcover 3rd ed. edition, 2009. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1007/b79761>.
- [43] Boris, Jay P. and Book, David L. Flux-Corrected Transport. I. SHASTA, a Fluid Transport Algorithm That Works. *Journal of Computational Physics*, 11(1):38–69, 1973. [Online]. Verfügbar: [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(73\)90147-2](https://doi.org/10.1016/0021-9991(73)90147-2).
- [44] Zalesak, Steven T. Fully Multidimensional Flux-Corrected Transport Algorithms for Fluids. *Journal of Computational Physics*, 31(3):335–362, 1979. [Online]. Verfügbar: [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(79\)90051-2](https://doi.org/10.1016/0021-9991(79)90051-2).

- [45] Georghiou, G. E., Morrow, R., and Metaxas, A. C. Two-Dimensional Simulation of Streamers Using the FE-FCT Algorithm. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 33(3):L27–L32, 2000. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/33/3/101>.
- [46] Kuzmin, D., Möller, M., and Turek, S. Multidimensional FEM-FCT Schemes for Arbitrary Time Stepping. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 42(3):265–295, 2003. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1002/flid.493>.
- [47] Morrow, R. Space-Charge Effects in High-Density Plasmas. *Journal of Computational Physics*, 46(3):454–461, 1982. [Online]. Verfügbar: [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(82\)90026-2](https://doi.org/10.1016/0021-9991(82)90026-2).
- [48] Morrow, R. Theory of Negative Corona in Oxygen. *Physical Review A*, 32(3):1799–1809, Sep 1985. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.32.1799>.
- [49] Morrow, R. Theory of Electrical Corona in SF₆. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 382(1–2):57–65, 1996. [Online]. Verfügbar: [https://doi.org/10.1016/S0168-9002\(96\)00504-9](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(96)00504-9).
- [50] Morrow, R. and Lowke, J. J. Streamer Propagation in Air. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 30(4):614–627, 1997. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/30/4/017>.
- [51] Lin, S. L., Robson, R. E., and Mason, E. A. Moment Theory of Electron Drift and Diffusion in Neutral Gases in an Electrostatic Field. *The Journal of Chemical Physics*, 71(8):3483–3498, 1979. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1063/1.438738>.
- [52] Kumar, Kailash, Skullerud, H. R., and Robson, R. E. Kinetic Theory of Charged Particle Swarms in Neutral Gases. *Australian Journal of Physics*, 33(2):343–448, 1980. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1071/PH800343b>.
- [53] Wu, C. and Kunhardt, E. E. Formation and Propagation of Streamers in N₂ and N₂–SF₆ Mixtures. *Physical Review A*, 37(11):4396–4406, 1988. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.37.4396>.
- [54] Gummel, H. K. A Self-Consistent Iterative Scheme for One-Dimensional Steady-State Transistor Calculations. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 11(10):455–465, 1964. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/T-ED.1964.15364>.
- [55] A. A. Kulikovskiy. Two-dimensional simulation of the positive streamer in n₂ between parallel-plate electrodes. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 28(12):2483–2493, 1995. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/28/12/015>.
- [56] Georghiou, G. E., Morrow, R., and Metaxas, A. C. The Effect of Photoemission on the Streamer Development and Propagation in Short Uniform Gaps. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 34(2):200–208, 2001. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/34/2/308>.
- [57] O. Eichwald, O. Ducasse, N. Merbahi, M. Yousfi, and D. Dubois. Effect of order fluid models on flue gas streamer dynamics. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 39(1):99–107, 2006. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/39/1/015>.

- [58] Luque, A. and Ebert, U. Density Models for Streamer Discharges: Beyond Cylindrical Symmetry and Homogeneous Media. *Journal of Computational Physics*, 231(3):904–918, 2012. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2011.04.019>.
- [59] Walther Deutsch. Über die dichtevertelung unipolarer ionenströme. *Annalen der Physik*, 408(5):588–612, 1933. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1002/andp.19334080508>.
- [60] Maruvada, P. Sarma and Bisnath, Sanjeev. *Corona in Transmission Systems: Theory, Design and Performance*, volume 7 of *Eskom Power Series*. Crown Publications, Johannesburg, South Africa, 2011. ISBN: 978-0-620-49388-8.
- [61] Ueli Straumann. Mechanism of the tonal emission from ac high voltage overhead transmission lines. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 44(7):075501, 2011. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/44/7/075501>.
- [62] P. Sarma Maruvada and Wasyl Janischewskyj. Analysis of corona losses on dc transmission lines: I – unipolar lines. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-88(5):1055–1064, 1969. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/TPAS.1969.292362>.
- [63] VDE Verband der Elektrotechnik Elektronik Informationstechnik e.V. DIN VDE V 0210-9 (VDE V 0210-9): Technische Anforderungen an Elektrische Anlagen. Beuth Verlag GmbH, Dec. 2023.
- [64] Beyer, Manfred and Boeck, Wolfram. *Hochspannungstechnik: Theoretische und Praktische Grundlagen für die Anwendung*. Springer, Berlin, Heidelberg, Berichtiger Nachdruck edition, 1992. ISBN: 3-540-16014-0.
- [65] Kuchler, Andreas. *Hochspannungstechnik: Grundlagen – Technologie – Anwendungen*. VDI-Buch. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 4. aufl. 2017 edition, 2017. ISBN: 978-3-662-54700-7.
- [66] Kind, Dieter. *Einführung in die Hochspannungs-Versuchstechnik*. Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden, 1978. ISBN: 978-3-528-13805-9.
- [67] Les Renardières Group. Positive Discharges in Long Air Gaps at Les Renardières: 1975 Results and Conclusions. *Electra*, 53:31–153, 1977.
- [68] CIGRÉ Working Group. Guidelines for the Evaluation of the Dielectric Strength of External Insulation, 1992.
- [69] VDE Verband der Elektrotechnik Elektronik Informationstechnik e.V. DIN EN IEC 60071-1 (VDE 0111-1): Insulationskoordination – Teil 1: Grundlagen. Beuth Verlag GmbH, Oktober. 2022.
- [70] VDE Verband der Elektrotechnik Elektronik Informationstechnik e.V. DIN EN IEC 60071-11 (VDE 0111-11): Insulationskoordination – Teil 11: Anwendungsrichtlinien. Beuth Verlag GmbH, Aug. 2023.
- [71] VDE Verband der Elektrotechnik Elektronik Informationstechnik e.V. DIN EN IEC 60071-12 (VDE 0111-12): Insulationskoordination – Teil 12: Grundlagen für die Dimensionierung von Isolierstoffen. Beuth Verlag GmbH, Dec. 2023.

- [72] Luigi Paris and Rosario Cortina. Switching and Lightning Impulse Discharge Characteristics of Large Air Gaps and Long Insulator Strings. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-87(4):947–957, Apr. 1968. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/TPAS.1968.292069>.
- [73] N. L. Allen and M. Boutlendj. Pre-Breakdown Streamer Pulses in Long Air Gaps Under Positive Direct Voltages. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 26(5):760–766, 1993. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/26/5/007>.
- [74] Irina Ovsyanko. *Entladungsverhalten von Luftfunkenstrecken bei hohen Gleichspannungen*. PhD thesis, Technische Universität Dresden, Dresden, 2013. ISBN: 978-3-8440-1678-9.
- [75] Niels Knudsen and Francesco Iliceto. Flashover Tests on Large Air Gaps with DC Voltage and with Switching Surges Superimposed on DC Voltage. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-89(5):781–788, 1970. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/TPAS.1970.292634>.
- [76] G. Carrara and L. Thione. Switching Surge Strength of Large Air Gaps: A Physical Approach. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 95(2):512–524, 1976. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/T-PAS.1976.32131>.
- [77] B. Hutzler and D. Hutzler-Barre. Leader Propagation Model for Predetermination of Switching Surge Flashover Voltage of Large Air Gaps. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-97(4):1087–1096, 1978. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/TPAS.1978.354588>.
- [78] G. Aleksandrov and G. Podporkyn. Analysis of Experimental Data on the Electric Strength of Long Air Gaps. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-98(2):597–605, 1979. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/TPAS.1979.319409>.
- [79] I. Fofana and A. Béréal. A Predictive Model of the Positive Discharge in Long Air Gaps Under Pure and Oscillating Impulse Shapes. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 30(11):1653–1667, 1997. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/30/11/015>.
- [80] Marley Becerra and Vernon Cooray. A Self-Consistent Upward Leader Propagation Model. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 39(16):3708–3715, 2006. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/39/16/028>.
- [81] Manfred Kahle. *Elektrische Isoliertechnik*. Springer, Berlin and Heidelberg, 1. Aufl. edition, 1989. ISBN: 3-540-19369-3.
- [82] Gianni Biasiutti. *Neue Isoliergase für Gekapselte Hochspannungsanlagen*. Dissertation, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich (ETH Zürich), 1985. ETH Diss. Nr. 9992.
- [83] Bazeljan, Eduard M. and Rajzer, Jurij P. *Spark Discharge*. CRC Press, Boca Raton, Fla. and New York, NY, 1998. ISBN: 0-8493-2868-3.
- [84] G. J. M. Hagelaar. Beyond BOLSIG+: Monte Carlo Simulation of Electron and Ion Swarms to Obtain Transport and Rate Coefficients for Plasma Modeling. *Physics of Plasmas*, 32(4):043501, 2025. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1063/5.0253023>.

- [85] VDE Verband der Elektrotechnik Elektronik Informationstechnik e.V. DIN IEC/TR 62681 (VDE 0210-99): Leitfaden für Schaltanlagen mit SF₆-Gas (Schwefelhexafluorid). Beuth Verlag GmbH, Jul. 2018.
- [86] Kuzmin, Dmitri. *Flux-Corrected Transport: Principles, Algorithms, and Applications*. Scientific Computation Ser. Springer Netherlands, Dordrecht, 2nd ed. edition, 2012. ISBN: 978-94-007-4038-9.
- [87] Geiser, Juergen. *Computational Engineering: Theorie und Praxis der Transportmodelle*. SpringerLink Bücher. Springer Vieweg, Wiesbaden, 2018. ISBN: 978-3-658-18708-8.
- [88] Vogt, Tobias. *Teilentladungsdiagnose bei Gleichspannung*. PhD thesis, Technische Universität Dortmund, Uelvesbüll, 2015. ISBN: 978-3-86247-553-7.
- [89] Lieberman, M. A. *Principles of Plasma Discharges and Materials Processing*. Wiley-Interscience, Hoboken, N.J., 2nd ed. edition, 2005. ISBN: 0-471-72001-1.
- [90] Wadhwa, C. L. *High Voltage Engineering*. New Age International (P) Ltd. Publishers, New Delhi, 2nd ed. edition, 2007. ISBN: 978-81-224-2323-5.
- [91] Baehr, Hans Dieter and Kabelac, Stephan. *Thermodynamik: Grundlagen und Technische Anwendungen*. Springer eBooks. Springer, 2006. ISBN: 978-3-662-49568-1.
- [92] P. A. Vitello, B. M. Penetrante, and J. N. Bardsley. Simulation of Negative-Streamer Dynamics in Nitrogen. *Phys. Rev. E*, 49(6):5574–5598, Jun. 1994. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.49.5574>.
- [93] Peier, Dirk. *Einführung in die Elektrische Energietechnik*. ELTEX. Hüthig, Heidelberg, 1987. ISBN: 3-7785-1436-9.
- [94] Stroth, Ulrich. *Plasmaphysik: Phänomene, Grundlagen und Anwendungen*. SpringerLink Bücher. Springer Spektrum, Berlin and Heidelberg, 2. auflage edition, 2018. ISBN: 978-3-662-55236-0.
- [95] Meek, John M., editor. *Electrical Breakdown of Gases*. A Wiley-Interscience Publication. Wiley, Chichester, 1978. ISBN: 0-471-99553-3.
- [96] Raether, H. *Electron Avalanches and Breakdown in Gases*. Butterworths Advanced Physics Series. Butterworths, 1964.
- [97] Kuffel, Edmund, Zaengl, W. S., and Kuffel, J. *High Voltage Engineering: Fundamentals*. Newnes Elsevier, Amsterdam, 2. ed., reprint edition, 2008. ISBN: 0-7506-3634-3.
- [98] Abdel-Salam, Mazen. *High-Voltage Engineering: Theory and Practice*, volume 110 of *Electrical and Computer Engineering*. Dekker, New York, NY and Basel, 2. ed., rev. and expanded edition, 2000. ISBN: 0-8247-0402-9.
- [99] Qiu, Zhibin. *Air Insulation Prediction Theory and Applications*. Power Systems Ser. Springer Singapore Pte. Limited, Singapore, 2019. ISBN: 978-981-10-5163-0.
- [100] Peek, F. W. *Dielectric Phenomena in High Voltage Engineering*. McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1929.

- [101] Beroual, Abderrahmane and Fofana, Issouf. *Discharge in Long Air Gaps: Modelling and Applications*. IOP Expanding Physics. IOP Publishing, Bristol, UK, version: 20160601 edition, 2016. ISBN: 978-0-7503-1236-3.
- [102] Lowke, J. J. and D’Alessandro, F. Onset Corona Fields and Electrical Breakdown Criteria. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 36(21):2673–2682, 2003. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/36/21/013>.
- [103] I. Gallimberti. A Computer Model for Streamer Propagation. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 5(12):2179–2189, 1972. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/5/12/307>.
- [104] N. Goelian, P. Lalande, A. Bondiou-Clergerie, G. L. Bacchiega, A. Gazzani, and I. Gallimberti. A Simplified Model for the Simulation of Positive-Spark Development in Long Air Gaps. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 30(17):2441–2452, 1997. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/30/17/010>.
- [105] P. Ortéga, F. Heilbronner, F. Rühling, R. Díaz, and M. Rodière. Charge–Voltage Relationship of the First Impulse Corona in Long Airgaps. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 38(13):2215–2226, 2005. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/38/13/021>.
- [106] Liliana Arevalo, Vernon Cooray, Dong Wu, and Bjorn Jacobson. A New Static Calculation of the Streamer Region for Long Spark Gaps. *Journal of Electrostatics*, 70(1):15–19, 2012. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1016/j.elstat.2011.07.013>.
- [107] F. A. M. Rizk. Switching Impulse Strength of Air Insulation: Leader Inception Criterion. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 4(4):2187–2195, 1989. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/61.35646>.
- [108] Ortega, Pascal. *Comportement Diélectrique de Grands Intervalles d’Air Soumis à des Ondes de Tension de Polarité Positive ou Négative*. PhD thesis, Université de Pau et des Pays de l’Adour, 1992.
- [109] Liliana Arévalo. *Numerical Simulations of Long Spark and Lightning Attachment*. PhD thesis, Uppsala University, Uppsala, Sweden, 2011.
- [110] Giao, Trinh and Jordan, Jan. Modes of Corona Discharges in Air. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-87(5):1207–1215, 1968. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/TPAS.1968.292211>.
- [111] Maximilian Stumpe. *Entwicklung eines automatischen Wiedereinschaltkonzeptes für selbstgeführte HGÜ-Systeme mit Fehlerstromregelungsvermögen*. PhD thesis, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, 2019.
- [112] Hess, Helmut. *Der elektrische Durchschlag in Gasen: Der elektrische Durchschlag und die Entwicklung des Funkens in Gasen*, volume 162 of *Wissenschaftliche Taschenbücher Mathematik, Physik*. Akademie-Verlag, Berlin, 1976. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1515/9783112621820>.
- [113] Friedrich, Georg Hermann. *Die physikalischen Entladungparameter der synthetischen Luft unter dem Einfluss der Feuchte und der Temperatur*. PhD thesis, ETH Zürich, 1992.

- [114] Kortenbrede, Jens. *Methode zur Einflussbewertung des Luftdrucks auf den Ionenstrom an einer Gleichspannungsleitung*. PhD thesis, Technische Universität Dortmund, Düren, Deutschland, 2021.
- [115] Nehra, Vijay, Kumar, Ashok, and Dwivedi, H. K. Atmospheric Non-Thermal Plasma Sources. *International Journal of Electronics*, 2008. [Online]. Verfügbar: <https://www.cscjournals.org/library/manuscriptinfo.php?mc=IJE-12>.
- [116] Becker, Markus M. and Loffhagen, Detlef. Derivation of Moment Equations for the Theoretical Description of Electrons in Nonthermal Plasmas. *Advances in Pure Mathematics*, 03(03):343–352, 2013. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.4236/apm.2013.33049>.
- [117] Becker, Markus. *Hydrodynamische Modellierung anisothermer Argonplasmaen*. PhD thesis, Universität Greifswald, 2012.
- [118] Mathis, Wolfgang and Reibiger, Albrecht. *Küpfmüller Theoretische Elektrotechnik: Elektromagnetische Felder, Schaltungen und elektronische Bauelemente*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 20. Aufl. 2017 edition, 2017. ISBN: 978-3-662-54837-0.
- [119] Nijdam, Sander, Teunissen, Jannis, and Ebert, Ute. The physics of streamer discharge phenomena. *Plasma Sources Science and Technology*, 29(10):103001, 2020. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/1361-6595/abaa05>.
- [120] Karpfinger, Christian. *Höhere Mathematik in Rezepten: Begriffe, Sätze und zahlreiche Beispiele in kurzen Lerneinheiten*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2. Aufl. 2015 edition, 2015. ISBN: 978-3-662-43810-7.
- [121] Nolting, Wolfgang. *Grundkurs Theoretische Physik 1: Klassische Mechanik und mathematische Vorbereitungen*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 11. Aufl. 2018 edition, 2018. ISBN: 978-3-662-57583-3.
- [122] Teunissen, Jannis and Ebert, Ute. Simulating streamer discharges in 3D with the parallel adaptive Afivo framework. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 50(47):474001, 2017. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/1361-6463/aa8faf>.
- [123] Guo, Jing-Ming and Wu, Chwan-Hwa John. Two-dimensional nonequilibrium fluid models for streamers. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 21(6):684–695, 1993. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/27.256788>.
- [124] Wiesemann, Klaus. *Einführung in die Gaselektronik: Grundlagen der Elektrizitätsleitung in Gasen*. Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden, 1. Aufl. 1976 edition, 1976. ISBN: 978-3-519-03014-0.
- [125] Makabe, T. and Petrovic, Z. *Plasma electronics: Applications in microelectronic device fabrication*. CRC Press, Boca Raton, 2nd ed. edition, 2015. ISBN: 978-1-4822-2210-4.
- [126] LXCat Team. LXCat: Online Database for Electron Scattering Cross Sections and Other Data. LXCat Online Database, 2024. [Online]. Verfügbar: https://nl.lxcat.net/data/set_type.php.

- [127] Morrow, R. and Sato, N. The discharge current induced by the motion of charged particles in time-dependent electric fields; Sato's equation extended. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 32(5):L20–L22, 1999. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/32/5/005>.
- [128] Cheng, Lin, Feng, Hua, and He, Jian. HVDC development and its reliability in China. *2013 IEEE Power & Energy Society General Meeting*, pages 1–5, 2013. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/PESMG.2013.6672377>.
- [129] Kießling, Friedrich, Nefzger, Peter, and Kaintzyk, Ulf. *Freileitungen: Planung, Berechnung, Ausführung*. Springer eBook Collection. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 5., vollständig neu bearbeitete auflage edition, 2001. ISBN: 978-3-642-62673-9.
- [130] Bundesministerium für Umwelt, Naturschutz, nukleare Sicherheit und Verbraucherschutz (BMUV). 26. Verordnung zur Durchführung des Bundes-Immissionsschutzgesetzes (BImSchV) - Verordnung über elektromagnetische Felder. Bundesgesetzblatt I, Nr. 44, 2013. [Online]. Verfügbar: https://www.gesetze-im-internet.de/bimschv_26/.
- [131] Weyer, Hartmut. *BMU-Studie Ökologische Auswirkungen von 380-kV-Erdleitungen und HGÜ-Erdleitungen: Bericht der Arbeitsgruppe Recht*, volume v.4 of *Schriftenreihe des Energie-Forschungszentrums Niedersachsen (EFZN)*. Cuvillier Verlag, Göttingen, 1st ed. edition, 2012. ISBN: 978-3954040261.
- [132] Aissou, Massinissa, Aitsaid, Hakim, Nouri, Hamou, and Zebboudj, Youcef. Analysis of current density and electric field beneath a bipolar DC wires-to-plane corona discharge in humid air. *The European Physical Journal Applied Physics*, 61(3):30803, 2013. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1051/epjap/2013120172>.
- [133] Pfeiffer, Martin. *Ion-Flow Environment of HVDC and Hybrid AC/DC Overhead Lines*. PhD thesis, ETH Zurich, 2017.
- [134] Akazaki, M. Corona Phenomena from Water Drops on Smooth Conductors under High Direct Voltage. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 84(1):1–8, 1965. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/TPAS.1965.4766101>.
- [135] Chartier, V. L., Sarkinen, S. H., Stearns, R. D., and Burns, A. L. Investigation of Corona and Field Effects of AC/DC Hybrid Transmission Lines. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-100(1):72–80, 1981. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/TPAS.1981.316889>.
- [136] Bandopadhyay, Aditya and Ghosh, Uddipta. Electrohydrodynamic Phenomena. *Journal of the Indian Institute of Science*, 98(2):201–225, 2018. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1007/s41745-018-0075-3>.
- [137] Chang, J.-S., Lawless, P. A., and Yamamoto, T. Corona discharge processes. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 19(6):1152–1166, 1991. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/27.125038>.
- [138] Park, Yoonho, Jha, Rakesh Kumar, Park, Chulwon, Rhee, Sang-Bong, Lee, Jae-Hyun, Park, Chang-Gi, and Lee, Se-Hee. Fully Coupled Finite Element Analysis for Ion Flow Field Under HVDC Transmission Lines Employing Field Enhancement Factor.

- IEEE Transactions on Power Delivery*, 33(6):2856–2863, 2018. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2018.2854678>.
- [139] Huber, Philipp, Kortenbrede, Jens, and Jenau, Frank. Ion Current Density for a Bipolar HVDC Transmission Line Analysed by Numerical Simulations. *VDE High Voltage Technology 2020; ETG-Symposium*, pages 1–5, 2020. ISBN: 978-3-8007-5353-6.
- [140] Stricker, Gregor. *Zu Störfeldern infolge von äußeren Teilentladungen, Gasdurchschlägen und Kontaktlichtbögen*. PhD thesis, Technische Universität Dortmund, 1997.
- [141] Townsend, John S. XI. The potentials required to maintain currents between coaxial cylinders. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 28(163):83–90, 1914. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1080/14786440708635186>.
- [142] V. Popkov. The theory of bipolar corona on conductors. Technical report, National Research Council Canada, Technical Translations, 1948.
- [143] VDE Verband der Elektrotechnik Elektronik Informationstechnik e.V. DIN EN 60060-1 (VDE 0432-1): 2011-10 - Hochspannungs-Prüftechnik: Teil 1: Allgemeine Begriffe und Prüfbedingungen (IEC 60060-1), Oktober 2011.
- [144] Görtz, Max Heinrich. *Elektromagnetische transiente Ausgleichsvorgänge in HGÜ-Systemen und deren Auswirkung auf die Isolationskoordination von Kabelanlagen*. PhD thesis, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Karlsruhe, Deutschland, 2021.
- [145] Claudius Freye, Jens Kortenbrede, Lars Vogelsang, and Frank Jenau. Synthetic laboratory imitation of transient voltage stresses of mmc-hvdc links. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 33(2):1–6, 2018. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/EEEIC.2018.8494381>.
- [146] Goertz, M., Wenig, S., Beckler, S., Hirsching, C., Suriyah, M., and Leibfried, T. Overvoltage characteristics in symmetrical monopolar HB MMC-HVDC configuration comprising long cable systems. *Electric Power Systems Research*, 189:106603, 2020. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2020.106603>.
- [147] Lars Vogelsang, Saskia Dusdieker, and Frank Jenau. Upgraded circuit simulation and test circuit design for transient overvoltages in mmc hvdc links. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 36(4):1–5, 2021. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/UPEC50034.2021.9548173>.
- [148] M. Goertz, S. Wenig, M. Suriyah, and T. Leibfried. Determination of transient overvoltages in a bipolar mmc-hvdc link with metallic return. *Power Systems Computation Conference (PSCC)*, pages 1–7, 2018. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.23919/PSCC.2018.8442507>.
- [149] Hilgarth, Günther. *Hochspannungstechnik: Mit 46 Beispielen*. Leitfaden der Elektrotechnik / Moeller. Hrsg. von Hans Fricke. Teubner, Stuttgart, 3., durchges. aufl. edition, 1997. ISBN: 3-519-26422-6.
- [150] Fofana, I. and Beroual, A. Modelling of the leader current with an equivalent electrical network. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 28(2):305–313, 1995. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/28/2/012>.

- [151] Zhang, Bo, He, Jinliang, and Ji, Yiming. Dependence of the average mobility of ions in air with pressure and humidity. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, 24(2):923–929, 2017. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/TDEI.2017.006542>.
- [152] Inuma, K., Mason, E. A., and Viehland, L. A. Tests of approximate formulae for the calculation of ion mobility and diffusion in gas mixtures. *Molecular Physics*, 61(5):1131–1150, 1987. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1080/00268978700101691>.
- [153] Hagelaar, G. J. M. BOLSIG+ Electron Boltzmann Equation Solver. Online, 2024. [Online]. Verfügbar: <https://www.bolsig.laplace.univ-tlse.fr/index.html>.
- [154] Hagelaar, G. J. M. and Pitchford, L. C. Solving the Boltzmann equation to obtain electron transport coefficients and rate coefficients for fluid models. *Plasma Sources Science and Technology*, 14(4):722–733, 2005. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0963-0252/14/4/011>.
- [155] Birdsall, C. K. and Langdon, A. Bruce. *Plasma physics via computer simulation*. Series in Plasma Physics. Taylor & Francis Group, Boca Raton, 2004. ISBN: 9781315275048.
- [156] Vahedi, V. and Surendra, M. A Monte Carlo collision model for the particle-in-cell method: applications to argon and oxygen discharges. *Computer Physics Communications*, 87(1-2):179–198, 1995. [Online]. Verfügbar: [https://doi.org/10.1016/0010-4655\(94\)00171-W](https://doi.org/10.1016/0010-4655(94)00171-W).
- [157] Liu, Yunpeng, Huang, Shilong, and Zhu, Lei. Influence of humidity and air pressure on the ion mobility based on drift tube method. *CSEE Journal of Power and Energy Systems*, 1(3):37–41, 2015. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.17775/CSEEJPES.2015.00033>.
- [158] Lapenta, Giovanni. Kinetic Plasma Simulation: Particle In Cell Method. *Unpublished*, 2015. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.13140/RG.2.1.3319.2801>.
- [159] LeVeque, Randall J. *Finite difference methods for ordinary and partial differential equations: Steady-state and time-dependent problems*, volume 98 of *Other titles in applied mathematics*. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM 3600 Market Street Floor 6 Philadelphia PA 19104), Philadelphia, Pa., 2007. ISBN: 978-0898716290.
- [160] VDE Verband der Elektrotechnik Elektronik Informationstechnik e.V. DIN EN IEC 62271-203 (VDE 0671-203): 2023-04 - High-voltage switchgear and controlgear - Part 203: Gas-insulated metal-enclosed switchgear for rated voltages above 52 kV. VDE Verlag, Apr. 2023.
- [161] Zhang, Boya, Uzelac, Nenad, and Cao, Yang. Fluoronitrile/CO₂ mixture as an eco-friendly alternative to SF₆ for medium voltage switchgears. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, 25(4):1340–1350, 2018. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/TDEI.2018.007146>.
- [162] Lühring, Ulrich, Wienold, Daniel, and Jenau, Frank. Influence of humidity on pulse shape parameters of positive corona discharges in air at DC voltage. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, 25(4):1340–1350, 2017. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/EEEIC.2017.7977676>.
- [163] Chen, Xiaoyue, He, Wangling, Du, Xinyu, Yuan, Xiaoqing, Lan, Lei, Wen, Xishan, and Wan, Baoquan. Electron swarm parameters and Townsend coefficients of atmospheric corona discharge

- plasmas by considering humidity. *Physics of Plasmas*, 25(6):063525, 2018. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1063/1.5025116>.
- [164] Munn, R. J., Mason, E. A., and Smith, Francis J. Some Aspects of the Quantal and Semiclassical Calculation of Phase Shifts and Cross Sections for Molecular Scattering and Transport. *The Journal of Chemical Physics*, 41(12):3978–3988, 1964. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1063/1.1725845>.
- [165] Isermann, Rolf and Münchhof, Marco. *Identification of Dynamic Systems*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2011. ISBN: 978-3-540-78878-2.
- [166] VDE Verband der Elektrotechnik Elektronik Informationstechnik e.V. DIN EN IEC 60480 (VDE 0373-2): Gebrauchtes Schwefelhexafluorid (SF₆) und Gemische von SF₆ mit Luft – Anleitung für die Überprüfung und Aufarbeitung. Beuth Verlag GmbH, Jun. 2020.
- [167] Fridman, Alexander. *Plasma Chemistry*. Cambridge University Press, Cambridge, online-ausg edition, 2008. ISBN: 978-0-511-54607-5.
- [168] COMSOL AB. COMSOL Multiphysics User’s Guide, 2024. [Online]. Verfügbar: <https://www.comsol.com>.
- [169] Dahmen, Wolfgang and Reusken, Arnold. *Numerik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. Springer-Lehrbuch. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2. aufl. 2008 edition, 2008. ISBN: 978-3-540-76492-2.
- [170] Munz, Claus-Dieter and Westermann, Thomas. *Numerische Behandlung gewöhnlicher und partieller Differenzialgleichungen: Ein anwendungsorientiertes Lehrbuch für Ingenieure*. SpringerLink Bücher. Springer Vieweg, Berlin, 4., verbesserte und überarbeitete auflage edition, 2019. ISBN: 978-3-662-55886-7.
- [171] Schwarz, Hans Rudolf. *Numerische Mathematik*. SpringerLink Bücher. Teubner, Wiesbaden, 6., überarbeitete auflage edition, 2006. ISBN: 978-3-8351-0114-2.
- [172] Simon Širca and Horvat, Martin. *Computational methods in physics: Compendium for students*. Graduate texts in physics. Springer, Cham, second edition edition, 2018. ISBN: 978-3-319-78619-3.
- [173] Li, Jichun and Chen, Yi-Tung. *Computational partial differential equations using MATLAB*. A Chapman & Hall Book. Chapman and Hall/CRC, an imprint of Taylor and Francis, Boca Raton, FL, first edition edition, 2008. ISBN: 978-1-4200-8905-9.
- [174] Stickler, Benjamin A. *Basic Concepts in Computational Physics*. SpringerLink Bücher. Springer, Cham, 2nd ed. 2016 edition, 2016. ISBN: 978-3-319-27263-4.
- [175] Hesthaven, Jan S. *Numerical methods for conservation laws: From analysis to algorithms*, volume 18 of *Computational science and engineering series*. SIAM Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 2018. ISBN: 978-1-61197-509-3.
- [176] Toulorge, T. and Desmet, W. CFL Conditions for Runge–Kutta discontinuous Galerkin methods on triangular grids. *Journal of Computational Physics*, 230(12):4657–4678, 2011. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2011.02.040>.

- [177] Chalmers, N., Krivodonova, L., and Qin, R. Relaxing the CFL Number of the Discontinuous Galerkin Method. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 36(4):A2047–A2075, 2014. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1137/130927504>.
- [178] Buffa, A., Hughes, T. J. R., and Sangalli, G. Analysis of a Multiscale Discontinuous Galerkin Method for Convection–Diffusion Problems. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 44(4):1420–1440, 2006. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1137/050640382>.
- [179] Zulehner, Walter. *Numerische Mathematik: Eine Einführung anhand von Differentialgleichungsproblemen Band 2: Instationäre Probleme*. SpringerLink Bücher. Springer Basel, Basel, 2011. ISBN: 978-3-7643-8428-9.
- [180] Rosti, Marco E. and Brandt, Luca. Numerical simulation of turbulent channel flow over a viscous hyper-elastic wall. *Journal of Fluid Mechanics*, 819:94–133, 2017. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1017/jfm.2017.617>.
- [181] Scherer, Philipp O. J. *Computational Physics: Simulation of Classical and Quantum Systems*. Graduate texts in physics. Springer, Cham, third edition edition, 2017. ISBN: 978-3-319-61087-0.
- [182] Burman, Erik, Hansbo, Peter, and Larson, Mats G. Dirichlet Boundary Value Correction using Lagrange Multipliers. *arXiv*, 2019. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1007/s10543-019-00773-4>.
- [183] Santra, Robin. *Einführung in den Lagrange- und Hamilton-Formalismus: Kanonische Theorie klassischer Teilchen und Felder*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 1. aufl. 2022 edition, 2022. ISBN: 978-3-662-65358-6.
- [184] Engeln-Müllges, Gisela. *Numerik-Algorithmen: Verfahren, Beispiele, Anwendungen*. Xpert.press Ser. Springer, Berlin, zehnte, überarbeitete und erweiterte auflage edition, 2011. ISBN: 978-3-642-13472-2.
- [185] Kleinl, Andreas. Berechnung der Kapazitätsbeläge von Freileitungen. Master’s thesis, TU Wien, 2020.
- [186] Schon, Klaus. *Hochspannungsmesstechnik: Grundlagen - Messgeräte - Messverfahren*. Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, Wiesbaden, 2016. ISBN: 978-3-658-15178-2.
- [187] Hoffmann, Rüdiger and Wolff, Matthias. *Intelligente Signalverarbeitung 1*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2014. ISBN: 978-3-662-45322-3.
- [188] American National Standards Institute, IEEE Power Engineering Society, Institute of Electrical and Electronics Engineers, and IEEE Standards Board. *IEEE guide for the measurement of DC electric-field strength and ion related quantities*. Institute of Electrical and Electronics Engineers, New York, N.Y., USA, 1990. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/IEEESTD.1990.101059>.
- [189] Ludpa, Savinee and Yutthagowith, Peerawut. Curve Fitting for Lightning Impulse Tests According to Standard IEC 60060-1:2010 by Levenberg-Marquardt Algorithm. *2018 Australasian Universities Power Engineering Conference (AUPEC)*, pages 1–5, 2018. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/AUPEC.2018.8757872>.

- [190] VDE Verband der Elektrotechnik Elektronik Informationstechnik e.V. DIN EN 60060-1 (VDE 0432-1):2011-10 – Hochspannungs-Prüftechnik: Teil 1: Allgemeine Begriffe und Prüfbedingungen (IEC 60060-1), Oktober 2011.
- [191] Proakis, John G. and Manolakis, Dimitris G. *Digital signal processing*. Pearson Education Limited, Harlow, 4th edition, pearson new international edition edition, 2014. ISBN: 978-1-292-02573-5.
- [192] Gallimberti, I., Bacchiega, G., Bondiou-Clergerie, Anne, and Lalande, Philippe. Fundamental processes in long air gap discharges. *Comptes Rendus. Physique*, 3(10):1335–1359, 2002. [Online]. Verfügbar: [https://doi.org/10.1016/S1631-0705\(02\)01414-7](https://doi.org/10.1016/S1631-0705(02)01414-7).
- [193] Domens, P., Gibert, A., Dupuy, J., and Hutzler, B. Propagation of the positive streamer-leader system in a 16.7 m rod-plane gap. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 24(10):1748–1757, 1991. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/24/10/009>.
- [194] Zhao, X., Liu, L., Wang, X., Qu, L., Jia, L., He, J., Luo, B., and Chen, H. On the Velocity–Current Relation of Positive Leader Discharges. *Geophysical Research Letters*, 46(1):512–518, 2019. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1029/2018GL081022>.
- [195] Diaz, Oscar, Arevalo, Liliana, and Cooray, Vernon. Leader channel models for long air positive electrical discharges. *Journal of Electrostatics*, 76:208–215, 2015. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1016/j.elstat.2015.05.026>.
- [196] Fofana, I. and Beroual, A. A model for long air gap discharge using an equivalent electrical network. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, 3(2):273–282, 1996. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/94.486779>.
- [197] The MathWorks Inc. MATLAB version: 9.13.0 (R2022b), 2022. [Online]. Verfügbar: <https://www.mathworks.com>.
- [198] Hosea, M. E. and Shampine, L. F. Analysis and implementation of TR-BDF2. *Applied Numerical Mathematics*, 20(1-2):21–37, 1996. [Online]. Verfügbar: [https://doi.org/10.1016/0168-9274\(95\)00115-8](https://doi.org/10.1016/0168-9274(95)00115-8).
- [199] Peitgen, Heinz-Otto. *The Science of Fractal Images*. Springer New York, New York, NY, 1988. ISBN: 978-1-4612-3784-6.
- [200] COMSOL. How to generate random surfaces in comsol multiphysics, 2017. Zugriff: 06-Feb-2025. Verfügbar: <https://www.comsol.com/blogs/how-to-generate-random-surfaces-in-comsol-multiphysics>.
- [201] Guillod, Thomas, Pfeiffer, Martin, and Franck, Christian M. Improved Coupled Ion-Flow Field Calculation Method for AC/DC Hybrid Overhead Power Lines. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 29(6):2493–2501, 2014. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2014.2322052>.
- [202] Amprion GmbH. Ried - wallstadt, 2023. Zugriff am 6. Februar 2025. Verfügbar: <https://ultranet.amprion.net/Genehmigung/Planfeststellung/Pkt.-Ried-Pkt.-Wallstadt/>.

- [203] Dong, Xuzhu and Cai, Li. *The Proceedings of 2023 4th International Symposium on Insulation and Discharge Computation for Power Equipment (IDCOMP2023): Volume III*, volume 1102 of *Lecture Notes in Electrical Engineering*. Springer Nature Singapore and Imprint Springer, Singapore, 1st ed. 2024 edition, 2024. ISBN: 978-981-99-7405-4.
- [204] Bang, Seungmin, Kim, Ho-Seung, Koo, Jae-Hong, and Lee, Bang-Wook. Consideration of the Insulation Design Method on a ± 200 kV Converter Valve Unit in an HVDC Converter Hall. *Energies*, 14(8):2296, 2021. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.3390/en14082296>.
- [205] Wang, Wei, Nysveen, Arne, and Magnusson, Niklas. Common and differential mode of dc-bias in three-phase power transformers. *Electrical Engineering*, 104(6):3993–4004, 2022. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1007/s00202-022-01592-7>.
- [206] Kubasek, R. and Roubal, Z. and Szabó, Z. and Steinbauer, M. The measurement of air ions spectrum using the aspiration method. *Proceedings of the 2009 3rd International Conference on Signals, Circuits and Systems (SCS)*, pages 1–4, 2009. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/ICSCS.2009.5414176>.
- [207] Fard, M. Azizian, Reid, A. J., Hepburn, D. M., and Farrag, M. Emad. Partial discharge behavior under HVDC superimposed with transients. *Proceedings of the 51st International Universities Power Engineering Conference (UPEC)*, pages 1–5, 2016. [Online]. Verfügbar: <https://doi.org/10.1109/UPEC.2016.8114059>.
- [208] Fister, Volker. *Durchschlag einer vorbeanspruchten Stab-Platte-Anordnung in atmosphärischer Luft bei positiver Schaltstoßspannung*. PhD thesis, Universität Stuttgart, 1983.
- [209] Heinzinger electronic GmbH. Pnchp 100000-6 ump specifications, 2018. Data Sheet. Verfügbar: <https://www.heinzinger.com>.
- [210] FEMTO Messtechnik GmbH. Hpca-100 variable gain high-speed current amplifier specifications, 2019. Data Sheet. Verfügbar: <https://www.femto.de>.
- [211] National Instruments. Pxie-5172 specifications, 2019. Data Sheet. Verfügbar: <https://www.ni.com>.
- [212] Lerch, Reinhard. *Elektrische Messtechnik*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2016. ISBN: 978-3-662-46940-8.

Publikationsverzeichnis

- [Hub1] P. Huber, J. Kortenbrede and F. Jenau. Efficient New Approach for Boundary Conditions on a Bipolar Corona System. 2020 55th International Universities Power Engineering Conference (UPEC), Turin, Italy, 2020.
- [Hub2] P. Huber, J. Kortenbrede, and F. Jenau. Ion current density for a bipolar hvdc transmission line analysed by numerical simulations. In VDE High Voltage Technology 2020, ETG-Symposium, pages 1–5, 2020.
- [Hub3] P. Huber, K. Friebe and F. Jenau. Development of a New Method and a Discharge Indicator for the Evaluation of Isolating Gases. 2021 56th International Universities Power Engineering Conference (UPEC), Middlesbrough, United Kingdom, 2021.
- [Hub4] P. Huber, S. Düsdieker and F. Jenau. Numerical Investigations of Superimposed DC Voltages with Overvoltages and their Effect on the Insulating Gas Air. 2021 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2021 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / ICPS Europe), Bari, Italy, 2021.
- [Hub5] P. Huber, P. Mohanty and F. Jenau. Innovative Numerical Method for the Determination of the Corona Onset Gradient on HVDC Overhead Transmission Lines. 2023 IEEE Electrical Insulation Conference (EIC), Quebec City, QC, Canada, 2023.
- [Hub6] P. Huber, K. Friebe and F. Jenau. A stable discontinuous-Galerkin method for propagation of particle densities in nitrogen under high superimposed-impulse stresses. 23rd International Symposium on High Voltage Engineering (ISH 2023), Glasgow, UK, 2023.
- [Hub7] P. Huber and F. Jenau. A Turnkey Solution for Computing the Static Breakdown Voltage in HVDC Applications Utilising Atmospheric Parameters. 2024 59th International Universities Power Engineering Conference (UPEC), Cardiff, United Kingdom, 2024.
- [Hub8] P. Huber and F. Jenau. Innovative Numerical Method for Determining the Critical Space Charge Characteristic and the Ion Current due to Superimposed Voltage Stresses. In VDE High Voltage Technology 2024, ETG-Symposium, pages 1–5, 2024.
- [Hub9] P. Huber, J. Hanusrichter, P. Freden, and F. Jenau. Advanced and Robust Numerical Framework for Transient Electrohydrodynamic Discharges in Gas Insulation Systems. *Eng* 2025, 6, 194. Verfügbar: <https://doi.org/10.3390/eng6080194>.

Betreute wissenschaftliche Abschlussarbeiten

- [BA1] L. Wülfing. Numerische Simulation und Modellbildung von elektrischen Entladungen in Luft. Bachelorarbeit. Juli. 2020.
- [BA2] R. Yacob. Numerische Simulation und Modellbildung von elektrischen Entladungen in atmosphärischer Luft. Bachelorarbeit. Februar. 2021.
- [BA3] J. Stehr. Optimierung eines numerischen Verfahrens zur Simulation von elektrischen Entladungen in atmosphärischer Luft. Bachelorarbeit. Juli. 2021.
- [BA4] F. Wedding. Numerische Simulation der Ionenstromaktivität an Freileitungskonfigurationen. Bachelorarbeit. Oktober 2021.
- [BA5] A. Bakowski. Optimierung einer numerischen Berechnungsmethode für die Ausbildung eines ionisierenden Kanals. Bachelorarbeit. Januar 2022.
- [BA6] D. Dewald. Optimierung eines numerischen Verfahrens für die Ausbildung eines ionisierenden Kanals unter hohen Spannungsimpulsen. Bachelorarbeit. Oktober 2022.
- [BA7] P. Wilde. Numerische Simulation von Koronaentladungen an Freileitungskonfigurationen. Bachelorarbeit. Oktober 2022.
- [BA8] J. Au. Entwicklung einer numerischen Methode zur Simulation von Leaderentladungen in gasförmigen Isoliermitteln bei HGÜ-Anwendungen. Oktober 2024.
- [MA1] S. Düsdieler. Untersuchungen der Auswirkung von Mischbeanspruchungen auf das Isolationsmedium Luft. Masterarbeit. September 2020.
- [MA2] L. Kussel. Implementierung und Bewertung von numerischen Berechnungsmethoden für die Ausbildung eines ionisierenden Kanals. Masterarbeit. September 2020.
- [MA3] P. Mohanty. Modelling of the Space Charge Density Development in Insulating Gases under High Superimposed Voltages. Masterarbeit. April 2024.
- [MA4] D. Dewald. Numerische Simulation der Ionenstromaktivität an Freileitungskonfigurationen. Masterarbeit. September 2024.
- [MA5] A. Höhfeld. Numerische Simulation zur Entwicklung von Raumladungsdichten in gasförmigen Isoliermitteln bei HGÜ-Anwendungen. Masterarbeit. Oktober 2024.
- [MA6] P. Freden. Messtechnische Untersuchungen zur transienten Entwicklung von Raumladungsdichten in gasförmigen Isoliermitteln bei HGÜ-Anwendungen. Masterarbeit. März 2025.
- [MA7] M. Wübker. Numerische Modellbildung und Simulation von überlagerten Spannungsbeanspruchungen in Isoliermitteln der HGÜ-Systemtechnik. Masterarbeit. September 2025.

