

WOSCH, Carolin; HOLLAND, Ricarda; HOTH, Jessica & ROLFES, Tobias  
Frankfurt a. M., Rostock

## **Entwicklung eines Kompetenzstufenmodells für die Schulalgebra der Sekundarstufe I**

### **Einleitung**

Die Algebra nimmt in der Sekundarstufenmathematik eine Schlüsselrolle ein, da sie den Zugang zu weiteren inner- sowie außermathematischen Bereichen ermöglicht (Stacey & Chick, 2004). Trotz dieser zentralen Bedeutung zeigen sich jedoch bei vielen Lernenden unzureichende algebraische Kompetenzen, deren Ursachen vielfältig sein können. Unter anderem ist zu vermuten, dass die Art der Vermittlung der Algebra in der Schule dazu beiträgt, dass die algebraischen Kompetenzen nicht ausreichend vertieft erworben werden. Wenn eine zu starke Kalkülorientierung im Vordergrund des Unterrichts steht, kann das grundlegende Verständnis und die Vernetzung von Begriffen möglicherweise behindert werden. Dies kann zur Folge haben, dass nach Abschluss des Algebraunterrichts der Sekundarstufe I algebraische Basiskompetenzen nicht nachhaltig verfügbar sind. Solche Herausforderungen betreffen somit nicht nur Schüler\*innen der Sekundarstufe I, sondern zeigen sich auch bei Lernenden in der Sekundarstufe II und im tertiären Bildungsbereich. Dies kann eine Ursache für Schwierigkeiten beim Übergang zur Hochschule in mathemathikhaltigen Studiengängen sein.

Vor diesem Hintergrund ist es für die Diagnose essenziell, sowohl prozedurale als auch konzeptuelle algebraische Basiskompetenzen zu systematisieren und zu erfassen. Daher wurde ein Kompetenzstufenmodell für die Schulalgebra entwickelt, das die zentralen Inhalte der Algebra der Sekundarstufe I auf verschiedenen Niveaustufen nach den Inhaltsbereichen Terme, Gleichungen und Funktionen (Weigand et al., 2022) abbildet. In diesem Beitrag wird die Entwicklung des Modells vorgestellt, das auf Pilotierungsdaten eines Tests zu algebraischen Basiskompetenzen basiert. Ziel ist es, ein Instrument zu schaffen, welches das individuelle Kompetenzniveau von Lernenden nach Abschluss der Sekundarstufe I erfasst und beschreibt, um darauf aufbauend bei Bedarf eine gezielte Förderung zu ermöglichen.

### **Begriffliche Klärung**

Unter dem Konstrukt *algebraische Basiskompetenzen* werden in diesem Beitrag die "kontextspezifische[n] kognitive[n] Leistungsdispositionen" (Klieme & Leutner, 2006, S. 879) im Bereich der Algebra der Sekundarstufe I verstanden. Dieser Begriff ist eng verwandt mit Konzepten, die in der

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),  
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.

Literatur unter Bezeichnungen wie *Basiskompetenzen* (Drücke-Noe et al., 2011) oder *Grundwissen und Grundkönnen* (Bruder et al., 2015) diskutiert werden. Gemeinsam ist diesen Ansätzen der Anspruch, inhaltliche Lernziele zu formulieren. Allerdings unterscheiden sie sich in der genauen Ausrichtung (z. B. ein starker Anwendungsbezug oder ein fachwissenschaftlich-systematisches Augenmerk, Bruder et al., 2015) und dem Umfang (Sekundarstufe II in- oder exkludiert). Der Fokus des Kompetenzstufenmodells dieses Beitrags liegt inhaltlich in der Algebra. Das Präfix "Basis-" wird deshalb verwendet, weil die Kompetenzen inhaltlich zwar in der Algebra der Sekundarstufe I zu verorten sind, jedoch nach der Sekundarstufe I noch nachhaltig und hilfsmittelfrei verfügbar sein sollten. Zuletzt wird das Ziel verfolgt, algebraische Basiskompetenzen auf verschiedenen empirisch und normativ definierten Niveaus (u. a. einem Mindestniveau zu Oberstufen- oder Studieneingang) zu beschreiben und somit sowohl prozedurale als auch konzeptuelle Komponenten der Schulalgebra abzubilden.

### **Konzeptualisierungen der Schulalgebra**

In der Literatur gibt es mehrere Vorschläge, algebraische Kompetenzen zu strukturieren. Im englischsprachigen Raum beschreibt Kierans (2007) Modell typische Tätigkeiten der Schulalgebra auf drei Aktivitätsebenen: die *Generalising Activity*, bei der Lernende Muster und Gesetzmäßigkeiten erkennen und verallgemeinern; die *Transforming Activity*, die sich auf das Umformen und Manipulieren algebraischer Ausdrücke konzentriert; und die *Global-/Meta-Level Activity*, die ein Verständnis algebraischer Begriffe beispielsweise zum Argumentieren und Beweisen umfasst (kurz: GTG-Modell). Zu Konzeptualisierungen im deutschsprachigen Raum zählen das Modell *SUmEdA* von Pinkernell et al. (2017) sowie die Konzeptualisierung von Korntreff und Prediger (2021). Alle drei Modelle haben gemeinsam, verschiedene Anforderungen und somit Kalkül- als auch Verstehens-Komponenten abzudecken. Die beiden letzteren Modelle teilen zudem den Fokus auf die zentralen Themenbereiche Variablen, Terme und Gleichungen. Somit werden insbesondere Aspekte (Malle, 1993) und Grundvorstellungen von Variablen (Weigand et al., 2022) angesprochen.

### **Entwicklung des Kompetenzstufenmodells**

Diese inhaltlichen Perspektiven finden sich auch in dieser Arbeit wieder. Strukturell wird eine Output-Orientierung verfolgt, um ein Kompetenzstufenmodell zu entwickeln, das zukünftig sowohl Lehrenden als auch Lernenden dient. Hierfür wurde im ersten Schritt eine Konzeptualisierung algebraischer Basiskompetenzen vorgenommen. Hierbei dienten u. a. die eben vorgestellten Theorien als didaktische Grundlage, indem die Schulalgebra in die

Bereiche Terme, Gleichungen und Funktionen gegliedert wurde. Funktionen wurden deshalb als eigenständiger Bereich betrachtet, da sie für die funktionale Sichtweise gemäß des Veränderlichenaspekts (Malle, 1993) der Algebra von zentraler Bedeutung sind. Zudem wurde das GTG-Modell (Kieran, 2007) zugrunde gelegt, um sowohl kalkül- als auch verständnisorientierte Elemente auf mehreren Niveaustufen abzudecken und die parallelen algebraischen Operationen (z. B. das Aufstellen von Termen, Gleichungen, Funktionen) zwischen den einzelnen Teilbereichen aufzuzeigen und umfassend abzudecken.

Hierzu wurden im zweiten Schritt Testitems zu den einzelnen Facetten der Konzeptualisierung für jeden Teilbereich entwickelt und im Rahmen von Erstsemesterveranstaltungen mathemathikhaltiger Studiengänge (z. B. Mathematiklehramt, Physik) im Wintersemester 2024/2025 pilotiert. Mittels probabilistischer Testtheorie konnten im dritten Schritt die Items nach Schwierigkeit geordnet und zu Niveaustufen analog zum Gemeinsamen Europäischen Referenzrahmen für Sprachen von A1 bis C2 normativ und empirisch zugeordnet werden. Ausgehend von diesen Testdaten wurden Niveaubeschreibungen für jeden Inhaltsbereich Terme, Gleichungen, Funktionen und jede Niveaustufe formuliert und zu einem Kompetenzstufenmodell zusammengefasst. Im Folgenden sind drei exemplarische Auszüge des vorläufigen Modells abgebildet.

Nr.	Niveau	Inhaltsbereich	Auszug aus Niveaubeschreibung
			Personen dieser Niveaustufe können...
1	A2	Gleichungen	anhand eines einfachen außermathematischen Kontexts eine Gleichung mit einer Variablen aufstellen
2	B1	Funktionen	Nullstellen im Graphen einer quadratischen Funktion bestimmen und im Sachkontext interpretieren
3	C2	Terme	einen komplexen Term in eine bestimmte vorgegebene Struktur umformen

Beispiel 1 gehört zur *Generalising Activity* (Kieran, 2007) und betont den Gegenstandsaspekt (Malle, 1993). Die Variable wird hier als Unbekannte (Weigand et al., 2022) aufgefasst. Beispiel 2 hingegen stellt eine *Global-/Meta-Level Activity* (Kieran, 2007) dar. Beispiel 3 zeigt die *Transforming Activity* (Kieran, 2007), wobei der Kalkülaspekt (Malle, 1993) und die Vorstellung der Variablen als Unbestimmte (Weigand et al., 2022) im Vordergrund stehen.

Die Output-Orientierung ermöglicht den Einsatz des Modells als Grundlage für den Diagnosetest, welcher erreichte und anzustrebende algebraische Basiskompetenzen auf dem jeweiligen Niveau rückmeldet. Das Modell ist jedoch von Entwicklungsmodellen oder Lerntrajektorien abzugrenzen, da es Kompetenzniveaus nach und nicht während des Lernprozesses abbildet.

## Ausblick

Derzeit wird der Diagnosetest erprobt, um die unterschiedlichen Facetten algebraischer Basiskompetenzen abzubilden und eine Einordnung individuellen Testergebnisse in das entwickelte Kompetenzstufenmodell zu ermöglichen. Da die bisherige Stichprobe ausschließlich Studierende mathematikhaltiger Studiengänge umfasste, ist eine weitere Erhebung in der Oberstufe geplant, um ein mögliches Differentielles Itemfunktionieren und somit die erweiterte Anwendung des Kompetenzstufenmodells zu untersuchen.

## Literatur

- Bruder, R., Feldt-Caesar, N., Pallack, A., Pinkernell, G. & Wynands, A. (2015). Mathematisches Grundwissen und Grundkönnen in der Sekundarstufe II. In W. Blum et al. (Hrsg.), *Bildungsstandards aktuell: Mathematik in der Sekundarstufe II*. Schrödel, S. 108-124.
- Drücke-Noe, C., Möller, G., Pallack, A., Schmidt, S., Schmidt, U., Sommer, N. & Wynands, A. (2011). *Basiskompetenzen Mathematik für den Alltag und Berufseinstieg am Ende der allgemeinen Schulpflicht*. Cornelsen.
- Klieme, E. & Leutner, D. (2006). Kompetenzmodelle zur Erfassung individueller Lernergebnisse und zur Bilanzierung von Bildungsprozessen. Beschreibung eines neu eingerichteten Schwerpunktprogramms der DFG. *Zeitschrift für Pädagogik* 52(6), 876-903.
- Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. In F. K. Lester (Hrsg.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*, 2, 707–762. Information Age.
- Korntreff, S. & Prediger, S. (2021). Verstehensangebote von YouTube-Erklärvideos – Konzeptualisierung und Analyse am Beispiel algebraischer Konzepte. *Journal für Mathematikdidaktik*, 43, 281–310. <https://doi.org/10.1007/s13138-021-00190-7>
- Malle, G. (1993). *Didaktische Probleme der elementaren Algebra*. Vieweg+Teubner.
- Pinkernell, G., Düsi, C. & Vogel, M. (2017). Aspekte des Wissens und Könnens der elementaren Algebra. In U. Kortenkamp & A. Kuzle (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2017*. WTM-Verlag. S. 769–772.
- Stacey, K. & Chick, H. (2004). Solving the Problem with Algebra. In K. Stacey, H. Chick, & M. Kendal (Hrsg.), *The Future of the Teaching and Learning of Algebra The 12th ICMI Study. New ICMI Study Series*, 8. Springer, Dordrecht. [https://doi.org/10.1007/1-4020-8131-6\\_1](https://doi.org/10.1007/1-4020-8131-6_1)
- Weigand, H. G., Schüler-Meyer, A., & Pinkernell, G. (2022). *Didaktik der Algebra*. Springer Spektrum.