

Christine GÜNTHER, Berlin

## **Problemlösestrategien mathematisch begabter Kinder im Grundschulalter**

Probleme zu lösen ist eine anspruchsvolle denkerische Tätigkeit. Im Mathematikunterricht stellt Problemlösen eine zentrale allgemeine Kompetenz dar. Darunter sind mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten zur Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben zu verstehen. Außerdem gehört es zum Problemlösen, Lösungsstrategien zu entwickeln und Zusammenhänge zu erkennen, zu nutzen und auf ähnliche Sachverhalte zu übertragen (vgl. Walther, u.a. 2008,26f.). Eine bestimmte mathematische Aufgabe kann für ein Kind ein Problem darstellen, für ein anders Kind ist die Lösung dieser Aufgabe bereits zur Routine geworden und stellt keine besondere Herausforderung mehr dar. Ein Problem ist dann vorhanden, wenn ein oder mehrere bestimmte Ziele nicht direkt erreicht werden können, also Barrieren vorliegen (vgl. Dörner 1976). Diese Hindernisse können an verschiedenen Stellen auftreten. Unbekannte Ausgangsbedingungen oder Ziel-situationen können Gründe für Barrieren sein. Ebenso kann es vorkommen, dass die Mittel und Verfahren, um das angestrebte Ziel zu erreichen, nicht direkt zur Verfügung stehen. Zu einem Problem kommt es also genau dann, wenn eine Person ein Ziel hat und ein Hindernis dabei auftritt, dieses Ziel zu erreichen. Probleme werden gelöst, indem diese Barrieren überwunden werden.

### **Untersuchung von Vorgehensweisen und Lösungsstrategien von Grundschulkindern beim Problemlösen**

Das Ziel der hier vorgestellten Untersuchung ist es, Vorgehensweisen und Strategien von Grundschulkindern qualitativ zu untersuchen, um Problemlösen im Grundschulalter zu verstehen. Mathematisch begabte Kinder nutzen verschiedene Lösungsstrategien beim Bearbeiten problemhaltiger Aufgaben (vgl. Heinze 2005, 79ff.). Sie besitzen bereits im Grundschulalter Problemlösestile (vgl. Fuchs 2006, 93-98) und zeigen besondere Denkweisen (vgl. Sefien 2007, 297f.). Die Gruppe mathematisch begabter Kinder scheint demnach besonders für diese Untersuchung geeignet zu sein, da sie eine hohe Bandbreite und Qualität der Problemlösungen zeigt.

Ausgehend von der übergeordneten Frage, welche Vorgehensweisen und Strategien mathematisch begabte Kinder beim Lösen von Problemaufgaben zeigen, ergeben sich folgende konkretere Fragestellungen: Wie gehen die Kinder beim Lösen der Aufgaben vor? Welche allgemeinen Heuristiken wenden sie an? Welche aufgabenspezifischen Vorgehensweisen und Stra-

tegien lassen sich rekonstruieren? Welche metakognitive Planungsprozesse werden sichtbar? Welches Wissen zeigen sie?

Um diese Fragen zu beantworten, wird eine empirische, qualitative Untersuchung durchgeführt, in der in vergleichenden Fallstudien Aufgaben in Interviewsituationen von mathematisch begabten Grundschulkindern bearbeitet werden. Dies wird per Video aufgezeichnet. Nach der ausführlichen Transkription und der Erstellung von Episodenplänen werden die Videoprotokolle (Protokoll ist hier im Sinne Oevermanns zu verstehen (vgl. Oevermann 2002, 3f.)), durch systematisch-extensionale Interpretation (Beck und Maier 1994,50-55) ausgewertet.

Zehn Kinder im Alter von acht bis zehn Jahren nahmen an der Untersuchung teil. Alle Kinder haben den „Mathetreff“, ein Enrichment-Angebot zur Förderung mathematisch interessierter und begabter Dritt- und Viertklässler an der Humboldt-Universität zu Berlin (vgl. Grassmann 2007), besucht. Die Kinder haben einen Eingangstest für den „Mathetreff“ und einen IQ-Test (KFT 4R) bearbeitet. Die Aufgaben des Eingangstests unterscheiden sich von I-Q-Testaufgaben. Sie beinhalten neben komplexeren, offeneren, problemhaltigen Aufgaben auch Indikatoren Aufgaben zur Diagnose mathematischer Begabung (Käpnick 1998, 144-159). Zusätzlich konnten die Kinder im Sinne einer prozessbegleitenden Diagnose über einen Zeitraum von drei Semestern in den Förderstunden beobachtet werden.

### **Interpretation der Videodaten**

Um Lösungsstrategien der Kinder zu rekonstruieren, werden in dieser Untersuchung im ersten Schritt Bild und Ton der Videoprotokolle voneinander getrennt. Das Video wird zuerst ohne Ton interpretiert. Nach dem Festhalten des Ablaufs durch grobe Sequenzierung findet die Feinsequenzierung an Episoden statt, die für die Fragestellung besonders relevant sind. In diesem Fall sind die Einzelhandlungen der Aufgabebearbeitungen der Kinder und die Entstehung von Produkten interessant. Zu den ausgewählten Einzelhandlungen werden verschiedene Deutungen entworfen, die dann durch den Vergleich mit folgenden Einzelhandlungen verifiziert oder falsifiziert werden. Mit folgenden Fragen können Deutungen entstehen: Wie könnte es anders sein? Welche Abweichungen ergeben sich vom möglichen erwarteten Vorgehen? Welche intendierten und welche nicht-intendierten Folgen haben die verschiedenen Handlungen? Wie wird auf solche Folgen reagiert?

Nimmt man das gesprochene Wort hinzu, ergeben sich neue Interpretationsmöglichkeiten. Wiederum wird die gesamte Episode unterteilt. Es werden ebenso Episoden bezogen auf die Fragestellung ausgewählt, die feinse-

quenziert und zu denen Deutungen entworfen werden. Interessant sind an dieser Stelle folgende Fragen: Wird während des Bearbeitens verbalisiert? Wie wird das Vorgehen beschrieben? Werden Lösungen begründet? Die Deutungen zur Einzelhandlung werden dann an Folgehandlungen verifiziert oder falsifiziert.

Im nächsten Schritt der Interpretation werden Bild und Wort zusammengeführt, Unterschiede und Gemeinsamkeiten herausgearbeitet. Diese werden wiederum gedeutet. Welche Ursache hat es, wenn sich z.B. Gesagtes und Getanes unterscheiden? Welche intendierten und welche nicht-intendierten Folgen haben die verschiedenen Handlungen? Wie wird auf solche Folgen reagiert? Welchen Einfluss könnten Konventionen oder die Interviewsituation etc. haben? Welches Wissen zeigt sich? Welches Wissen ist für die Handlungen nötig?

Im letzten Schritt wird eine Gesamtinterpretation für eine Aufgabe (Fallhypothese) formuliert. Dazu werden die Ergebnisse der Einzelfälle und die Unterschiede und Gemeinsamkeiten der verschiedenen Fälle bei einer Aufgabe kontrastiert und zusammengefasst. Die Ergebnisse werden an weiteren Daten überprüft. Bei neuen oder abweichenden Szenen werden neue Fallhypothesen durch systematisch-extensionale Interpretation, wie oben beschrieben, gebildet.

## **Ergebnisse**

Zur Konkretisierung soll hier die Fallhypothese für eine Aufgabe dienen. Die Aufgabenstellung lautet wie folgt (s.a. Sefien 2007, 144): In einer Eisdiele gibt es Kugel- Eis mit den Sorten Schoko, Vanille, Erdbeere, Banane und Himbeere. Anna möchte jeden Tag eine Eistüte mit drei verschiedenen Sorten ausprobieren. Wie viele Tage braucht sie, bis sie alle möglichen Zusammenstellungen von drei verschiedenen Eissorten probiert hat?

Es zeigen sich in den Lösungen der Kinder allgemeine Heuristiken wie das Zerlegen in Teilaufgaben oder Transfer. Zusätzlich konnten aufgabenspezifische Strategien wie z.B. die Möglichkeitsermittlung mit Hilfe des Pascalschen Dreiecks oder durch systematisches Konstant-Halten und Variieren der Sorten rekonstruiert werden. Es kam auch zur multiplikativen Berechnung der Anzahl der Möglichkeiten. Einige Kinder wendeten auch mehrere Strategien bei der Aufgabe an. Die aufgabenspezifischen Strategien setzten sich wiederum aus kleineren Teilen zusammen, die situationsspezifisch sind. Bezüglich der Dokumentation wurden ikonische und symbolische Varianten der Sortendarstellung gezeigt und Tabellen und Skizzen als heuristische Hilfsmittel eingesetzt.

Die Kinder bearbeiteten insgesamt 16 Aufgaben an je zwei Interviewterminen. Aus den bisher ausgewerteten Daten lässt sich erkennen, dass jedes Kind einen eigenen Weg hat, die einzelne Aufgabe zu lösen. Es werden viele unterschiedliche Lösungsstrategien von den Kindern bei einer Aufgabe eingesetzt. Die Kinder arbeiteten häufig auf formal-symbolischer Ebene und wechseln flexibel Repräsentationsebenen. Sie zeigen außerdem metakognitive Fähigkeiten. Mathematisches Wissen um Verfahren und Fachtermini spielen beim Problemlösen eine wichtige Rolle. Ist das Repertoire von Strategien groß, kann zwischen verschiedenen Strategien ausgewählt und das Vorgehen mit entsprechenden Fachtermini beschrieben werden.

Die Daten wurden vorerst aufgabenweise ausgewertet. Die Betrachtungen einzelner Kinder, Gruppierungen nach Mädchen und Jungen oder nach Alter können weitere Erkenntnisse liefern.

## Literatur

- Beck, C., Maier, H. (1994): Zu Methoden der Textinterpretation in der empirischen mathematikdidaktischen Forschung“. In Maier, H., Voigt, J. (Hrsg.): Verstehen und Verständigung. Arbeiten zur interpretativen Unterrichtsforschung. Köln: Aubis
- Dörner, D. (1976): Problemlösen als Informationsverarbeitung. Stuttgart: Kohlhammer.
- Fuchs, M. (2006): Vorgehensweisen mathematisch potentiell begabter Dritt- und Viertklässler beim Problemlösen- Empirische Untersuchungen zur Typisierung spezifischer Problembearbeitungsstile. Berlin: Lit
- Grassmann, M. (2007): Lehramtsstudierende auf die Förderung mathematisch talentierter/ leistungsfähiger Grundschul Kinder vorbereiten?! – Möglichkeiten und Grenzen. In Beiträge zum Mathematikunterricht. Hildesheim : Franzbecker
- Heinze, A. (2005): Lösungsverhalten mathematisch begabter Grundschul Kinder– aufgezeigt an ausgewählten Problemstellungen. Münster: Lit
- Heller, K.A, PerlethCh. (2000): Kognitiver Fähigkeits-Test (Rev.) für 4. Klassen (KFT 4 R). Göttingen: Beltz-Testgesellschaft.
- Käpnick, F. (1998): Mathematisch begabte Kinder. Modelle empirische Studien und Förderungsprojekte für das Grundschulalter. Frankfurt a.M.: Peter Lang
- Oevermann, U. (2002): Klinische Soziologie auf der Basis der Methodologie der objektiven Hermeneutik – Manifest der objektiv hermeneutischen Sozialforschung. Frankfurt am Main.
- Sefien, E. Sh. M. (2007): Leistungsexzellenz und ihre Determinanten. In Knopf, H.; Sefien, E. Sh. M.: Schriftenreihe zur Entwicklung sozialer Kompetenz. Band 10, Berlin: Rhombos
- Walther, G., Selter, C., Neubrand, J. (2008): Die Bildungsstandards Mathematik. In: Walther, G., van den Heuvel-Panhuizen, M., Granzer, D., Köller, O. (Hrsg.): Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret. Berlin: Cornelsen