

Alexander MEYER, Dortmund

## **Eine unterrichtspraktische Diagnose im Bereich Algebra? Chancen einer schülerzentrierten Diagnose auf Basis algebraischer Denkmuster**

Eine Diagnose algebraischen Denkens kann dazu beitragen, den Unterricht zur Anbahnung algebraischen Denkens am aktuellen Verständnis der Schülerinnen und Schüler auszurichten und unterstützende Unterrichtsmaßnahmen umzusetzen. Eine solche Diagnose, die beispielsweise auf Basis von Schüleräußerungen (z.B. eine schriftliche Bearbeitung einer Aufgabe) vorgenommen wird, muss anhand geeigneter Indikatoren erfolgen: Ein Indikator wie „Anzahl der Fehler“ gibt weniger Aufschluss auf das algebraische Denken, das einer Schüleräußerung zugrunde liegt, als etwa der Indikator „Schüler operiert mit einer Unbekannten“ (vgl. dazu Keller, 2011). In diesem Aufsatz sollen Ergebnisse aus einem Promotionsprojekt vorgestellt werden, in dem Indikatoren für die Diagnose algebraischen Denkens gewonnen wurden.

### **1. Umsetzung mathematikdidaktischer Diagnostik**

Mithilfe einer unterrichtlichen Diagnose soll das aktuelle Verständnis von Schülerinnen und Schülern zu einem Lerngegenstand ermittelt werden. Die im Rahmen einer solchen Diagnose entstehenden Schüleräußerungen müssen von der Lehrerin/vom Lehrer daraufhin befragt werden, was sie über das Verständnis der jeweiligen Schülerin/des jeweiligen Schülers aussagen. Hierfür braucht es Indikatoren: „[F]ür das zu beurteilende und nicht direkt beobachtbare Merkmal [...] gibt es] eine Reihe von beobachtbaren Indikatoren (proximalen Merkmalen), mit deren Hilfe auf das zu beurteilende Merkmal geschlossen werden kann.“ (Helmke et al., 2004, S. 129). Die diagnostische Einschätzung etwa des algebraischen Denkens von Schülerinnen und Schülern braucht also eine Reihe von beobachtbaren Indikatoren, die es erlauben, auf dieses algebraische Denken (oder Teilbereiche davon) von Schülerinnen und Schülern zu schließen. Entlang dieser Indikatoren kann dann eine Förderung geplant werden, die das algebraische Denken voran bringen soll. Im Mathematikunterricht kann Diagnose und Förderung durch Diagnoseaufgaben und Lernaufgaben umgesetzt werden. Die Lernaufgaben werden entlang der indikatorgeleiteten Analyse von Schüleräußerungen, welche mithilfe von Diagnoseaufgaben gezielt gewonnen werden, konzipiert.

Dieser Aufsatz berichtet von einem Teilbereich des Promotionsprojekts des Autors. In diesem Promotionsprojekt wurde u.a. die Fragestellung adressiert, welche Denkmuster sich bei Schülerinnen und Schülern in problem-

haltigen algebraischen Diagnoseaufgaben finden lassen und wie diese Denkmuster in Indikatoren für eine unterrichtspraktische Diagnose übersetzt werden können. In diesem Aufsatz soll kurz vorgestellt werden, wie diese Frage beantwortet wurde.

## **2. Methodologie der Studie**

In der hier diskutierten Studie wurden Diagnoseaufgaben entwickelt, die der Datengewinnung zugrunde gelegt wurden. Diese Aufgaben wurden als offene Problemaufgaben konzipiert, da Schülerbearbeitungen zu diesen Aufgaben geeignet sind, Einblick in das individuelle mathematische Denken von Schülerinnen und Schülern zu geben (Büchter & Leuders, 2009). Insgesamt wurden sechs Diagnoseaufgaben entwickelt, die das Anwenden algebraischer Symbolsprache herausfordern. Dabei war es möglich, zu den Diagnoseaufgaben mithilfe von generischen oder prototypischen Zahlen Zugang zu finden.

Die hier vorgestellte Studie wurde in vier 10. Klassen an norddeutschen Gymnasien mit insgesamt 86 Schülerinnen und Schülern durchgeführt. Die sechs Diagnoseaufgaben, die die oben gezeigten Merkmale erfüllen, wurden zu drei verschiedenen Diagnoseinstrumenten mit je zwei bis drei Aufgaben zusammengestellt. Die Schülerinnen und Schüler haben die Instrumente in Einzelarbeit bearbeitet. Etwa 2-3 Wochen später wurde mit 6 Schülerinnen und Schülern Interviews geführt. Diesen Interviews lag eine Diagnoseaufgabe zugrunde, die diese Probanden nicht in ihrem Diagnoseinstrument bearbeitet hatten, die aber Bestandteil anderer Diagnoseinstrumente in der schriftlichen Erhebung war. Die schriftlichen Daten wurden durch diese Interviews abgesichert.

Um Indikatoren für die Diagnose algebraischen Denkens zu gewinnen, wurde das Verfahren der Typenbildung zur Auswertung der Daten herangezogen. Die Typenbildung erlaubt es, das Typische in beschränkten sozialen Handlungsräumen heraus zu arbeiten und dadurch „eine komplexe soziale Realität auf eine beschränkte Anzahl von Gruppen bzw. Begriffen [zu reduzieren][...], um sie [...] begreifbar zu machen.“ (Kelle & Kluge, 2010, S. 10f). Zugleich hat die Typenbildung eine theoriebildende Funktion: „Indem [Typologien] [...] die zentralen Ähnlichkeiten und Unterschiede im Datenmaterial deutlich machen, regen sie die Formulierung von Hypothesen über allgemeine kausale Beziehungen und Sinnzusammenhänge an“ (Kelle & Kluge, 2010, S. 11). Das Verfahren der Typenbildung ist somit geeignet, Indikatoren für die aufgabenbasierte Diagnose algebraischen Denkens zu rekonstruieren.

### 3. Ergebnisse

Im Folgenden werden exemplarisch zwei von fünf Typen vorgestellt, die anhand der Daten in der hier diskutierten Studie rekonstruiert wurden (Typen entnommen aus Meyer, 2013a). Diese Typen könnten es Lehrerinnen und Lehrern ermöglichen, im Rahmen von unterrichtspraktischen Diagnosen indikatorgeleitet Schülerdokumente daraufhin zu analysieren, welche Ressourcen und Schwierigkeiten ihre Schülerinnen und Schüler zu einem Teilbereich algebraischen Denkens bereits mitbringen. An anderer Stelle wird prototypisch aufgezeigt, wie dieser Prozess der Diagnose und eine auf ihr aufbauende Förderung mithilfe der hier gezeigten Typen im Unterricht umgesetzt werden könnte (Meyer, in Vorb.).

**Unsystematisches Zahlprobieren:** Beim Denkmuster des Zahlprobierens benutzen Schülerinnen und Schüler Zahlen, um mit einem gegebenen Problem umzugehen. Durch Zahlen wird das vorliegende Problem vereinfacht: Entweder werden Zahlen in einen gegebenen algebraischen Ausdruck eingesetzt, um arithmetisch rechnen zu können, oder um ein gegebenes Problem zu betrachten (probierte Zahlen können zeigen, wie ein Problem im Einzelfall „funktioniert“). Die *Zahlergebnisse*, die durch das Zahlprobieren in der Regel entstehen, werden mit Blick auf das Problem interpretiert, d.h. daraufhin befragt, was sie über das vorliegende Problem aussagen. Unsystematisch probierte Zahlen bieten keine Ressource, um für die Relationen, die vielleicht zwischen mathematischen Objekten bestehen (und die vielleicht sogar in den ursprünglich gegebenen (algebraischen) Ausdrücken des Problems dargestellt sind), sensibel zu werden.

**Zahlen zur Explorierung:** Bei diesem Denkmuster benutzen Schülerinnen und Schüler Zahlen, um zu explorieren, wie ein gegebenes algebraisches Problem beschaffen ist. Zentral scheint bei diesem Verwenden von Zahlen, dass die Struktur des gegebenen Problems sichtbar bleibt. Die Zahlen, die probiert werden, entfalten als prototypische oder generische Beispiele ihre Wirkung. Prototypische oder generische Beispiele erlauben es den Schülerinnen und Schülern, Beziehungen und Regelmäßigkeiten zu sehen. Dabei scheinen Schülerinnen und Schüler davon zu profitieren, dass sie sich mathematische Sachverhalte mithilfe von Zahlen besser bzw. auf natürlichere und gewohnere Weise vorstellen können. Dieses Arbeiten mit Zahlen könnte außerhalb von arithmetischen Problemstellungen weniger wirkungsvoll sein (was aber aufgrund der in der Studie benutzten Aufgaben nicht beobachtet werden konnte).

## 4. Diskussion und Fazit

Diagnose ist ein zentrales Mittel, um im täglichen Unterricht auf die individuellen Lernbedürfnisse der Schülerinnen und Schüler zu reagieren. Die hier vorgestellte Studie rekonstruiert Indikatoren, anhand derer Lehrerinnen und Lehrer in Diagnosen auf das algebraische Denken ihrer Schülerinnen und Schüler zurück schließen können. Es konnten fünf typische algebraische Denkweisen identifiziert werden. Diese typischen Denkweisen sind zusammen genommen eine prototypische didaktische Strukturierung, die die individuellen Diagnose- und Förderpraktiken von Lehrerinnen und Lehrern zum algebraischen Denken anleiten können.

## Literatur

- Büchter, A., & Leuders, T. (2009). *Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Lernen fördern - Leistung überprüfen* (4. Ausg.). Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Helmke, A., Hosenfeld, I., & Schrader, F.-W. (2004). Vergleichsarbeiten als Instrument zur Verbesserung der Diagnosekompetenz von Lehrkräften. In R. Arnold & C. Griesse (Hrsg.), *Schulleitung und Schulentwicklung* (S. 119-144). Hohengehren: Schneider Verlag.
- Hattie, J. (2009). *Visible Learning: A Synthesis of Over 800 Meta-Analyses Relating to Achievement*. New York: Routledge.
- Kelle, U., & Kluge, S. (2010). *Vom Einzelfall zum Typus: Fallvergleich und Fallkontrastierung in der qualitativen Sozialforschung*. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Keller, S. (2011). Beurteilungsraster und Kompetenzmodelle. In W. Sacher & F. Winter (Hrsg.), *Diagnose und Beurteilung von Schülerleistungen* (S. 143-160). Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren.
- Meyer (2013). *Diagnose algebraischen Denkens. Rekonstruktion typischer Denkmuster zur Strukturierung von unterrichtlicher Diagnostik*. (bisher unveröffentlichte Dissertation). Voraussichtlich DIZ-Verlag Oldenburg, Oldenburg.
- Meyer (in Vorb.). *Indikatoren für die Diagnose algebraischen Denkens. Eine didaktische Rekonstruktion von unterrichtspraktischer Diagnose und Förderung in elementarer Algebra*.