

GÖDECKE, Pia; SCHUKAJLOW, Stanislaw; QUARDER, Jascha;
BAUMANN, Oliver & SCHÖNHERR, Johanna
Münster, Paderborn

Wie zeichne ich eine gute Skizze? Prozedurales Skizzenwissen und seine Bedeutung bei geometrischen Modellierungsaufgaben

Selbsterstellte Skizzen gelten als vielversprechende Strategie, um Lernende im Modellierungsprozess im Bereich der Geometrie zu unterstützen. Allerdings sind die Konzeptualisierung und Messung des dafür bedeutsamen skizzen-spezifische Strategiewissens (Skizzenwissen) bisher nur teilweise geklärt. Ziel dieses Beitrags ist daher die Validierung eines Messinstruments zum prozeduralen Skizzenwissen. Untersucht werden die Struktur des prozeduralen Skizzenwissen und der Zusammenhang mit anderen Konstrukten.

Einleitung

Das Lösen von Modellierungsaufgaben erfordert anspruchsvoller Übersetzungsprozesse zwischen Realität und Mathematik, die für viele Lernende eine Herausforderung darstellen (Niss & Blum, 2020). Insbesondere im Bereich der Geometrie erweist sich das Anfertigen von selbsterstellten Skizzen als vielversprechende Strategie, um Lernende während des Modellierungsprozesses zu unterstützen. Allerdings zeigt die Forschung, dass eine bloße Aufforderung zum Zeichnen einer Skizze nicht automatisch die erfolgreiche Nutzung dieser Skizzen im Modellierungsprozess impliziert (Bräuer et al., 2021). Für den Erfolg ist darüber hinaus die Qualität der Strategieverwendung (z.B. die Qualität der Skizze) und das skizzen-spezifische Strategiewissen der Lernenden entscheidend. So hat sich das deklarative Skizzenwissen als Prädiktor für die Qualität der Strategieverwendung erwiesen, die wiederum im positiven Zusammenhang mit der Modellierungsleistung steht (Rellensman et al., 2021). Über den Einfluss des prozeduralen Skizzenwissen – als weiteren Bestandteil des Skizzenwissen – liegen bislang jedoch keine empirischen Befunde vor. An dieser Stelle setzt das DFG-Projekt ViMoII ("Visualisierung bei der Bearbeitung von mathematischen Modellierungsaufgaben") an. In einer Messinstrumentstudie wird die Validität eines prozeduralen Skizzenwissenstests untersucht.

Theoretischer Hintergrund

Strategiewissen ist Teil der statischen Komponente der Metakognition und umfasst das metakognitive Wissen über Lern- und Problemlösestrategien (Pressley, 1986). Es lässt sich in deklaratives, prozedurales und konditionales Wissen unterteilen, die gemeinsam das spezifische Wissen über eine

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.

Strategie und deren effektive Anwendung ausmachen (Garner, 1990). Deklaratives Strategiewissen bezieht sich auf das Wissen über die Bestandteile einer Strategie (z.B. Wissen über verschiedene Skizzentypen oder die Merkmale einer qualitativ hochwertigen Skizze). Prozedurales Strategiewissen umfasst das Wissen über die praktische Anwendung einer Strategie (z.B. Wissen über die Schritte zur Konstruktion und Nutzung einer Skizze als Unterstützung im Problemlöseprozess). Konditionales Strategiewissen schließlich beschreibt das Verständnis der spezifischen Bedingungen, unter denen eine Strategie sinnvoll eingesetzt werden kann. Da in der vorliegenden Studie Aufgaben mit Zeichenaufforderung verwendet werden, wird das konditionale Strategiewissen nicht einbezogen.

Basierend auf dem Wirkungsmodell von Borkowski et al. (2000) kann angenommen werden, dass das Strategiewissen ein Prädiktor der Qualität der Strategieranwendung ist, welche wiederum die strategiebezogene Leistung beeinflusst. Darüber hinaus wird angenommen, dass das Strategiewissen auch einen direkten, aber vergleichsweise kleinen Effekt auf die Leistung hat.

Das Strategiewissen besitzt über mehrere Strategien sowie über den Einfluss von kognitiven Fähigkeiten und dem Interesse hinweg einen wichtigen Einfluss auf die Leistung (Lingel et al. 2014), was auch im Kontext von selbst-erstellten Skizzen bei Modellierungsaufgaben bestätigt wird (Rellensmann et al., 2021). Eine gezielte Förderung des deklarativen Skizzenwissens durch ein 90-minütiges Strategietraining führte zwar zu einer Verbesserung des deklarativen Wissens, jedoch nicht zu einer signifikanten Steigerung der Modellierungsleistung (Rellensmann et al., 2021). Eine mögliche Erklärung dafür ist, dass neben dem deklarativen Skizzenwissen das prozedurale Skizzenwissen als weitere Komponente des Strategiewissens ebenfalls einen Einfluss besitzt und zusätzlich betrachtet werden sollte.

Die ergänzende Rolle des prozeduralen Skizzenwissens ist jedoch noch offen und bisher nicht erforscht. Daher ist es das Ziel dieser Messinstrumentstudie Hinweise auf die Validität des Messinstruments zum prozeduralen Skizzenwissen zu sammeln. Im Fokus stehen dabei die Konstruktvalidität, welche die theoretische Fundierung in Bezug auf die Dimensionalität und Struktur des prozeduralen Skizzenwissens beschreibt, sowie die prädiktive Validität, welche die Übereinstimmung der Testwerte des prozeduralen Strategietest mit anderen Konstrukten wie z.B. der Mathematiknote oder der Modellierungsleistung umfasst (Moosbrugger & Kevala, 2020).

Konzeption der Studie

In der Studie bearbeiten Lernende innerhalb 90 Minuten Testhefte, die u.a. den prozeduralen Strategietest beinhalten. Fachliche Grundlage für den Test bildet der Inhaltsbereich der Geometrie. Dabei werden Aufgaben zum Satz des Pythagoras, zur Flächen-, Volumen-, und Mantelberechnung sowie zu Strahlensätzen verwendet. Zuerst wird durch eine Bearbeitung von fünf Modellierungsaufgaben mit Zeichenaufforderung zum Satz des Pythagoras die Skizzenqualität, Skizzenart und Modellierungsleistung der Lernenden erhoben. Weiterhin werden das prozedurale Skizzenwissen, das Sach- und Fachinteresse zur Mathematik, das deklarative Skizzenwissen, das mathematische Vorwissen und die kognitiven Fähigkeiten erfasst. Alle Testinstrumente bis auf das prozedurale Skizzenwissen wurden in früheren Untersuchungen erprobt. Der Test zum prozeduralen Skizzenwissen wurde in Anlehnung an bereits bewährte deklarativen Strategiewissenstest (Lingel et al., 2014; Rellensmann et al., 2020) und in Rücksprache mit einem Experten für das mathematische Modellieren entwickelt und in einer Vorstudie pilotiert. Um das prozedurale Skizzenwissen zu erfassen, werden bei verschiedenen Textaufgaben unterschiedlich angemessene Strategien zur Konstruktion und Nutzung einer Skizze auf einer 6-stufigen Skala von "gar nicht hilfreich" bis "sehr hilfreich" miteinander verglichen und bewertet.

Drachen

Jonas und David bauen einen Flugdrachen mit Holzleisten und Transparentpapier, der an einer Schnur 100 m hoch steigen soll. Die Leisten für die Diagonalen sind 70 cm und 1,10 m lang.

Wie viel Transparentpapier brauchen David und Jonas mindestens?



Drachen (dimitrisvetsikas1969/pixabay.com)

Abb. 1: Beispielaufgabe "Drachen"

So soll beispielsweise bei der Aufgabe Drache (siehe Abb. 1) die angemessene Strategie ("Ich starte damit einen Drachen zu zeichnen. Dabei achte ich darauf, den Drachen in einer realistischen Form zu zeichnen") im Vergleich zu den weniger angemessenen Strategien ("Ich starte damit einen Drachen zu zeichnen. Dabei ist die Form des Drachens erstmals unwichtig") und ("Ich starte damit zu überlegen, dass man die Formel zur Flächenberechnung eines Parallelogramms verwenden kann. Danach zeichne ich die Skizze eines Parallelogramms") bewertet werden. Dabei sollen bei jeder Aufgabe neben Strategien zur Konstruktion eines visuellen Modells auch Strategien zur Konstruktion eines symbolischen Modells bewertet werden, teilweise auch mit Hilfe einer vorgegebenen Skizze.

Weiteres Vorgehen

Der prozedurale Skizzenwissenstest wurde in Kombination mit den weiteren Testinstrumenten bei insgesamt 243 Schülerinnen eingesetzt, wobei Lernende von Realschulen (54), Gesamtschulen (102) und Gymnasien (87) teilnehmen. Im Vortrag werden erste Ergebnisse präsentiert.

Diese Studie wurde durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) gefördert (SCHO 2072/1-3, SCHU 2629/3-2).

Literatur

- Borkowski, J., Chan, L. & Muthukrishna, N. (2000). Process-Oriented Model of Metacognition: Links Between Motivation and Executive Functioning. In G. Schraw & J. C. Impara (Hrsg.), *Issues in the measurement of metacognition*.
- Bräuer, V., Leiss, D. & Schukajlow, S. (2021). Skizzen zeichnen zu Modellierungsaufgaben – Eine Analyse themenspezifischer Differenzen einer Visualisierungsstrategie beim mathematischen Modellieren. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 42(2), 491–523. <https://doi.org/10.1007/s13138-021-00182-7>
- Garner, R. (1990). Children's use of strategies in reading. In D. F. Bjorklund (Hrsg.), *Children's strategies: Contemporary views of cognitive development* (S. 245–268). Lawrence Erlbaum.
- Lingel, K., Neuenhaus, N., Artelt, C. & Schneider, W. (2014). Der Einfluss des metakognitiven Wissens auf die Entwicklung der Mathematikleistung am Beginn der Sekundarstufe I. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 35(1), 49–77. <https://doi.org/10.1007/s13138-013-0061-2>
- Moosbrugger, H. & Kelava, A. (2020). *Testtheorie und Fragebogenkonstruktion*. Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-61532-4>
- Niss, M. & Blum, W. (2020). *The Learning and Teaching of Mathematical Modelling*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315189314>
- Pressley, M. (1986). The relevance of the Good Strategy User Model to the Teaching of Mathematics. *Educational Psychologist*, 21(1-2), 139–161. <https://doi.org/10.1080/00461520.1986.9653028>
- Rellensmann, J., Schukajlow, S., Blomberg, J. & Leopold, C. (2021). Does strategic knowledge matter? Effects of strategic knowledge about drawing on students' modeling competencies in the domain of geometry. *Mathematical Thinking and Learning*, 25(3), 296–316. <https://doi.org/10.1080/10986065.2021.2012741>
- Rellensmann, J., Schukajlow, S. & Leopold, C. (2020). Measuring and investigating strategic knowledge about drawing to solve geometry modelling problems. *ZDM*, 52(1), 97–110. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01085-1>