KAISER, Svenja; VOGEL, Markus; DÖRING, Leif & MÜNZER, Stefan
Heidelberg, Mannheim

Ist ein digital gestütztes Beweisverständnistraining in der Studieneingangsphase wirksam?

Beweise sind im Rahmen eines Mathematikstudiums sowohl Lerninhalt als auch Lerngelegenheit (Hanna & Barbeau, 2008). Insbesondere das Verständnis gegebener Beweise stellt aber auch eine große Hürde in der Studieneingangsphase dar (Neuhaus-Eckhardt, 2022). Dabei wird unter Beweisverständnis ein kohärentes mentales Modell eines Beweises verstanden, das sowohl lokale als auch globale und über den Beweis hinausgehende Dimensionen umfasst (ebd.).

Im Rahmen einer Förderung durch die Stiftung Innovation in der Hochschullehre (Projekt InnoMA an der Universität Mannheim) wurde 2023 ein digitales Beweisverständnistraining auf Basis von Worked Examples für Studierende in der Studieneingangsphase entwickelt und evaluiert. Dieses Beweisverständnistraining unterstützt die Studierenden schrittweise dabei, zu exemplarisch gewählten Beweisen aus einer ihrer aktuellen Vorlesungen ein solches umfassendes und kohärentes mentales Modell zu entwickeln. Dazu stehen ihnen in der Lernsoftware CoTutor digitale Lernmaterialien in Form von Worked Examples sowie Multiple Choice Fragen zur Selbstkontrolle zur Verfügung (vgl. Kaiser, Vogel, Döring & Münzer, 2024).

Forschungsfrage und Hypothesen

Im Herbst-/Wintersemester 2023 wurde das Beweisverständnistraining bereits studienbegleitend über die Dauer eines ganzen Semesters angeboten und ein Beweisverständnistest am Ende des Semesters durchgeführt. Es konnte damals allerdings kein signifikanter Unterschied zwischen den Studierenden, die das Training nutzten, und den Studierenden, die es nicht nutzten, nachgewiesen werden. Das Training wurde nun im Herbst-/Wintersemester 2024 als Workshop angeboten, um eine größere Stichprobe zu generieren und die Messung mit randomisierten Gruppen unter Laborbedingungen und in einem kleineren Zeitrahmen zu wiederholen.

Die Wirksamkeit des Beweisverständnistrainings wurde mit der vorliegenden Interventionsstudie untersucht. Das Beweisverständnistraining wurde dazu einem alternativen Training gegenübergestellt, welches Rechentechniken behandelte. Neben den absoluten Punktzahlen im Posttest wurde auch der Lernzuwachs der Studierenden untersucht. Dazu wurde die Differenz der Ergebnisse der Beweisverständnisaufgaben eines Posttests nach dem Training und eines Pretests vor dem Training berechnet.

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.
58. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
https://doi.org/10.37626/GA9783959873307.0

Die Forschungsfrage zur Wirksamkeit lautet entsprechend, ob die Studierenden nach dem Beweisverständnistraining im Posttest bei den Beweisverständnisaufgaben bessere Ergebnisse beziehungsweise einen höheren Lernzuwachs als nach dem alternativen Rechentraining erzielen würden.

Zur Prüfung der Wirksamkeit des Beweisverständnistrainings wurden folgende Hypothesen aufgestellt:

- Hypothese 1: Die Studierenden erzielen nach dem Beweisverständnistraining signifikant bessere Ergebnisse im Beweisverständnis-Posttest als nach dem Rechentraining.
- Hypothese 2: Nach dem Beweisverständnistraining ist ein größerer Lernzuwachs beim Beweisverständnis der Studierenden festzustellen als durch das Rechentraining.

Stichprobe

Am Workshop nahmen insgesamt 95 Studierende teil, davon waren 43 weiblich und 51 männlich. 86 waren zwischen 18 und 21 Jahren alt, 9 waren älter. Die meisten der Studierenden studieren Wirtschaftsmathematik (48) oder Wirtschaftsinformatik (37), einige Lehramt (5) oder Wirtschaftspädagogik (4). 79 der Studierenden nahmen im Rahmen der Vorlesung Lineare Algebra am Training teil, 16 im Rahmen der Vorlesung Stochastik. Die meisten der Studierenden waren im ersten Fachsemester (36) oder im dritten (45), wenige bereits in einem höheren Fachsemester (14). Den Beweisverständnis-Pretest zu Semesterbeginn absolvierten 132 Studierende, allerdings konnten diese Pretests nur in 39 Fällen den Studierenden zugeordnet werden, die an dem Workshop teilnahmen.

Nach der zufälligen Einteilung der Studierenden in Interventions- und Alternativgruppe ergab sich eine annähernd gleiche Verteilung von Geschlecht, Alter, Studiengang, Vorlesung und Fachsemester für beide Gruppen.

Aufbau und Inhalt der Intervention

Bereits in der ersten Semesterwoche nahmen die Studierenden in der Vorlesung an einem Beweisverständnistest teil, der als Pretest für die vorliegende Interventionsstudie dient. Dabei waren in 11 Aufgaben maximal 22 Punkte zu erreichen. Die Intervention wurde als dreistündiger Workshop in Präsenz in der zehnten Semesterwoche angeboten. Die Studierenden brachten ihr eigenes digitales Endgerät mit. Nach einer kurzen Einführung und Motivation bearbeiteten die Studierenden zwei Aufgaben zu grundlegenden Rechentechniken mit Stift und Papier.

Danach erfolgte die zufällige Einteilung in zwei Gruppen und die Registrierung in der Software CoTutor. Anschließend arbeiteten die Studierenden 90 Minuten lang selbstständig mit dem digitalen Trainingsprogramm, für das sie eingeteilt wurden.

Der Interventionsgruppe standen im Beweisverständnistraining eine Einführung in die Methode sowie Lernmaterial und Fragen zu vier Beweisen zur Verfügung. Der Alternativgruppe stand ein Alternativtraining zu Rechentechniken mit einer Einführung sowie jeweils vier Aufgabenblöcke mit Lernmaterialien und Fragen zu zwei verschiedenen Themen zur Verfügung. Die Studierenden beider Gruppen konnten dabei zwischen Lernmaterial zur Vorlesung Lineare Algebra und Lernmaterial zur Vorlesung Stochastik auswählen. Umfang und Aufbau der Materialien waren dabei identisch.

Am Ende des Workshops wurden beide Trainings evaluiert. Dann bearbeiteten alle Teilnehmenden einen Beweisverständnistest sowie zwei Rechenaufgaben zu ihrem jeweiligen Vorlesungsstoff als Posttest. Bei dem Beweisverständnistest zur linearen Algebra waren in 11 Aufgaben maximal 22 Punkte zu erreichen, bei dem Beweisverständnistest zur Stochastik konnten in 12 Aufgaben insgesamt 25 Punkte erreicht werden. Die erreichten Punktzahlen werden im Folgenden in Prozent angegeben.

Ergebnisse

Im Beweisverständnis-Posttest zur linearen Algebra wurden durchschnittlich 58% der Punkte erreicht (min=0.23, max=1), im Beweisverständnis-Posttest zur Stochastik 35% (min=0.12, max=0.64). Die Interventionsgruppe erreichte nach dem Training (beide Vorlesungen zusammengenommen) 62% (min=0.23, max=1) der Punkte, die Alternativgruppe 47% (min=0.12, max=0.77).

Es wurde ein einseitiger t-Test für unabhängige Stichproben durchgeführt, um Hypothese 1 zu überprüfen. Der t-Test bestätigte die Hypothese, $t(77) = 3.427$, $p < .001$. Nach Cohen liegt mit $d = 0.77$ eine hohe Effektstärke vor. Die Interventionsgruppe erzielte also beim zweiten Beweisverständnistest signifikant bessere Ergebnisse als die Alternativgruppe.

In einem zweiten Schritt wurde der Lernzuwachs der beiden Gruppen zwischen Pre- und Posttest miteinander verglichen. In diese Analyse konnte nur knapp die Hälfte der Studierenden einbezogen werden, die übrigen Studierenden hatten beim Pretest zum Semesterbeginn nicht teilgenommen oder die pseudonomisierte Zuordnung der Pretestdaten mit den Daten aus dem Training war nicht eindeutig. Pretestergebnisse lagen daher nur für 23 Personen der Interventionsgruppe (m=0.48) und 16 Personen der

Alternativgruppe (m=0.45) vor. Die erreichten Punktzahlen der beiden Gruppen unterschieden sich im Pretest nicht signifikant.

Auch hier wurde ein einseitiger t-Test für unabhängige Stichproben auf Grundlage der Differenzwerte zwischen Post- und Pretest durchgeführt, um Hypothese 2 zu überprüfen. Die Hypothese ließ sich nicht bestätigen, $t(33) = 1.251$, $p = .10$. Die Gruppe, die das Beweisverständnistraining absolvierte, verzeichnete also keinen größeren Lernzuwachs als die Alternativgruppe.

Diskussion und Ausblick

Das Beweisverständnistraining zeigte sich als wirksam im direkten Vergleich der beiden Gruppen ohne Berücksichtigung des Pretests. Leider lag nur für die Hälfte der Teilnehmenden ein Pretest-Ergebnis vor und ein signifikanter Lernzuwachs beim Beweisverständnis konnte somit nicht nachgewiesen werden. Der Vergleich mit dem alternativen Rechentraining lässt allerdings darauf schließen, dass das Beweisverständnistraining tatsächlich das Beweisverständnis der Studierenden unterstützt hat.

Literatur

Hanna, G. & Barbeau, E. (2008). Proofs as bearers of mathematical knowledge. ZDM Mathematics Education, 40, 345–353.

Kaiser, S., Vogel, M., Döring L., & Münzer, S. (2024). Beweisverständnistraining mit Worked Examples als Starthilfe für Mathematikstudierende. In: P. Ebers, F. Rösken, B. Barzel, A. Büchter, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2024. 57. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, WTM, 303-306. DOI 10.17877/DE290R-25055.

Neuhaus-Eckhardt, S. (2022). Beweisverständnis von Studierenden [Dissertation, Fakultät für Mathematik; Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg]. Waxmann Verlag.