

ENGEL, Nina  
Vechta

## **Wie deuten Grundschüler\*innen eine abstrakte Skizze? - Eine Analyse des Einsatzes nonverbaler Darstellungsmittel bei der Untersuchung mathematischer Muster**

Figurierte Zahlenfolgen bieten Schüler\*innen die Möglichkeit, eine Musterfolge sowohl hinsichtlich der geometrischen Anordnungen ihrer Einzelobjekte als auch bzgl. ihrer kardinalen Zahlbeziehungen zu erforschen (Steinweg, 2013). Die Verallgemeinerung der Folgen basiert auf der Erfassung und Beschreibung des Gemeinsamen der einzelnen Folgenglieder durch mathematische Regelmäßigkeiten, Muster, zugrundeliegende Strukturen oder Beziehungen (Akinwunmi, 2012). Im Rahmen eines Promotionsvorhabens werden dahingehend zeichnerische Herangehensweisen von Viertklässler\*innen beim Verstehen und Verallgemeinern figuriert Zahlenfolgen näher untersucht.

Erste Ergebnisse der Pilotierung zeigen, dass die Kinder die Struktur des Musters so darstellen können, dass ihre Skizze losgelöst von einer konkreten Beispielfigur verstanden werden kann (Wittmann, 2014). Innerhalb der Darstellungen kann dabei zunächst grob zwischen ergänzend schriftlichen Verallgemeinerungen (Akinwunmi, 2012) und rein auf symbolischen Darstellungsmitteln beruhenden Verallgemeinerungen unterschieden werden. Die Darstellungen werden zudem differenziert bzgl. der Verallgemeinerung des Musters und der Verallgemeinerung der Struktur analysiert (Akinwunmi & Steinweg, 2022). In anschließenden Interviews werden Deutungsansätze der Kinder hinsichtlich einer fiktiven verallgemeinernden Schülerlösung untersucht. Die Darstellung fokussiert eine Verallgemeinerung des Musters mit Rückgriff auf symbolische Elemente in Form von Auslassungspunkten und Variablen (Malle, 1993).

### **Literatur**

- Akinwunmi, K. (2012). *Zur Entwicklung von Variablenkonzepten beim Verallgemeinern mathematischer Muster*. Vieweg + Teubner.
- Akinwunmi, K., Steinweg, A. S. (2022). Analysis of children's generalisations with a focus on patterns and with a focus on structures. *Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Feb 2022, Bozen-Bolzano, Italy.
- Steinweg, A. S. (2013). *Algebra in der Grundschule. Muster und Strukturen – Gleichungen – funktionale Beziehungen*. Springer Spektrum.
- Wittmann, E. Ch. (2014). Operative Beweise in der Schul- und Elementarmathematik. *mathematica didactica*, 37, 213–232.
- Malle, G. (1993). *Didaktische Probleme der elementaren Algebra*. Vieweg.

In: P. Ebers, F. Rösken, B. Barzel, A. Büchter, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.),  
*Beiträge zum Mathematikunterricht 2024*.

# Wie deuten Grundschüler\*innen eine abstrakte Skizze?

Eine Analyse des Einsatzes nonverbaler Darstellungsmittel bei der Untersuchung mathematischer Muster



## Zielsetzungen

Im Promotionsvorhaben werden die verschiedenen Vorgehensweisen von Grundschulkindern bei der **Auseinandersetzung mit Musterfolgen auf der zeichnerischen Darstellungsebene** näher untersucht.

**Ziele** des Vorhabens sind

- die Kategorisierung zeichnerischer Herangehensweisen an (verallgemeinernde) Skizzen von Musterfolgen
- die Untersuchung der Skizzenqualität bzgl. der Wahl nonverbaler Darstellungsmittel („Forschermittel“)
- die Typisierung der Argumentationen bei der Arbeit mit figurierten Zahlenfolgen mit Hilfe einer Skizze
- die Analyse von Deutungsansätzen bzgl. des Übergangs von einem konkreten Beispiel zu einer abstrakteren Darstellung

## Forschungsfragen



Welche Merkmale weist eine skizzierte Verallgemeinerung einer Musterfolge bei Viertklässler\*innen auf?

Welche Darstellungsmittel werden zur Argumentation auf der zeichnerischen Ebene bei figurierten Zahlenfolgen herangezogen?



Wie deuten Kinder eine abstrakte Darstellung einer Musterfolge?

## Theoretischer Hintergrund

Bei der Auseinandersetzung mit **figurierten Zahlenfolgen** haben Kinder die Möglichkeit, sowohl die geometrische Anordnung der Einzelobjekte als auch die kardinalen Zahlbeziehungen zu erforschen und dabei verschiedene Entdeckungen zu machen (STEINWEG 2013).

**(Nonverbale) Darstellungsmittel** sind hierfür ein bedeutendes Hilfs- und **Forschermittel**. Sie dienen als Instrumente des Erkennens, Begreifens und Beweisens und gleichzeitig als Dokumentations- und Kommunikationsmittel (DZLM 2024).

Bei der **Tätigkeit des Verallgemeinerns** soll das Gemeinsame vieler einzelner Fällen erfasst und beschrieben werden. Dies stellt die mathematische Regelmäßigkeit, das Muster, die zugrundeliegende Struktur oder eine Beziehung dar (AKINWUNMI 2012).

## Design

**Termin 1**

Auseinandersetzung mit **Muster 1** in Partner\*innenarbeit

Ergänzende Versprachlichung der Denkwege über Stimulated Recall (SRI)

**Termin 2**

Auseinandersetzung mit **Muster 2** in Partner\*innenarbeit

Ergänzende Versprachlichung der Denkwege über Stimulated Recall (SRI)

Interview zur Deutung einer abstrakten Darstellung von **Muster 2**

## Ausschnitte aus den Ergebnissen der Pilotierung

**Verallgemeinernde Merkmale einer Skizze**

Die Skizzen zeigen, dass die Kinder in der Lage sind, die Struktur des Musters so darzustellen, dass ihre Skizze losgelöst von einer konkreten Beispielfigur verstanden werden kann (WITTMANN 2014).

Hierbei kann bei der Argumentation zunächst grob zwischen **ergänzend schriftlichen Verallgemeinerungen** (AKINWUNMI 2012) und der rein **auf symbolischen Darstellungsmitteln beruhenden Verallgemeinerung** unterschieden werden. Eine weitere Differenzierung wird bezüglich der Verallgemeinerung des Musters und der Verallgemeinerung der Struktur vorgenommen (AKINWUNMI/STEINWEG 2022).

**Einsatz von Darstellungsmitteln bei Musterfolgen**

Die Kinder setzen eine große Vielfalt nonverbaler Darstellungsmittel zur Dokumentation und Kommunikation ihrer Entdeckungen ein.

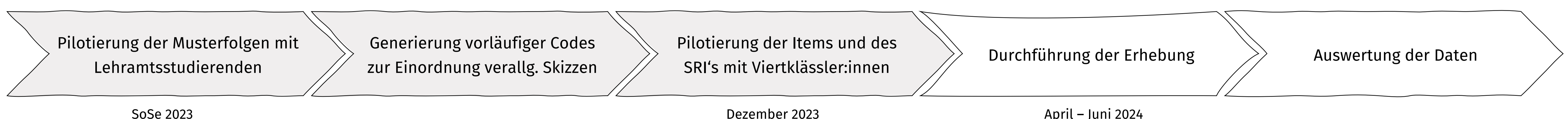
Am **häufigsten** wurden in 87 % der Bearbeitungen **farbige Hervorhebungen** und in 43 % der Dokumente **Pfeile** zur Veranschaulichung der Musterstruktur von den Kindern genutzt ( $N = 20$ ). In knapp der Hälfte der Bearbeitungen wurden mindestens zwei verschiedene Darstellungsmittel kombiniert eingesetzt.

**Deutung einer abstrakten Skizze**

Die abstrakte Skizze zeigt eine Verallgemeinerung des Musters mit Rückgriff auf symbolische Elemente in Form von **Auslassungspunkten, Nummerierungen und dem Fragezeichen als Platzhaltervariable** (MALLE 1993).

Erste Ergebnisse zeigen, dass die Auslassungspunkte (...) von einem Teil der Kinder als **Dokumentation einer Bewegung** (Wachstum der Folge) gedeutet werden. Dem gegenüber steht die Deutung der drei Punkte als drei „fehlende“ Kästchen.

## Zeitplan



## Literatur

AKINWUNMI, Kathrin (2012): Zur Entwicklung von Variablenkonzepten beim Verallgemeinern mathematischer Muster. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag (Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts, Band 8). AKINWUNMI, Kathrin; STEINWEG, Anna Susanne (2022): Analysis of children's generalisations with a focus on patterns and with a focus on structures. Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12), Feb 2022, Bozen-Bolzano, Italy. **Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik (DZLM)**, (2024). „Forschermittel.“ PIKAS – Mathematikunterricht weiterentwickeln. Online verfügbar unter <https://pikas.dzlm.de/fortbildung/forschermittel> (Letzter Aufruf: 10.02.2024). MALLE, Günther (1993): Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig: Vieweg. RELLENSMANN, Johanna (2019): Selbst erstellte Skizzen beim mathematischen Modellieren. Ergebnisse einer empirischen Untersuchung. Wiesbaden, Germany: Springer Spektrum (Studien zur theoretischen und empirischen Forschung in der Mathematikdidaktik). STEINWEG, Anna Susanne (2013): Algebra in der Grundschule. Muster und Strukturen – Gleichungen – funktionale Beziehungen. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum. WITTMANN, Erich Ch. (2014): Operative Beweise in der Schul- und Elementarmathematik. *mathematica didactica*, 37, 213–232.

## Nina Engel

Doktorandin in der Mathematikdidaktik an der Universität Vechta  
Erstbetreuerin: Prof. Dr. Meike Grüßing  
Driverstraße 22, D-49377 Vechta  
Tel.: +49. (0) 4441.15 440  
Mail: [nina.engel@uni-vechta.de](mailto:nina.engel@uni-vechta.de)  
Internet: [www.uni-vechta.de/mathematik](http://www.uni-vechta.de/mathematik)  
Weitere Informationen zum Forschungsvorhaben :

