

BRÄUNING, Kerstin & FESKORN, Caren  
Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg

## **Darstellungen zu $2 \cdot 4$ , $3 \cdot 4$ und $3 \cdot 5$ nicht nur in der Grundschule?!**

Quer zu den verschiedenen Themen, die im Mathematikunterricht der Grund- und Sekundarschule zum Lerngegenstand gemacht werden, liegen als elementare Gestaltungsmerkmale von Lernanlässen u. a. die Darstellungsvernetzung sowie die kollaborative Diskursanregung: Sowohl der intra- und intermodalen Verknüpfung zwischen verschiedenen Darstellungsebenen als auch dem interaktiven Austausch zwischen Peers wird eine große Bedeutung beigemessen, wenn es um das Aufbauen tragfähiger Vorstellungen geht. Im vorliegenden Beitrag soll aufgezeigt werden, wie ein Aufgabenformat zum Zuordnen vorgegebener Darstellungen eine gewinnbringende Möglichkeit bietet, um inhaltsbezogene Lernchancen im Bereich der Multiplikation zu eröffnen – auch über die Grundschule hinaus.

### **Aufgabenformat: Darstellungen zuordnen**

Besonders innerhalb der Algebra hat Swan (2005) aufgezeigt, dass das Sortieren von Karten, die verschiedene Darstellungen desselben mathematischen Inhalts zeigen, zu einer intensiven Auseinandersetzung mit Funktionsgraphen führt. “These card sets are powerful ways of encouraging learners to see mathematical ideas from a variety of perspectives and to link ideas together.” (S. 19) Hierbei arbeiten die Lernenden in Kleingruppen zusammen, um aus vorgegebenen Karten, ähnlich eines Memorys, passende Sets zu bilden. Auch Raymond (2016) belegt für jenes Aufgabenformat fachdidaktisches Potenzial: “Working collaboratively, students [...] form conjectures about the patterns of relations among representations.” (S. 380) Indem die Schüler\*innen Strukturen in unterschiedlichen Darstellungen erkennen, kommen sie dabei einer originären Denk- und Arbeitsweise der Mathematik nach und vertiefen ihr mathematisches Verständnis.

Für den vorliegenden Beitrag wurde einer Kleingruppe von Siebtklässler\*innen Karten mit verschiedenen Darstellungen gegeben, die sie innerhalb eines Rasters den Multiplikationsaufgaben  $2 \cdot 4$ ,  $3 \cdot 4$  und  $3 \cdot 5$  zuordnen sollten. Durch die vorgegebene Reihung der Multiplikationsaufgaben war neben dem Zuordnen der verschiedenen Darstellungen im Sinne der Darstellungsvernetzung intendiert, in einem zweiten Arbeitsschritt auch Veränderungen der Darstellungen anhand der sich verändernden Multiplikationsterme (Veränderung des Multiplikators, Veränderung des Multiplikanden) beschreiben zu können, da für das Aufbauen inhaltlicher Vorstellungen auch das Wissen

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),  
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.

58. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.

<https://doi.org/10.37626/GA9783959873307.0>

über Variationen in einem Darstellungsregister und ihre entsprechenden Auswirkungen in einem anderen Register bedeutsam ist (Duval, 2006).

### **Allgemeine Betrachtung**

Um einen ersten Eindruck davon zu vermitteln, welche Lerngelegenheiten zwischen den Schüler\*innen bzw. Peers Taylor, Clara, Tom, Lotta und Carolin innerhalb des Aufgabenformats entstehen, wird im Folgenden ein kurzer Überblick über die ersten Minuten gegeben. Die entsprechenden Karten (KA, KB, KC, KD, KE) sind Abb. 1 zu entnehmen.

- 07:40** Peers ordnen alle Karten den Multiplikationsaufgaben zu
  - 08:03 Taylor, Lotta und Tom vergleichen KA und KB miteinander und nehmen Zuordnung vor
  - 08:35 Taylor und Clara tauschen sich über KC aus und nehmen Zuordnung vor
    - 08:55 Carolin und Lotta diskutieren über die vorgenommene Zuordnung von KC
  - 09:39 Lotta stellt eine Nachfrage zur Zuordnung von KD
- 10:00** Peers tauschen sich über ihre vorgenommenen Zuordnungen aus
  - 10:56 Lotta, Carolin und Tom vergleichen KA und KB miteinander und verändern ihre Zuordnung
    - 11:30 Carolin äußert sich zur Zuordnung von KC und KE
      - 11:33 Lotta, Clara, Carolin und Tom diskutieren über die Zuordnung von KC und KE und nehmen eine Umordnung von KD und KE vor
      - 12:34 Carolin fragt Peers nach einer Erklärung für die Umordnung von KE
      - 12:45 Lotta gibt Carolin eine Erklärung für KE

**Tabelle 1:** Übersicht über Peerinteraktionen

Ersichtlich wird, dass das Aufgabenformat einen Aufforderungscharakter aufweist, da sich zunächst alle Peers an einer ersten Zuordnung der verschiedenen Darstellungen beteiligen. Zudem wird deutlich, dass sich auch ohne Impulse von außen aufgabenbezogene Interaktionen entwickeln.

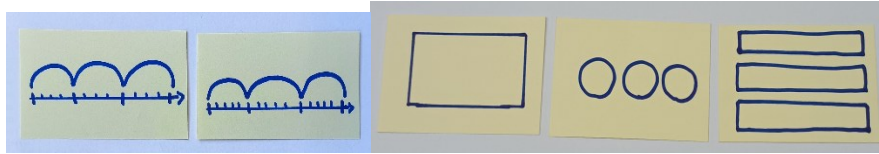


Abb. 1: KA ( $3 \cdot 4$ ), KB ( $3 \cdot 5$ ), KC ( $a \cdot b$ ), KD ( $3 \cdot x$ ), KE ( $3 \cdot z$ )

### Vertiefte Betrachtung

Für eine vertiefte Betrachtung wurden zwei Szenen ausgewählt, die unterschiedliche Fokussierungen aufzeigen: (1) Die Karten KA und KB werden unabhängig voneinander den Multiplikationstermen zugeordnet. (2) Jene Zuordnung wird an späterer Stelle überprüft, indem die entsprechenden zwei Karten in Beziehung zueinander gesetzt werden.

(1) Ab 08:03 diskutieren Taylor, Lotta und Tom über zwei Darstellungen. Zunächst legt Taylor mit den Worten „Das ist das hier“ KA zu  $3 \cdot 5$ . Lotta hält KB in der Hand und hinterfragt Taylors Zuordnung: „Was, warum ist das das?“ Taylor reagiert: „Keine Ahnung, das sieht so aus.“ Mögliche Deutungen von Taylors Zuordnung und Aussage sind, dass er sich an den drei Bögen orientiert und diese als Multiplikator interpretiert, dass er die längeren Striche als gängige Fünferstrukturierung wie am Zahlenstrahl versteht und diese als Multiplikativen interpretiert oder dass er die Anzahl der Striche, die ein Bogen umfasst, fokussiert und als Multiplikativen interpretiert. Um Taylor in seiner Zuordnung zu unterstützen, schaltet sich Tom ein: „fünf, zehn, fünfzehn. Drei mal fünf ist fünfzehn.“ Vermutlich bezieht (auch) er sich auf die drei Bögen und liefert durch sein fortgesetztes Zählen in Fünferschritten sowie der Benennung des Produkts eine Begründung. Taylor und Tom konzentrieren sich somit ausschließlich auf die Zuordnung einer Karte.

Währenddessen beschäftigt Lotta sich mit der Zuordnung von KB, indem sie einen Vergleich vornimmt. Dazu bezieht sie sich auf die von Taylor gelegte KA: „Das ist genau das gleiche. Ach ne, hä. Ist nicht das gleiche, hat noch 'n Strich mehr.“ Zu entnehmen ist, dass sie ihren Blick auf KB richtet, einen Unterschied in der Anzahl der Striche feststellt und anhand dessen ihre Karte zu  $3 \cdot 4$  zuordnet. „Mehr“ wird von Lotta somit als Zugehörigkeit zu einer anderen Multiplikationsaufgabe gedeutet. Erstaunlich ist, dass Lotta zwar einen Unterschied zwischen den Anzahlen der Striche feststellt, diese auch mit „'n Strich mehr“ benennt und KA trotzdem zu  $3 \cdot 4$  legt.

(2) Ab 10:56 prüft Lotta die Zuordnung von KA zu  $3 \cdot 5$  und von KB zu  $3 \cdot 4$ , indem sie die Darstellungen miteinander vergleicht: „Ich glaub', wir müssen das (KA) und das (KB) austauschen. Weil das (KB) sind mehr als hier (KA).“ Damit greift Lotta ihr Argument aus Szene (1), dass auf einer Karte „mehr“ zu sehen sind als auf der anderen, erneut auf. Dadurch setzt sie einen

Impuls für die gesamte Peergruppe, die Aufmerksamkeit auf beide Karten zu richten. Carolin, Tom und Taylor reagieren mit Zeigegesten und machen damit deutlich, dass sie sich an der Überprüfung der bisherigen Zuordnung beteiligen. Während Carolin sich KB zuwendet, richten Taylor und Tom ihre Aufmerksamkeit auf KA. Auffällig ist, dass beide Peers bereits in Szene (1) über die Zuordnung von KA zu  $3 \cdot 5$  diskutiert und ihre Zuordnung vorgenommen haben. Möglicherweise sehen sie die vorgenommene Zuordnung durch Lottas Reaktion in Frage gestellt und die Überprüfung in ihrer Verantwortung. Taylor tippt dazu in jeden Bogen rein und begleitet dies mit „fünf, fünf, fünf“. Während er in Szene (1) keine Begründung für seine Zuordnung benennen kann, stellt er hier durch seine Verbalisierung den mutmaßlichen Multiplikanden heraus. Auch wird er erneut durch Tom unterstützt, der Lotta auf die Anzahl der Striche hinweist, jedoch nicht genau benennt, und mit dieser die Zuordnung zu verifizieren versucht. Auch Lotta nutzt die Anzahl der Striche; allerdings quantifiziert sie die Striche unterhalb eines Bogens: „Hier sind mehr Striche in einem. Hier (KA) sind nur drei Striche, hier (KB) sind vier Striche.“ Diese aufgeworfene mehr-weniger-Relation scheint ein Indikator für die geforderte Umordnung zu sein, der Carolin zustimmen zu scheint, da beide Peers anschließend gemeinsam die Position von KA und KB vertauschen. Lotta schließt die Umordnung zudem mit einem zusätzlichen Bezug zu den Bögen ab, indem sie sagt: „Ein so 'n Dings sind fünf, fünf, fünf (KB). Vier, vier, vier (KA).“

## **Konklusion**

In der nur kurz angedeuteten Betrachtung der zwei Szenen zeigt sich, dass vielfältige Situationen entstehen, in denen sich die Peers individuell und gemeinschaftlich mit dem Vernetzen von Darstellungen der Multiplikation beschäftigen. Besonders ist vor allem, dass die (Inter-)Aktionen ohne äußere Impulse entstehen, sondern allein durch die Initiative der Peers getragen werden. Dabei beschäftigen sich auch noch Siebtklässler\*innen vertieft mit einem vermeintlichen Thema des Grundschulbereichs und unterstützen sich kollaborativ bei der Deutung multiplikativer Darstellungen. Im Weiteren sollen diese Momente der Deutungs-aushandlung vertieft und längsschnittlich untersucht werden.

## **Literatur**

- Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.
- Raymond, K. M. (2016). Making Sense of Representations: Card Sorting. *The Mathematics Teacher*, 109(5), 380–385.
- Swan, M. (2005). *Standards Unit. Improving learning in mathematics: challenges and strategies*. University of Nottingham.