KÜHN, Sabine & LENGNINK, Katja
Justus-Liebig-Universität Gießen

Ganze Zahlen natürlich differenziert unterrichten – Leitgedanken für einen inklusiven Mathematikunterricht

Zusammenfassung. Seit Jahren werden Ansätze erarbeitet, die helfen inklusiven Mathematikunterricht zu gestalten, insbesondere für die Primarstufe. Das Konzept der *natürlichen Differenzierung* (Wittmann, 1998; Hirt & Wälti, 2010; Krauthausen & Scherer, 2014) lässt sich auf die Sekundarstufe übertragen. Dabei arbeiten die Lernenden auf unterschiedlichen Niveaus, was zu der Herausforderung führt, die Lernergebnisse zufriedenstellend mit allen Lernenden reflektieren zu können. Der vorliegende Beitrag beschäftigt sich damit, wie das Konzept der Leitgedanken zur Bewältigung der obigen Problematik beitragen kann, indem an ihnen der inhaltliche Kern gebündelt und so kommunizierbar wird. Dazu wurden anhand von fünf *Leitgedanken* zum Themenfeld der ganzen Zahlen natürlich differenzierende Lernumgebungen entwickelt, erprobt und erste Ergebnisse zusammengefasst.

Leitgedanken. Im natürlich differenzierenden, inklusiven Unterricht arbeiten die Lernenden an gemeinsamen Aufträgen auf ihrem jeweils eigenen Niveau. Auf der Suche nach einem verbindenden Element, mit dem der inhaltliche Kern des Unterrichtsgeschehens trotz der individuellen Bearbeitungstiefen zusammengefasst werden kann, wurde der Begriff *Leitgedanke* entwickelt. Hirt und Wälti (2010) verwenden diesen bereits: „Leitgedanken basieren auf einer innermathematischen und sachbezogenen Struktur“ (Hirt & Wälti, 2010, S. 13). Ergänzend dazu ist uns für den inklusiven Mathematikunterricht wichtig, dass Leitgedanken als fachliche Orientierung dienen, zum einen für die Lehrkräfte, um den fachlichen Kern nicht aus den Augen zu verlieren, zum anderen für die Lernenden, dass das Lernziel auch ihnen präsent ist. Außerdem können Leitgedanken auf unterschiedlichen Lernniveaus erarbeitet werden. Das Ziel besteht darin, dass Leitgedanken helfen, den fachlichen Kern begleitend und am Ende einer natürlich differenzierenden Lernumgebung zu bündeln, um diesen mit allen Lernenden unabhängig vom Niveau festzuhalten.

Entwicklung von Leitgedanken. Für das Themenfeld der ganzen Zahlen wurden fünf Leitgedanken aufgestellt, an denen die fachliche Orientierung für Unterricht und Lernende auf unterschiedlichen Niveaus möglich sein soll. Der erste Leitgedanke *Ganze Zahlen gibt es in der Welt* knüpft an die Alltagsvorstellungen zu den negativen Zahlen der Lernenden an. Im Anschluss werden tragfähige Vorstellungen mit Hilfe des Leitgedankens *Ganze Zahlen kannst du dir vorstellen* erarbeitet. Da bei den ganzen Zahlen der

In: P. Ebers, F. Rösken, B. Barzel, A. Büchter, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2024.
57. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
https://doi.org/10.37626/GA9783959872782.0

Zahlenstrahl zur Zahlengerade wird und sich so die Ordnung der Zahlen erweitert, lautet der dritte Leitgedanke *Ganze Zahlen kannst du darstellen und ordnen*. Beim Leitgedanken *Mit ganzen Zahlen kannst du Rechnen* liegt der Fokus auf dem Addieren und Subtrahieren mit ganzen Zahlen. Des Weiteren schließt sich hier der Leitgedanke *Die Frage nach der Null* als Exkurs an. Dort wird die Bedeutung der Null im Hinblick auf unterschiedliche Kontexte aufgezeigt. Der letzte Leitgedanke *Bei den ganzen Zahlen gelten die Rechengesetze aus den natürlichen Zahlen weiterhin* wird zur Erarbeitung der Multiplikation und Division im Zahlenbereich der ganzen Zahlen genutzt.

Lernumgebungen. Zu jedem Leitgedanken wurde im Promotionsprojekt eine Lernumgebung entwickelt, die eine Erarbeitung des jeweiligen Leitgedankens differenzierend ermöglicht. Dabei wurde das Prinzip der natürlichen Differenzierung in den Aufträgen weitgehend berücksichtigt und durch Lernmaterialien und Reflexionsaufträge gestützt. Die im Promotionsprojekt entwickelten Lernumgebungen erfüllen die von Jürgen Roth (2022) erstellten Kriterien. Zu jeder Lernumgebung wurden übergeordnete Lernziele in drei Niveaustufen formuliert: *Basislernziel, Kernlernziel und Erweitertes Lernziel*. Das Basislernziel ist so formuliert, dass es von möglichst vielen Lernenden erreicht werden kann. Das Kernlernziel orientiert sich an den im Kerncurriculum geforderten Lernzielen. Das Erweiterte Lernziel erweitert die Kernlernziele und gibt leistungsstärkeren Lernenden Raum für die eigene Weiterarbeit.

Qualitative Studie und erste Auswertungsschritte. Im Wintersemester 2022 wurden die entwickelten Lernumgebungen in zwei Kursen einer integrierten Gesamtschule in Mittelhessen erprobt. Dabei entstanden 56 Lerndendokumente zu je vier beziehungsweise fünf Lernumgebungen. Anhand der Daten soll die folgende Forschungsfrage beantwortet werden:

Inwiefern sind unterschiedliche Lernniveaus bei der Erfassung der Leitgedanken beschreibbar?

Dafür wurden die Daten mit Hilfe von MAXQDA zunächst nach *bearbeiteten* und *nicht bearbeiteten* Aufgaben codiert. Im Anschluss wurde ein Kategoriensystem deduktiv-induktiv entwickelt (Kuckartz, 2014, S. 59), das sowohl die inhaltlichen Kompetenzen der Lernenden als auch das Leistungsniveau abbildet. Die Kategorien wurden aus den Leitgedanken abgeleitet und um weitere fachdidaktisch relvante Aspekte ergänzt. Abbildung 1 zeigt einen Ausschnitt aus dem Kategoriensystem zu zwei ausgewählten Aufträgen, die in den Abbildungen 2 und 3 näher thematisiert werden. Die Niveaus möglicher Antworten der Lernenden sind farbig markiert: Basislernziel(blau), Kernlernziel (gelb), Erweitertes Lernziel (grün).

		2.4g	3.2a&b	
Operieren	Rechnung			Lernende erstellen eine *Rechnung* und/oder bestimmen das *Ergebnis*.
	Ergebnis			
Vorstellungen	**Ganze Zahlen**			Lernende zeigen die Vorstellung der *Zustandsänderung* und/oder der *Zustände*.
	Zustandsänderung			
	Zustände			
Darstellungen	Zustandsänderung			Lernende stellen *Zustandsänderungen* und/oder *Zustände* bildlich dar.
	Zustände			
Abstände	Gleichmäßig			Lernende wählen die Abstände der Zahlen auf der Zahlengerade *gleichmäßig* oder *ungleichmäßig*.
	Ungleichmäßig			
	Regelmäßige Struktur			
	Beschreibend			
Zahlenauswahl	Beliebige Auswahl			Lernende wählen die Zahlen für die Zahlengerade *beliebig* oder *gleichmäßig verteilt* oder *reproduzieren* aus vorangegangenen Aufgaben.
	Gleichmäßige Verteilung			
	Reproduktion			
Zugang	**Kontext**			Lernende wählen einen *kontextbezogenen* oder *innermathematischen* Zugang.
	Kontext: Guthaben/Schulden			
	Kontext: Temperatur/Thermometer			
	Kontext: Aufzug/Aufzugstasten			
	Innermathematisch			
	Rechengesetze			
	Permanenzreihe			
	Zahlengerade			

Abbildung 1: Ausschnitt aus dem Kategoriensystem zur Erfassung der Leitgedanken

Erste Ergebnisse. Es zeigt sich, dass die Erfassung der Leitgedanken auf allen drei Niveaus in den Daten rekonstruiert werden kann. Dies wird im Folgenden exemplarisch dargelegt. Dazu werden zunächst Lösungen von Lernenden zur Aufgabe 2.4 die grünen Karten (Abbildung 2), der Lernumgebung *Ganze Zahlen kannst du dir vorstellen* aufgezeigt. Die Lernenden waren aufgefordert zu einer Geschichte (grüne Karte) die angegebenen Temperaturen am Thermometer einzutragen, die Temperaturveränderung zu bestimmen, und die Veränderungen am Thermometer mit Hilfe von Pfeilen darzustellen. SJ13 hat die in der Aufgabe genannten Zustände auf das Thermometer übertragen. Damit erfüllt er die für das Basislernziel genannten Aspekte. SJ03 hat ebenfalls die Zustände übertragen. Darüber hinaus spricht SJ03 über die Veränderung „10°C kälter“; „5°C wärmer“. Somit erreicht SJ03 das Kernlernziel. SJ07 überträgt sowohl die Zustände als auch die Veränderungen, mit Hilfe eines Pfeilbildes, auf das Thermometer. Des Weiteren wird das Vorgehen verbalisiert. SJ07 erreicht das Erweiterte Lernziel.

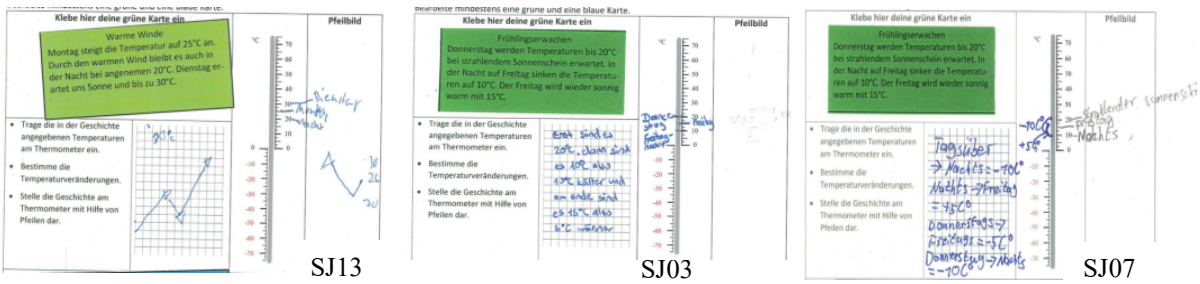

Abbildung 2: Lösungen der Lernenden zur Aufgabe 2.4

Auch Leitgedanke 3 *Ganze Zahlen kannst du darstellen und ordnen* gibt Einblicke in die unterschiedlichen Bearbeitungstiefen der Lernenden.

Aufgabe 3.2a&b fordert die Lernenden auf, sich vier positive und negative Zahlen auszudenken und diese in die aufgedruckten Kästchen zu schreiben (Abbildung 3). Unter den Kästchen befindet sich eine Zahlengerade in der nur die „0“ eingetragen ist. Die Zahlen sollen an der Zahlengerade geordnet werden. SJ01 wählt die Zahlen, die bereits in der Aufgabe zuvor verwendet wurden. Es findet dementsprechend eine „Reproduktion“ statt. Die Anordnung auf der Zahlengerade ist mit einem gleichmäßigen Abstand korrekt. SJ01 erreicht das Basislernziel. SJ02 verwendet Zahlen mit einer gleichmäßigen Verteilung und sortiert diese ebenfalls mit gleichmäßigen Abständen korrekt an der Zahlengerade ein. SJ02 erreicht das Kernlernziel. SJ21 entscheidet sich für eine beliebige Zahlenauswahl und ordnet diese gleichmäßig an der Zahlengerade ein. Somit erreicht SJ21 das Erweiterte Lernziel.

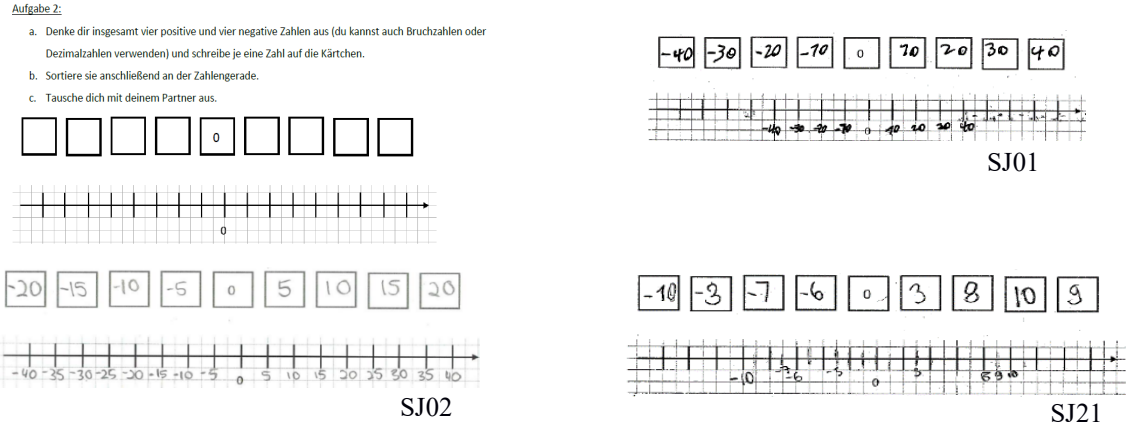

Abbildung 3: Lösungen der Lernenden zur Aufgabe 3

Eine Auswertung über alle fünf Lernumgebungen wird derzeit vorgenommen. Die kann dazu beitragen, natürlich differenzierenden Unterricht anhand von Leitgedanken auch für andere Themen der Sekundarstufe zu gestalten.

Literatur

Hirt, U. & Wälti, B. (2010). *Lernumgebungen im Mathematikunterricht. Natürliche Differenzierung für Rechenschwache bis Hochbegabte*. Seelze: Klett/Kallmeyer

Krauthausen, G. & Scherer, P. (2014). *Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht. Konzepte und Praxisbeispiele aus der Grundschule*. Seelze: Klett/Kallmeyer

Kuckartz, U. (2014). *Qualitative Inhaltsanalyse. Methoden, Praxis, Computerunterstützung*. Weinheim, Basel: Beltz Juventa

Roth. J. (2022). Digitale Lernumgebungen – Konzepte, Forschungsergebnisse und Unterrichtspraxis. In G. Pinkernell, F. Reinhold, F. Schacht & D. Walter (Hrsg.). *Digitales Lehren und Lernen von Mathematik in der Schule. Aktuelle Forschungsbefunde im Überblick*. (S. 109-136). Berlin, Heidelberg: Springer

Wittmann, E. Ch. (1998). Design und Erforschung von Lernumgebungen als Kern der Mathematikdidaktik. *Beiträge zur Lehrerinnen- und Lehrerbildung 16*, 3, 329-334.