PLOGMANN, Mona & GASTEIGER, Hedwig
Osnabrück

Zehnerüberschreitende Aufgaben im Zahlenraum bis 20 – Thematisierung von Strategien im Unterricht

Theoretischer Hintergrund

Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 20 sind eine wichtige Voraussetzung für das weitere Rechnen. Heuristische Strategien nehmen insbesondere bei der Thematisierung von zehnerüberschreitenden Aufgaben eine bedeutende Rolle ein: Im Gegensatz zu Zählstrategien sind sie eine geeignete Herangehensweise an diese Aufgaben. Das Ziel Ende Jahrgangsstufe 2 ist die flexible Nutzung von heuristischen Strategien und die weitgehende Automatisierung der Aufgaben im Zahlenraum bis 20.

Bisherige Studien zeigen, dass ein auf die Vermittlung von heuristischen Strategien ausgerichteter Unterricht im Vergleich zu Unterricht, der keine heuristischen Strategien thematisiert bzw. Zählstrategien gezielt fördert, zu einer höheren Strategievielfalt, einer selteneren Nutzung von Zählstrategien oder einer häufigeren Automatisierung führt (Thornton, 1978, 1990, Gaidoschik et al, 2017). Auch bestimmte Fördermaßnahmen, die den Fokus auf die Vermittlung von Strategien legen, tragen zur Ablösung vom zählenden Rechnen und zum flexiblen Rechnen bei (Rechtsteiner-Merz, 2013, Häsel-Weide, 2016).

Weitgehend unklar ist bisher jedoch, inwiefern für die Strategienutzung, Strategievielfalt und Lösungsrichtigkeit ausschlaggebend ist, ob im regulären Unterricht viele verschiedene heuristische Strategien thematisiert werden oder der Fokus auf wenige Strategien bzw. eine universale Strategie (schrittweises Rechnen zur 10) gelegt wird. Folgende Fragen sind offen:

- Lösen Schüler*innen der zweiten Jahrgangsstufe, deren Lehrkräfte angeben, verschiedene Strategien zu thematisieren, zehnerüberschreitende Aufgaben im Zahlenraum bis 20 häufiger richtig und häufiger mithilfe heuristischer Strategien als Kinder, deren Lehrkräfte angeben, ausschließlich das schrittweise Rechnen zur 10 zu thematisieren?
- Zeigen diese Schüler*innen eine größere Strategievielfalt bei der Bearbeitung zehnerüberschreitender Aufgaben?

Forschungsdesign

26 Lehrkräfte wurden mittels eines Fragebogens hinsichtlich ihres Unterrichts zum Zehnerübergang und der Thematisierung von Strategien in Jahr-

In: P. Ebers, F. Rösken, B. Barzel, A. Büchter, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2024.
57. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
https://doi.org/10.37626/GA9783959872782.0

gangsstufe 1 befragt. Anhand dessen wurden zwei Gruppen mit je 10 Lehrkräften unterschieden: Lehrkräfte der Gruppe A gaben an, das schrittweise Rechnen zur 10 thematisiert zu haben, die der Gruppe B verschiedene heuristische Strategien.

Kinder, die von den Lehrkräften der Gruppe A und B unterrichtet wurden, bearbeiteten Anfang und Ende Jahrgangsstufe 2 einen schriftlichen Speedtest mit allen zehnerüberschreitenden Aufgaben im Zahlenraum bis 20. Dabei sollten innerhalb von je 2 Minuten so viele der 36 Additions- und 36 Subtraktionsaufgaben wie möglich gelöst werden. Dadurch wurde die Lösungsrichtigkeit der Schüler*innen-Gruppe A (Anfang 2: $n = 104$, Ende 2: $n = 102$) und B (Anfang 2: $n = 127$, Ende 2: $n = 123$) erhoben.

Um zusätzlich Informationen zu Herangehensweisen der Kinder an das zehnerüberschreitende Rechnen zu erhalten, wurden außerdem 5 Kinder je Lehrkraft zufällig ausgewählt, die Anfang (Gruppe A: $n = 50$, Gruppe B: $n = 50$) und Ende (Gruppe A: $n = 49$, Gruppe B: $n = 50$) Jahrgangsstufe 2 an Interviews mit 12 zehnerüberschreitenden Aufgaben (6 Addition, 6 Subtraktion) teilnahmen. Zur Erhebung der Herangehensweisen beschrieben die Kinder ihr Vorgehen bei den 12 Aufgaben mittels ‚verbal self-report'. Die Beschreibungen wurden unter Beachtung von Gestik und Materialhandlung in die verschiedenen heuristischen Strategien, Zählstrategien und sonstige Vorgehensweisen unterteilt. Die Kategorie *Sonstiges* wurde v. a. dann vergeben, wenn Kinder ihre Herangehensweise nicht (nachvollziehbar) beschreiben konnten. Über eine mögliche Automatisierung konnte keine Aussage getroffen werden, da die Selbstauskunft „habe es gewusst" ggfs. auch gegeben wurde, wenn das Kind das Vorgehen nicht beschreiben konnte oder wollte.

Ergebnisse

In den Speedtests zeigte sich ein Unterschied hinsichtlich der Anzahl der korrekt bearbeiteten Additionsaufgaben: Kinder der Gruppe B ("Strategievielfalt") lösten Anfang Jahrgangsstufe 2 mehr Aufgaben korrekt als die der Gruppe A ("universale Strategie") ($t(229) = -2.009$, $p = .023$). Es handelt sich dabei mit $d = .266$ um einen kleinen Effekt (Cohen, 1992). Bei Subtraktionsaufgaben Anfang ($t(229) = -.328$, $p = .371$) und bei Additions- und Subtraktionsaufgaben Ende des zweiten Schuljahres zeigten sich keine Unterschiede in der Lösungsrichtigkeit ($t(223) = .198$, $p = .422$; $t(203{,}66) = -.423$, $p = .336$) zwischen den beiden Gruppen.

In den Interviews zeigten sich keine Unterschiede hinsichtlich der Anzahl der genutzten heuristischen Strategien zwischen Gruppe A und Gruppe B ($t(98) = -.902$, $p = .185$; $t(97) = -.056$, $p = .478$) (siehe Tab. 1).

	Anfang Jahrgangsstufe 2		Ende Jahrgangsstufe 2	
	M	SD	M	SD
Gruppe A	8.5	4.6	10.0	3.5
Gruppe B	9.2	4.0	10.0	3.8

Tabelle 1: Mittelwerte zu den mit heuristischen Strategien gelösten Aufgaben (Max 12)

Unter den genutzten heuristischen Strategien war das schrittweise Rechnen zur 10 sowohl in Gruppe A (67,7 % Anfang und 70,3 % Ende 2) als auch in Gruppe B (56,5 % Anfang und 65,7 % Ende 2) die häufigste Strategie.

Ausgehend von den Kindern, die heuristische Strategien genutzt haben, verwendete in Gruppe A Anfang Jahrgangsstufe 2 fast die Hälfte der Kinder bei der Subtraktion ausschließlich das schrittweise Rechnen zur 10. In Gruppe B war es weniger als ein Drittel der Kinder. Ende Jahrgangsstufe 2 verwendete in beiden Gruppen etwas weniger als die Hälfte der strategienutzenden Kinder bei der Subtraktion ausschließlich das schrittweise Rechnen zur 10.

Betrachtet man die Strategievielfalt, also wie viele verschiedene Strategien ein Kind bei den zehnerüberschreitenden Aufgaben genutzt hat, so zeigte sich Anfang Jahrgangsstufe 2 zwischen den beiden Gruppen kein Unterschied für Additionsaufgaben ($t(98) = -.847$, $p = .200$). Bei den Subtraktionsaufgaben nutzten Kinder der Gruppe B mehr verschiedene Strategien als Kinder der Gruppe A ($t(98) = -1.890$, $p = .031$). Es handelt sich dabei mit $d = .378$ um einen kleinen Effekt (Cohen, 1992). Für Ende Jahrgangsstufe 2 zeigten sich keine Unterschiede in der Strategievielfalt ($t(97) = .751$, $p = .227$, $t(97) = .054$, $p = .479$).

Diskussion

In den Speedtests zeigte sich nur bei Additionsaufgaben am Anfang des zweiten Schuljahres ein Unterschied in der Lösungsrichtigkeit (unter eingeschränkter Bearbeitungszeit). Dass die Gruppe, deren Lehrkräfte angaben, im ersten Schuljahr verschiedene Strategien thematisiert zu haben, Anfang des zweiten Schuljahres Additionsaufgaben erfolgreicher löste, könnte darauf hindeuten, dass sich die Thematisierung verschiedener Strategien durch Nutzung verschiedener Strategien in der Lösungsrichtigkeit (und -zeit) niederschlägt bzw. für eine höhere Automatisierungsrate verantwortlich ist. Kinder dieser Gruppe nutzten Anfang des zweiten Schuljahres allerdings nur bei Subtraktionsaufgaben signifikant mehr unterschiedliche Strategien als Kinder, deren Lehrkräfte angaben, nur das schrittweise Rechnen zur 10 thematisiert zu haben. Möglicherweise fällt es bei der Addition leichter, eigene

Strategien zu entwickeln und anzuwenden, auch wenn diese nicht explizit im Unterricht thematisiert werden. Das könnte dazu führen, dass auch Kinder, mit denen im Unterricht nur das schrittweise Rechnen zur 10 erarbeitet wurde, andere Strategien entwickeln und verwenden.

Dass sich dieser Unterschied in der Strategievielfalt bei der Subtraktion am Ende des zweiten Schuljahres – und damit einige Zeit nach der Erarbeitung im Unterricht – nicht mehr zeigte, könnte dafür sprechen, dass auch die Kinder, die nur eine Strategie erlernt haben, im Laufe des zweiten Schuljahres eigene Strategien entwickeln oder vom halbschriftlichen Rechnen adaptieren – sofern dazu verschiedene Strategien (im Zahlenraum bis 100) thematisiert wurden. Andererseits ist es auch möglich, dass die Kinder, die verschiedene Strategien gelernt haben, einige Zeit nach der Thematisierung nicht mehr alle Strategien nutzen, die sie kennen, sondern nur noch bestimmte Strategien verwenden, deren Nutzung ihnen leichter fällt bzw. für sie naheliegt. Um Gründe genauer zu identifizieren, könnte es hilfreich sein, neben dem Unterricht der Jahrgangsstufe 1 auch den der Jahrgangsstufe 2 zu erheben.

Da das schrittweise Rechnen zur 10 in der Gruppe, die ausschließlich diese Strategie im Unterricht gelernt hat, insbesondere Anfang Jahrgangsstufe 2 einen prozentual etwas höheren Anteil an den heuristischen Strategien einnahm als in der Gruppe B, scheint es lohnenswert, auch die anderen verwendeten Strategien genauer zu betrachten. Weitere Analysen hierzu werden im Vortrag vorgestellt.

Nicht zuletzt muss bei der Betrachtung der Ergebnisse hinsichtlich der Strategiethematisierung berücksichtigt werden, dass die Gruppeneinteilung auf der Selbstauskunft der Lehrkräfte beruht. Möglicherweise weicht das beschriebene unterrichtliche Vorgehen von dem tatsächlichen ab.

Literatur

Cohen, J. (1992). A power primer. *Psychological Bulletin, 112*(1), 155–159.

Gaidoschik, M., Fellmann, A., Guggenbichler, S. & Thomas, A. (2017). Empirische Befunde zum Lehren und Lernen auf Basis einer Fortbildungsmaßnahme zur Förderung nicht-zählenden Rechnens. *Journal für Mathematik-Didaktik, 38*(1), 93–124.

Häsel-Weide, U. (2016). *Vom Zählen zum Rechnen: Struktur-fokussierende Deutungen in kooperativen Lernumgebungen*. Springer Spektrum.

Rechtsteiner-Merz, C. (2013). *Flexibles Rechnen und Zahlenblickschulung: Entwicklung und Förderung von Rechenkompetenzen bei Erstklässlern, die Schwierigkeiten beim Rechnenlernen zeigen*. Waxmann.

Thornton, C. A. (1978). Emphasizing thinking strategies in basic fact instruction. *Journal for Research in Mathematics Education, 9*(3), 214–227.

Thornton, C. A. (1990). Solution strategies: Subtraction number facts. *Educational Studies in Mathematics, 21*(3), 241–263.