

Thomas SCHRAMM, Hamburg, Tim BUHRKE, Hamburg

Mathematisches Assessment in der Schul- und Ingenieurausbildung

Wir registrieren zunehmend Schwierigkeiten Studierender, mit den mathematischen Anforderungen zu Beginn Ihres Studiums zurechtzukommen. Assessmentsysteme helfen und entlasten die Lehrenden bei der Erstellung und Auswertung von Übungen und bei Lernkontrollen jeglicher Art. Dass dies nicht nur im universitären Umfeld sinnvoll ist, sondern auch im Schulbereich, soll im ersten Abschnitt gezeigt werden. Im zweiten berichten wir über die Erfahrungen mit Computermathematik- und Assessmentsystemen an der HafenCity Universität Hamburg.

1. Mathematik in der Schule

Die aktuelle Situation im Schulunterricht ist geprägt durch die Einführung und Überprüfung von Lernstandards, die Wandlung eines fakten- zu einem kompetenzorientierten Unterricht und das Ringen um Nachhaltigkeit. Dies kollidiert mit abnehmender Motivation und Frustrationstoleranz auf der Schülerinnen- und Schülerseite mit Problemen im Bereich der Selbstwahrnehmung.

Wir wünschen uns an den Hochschulen und Universitäten natürlich, dass diese Qualitätsoffensive gelingen möge. Es ist aber festzustellen, dass die Zielvorstellungen von Hochschulen und Schulen durchaus divergieren, da die Studierfähigkeit nicht mehr unbedingt im Fokus der Schulpolitik liegt. Kooperationen zwischen Schulen und Hochschulen wirken hier nivellierend. In einem Projekt zwischen dem Schleswig-Holsteiner Gymnasium Wentorf und der HafenCity Universität Hamburg wird das webgestützte professionelle Assessmentsystem Maple T.A. von Maplesoft Inc. genutzt, um die Qualität und Nachhaltigkeit des Mathematikunterrichtes zu erhöhen und die Anforderungen eines Ingenieurstudiums zu verdeutlichen.

In verschiedenen Klassenstufen werden automatisierte Hausaufgaben gestellt und Präsenzttests durchgeführt, die wegen ihrer Wiederholbarkeit und Zeittoleranz einen hohen Lernerfolg sichern. Die Aufgaben werden bei jedem Zugriff neu und randomisiert zusammengestellt und automatisch ausgewertet. Die Schülerinnen und Schüler bekommen so ein unmittelbares und relativ objektives Feedback ihrer Kompetenzen, was nicht nur positiv aufgenommen wird. Die Aufgaben reichen von sehr einfachen Tests zur Bruchrechnung (s. Abb. 1) bis hin zu komplexen Aufgaben aus der Vektorrechnung.

Question Name: Gemischte Bruchaufgaben 1

Berechne und kürze so weit wie möglich.
Benutze die beiden Eingabefelder für Zähler und Nenner.

$$\frac{11}{2} \cdot \left(4 + \frac{1}{11}\right) = \text{[]} / \text{[]}$$

Beispiel für eine einfache Bruchrechenaufgabe mit dem Assessmentssystem Maple T.A.

Abbildung 1

Da das Assessmentssystem durch das integrierte Computeralgebrasystem Maple unterstützt wird, sind nicht nur einfache numerische Aufgaben möglich, sondern es können auch Terme auf ihre Korrektheit geprüft werden. Maple erkennt z. B., dass $1/\cos^2(x)$ und $1+\tan^2(x)$ beide die Ableitung von $\tan(x)$ darstellen können. So ist über ein syntaktisches Assessment hinausgehendes semantisches Assessment möglich.

Erste Erfahrungen im Schulbereich zeigen, dass die Akzeptanz solcher neuen Lernformen mit der Klassenstufe steigen und es für Schülerinnen und Schüler schwer ist, sich den Anforderungen zu entziehen. Erstaunlicherweise neigten gerade die schwächeren Schüler dazu, Ihre mangelnden Kompetenzen zu ignorieren. Das eingesetzte System hilft, die Selbstwahrnehmung zu korrigieren. *Vielleicht kann so langfristig etwas an der Situation geändert werden, dass zwar die Abiturmathematiknote mit der Durchschnittsnote korreliert, nicht aber die tatsächliche Kompetenz.*

2. Mathematik im Department Geomatik der HafenCity Universität Hamburg

Wie eigentlich an jeder Universität, versuchen wir die Erfolge im Mathematikunterricht zu verbessern. Die fast überall [1] festgestellte Abnahme der mathematischen Kompetenz können wir bestätigen. Im WS06/07 haben wir erstmals einen Einstufungstest mit Fragen aus der Sekundarstufe 1 nach einem Entwurf der Hochschule Aachen durchgeführt, der eigentlich die Kandidaten für ein zusätzliches Tutorium identifizieren sollte. Im Resultat wurde das Tutorium fast allen empfohlen.

Dieser Test wird gerade mit Maple T.A. automatisiert. Er kann dann jeweils leicht geändert erneut durchgeführt werden, um Lernfortschritte zu belegen.

Bereits implementiert sind Aufgaben zur Mathematik 1 und 2 (vergl. Abb. 2)., die zum freien Üben zur Verfügung stehen. Die Beschäftigung mit dem System hat sich deutlich intensiviert, seit die Aufgaben klausurrelevant geworden sind. Ein Zusammenhang mit dem Klausurerfolg ist nachweislich.

Question Name: Skalarprodukt 3

Berechnen Sie das Skalarprodukt von $\begin{pmatrix} -10x \\ 8 - 6x \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 3 \\ -5 + 9x \end{pmatrix}$.

Geben Sie das Resultat als Polynom in x an.
 Benutzen Sie das \wedge -Zeichen für die Multiplikation und das \wedge -Zeichen für Potenzen z.B. $15+17*x-22*x^2$.
 Geben Sie die Koeffizienten als ganze Zahlen ein.

This question accepts formulas in Maple syntax.
[Plot](#) | [Help](#) | [Preview](#)

Aufgabe
zum
Skalar-
produkt.

Abbildung 2

Insgesamt setzten wir auf einen massiven möglichst fächerübergreifenden Einsatz von Computermathematik, namentlich den Problemlösungsumgebungen (PLUs) Maple und Matlab. Wir treten aber der Auffassung entgegen, dass deshalb weniger Mathematik beherrscht werden muss. Im Gegenteil, um die Ergebnisse, die mithilfe der Computermathematik erreicht werden, verstehen und beurteilen zu können, muss mehr Mathematik verstanden werden. Lediglich bei einigen Themen können die Schwerpunkte etwas verschoben werden. Der Einsatz solcher Systeme ist in der modernen Ingenieurwissenschaft unerlässlich, da wir sonst den Problemen wachsender Komplexität der Welt nicht entgentreten können.

Zusammen mit dem o.g. semantischen Assessment soll die Nutzung der PLUs dazu führen, symbolische und numerische Verfahren der Mathematik kennen zu lernen, geeignet einzusetzen und ggf. zu Synergien führen. Wir haben dazu etwas augenzwinkend den Begriff „Numbolik“ bzw. „numbolisch“ eingeführt. Hiermit bezeichnen wir Verfahren, die nicht allein, oder nur schwer, numerisch bzw. symbolisch durchzuführen sind, sondern jeweils einen wesentlichen anderen Anteil enthalten.

Als Beispiel seien *ausgleichende* Splines genannt, die in ausgleichendem Sinn durch eine Menge von Datenpunkten (x_i, y_i) gelegt werden sollen. Man kann diese so konstruieren, dass man einen Satz von Stützstellen x_j vorgibt und den zugehörigen symbolischen Spline mit symbolischen Werten y_j mithilfe eines Algebrasystems bestimmt. In diesen symbolischen Spline können nun die Datenpunkte eingesetzt werden, was

zu einem überbestimmten System linearer Gleichungen in den noch unbekanntem y_j führt, das numerisch mit dem Standardverfahren der kleinsten quadratischen Abweichung gelöst werden kann (Abb. 3).

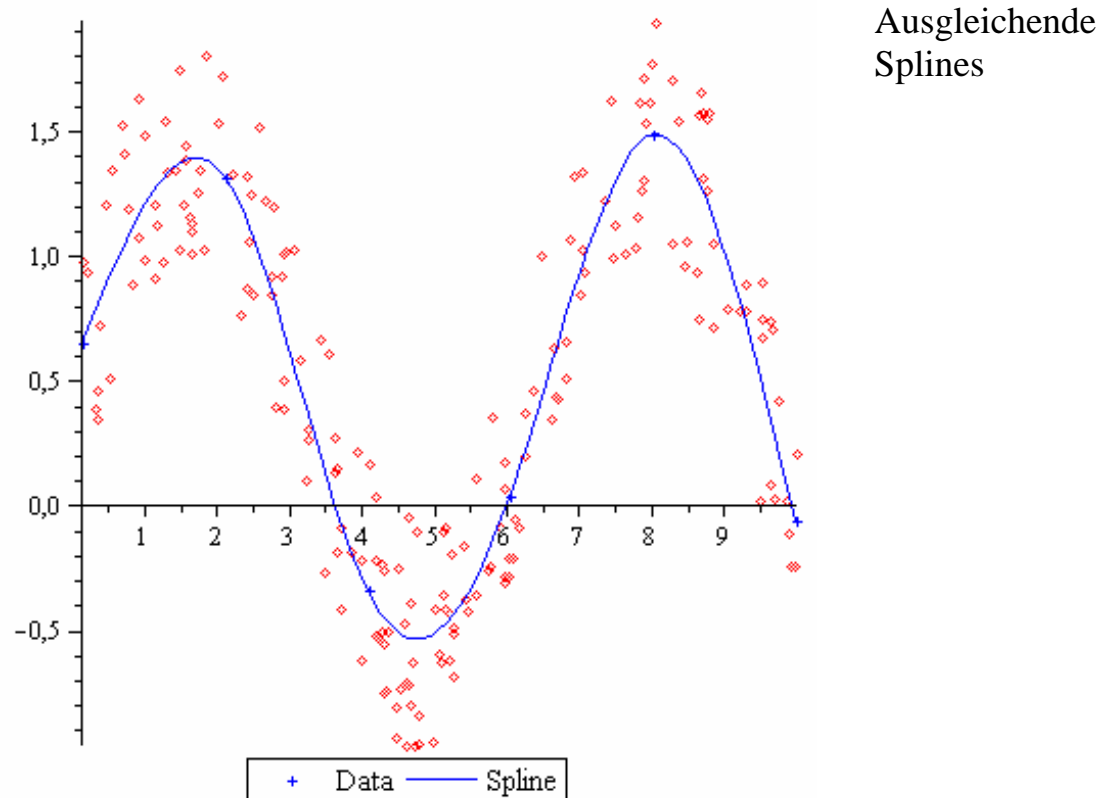


Abbildung 3

Weitere „numbolische“ Verfahren findet man unter [3].

3. Fazit

Assessmentsysteme entlasten Lehrende, objektivieren die Selbsteinschätzung der Lernenden, verbessern die Motivation und so den Erfolg. Der Einsatz an Schulen hilft langfristig der Erstsemesterproblematik, die Kooperation hilft der gegenseitigen Wahrnehmung. Computermathematik soll helfen und ergänzen, ggf. überkommene Techniken ersetzen und Mathematik jenseits manueller Möglichkeiten erreichbar machen.

Literatur

- [1] A. Schwenk, B. Berger, “Mathematische Kenntnisse von Studienanfängern”, in Schlattmann (Hrsg) Ingenieurpädagogik, Band 1, Der Andere Verlag, 2006, Tönning, Deutschland.
- [3] www.hcu-hamburg.de/geomatik/departement/mit/schramm/tools