

Die Eignung von Erklärungen zur (Wahl der) Nullhypothese beim Hypothesentesten

„Nullhypothesen“ spielen beim Hypothesentest eine entscheidende Rolle. Dennoch wird dieser Grundbegriff in Schulbüchern, aber auch in der Fachliteratur kaum erläutert (Stoyan 2011). Welche Erläuterungen man findet, wurde in sieben Statistik-Büchern für Studierende und in sieben Schulbüchern für die Oberstufe untersucht. Die Eignung der gefundenen Erklärungen zur Nullhypothese und zur Wahl dieser wird im Folgenden an zwei Anwendungsbeispielen untersucht. Dazu sollen diese zunächst kurz vorgestellt werden. Abschließend wird ein Vorschlag unterbreitet, das Formulieren der Nullhypothese im Kontext des mathematischen Modellierens und vor dem Hintergrund verschiedener Typen von Hypothesen zu betrachten.

Als erstes Beispiel wird eine reale Anwendung des Hypothesentests im Zusammenhang mit einer Studie zur Geburtenwahrscheinlichkeit rund um das Atommüllzwischenlager in Gorleben betrachtet, bei der es um die Frage geht, ob seit der Einlagerung des Atommülls statistisch signifikant mehr Jungen geboren wurden (vgl. dazu Schäfer 2016). Eine mögliche Nullhypothese könnte lauten: „Die Wahrscheinlichkeit für eine Jungengeburt im 35-km-Umkreis um das Atommüllzwischenlager Gorleben ist nach der Einlagerung des Atommülls gleich der Wahrscheinlichkeit für eine Jungengeburt in Deutschland in demselben Zeitraum. Kurz: $H_0: P(\text{Jungengeburt in Gorleben}) = 0,513$.“

Als zweites wird ein klassisches Beispiel zum Signifikanztest betrachtet: Die Tea-Tasting-Lady, die behauptet am Geschmack zu erkennen, ob zuerst der Tee oder die Milch in die Tasse gegossen wurde (vgl. dazu z.B. Batanero & Borovcnik 2016). Eine mögliche Nullhypothese wäre hier: „Die Lady kann die Reihenfolge nicht am Geschmack identifizieren, d.h. sie rät. Kurz: $H_0: P(\text{richtig identifizierte Tasse}) = 0,5$.“

Erklärungen zur Nullhypothese in Statistik-Büchern

Mehrere Statistik-Bücher geben an, dass sich die Nullhypothese auf etwas Feststehendes bezieht: Die Nullhypothese beinhaltet den „Status quo“, eine „althergebrachte Meinung“ (Oestreich & Romberg 2014, S. 254f), steht für den „anerkannten Sachverhalt“ (Sachs & Hedderich 2006, S. 321) oder die „etablierte[] Theorie“ (Krengel 2003, S. 94). Diese Erklärungen helfen jedoch nicht weiter, um in den beschriebenen Beispielen eine geeignete Nullhypothese zu finden. Schließlich ist in Bsp. 1 fraglich, was der derzeitige Zustand ist und es gibt auf Gorleben bezogen keine anerkannte oder etab-

lierte Einschätzung des Sachverhalts. Passender ist die Erklärung von Oestreich und Romberg: „Wir nehmen hier also als Nullhypothese an, dass es so ist, wie es sein sollte“ (2014, S. 255). Jedoch ist diese Erklärung wiederum nicht gut auf das Bsp. 2 übertragbar.

Kütting und Sauer schreiben, dass die Nullhypothese angibt, „dass der theoretische Wert wahr ist“ (2011, S. 351). Jedoch ist im ersten Bsp. die Wahrscheinlichkeit für eine Jungengeburt in Deutschland ein empirisch gewonnener Wert, der sich aus Betrachtung der Geburten in Deutschland über mehrere Jahre ergibt (relative Häufigkeit als Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit). Die Wahrscheinlichkeit im zweiten Bsp., die richtige Reihenfolge zu identifizieren, wenn man nur rät, ist hingegen unter Verwendung der Laplace-Regel theoretisch gewonnen. Kütting und Sauer schreiben aber auch, dass sich die Nullhypothese auf eine „vorhandene Theorie“ (2011, S. 351) bezieht. Doch auch hier ist nicht klar, worin diese in den jeweiligen Sachsituationen bestehen könnte.

Besser passt zu Bsp. 2 aber die Formulierung, dass man als Nullhypothese die Verteilung wählt, die „reiner Zufälligkeit“ (Krengel 2003, S. 94) entspricht. Der Gebrauch von Zufälligkeit als Modellannahme macht jedoch nur Sinn, wenn es um Tests geht, bei denen man prüft, ob jemand besondere Fähigkeiten hat (z.B. die in Schulbüchern üblichen Geschmackstests). In anderen Anwendungssituationen wie im Bsp. 1 macht das Sprechen über Zufall nur Sinn, wenn man unter Annahme der Nullhypothese argumentiert: Die aufgetretene Anzahl an Jungengeburten wäre statistisch nicht signifikant, wenn diese unter Annahme der Nullhypothese im Rahmen der zufälligen Schwankungen läge. Beim Geschmackstest tritt der Begriff der Zufälligkeit damit sogar in doppelter Weise auf: Man nimmt an, dass die Lady zufällig auf eine Reihenfolge tippt und somit nur rät. Unter dieser Annahme der Zufälligkeit liegt es nicht im Rahmen der zufälligen Schwankungen, wenn sie 8 von 8 Tassen richtig identifizieren kann.

Erklärungen zur Wahl der Nullhypothese in den Schulbüchern

Hingegen finden sich in den Schulbüchern weniger Erklärungen dazu, was eine Nullhypothese überhaupt ist und worauf sie sich bezieht, sondern überwiegend Hinweise zur Wahl der Null- und Alternativhypothese. Auffällig ist, dass sich dort Erklärungen finden, die sich auf den ersten Blick zu widersprechen scheinen. „Als Nullhypothese H_0 wählt man diejenige Hypothese, die man möglichst nicht fälschlich verwerfen möchte“ (S. 432), erklärt Fokus Mathematik (2011). Neue Wege (2012) legt hingegen dar, dass „man die Behauptung (Vermutung), die man mit dem Test verwerfen möchte“ (S.

176), als Nullhypothese wählen sollte. Dennoch lassen sich beide Erklärungen auf das erste Bsp. anwenden. Einerseits führt der Autor der Studie, der Biostatistiker Hagen Scherb, den Hypothesentest durchaus durch, um die Nullhypothese zu verwerfen, um anschließend von einer geringeren Wahrscheinlichkeit für eine Mädchengeburt ausgehen zu können. Andererseits will z.B. die Niedersächsische Landesregierung natürlich nicht fälschlicherweise davon ausgehen, dass das Geschlechterverhältnis rund um Gorleben signifikant verschoben ist. Dies zeigen auch die ergänzenden Studien des Niedersächsischen Landesgesundheitsamts (2011), in dessen Rahmen die Untersuchungen Scherbs wiederholt wurden, um diese zu überprüfen (vgl. Schäfer 2016). Somit ist es nicht nur so, dass nicht immer klar ist, welche Hypothese zu testen ist und es dabei „oft auf den jeweiligen Standpunkt“ (Elemente der Mathematik, S. 252) ankommt, sondern es kommt auf diesen auch an, wenn es um die Anwendbarkeit der Hinweise zur Wahl der Nullhypothese geht.

Fazit und Ausblick

Insgesamt ist festzuhalten, dass sich keine der in den Statistik- und Schulbüchern verwendeten Erklärungen zur Wahl der Nullhypothese problemlos auf

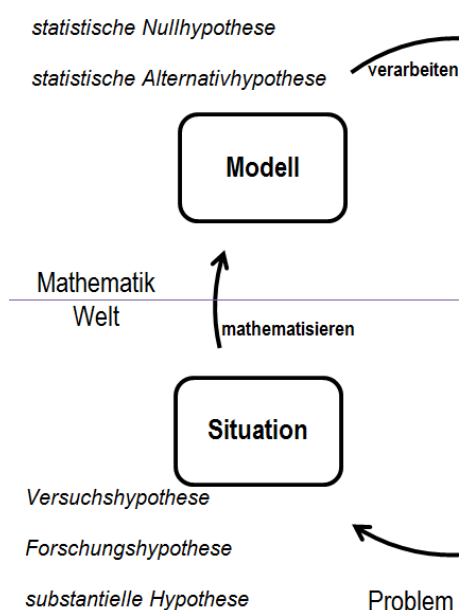


Abb.1: Teil eines Modellierungskreislaufs nach Engel (2010)

beide Anwendungsbeispiele übertragen lassen. Da sich die Problematik der Wahl der Nullhypothese somit nicht mit einer allgemeingültigen Erklärung lösen lässt, müssen die Lernenden anders unterstützt werden.

Hilfreich kann es dabei sein, die Mathematisierung der realen Sachsituation anhand eines Modellierungskreislaufs zu thematisieren. Auf dieser Grundlage lassen sich unterschiedliche Hypothesen (Chow 1996; vgl. Abb.1) formulieren. Betrachten wir das Bsp. 1, so kann man in der Sachsituation als substantielle Hypothese durchaus formulieren: „Der höhere Anteil an Jungengeburten hängt mit der Nähe zum Atommüllzwischenlager zusammen.“ Auch Forschungshypothesen sind in der Regel noch in der realen Situation

verortet. Daher sollten Nullhypothesen nicht verkürzt als das „Gegenteil der Forschungshypothese“ (Kronthaler 2014, S. 104) eingeführt werden. Um von solchen Hypothesen innerhalb der realen Situation zu einer statistisch zu testenden Nullhypothese zu gelangen, bedarf es einer geeigneten Mathematisierung. Dazu muss man die Grundidee des Testens verstanden haben und

wissen, was der Test leisten kann und was nicht. In Bsp. 1 bedeutet dies, dass man mit dem Hypothesentest lediglich eine statistisch signifikante Verschiebung des Geschlechterverhältnisses feststellen kann, damit aber keine Aussage über die Ursachen dieser Verschiebung treffen kann.

Literatur

- Batanero, C. & Borovcnik, M. (2016): *Statistics and Probability in High School*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Brandt, D., Riemer, W. & Wollmann, A. (Hrsg.) (2012): *Lambacher Schweizer. Mathematik. Stochastik*. Stuttgart: Klett.
- Chow, S. L. (1996): *Statistical significance. Rationale, validity and utility*. London u.a.: Sage Publications.
- Engel, J. (2010): *Anwendungsorientierte Mathematik: Von Daten zu Funktionen*. Berlin: Springer.
- Griesel, H., Postel, H. & Suhr, F. (Hrsg.) (2003): *Elemente der Mathematik. Leistungskurs Stochastik*. Hannover: Schroedel.
- Krengel, U. (2003): *Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik*. 7. Aufl. Wiesbaden: Vieweg.
- Kronthaler, F. (2014): *Statistik angewandt. Datenanalyse ist (k)eine Kunst*. Berlin: Springer Spektrum.
- Krysmalski, M. et al. (Hrsg.) (2011): *Fokus Mathematik. Qualifikationsphase gymnasiale Oberstufe*. Nordrhein-Westfalen. Berlin: Cornelsen.
- Kütting, H. & Sauer, M. J. (2011): *Elementare Stochastik. Mathematische Grundlagen und didaktische Konzepte*. 3. Aufl. Berlin: Springer Spektrum.
- Lergenmüller, A., Schmidt, G. & Krüger, K. (Hrsg.) (2012): *Mathematik. Neue Wege. Stochastik*. Braunschweig: Schroedel.
- Niedersächsisches Landesgesundheitsamt (2011): *Veränderungen beim sekundären Geschlechterverhältnis in der Umgebung des Transportbehälterlagers Gorleben ab 1995*.
- Oestreich, M. & Romberg, O. (2014): *Keine Panik vor Statistik! Erfolg und Spaß im Horrorfach nichttechnischer Studiengänge*. 5. Aufl. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Sachs, L. & Hedderich, J. (2006): *Angewandte Statistik. Methodensammlung mit R*. 12. Auflage. Berlin: Springer Spektrum.
- Schäfer, A. (2016): Weniger Mädchen in Gorleben?! Statistische Signifikanz verstehen. In: *mathematik lehren* 197, S. 40-44.
- Stoyan, D. (2011): Statistische Tests in Gymnasiallehrbüchern. In: *Stochastik in der Schule* 31, S. 28-32.