

Norbert Christmann, Kaiserslautern

Mathematik und Musik: Arvo PÄRTS Komposition „Spiegel im Spiegel“

Der estnische Komponist A. PÄRT entwickelte mit seinem „Tintinnabuli (Glöckchen) - Stil“ eine Kompositionsform, bei der mit stark reduzierten Grundelementen (Tonleiter, Dreiklang) nach mathematisch beschreibbaren Regeln die Werke entstehen. In diesem Beitrag wird diese Methode u. a. an der Komposition „Spiegel im Spiegel“ erläutert und deren Einbeziehung in den Mathematikunterricht (einschließlich Medienunterstützung) diskutiert.

1. Zur Person A. PÄRT

Der 1935 in Paide, Estland geborene Komponist A. PÄRT experimentierte nach dem Musikstudium in seiner Heimat mit der Zwölftontechnik und dem musikalischen Serialismus. Seine Werke wurden wegen der Modernität und der religiösen Inhalte von den sowjetischen Kulturfunktionären mit Unwillen betrachtet und teilweise offiziell missbilligt. Ab 1962 bis etwa 1968 versuchte er mit der Collage-Technik avantgardistische Elemente mit solchen früherer Epochen (u. a. mit Werken von J. S. BACH) zu verbinden. Die Methode war auf Dauer für ihn unbefriedigend, deshalb legte er von 1968 – 1976 eine schöpferische Pause ein (lediglich ein Werk entstand in dieser Zeit), bevor er mit der hier zu besprechenden neuen Methode an die Öffentlichkeit trat. Seit 1981 lebt der Komponist in Berlin, detaillierte Informationen über Leben und Werk findet man auf der Homepage des *International Arvo Pärt Centre* <http://www.arvopart.ee/>.

2. Merkmale des Tintinnabuli-Stils

Beim Tintinnabuli-Stil (*Tintinnabuli*: lat. *Glöckchen*) treten als tonale Grundelemente *Tonleitern* und *Dreiklänge* auf, die unterschiedlichen Stimmen (M(elodie)-Stimme: Tonleiterauschnitte; T(intinnabuli)-Stimmen: Töne des Dreiklangs) zugeordnet werden. In meist getragenen Tempo wird jedem einzelnen Ton Gewicht und Bedeutung verliehen. Die Kompositionen werden jeweils nach einem strengen Algorithmus erzeugt, dadurch wird die Methode auch für die Mathematik und somit vielleicht auch für den Mathematikunterricht interessant.

Beispiel: In „*Variationen zur Gesundung von Arinuschka*“ (1977) nutzt der Komponist in den Teilen 1 bis 3 die natürliche a-moll-Tonleiter als Skala. Von dieser wird eine Oktave (a' bis a'') aufwärts und abwärts durchlaufen, die Dauern sind jeweils halbe Noten. Den Skalentönen werden jeweils zwei Viertelnoten aus dem a-moll-Dreiklang vorgeschaltet, und zwar beim Auf-

wärtsgehen der nächste höhere und nächste tiefere, beim Abwärtsgehen wird diese Reihenfolge getauscht. Diesen Teil des Themas kann man auch als T-Stimme auffassen, das wird deutlich in der Variation 4, bei der diese Teile getrennt nach linker und rechter Hand notiert sind. Zusätzlich wurde dabei noch die Moll-Skala durch die Dur-Skala ersetzt. Die beschriebene Themenfindung lässt sich sehr übersichtlich in einem Koordinatensystem (bzw. im Pianorolleditor, vgl. z. B. CHRISTMANN (2011)) darstellen. Die Skalentöne erhalten die Werte 0, 1, ..., 7, die Akkordtöne bekommen damit die Nummern 0, 2, 4, 7, hinzu kommen noch -2 und 9 als Akkordtonhöhen außerhalb des genutzten Skalenbereichs der M-Stimme. Alternativ könnte man z. B. auch die MIDI-Nummern der Tonhöhen zur numerischen Beschreibung nutzen. Im Bild 1 sind die zu den Akkordtönen gehörenden Parallelen zur x-Achse mit den Tonhöhen gekennzeichnet; zu einem Skalenton liefern die benachbarten Parallelen die Tonhöhen der T-Stimme. Im Bild 1 wurden in beide Stimmen Verbindungsstrecken eingetragen, dadurch sieht man die unterschiedlichen Symmetrieachsen der Stimmen.

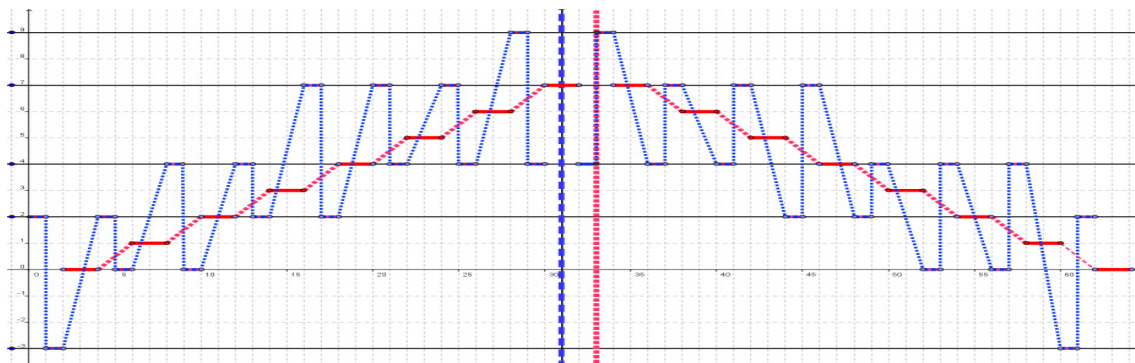


Bild 1: Darstellung der Themenfindung von ...*Arinuschka*

Die Findung und Darstellung der Regeln für die Variationen 2 bis 6 kann im Unterricht als Übungsaufgabe gestellt werden. Dabei wird wohl zunächst die sprachliche Formulierung erfolgen, die mathematische Formalisierung kann unterschiedlich intensiv gestaltet werden.

3. Die Komposition Spiegel im Spiegel (1978)

Die nachfolgende Beschreibung dieses Werkes orientiert sich an der von D. STEINCKE (2007), S. 202 – 207. Die im 6/4-Takt notierte Komposition besteht aus einer die F-Dur-Skala aufbauenden M-Stimme (wird von einem Soloinstrument gespielt, es gibt dazu u. a. Ausgaben für Violine, Cello, Klarinette), einer T-Stimme in Form gebrochener Akkorde (basierend auf dem F-Dur-Quartsextakkord cfa) und einzelnen Einwüfen von Akkordtönen in unterschiedlicher Oktavlage.

Die M-Stimme beginnt nach einer dreitaktigen Einleitung in der T-Stimme mit dem Ton g (Block A1, ein Takt, alle Skalentöne erhalten einen Takt als

Dauer). Diesem folgen drei Takte mit dem Terzton a des F-Durakkordes als Trennpassage TP zum nachfolgenden b im Takt 7 (Block B1). Dieser Ton entsteht durch (skalengerechte) Spiegelung von g an a. Danach folgt wieder TP. Im anschließenden Block A2 wird dem g ein f vorgeschaltet. Nach TP werden diese beiden Töne an a gespiegelt, es entsteht der Block B2 mit c und b als Tönen. Nach TP wird im anschließenden Block A3 dem Krebs g, f von A2 ein e nachgeschoben, Spiegelung an a liefert nach TP den Block B3 mit den Tonhöhen b, c, d. Dieses Prinzip wird fortgesetzt, bis mit A8 (bzw. B8) die mit g (b) beginnende volle Oktave der F-Dur-Skala erfasst ist. Bild 2 zeigt links Entstehung von B6 aus A6, rechts die gesamte M-Stimme im Koordinatensystem, dabei wurde a die Koordinate 0 zugeordnet. Spiegelungen sind dabei mit Verschiebungen zu kombinieren, um das zeitliche Fortschreiten des Werkes zu erreichen.

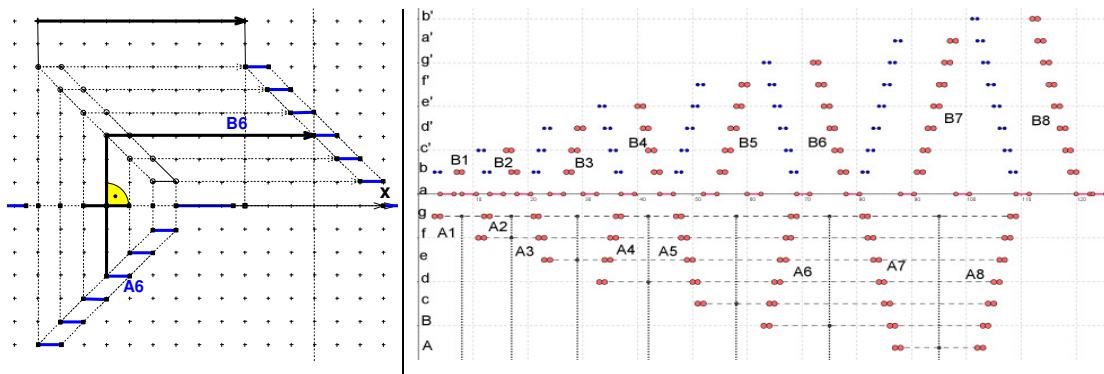


Bild 2: Entstehung der M-Stimme von *Spiegel im Spiegel*

Takte		Melodie 1		Melodie 2			Takte
4 - 7	A1	g	a	b	a	B1	8 - 11
12 - 16	A2	f g	a	c b	a	B2	17 - 21
22 - 27	A3	g f e	a	b c d	a	B3	28 - 33
34 - 40	A4	d e f g	a	e d c b	a	B4	41 - 47
48 - 55	A5	g f e d c	a	b c d e f	a	B5	56 - 63
64 - 72	A6	b c d e f g	a	g f e d c b	a	B6	73 - 81
82 - 91	A7	g f e d c b a	a	b c d e f g a	a	B7	92 - 101
102-112	A8	g a b c d e f g	a	b a g f e d c b	a	B8	113 - 123

Bild 3: Tonhöhen der M-Stimme von *Spiegel im Spiegel*

Den Gesamtverlauf der Tonhöhenklassen der M-Stimme zeigt Bild 3. Im Unterricht kann man zunächst mit einem qualitativen Diagramm arbeiten, dieses dann gemäß Bild 1 quantitativ zum Tonhöhen-Zeit-Diagramm verfeinern. Die senkrechten Spiegelachsen zeigen, dass beim Übergang von

An zu $A(n+1)$ der um einen Ton ergänzte Krebs von An entsteht. Das Weglassen nichtbenutzter Töne ermöglicht einen Skalentausch durch Umdeutung der Zuordnung der Tonhöhen.

Jedem Skalenton wird für die gebrochenen Akkorde der T-Simme ein dreistimmiger Akkord zugeordnet. Dessen oberster Ton ist der um eine Oktave nach oben versetzte Skalenton, der unterste liegt eine Sexte darunter. Der mittlere Akkordton ist der nächste unterhalb des obersten Tons gelegene Ton des F-Dur-Akkordes. Zusätzlich werden in der Klavierbegleitung – Erkundung der genauen Regeln als Übungsaufgabe – nachschlagende Akkordtöne abwechselnd oben und unten hinzugefügt, und zwar als punktierte Halbe in zweiten Takthälften, weiter wird der mittlere Takt von TP durch eine Doppeloktave (tiefes f oder hohes c) ergänzt.

Die Korrektheit und Vollständigkeit der gefundenen Regeln kann einfach durch Erstellen einer Komposition nach diesen und anschließendem Vergleich mit dem Original überprüft werden. Modifikationen der Vorgaben (Skalentausch, Startwerte, Akkordzuordnung) ermöglichen das Finden neuer Werke, dabei ist es sinnvoll (insbesondere zum Hören), auch Musiksoftware einzusetzen.

Schlussbemerkung

Der Komponist J. B. SMITH stellt fest: „Es gibt auf der ganzen Welt kein Phänomen, bei dem Mathematik keine Rolle spielt, also ist auch die Musik nicht ohne Mathematik zu denken.“ Beim Tintinnabulli-Stil liefert die Mathematik technische Hilfen zum Erstellen (und Analysieren) der Werke. Aber selbst die hier ausgewählten, recht „einfach“ gestrickten Kompositionen entfalten beim Hörer komplexe Gefühle und Vorstellungen, die sicher nicht mit der benutzten Kompositionstechnik erklärt werden können. Die Grenzen der Bedeutung der Mathematik bei der künstlerischen Wirkung der Werke sollten also nicht vergessen werden.

Literatur

Christmann, N. (2011): Musikalische Koordinaten. In: Der Mathematikunterricht 1, S. 5 - 11

Pärt, A. (1977): Variationen zur Gesundung von Arinuschka für Klavier.

Pärt, A. (1978): Spiegel im Spiegel für Soloinstrument und Klavier. Beide Werke erschienen in Wien: Universal Edition

Restagno, R., Brauneiss, L., Kareda, S., Pärt, A. (2010): Arvo Pärt im Gespräch: Wien: Universal Edition

Steincke, D. (2007): Bildgestaltendes Verstehen von Musik: Entwurf eines Modells einer nonverbal-verbalen Zugangsweise zur Musik als Beitrag zur didaktischen Interpretation (Diss.). Würzburg: Königshausen & Neumann