ABRAHAM, Malina & PREDIGER, Susanne
TU Dortmund, IPN Kiel/Berlin

Bearbeitungsunterschiede beim Nutzen einer digitalen Lernumgebung mit/ohne dynamischem Punktefeld

Der zielführende Einsatz digitaler Medien in Form von dynamischen Tools, Lernumgebungen, Trainingsplattformen, etc. stellt eine Herausforderung für den Mathematikunterricht dar. Basierend auf empirischen Erkenntnissen zur Integration verschiedener Technologien innerhalb einer Lehr-Lern-Umgebung (Hillmayr et al., 2021) sowie den Potenzialen dynamischer Multi-Repräsentationstools (Kaput, 1986; Sacristán et al., 2010) wird eine digitale Lehr-Lern-Umgebung mit strukturfokussierendem dynamischen Punktefeld untersucht. Diese wurde im Präsenzunterricht der Jahrgangsstufe 5 zum Thema Multiplikationsverständnis erprobt. Der Kurzbeitrag stellt qualitative Unterschiede zwischen Bearbeitungsdaten von Lernenden aus verschiedenen Interventionsgruppen bezogen auf den Einsatz des dynamischen und zum Term simultan verlinkten Punktefelds vor. Dabei wird folgende Forschungsfrage adressiert: *Inwiefern unterscheiden sich Bearbeitungsdaten zweier Interventionsgruppen, die die gleiche digitale Lernumgebung mit bzw. ohne dynamisches strukturfokussierendes Punktefeld bearbeitet haben?*

Strukturfokussierendes dynamisches multi-repräsentatives Punktefeld

Ein tragfähiges Multiplikationsverständnis zeichnet sich durch die Vorstellung des Zählens in Bündeln aus (Clark & Kamii, 1996). In Darstellungen (z. B. Punktefeld) müssen diese Bündelstrukturen explizit hineingesehen werden (Prediger, 2019). Abb. 1 zeigt, wie das Punktefeld kommutativ in Bündel strukturiert werden kann. In das gleiche Punktefeld können sowohl drei 5er als auch fünf 3er Reihen hineingesehen werden. Daher dient die Darstellung des Punktefelds als Grundlage, Kommutativität einerseits herzuleiten, andererseits zu begründen und zu verallgemeinern. Allein an der symbolischen Malaufgabe kann die unterschiedliche Bündelstruktur nicht erkannt werden. Erst mit der sprachlichen Unterscheidung zwischen der Anzahl und Größe der Bündel (in drei 5er versus fünf 3er) werden verschiedene Deutungsmöglichkeiten sichtbar.

Um den Verständnisaufbau für alle Darstellungsebenen zu unterstützen, werden Strukturen durch dynamische und simultane Darstellungsvernetzung zwischen Punktefeld und Term adressiert (Bielinski et al., 2024). Per Touchgeste manipulieren die Lernenden die Anzahl der Reihen oder die Anzahl der Punkte je Reihe. Dabei verändert sich simultan der 1. oder 2. Faktor entsprechend der Manipulation. Im Sinne der Kommutativität schauen die Lernenden in der zu analysierenden Aufgabe aus zwei Perspektiven auf das

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.
58. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
https://doi.org/10.37626/GA9783959873307.0

Punktefeld. Dadurch wird das Hinzufügen einer Reihe aus Perspektive A bedeutungsbezogen interpretiert als "aus drei 5ern werden vier 5er" (Götze & Baiker, 2021). Aus Perspektive B wird aus "fünf 3er" "fünf 4er", denn die Veränderung wird als das Hinzufügen eines Punktes je Reihe gesehen. Dies gelingt, wenn aus beiden Perspektiven jeweils waagerecht gebündelt wird (Abb. 1).

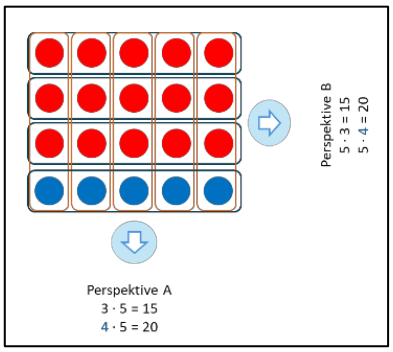

Abb. 1: Veränderungen strukturfokussierend aus versch. Perspektiven interpretieren

Methode

Datenerhebung: Im Rahmen einer Interventionsstudie wurde eine Unterrichtsstunde zum Thema Kommutativität mit Hilfe der digitalen Lernumgebung erprobt. Die Versionen der Lernumgebungen unterschieden sich für die beiden Interventionsgruppen (IG-D mit n = 34 und IG-S mit n = 52) durch die Realisierung des Punktefelds.

In IG-D nutzten die Lernenden die dynamische Version des multi-repräsentativen Punktefelds, (Abb. 1). In IG-S war die direkte Interaktion mit dem Punktefeld nicht möglich und Punktefeld und Term nicht simultan verlinkt. Die Lernenden konnten ein digitales Punkt-Werkzeug nutzen, mit dem sie einzelne Punkte auf den Bildschirm setzen konnten.

In den vorangegangenen Unterrichtsstunden haben die Lernenden bereits das waagerechte Bündeln am Punktefeld und Beschreiben der Strukturen mit multiplikativer Bündelsprache erarbeitet. In der vorliegenden Aufgabe bearbeiten sie in Partnerarbeit zunächst Single-Choice-Items zur Beschreibung von Veränderungen aus unterschiedlichen Perspektiven und sollen anschließend weitere Ideen notieren. Die Aufgabenitems sind in Abb. 2 dargestellt.

Fragestellung	Antwortmöglichkeiten
Kind 1: Füge aus deiner Sicht rechts eine Reihe hinzu. Kind 2: Was verändert sich bei dir?	A) Es kommt links eine Reihe hinzu. B) Es verändert sich nichts. C) Es kommt unten eine Reihe hinzu.
Wenn Kind 1 unten eine Reihe hinzufügt, bedeutet das:	A) Bei Kind 1 kommt ein Punkt in jeder Reihe hinzu. Bei Kind 2 kommt eine ganze Gruppe hinzu. B) Bei Kind 1 und Kind 2 kommt eine ganze Gruppe hinzu. C) Bei Kind 1 kommt eine ganze Gruppe hinzu. Bei Kind 2 kommt in jeder Gruppe ein Punkt dazu.

Abb. 2: Beispielitems der Einstiegsaufgabe zur Kommutativität

Datenauswertung:

Mithilfe eines Kodierleitfadens und basierend auf vorherigen Analysen (Abraham & Prediger, 2024) wurden die Antworten der Interventionsgruppen zu dem offenen Item ("Bildet weitere Sätze") analysiert und verglichen.

Erste Analyseergebnisse

Die Gegenüberstellung und Kategorisierung der Antworten zeigt, dass es für beide Interventionsgruppen möglich ist, auf symbolischer und auf graphischer Ebene kommutative Merkmale herauszuarbeiten und diese miteinander in Beziehung zu setzen. Es zeigen sich bereits in den ausgewählten Beispielen Unterschiede in der Präzision der Beschreibungen, die für die jeweilige Interventionsgruppe typisch waren.

Kategorie	Lernendenantworten Interventionsgruppe D	Lernendenantworten Interventionsgruppe S
Darstellungsvernetzung mit Fokus auf Veränderungen	Wenn Kind 1 nach links zieht, dann wird die zweite Zahl und die letzte Zahl um 1 höher.	Wenn Kind 1 eine Reihe unten hinzufügt, wird sich die Malaufgabe ändern.
Perspektivwechsel mit Fokus auf Veränderungen	Wenn Kind 1 eine Reihe zur Seite zieht, dann verändert sich für Kind 2 die untere Reihe.	Wenn Kind 1 was rechts hinzufügt, dann wird bei Kind 2 unten mehr.
Umstrukturierung Graphisch und symbolisch	Bei Kind zwei kommen immer ein Punkt zur Reihe	Wenn Kind 1 6x7 = 42 ist die Tauschaufgabe.

Abb. 3: Interpretation exemplarischer Antworten

1. Darstellungsvernetzung mit Fokus auf Veränderung: In dieser Kategorie wird der Unterschied besonders deutlich. In IG-D beschreiben die Lernenden das "Ziehen" der Reihen. Im Unterschied dazu fokussiert IG-S das Hinzufügen von Reihen Konträr dazu beschreiben Lernende der IG-D die Veränderung der Malaufgabe präzise, indem sie den konkreten Faktor und seine Veränderung benennen. Lernenden der IG-S bleiben hier meist ungenau.

2. Perspektivwechsel mit Fokus auf Veränderungen: Betrachten Lernende nur die Veränderung auf graphischer Ebene für unterschiedliche Perspektiven, so zeigen sich wenig Unterschiede in der Qualität zwischen den Interventionsgruppen. Auch in IG-S wird dann weniger präzise über Reihenstrukturen im Bild gesprochen.

3. Umstrukturierung graphisch und symbolisch: Beim Fokussieren der Umstrukturierungen zwischen den Perspektiven wird in IG-D nur die graphische Ebene adressiert. In IG-S hingegen wird nur die symbolische Ebene in den Blick genommen.

Diskussion und Ausblick

Die Analyse der Antworten zeigt, dass der Einsatz des dynamischen Punktefelds das Beschreiben graphischer Darstellungen und Veränderungen in

den Vordergrund rückt. Außerdem ist die Vernetzung beider Darstellungsebenen beim Einsatz des dynamischen Punktefelds stärker. Allerdings wird auch erkennbar, dass die Fokussierung mathematischer Strukturen durch das Sprechen über dynamisch Touchgesten, wie das "Ziehen" am Punktefeld stellenweise in den Hintergrund rückt.

In einer weiteren Designanpassung wäre zu bedenken, inwiefern die strukturelle Bedeutsamkeit der interaktiven Handlungen stärker adressiert werden kann, sodass Lernende nicht nur über dynamische Prozesse als Bewegung, sondern konkret über Strukturveränderungen sprechen.

Förderhinweis Das Projekt divomath wird von den Schulministerien des Landes Nordrhein-Westfalen und des Landes Brandenburg finanziell unterstützt (Zuwendung an S. Prediger / C. Selter) und die kontrollierte Studie für das Projekt Startchancen durchgeführt und ausgewertet (BMBF-Förderkennzeichnen01PL2401C/G an S. Prediger).

Literatur

Abraham, M., Prediger, S. Scaffolding Fifth Graders' Learning with a Digital Multi-Representation Applet: Design Research on Focusing Multiplicative Structures with Dynamic Dot Arrays. *Digit Exp Math Educ* (2024). https://doi.org/10.1007/s40751-024-00156-7

Bielinski, S., Peters, N., Prediger, S. (2024). Digital gestützte Lernpfade hin zum verständigen Umgang mit Gewichten - Design der divomath Unterrichtsbausteine. In F. Dilling & I. Witzke (Hrsg.), *Digitaler Mathematikunterricht in Forschung und Praxis II*.

Clark, F. B., & Kamii, C. (1996). Identification of multiplicative thinking in children in grades 1-5. Journal for Research in Mathematics Education, 27(1), 41–51. https://doi.org/http://www.jstor.com/stable/749196

Götze, D. & Baiker, A. (2021). Language-responsive support for multiplicative thinking as unitizing: results of an intervention study in the second grade. *ZDM – Mathematics Education*, 53(2), 263–275. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01206-1

Hillmayr, D., Ziernwald, L., Reinhold, F., Hofer, S. I., & Reiss, K. M. (2020). The potential of digital tools to enhance mathematics and science learning in secondary schools: A context-specific meta-analysis. *Computers & Education, 153*, 103897. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2020.103897

Kaput, J. J. (1986). Information technology and mathematics: Opening new representational windows. Harvard Educational Technology Center.

Prediger, S. (2019). Mathematische und sprachliche Lernschwierigkeiten – Empirische Befunde und Förderansätze am Beispiel des Multiplikationskonzepts. Lernen und Lernstörungen, 8(4), 247-260. https://doi.org/10.1024/2235-0977/a000268

Sacristán, A. I., Calder, N., Rojano, T., Santos-Trigo, M., Friedlander, A., Meissner, H., Tabach, M., Moreno, L., & Perrusquía, E. (2010). The influence and shaping of digital technologies on the learning - and learning trajectories - of mathematical concepts. In C. Hoyles & J.-B. Lagrange (Hrsg.), *Mathematics education and technology-Rethinking the terrain* (S. 179-226). Springer.