

LENTIN, Marina  
Schwäbisch Gmünd

## **Multiplikatives Denken mit der Applikation TouchTimes auf- und ausbauen - eine fachdidaktische Entwicklungsforschung**

### **Abstract**

Dieser Beitrag gibt einen Einblick in eine Forschungsarbeit im Rahmen fachdidaktischer Entwicklungsforschung und zeigt, inwiefern multiplikatives Denken mit der Applikation TouchTimes (Jackiw & Sinclair, 2019) auf- und ausgebaut werden kann. Multiplikatives Denken stellt eine der wichtigsten Voraussetzungen für erfolgreiches (Weiter-) Lernen mathematischer Inhalte dar. Diese mathematischen Inhalte wie beispielsweise Proportionen, Brüche und Dezimalzahlen treten nicht nur im schulischen Kontext auf, sondern sind aus dem alltäglichen Leben nicht hinwegzudenken. Im vorliegenden Beitrag wird multiplikatives Denken durch die Aspekte Grundvorstellungen, Faktorenunterscheidung, Bilden von und Operieren mit composite units sowie das Erkennen und Nutzen struktureller Zusammenhänge (Lentin, eingereicht) definiert. Ziel des Beitrags ist die Vorstellung von ausgewählten Forschungsergebnissen zum Auf- und Ausbau multiplikativen Denkens mithilfe der Teilanwendung ‚Grasplify World‘ der Applikation TouchTimes.

### **Einführung**

Der Ausgangspunkt der hier vorgestellten Forschungsarbeit ‚DigiHet‘ stellt das Problem, dass einige Schüler:innen der Primar- und Sekundarstufe noch kein (ausreichendes) multiplikatives Denken aufgebaut haben (zum Beispiel Siemon, 2019). Vor diesem Hintergrund wurde ein Lehr-Lern-Arrangement für die Teilanwendung ‚Grasplify World‘ der Applikation TouchTimes gestaltet, um multiplikatives Denken bei Drittklässler:innen auf- und auszubauen. Die Entwickler Nathalie Sinclair und Nicholas Jackiw gestalteten mit der Applikation ein virtuelles Arbeitsmittel (siehe Abbildung 1), welches Lernenden (circa 9-11 Jahre) hilft, multiplikatives Denken auf altersgerechte und mathematisch fundierte Weise zu entwickeln. Kinder erhalten im Alltag und in der Schule primär die Gelegenheit Handlungserfahrungen zur n-fachen Vervielfachung und damit zur wiederholten Addition zu machen. Demzufolge soll die n-fache Vervielfachung in der Applikation TouchTimes sekundär berücksichtigt werden. Im Fokus sollen (neue) multiplikative Entdeckungen wie beispielsweise der Zusammenhang der Faktoren oder das Bilden von und Operieren mit composite units durch gestische Erkundungen stehen.



Abbildung 1: Bildschirmoberfläche der ‚Grasplify World‘ (Jackiw & Sinclair, 2019), eigene Aufnahmen

## Theoretischer Hintergrund

Der theoretische Rahmen der Forschungsarbeit stellte eine tätigkeitstheoretische Perspektive und insbesondere die Artifact-Centric Activity Theory (Ladel & Kortenkamp, 2016) dar. Grundlage der Applikation TouchTimes sind unter anderem Theorien zur embodied cognition.

## Methodischer Hintergrund

Im Sinne fachdidaktischer Entwicklungsforschung wurde das Lehr-Lern-Arrangement (siehe <https://padlet.com/lentinmarina/multiplikatives-denken-anbahnen-eine-lernumgebung-mit-der-ap-lcptu5mfca5rzgoj>) iterativ (weiter)entwickelt. Um Gelingensbedingungen zu schaffen, fanden zunächst zwei Pilotierungen statt. Anschließend wurde das Lehr-Lern-Arrangement in zwei Zyklen (Zyklus I zwei Klassen, Zyklus II eine Klasse) jeweils Anfang Klasse 3 erprobt und überarbeitet. Mit dem Ziel, das multiplikative Denken der Lernenden zu erheben, wurden vor, unmittelbar nach und zwölf Wochen nach der Implementierung des Lehr-Lern-Arrangements diagnostische Gespräche mit leistungsheterogenen Drittklässler:innen ( $n = 20$ ) geführt. Die Auswertung der Daten fand mittels qualitativer Inhaltsanalyse statt. Dazu wurde in einem induktiv-deduktiven Verfahren ein Kategoriensystem mit den Kategorien Grundvorstellungen, Faktorenunterscheidung, Bilden von und flexibles Operieren mit composite units, Erkennen und Nutzen struktureller Zusammenhänge und intermodaler Transfer erstellt.

## Ergebnisse

Im Hinblick auf die Grundvorstellungen zeigen die Befunde, dass die Drittklässler:innen die Aufgabenstellungen „Wie viele Plättchen siehst du hier?“ ( $3 \cdot 5$  Punktefeld wird aufgedeckt) und „Zeichne deine Vorstellung zu  $4 \cdot 6$ .“ (Aufgabe lag auf dem Tisch) bereits im ersten diagnostischen Gespräch durch eine zeitlich-sukzessive Darstellung und damit wiederholte Addition des Multiplikanden (schriftlich oder mündlich) darstellen können. Dies wird mit der Tatsache begründet, dass die Multiplikation in der Regel über die  $n$ -fache Vervielfachung in der zweiten Jahrgangsstufe eingeführt wird.

Ein zentrales Ergebnis der Untersuchung ist, dass das entwickelte Lehr-

Lern-Arrangement zur Erarbeitung der Faktorenunterscheidung sowie dem Bilden von und Operieren mit composite units beitragen kann. Diese zwei Aspekte stehen in unmittelbarem Zusammenhang, denn bei der Unterscheidung der Faktoren (Multiplikator „Wie oft?“, Multiplikand „Wie viel?“) werden composite units gebildet. Bei der Bildung von und dem flexiblen Operieren mit composite units werden wiederum die Faktoren unterschieden. Während es einigen Drittklässler:innen aller Leistungskategorien vor der Implementierung des Lehr-Lern-Arrangements noch nicht gelang, die Aufgabenstellung „Zeichne deine Vorstellung zu  $4 \cdot 6$ .“ (Aufgabe lag auf dem Tisch) korrekt zu lösen, weisen die Ergebnisse der diagnostischen Gespräche nach dem Lehr-Lern-Arrangement deutliche Fortschritte auf (siehe Abbildung 2).

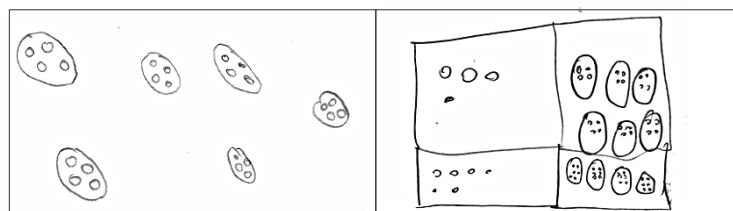


Abbildung 2: links: Zeichnung eines Kindes mit Förderschwerpunkt Lernen, rechts: Aufgabe und Tauschaufgabe, nach dem Lehr-Lern-Arrangement, eigene Aufnahmen

Im Weiteren erstellten nach dem Lehr-Lern-Arrangement sowohl leistungsschwächere als auch leistungstärkere Schüler:innen ikonischen Darstellungen zur Aufgabe und Tauschaufgabe (siehe Abbildung 2). Die Beziehung zwischen Aufgaben wurde beispielweise durch die Gegenüberstellung der Aufgaben  $4 \cdot 6$  und  $6 \cdot 4$  externalisiert. Die Lernenden erkannten, dass das Ergebnis gleichbleibt, Anzahl und Größe der composite units korrelieren. Die Befunde bezüglich des Erkennens und Nutzens struktureller Zusammenhänge zeigen insofern Weiterentwicklungen, dass die Kinder die Aufgabenstellungen „Wie würdest du die Zahlen verändern, um dein Ergebnis zu verdoppeln/halbieren?“ (Aufgabe  $4 \cdot 6$  lag auf dem Tisch) zu den Erhebungszeitpunkten t2 und t3 insbesondere mithilfe der ‚Grasplify World‘ korrekt lösen konnten. Dies lässt darauf schließen, dass der Einsatz der Applikation zur Externalisierung der Verdopplung bzw. Halbierung beigetragen haben könnte. Als Gründe werden die visuelle Darstellung des Zusammenhangs der Faktoren und die Auslagerung des kalkülhaften Rechnens vermutet.

In Bezug auf die prozessbezogenen Kompetenzen mathematisch kommunizieren und mathematisch argumentieren (KMK, 2022) hat die Schulpraxis gezeigt, dass die ‚Grasplify World‘ besonders leistungsschwächeren Schüler:innen eine Ermutigung und Erleichterung für Erklärungen bietet. Diese tragen maßgebend zur Verinnerlichung der Operation bei.

## Schlussfolgerung

Die Forschungsergebnisse der Forschungsarbeit ‚DigiHet‘ zeigen positive Entwicklungen hinsichtlich des multiplikativen Denkens. Das könnte unter anderem auf das semiotische Potenzial der Applikation TouchTimes zurückgeführt werden. TouchTimes bietet nicht nur die Chance eines einzigartigen, eher multiplikativen statt additiven Zugangs zur Multiplikation, sondern eröffnet auch fachübergreifende und fachdidaktische Potenziale (Lentin, eingereicht). So ermöglicht beispielsweise die Multitouch-Technologie in der ‚Grasplify World‘ Gestiken wie Tippen, Schieben und Drücken gleichzeitig auszuführen. Die daraus entstehende erhöhte Gestenkongruenz gestattet eine möglichst korrekte Externalisierung von kognitiven Prozessen durch körperliche Handlungen. Das heißt, dass die körperlichen Handlungen in Form von kongruenten Gesten mit den mentalen Repräsentationen des mathematischen Konzepts übereinstimmen. Die Verwendung kongruenter Gesten wiederum hilft, bessere mentale Repräsentationen und mentale Operationen zu erstellen, um mathematische Probleme zu lösen (Tran et al., 2017). Tran et al. (2017) verweisen auf eine Lerneffektivität im Bereich Mathematik durch körperliche Handlungen und Manipulatoren. Es liegt allerdings an den forschenden, entwickelnden und lehrenden Personen, die Technologien so zu implementieren, dass jene körperlichen Handlungen bzw. Gesten ausgelöst werden, die die angestrebten Lernziele unterstützen.

## Literatur

- Jackiw, N., & Sinclair, N. (2019). *TouchTimes* [iPad application software]. Tangible Mathematics Group, Simon Fraser University. <https://apps.apple.com/ca/app/touch-times/id1469862750>
- KMK (2022, 23. Juni). *Beschlüsse der Kultusministerkonferenz. Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich: Jahrgangsstufe 4.* [https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2022/2022\\_06\\_23-Bista-Primarbereich-Mathe.pdf](https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-Primarbereich-Mathe.pdf)
- Ladel, S., & Kortenkamp, U. (2016). Artifact-Centric Activity Theory – A Framework for the Analysis of the Design and Use of Virtual Manipulatives. In P. S. Moyer-Packenham (Hrsg.), *International Perspectives on Teaching and Learning Mathematics with Virtual Manipulatives* (S. 25–40). Springer.
- Lentin, M. (eingereicht). *DigiHet - Digital Heterogenität beachten. Individuelles Lernen mathematischer Kompetenzen digital unterstützen.* Dissertationsschrift.
- Siemon, D. (2019). Knowing and Building on What Students Know: The Case of Multiplicative Thinking. In A. Barkatsas, R. Seah & D. Siemon (Hrsg.), *Researching and using progressions (trajectories) in mathematics education* (S. 6–31). Brill.
- Tran, C., Smith, B. T., & Buschkuehl, M. (2017). Support of mathematical thinking through embodied cognition: Nondigital and digital approaches. *Cognitive Research: Principles and Implications*, 2(1). <https://doi.org/10.1186/s41235-017-0053-8>