

Prozessorientierte Kompetenzen im Schulbuch - wie geht das?

Grundsätzliche Vorbemerkungen

(1) Nur vordergründig erscheint es anachronistisch im Zeitalter der Digitalisierung über Schulbücher zu schreiben. Natürlich steht das Schulbuch im Unterricht nicht mehr allein da, es wird durchweg mit digitalen Begleitmaterialien für Differenzierung, Erweiterungen, Erstellung eigener Arbeitsblätter usw. ergänzt, der Kern bleibt aber zunächst ein gemeinsam im Unterricht zur Verfügung stehendes Buch, sei es in gedruckter oder elektronischer Form.

(2) Die Konzeption von Schulbüchern muss immer zwei manchmal antagonistisch wirkende Aspekte berücksichtigen. Auf der einen Seite sollen und müssen kognitionstheoretische und fachdidaktische Erkenntnisse umgesetzt werden, auf der anderen Seite müssen institutionelle Rahmenbedingungen, Gewohnheiten und tradierte Vorlieben berücksichtigt werden. Ein nach allen Regeln der fachdidaktischen Kunst erstelltes Schulbuch, das nur ganz wenige Schulen benutzen, ist genauso wenig lernförderlich und produktiv, wie ein Schulbuch, das mehr oder weniger bewusst Erkenntnisse über Lernen und fachdidaktische Prinzipien zugunsten angenommener oder auch vorhandener Popularität und Gewohnheit außer Acht lässt, indem es z.B. weiterhin fast durchweg auf „Vormachen-Nachmachen“ und kleinschrittig sequenzierte Aufgabenplantagen setzt. Auf der inhaltsbezogenen Ebene können alle Schulbücher irgendwo zwischen diesen beiden Polen verortet werden.

Prozesse im Schulbuch – was ist anders?

Mit der konstitutiven Integration prozessbezogener Kompetenzen in den Kerncurricula der „Nach-Pisa-Zeit“ stellt sich die Frage, wie und ob diese Prozesse adäquat in Schulbüchern integriert werden können. Hier fällt auf, dass es in Fachzeitschriften und Materialsammlungen eine Fülle an inspirierenden Anregungen gibt, in Schulbüchern aber noch sehr wenig davon angekommen ist. Natürlich kann nicht alles, was manche Lehrkräfte gerne im Unterricht machen wollen, in Schulbüchern abgebildet werden, manches muss Fachzeitschriften etc. vorbehalten bleiben, es bleibt aber unbefriedigend, wenn es nur sporadische, bruchstückhafte Umsetzungen in Schulbüchern gibt. Aufgrund der hohen Verbreitung von Schulbüchern im Unterricht, sollten Prozesse auch hier konstitutiv und kontinuierlich eingebaut werden, wenn man eine flächendeckende Berücksichtigung erreichen möchte.

Worin liegt das inhaltliche Problem bei Prozessen? Wenn es neue Inhalte gibt, können diese meist additiv hinzugefügt werden oder alte Inhalte weggelassen werden. Prozessbezogene Kompetenzen können aber nicht dadurch erzeugt werden, dass hin und wieder einmal, mehr oder weniger isoliert, eine Aufgabe dazu erscheint, sondern Prozesse müssen – nomen est omen – prozesshaft in spiralcurricularer Weise durchgehend in die Jahrgänge eingebaut werden. Einerseits sollte es Basiswissen (Wissenspeicher, Merkkästen) nicht nur zu Inhalten, sondern auch zu Prozessen geben, andererseits muss für Schülerinnen und Schüler erlebbar werden, dass es bei Prozessen mehr um eine Einstellung und Haltung zu Mathematik und Welt geht als allein um einen mathematischen Inhalt.

Modellieren – Sequenzen aus einem Schulbuch

Erste fundamentale Grunderfahrung beim Modellieren ist das Erlebnis, dass unterschiedliche Ergebnisse durchaus alles richtige Lösungen sein können. Entsprechend sollten durchweg Aufgaben auftreten, die diese Grunderfahrung ermöglichen und aktiv zu einem entsprechenden Austausch in der Lerngruppe auffordern. Alle hier aufgeführten Materialien sind aus dem Schulbuch NEUE WEGE (Körner u.a. 2015ff.), eine curricular strukturierte Sequenz von Kompetenzstufen zum Modellieren gibt es in Körner (2014).

21 Reiskörner

Wie viele Reiskörner sind in einem Päckchen von 1 kg?
Diese Schätzfrage gab es bei einer Fernsehshow.
Wie könntest du die richtige Antwort herausfinden?
Probiere es aus.



21 Wachsen einer Ameisenkolonie

Ein Biologe überlegt, wie eine Ameisenkolonie wachsen könnte. Er stellt zwei verschiedene Modellrechnungen an:

(1)	Zeit in Monaten	Anzahl
	0	100
	1	200
	2	300
	3	400

(2)	Zeit in Monaten	Anzahl
	0	100
	1	200
	2	400
	3	800

- Setze die beiden Modellrechnungen für die nächsten drei Monate fort.
- Beschreibe in Worten den Zuwachs in jedem Monat gemäß dem Modell (1) und dem Modell (2).
- Welches Modell könnte die Entwicklung einer Ameisenkolonie besser beschreiben? Diskutiert diese Frage in eurer Gruppe. Vielleicht findet ihr ein Modell, das noch besser passt.



1 Ein Reiterhof

Die Gästezahl im Reiterhof ist in den letzten zehn Jahren jedes Jahr in etwa um die gleiche Anzahl gewachsen. Aus den Jahren 1998 (185 Gäste) und 2005 (490 Gäste) liegen die Gästezahlen exakt vor.



- a) Bestimmt mit diesen Werten die passende Funktionsgleichung und skizziert diese mit den beiden Messwerten. (1998: $x = 0$)
Wie viele Gäste wird es 2009 geben, wenn die Entwicklung so weiter geht?
b) Ab 2009 werden die Gästezahlen jährlich aufgeschrieben.

Jahr	2009	2010	2011	2012	2013
Gästezahl	654	678	776	753	779

Überträgt die Werte in die Grafik aus a). Bleibt ihr bei eurer Funktion aus a)?
Zeichnet eine Gerade ein, die sich „möglichst gut“ an die Punkte anpasst und bestimmt deren Funktionsgleichung. Was bedeutet für euch „möglichst gut“?
Macht Prognosen zu den Gästezahlen für 2015 und 2020. Vergleicht eure Lösungen und Meinung mit anderen Gruppen.

- c) Was meint ihr: Für welche Werte von x kann euer Modell sinnvoll sein? Was sagt ihr, wenn 2020 die Gästezahl 876 betragen sollte?

In der Aufgabe „Ein Reiterhof“ erleben Schülerinnen und Schüler den Übergang von klassischem Üben (Teilaufgabe a)) zu Modellierungsaktivitäten mit Abgleich und Diskussion von Rechnungen, Prognosen und Validierungen. Selbstverständlich müssen durchgehend Lernabschnitte zum Modellieren im ‚Mainstream‘ des Buches und nicht als Zusatzstoff angeboten werden. So wie Inhalte in Merkkästen etc. festgehalten werden, sollten auch Prozesse festgehalten werden, beim Modellieren also der gesamte Kreislauf.

Strategien zum Modellieren von Daten mit Funktionen

Mit einer Videoanalyse wird ein Teil der Flugbahn eines Basketballs aufgezeichnet. Landet der Ball im Korb?

Wenn man eine zur Flugbahn passende Funktion findet, kann damit die weitere Flugbahn vorausgesagt werden. Einzelne Aufnahmen des Balls werden als Punkte in einem geeigneten Koordinatensystem eingetragen und die Koordinaten in einer Tabelle notiert.



x: Weite	0	0,5	1,2	2	2,5	3,1
y: Höhe	2	2,6	3,4	3,8	3,9	3,8

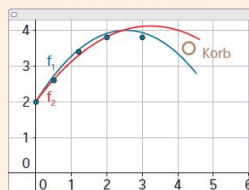
Die Aufnahme legt die Modellierung mit einer quadratischen Funktion nahe.

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, eine passende Funktion zu finden.

Mithilfe ausgewählter Punkte können Funktionsgleichungen bestimmt werden, die vielleicht zu den Daten passen.

- (1) Scheitelpunkt und ein weiterer Punkt
 $S(2,55|4)$, $A(0|2)$
 $f_1(x) = -0,31(x - 2,55)^2 + 4$

- (2) Schnittpunkt mit y-Achse und zwei weitere Punkte
 $A(0|2)$, $B(0,5|2,6)$, $C(2|3,8)$
 $f_2(x) = -0,2x^2 + 1,3x + 2$



Mit einem GTR oder Funktionenplotter können Funktionen berechnet werden, die in einem gewissen Sinne gut zu den Daten passen.

(3) Quadratische Regression mit dem GTR

Eine Parabel wird so an die Daten angepasst, dass die Summe der „Abweichungsquadrate“ möglichst klein ist.

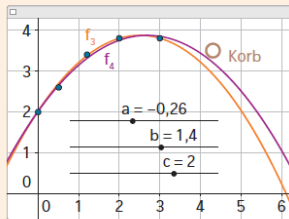
$$f_3(x) = -0,301x^2 + 1,522x + 1,970$$

L1	L2	QuadReg
0	2	$y = ax^2 + bx + c$
0.5	2.6	$a = -0.3006525104$
1.2	3.4	$b = 1.522155155$
2	3.8	$c = 1.969743829$
3.1	3.8	

(4) Grafische Anpassung mit Schiebereglern

Mit Schieberegglern für a, b und c in der allgemeinen Gleichung $f(x) = ax^2 + bx + c$ wird durch Variation grafisch eine möglichst gute Anpassung erzeugt.

$$f_4(x) = -0,26x^2 + 1,4x + 2$$



Vergleich der Modelle und Antwort auf die Frage:

Die Modelle f_1 , f_3 und f_4 passen ähnlich gut zu den Daten. Eine eindeutige Antwort ermöglichen die Modelle nicht: Nach f_2 (Abprall vom Brett) und f_4 würde der Ball wohl im Korb landen.

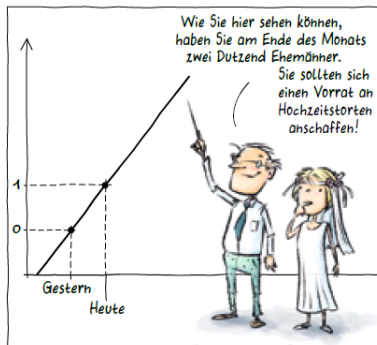
Nachbemerkung

16 Eine zweifelhafte Modellierung

In einem Zeitungskommentar zum Weltbevölkerungsbericht 1990 der UNO heißt es:

Heute leben 5,3 Milliarden Menschen auf der Erde, im Jahre 2000 werden es weit über 6 Milliarden Menschen sein.

- Stellen Sie mit den Daten des Kommentars Prognosen für 2010, 2030 und 2050 mit dem linearen sowie dem exponentiellen Wachstumsmodell auf. Vergleichen Sie mit der tatsächlichen Bevölkerungszahl in 2005 (6,5 Milliarden) und 2010 (6,9 Milliarden).
- Nehmen Sie Stellung zur Qualität der Modellierungen aufgrund der vorhandenen Datenmenge.



Hochrechnungen sind meine Spezialität

Literatur

Körner, H. (2014). Modellieren – Szenen aus dem Unterricht, in: Henn, H.-W., Meyer, J. (Hrsg.) (2014). Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht 1, Wiesbaden 2014.

Körner, H., Lergenmüller, A., Schmidt, G., Zacharias, M. (2015). *Mathematik Neue Wege*, Jg.5-13, Braunschweig 2015ff.