

VON OSTROWSKI, Jonathan
Bremen

Struktursinn von Kindern der vierten Klasse

Mathematik kann als die „Wissenschaft von den Mustern“ (Devlin, 2002, S. 5) beschrieben werden. Curricular spiegelt sich diese grundlegende Bedeutung von Mustern in der inhaltlichen Leitidee „Muster, Strukturen und funktionaler Zusammenhang“ (KMK, 2022, S. 15) wider. Fachdidaktischer Konsens ist, dass Kinder sich im Sinne eines aktiv-entdeckenden Unterrichts explizit mit Mustern auseinandersetzen sollen (vgl. z. B. Steinweg, 2013, S. 231ff; Akinwunmi, 2012, S. 100ff; Lüken, 2012, S. 220ff; Söbbeke, 2005, S. 64f; Lorenz, 2004, S. 12ff). Als Begriff für einen kompetenten Umgang mit Mustern und Strukturen schlägt Lüken (2009) für den Anfangsunterricht den des *Struktursinns* vor. Eine Ausschärfung dieses Begriffes bezogen auf die vierte Klasse stand bisher noch aus.

Untersuchung

Wie *Struktursinn* am Ende der Grundschulzeit ausgehend von Strukturierungen beschrieben werden kann, wurde anhand einer halbstandardisierten Interviewstudie mit 46 Viertklässler:innen untersucht (Ostrowski, 2020). Unter Strukturierungen werden hierbei die individuell konstruierten Beziehungen der Kinder in die vorgegebenen Muster verstanden (vgl. ähnlich Rüede, 2015, S. 129). In zwei Interviewteilen sollten die Kinder Strukturierungen zu elf geometrischen und arithmetischen Mustern konstruieren (z. B. Zahlenfolgen, figurierte Zahlen, Parkett, Fraktal Kochkurve).

Auswertung

Diese individuellen Strukturierungen wurden mithilfe des folgenden, mit Bezug zu Söbbeke (2005), Lüken (2012) und Mulligan & Mitchelmore (2009) deduktiv entwickelten Kategoriensystems anhand einer inhaltlich-strukturierenden qualitativen Inhaltsanalyse (Kuckartz, 2014) ausgewertet:

- integrierend Die Struktureinheiten werden umfänglich und widerspruchsfrei miteinander verknüpft.
- isolierend Einige der möglichen Struktureinheiten werden genutzt, andere werden nicht beachtet. Kann mit der Nutzung von figuralen Merkmalen oder unspezifischem Vorgehen kombiniert werden.
- figural In den Strukturierungen steht der figurale, grafische, nicht-mathematische Aspekt im Vordergrund. In ihnen wird kaum Bezug auf die Struktureinheiten und ihre Beziehungen genommen.

unspezifisch Die Fortsetzungen sind geprägt von Vorgehensweisen, die nicht mit den spezifischen Struktureinheiten des Musters und ihren Beziehungen zusammenhängen. (z. B. Wiederholungen)

Tab. 1: Kategoriensystem zur Differenzierung der individuellen Strukturierungen (vgl. Ostrowski, 2020, S. 99)

Im Folgenden werden einige individuelle Strukturierungen zur geometrischen Aufgabe „Kochkurve“ vorgestellt, um die Bandbreite der Bearbeitungen exemplarisch zu verdeutlichen und die Hauptkategorien inhaltlich zu füllen. Die Kinder erhielten ein DIN A4-Papier, auf dem die ersten drei Iterationen des Fraktals Kochkurve untereinander abgebildet waren (vgl. Abb. 1). Die Kinder sollten im Interview die vierte Iteration entweder durch Verändern der dritten bilden oder als neue Figur darunter zeichnen.

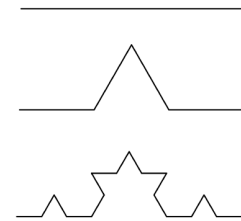


Abb. 1: Kochkurve

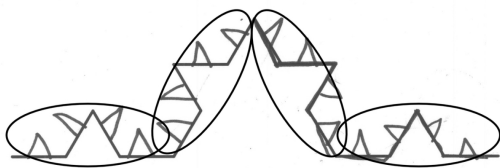


Abb.2: integrierend (Georg)

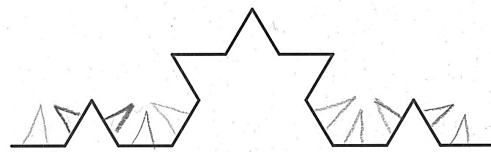


Abb. 3: isolierend (Sana)

Georg (Abb. 2) strukturierte die Kochkurve integrierend. Er sah die zweite Iteration (I2) an vier Stellen in I3 (ovale Markierungen) und wiederholte dort den Schritt I2-I3, unabhängig von der Ausrichtung. Auch in Sanas Strukturierung (Abb. 3) stand der Schritt I2-I3 im Vordergrund. Sie nutzte ihn allerdings nur an den beiden Außenteilen, weshalb ihre Strukturierung als isolierend codiert wurde.

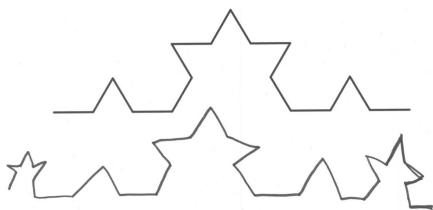


Abb. 4: figural (Cadence)

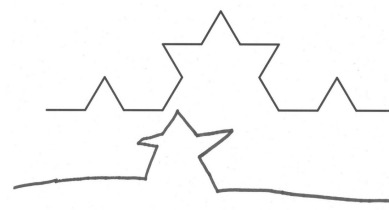


Abb. 5: unspezifisch (Gustav)

Cadence (Abb. 4) griff für ihre Strukturierung auf die figuralen Aspekte von I3 zurück und beschrieb sie mit dem Begriff Stern. Gustav (Abb. 5) entfernte für seine Fortsetzung die beiden Spitzen links und rechts von I3. Da die ersten drei Iterationen kein Entfernen von Teilen des Musters nahelegen, wurde diese Strukturierung als unspezifisch eingeordnet.

Zu jeder der Aufgaben wurden die Strukturierungen aller Kinder den vier Hauptkategorien zugeordnet und diese so induktiv ausgeschärft. Auf diese aufgabenweise Analyse folgte eine Auswertung aufgabenübergreifender Aspekte.

Ergebnisse

Grundsätzlich konnte festgestellt werden, dass die Kinder vornehmlich integrierende und isolierende Strukturierungen konstruierten. Eine mehrheitliche Zuordnung der individuellen Strukturierungen der einzelnen Aufgaben zur gleichen Hauptkategorie war nur bei 13 der 46 Kinder möglich. Bei den anderen 33 Kindern war eine solche konsistente Zuordnung nicht möglich. Es ließen sich einzelne Kinder identifizieren, die entweder bei allen geometrischen oder allen arithmetischen Aufgaben integrierende Strukturierungen konstruierten oder inhaltsbereichsbezogene Präferenzen zeigten.

In der aufgabenweisen und aufgabenübergreifenden Analyse wurden Fähigkeiten identifiziert, die als Sammlung einen idealtypischen Umgang mit Mustern und Strukturen beschreiben und an die Überlegungen von Lücken (2012) anknüpfen, die einen ähnlichen Fähigkeitskatalog bezogen auf den Anfangsunterricht formulierte. Die wichtigsten identifizierten Fähigkeiten sind:

- das flexible Zerlegen des Musters in Struktureinheiten
- das Konstruieren von Beziehungen zwischen den Struktureinheiten
- das Überprüfen der Widerspruchsfreiheit der konstruierten Strukturierung
- das Identifizieren von dabei ggf. aufgetretenen Widersprüchen
- die Akkommodation der Strukturierung, in der Widersprüche identifiziert wurden
- das Sich-lösen-Können von solchen Strukturierungsansätzen

Diese Fähigkeiten lassen sich zum folgenden idealtypischen Ablauf eines Strukturierungsprozesses verbinden:

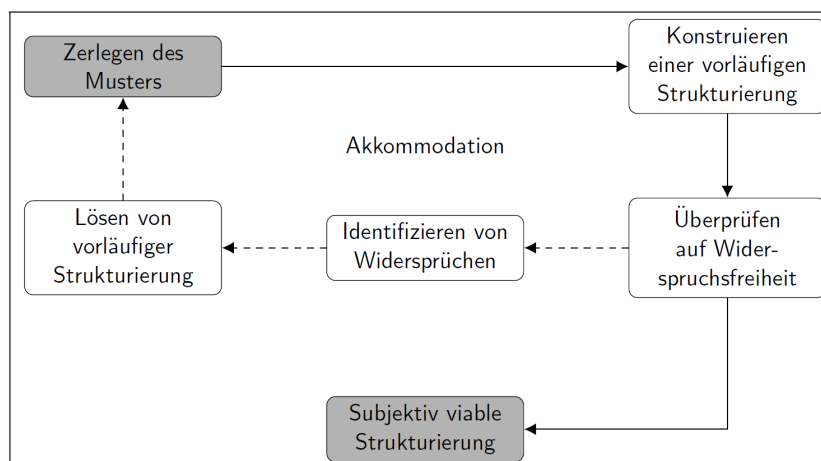


Abb. 5: Idealtypischer Strukturierungsprozess
(modifiziert nach Ostrowski, 2020, S. 261)

Literatur

- Akinwunmi, K. (2012). *Zur Entwicklung von Variablenkonzepten beim Verallgemeinern mathematischer Muster*. Vieweg+Teubner.
- Devlin, K. J. (2002). *Muster der Mathematik. Ordnungsgesetze des Geistes und der Natur*. 2. Auflage. Spektrum.
- Kuckartz, U. (2014). *Qualitative Inhaltsanalyse. Methoden, Praxis, Computerunterstützung*. 2. durchgesehene Auflage. Beltz Juventa.
- Kultusministerkonferenz (KMK) (2022). *Bildungsstandards für das Fach Mathematik Primarbereich*.
- Lorenz, J. H. (2004). *Kinder entdecken die Mathematik*. Westermann.
- Lüken, M. M. (2012). *Muster und Strukturen im mathematischen Anfangsunterricht. Grundlegung und empirische Forschung zum Struktursinn von Schulanfängern*. Waxmann.
- Mulligan, J & Mitchelmore, M. (2009). Awareness of Pattern and Structure in Early Mathematical Development. *Mathematics Education Research Journal*, 21(2), 33–49.
- Ostrowski, J. von (2020). *Strukturierungen beim Bearbeiten geometrischer und arithmetischer Muster: Eine Interviewstudie zum Struktursinn von Kindern der vierten Klasse*. Universität Bremen. DOI <https://doi.org/10.26092/elib/343>
- Rüede, C. (2015). *Strukturierungen von Termen und Gleichungen*. Springer Fachmedien.
- Söbbeke, E. (2005). *Zur visuellen Strukturierungsfähigkeit von Grundschulkindern. Epistemologische Grundlagen und empirische Fallstudien zu kindlichen Strukturierungsprozessen mathematischer Anschauungsmittel*. Franzbecker.
- Steinweg, A. S. (2013). *Algebra in der Grundschule. Muster und Strukturen - Gleichungen - funktionale Beziehungen*. Springer Spektrum.