

## **Erhöhung des mathematischen Modellierungsgehalts von Statikaufgaben**

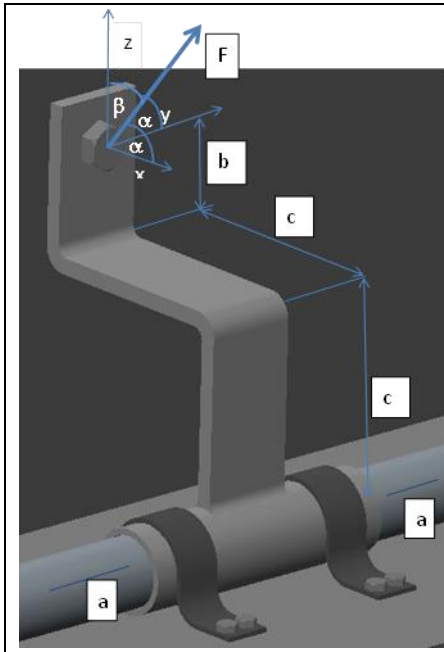
Klassische Statikaufgaben im ersten Semester des Maschinenbaustudiums enthalten nur geringe Lernmöglichkeiten hinsichtlich der mathematischen Modellierung. In diesem Beitrag wird gezeigt, wie man solche Aufgaben modifizieren kann, um den Modellierungsgehalt zu erhöhen. An einem Aufgabenbeispiel werden die Modellierungsaktivitäten zweier Studierender während der Bearbeitung untersucht.

### **1. Einleitung**

Der Ingenieursberuf zeichnet sich im Vergleich zu nicht-akademischen technischen Berufen dadurch aus, dass Ingenieure in Modellen denken, dimensionieren, Probleme lösen und sie als Basis für die Simulation nutzen. Diese Modelle haben oft eine mathematische Darstellung und Problemlösungen erfordern mathematische Methoden. Daher findet die mathematische Modellierungskompetenz Aufnahme in Curriculum-Dokumente wie (Alpers et al., 2013), wobei aber offen bleibt, in welchem Rahmen diese Kompetenz erworben wird. Dies könnte innerhalb der Mathematikausbildung, in den Anwendungsfächern oder auch später im Berufsleben erfolgen (vgl. dazu Gainsburg, 2013). Für das Anwendungsfach „Statik“ im Maschinenbaustudium hat die Studie (Alpers, 2015) ergeben, dass die in verbreiteten Lehrbüchern zu findenden Aufgaben nur einen geringen Modellierungsgehalt besitzen. Insbesondere die früheren und späteren Phasen im Modellierungszyklus nach (Blum & Leiß, 2005) werden kaum angesprochen. Im vorliegenden Beitrag soll ein Vorgehen skizziert werden, mit dem man aus klassischen Statikaufgaben modellierungshaltige entwickeln kann. Dies wird an einem Beispiel demonstriert und die Modellierungsaktivitäten zweier Studierender werden untersucht.

### **2. Vorgehensweise bei der Erhöhung des Modellierungsgehalts**

Um Ideen für Aufgaben mit höherem Modellierungsgehalt zu bekommen, kann man als Ausgangspunkt bestehende „eingekleidete“ Aufgaben aus Lehrbüchern betrachten, bei denen zumindest ein realer Hintergrund erkennbar ist. Dieses Vorgehen findet man schon bei (Doorman et al., 2016) für Schulaufgaben. Als Beispiel wird in diesem Beitrag die folgende ursprüngliche Aufgabe aus dem Lehrbuch (Hibbeler, 2012, Aufgabe 4.56) betrachtet:



Die Kraft  $F$  greift an der Stütze an. Bestimmen Sie das Moment  $M$  der Kraft um die Achse  $a$ - $a$  des Rohrs. Ermitteln Sie ebenfalls die Richtungswinkel von  $F$ , sodass das maximale Moment um die Achse  $a$ - $a$  erzeugt wird. Wie groß ist dieses Moment? Gegeben:  $F=30\text{N}$ ,  $c=100\text{mm}$ ,  $b=50\text{mm}$ ,  $\alpha=60^\circ$ ,  $\beta=45^\circ$ . (Bild nachgezeichnet; im ursprünglichen Bild ist anstelle der Schraube oben ein Loch zu sehen)

Die Rohrsituation spielt hier keine Rolle und wird für eine effiziente Aufgabenbearbeitung sinnvollerweise ignoriert. Alle Daten sind exakt vorgegeben, sodass die Aufgabe im Wesentlichen geometrischen Charakter hat. Um wesentliche Modellierungsaktivitäten wie „Verstehen der Situation“, „Vereinfachen und Strukturieren“, „Interpretieren“ und „Validieren“ (vgl. Blum & Leiß, 2005) einzubeziehen, kann man nun folgendermaßen vorgehen:

- Entferne die genaue Spezifikation der Aufgabe und gib nur ein anwendungsrelevantes Grobziel vor, sodass eine Klärung der Situation und des Problems erforderlich wird.
- Entferne die Rahmenbedingungen zumindest teilweise und gib diese nur vage über ein Bild vor, sodass wesentliche Größen selbst überlegt und Annahmen getroffen werden müssen.
- Mache Aufgabe mit vorgegebenen Größen zu Dimensionierungsaufgabe (geom. Maße, Topologie, Material gesucht), sodass die Aufgabe offener wird.
- Fordere explizit die Validierung.

Angewendet auf die obige Aufgabe, könnte man die Kraft  $F$  und die Winkel entfernen sowie die Aufgabenstellung wie folgt modifizieren:

Die Abbildung zeigt ein Rohr, an das eine Stütze geschweißt ist und das durch zwei Schellen befestigt ist. Wie muss diese Konstruktion ausgelegt sein, damit sie unter „normalen“ Umständen nicht von Hooligans beschädigt werden kann (Maße:  $c=100\text{mm}$ ,  $b=70\text{mm}$ )? Können Sie Ihre Auslegung prüfen?

Als Anhaltspunkt sind hier noch zwei Maße gegeben, ansonsten sind aber eigene Überlegungen und Annahmen erforderlich. Ähnlich wie in (Doorman et al., 2016) gefordert, hat man jetzt einen sinnvollen Kontext, die Studenten haben die Rolle des professionellen Konstrukteurs mit ähnlichen Aktivitäten und das Produkt ist eine begründete und bemaßte Konstruktion. Ein weiteres Beispiel mit eher spielerischem Hintergrund findet man zum Thema „Stehaufmännchen“ in (Alpers, 2016).

### **3. Modellierungsaktivitäten bei der Bearbeitung durch Studenten**

Zwei gut benotete Studenten im 7. Semester haben zusammen (gegen Bezahlung) je ca. 35 Stunden an der Aufgabe gearbeitet. Sie haben ihr Vorgehen und ihre Ergebnisse kurz dokumentiert (7 Seiten) und bei einer Befragung durch den Verfasser erläutert. Sie haben zunächst, wie im Fach Konstruktionslehre gelernt, die Anforderungen zusammengefasst und dabei auch die Aufgabenstellung genauer spezifiziert (Situationsklärung nach dem Modellierungszyklus). Dabei sind gewisse geometrische Abmaße wie die Breite der Stütze aus der gegebenen Zeichnung geschätzt und „gängige“ Werkstoffe für Stütze und Rohr ausgewählt worden. Die schwierigste, aber auch wichtigste Frage betrifft die Klärung der Belastung: Was kann ein Hooligan an Aktionen ausführen und welche Kräfte treten dabei auf, wobei schon antizipiert wird, dass bei späteren Auslegungen und Festigkeitsberechnungen der beteiligten Maschinenelemente Kraftannahmen benötigt werden. Hier haben die Studenten eine sehr grobe und zweifelhafte Annahme getroffen, nämlich dass lediglich die Gewichtskraft eines 200kg schweren Hooligans wirkt, aber dies berücksichtigt nicht den Stoß beim Treten. Zwar hat ein Student auf Internetseiten Trittkraftmesser für Kampfsportarten gefunden, diesen Weg aber nicht weiterverfolgt. Hier wäre auch eine experimentelle Ermittlung denkbar. Auf Nachfrage erklärten die Studenten, dass für sie die eigene Lastuntersuchung neu war, da sie auch im Fach Konstruktionslehre immer Aufgabenstellungen mit vorgegebenen Kräften oder Momenten zu bearbeiten hatten. Entsprechend waren auch die Überlegungen zur Aufbringung der Kräfte (Ort, Richtung) eher vage.

Nach diesen Vereinfachungen sind dann aus den Fächern Maschinenelemente und Festigkeitslehre entsprechende Modelle ausgewählt worden: Für die Zugbelastung beim Rohr wurde die einfache Formel  $\text{Spannung} = \text{Kraft} / \text{Fläche}$  genutzt; für die Belastungen in der Schweißnaht wird für ein Anfangsdesign der Nahtmaße die Spannung berechnet, mit der maximal möglichen für den Werkstoff verglichen und daraus eine Sicherheit berechnet. Bei den Schrauben (oben und an den Schellen) kannten die Studenten eine Vorgehensweise zur Grobauslegung des Durchmessers und der so ge-

nannten Festigkeitsklasse aus dem Fach Maschinenelemente. Die sich ergebenden Sicherheiten werden dann interpretiert. Bei den Studenten lag bei der Auslegung der Schweißnaht die Sicherheit gegen Verformung unter 1; dies wurde aber vage „verrechnet“ mit dem Sicherheitsfaktor 2 bei der Annahme des Gewichts, was auf Nachfrage auch damit begründet wurde, dass es sich nur um eine Verformung, aber nicht um eine Bruchsituation handle. Die Annahmen zur Belastung wurden nicht weiter reflektiert, ebenso wurde aus zeitlichen Gründen nicht über eine Validierung nachgedacht. Diese wäre z.B. experimentell durch einen Versuch oder simulationstechnisch durch eine Finite-Elemente-Rechnung möglich.

#### 4. Zusammenfassung

Im Beitrag wird gezeigt, wie man existierende Statikaufgaben modifizieren kann, um Lerngelegenheiten zur Modellierung zu bieten. Die Bearbeitung durch Studenten hat den erhöhten Modellierungsgehalt (Klärung der Situation, Annahmen und Vereinfachungen, Interpretation) bestätigt, wobei die Studenten auf Vorgehensweisen aus dem Fach Konstruktionslehre und Modelle aus den Fächern Maschinenelemente und Festigkeitslehre zurückgriffen. Die wesentliche Klärung der Belastungssituation war unbefriedigend, so dass Unterstützung in dieser Phase erforderlich zu sein scheint, was auch für die Validierung gilt, da die Studenten offenbar in anderen Fächern noch nicht den Umgang mit einer offeneren Situation erfahren haben.

#### Literatur

- Alpers, B. et al. (2013). *A Framework for Mathematics Curricula in Engineering Education. A Report of the Mathematics Working Group, European Society for Engineering Education (SEFI)*, Brussels 2013.
- Alpers, B. (2015). *The Mathematical Modelling Competencies Required for Solving Engineering Statics Assignments, Proc. ICTMA 15 Nottingham*, to appear.
- Alpers, B. (2016). Turning a standard statics task into a mathematical modeling opportunity: The case of the “tumbler task”. In Alpers, B. et al. (Eds.): *Proc. 18th SEFI Math. Working Group Seminar*, Gothenburg, p. 38-44, SEFI: Brussels.
- Doorman, M. et al. (2016). *Redesign Guidelines to Enrich Classroom Tasks for Maths and Science*, ICME 13 Hamburg, preprint.
- Blum, W., Leiß, D (2007): How do students and teachers deal with modelling problems? In Haines, C., Galbraith, P., Blum, W., Khan, S. (Eds.): *Mathematical Modelling*, ICTMA 12, Horwood Publishing, Chichester, p. 222-231.
- Gainsburg, J. (2013). *Learning to Model in Engineering, Mathematical Learning and Thinking* 15(4), pp. 259-290.
- Hibbeler, R.C. (2012). *Technische Mechanik 1. Statik*, 12. aktualisierte Auflage, München: Pearson.