

KRAWITZ, Janina & WIEHE, Katharina  
Paderborn, Münster

## **Problem Posing - Was ist das und kann man das messen?**

Problem Posing gilt als vielversprechende Methode und als eigenständiges Lernziel, doch die Konzeptualisierung und Messung sind weitestgehend ungeklärt. Ziel der Studie ( $N = 116$  Neunt- und Zehntklässler:innen) ist die Validierung eines Instruments zum modellierungsbezogenen Problem Posing. Untersucht wird die Struktur des Problem Posings und der Zusammenhang mit anderen Konstrukten. Die Ergebnisse zeigen, dass Reformulieren und Generieren trennbare Subkompetenzen des Problem Posings sind, die mit der Mathematikleistung und teilweise mit divergentem Denken zusammenhängen.

### **Problem Posing im Kontext des mathematischen Modellierens**

Problem Posing ist ein zunehmend relevanter Bereich der mathematikdidaktischen Forschung. Die Anzahl an Publikationen zum Problem Posing steigt, wichtige Fragen zur Konzeptualisierung und zur Messung von Problem Posing Kompetenz sind jedoch noch ungeklärt. Eine typische Definition des Problem Posings umfasst das Generieren neuer Probleme wie auch das Reformulieren gegebener Probleme (Silver, 2013). Bislang ist allerdings offen, ob es sich beim Generieren und Reformulieren um zwei empirisch trennbare Konstrukte handelt. Die Problemsituationen, welche den Ausgangspunkt von Problem Posing Aktivitäten darstellen, unterscheiden sich hinsichtlich mehrerer Aspekte, wie zum Beispiel den verwendeten Stimuli und dem Grad der Strukturierung (Baumanns & Rott, 2020). Durch die weitgefaste Verwendung des Begriffs "Problem Posing" wird die Interpretation und Vergleichbarkeit von Ergebnissen erschwert. Eine Systematisierung verschiedener Formen des Problem Posings und Methoden zur Messung von Problem Posing Kompetenzen werden dringend benötigt (Silver, 2013).

In dem Beitrag betrachten wir Problem Posing aus der Perspektive des mathematischen Modellierens (Hartmann et al., 2023). Bei dieser Form des Problem Posings werden realitätsbezogene Kontexte als Problemsituation zum Entwickeln neuer Aufgaben verwendet (siehe Abb. 1). Ziel der vorgestellten Studie ist die Validierung eines Tests, in deren Rahmen die zweidimensionale Struktur von Problem Posing Kompetenz empirisch überprüft und der Zusammenhang mit anderen Konstrukten (Mathematikleistung, Leseverständnis und divergentem Denken) überprüft wird. Diese Überlegungen führen zu den folgenden Forschungsfragen:

1. Handelt es sich beim Reformulieren und Generieren um zwei trennbare Subkompetenzen des modellierungsbezogenen Problem Posings?

In: P. Ebers, F. Rösken, B. Barzel, A. Büchter, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.),  
*Beiträge zum Mathematikunterricht 2024.*

57. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.  
<https://doi.org/10.37626/GA9783959872782.0>

2. Wie hängen das Reformulieren und das Generieren mit der Mathematikleistung, dem Leseverständnis und dem divergenten Denken zusammen?

Aufgrund der theoretischen Konzeptualisierung des Problem Posings (Silver, 2013) vermuten wir eine zweidimensionale Struktur. Des Weiteren erwarten wir einen positiven Zusammenhang mit der Mathematikleistung, da es sich beim Problem Posing um ein mathematisches Konstrukt handelt. Ebenso gehen wir von einem positiven Zusammenhang zwischen Problem Posing und Leseverständnis sowie divergentem Denken aus, da das Leseverständnis positiv mit dem Modellieren (Krawitz et al., 2022) und Kreativität positiv mit dem Problem Posing zusammenhängt (Bonotto & Santo, 2015).

**Freshtival**

Das Freshtival ist ein Musikfestival in Holland, an dem Musikfans aus der ganzen Welt teilnehmen. Um ein ganzes Wochenende in die bunte Welt des Freshtivals abzutauchen, können die Musikfans auf dem 120 ha großen Festivalgelände campen. Das Freshtival fand zum ersten Mal im Mai 2006 mit 3.000 Musikfans statt. Seitdem stieg die Anzahl stetig, auf 20.000 Musikfans 2017 und 60.000 Musikfans 2022.




Bild von Pexels über Pixabay, Inhaltslizenz

Die Preise für das Freshtival 2023 sind in folgender Tabelle abgebildet.

	Early Bird	Standard
3-Tagesticket (Freitag bis Sonntag)	115,50 €	132,50€
Tagesticket Samstag	-	60,50 €
Tagesticket Sonntag	-	63,50 €

**Erfinderauftrag:**  
Oben siehst du Informationen zum Freshtival. Erfinde dazu eine einfache und eine schwierige mathematische Fragestellung für deine Mitschüler:innen.

Abb. 1: Beispiel einer realitätsbezogenen Problem Posing Situation mit der Aufforderung zum Generieren neuer Aufgaben.

## Methode

Die Stichprobe umfasste 116 Neunt- und Zehntklässler:innen (50% weiblich,  $M = 15,8$  Jahre) von zwei Gesamtschulen und einem Gymnasium. Nach der Beantwortung eines kurzen Fragebogens und einer kurzen Instruktion zum Reformulieren und Generieren bearbeiteten die Lernenden einen Problem Posing Test. Dieser bestand aus jeweils vier realitätsbezogenen Aufgaben (Reformulieren Items) bzw. Situationen (Generieren Items). Die Lernenden erhielten dafür die Aufforderung die gegebenen Aufgaben bzw. Situationen so zu verändern, dass eine leichte und eine schwierige Aufgabe für ihre Mitschüler:innen entsteht (siehe Beispiel zum Generieren in Abb. 1). Anschließend wurde ein dreiminütiger Test zum divergenten Denken eingesetzt, bei dem die Lernenden möglichst viele ungewöhnliche Verwendungsmöglichkeiten für eine Blechdose notieren sollten. Als Maß für die Mathematikleistung wurde die letzte Zeugnisnote erfragt, das Leseverständnis wurde als Selbstbericht mittels Fragebogen erfasst ("Ich bin mir sicher, dass

ich auch schwere Texte verstehen kann"; 5-stufige Likert-Skala, 1: "stimmt gar nicht" bis 5: "stimmt genau") und für die Problem Posing Kompetenz wurden die selbstentwickelten Aufgaben hinsichtlich der Aufgabeneigenschaften Realitätsbezug, Offenheit und Komplexität mit zufriedenstellender Übereinstimmung ( $\kappa = .827$ ) kodiert. Zur Erfassung des divergenten Denkens wurden zum einen die Anzahl der genannten Verwendungsmöglichkeiten (Flüssigkeit) und zum anderen die Häufigkeit jeder der genannten Verwendungsmöglichkeiten (Originalität) erfasst. Die Häufigkeiten wurden anschließend mit Scores zusammengefasst (0 = " $\geq 5\%$ ", 1 = " $< 5\%$ "; 2 = " $< 1\%$ "; 3 = " $< 0.5\%$ ").

## Ergebnisse und Diskussion

Zur Untersuchung der Forschungsfrage 1 wurde mittels konfirmatorischer Faktoranalyse ein eindimensionales und ein zweidimensionales Modell berechnet (siehe Abb. 2).

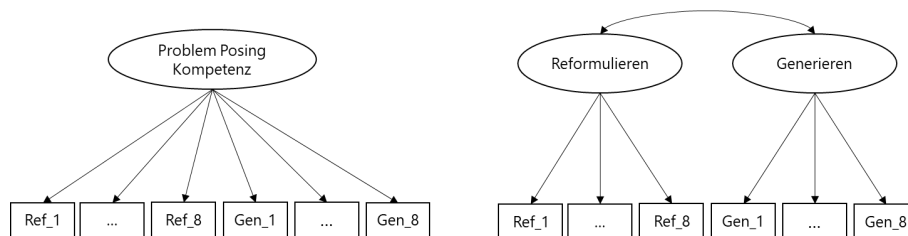


Abb. 2: Ein- und zweidimensionales Modell zur Messung der Problem Posing Kompetenz. Ref\_1 bis Ref\_8 sind die Items zum Reformulieren und Gen\_1 bis Gen\_8 die Items zum Generieren.

Im eindimensionalen Modell wird die Problem Posing Leistung durch die insgesamt 16 Items zum Reformulieren und Generieren gemessen, während beim zweidimensionalen Modell Reformulieren und Generieren durch die Reformulieren Items bzw. die Generieren Items separat gemessen werden. Der Modellfit des zweidimensionalen Modells ist zufriedenstellend und weißt eine deutlich bessere Passung als das eindimensionale Modell auf, was für die Trennung der Subkompetenzen spricht. Auch die interne Konsistenz für die Skalen Reformulieren und Generieren ist zufriedenstellend.

Forschungsfrage 2 fokussiert den Zusammenhang zwischen Reformulieren bzw. Generieren und der Mathematikleistung, dem Leseverständnis und dem divergenten Denken. Das Reformulieren korreliert erwartungskonform positiv mit der Mathematikleistung, allerdings entgegen den Erwartungen nicht mit dem Leseverständnis oder dem divergenten Denken. Das Generieren korreliert ebenfalls positiv mit der Mathematikleistung und zusätzlich auch mit beiden Facetten des divergenten Denkens (Flüssigkeit und Originalität) aber nicht mit dem Leseverständnis.

Die Ergebnisse weisen darauf hin, dass Reformulieren und Generieren zwei separate aber zusammenhängende Subkompetenzen des Problem Posings bilden. Dies trägt zur Validierung theoretischer Modelle des Problem Posing (Silver, 2013) und zur weiteren Konzeptualisierung von Problem Posing Kompetenz bei. Der positive Zusammenhang mit der Mathematikleistung liefert einen Hinweis auf die Kriteriumsvalidität des Messinstruments. Nicht bestätigt wurden allerdings der erwartete Zusammenhang mit dem Leseverständnis und zum Teil auch nicht der Zusammenhang mit dem divergenten Denken. Der Unterschied in der Korrelation zwischen Reformulieren bzw. Generieren mit dem divergenten Denken bestätigt die Vermutung, dass es sich um unterschiedliche Konstrukte handelt und weist darauf hin, dass Reformulieren und Generieren als Aktivitäten zur Förderung von Kompetenzen, wie dem Modellieren, dem Problemlösen oder der mathematischen Kreativität unterschiedlich geeignet sein könnten. Zukünftige Studien sollten dies genauer untersuchen. Für die Praxis sind die Ergebnisse insofern relevant, da die Messbarkeit von Problem Posing Kompetenz eine Voraussetzung für die Leistungsbewertung darstellt. Wenn Problem Posing eine ernstzunehmende Stellung im Mathematikunterricht einnehmen soll, dann werden auch Konzepte für die Bewertung benötigt.

Die Studie wurde gefördert durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) - KR 5721/1-1.

## Literatur

- Bonotto, C.; Santo, L. D. (2015): On the Relationship Between Problem Posing, Problem Solving, and Creativity in the Primary School. In F. M. Singer, N. F. Ellerton und J. Cai (Hrsg.): *Mathematical Problem Posing: From Research to Effective Practice*. New York, NY: Springer New York, S. 103–123.
- Hartmann, L.; Krawitz, J.; Schukajlow, S. (2023): Posing and Solving Modelling Problems—Extending the Modelling Process from a Problem Posing Perspective. *Journal für Mathematik-Didaktik* (44), S. 533–561.
- Krawitz, J.; Chang, Y.-P.; Yang, K.-L.; Schukajlow, S. (2022): The role of reading comprehension in mathematical modelling: Improving the construction of a real model and interest in Germany and Taiwan. *Educational Studies in Mathematics* (109), S. 337–359. DOI: 10.1007/s10649-021-10058-9.
- Silver, E. A. (2013): Problem-posing research in mathematics education: Looking back, looking around, and looking ahead. *Educational Studies in Mathematics* 83 (1), S. 157–162.