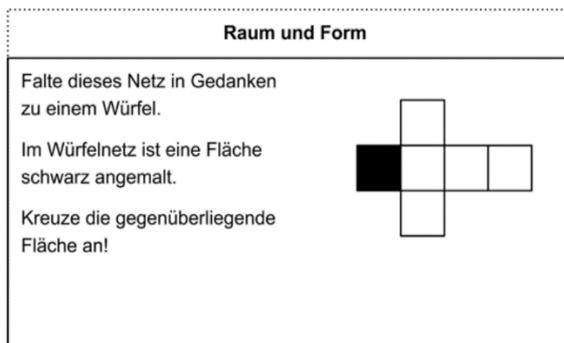


## **Aufgabenbasierte Beschreibung geometrischer Kompetenzen von Kindern im dritten Schuljahr**

### **1. Theoretischer Hintergrund**

Nationale und internationale Schulleistungsstudien beschreiben mathematische Kompetenz mit Hilfe von Kompetenzstufenmodellen. Dabei werden mathematische Kompetenzen auf verschiedenen Niveaus formuliert, die in der Regel ein Globalmodell ergeben (vgl. PISA, TIMSS). Das heißt, diese Modelle weisen meist einzelne mathematische Inhaltsbereiche nicht getrennt aus. Im Kompetenzmodell für die Mathematik in der Grundschule (KMK, 2008) werden Niveaus beschrieben als das *Anwenden von Routineprozeduren in einem vertrauten oder gut geübten Kontext* (L1), *einfache Anwendungen von Grundlagenwissen in einem klar strukturierten Kontext* (L2), *Erkennen und Nutzen von Zusammenhängen in einem vertrauten Kontext* (L3), *sicheres und flexibles Anwenden von begrifflichem Wissen und Prozeduren im curricularen Umfang* (L4), *Modellierung komplexer Probleme unter selbstständiger Entwicklung geeigneter Strategien auch in einem unbekanntem Kontext* (L5). Zu diesen Überschriften finden sich im Modell Ausführungen, die die Niveaus in den mathematischen Inhaltsbereichen beschreiben. Vor allem geometrische Kompetenzen sind bezüglich der einzelnen Niveaus in Globalmodellen noch wenig ausdifferenziert (Baumert et al., 2001; Bos et al., 2012). Es hat sich in der Arbeit mit Modellen mathematischer Kompetenz im Bereich der Grundschule allerdings gezeigt, dass die Beschreibung geometrischer Kompetenz innerhalb eines Globalmodells zu Inkonsistenzen führen kann. Daraus resultierte der Vorschlag, mathematische Kompetenz zunächst in nach Inhaltsbereichen getrennten Kompetenzmodellen zu beschreiben (Reiss, Heinze & Pekrun, 2007).

So gibt es derzeit ein Modell, das die Struktur geometrischer Kompetenz im Grundschulalter punktuell beschreibt (Reiss & Winkelmann, 2009). Dieses differenziert jedoch kaum geometrische Kompetenzen auf unterschiedlichen Niveaus bezüglich der einzelnen geometrischen Inhalte (z. B. Flächen und Formen, Abbildungen oder Raumvorstellung). Die Formulierungen zu inhaltsbezogenen geometrischen Teilkompetenzen sind eng auf der Basis entsprechender Beispielaufgaben (s. Abb. 1) formuliert. Auf Kompetenzstufe 3 zu *Raum und Form* wird im Modell von Reiss und Winkelmann (2009) beispielsweise – bezogen auf die Aufgabenstellung (Abb. 1) – formuliert „*Bei Körpern wird mit verschiedenen Darstellungen (z. B. Netz) sinnvoll gearbeitet, wobei Zusammenhänge und räumliche Orientierung genutzt werden.*“



**Abbildung 1: Beispielaufgabe aus dem Kompetenzstufenmodell (Reiss & Winkelmann 2009, S. 135f) im Bereich ‚Raum und Form‘ auf Stufe 3**

Auch auf Stufe 4 findet sich eine Kompetenzbeschreibung bezüglich der Würfelnetze: „*Beispiele von Würfel- und Quadernetzen werden korrekt erkannt, eventuelle Fehler können korrigiert werden.*“ Auf anderen Niveaustufen wird hier nicht erneut inhaltlich Bezug auf Würfelnetze genommen.

## 2. Forschungsfrage

Es wird angestrebt, diese punktuelle Beschreibung auszudifferenzieren und, geometrische Kompetenz aufgabenbasiert auf unterschiedlichen Niveaus durch ein lineares Stufenmodell detailliert entlang verschiedener geometrischer Inhalte zu beschreiben. Konkret lässt sich zunächst folgende Forschungsfrage präzisieren: Inwiefern lassen empirisch festgestellte Aufgabenschwierigkeiten inhaltlich geometrischen Kompetenzaufbau erkennen? Weitere Fragen, die zu einem späteren Zeitpunkt im Rahmen des Projekts beantwortet werden sollen, sind: Kann man Zusammenhänge und Abhängigkeiten bezüglich der Bewältigung verschiedener geometrischer Inhalte auf Basis der Aufgabenanalyse feststellen? Wenn ja, welche sind dies? Für eine ausdifferenzierte Kompetenzbeschreibung entlang der verschiedenen geometrischen Inhalte soll theoriegeleitet geprüft werden, ob sich auf Basis der Aufgabenanalyse Zusammenhänge und Abhängigkeiten bezüglich der Bewältigung verschiedener geometrischer Inhalte feststellen lassen.

## 3. Methode und Design

Das Projekt *Aufgabenbasierte Beschreibung geometrischer Kompetenzen von Kindern im dritten Schuljahr* ist an bereits durchgeführte Erprobungsstudien in Klasse 3 im Fach Mathematik angebunden. Insgesamt liegen 230 Items im Bereich *Raum und Form* vor.

Die Schwierigkeitsgrade der Items wurden durch die Erprobungsstudien statistisch überprüft (Rasch-Skalierung)<sup>1</sup>. Die Aufgaben sind über alle fünf

<sup>1</sup> Die Datenanalysen wurden am Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) – Wissenschaftliche Einrichtung der Länder an der Humboldt-Universität zu Berlin e.V. durchgeführt.

Kompetenzstufen des Stufenmodells (KMK, 2008) verteilt. Diese Aufgaben wurden im Erstellungsprozess darüber hinaus bezüglich ihrer *allgemeinen mathematischen Kompetenz* und bezüglich ihres *Anforderungsbereiches* eingestuft. Im Anschluss an die Erprobung erfolgt eine Analyse der Anforderungen nach geometrischen Inhaltsbereichen basierend auf den empirischen Werten. Die Ergebnisse dieser Aufgabenanalyse und theoretische Befunde zur Entwicklung geometrischer Kompetenzen sollen zu einer hierarchischen Anordnung der Aufgaben gemäß ihrer Komplexität und gemäß ihrem Anspruch an geometrische Fähigkeiten führen.

#### 4. Aktueller Forschungsstand

Alle vorliegenden Items wurden den fünf Kompetenzstufen des Kompetenzmodells für die Grundschule (KMK, 2008, s.o.) und den verschiedenen geometrischen Inhaltsbereichen zugeordnet. Eine erste deskriptive Auswertung hat ergeben, dass die Verteilung der Items über die verschiedenen geometrischen Inhaltsbereiche ungleich ist. In den Bereichen *Raumvorstellung* (37%) und *zwei- und dreidimensionale Figuren* (34%) liegen verhältnismäßig viele Items vor, wohingegen zu den Bereichen *Geometrische Abbildungen* (17%) und *Flächen- und Rauminhalte* (12%) wenige Items vorliegen.

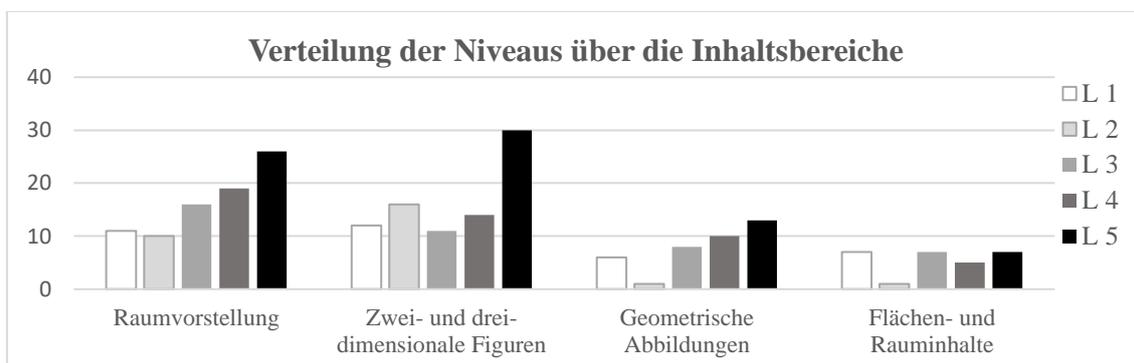


Abbildung 2: Verteilung der Items über die Kompetenzstufen der Inhaltsbereiche

Ein Vergleich der Verteilung der Items innerhalb der geometrischen Inhaltsbereiche über die Niveaus des Kompetenzmodells (KMK, 2008) zeigt deutlich, dass auch hier keine gleiche Verteilung vorliegt (s. Abbildung 2). So finden sich in einigen Inhaltsbereichen wenige leichte Aufgaben, in anderen Bereichen wiederum eine geringe Anzahl schwerer Aufgaben.

Daraus ergibt sich die Notwendigkeit, weitere Aufgaben in den Bereichen *Geometrische Abbildungen* und *Flächen- und Rauminhalte* auf allen Niveaus zu entwickeln, insbesondere auf Niveau 2, um sich einer detaillierten Beschreibung geometrischer Kompetenz in den verschiedenen geometrischen Inhalten anzunähern.

## 5. Ausblick

Ziel ist es zunächst durch die Entwicklung weiterer Aufgaben eine ausgeglichene Verteilung der Geometrieaufgaben über die Inhaltsbereiche und Kompetenzstufen zu erreichen. Geplant ist, durch die Ergebnisse erneuter Erprobungen eine Skalierung der Aufgaben nach Niveau vorzunehmen. In einem nächsten Schritt ist eine Zuordnung der Aufgaben zu den Teilkomponenten des räumlichen Vorstellungsvermögens geplant. Eine Unterscheidung in drei Faktoren – räumliche Orientierung, räumliche Beziehungen und räumliche Veranschaulichung – scheint dabei sinnvoll (Grübing, 2012). Durch diese Zuordnung können im Vergleich von Aufgaben mit geometrisch ähnlichen Anforderungen möglicherweise erste Rückschlüsse auf spezielle Schwierigkeitsfaktoren gezogen werden. Ausgehend davon soll ein theoretisches Modell entwickelt werden, das verschiedene Niveaus geometrischer Kompetenz in den verschiedenen geometrischen Inhalten aufgabenspezifisch beschreibt.

Die Entwicklung dieses theoretisch und empirisch basierten Modells zur Struktur der geometrischen Kompetenz kann wichtige Informationen für die Diagnostik des Lernstands von Schülerinnen und Schülern liefern, sowie Anhaltspunkte für gezielte Fördermöglichkeiten bieten. Dies wiederum könnte einen wichtigen Beitrag zur Professionalisierung von Mathematiklehrpersonen leisten. Darüber hinaus bietet eine solche Theorie eine fundierte Basis für Aufgabenentwicklung und Testkonstruktion, wodurch gegebenenfalls eine präzisere Messung geometrischer Kompetenz in der Grundschule ermöglicht werden kann.

## Literatur

- Baumert, J. et al. (Hrsg.) (2001). *PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich*. Opladen: Leske + Budrich.
- Bos, W. et al. (Hrsg.) (2012). *TIMSS 2011. Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich*. Münster: Waxmann.
- Kultusministerkonferenz (KMK) (2008): *Kompetenzstufenmodell zu den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4). Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 04.12.2008*. Überarbeitete Version vom 11.2.2013. <https://www.iqb.hu-berlin.de/bista/ksm> [aufgerufen am 30.11.2016].
- Grübing, M. (2012). *Räumliche Fähigkeiten und Mathematikleistung. Eine empirische Studie mit Kindern im 4. Schuljahr*. Münster: Waxmann.
- Reiss, K., Heinze, A., Pekrun, R. (2007). Mathematische Kompetenz und ihre Entwicklung in der Grundschule. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, Sonderheft 8-07*, 107-127.
- Reiss, K., Winkelmann, H. (2009). Kompetenzstufenmodelle für das Fach Mathematik im Primarbereich. In Granzer, D. et al. (Hrsg.) (2009): *Bildungsstandards Deutsch und Mathematik* (S.125-146). Weinheim, Basel: Beltz.