

Strategie-Flexibilität beim Gleichungslösen – Effekte zweier Weiterbildungen zum Vergleichen von Lösungswegen

Strategie-Flexibilität ist das zentrale Ziel des Gleichungslösens. Sie ist aber nicht nur ein curriculares Ziel, sondern vor allem ein Vehikel zum Aufbau von vertieftem Verständnis und allgemeinen Problemlösefähigkeiten (Verschaffel et al., S. 350). Mittlerweile konnte in experimentellen, stark kontrollierten Studien mehrfach gezeigt werden, dass Strategie-Flexibilität mittels des Vergleichens von Lösungswegen gefördert werden kann (für eine Übersicht, siehe Durkin et al., 2017). Meist wurde zusätzlich auch eine Verbesserung im prozeduralen und zum Teil auch im konzeptuellen Wissen nachgewiesen. Die Implementation des Vergleichens in den realen Mathematikunterricht ist allerdings herausfordernd, sie ist bislang erst in Teilen geglückt. Den Lehrpersonen fällt es schwer, (1) das Vergleichen in den eigenen Unterricht zu integrieren und (2) in Klassengesprächen Lösungswege produktiv zu vergleichen (Star et al., 2015).

Wir konzipierten im Projekt MathFlex zwei unterschiedliche Weiterbildungen zum Vergleichen von Lösungswegen beim Gleichungslösen und untersuchten deren Wirkung auf Unterricht und Schülerleistung (gefördert vom Schweizerischen Nationalfonds, Projektnummer 100019_162686). Die eine Weiterbildung unterstützte die Lehrpersonen ausschließlich beim Vergleichen von Lösungswegen (EG_{Vergl}). Die andere Weiterbildung unterstützte sie zusätzlich in der Orchestrierung produktiver Unterrichtsgespräche ($EG_{\text{Vergl+Prod}}$). Beide Weiterbildungen stellten den Lehrpersonen Aufgaben zum Vergleichen von Lösungswegen zur Verfügung gestellt (zum regelbasierten Lösen von quadratischen Gleichungen). Zum einen Vergleichsaufgaben, in denen Selbsterklärungen zu zwei nebeneinander dargestellten Lösungswegen einer Gleichung eingefordert wurden, und zum anderen flexibilitätspezifische Übungsaufgaben, die Anweisungen wie "Löse möglichst effizient" oder "Löse auf zwei verschiedene Arten" enthielten. Diese Übungsaufgaben bieten Gelegenheiten zur Automatisierung und Vertiefung des Wissens, das die Schülerinnen und Schüler in den Vergleichsaufgaben erworben hatten.

Nach der Weiterbildung unterrichteten alle Lehrpersonen das regelbasierte Lösen quadratischer Gleichungen in der eigenen Klasse (16 Lektionen, Jahrgangsstufe 9 und 10). Ebenso die Lehrpersonen einer Warte-Kontrollgruppe (KG), die eine der beiden Weiterbildungen nach ihrer Unterrichtseinheit zu den quadratischen Gleichungen besuchten.

Die Zuteilung der Lehrpersonen zu den drei Versuchsgruppen war randomisiert. Die definitive Stichprobe umfasste 39 Klassen mit insgesamt 739 Schülerinnen und Schüler. Zum einen erhoben wir Daten zum Unterricht: Während der Unterrichtseinheit zum Lösen von quadratischen Gleichungen wurden die Unterrichtsmaterialien aller Lehrpersonen gesammelt und zufällig gewählte vier Lektionen videografiert. Basierend auf diesen Unterrichtsdaten bestimmten wir Anzahl und Typ der eingesetzten Aufgaben sowie der Lehrpersonen- und Schülerturns. Zum anderen erhoben wir Leistungsdaten: In einer Basislinie (vor der Weiterbildung der EGs), in einem Prätest (direkt vor der Unterrichtseinheit zum Lösen von quadratischen Gleichungen), in einem Posttest (direkt danach) und einem Follow-up-Test (2.5 Monate später) erfassten wir die Schülerleistung. Wir testeten die Strategie-Flexibilität (Flexibilitätsgebrauch und Flexibilitätswissen), das prozedurale und konzeptuelle Wissen (für Details, siehe Rüede et al., 2023).

Wirkung der Weiterbildung auf den Unterricht

Die Weiterbildungen zeigten Effekte auf die im Unterricht verwendeten Aufgaben und die orchestrierten Klassengespräche (Rüede et al., 2023): In beiden EGs wurden mehr Vergleichsaufgaben eingesetzt als in der Kontrollgruppe, in der $EG_{\text{Vergl+Prod}}$ zudem mehr flexibilitätspezifische Übungsaufgaben. Mit Blick auf die Lehrpersonen- und Schülerturns konnten wir folgende Effekte zeigen (Mok et al., 2022): In der $EG_{\text{Vergl+Prod}}$ beteiligten sich die Schülerinnen und Schüler öfters am Unterrichtsgespräch als in den anderen beiden Versuchsgruppen, zudem generierten sie in beiden EGs mehr Begründungen als in der Kontrollgruppe.

Haupteffekte: Forschungsfrage 1 und Testung von Hypothese 1

Frage 1: Unterscheiden sich die beiden Experimentalgruppen von der Kontrollgruppe hinsichtlich des Zuwachses der Schülerleistung?

Zentrales Element der Weiterbildung waren Videozyklen, in denen die Lehrpersonen das Vergleichen von Lösungswegen in ihren eigenen Klassen erprobten (für Details, siehe Rüede et al., 2023). Planung und Reflexion der videografierten Unterrichtserprobungen wurde mit kollektivem Unterrichtscoaching unterstützt (West & Staub, 2003). Weil die Kombination von Videozyklen und Unterrichtscoaching als Erfolgsfaktor für effektive Weiterbildungen gilt (Desimone, 2009), erwarteten wir in den Experimentalgruppen einen höheren Leistungszuwachs als in der Kontrollgruppe (Hypothese 1.1). Zudem vermuteten wir in der $EG_{\text{Vergl+Prod}}$ einen höheren Leistungszuwachs als in der EG_{Vergl} (Hypothese 1.2). Denn produktive Unterrichtsgespräche können zu mehr Schülerbegründungen führen und so vertiefte Lernprozesse anregen und unterstützen helfen (Resnick et al., 2015).

Wir testeten die Hypothesen mit Hilfe von linearen Mehrebenenmodellen. Erwartungskonform zur Hypothese 1.1 konnten wir positive Effekte in beiden Experimentalgruppen auf den Flexibilitätsgebrauch, das Flexibilitätswissen und das prozedurale Wissen, in der EG_{Vergl+Prod} zusätzlich auch auf das konzeptuelle Wissen nachweisen (Rüede et al., 2023). Die EG_{Vergl+Prod} war allerdings nur bezüglich des Zuwachses des konzeptuellen Wissens (marginal) besser als die EG_{Vergl}. Hypothese 1.2 konnte daher nicht bestätigt werden, aber es zeigte sich eine Tendenz in ihre Richtung.

Mediationseffekte: Forschungsfrage 2 und Testung von Hypothese 2

Frage 2: Mediieren die Anzahl Schülerbegründungen die Effekte der Weiterbildung auf die Schülerleistung?

Beim Vergleichen von Lösungswegen entstehen Lerngelegenheiten, in denen die Effizienz sowie die Korrektheit von Lösungswegen begründet werden kann, speziell bei alternativen Lösungswegen. Daher erwarteten wir in den Experimentalgruppen mehr Schülerbegründungen als in der Kontrollgruppe, die ihrerseits die Schülerleistung erhöhen (Hypothese 2.1). Zudem waren die Lehrpersonen der EG_{Vergl+Prod} in die Orchestrierung produktiver Klassengespräche eingeführt worden. Aus diesem Grund erwarteten wir in diesen Klassen höhere Mediationseffekte als in der EG_{Vergl} (Hypothese 2.2).

Wir prüften die Hypothesen mittels Strukturgleichungen in Mehrebenenmodellen. Für beide Experimentalgruppen konnten wir positive Mediationseffekte auf das prozedurale und das konzeptuelle Wissen nachweisen, für die EG_{Vergl} allerdings nur marginal (Mok et al., 2022). Damit konnte Hypothese 2.1 in Teilen bestätigt werden. Belege für die Hypothese 2.2 fanden wir allerdings keine.

Diskussion

Beide Weiterbildungen zeigten positive Effekte auf Unterricht und Schülerleistung. Zusätzlich konnten auch indirekte Effekte nachgewiesen werden: Die Anzahl Schülerbegründungen medierte die Wirkung der Weiterbildung auf das prozedurale und konzeptuelle Wissen.

Es ist von hohem Interesse, wie Haupteffekte von Weiterbildungen erklärt werden können. Aus theoretischer Perspektive ist postuliert, dass eine effektive Weiterbildung das Lehrpersonenwissen verbessert, dies den Unterricht ändert, was seinerseits die Schülerleistung erhöht (Desimone, 2009). Math-Flex ist eine von sehr wenigen Studien, die zumindest Teile dieses Wirkmechanismus nachweisen konnten.

Mit Blick auf Weiterbildungen zum Vergleichen von Lösungswegen zeigt

MathFlex, wie die Implementation des Vergleichens in den realen Mathematikunterricht gelingen kann. Vermutlich hat das bereitgestellte Unterrichtsmaterial zusammen mit der Unterstützung bei dessen Einsatz im eigenen Unterricht entscheidend zum Erfolg der Weiterbildung beigetragen. In den Videozyklen der Weiterbildung haben die Lehrpersonen das Unterrichtsmaterial auf andere Inhalte transferieren müssen. Denn das Thema der quadratischen Gleichungen unterrichteten sie erst nach der Weiterbildung bzw. hatten sie (falls sie in der Kontrollgruppe waren) bereits unterrichtet. Dieser Transfer erforderte von den Lehrpersonen, (1) dass sie sich mit den Aufgabenkonzepten im bereitgestellten Unterrichtsmaterial auseinandersetzen und (2), dass sie ihren Einsatz von Vergleichsaufgaben und flexibilitätspezifischen Übungsaufgaben planen und reflektieren mussten. Unseres Erachtens hat diese Unterstützung ermöglicht, dass sie das Vergleichen von Lösungswegen in die eigene Unterrichtseinheit zum quadratischen Gleichungslösen integrieren konnten. Zudem profitierten die Lehrpersonen der EG_{Vergl+Prod} von der Einführung in produktive Unterrichtsgespräche und ihren reflektierten Erfahrungen aus der Weiterbildung zu deren Orchestrierung.

Literatur

- Desimone, L. M. (2009). Improving impact studies of teachers' professional development: Toward better conceptualizations and measures. *Educational Researcher*, 38, 181–199.
- Durkin, K., Star, J. R., & Rittle-Johnson, B. (2017). Using comparison of multiple strategies in the mathematics classroom: Lessons learned and next steps. *ZDM Mathematics Education*, 49, 585–597.
- Mok, S. Y., Hämmerle, C. S., Rüede, C., & Staub, F. C. (2022). How do professional development programs on comparing solution methods and classroom discourse affect students' achievement in mathematics? The mediating role of students' subject matter justifications. *Learning and Instruction*, 82, 101668.
- Resnick, L. B., Asterhan, C., & Clarke, S. N. (Hrsg.). (2015). *Socializing intelligence through academic talk and dialogue*. American Educational Research Association.
- Rüede, C., Mok, S. Y., & Staub, F. C. (2023). Fostering flexibility using comparing solution strategies and classroom discussion: Effects of two professional development programs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 54, 43–63.
- Star, J. R., Pollack, C., Durkin, K., Rittle-Johnson, B., Lynch, K., Newton, K., et al. (2015). Learning from comparison in algebra. *Contemporary Educational Psychology*, 40, 41–54.
- Verschaffel, L., Luwel, K., Torbeys, J., & Van Dooren, W. (2009). Conceptualizing, investigating, and enhancing adaptive expertise in elementary mathematics education. *European Journal of Psychology of Education*, 24, 335–359.
- West, L., & Staub, F. C. (2003). *Content-focused coaching: Transforming mathematics lessons*. Heinemann.